

HIERONYMI  
CARDANI  
MEDIOLANENSIS  
PHILOSOPHI AC MEDICI  
CELEBERRIMI

OPERV M

TOMVS QVARTVS;

QVO CONTINENTVR

ARITHMETICA, GEOMETRICA,  
MVSICA.

CONTENTORVM HVIVS TOMI SERIEM

*Index Titulorum exhibet.*

EDITIO VT CATERIS ELEGANTIOR ITA ET ACCVRATIOR.



LVGDVNI,

Sumptibus IOANNIS ANTONII HVGRETAN,  
& MARCI ANTONII RAVAYD.

M. DC. LXIII.

CVM PRIVILEGIO REGIS.



CAUTION

MEDICAL

PHARMACY

1873

THE

PHARMACY

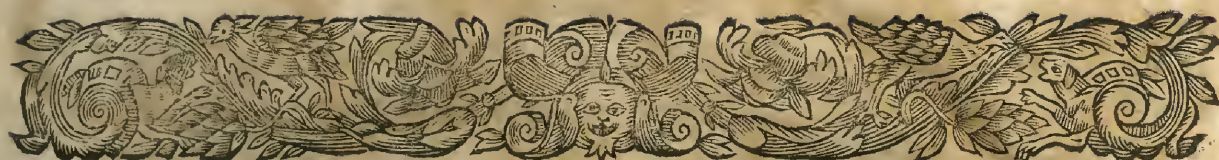
1873



THE

PHARMACY





# INDEX

## Librorum, Tractatum, & Capitulorum Tomi Quarti.

\*\*\*\*\*

### I.

De numerorum proprietatibus  
Caput vnicum.

De proprietatibus vnius numeri  
& secundi. Primo de his quæ  
ab Ecclide describuntur in se-  
ptimo & octauo & nono libro  
suorum Elementorum. à fol. 1.  
ad fol. 13

### II.

Practica Arithmeticæ generalis  
omnium copiosissima  
& vtilissima.

CAP. I. **D**E subiectis Arithmeti-  
cæ. fol. 14

2. De operationibus. *ibid.*
3. De numeratione integrorum. 15
4. De fractionum numeratione. *ibid.*
5. De numeratione surdorum. 16
6. De numeratione denominationum. 17
7. De additione integrorum & dicitur sum-  
ma. *ibid.*
8. De aggregatione fractionum. *ibid.*
9. De aggregatione surdorum. 8
10. De aggregatione demonstrationum. *ibid.*
11. De subtractione integrorum. *ibid.*
12. De subtractione fractionum. 20
13. De subtractione surdorum. *ibid.*
14. De subtractione denominationum. *ibid.*
15. De multiplicatione numerorum. *ibid.*
16. De multiplicatione & inscriptione fractio-  
rum. *ibid.*
17. De multiplicatione surdorum. 22
18. De multiplicatione denominationum. 25
19. De diuisione numerorum simplicium. *ibid.*
20. De diuisione fractionum. 26
21. De diuisione surdorum. *ibid.*
22. De diuisione denominationum. 27
23. De extractione radicum quadratarum  
& cuborum in simplicibus. 30

Tom. IV.

24. De extractione radicum in fractis tam  
cubicis quam quadratis. 32
25. De extractione radicum in surdis. 33
26. De extractione radicum in denomina-  
tionibus. *ibid.*
27. De integrorum progressionibus. *ibid.*
28. De progressionibus fractionum. 36
29. De progressionibus surdorum. 37
30. De progressionibus denominationum. *ibid.*
31. De septem operationibus quæ sunt ex in-  
tegris & fractis. *ibid.*
32. De integris & surdis mixtis. 38
33. De integris & denominatis. *ibid.*
34. De fractis denominationibus miscendis.  
*ibid.*
35. De fractis mixtis cum surdis. 39
36. De surdis & denominationibus. *ibid.*
37. De operatione proportionum. 40
38. De multiplicationibus & diuisionibus  
astronomicis. 42
39. De scientia multiplicationis per memo-  
riam. 45
40. De cognitione Iduum, Kalendarum,  
Nonarum, Festorum, Mobilium, Cycli,  
Aurei numeri, Epactæ; Indictionis, Bis-  
sexti, Locorum Solis & Lune, sine Tabulis,  
& dicitur Computus maior. *ibid.*
41. De ligationibus Auri, & metallorum. 48
42. De proprietatibus numerorum mirificis. 51
43. De mysticis numerorum & proprietatibus. 63
44. De irrationabilibus qualitibus. 65
45. De Regula trium quantitatum. 66
46. De Regula 6. quantitatum. 67
47. De prima & secunda Regula Kataim. 70
48. De primis simplicibus positionibus Alge-  
brae. 71
49. De Capitulis compositis minoribus. 72
50. De tribus modis compositis maioribus. *ibid.*
51. De modis omnibus imperfectis. 73
52. De Societatibus. 88
53. De Societatibus Bestiarum. 90
54. De pensionibus domorum eum mutuo cen-  
su. *ibid.*
55. De transmutationibus. 91
56. De Cambiis. 94
57. De redditibus, & recompensationibus 101
58. De



# Index Capitulorum.

58. De solutionibus & reductionibus.	104
59. De lucris & damnis.	106
60. De ratione librorum tractandorum.	108
61. De extraordinariis & ludis.	110
62. De datis.	113
63. De mensuris superficierum.	114
64. De mensura corporum.	127
65. De ponderibus.	134
66. De questionibus Arithmeticis super Capitula precedentia.	136
67. De Geometricis questionibus.	195
68. De erroribus fratris Lucae.	214

## III.

Libellus qui dicitur Computus Minor; à folio 216. ad fol. 220

## IV.

Artis magnæ siue de Regulis Algebraicis.

### LIBER VNVS.

CAP. I. DE duabus aequationibus in singulis Capitulis.	222
2. De numero omnium Capitulorum.	226
3. De aequationibus Capitulorum simplicium.	227
4. De subiectis aequationibus generalibus & singularibus.	228
5. Ostendit æstimationem Capitulorum compositorum minorum, quæ sunt quadratorum, numeri, & rerum.	229
6. De modis inueniendi Capitula noua.	234
7. De Capitulorum transmutatione.	236
8. Docetur æquatio generaliter media denominationis, æqualis extrema, & numero.	240
9. De secunda incognita quantitate omnes multiplicata.	241
10. De secunda quantitate incognita multiplicata.	243
11. De Cubo & rebus æqualibus numero.	249
12. De Cubo æquali rebus & numero.	251
13. De Cubo & numero æqualibus rebus.	ibid.
14. De Cubo æquali quadratis & numero.	253
15. De Cubo & quadratis æqualibus numero.	254

16. De Cubo ac numero æqualibus quadratis.	255
17. De Cubo quadratis & positionibus æqualibus numero.	256
18. De Cubo & rebus æqualibus quadratis & numero.	258
19. De Cubo & quadratis æqualibus rebus & numero.	261
20. De Cubo æquali quadratis rebus & numero.	262
21. De Cubo & numero æqualibus quadratis & rebus.	ibid.
22. De Cubo rebus & numero æqualibus quadratis.	263
23. De Cubo quadratis & numero æqualibus rebus.	264
24. De 44. Capitulis deriuatiuis.	ibid.
25. De Capitulis imperfectis & specialibus.	266
26. Ostendit regulas maiores quæ sunt omnino singulares.	270
27. De transitu Capituli specialis in Capitulum speciale.	271
28. De operationibus radicum Pronicarum, seu mixtarum, & Allellarum.	272
29. De regula modi.	ibid.
30. De Regula aurea.	273
31. De Regula magna.	275
32. De Regula æqualis positionis.	276
33. De Regula inæqualiter ponendi seu proportionis.	278
34. De Regula medij.	280
35. De Regula aggregati.	282
36. De Regula libere positionis.	286
37. De Regula falsum ponendi.	ibid.
38. Quomodo excident partes & denominationes multiplicando.	288
39. De Regula qua pluribus positionibus inuenimus ignotam quantitatem.	293
40. De modis suppositionum generalium ad artem maiorem pertinentibus, & regulis quæ extra ordinem sunt ac æstimationibus diuersi generis ab his quæ dicta sunt.	300

## V.

Ars magna Arithmeticæ.

CAP. I. DE subiectis huius libri in comparatione ad decimum Euclidis.	303
2. De inuentione dictarum quantitatum.	304
3. De cognoscendis sex speciebus Binomiorum & reciforum.	307
4. De modo inueniendi omnia sex genera Binomiorum & reciforum.	308
5. De	



# Index Capitem.

5. De comparatione Binomiorum & Reciforum ad alias 12. quantitates. 309
6. De multiplicatione omnium Radicum multinomialium, & etiam diuerforum generum. 310
7. De diuisione per multinomia. 311
8. De cubandis Binomiis & Recifis. 312
9. De cubandis trinomiis & recifis. ibid.
10. De reducendis Binomiis ad censum census & Radicem primam. 314
11. De insit. one Radicum cum facilitate. 315
12. De regulis supplementi. ibid.
13. De commensuratione partium Binomiorum & reciforum producibilium cum suis productis. 316
14. De proprietatibus quadrandi & cubandi binomia & recifa. 317
15. De quibusdam quantitatibus proprietatibus in generali. 318
16. De proprietatibus quibusdam quantitatibus continuis proportionalium. 319
17. De proprietatibus insequentibus maiori-  
tatem proportionis partium binomiorum,  
quadratorum cubatorum & reductorum  
ad censum census. 320
18. De aliquibus premitendis necessariis. 322.
19. De proprietatibus tertij & sexti binomij  
& recifi, & inhabilitate ad capitula. 323
20. De numero capitulorum quarendorum. 324
21. De permutatione capitulorum inuicem. 326
22. De examine primi, secundi, quarti &  
quinti binomij cum suis recifis. 330
23. De examine binomij, cubici, & sui re-  
cifi. 334
24. De examine reciforum cubicorum mixto-  
rum, & suorum binomiorum. 335
25. De examinatione trinomiorum vtilium  
cum suis recifis. 336
26. De reliquis speciebus binomiorum, &  
quadrinomialium, mutilium ad capitula  
Algebra, & de recifis eorum. 338
27. De modis inueniendi capitula noua.  
ibid.
28. De capitulo generali cubi, & rerum aqua-  
lium numero, Magistri Nicolai, Tarta-  
glie, Brixienfis. 341
29. De cubo aequali censibus, & numero gene-  
rali. 343
30. De capitulo generali habente tantum  
unam exceptionem, quando cubus aqua-  
tur rebus & numero. ibid.
31. De capitulo & regulis particularibus  
cubi aequalis rebus & numero. ibid.
32. De capitulo cubi & census aequalium nu-

- mero, & est generale, habens unam ex-  
ceptionem, tantum. 344
33. De regulis particularibus cubi & censuum  
aqualium numero. 346
34. De regula generali cubi & numeri aqua-  
lis rebus. 347
35. De regulis particularibus cubi & numeri  
aqualium rebus. 348
36. De capitulo vniuersali cubi & numeri  
aqualium censibus. 350
37. De regulis particularibus cubi & nume-  
ri aqualium censibus. ibid.
38. De aequationibus cen. cen. rerum & nu-  
meri. 352
39. De aequationibus capitulorum quadrino-  
miorum & quinomialium. ibid.
40. De capitulis deriuatiuis vel assimilatis.  
356

## V I.

### De Regula Aliza Libellus.

- CAP. I. **D**E suppositis ac modis. 377
2. De regulis specialibus cap. 377
  25. artis magna cubi, aequalis rebus & nu-  
mero. 378
  3. De modo inueniendi quantitates, que ser-  
uiunt capitulis per producta vnius partis  
in aliam, & quadratum differentia par-  
tium. 379
  4. De modo redigendi quantitates omnes  
que dicuntur latera prima ex decimo Eu-  
clidis in compendium. 380
  5. De consideratione binomiorum & recifo-  
rum continentium figuram rheten, ubi de  
astimatione capitulorum. 383
  6. De operationibus p. & m. secundum com-  
munem vsum. 384
  7. De examine astimationum sumptarum  
ex regula secunda & tertia secundi ca-  
pituli. 385
  8. De natura laterum paralleipedorum. ibid.
  9. Quomodo ex quacunque linea constituan-  
tur duo parallelepeda non maiora quarta  
parte cubi lineae propositae. ibid.
  10. Quomodo conueniant partes cum linea  
proposita in parallelepedo. 386
  11. Partes cubi quot & quae, & de necessita-  
te illarum, & quae incommensa. 387
  12. De modo demonstrandi geometricè esti-  
mationem cubi & numeri aqualium qua-  
dratis. 389
  13. De inuentione partium trinomij cubici  
quod cubum producit, cum duabus par-  
tibus tantum cubicis. 390



# Index Capitem.

14. De inuentione : generis aestimationis. 391
15. De inuentione partium rei per partes cubi. 392
16. Quod quadrimij ex radicibus cub. cubus ad tres partes, quarum due sint tantum R. cuba reducitur ad longè plures. 393.
17. Quot modis numerus possit produci ex non numero. *ibid.*
18. Quod ultima diuisio cubi non satisfacit capitulo proposito. 394
19. Quod ubi aestimatio satisfacit, quomodo diuidatur cubus, satisfacit, si non non. 396
20. Data linea quomodo quadrifariam diuidatur in duas partes, ut sit proportio unius ad productum totius in alteram data. *ibid.*
21. Demonstratio ostendens equationis necessitatem. 398
22. De contemplatione p. & m. & quod m. in m. facit m. & de causis horum iuxta veritatem. *ibid.*
23. De examine capituli cubi, & numeri equalium rebus. 400
24. Demonstratio ostendens quod caput nulum prater inuenta, generale sciri potest. 402
25. De examine tertia regula capituli 25. Artis magna. 403
26. De propositione cubi equalis quadratis, & numero ad cubum, cum numero equali quadratis. 404
27. De aestimatione data, ut inueniatur numerus equationis. 405
28. Quod in proposito capituli 26. peruenitur ad cubum, & res equalia numero. 406.
29. De comparatione capitulorum cubi & rerum equalium numero, & cubi & numeri equalium totidem rebus. 407
30. Qualis equalitas cuborum partium linea diuisa. *ibid.*
31. De aestimatione generali cubi equalis rebus, & numero solida vocata, & operationibus eius. 408
32. De comparatione duarum quantitatum proportionem partium. 409
33. De duplici ordine quatuor quantitatum homologarum eiusdem proportionis ad duas alias. *ibid.*
34. De triplici diuisione duarum quantitatum in mutuum reduplicatam. *ibid.*
35. De sex proportionibus mutuis reduplicatis, quae oriuntur ex additione unius quantitatis ad unam aliam & duabus inutilibus. 410
36. De diuidendis duabus lineis equalibus secundum proportionem mutuum reduplicatam datam. 411
37. De sex comparationibus quatuor quantitatem reduplicatam proportionis. *ibid.*
38. De confusa quantitatum mutuarum in proportionem reduplicatam comparatione. 412
39. De diuidendis duabus lineis notis secundum proportionem mutuum reduplicatam iuxta partes datas. *ibid.*
40. De tribus necessariis quae praetermittere oportet ad inuentionem. 415
41. De difficillimo problemate, quod facillimum videtur. 418
42. De duplici equatione comparanda in capitulo cubi & numeri equalium rebus. 419
43. De comparatione numeri equationis ad partes numeri rerum. 420
44. Quomodo diuidatur data linea secundum proportionem habentem medium, & duo exerema in corporibus. *ibid.*
45. Quomodo partes diuise lineae corporibus & quadrati inuicem comparentur. *ibid.*
46. Quomodo proposito rectangula & cubis laterum eius habeamus totum cubum. 421
47. Quod diuisa superficies seu latera habet maiora latera totius. 422
48. De quadratorum quantitate & mutuis corporibus cognitis. *ibid.*
49. De quibusdam equationibus & modis extra ordinem. 423
50. De solidis radicibus & earum tractatione. *ibid.*
51. Regula quaedam specialis atque item modus tractationis subtilis. 424
52. De modo omnium operationum in quantitibus medio modo notis. 425
53. De diligenti consideratione quorundam superius dictorum. *ibid.*
54. De perpetua additione quantitatum. 426
55. Quaestio generalissima, per quam ex tribus conditionibus vniuersalibus ad unam deuenimus quantitatem specialem, & est admirabilis. 427
56. De duabus quaestionibus pulchris sed impertinentibus. 428
57. De tractatione aestimationis generalis capituli cubi equalis rebus & numero. 430
58. De communi quantitate duabus incommensuris, quot modis dicatur. 431
59. De ordine & exemplis in Binomij secundo & quinto. *ibid.*
60. Demonstratio generalis capituli cubi equalis rebus & numero. 432



# Index Capitem.

---

## VII.

Sermo de plus & minus.

à fol. 435. ad fol. 439

---

## VIII.

Encomium Geometriæ.

à fol. 440. ad fol. 445

---

## IX.

Exæreton Mathematicorum.

à fol. 446. ad fol. 603

---

## X.

Operatione della linea.

à fol. 602. ad fol. 620

---

## XI.

Della natura de Principij & regole musicali. à fol. 621. ad finem  
huius Tomi.



HIERONY









HIERONYMI  
CARDANI,  
DE NUMERORVM  
PROPRIETATIBVS  
LIBER VNICVS.

CAPVT PRIMVM.  
DE PROPRIETATIBVS VNIVS NUMERI  
& Secundi. Primò, De his quæ ab Euclide describuntur  
in Septimo & Octauo & Nono Libro  
suorum Elementorum.

**N**UMERORVM alij dicuntur primi qui à nullis aliis numerantur vt 7 & 43. alij compositi vt 10 quia ab aliis numerantur vt à 2 & 5 nam ducto 2 in 5 fit 10. Hoc autem in tractatu de integris declaratum est. Compositorum quidam superficiales vocantur qui à duobus producuntur vt 10 à 2 & 5 & 36 à 18 & 2 vel à 3 & 12 vel à 4 & 9. alij solidi cum componuntur ex tribus vt idem 36 cum componitur ex 6. & 3. & 2. nam ducto 3 in 6 fit 18. & ducto 8. in 2 fit 36. Igitur omnis solidus potest esse superficialis non autem omnis superficialis solidus. Nam 10 nullo modo potest dici solidus. Quidam vero numeri ex pluribus quam quatuor componuntur vt 120. ex 5. 4. 3. 2. Sed hoc non considerat Euclides quia in continuis nihil est ultra corpus & hoc non intelligitur habere plusquam tres demonstrationes. Ideo finis Euclidis est in numeris ad solidos velut in continuis ad corpora. Superficialiũ & solidorum quidam ex æqualibus numeris constant & vocantur Quadrati. Si sint superficiales aut cubi si sint solidi 4 igitur est Quadratus: constat enim ex 2 in 2 & 9 est

Tom. IV.

quadratus: constat enim ex 3 & 3 & 36 vt constat ex 6 in 6 est etiam quadratus, vt verò constat ex 3 in 12 est contentus sub genere communi, id est vocabitur superficialis. Et ita 5 est cubus constans ex 2 & 2 & 2. & 27, cubus ex 3 & 3 & 3, constans & 64 cubus, ex 4 & 4 & 4, vt verò constat ex 24. 8. non est cubus sed solidi nomine tantum nuncupatur, vt verò constat ex 32 & 2 dicitur superficialis, vt verò constat ex multiplicatione 8 in 8 dicitur quadratus. Item igitur numerus quandoque potest dici cubus & quadratus & solidus purus & superficialis purus: numeri vero æquales producentes solidos cubos vocantur latera cubica seu radices cubicæ. Et producentes quadratos superficiales latera vel radices quadratæ.

Osiander vero conatus est omnes numerorum species ad Euclidis ordinem reducere & pro illo intelligere decet primum statui latus secundum quadratum, tertium cubum, quartum quadratum superficiale,

5	1	Vnitas.
P	2	Latus.
2	4	Quadratus.
3	8	Cubus.
4	16	Quadratus superficialis.
5	32	Superficialis oblongus.
6	64	Cubus Quadrati.
7	128	Solidus oblongus.

A id est



8	256.	Quadratus.	2 <sup>9</sup>
9	512.	Cubus	2 <sup>5</sup>
10	1024.	Quadratus Superficialis	2 <sup>8</sup>
11	2048.	Superficialis Oblongus	2 <sup>5</sup>
12	4096.	Cubus Quadrati	2 <sup>5</sup>
13	8192.	Solidus Oblongus	2 <sup>5</sup>
14	16384.	Quadratus	3 <sup>5</sup>
15	32768.	Cubus	3 <sup>5</sup>
16	65536.	Quadratus Superfic.	3 <sup>5</sup>
17	131072.	Superfic. Oblongus	3 <sup>5</sup>
18	262144.	Cubus Quadrati	3 <sup>5</sup>
19	524288.	Solidus Oblongus	3 <sup>5</sup>

id est qui etiam inæqualibus componitur: nam primus quadratus est purus si sit latus eius numerus, quintum superficiale oblongum, sextum cubum Quadrati, septimam solidum oblongum, & post hos septem recurrunt alij sex eodem ordine vsque ad trigesimum, & post rursus alij sex eodem ordine vsque ad decimum nonum, & sic in infinitum vt in figura. Qui ergo locantur in secundo ordine vocantur secundi qui in tertio autem vocantur tertij vt cubus tertius & cubus quadratus tertius, id est ante quem versus vnitatem sunt duo alij eiusdem generis Cubus autem quadratus est cubus alicuius numeri semper quadrati aut quadratus alicuius cubi. Sed superficialis oblongus est qui est ante cubum quadrati proximus: & solidus oblongus qui subsequitur, & non seruant ordinem vt possint esse Relati primi vel secundi: quia 2048 non est relatum alicuius numeri, sed 1024 qui est ante eum. Oportet igitur in hoc seruare regulas positas in tertio & quarto libro seu in libris de numeris irrationalibus & denominationibus. Hæc tamē regula deseruit vltra id quod vidisti ad quatuor & quinque ad multiplicationem. Nam in ea adde numeros inuicem ordinis & coniunctus est numerus producti Exemplum volo ducere solidum oblongum in quadratum superficiale, addo 7 & 4 numeros ordinis illorum fit 11 numerus superficialis oblongus secundus, ostendit autem hoc quod si ducas 128 in 16 fit 2048. In Diuisione vero sufficit detrahre numerum diuisoris à diuidendo & relictus est numerus prodeuntis. Exemplum volo diuidere cubum quadrati tertium per solidum oblongum secundum detraho 13 & 18 relinquitur 5 numerus superficialis oblongi. Et sic etiam diuiso 262144 per 8192 exit 32. In inuentione autem lateris & est tertia vtilitas cuius ordinis pro quadrato deinde per 2 pro cubo per 3 pro cubo quadrati per 6 numerum ordinis & exhibit numerus ordinis lateris. Exemplum volo latera quadrata cubica, & cubica quadrata cubi quadrati secundi eius numerus est 12 diuido per 2, per 3, & per 6 exeunt 6. pro latere quadrato, & 4 pro cubico, & 2 pro cubico quadrato igitur latus quadratum eius est cubus quadrati primus & latus cubicum est quadratus superficialis primus & latus quadratum cubicum est quadratus primus qui est indirecto 2 prodeuntis. Et sic latus quadratum 4096 est 64 etiam & cubicum est 16 & quadratum cubicum 4. Quarta vtilitas est quod

per hoc hoc possum scire qualis naturæ sit quilibet numerus habito ordine, nam si maior sit senario talis. Diuido per 6 & si nihil remanet est cubus quadrati. Si remanet 1. solidus est oblongus, si 2. quadratus, si 3. cubus, si 4. quadratus superficialis, si 5. superficialis oblongus, si 6. vero & nos addimus 11 cuius ille non meminit in sua exempla & est quod possum scire quot quadrata præcesserint, vel cubi quadrati. In quadratis proueniens per 2 ostendit facta diuisione quadrata & per 3 cubos, per 6 cubos quadratos, exemplum volo scire 4. 5. numerum in ordine qualis sit & quot illum præcedant numeri quadrati cubi & quadrati cubi. Diuido eum per 6. & relinquitur 3. igitur ipse est cubus & quia ex tali diuisione prouenit 7. ante eum septem quadrati cubici erunt. Diuido etiam per 3. exit 15. & decimus quintus numerus est eius latus cubicum & ipse etiam est quintus decimus cubus eius ordinis numerorum diuido etiam 45. per 2 & exeunt 22 & tot præcesserunt numeri quadrati posito latere numero primo.

Compositi igitur numeri aut æquales 3 sunt suis numeratoribus vnitatem computata & vocantur, perfecti vt 6. qui est æqualis 3. 2. 1. pariter acceptis à quibus numerantur & 18 qui est æqualis 14. 7. 4. 2. 1. numeratoribus suis. Quorum vero numeratores iuncti maiorem faciunt numerum ipso numerato: eorum nomen est superabundans seu abundans, vt 12 quia 6. 4. & 3 & 2 & 1 numeratur qui faciunt 16 maiorem 12. Si vero minor sit qui conficitur ex numeratoribus ipso numerato dicitur numerus ille diminutus, vt 10 qui numerantur à 5 & 2 & 1 qui iuncti faciunt 8 minorem ipso 10.

Omnis numerus numeratus ab abundanti vel perfecto est abundans, vt 12 & 56. nam si 6. est perfectus igitur æquatur partibus suis, quare cum ille numeret numerum numeratum a. b.: secundum eum numerum secundum quem numerabant 6. ductum in illum secundum quem 6 numerat suum multiplicem: & ideo quilibet illorum est eadem pars producti qualis est prior numerus numeri perfecti: sequitur vt ex illis solis deficiat quartum multiplex ab vnitatem. Sed ei superadduntur multiplex & numerus perfectus loco eius, & etiam ipsæ partes

6	7	42
3.	2.	1.
	21.	14.
		3. 2. 1.
		7
		6.
		54.

Igitur abundat exemplum capio 42 qui producit ex 7 in 6 numerum perfectum igitur sicut 3 & 2 faciunt  $\frac{5}{6}$  de 6 ita ducto 3 & 2 in 1, sunt 21 & 14, qui sunt  $\frac{5}{6}$  de 42 deinde superest ad complendum  $\frac{1}{6}$  de 42 minus vnitatem, sed  $\frac{1}{6}$  de 42 est 7. ex supposito, igitur cum 7. iam & ipse numeret: ipsæ partes iam æquantur 42, sed cum hoc superest ipse numerus perfectus cum suis numeratoribus igitur 42 est abundans.

Corollarium



# De Propr.vnius numeri & secundi. 3

Corollarium ex hoc patet quod quilibet numerus numeratus à numero perfecto secundum aliquem numerum primum abundat in duplo numeri perfecti ipsius secundum numeratores ab ipso numerato, vbi talis numerus primus non fit ex numeratoribus numeri perfecti. Exemplum 30 numeratur à 6 perfecto per 5 numerum primum qui non numerat 6 dico quod partes numerantes ipsum efficiunt 42. Id est duplum numeri perfecti plus ipso numero numerato & ita 140 qui producit ex 28 perfecto in 5 primum non numerantem 28 perfectum numerabitur à partibus efficiantibus 196 quod est 56 plus numerato. Corollarium secundum sequitur etiam vt nullus numerus perfectus ab alio perfecto numero possit numerari. Nā qui numeraretur ex regula abundans esset non igitur perfectus, de composito autem demonstratio clara est.

- 5 Perfecti vero numeri creatio clara est vltima noni Elementorum Euclidis sume quotlibet numeros ab vnitae in continua proportioneduplo sic vt aggregatum illorum

1	
2	1
4	7—28. 2
	4
	8
	16—31—496.

faciat numerum primum. Tunc vltimus illorum in aggregatum ductus producit perfectum velut in exemplis vides, nam 7. aggregatum primi exempli est numerus primus, ideo ductus in 4 producit 28 perfectum & in secundo exemplo 31 est numerus primus & est aggregatum 1.2.4.8.16. ideo ducto 31 in 16 maximum ex his producit 496 perfectus numerus. Corollarium ex hoc sequitur quod maximi numeri in proportionedupla cum terminetur in 2 vel 4 vel 6 vel 8 vel nunquam inuacuam notam, id est in o ceterum cum maximus in 2 aggregatum terminatur in 3 cum autem in 4 terminatur maximus numerus, aggregatum terminatur in 7. cum autem in 6 terminatur maximus numerus, aggregatum terminatur in 1. & cum maximus numerus terminatur in 8 ag-

2. 4. 6. 8.
3. 7. 1. 5.
6. 8. 6.

gregatum terminatur in 5, sed terminatorium in 5 nullus potest esse primus nisi 5 vt 15 & 25, nam numerantur a. 5. igitur omnes perfecti producantur ex numeris terminatis in 3 & 2 vel in 6 & 1 vel in 4 & 7, sed ex 2 in 3 & ex 6 in 1 fit 6 & ex 4 in 7 fit 8 igitur omnes numeri perfecti necessario terminantur in 6 vel 8 & procedunt alternando semper, item ferme vnus inuenitur in singulis productis à 10. seu inter numeros continuè proportionales in proportionedecupla, vt inter 1. & 10 inuenitur 6 inter 10 & 100. habemus 28. inter 100 & 1000 est 496 inter 1000 & 10000 habemus 8128. Sed quia regula hæc non est omnino generalis, ideo est parui momenti.

- 6 Omnis numerus ex serie aliqua continue

Tom. IV.

proportionalium ab vnitae, cuius proximus ab vnitae primus fuerit est numerus diminutus. Et partes illi numerantes sic habentur detrahe vnitatem à proximo, & etiam à numero proposito & diuide residuum maius per minus quod exit est aggregatum partium numerantium. Exemplum fit 2187 ex serie

1	2
3	2
9	
27	2186
81	2
243	1093
729	
2187	

constitutorum in tripla proportioned ab vnitae, & quia proximus ab vnitae est 3 numerus primus dico 2187. esse diminutum. Vt autem scias numeros à quibus numerantur detrahe. 1. ex 3 fit 2 detrahe. 1. ex 2187 fit 2186. diuide 2186 per 2 exit 1093 & omnes numeri numerantes 2187 iuncti faciunt 1093.

Omnis numerus productus ex duobus numeris primis est diminutus vel perfectus & numerantes ipsi sunt aggregati ex duobus primis addita vnitae velut. 35. producit ex 7 & 5 numeris primis ideo 35 sunt iuncti 13, id est vnitae plus aggregato illorum duorum productio, declaratum enim est in tractatu de integris quod numeri primi sunt inuicem primi.

Cum aliquis numerus producit ex 8 duobus numeris ad inuicem primis altero primo altero composito. Tunc aggregatum numerorum numerantium numerum productum constat ex producto numerantium compositum, in 1 p. numero primo, addito ipso numero composito, exemplum 60 producit ex 5 & 12 inuicem primis & 5 est primus & 12 compositus, volo scire aggregatum numeratum 60.

quæro aggregatum numerantium 12 vt docebo, nunc & est 16 duco igitur 16 in 1 p. quam fit 5 fit 96. nam p. de 5 est 6 ad 96 ipsum 12 fit 108 aggregatum numerorum numerantium 60. & similiter volo numeros numerantes. 12. ipse producit ex 3 & 4 inuicem primis quorum 3 est primus & 4 est compositus. Igitur ex sexta regula aggregatum numerantium 4 est 3 nam 4 numeratur à 2 & 1 addi igitur 1. ad primum 3 fit 4 duco in 3 aggregatum numerantium 4 fit 12 addo compositum numeratorem fit 16 aggregatum numerantium 12 quod est propositum.

Cum vero aliquis numerus producit ex 9 duobus numeris quorum vnus aliū numerat & est primus tunc sciemus aggregatum numerantium productum ducto numero primo producente in aggregatum numerantium compositum & addendo omnes numeros numerantes compositi qui non numero à primo.

A 2

Exem



Exemplum volo numeros numerantes 200 hic non potest diuidi sub Ratione præcedentis regulæ. Nam si diuiditur per 25 & 8 quamuis si sint inuicem primi, vterque tamen eorum est compositus. Ideo assumo 5

200	
40	5
50	250
	8
	4
	2
	1
	265

& 40. & quia 5 numerat 40 quæro primo per præcedentem regulam aggregatum numerorum numerantium 40 quod inuenio esse 50 duco in 5 fit 250, huic addo omnes numeros numerantes 40 qui non numerantur a 5 & sunt 8. 4. 2. & 1. qui iuncti faciunt 15 addito igitur 15 ad 250 fit 265 aggregatum numerorum numerantium 200. vt patet. Corollarium ex hoc patet modus proposito quouis numero sciendi à quot numeris numeratur. Id est sciendi aggregatum numerantium illum. Nam ex libro de integris scies primo an sit primus vel non. Deinde si compositus quis sit maximus numerans illum ex primis quo inuenio si numerat illum secundum alium numerum primum, vt 341 qui producit ex 11 in 31 scis aggregatum per septimam regulam. Si vero numerat secundum compositum numerum, at non numerat ab eo, vt 280 cum producat ex 7 in 40 vel ex 5. in 36 scis aggregatum per octauam regulam. Nam aggregatum de 40 est 50 igitur aggregatum de 250 est 440. Si vero numerat secundum numerum ab eo numeratum habes aggregatum per hanc regulam. Horum autem trium vnum euenire necesse est dicente Euclide omnis numerus vel est primus vel ab aliquo primo numeratur.

- 10 Compositi numeri similes dicuntur cum producentes illos in eadem Ratione fuerint: superficiales si à duobus, solidi si à tribus. Velut 6 producit ex 2 & 3, qui sunt dimidium 4 & 6 producentium 24 igitur 6 & 24 dicuntur superficiales similes eadem ratione

24 & 3000. sunt solidi similes, quia latera 24 sunt quinta pars referendo singula singulis laterum 3000	6---2---3 24---4---6 24. 2. 3. 4. 3000. 10. 15. 20.
---	--

& sunt tria vtrunque vt vides. Et nota quod 2 & 8 sunt superficiales similes quia latera 2 sunt 2 & 1 & latera 8 sunt 4 & 2, & ratio laterum est vtrunque dupla & similiter 2 & 16 sunt solidi similes, nam latera 2 sunt 2. 1. 1. & latera 16. sunt 4. 2. 2. & proportio vtrunque dupla.

- 11 Quilibet numeri similes superficiales sunt in proportionem duorum quadratorum: & etiam conuerso modo qui sunt in proportionem duorum quadratorum similes sunt. Et similiter quilibet similes numeri solidi sunt in proportionem cuborum: & etiam conuerso modo qui sunt in proportionem cuborum sunt similes. Exemplum habes in

superficialibus proportio 24 ad 6. est vt 4 ad 1 quadrati ad quadratum. Et proportio 3000 ad 24 est vt 125 cubi ad 1. Cubum Corollarium ex hoc patet quod diuiso superficiali per superficalem similem exit numerus quadratus: & diuiso solido per solidum similem exit cubus: & etiam conuerso modo. Vt si ex diuisione duorum numerorum proueniat quadratus superficiales sunt similes: si autem cubus solidi similes erunt exemplum habes in regula. Corollarium 2. ex hoc cognoscuntur numeri quilibet an sint superficiales, an solidi similes diuidendo maiorem per minorem vel minorem per maiorem. Quamquam enim proueniat fractus tamen videatur quod dictum est, sed non ad intentionem Euclidis: Verum Euclides posuit hanc regulam: sed sub aliis verbis.

Cum diuisi sint duo numeri superficiales 12 aut solidi similes per eundem numerum & ex diuisione superficialis vnus prouenerit quadratus vel ex diuisione solidi cubus: erit quod prouenit ex diuisione alterius superficialis quadratus vel solidi etiam cubus. Exemplum diuidantur 24 & 6 per 6 & proueniant 4 & 1 dico quod si 4 est quadratus 1. etiam est quadratus. Et si diuisis 24 & 3000 per 3 exeunt 8 & 1000 quod si 8 est cubus etiam 1000 est cubus & sic Euclides omnes numeros fractos deuinit. Ideo 54 & 16 sunt solidi similes quod patet facta diuisione per 2. & si dicas 16 diuisas per 16 producit cubum: & 54 diuisus per 16 non producit cubum? Respondeo quod prouenit cubus, sed non integer. Euclides autem supponit quod ex vtriusque diuisione integer numerus proueniat.

Omnes duo superficiales similes numeri 13 inuicem ducti quadratum producant. Et omnes duo numeri producentes quadratum sunt superficiales similes. Exemplum 6 in 24 producit quadratum 144 & si ex 2 in 72 producit 144 quadratus 2 & 72 necessariò sunt superficiales similes. Hæc autem regula in solidis comparatis ad cubos vera non est. Corollarium diuiso igitur quadrato numero per alium quempiam producetur illi similis vt diuiso 81 per 3. exit 27. & sicut 3 producit ex 3 in 1 sic 27 ex 9 in 3 est autem laterum ratio tripla.

Proportio superficialium similium est vt 14 laterum duplicata: solidorum autem triplicata velut proportio 24 ad 6 est quadrupla & laterum dupla & proportio 150 ad 6 est vt laterum duplicata, nam laterum proportio est quintupla superficialium autem ipsorum viginti quincupla. Nam quin-

25 (150---15---15) 5 6---3---2) 5
--------------------------------------

tupla in se ducta viginti quincuplam producit, vt in tractatu de proportionibus ostendimus. Et similiter in cubis & solidis proportio 27 ad 8 est, vt 3 ad 2 triplicata & 3000 ad 24 vt 10 ad 2 vel 15 ad 3 vel 20 ad 4 triplicata. Et hoc est quoniam proportio laterum est quincupla & solidorum centum viginti quincupla.

Inter



# De Propr.vnius numeri & secundi. 5

15 Inter quoslibet duos superficiales similes vnus cadit medius proportionalis. Et si cadit sunt superficiales similes. Et inter quoslibet duos solidos similes cadunt duo numeri in continua proportione : & si cadunt sunt solidi similes. Exemplum superficialium, inter 72 & 2 cadit 12 inter 6. & 24 etiam cadit. 12. inter 24 & 3000. cadunt 120 & 600, vt vides à latere. Et ita si 12 cadit medius inter 24 & 6. erunt

24.	12.	6.
24.	120.	600.
24.	120.	600.
24.	120.	600.

24 & 6 similes superficiales. Et si inter 24 & 3000 cadunt 120 & 600 in continua proportione erunt 24 & 3000, solidi numeri & similes. Corolarius & medius inter superficiales est latus producti vnus in alterum, vt medius inter 6 & 24 est 12 latus 14. 4 producti 6 in 24. in solidis autem nunc dicam.

16 Cum fuerint duo solidi similes ex ductu cuiuslibet illorum in quadratum alterius producit cubus. Et si cubus producat ex ductu vnus in quadratura alterius erunt solidi, hi similes & radices horum cuborum sunt illi duo numeri medij proportionales de quibus in præcedente regula diximus. Et hæc regula non est Euclidis, sed eam addidimus propter similitudinem. Exemplum igitur sint vt dictum est 16 & 54 solidi si-

16.	54.
256.	2916.
13824.	46656.
24.	36.

miles & fiant quadrata illorum 256. & 2916 & ducantur hæc in solidos mutuo, id est 256 in 54 & 2916 in 16 & producat 13824 & 46656. dico quod hi sunt cubi. Et eorum radices cubicæ quæ sunt 24 & 36 sunt medix in continua proportione inter 16 & 54, & hæc regula 13. regulæ respondet.

17 Si duo numeri similes solidi superficialēve per eundem numerum producantur aut diuidantur qui prodibunt erunt similes eodē modo, id est ex superficialibus superficiales, ex solidis solidi. Hæc ab Euclide non ponitur, sed tamen pender vt diuiso 3000 & 24 per 4 exeunt 750, & 6 solidi similes ducto etiam 4 in 3000 & 24 producantur 12000 & 96 solidi similes. Sic diuisis 24 & 150 su-

Solidi.	
3000	24
750	6
12000	96
Superficiales.	
24	150
12	75
48	300

perficialibus similibus per 2. prodeunt 12 & Tom. IV.

75 superficiales similes & ducto. 2. in 24 & 150 producantur eadem ratione 48 & 300 similes superficiales.

Omnes duo numeri similes vni alij eadem ratione inter se similes erunt, seu superficiales, seu solidi velut 6 & 96 sunt ambo similes 24 vt superficiales, igitur etiam inter se similes erunt superficiales, & 192 & 3000 sunt similes ambo ad 24, vt solidus est igitur & ipsi inter similes erunt solidi. Hanc etiam Euclides non demonstrauit.

Numeri omnes similes superficiales solidi-ve nisi fuerint quadrati vel cubi sunt inuicē compositi. Nam si vnus alium numerat compositi sunt per Euclidem. Si non superficiales sunt in proportione duorum quadratorum per 11. regulam à quibus secundum vnum numerum numerantur. Numerus igitur ille ambos numerat igitur sunt inuicē compositi patet hoc ex dictis ibi & in 12. regula, nam 75 & 12 sunt tripli 4 & 25 quadratorum, & 750 & 6 sunt sexcupli ad cubos igitur ambo numerantur a. 6. ideo sunt inuicem compositi vel aliter quia Euclides demonstrat, quod quatuor numeri primi non possunt esse proportionales, igitur duo sunt compositi saltē & ideo numerantur à primis eiusdē proportionis.

Duobus numeris contra se primis tertius non potest in continua illorum proportione constitui, vt cum 5 & 7. nec cum 5 & 12. nec cum 4 & 9. in medio tamen potest.

Omnis numerus numerans totum & detractum numerat residuum, vt 3 numerat 105 & 21 igitur numerabit etiam 84.

Par numerus cum in duos diuiditur ambo sunt similes in hoc, id est vterque par est vel vterque impar. Impar vero cum diuiditur in duos diuiditur dissimiles in imparem & parem. Vt 10 quia est par cum diuiditur in 7 & 3 diuiditur in duos impares: cumque in 6 & 4 in duos pares, sed 9 cum diuiditur in 7 & 2. vnus est par alter impar: Par tres habet species pariter parem & est qui à solo binario, vt numero primo diuidi potest, & est ex serie continue proportionalium in proportione dupla, vt 2. 4. 8. pariter impar cuius dimidium est impar, vt 10 & 50. impariter par cuius dimidium est par: sed non licet diuidendo vsquē ad vnitatem descendere, vt 12 & 28.

Adiacent huic sumptæ etiam ex Euclide consimiles quædam regulæ. Et est quod producti ex primis numeris sunt primi ad omnes exceptis producentibus, & his quos numerat vt 35 productus ex 7 & 5 est primus ad omnes numeros quos nec 5 nec 7 numerant.

Omnis numerus minimus numeratus ab aliquot numeris primis numerat omnes numeros ab eisdem numeratos. Exemplum 105 numeratus à 7. 5. 3. numerat 210. & 315. quos illi numerant. Et hoc quia 105 est minimus ab illis numeratus.

Omnes numeri inuicem primi, sunt in sua proportione minimi, vt 35. & 52. & 5. & 7.

Numeri compositi inuicem non sunt in sua proportione minimi: sed à minimis suæ proportionis numerant. Vt 140. 100. 36. 24. compositi inuicem, quia 4. omnes eos numerat numerantur æqualiter à 35. 25. 9. 6. minimis suæ proportionis.

A 3 Omnes

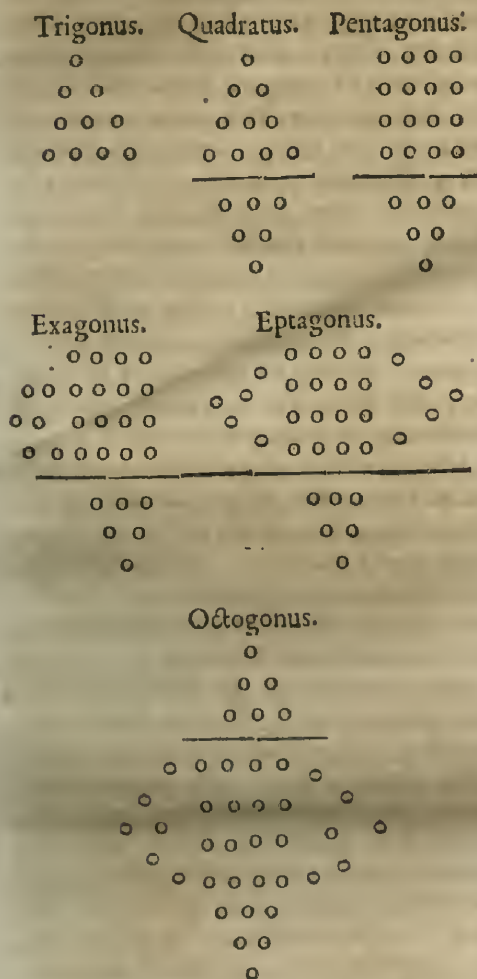






# De Propr.vnius numeri & secundi. 7

Ratio igitur satis manifesta est in omnibus quomodo creari debeant. Et quomodo vnusquisque ex præcedentibus oriatur sic constat, ex hoc exemplo.



Numeri circulares etiam dici possunt omnes, qui a. 0. vel 1. vel 5. vel 6. producuntur. Nam in idē redeant vt 5 in 5 facit 25. 11 in 12 facit 121 & 6 in 6 facit 36 & 10 in 10 facit 100 igitur 25. 36. 100. & 121. circulares possunt dici eo quod terminantur suis producentibus. Et eodem modo cubi ex his producti vt 125 & 216 & 1000 & 1331. Spharici horum tamen Boëtius non meminit, quoniam ad Figuram non pertinent: ergo vere circulares à serie numerorum communis ab vnitae proportionalium prodeunt, vt 1. 3. 9. 27. vel 1. 4. 16. 64. erunt igitur circulares qui ex his fiunt, in prima serie igitur 4. 13. 40. in secunda autem 5. 21. 85. forma vero hæc primorum, facile autem erit diuisis circulis secundum proportionem Figuram ostendere quæ quanto pluribus constabit numeris sic perfectior euadet.



Habet etiam Boëtius solidos suos quos nos corporeos, vt ab his differant qui ab Euclide describuntur vocabimus ex his primi Pyramidales constant ex numeris trigonis ab vnitae computatis, vt sic à latere vides, Figura autem cum corporea sit in plano minime referri potest.

Trigonorum series 1. 3. 6. 10. 15.  
Pyramidales 4. 10. 20. 35.

Fiunt & Pyramides quadratarum & pentagonarum basium ex numeris quadratis pentagonis & exagonis ab vnitae dispositis inde collectis omnibus ab vnitae vt in superficialibus. Habet autem quodlibet cor-

Quadr. 1. 4. 9. 16.  
Pyram. 5. 14. 30.  
Pentag. 1. 5. 12. 22.  
Pyram. 6. 18. 40.  
Exag. 1. 6. 15. 28.  
Pyram. 3. 22. 50.

pus ex his efformatum totidem superficies quotus est numerus primus pyramidalis. Vt Quadrata pyramis quinque pentagona sex, è quibus vna quæ est basis constat tot lateribus quotus est numerus superficialis primus, vt quadrata pyramis quatuor pentagona quinque cætera omnes superficies quæ in contrarium tendunt trigonæ sunt.

Curtae autem pyramides dicuntur cum à perfecta pyramide abiicit prima vnitae, aut si vnitae & primus superficialis detrahantur sic 9 & 19, sunt curtae pyramides trigonæ. Sic 13 & 29 curtae pyramides quadratæ. Sic etiam 53 est pyramis exagona curta & in vniuersum cum pyramis eiusdem generis à pyramide aufertur, Curta pyramis, velut etiam in corporibus relinquitur.

Corporei autem numeri constantes sex superficiebus quadrilateris quatuor sunt generum cubi qui ex numero in suum quadratum producuntur, vt 8 ex 2 in 4 & 27 ex 3 in 9. & 125 ex 5 in 25. Bomisci qui ex tribus inæqualibus, vt cum 30 ex 3 & 2. produci intelligitur. Oportet autem illos esse vt hi sunt inuicem primos. Asseres quod ex aliquo quadrato in numerum latere suo maiorem fiunt, vt 80 ex 5 in 16. est autem 5 maior radice 16. Laterculi cum producuntur ex quadrato in numerum eius radice minorem, vt 48 ex 3. in 16.

Cum vero superficialis numerus producit à duobus numeris sola vnitae differentibus dicitur altera parte longior vt 10 ex 5 & 4, cum vero à duobus plusquam vnitae differentibus dicitur ante longior, vt 20 cum produci intelligitur ex 10 & 2.

De Proprietatibus vnus numeri, vel singularium alicuius speciei.

Vnitatis hoc est primum priuilegium, nam in vnoquoque perfectorum numerorum genere collocatur. Est enim quadrata cubus, quadrata quadrati ac si deinceps. Item pentagona, exagona, atque sic deinceps. Rursus Pyramis circularis, & spharica. Verum laterculus aut Bomiscus aut curta pyramis non est: hæc enim imperfecta gerit & contra rationem lateris quadrati cubici relati omniumque perfectarum denominationum. Secundum est quod nec multiplicando auget, nec diuidendo minuit. Tertium quod si detrahatur vel addatur cuiusque numero, diuiso maiore per minorem, qui exit tantum facit ductus per maiorem quantum illi additus, vt si ad 4 addam vnitatem fit 5 diuiso 5

A 4 per



per 4 exit  $1\frac{1}{4}$  sic additus ad 5 vel multiplicatus per 5 facit  $6\frac{1}{4}$ . Quartum est quod si numero addatur vnitas aut detrahatur diuidaturque minor per maiorem proueniens tantum facit detractus à minore quantum per illum multiplicatus. Vt in exemplo diuidendo 4 per 5 exit  $\frac{4}{5}$  hic ductus in 4 vel detractus à 4 producit semper  $3\frac{1}{5}$ . Quintum est quod si numero addatur vnitas, vel detrahatur, tantum fit diuiso quadrato maioris per minorem, quantum diuiso maiore per eundem minorem & prouentu ipsi maiori addito, vt in 4 & 5 diuido 25 quadratum 5 per 4 exit  $6\frac{1}{4}$  & tantum fit diuidendo 5 per 4 & exit  $1\frac{1}{4}$ , & addito ei ipso maiore, scilicet 5 nam fit  $6\frac{1}{4}$ . Sextum est quod in eisdem tantum fit diuiso quadrato minoris per maiorem quantum si à minore detrahat quod prouenit diuiso minore per maiorem. Vt diuiso 16 quadrato 4 per 5 exit  $3\frac{1}{5}$  & tantum fit detrahendo  $\frac{4}{5}$ , qui prouenit ex diuisione 4 per 5 ab ipso 4. Septimum est quod ipsa vnitas omnibus suis radicibus seu lateribus æqualis est. Octauum quod si latus est vnitas, ipsum æquatur singulis suis productis vt quadrato suo vel cubo. Nonum ex hoc sequitur, & est quod producta omnia lateribus æqualia sunt, tamen etiam inter se vt cubus quadrato & cubus lateri quadrato & latus cubicum lateri quadrato & sic de aliis. Decimum quod quisque duo numeri vnitatem producant, latera etiam illorum & quadrata & cubica & relata, & sic de aliis. Item quadrata illorum cubi & relata producant semper vnitatem. Vt si 4 &  $\frac{1}{4}$  producant vnitatem 2 &  $\frac{1}{2}$  eorum radices idem producant & 16 &  $\frac{1}{16}$  eodem modo. Et si 5 p. & 2 & 5 m. & 2 producant vnitatem. Igitur radices quadrata horum, vel cubica, vel relata, vel quadrata, vel cubi horum vnitatem inuicem ducta producant. Vndecimum omnis etiam numerus ea maior diuidendo minuit multiplicando auget. Et omnis ea minor, diuidendo auget & multiplicando minuit, vt si diuidas 5 per 1 exit 15, & si multiplices 5 per  $\frac{1}{5}$  exit  $1\frac{1}{5}$ . Duodecimum ipsa supplet naturam cuiuscunque numeri in denominationibus, sic vt non indigeamus inuenta æquatione, altera operatione vt videbitur in arte magna: nam si posueris 2 105 ab initio. oportebit postmodum duplicare æstimationem inuentam. Tertiumdecimum est cum duo numeri vnitatem differunt ipsi necessario sunt inuicem primi, vt 4 & 5. Quartumdecimum cum fuerint quotlibet numeri ab vnitatem proportionales in integris, tertius erit quadratus secundi, & quartus cubus & sic deinceps. Reliquæ proprietates numerorum continuæ ab vnitatem proportionalium explicabunt in capitulo quarto. Quintumdecimum cum duo numeri æqualiter ab vnitatem disteterint productum vnus in aliorum æquale est ei quod fit ducta differentia minoris in se & ea ab vnitatem detracta. Vt  $\frac{1}{3}$  in  $1\frac{2}{3}$  producit  $\frac{1}{9}$  quod est tantum quantum si duceres  $\frac{2}{3}$  differentiam  $\frac{1}{3}$  ab vnitatem & produceret  $\frac{4}{9}$ , & hoc productum ab vnitatem detraheres. Multæ aliæ possent proprietates his addiquas breuitatis causa omitto.

Nouenarij proprietas triplex est, ipse enim 4<sup>1</sup> æquale superfluum relinquit, siue diuidat litterarum aggregatum seu significatum per illas. Velut capio 534 si diuidatur per 9 relinquitur 3. & tantundem relinquitur diuiso 12 aggregato 5 & 4 & 3, nam relinquitur 3. etiam eodem modo sequitur altera proprietas. Et est quod immutando litteras res redit ad idem, vt si capias 534 & 435 & 543 & 453 & 354 semper ex diuisione per 9 relinquitur 3. & ideo literæ omnes dispositæ seu notæ omnino nihil immutant. Tertia est quod addendo notas vacuas non quotquot volueris in diuisione semper idem relinquitur. Vt si diuiso 10 per 9 relinquitur 1 diuiso 100. & 1000 & 10000 per 9 relinquitur 1. & diuiso 23 per 9 extra relinquitur 5 ideo diuiso 230 & 2300 & 23000 & sic deinceps per 9 semper supererit 5

Denarij autem proprietas est quod semper 4<sup>2</sup> ad idem redit: nam vt dicebas in numerando 1. 2. 3. 4. sic 11. 12. 13. 14. & rursus 21. 22. 23. 24. & sic de aliis. Causam querit Aristoteles in problematibus, sed est difficile assignare eam. Nos tamen relinquimus eam ob prolixitatem orationis.

Nullus numerus integer addita radice aliquis generis potest remanere sub illo genere. Vnde nullus numerus quadratus addita radice quadrata potest esse numerus quadratus, nec vllus cubus addita radice seu latere cubico potest fieri cubus, nec vllus numerus relatus poterit addita radice relata esse numerus relatus. Vnde 6 non potest esse quadratus, quia componitur ex 4 quadrato, & 2 latere suo. Nec 10 potest esse cubus, componitur enim ex 8 cubo & latere suo & similiter 54 non potest esse relatus, componitur enim ex 32 relato & 2 latere eius. Hoc autem potest ostendi nam tale aggregatum, utpote 30 producitur ex 5. in 1. plus seipso, id est in 6. nam in se ductum producit quadratum suum, & in vnitatem seipsum igitur latus 30 est proportionale inter 6 & 5, quare non potest esse integer numerus. Quare nec fractus differentia in initio tractatus tertij. Nam ibi ostendimus quod numerus fractus integri radix esse non potest eodem modo in omnibus denominationibus vsque in infinitum, sequitur latus compositi esse minus numero radicis prioris addita vnitatem, & minus priore radice. In partibus autem numerorum potest esse, vt in 3. quæst. 10. cap. 1.

Omnis numerus cubus abiectis 6 relinquit 4<sup>4</sup> suam radicem, quæ si sit maior 6. oportet relinquere tantundem vel totiens 6, vt remaneat radix vel dic melius ab omni cubo si suam abiectis radicem numerus, qui relinquitur est multiplex. 6. vt capio. 8. abiecte 2 relinquitur. 6. qui per 6. potest diuidi. Et ex 27 abiecto 3 latere suo cubico, relinquitur 24. qui est plus ad 6. & detracto ex 1331 latere suo cubico 12 relinquitur 1320 qui est multiplex ad 6. nam ex 6. in 220 fit 1320. & sic de aliis.

Omnis numerus relatus abiecta sua radice 4<sup>5</sup> si sit relatus primus relinquit numerum multiplicem ad 10. vt ex 32 abiecto 2 relinquitur 30 ex 243 abiecto 3 relinquitur



# De Propr.vnius numeri & secundi. 9

tur 240 ex 16807 relato primo 7 abiecto 7 relinquitur 16800, & patet quod 30 & 240 & 16800 possunt diuidi per 10 & sunt illi multiplices.

46 Omnis numerus relatus secundus abiecta sua radice potest diuidi per 14 exemplum capio 128 relatum secundum 2 abiicio 2 relinquitur 126, qui est multiplex ad 14 nam 9 in 14 producit 126. item capio 2187 relatum secundum 3 & abiicio ipsum 3 relinquitur 2184 quod est multiplex ad 14, nam 14 in 156 ductum producit 2184. & eodem modo 78125 est relatum secundum de 5 abiecto 5 relinquitur 78120, qui potest diuidi per 14 nam ductu 14 in 5580 fit 78120.

47 Cum igitur in quadratis abiecta radice residuum per 2 possit diuidi in cubis per 6 in primis relatis per 10 in secundis relatis per 14 existimari oportet vna intrinseca denominatione abiecta radice, residuum diuidi per numerum qui ex priore diuidente & 4 iungatur. Sed tamen non sic est quia 512 est cubus cubi 2. abiecto 2 relinquitur 510, qui diuiditur a. 17. a. 10. & a. 3. & compositis, id est productis ex his semper igitur per 30 diuidi poterit. Nam per 17 non est nisi casu, vt 19683 est cubus cubi 3 abiecto 3 residuum quod est 19680 diuiditur per 30 & 40353607. cubus cubi 7 abiecto 7 diuidi potest per 30 & exit 1343120. Sed cubus quadrati & quadratus quadrati non gaudent nisi priuilegio quadrati, id est vt possint abiecta sua radice diuidi per 2 & sic de aliis paribus denominationibus à latere ipso initium numerandi sumendo.

De numeris ex 2. Elementorum Euclidis  
& 13. eiusdem.

48 Cum fuerit numerus in plures partes diuisus quod fit ex omnibus suis partibus in alium quempiam veletiam in se ipsum æquale est esse quod fit ex numero diuiso in eundem alium vel in seipsam velut diuido 10 & 5. 3 in 2 quos duco in 7. exempli gratia sunt 35. 21. 14. qui iuncti faciunt 70 & tantum fit ex 7 in 10 numerum qui diuiditur eodem modo fit si 10 ducatur in seipsam fit 100 & ex 10 in 5. 3. 2. fit 50. 30. 20. qui iuncti faciunt 100.

49 Cum fuerit numerus diuisus in duas partes: productum totius in vnam partem æquale est ductui eiusdem partis in se & in alteram iunctis simul. Vt si diuidam 10 in 7 & 3 productum 10 in 7 est 70, & hoc est æquale ductui 7 in se, & est 49. & 7 in 3 & est 21 iunctis.

50 Si numerus in duas partes diuidatur quadratum totius æquale est quadratis partium & duplo producti vnus in alteram iunctis. Vt capio 10 diuisum in 7 & 3 quadratum totius id est 10 est 100 & hoc æquatur 49 quadrato 7. 9. quadrato 3. & 42 duplo producti 7 in 3 simul iunctis. Nam 49. 9 & 42 iuncti faciunt 100.

51 Si numerus in duas partes inæquales diuidatur quadratum medietatis æquale est ductui vnus partis in altera cū quadrato differentie dimidij & vnus partis. Exemplum diuido 10

in 7 & 3 quadratum 5 dimidij 10 æquale est ductui 7 in 3 quod est 21 cum quadrato 2 quod est 4 est autem 2 differentia 7 partis vnus à 5 dimidio 10.

Et in eodem casu quadrata partium inæqualium iuncta sunt æqualia duplo quadrati dimidij & duplo quadrati eiusdem differentie. Exemplum quadrata 7 & 3 sunt 49 & 9 quæ iuncta faciunt 58 & hoc est æquale duplo 25 quadrati 5 & duplo 4 quadrati. 2. & 5 est dimidium 10 & 2 differentia & duplum 25 est 50 & duplum 4 est 8 qui iuncti faciunt 58.

Cumque aliquis numerus in Partes æquales diuiditur eique adiungitur alius numerus quod fit ex toto aggregato in additum cum quadrato dimidij æquale est quadrato aggregati ex dimidio & addito: Exemplum diuido 10 in 5 & 5 addo 3. fit 13 ductum in 3 facit 39 est autem 13 aggregatum & 3 additum addo ad 39. 25 quadratum dimidij fit 64 quadratum aggregati 5 dimidij & 3 additi.

Et in eodem casu quadratum aggregati cum quadrato additi iuncta, faciunt duplum aggregati quadratorum dimidij & aggregati ex dimidio & addito. Exemplum, quadratum 13 est 169 quadratum 3 est 9 quæ puncta faciunt 178 duplum aggregati ex 64 quadrato & 25 quadrato. 5. est autem 13 aggregatum numeri diuisi & additi & 3 additus numerus & 5. dimidium diuisi numeri, & 8 aggregatum ex dimidio quod est 5 & addito quod est 3.

Cumque fuerit numerus in duas partes diuisus quadratum totius cum quadrato alterius partis æquale est duplo eius quod fit ex toto in eandem partem cum quadrato alterius partis. Exemplum diuiso 10 in 7 & 3 quadratum 10 quod est 100 cum quadrato 3 quod est 9 æquatur duplo eius quod fit ex 10 toto in 3 eandem partem & est 60 cum quadrato 7 alterius partis quod est 49. nā ex 49 fit 60 fit 109 & ex 100 & 9 fit etiā 109.

Cumque dimiseris numerum in duas partes addiderisque toti vnum illarum partium quadratum aggregatum est æquale ductui prioris numeri in partem additam quater cum quadrato alterius partis. Exemplum diuiso 10 in 7 & 3 & addito 3 ad 10 fit 13 cuius quadratum est 169 & hoc æquale est quadruplo producti 10 in 3 quod est 120 cum quadrato 7 quod est 49.

Cum fuerit quantitas diuisa sic quod illud quod fit ex tota in minorem partem fit æquale quadrato maioris partis vt docebimus in 11 capitulo dicetur ea quantitas diuisa, secundum proportionem habentem medium & duo extrema. Id est quod talis proportio, est causa quod media sit proportionalis inter duo extrema est autem media maior pars: extremæ tota quantitas & minor, hanc igitur proportionem breuitatis causa sic nominabimus 5 p 5 m. exemplum si 6 diuidatur in 3. 45 m. 3 & 9 m. 45.

Si igitur toti sic diuisa maior portio addatur erit aggregatum sub eadem proportionem diuisum: eiusque portio maior prior quantitas. Exemplum ad 6 addo 3. 45 m. 3. fit totum 3 p. 45. & eius partes sunt 6 & 3. 45.



$\mathfrak{R}.$  45.  $\mathfrak{m}.$  3 ideo ductis  $\mathfrak{R}.$  45 p. 3 in  $\mathfrak{R}.$  45  $\mathfrak{m}.$  3 fit 36 quadratum maioris partis. Et hæc additio in infinitum procedit.

- 59 Et si diuisa eodem modo quantitate dimidium totius addatur maiori parti erit quadratum aggregati quintuplum quadrato dimidij totius. Exemplum addo ad  $\mathfrak{R}.$  45  $\mathfrak{m}.$  3 dimidium 6 quod 3 est fit  $\mathfrak{R}.$  45 cuius quadratum est 45 quincuplum 9 quadrato dimidij totius.

*Corollarium.*

Ex quo patet quod idem fiet addito dimidio maioris partis ad minorem quadratum enim aggregati quintuplum erit quadrato dimidij ipsius maioris partis.

- 60 Cumque fuerit numerus 5 p 5 m diuisus quadratum totius & maioris partis iuncta sunt tripla quadrato maioris, vt quadratum 6. est 36 & quadratum 9  $\mathfrak{m}.$  45 est 126  $\mathfrak{m}.$  14580 & hoc cum 36 facit 162  $\mathfrak{m}.$  14580 & hoc est triplum 54  $\mathfrak{m}.$  1620 quadrati maioris.

- 61 Cumque fuerit numerus eodem modo diuisus quadratum aggregati ex tota & minore parte quantuplum est quadrato maioris partis. Exemplum numerus fuit. 6. minor pars 9  $\mathfrak{m}.$  45 totum aggregatum 15  $\mathfrak{m}.$  45 quadratum 270  $\mathfrak{m}.$  40500, & hoc est quintuplum 54  $\mathfrak{m}.$  1620 quadrati maioris partis quæ fuit  $\mathfrak{R}.$  45  $\mathfrak{m}.$  5.

*De numeris vt pendent ex his quæ nuper dicta sunt ex Euclide.*

- 62 Si numerus 5 p 5 m. fuerit diuisus detracta minore parte ex maiore, maior erit sub eadem proportionem diuisa maiorque portio eius detracta pars. Patet cum sit conuersum 58. regulæ. Exemplum ex  $\mathfrak{R}.$  45  $\mathfrak{m}.$  3 abicio 9  $\mathfrak{m}.$  45 fit  $\mathfrak{R}.$  180  $\mathfrak{m}.$  12. igitur  $\mathfrak{R}.$  45  $\mathfrak{m}.$  3 & 9  $\mathfrak{m}.$  45 & 180  $\mathfrak{m}.$  12 sunt proportionales.

- 63 Si fuerit numerus eodem modo diuisus, erit quod fit ex toto & maiore parte in qua demonstratum minoris æquale cubo maioris. Sit ab diuisa. 5 p. 5 m. in c maior portio eius sit, ac dico quod illud quod fit ex ba & ac in quadratum bc æquale est cubo ac, quia enim quod fit ex ab in quadratum bc æquale est ei quod fit ex bc in quadratum - ac exemplum cap. quinto huius abscindatur ad æqualis b c eritque ex præcedenti ac diuisa 5 p 5 m. in detur eius maior portio a d quod igitur fit ex d b in quadratum b c æquale est ei quod fit ex ad. in quadratum ca quia ad fuit æqualis bc. Quod autem fit ex cd in quadratum ac, est per dicta in capite quinto regula eadem æquale ei quod fit ex a c in quadratum a d. quare in quadratum bc igitur quod fit ex ad & dc in quadratum a c est æquale ei quod fit ex ab & a c in quadratum b c. at quod fit ex ad & d c in quadratum, a c est æquale cubo, ac igitur cubus, ac æqualis est ei quod fit ex ab & ac in quadratum bc. Exemplum igitur diuisi. 6. in  $\mathfrak{R}.$  45  $\mathfrak{m}.$  3 & 9  $\mathfrak{m}.$  45 & quadratum 9  $\mathfrak{m}.$  45 est ab  $\mathfrak{m}.$  14580 ductum in aggregatum totius & maioris partis, quod est  $\mathfrak{R}.$  45 p. 3 idem producit quod cubus  $\mathfrak{R}.$  45  $\mathfrak{m}.$  3 id est  $\mathfrak{R}.$  233280  $\mathfrak{m}.$  432, nam ex  $\mathfrak{R}.$  45 in  $\mathfrak{R}.$  14580  $\mathfrak{m}.$  fit 810  $\mathfrak{m}.$  a quo detracto

378 p. relinquitur 432  $\mathfrak{m}.$  pari ratione  $\mathfrak{R}.$  14580 est. 18 $\mathfrak{m}.$   $\mathfrak{R}.$  45 quæ ducenda est per 3 igitur productum erit. 54 $\mathfrak{m}.$   $\mathfrak{R}.$  45 igitur ducendo 126  $\mathfrak{R}.$  45 ductam per 72 p. quam 54 & sic fiet rursus 233280. Aliter & facilius ac generalius demonstratur sit a b sic diuisa in c maior portio bc & addatur d b æqualis ab. Igitur per quinquagesimā octauā regulā dc est diuisa 5 p 5 m in 6 & eius portio maior est bd quare proportio cd ad db, vt db, ad, bc, sed eadē quæ fuit d b, ad, b c, a d, c a, eo quod d b est æqualis ba igitur dc. db. bc. ca. sunt quatuor quantitates continuæ proportionales per vndecimam quinti Elementorum quare ex regulis capio 6. huius quod fit ex d c in quadratum ca est æquale cubo b c. & rursus quod fit ex ac in quadratum cd æquale erit cubo d b vel b a totius.

Cum fuerit numerus in duas partes diuisus, differentia quadratorum partium, æqualis est ductui differentiarum partium in numerum diuisum. Exemplum capio 8. diuisum in 5 & 3, differentia quadratorum harum partium est 16. & tantum fit ex 8 numero diuiso in 2. differentiam 5. & 3.

Si fuerit numerus in aliquot partes diuisus quadrata partium nunquam possunt aggregare plus quadrato aggregati, nec minus eadem parte quadrati aggregati, secundum quam aggregatum ipsum diuisum est exemplū 10. diuidatur in quatuor partes puta 4. 3. 2. & 1. quadrata iuncta, non possunt excedere 100 quadratum aggregati, nec esse minora 25 quarta parte 100 quadrati aggregati, & ita si diuideretur in quinque partes non possunt esse minora 20 parte quinta quadrati aggregati quod est 100.

Si numerus in duas partes diuidatur quadratum totius & differentiarum partium quadratis ambarum partium dupla esse necesse est vt si 10 diuidatur in 7 & 3 quadratum 10

quod est 10 cum 16	10
quadrato 4 differentiarum dupla sunt	100
ad quadratum 7 & 3	7 — 3
quadratum 3 iuncta	4
simul & faciunt 18.	16
Si fuerit numerus per duo æqualia & duo inæqualia diuisus proportio aggregati maioris partis & medietatis ad aggregatum medietatis & minoris partis, est velut differentiarum quadratorum maioris partis & medietatis ad differentiam quadratorum medietatis & minoris velut capio 10. & diuido per æqualia in 5, & per inæqualia in 7 & 3, dico quod proportio 12 aggregati 7 & 5 ad 8 aggregatum 5 & 3 est vt 24 differentiarum quadratorum 7 & 5 ad 16 differentiam quadratorum 5 & 3.	116
	49 — 9
	58

	10
7	3
12	5
49	25
24	16

Cum fuerit numerus cuius quadratum dimidij sit æquale ipsi numero vel duplum, vel triplum, vel sexquialterum, tunc nullius numeri minoris illo quadratum dimidij erit æquale illi numero vel duplum aut triplum



# De Propr.vnius numeri & secundi. 11

plum aut sexqualiterum aut maius exemplum quadratum dimidij 4 est 4, dico quod nullius numeri minoris 4 quadratum dimidij poterit esse æquale illi numero velut quadratum primum  $\frac{1}{2}$  est  $2\frac{1}{4}$  quod est minus necessario quam 3 duplum  $1\frac{1}{2}$ . & ita quadratum dimidij 6 quod est 9 est sexquialterum ad 6, dico quod nullius numeri minoris 6 quadratum dimidij potest esse maius vel æquale sexquialtero eius numeri velut quadratum dimidij 5 est  $6\frac{1}{4}$ , & hoc est minus sexquialtero ad 5 & sic de aliis.

69 *Corollarium.* Ex hac & quinta regula huius habetur quod si quis dicat inuenias duos numeros qui tantum faciant iuncti quantum multiplicati, & eorum aggregatum sit minus 4 dices quod ergo est impossibilis, quia dimidiū 4 in se ductum producit 4 ad vnguem, igitur ex hac regula dimidium cuiuslibet numeri minoris 4, producit minus illo numero, sed quadratum dimidij cuiuslibet numeri. Est maius producto partium inuicem per quintam regulam igitur ex partibus talis numeri inuicem productis, si numerus est minor 4 producit minus aggregato, igitur non potest produci aggregatum quare ergo est impossibilis.

70 Si numerus in duas partes diuidatur, quadrata ambarum partium, pariter excepta excedunt duplum producti vnius. In alterum in quadrato differentie partium. Exemplum diuido 10 in 7 & 3, horum quadrata iuncta faciunt 58. hoc excedit 42 duplum producti 7 in 3 in 16 quadrato differentie, nam differentia 7 & 3 14. Vnde si quis dicat diuide & 8 in duas partes quarum quadrata iuncta superent duplum producti vnius in alterum in 1. dices igitur & 1 & est 1 est differentia. Igitur partes sunt &  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{2}$ . & ita in quadratorum formatione multas facies questiones.

*De aliis proprietatibus numeri ut comparatur ad maiorem vel minorem se in diuidendo.*

71 Cum diuersis numerum quem vis per alium numerum deinde per plus aut minus priore diuifore erit proportio differentie secundi & primi prouentus ad primum prouentum velut differentie diuiforum ad secundum diuiforem. Exemplum diuido 60 per 3 exit 20 diuido 60 per 3 p. 7 quod est dicere 10 exit 6 qualis est proportio 14 differentie prouentuum primi & secundi ad 20 prouentum primum tale

60	
3	20
3 p. 7	6

lis est proportio 7 differentie diuiforum ad 10 secundum diuiforem & similiter qualis est proportio 14 differentie prouentuum ad 6, prouentuum secundum talis est proportio 7 differentie diuiforum ad 3 diuiforem primum, & ita si diuidas 60 per 10 exit 6 deinde si diuidas per

60	
10	6
10 m. 8	30

dicere 2 exit 30 proportio 24 differentie prouentuum ad 30 prouentuum, secundum est veluti 8 differentie diuiforum

ad 10 diuiforem primum & proportio 4 differentie prouentuum ad 6 prouentuum, primum est vt 8 differentie diuiforum ad 10 m. 8 quod est 2 diuiforem, secundum ideo regula vna est vt sit commutatim differentiarum prouentuum ad primum & diuiforum ad secundum vel differentiarum prouentuum ad secundum prouentum & differentiarum diuiforum ad primum diuiforem.

Cum dixeris  $\frac{1}{2}$  numeri ductum in medie- 72 tatem producit eundem numerum dices igitur talis numerus est 10 multiplicando denominatores inuicem & numeratores inuicem & diuidendo productum denominatorum per productum numeratorum exemplum  $\frac{1}{4}$  numeri ductum in  $\frac{5}{6}$  eiusdem producit  $\frac{5}{24}$ , ipsum numerum dices igitur numerus est  $1\frac{1}{2}$  qui prouenit diuifo 24 per 15.

Ex hac & precedente sequitur regula, 73 quod cum diuiferis numerum per aliquam partem suam p. aliquo numero, vt proueniat illa pars, aut diuiferis eundem numerum per alium numerum, p. parte aliqua diuiforis, vt proueniat eadem pars diuiforis, tunc pars illa est residuum cuiusdam & vniuersalis, quod sit sumpta & aggregati eiusdem diuidendi, cum quadrato dimidij numeri diuiforis detracta ab hac & medietate diuiforis. Et sit exemplum dixit quis diuifi numerum per  $\frac{1}{2}$  p. 2 & prouenit  $\frac{1}{2}$  pones illum numerum 1 pos & dices quod  $\frac{1}{2}$  pos est & v1 pos p. 1 mli, nam diuifo 2 fit 1 cuius quadratum 1 additum ad 1 pos facit 1 pos p. 1, cuius & est & v1 pos p. 1, ab hoc detracto 1 dimidio 2 relinquitur: æstimatio de  $\frac{1}{2}$  pos & v1 pos p. 1 mli, & prouentus æquatur 3. Et ideo sequitur quod 5 denominator æquiualeat 1 pos diuifæ per & v1 pos p. 1 mli, & generaliter pars illa semper est & numeri diuidendi addito prius quadrato dimidij numeri diuiforis, detracto eodem dimidio ab eadem &. Quare pars illa cum dimidio numeri additi est & diuidendi addito ei prius quadrato dimidij numeri propositi.

Si numerus aliquis in duas ac duas partes 74 diuidatur fueritque proportio primæ partis secundæ diuifionis

ad primam partem primæ diuifionis duplicata proportioni secundæ partis, primæ

14	
2	12 6
8	6 3

diuifionis ad secundam partem secundæ diuifionis, tunc diuifa secunda parte secundæ diuifionis, per primam partem primæ diuifionis, quod exit est Regula prouentus aggregati ex vtraque secunda parte vtriusque diuifionis diuifo tali aggregato per primam partem primæ diuifionis exemplum Capiō 14. & diuifo in 2 & 12 diuifione prima, & in 8 & 6 diuifione secunda, & proportio 8 ad 2 duplicata proportioni 12 ad 6, dico quod diuifio 6, secunda parte secundæ diuifionis per 2 primum, primæ diuifionis prouentus exiens, quod est 3 est Regula eius, quod prouenit diuifo 18 aggregato 12 & 6 vtriusque partis per 2 eandem primam partem primæ diuifionis: prouenit enim



enim 9 quadratum 3, idem verò erit si diuiserimus 12 secundam partem primæ diuisionis per 8 primam partem secundæ diuisionis exhibit  $1\frac{1}{2}$  &  $2\frac{1}{4}$  prouentus 18 aggregati secundarum partium diuisi per eundem 8 primam partem secundæ diuisionis.

75 Cum fuerit numerus in duas partes diuisus productum vnius earum in Regula alterius æquale est ei quod fit detrahendo eandem & & totius & residui quadratum ducendo in eandem Regulam & similiter ducendo eandem partem, cuius accepisti Regulam in idem residuum bis, & producta iungendo simul. Exemplum capio 9 diuiso in 5 & 4 duco 5 in 2 & 4 fit 10, dico quod detracto 2 & 4 ex 3 & 9 totius & fit 1, quod duco 2 & 4 in 1 quadratum 1 & fit 2, deinde duco 4 parte cuius & accepisti in 1 residuum bis & fit 8 quod additum ad 2 facit 10, & potest demonstrari geometricè.

76 Cum diuiseris numerum in duas & duas partes inæquales productum partium minoris differentiæ excedit productum partium maioris differentiæ, in eo quod quadratum mediæ differentiæ maioris excedit quadratum mediæ differentiæ minoris, seu in producto partium minoris differentiæ detracta ab vtrisque minore parte maioris differentiæ. Exemplum capio 10. & diuido in 7 & 3, & item in 9 & 1, dico quod 21 productum 7 in 3 excedit 9 productum ex 9 in 1 in 12, quod est differentia 16 quadrati 4 dimidij 8 differentiæ 9 & 1 à 4 quadrato 2 dimidiæ differentiæ 7 & 3 vel in eodem 12, quia producitur ex 6 in 2, quæ sunt partes minoris differentiæ detracta vnitatem, quæ est minor pars alterius diuisionis.

77 Si fuerit aliquis numerus diuisus in duas partes ex quarum mutua diuisione producatur pars maior semper habebis, cum p. 1 pos p. 1 æqualia tot quadratis quotus est numerus in 1, & si proueniat ex mutua diuisione minor pars habebis 1 cum p. 1, quod p. 1 æqualia tot rebus quotus est numerus diuisus in 1, & semper extimatio rei est ipsa proportio partium exemplum si diuidas 10 in duas partes ex quarum mutua diuisione proueniat ex mutua diuisione maior pars habebis 1 cum p. 1 quoad p. 1 æqualia tot rebus quotus est numerus diuisus in 1,

& semper extimatio rei est ipsa proportio partium. Exemplum si diuidas 10 in duas partes ex quarum mutua diuisione proueniat maior pars tunc habebis 1 cum p. 1 pos p. 1 æqualia 9 quoad & si velis vt proueniat minor pars habebis 1 cum p. 1 quoad p. 1, æqualia 9 pos & extimatio rei est proportio impar partium & potest demonstrari.

Si fuerit numerus in duos æquales & duos inæquales diuisus proportio differentiæ radicis minoris partis à radice medietatis ad differentiam radicis medietatis à radice minoris est velut aggregati radicis maioris partis & radicis medietatis ad aggregatum radicis medietatis & radicis minoris partis. Exemplum capio 338 qui diuidatur in 169 & 169 per æqualia & per inæqualia

338	
169	
289	49
17	13. 7
4	6
30	20

109 est velut 30 aggregati 13 & 17 duarum maiorum radicem ad 20 aggregatum duarum minorum idem in irrationalibus numeris. Demonstrauimus enim hoc generaliter in secundo nouæ geometriæ super nouam propositionem.

*De proprietatibus numerorum vt pendet ex 7.8. & 9. Elementorum.*

Impares numeri semper numerantur distantes à se in serie impariam per tot intermedia quotus est numerus, quo ipsi ab vnitatem distant. Exemplum 1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27.29.31.33. dico igitur quod 3 superat vnitatem in 2 ideo numerabit 9 duobus intermissis, & deinde 15 duobus aliis intermissis, deinde 21 & 5 superat vnitatem in 4, ideo numerabit 15 quatuor intermissis & 25 aliis quatuor numeris intermissis, qui sunt 17.19.21.23. & ita 7 numerabit sex intermissis 21 & ita de aliis.

Est autem proprium numerorum quadratorum vt in qualibet proportionem continua ab vnitatem inchoata ipsi omnes locos obsideant impares, vt in dupla tertius ab vnitatem 1.2.4.8.16.32.64.



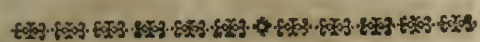


HIERONYMVS  
CARDANVS,

REVERENDO IN CHRISTO PATRI  
DON IOANNI  
FRANCISCO GADIO  
MEDIOLANENSI,  
ORDINIS CANONICORVM REGVLARIVM  
Rectori Generali Dignissimo. S. P. D.



OGITAVI sæpè munus aliquod & pro tua Dignitate, & mea erga te observantia pro xenis in Saturnalibus mittere, oblata est autem mihi occasio ut & omnibus hominibus simul prodessem & nomen tibi æternum compararem, nam mensurandi & numerandi peritia quisque indiget, nec ulla Ars sine contentione, maiorem utilitatem amplexa est, bonis perquam necessaria, malis minimo accedens periculo, unde miror cur tanto tempore imperfecta iacuerit. Hanc igitur operatiuam Scientiam ex ipsis Orci tenebris resurgentem Nomini tuo dicaui, ut tibi ultra egregias illas virtutes quibus ad Religionis apicem ascendisti, memoria inter mortales perennis, mihi gratia sempiterna, laboris, & industrie habeantur. Cum in alienis nihil erroris dissimulauerim. In propriis inuentionibus nihil voluntati legentium, aut operantium necessitati, commodore desiderandum reliquerim. Quapropter cum hæc & certitudine nobilissima, & usu utilissima, & studio sint iocundissima, nec à religione aliena, crediderim nullum aliud opus tam celeriter à me confici potuisse quod aequalem laudem meruisset. Inter plurima igitur negotia tantum otij probati superfluit, opus edere valuerim, quod à nemine iure reprehendi posset, cum aliena damnare meliora non proferenti minimè liceat, is verò qui meliora proferre potest, aut nullus est, aut talis qui potius ex re ipsa ab aliis laudari quàm reliquos vituperare studeat. Non enim certissima & probata scribenti liuidus obrectator aderit, nisi qui vel non intelligat, vel ita nobis succenseat, ut potius proprio dolori quàm verecundia, indulgendum putet Vale. In Kallendis Ianuarij 1537.



PRACTICA ARITHMETICÆ  
Generalis omnium copiosissima  
& utilissima.

QUANTAM ferat utilitatem numerorum & mensurarum cognitio, humanus vsus docet, nam Reipublicæ administrationes, comertia, artes, domus dispensatio, ædificia, agrorum diuisiones, sine ea perfici minimè possunt vnde Pythagoricis iure merito diuinum quid inesse numeris arbitrabantur: quod & nos existimare conuenit cum Christum omnia præfiguratione numerorum compleuisse testamenti veteris Sacramenta videamus: atque eodem numero quod decimus tertius est à Natali suo mune-

Tom. IV.

ra à Magis, baptismum à Ioanne suscepit: aquam In vinum transmutauit: hicque Idem numerus Christum discumbentem cum discipulis refert. Quamobrem si diuina humanaque numeris gubernari intelligimus, non ab re fuerit vniuersam hanc doctrinam & dilucidè & sub compendio cellegisse: rogamus autem eos qui aliàs quandoque Impressuri librum fuerint aut in linguam aliam translaturi ut omni studio curent, nihil aut adimere, aut abicere, aut permutare, cum nihil non nisi studiosè addiderimus: plurima verò & penè infinita consulo præterierimus: omnia enim quæ vel numeris vel mensura perfici possunt hoc liellbo continentur: verū maxima & iocundissima penè infinita huius libri sensu occultiore latent: quorū interpretatione perpetua disciplina auctio succedet.

B

CAPYT



CAPVT PRIMVM.

De Subiectis Arithmetica.

**S**ubiectum Arithmeticae numerus est integer, per analogiam quatuor subiecta sunt: videlicet numerus integer, vt 3. fractus, vt  $\frac{1}{2}$ . surdus, vt Radix 7. denominatus, vt census tres, quæ omnia explicabo.

- 1 Numeri integri sunt qui ex vnitatibus constant, & ab vnitatem etiam initium sumunt, ascendunt quidem in infinitum, sed cum perueniunt ad vnitatem, amplius non possunt descendere, nullus enim est numerus vnitatem minor, eius autem figurae sunt nouem, & vna priuationis, & sunt.
- |          |          |        |       |
|----------|----------|--------|-------|
| nihil.   | vnitas.  | duo.   | tria. |
| 0        | 1        | 2      | 3     |
| quatuor. | quinque. | sex.   |       |
| 4        | 5        | 6      |       |
| septem.  | octo.    | nouem. |       |
| 7        | 8        | 9      |       |

- 2 Fracti numeri sunt qui per binas literas designantur, & habent rationem ad integram conuersam: Ita quod medietas dicitur dimidium vnius, & tertia pars, vnius, & septem quintæ intelliguntur vnius: & ita designantur.

Medietas.	Tertia pars.
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
Quarta pars.	Quinta pars.
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

- 3 Surdi numeri vocantur qui non possunt per se intelligi distinctè quid sint, vocantur autem surdi quia audiri non possunt, non possunt autem audiri quia proferri nequeunt: tales sunt Radix quadrata 7. & talium, cuius significatum est numerus qui in se ductus producat 7. talis autem non potest inueniri: huius quatuor sunt species. Quidam enim est numerus surdus absolute, vt Radix 7. & ita describitur  $\sqrt{7}$ . Alius est Radix ligata, veluti dicam Radix 9. plus Radice 16. vult dicere, 7. nam  $\sqrt{7}$  componitur ex 3. & 4. quorum alter est Radix 9. & alter 16. & ita debent iungi. Designatur autem ligata Radix hoc modo.  $\sqrt{16+7}$ . 10. & similiter  $\sqrt{9+16}$ . 16. Tertius modus est Radix vniuersalis, & eius intentio est, vt capias Radicem vltimam, & adicias præcedenti, & aggregati capias Radicem veluti  $\sqrt{4}$ . vniuersalis 7.  $\sqrt{4}$ . vult dicere capias Radicem 4. & est 2. adde ad 7. fit 9. cuius  $\sqrt{9}$ . est 3. designatur autem  $\sqrt{4}$ . vniuersalis hoc modo  $\sqrt{4+7}$ . 7.  $\sqrt{4}$ . vel sic  $\sqrt{4+7}$ . 9. & est 4. Quartus modus est  $\sqrt{4}$ . distincta, veluti  $\sqrt{4+9}$ . 4. est 3. & 2. & non est tamen 5. infra patebit.

- 4 Numerus denominatus est ille qui solum est numerus per similitudinem, veluti Radix, census, cubus, & tales. Comprehen- dit autem figuras & species vndecim. Prima est numerus & ita signatur nu. Secunda species est res siue Radix, siue la cosa, & designatur sic co. intentio igitur dicentis co. 4. vult dicere 4. radices alicu-

ius numeri, vtpote 4. Radices 36. sunt 24. nam  $\sqrt{36}$ . est 6. Tertia species vocatur census est, autem census quilibet numerus in se multiplicatus, vt census 3. est 9. & census 4. est 16. Quarta species vocatur cubus & est cum census multiplicatur in  $\sqrt[3]{x}$ . veluti, cubus 3. est 27. nam 3 in 3 facit 9. & 3 in 9. facit 27. & ita cubus 4. est 64. & 5 est 125. cum igitur designatur census scribitur hoc modo ce. sed cubus hoc modo pingitur cu. Quinta species, est census, census, id est quadratum quadrati, nam census & quadrat vñ sunt idē, veluti census census 3. est 81, nam 3 in se facit 9 & 9. in se facit 81. designatur autem hoc modo ce. ce. Sexta species vocatur relatum primum, vult dicere illud quod producitur ex quadrato. alicuius numeri, in aliquem cubum, veluti cubus 2. est 8. quadratus est 4. duc. 4. in 8 fit 32. quod est census in cubum, sic autem designatur Rel. P. Septima species vocatur ab Antiquis cubus census, vel census cubi, quod est idem, & est exemplum census 2. est 4. eius cubus est 64. vel cubus 2. est 8. cuius quadratum est 64. designatur autem sic cu. ce. Octaua species est Relatum secundum, veluti cubus 2. est 8. census, census est 16. duc. 8. in 16. fit 128. & 128. dicitur antiquo nomine relatum secundum, de 2. eius figura est Rel. 2. Nona species est ce. ce. ce. veluti 2 in 2 facit 4 & 4 in 4. facit 16. & 16. in 6. facit 256. qui est census census de 2. est 8. cuius figura est ce. ce. ce. Decima species est cubus cubi vt cubus 2. est 8. & cubus 8. est 512. cuius figura est cu. cu. vndecima est census relati primi, veluti relatum primum de 2. est 32. cuius census est 1024. & eius figura est ce. Relatum.

Non ignoro alios aliter nominasse, & recepisse terminos, sed hic modus est remotior à confusione exemplum omnium.

nu.	co.	ce.	cu.
2	2	4	8
ce. co.	Rel. p.		cu. ce.
16	32		64
Rel. 2.	ce. ce. ce.		cucu.
128	256		512
ce. Rel.			
1024.			

Hic autem processus denominationum est in infinitum, sicut & numerorum, semper tamen proportionalis, sed rarissime septima attingitur denominatio quæ est cu. ce. nedum quod transgrediamur vndecimam.

CAPVT II.

De Operationibus.

**O**perationes autem sunt septem, Numeratio, Aggregatio, Detractio, Multiplicatio, Progressio, Diuisio, & radicum Extractio.

Cum autem Numerorum subiecta simplicia sint quatuor, permiscetur inuicem & fiunt plura, veluti numerus integer copulatur cum fracto, vel cum surdo, vel



# De Numeratione Integrorum. 15

vel cum denominato, & sunt mixtiones  
11. vt hic.

- 1 Nu. Fractus
- 2 Nu. Surdus
- 3 Nu. Denominatus
- 4 Fractus & surdus
- 5 Fractus & denom.
- 6 Surdus & denom.
- 7 Nu. Frac. sur.
- 8 Nu. Frac. denom.
- 9 Nu. Surdus denom.
- 10 Fractus sur. & denom.
- 11 Nu. Fractus surdus & denom.

- 7 De Compositis autem intelliges per vnum capitulum tantum, de Simplicibus autem cum sint quatuor & in singulis fiant 7 Operationes, merito igitur negotium hoc absoluetur 28. capitulis simplicibus, & 38 postmodum aliis.

## C A P V T III.

### De numeratione Integrorum.

**N**umeratio est processus secundum additionem vnitatis & ei non est terminus, & exemplum est vt. 1. 2. 3. 4. 5. 6. fit & numeratio conuersa, vnitatem versus veluti 50. 49. 48. 47. & ita terminatur ad vnitatem, nam infra vnitatem descendere non licet, veluti igitur numeratio fit augendo & decrescendo proportionaliter, ita & oportet considerare in numeratione terminum ad denarium: nam cum numerus excedit denarium, reuertitur ad idem veluti 1. 2. 3. 4. post denarium fiunt. 11. 12. 13. 14. Et ita post 20. fit 21. 22. 23. & 24. est ergo numerus simplex, deinde denarius, & centenarius, & millenarius, & sicut sunt 10. vnitates in denario: Ita sunt 10. denarii in centenatio: & decem centenarii in millenario: & 10. millenarii in miriade: nam miriadem Græci decem millia appellabant: vnde 7. miriades erant millia septuaginta.

Et idem Antiqui denarium vocabant continentem & valentem 10. asses qui nunc solidi appellantur. Centum igitur, denarii valebant 10. aureos nostri temporis: ex quo tamen apparet non denarios sed argenteos fuisse quidem illos quibus Dominus Iesus venditus est, nam triginta denarii fuissent solum tres conorati, quibus non potuisset emi ager figuli in sepulturam Peregrinorum: sed de hoc aliis.

Cum autem transsit millenarium reuertitur ad mixtionem cum aliis, vtpote ad denarios millium, & centenaria millium, & milliaria millium, quæ vulgò milliones appellantur, & post iterum ad denarios millionum, ac centenaria reuertitur, & sic in infinitum. Prima litera à parte dextra significat numerum secundum suam figuram: Secunda verò procedendo versus sinistram decanos Tertia verò centenos: Quarta millia: Quinta miriades, siue totidem decena millia: Sexta centena millia: Septima millia millium: siue milliones: Octaua decanos mil-

Tom. IV.

lionum, siue millia miriadum, Nona centena millionum: Decima nullia millionum. Vndecima litera versus sinistram significat miriades millionum. Duodecima centena millia millionum. Decima tertia millones millionum. Decima quarta decanos millionum, millionum, & ita res semper reuertitur ad idem, sine terminatione.

Et causa quare proceditur à dextra ad sinistram fuit quoniam litteræ illæ fuerunt inuentæ à Phœnicibus, quorum mos scribendi est conuersus nostro, videlicet à dextra ad sinistram sicut est motus cœli naturalis: mos autem noster est à sinistra in dextram: sed in numeris obseruamus morem Phœnicum.

Exemplum autem est hoc.

$M^m$	$D^m$	$C^m$	$O$	
M.	M.	M.	M.	CM.
6	9	4	3	9
Mirias.	M.	C.	D.	n <sup>o</sup> .
5	4	8	5	7.

Sexmillia nongenta quadraginta tria millionum, nongenta quinquaginta quatuor millia, octingenta quinquaginta septem. Solet autem super numeros quando plures sunt apponi punctus super Quartam figuram, & super Septimam, & Decimam, & ita dimittendo figuras duas Exemplum.

7. 9. 3. 6. 5. 2. 8. 4. 2. 3. 9. 2.  
6. 4. 5. 8. 4. 3.

Vbi punctus est signatus ibi numerus, deinde sunt in 2<sup>o</sup>. millia, in 3<sup>o</sup>. milliones, & sic deinceps. secunda autem litera à puncto continet semper decanos, & tertia centenos numerorum, aut milliariorum, aut denominationis, sub puncto signatæ. Est & alius numerandi modus ab antiquis in vsum habitus, & est quod. M. significat millia. c. centenaria. d. quingenta. L. quinquaginta. x. decem. y. quinque. I. vnitates, describebant igitur mille septingenta quadraginta nouem, sic. MDccil. Milletrecenta octuaginta septem sic. Mccclxxxvii.

## C A P V T IV.

### De fractorum numeratione

**N**ota quod in fractis numerus superior vocatur numerator, & inferior denominator, fit autem numeratio augendo numeratorem per vnitates, derelinquendo denominatorem in suo esse, veluti.  $\frac{1}{2}$   $\frac{2}{2}$   $\frac{3}{2}$   $\frac{4}{2}$   $\frac{5}{2}$ . & ita in hac fit actio semper, alia fit decrescendo, veluti.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{6}$   $\frac{1}{7}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{9}$ . & hæc decrescit semper. Et nota quod quando fit diuisio semper diuisor ponitur inferius, & diuidendus supra. Vnde nihil aliud est dicere  $\frac{3}{2}$  quàm. 3. diuisum per. 2. Et  $\frac{4}{7}$  quàm 4 diuisum per 7. Et  $\frac{7}{4}$  quàm 7 diuisum per 4. & exit. 1. &  $\frac{3}{2}$  potest etiam talis numeratio ad vnitatem comparari, & est tunc sensus  $\frac{1}{2}$ . Videlicet diuisa

B 2 vnitæ



vnitatem per 7. & assumptis tribus ex illis partibus.

Et similiter  $\frac{2}{3}$ . vult dicere, diuidendo vnum, per quinque, & de talibus partibus septem assumere. Et ita nota quod cum denominator æquatur numeratori semper illæ fractiones æquantur vnitati Exemplum  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{4}{4}$ .

De fractionibus autem surdorum & denominatorum dicetur in capitulis diuisionum.

## CAPVT V.

### De Numeratione Surdorum.

**N**umerantur furdi quia omnis numerus furdus. Saltem componitur ex duabus litteris, vt.  $\mathcal{R} 7$ . nihil aliud significat quam numerum qui in se ductus faciat 7. sicut  $\mathcal{R} 9$  est 3, quia 3. ductus in se facit 9, &  $\mathcal{R} 4$  est 2, quia duo in duo faciunt quatuor. Cum igitur volueris numerare furdum augebis litteram quæ est à dextra per vnitatem, dimittendo reliquas & hoc in furdis simplicibus, & radicibus ligatis, & vniuersalibus, & distinctis vt  $\mathcal{R} 2$ .  $\mathcal{R} 3$ .  $\mathcal{R} 4$ .  $\mathcal{R} 5$ . & ita deinceps. Item  $\mathcal{L} \mathcal{R} 3$ .  $\mathcal{P} \mathcal{R} 7$ . &  $\mathcal{L} \mathcal{R} 3$ .  $\mathcal{P} \mathcal{R} 8$ . &  $\mathcal{L} \mathcal{R} 3$ .  $\mathcal{P} \mathcal{R} 9$ . & ita deinceps. Item  $\mathcal{R} \mathcal{V} 7$ .  $\mathcal{P} \mathcal{R} 2$ .  $\mathcal{R} \mathcal{V} 7$ .  $\mathcal{P} \mathcal{R} 3$ . &  $\mathcal{R} \mathcal{V} 7$ .  $\mathcal{P} \mathcal{R} 4$ . & est  $\mathcal{R} 9$ . videlicet 3. Item  $\mathcal{R} d. 3$ .  $\mathcal{P} \mathcal{R} 5$ .  $\mathcal{R} d. 4$ .  $\mathcal{P} \mathcal{R} 5$ . Et ita deinceps, sunt etiam quidam furdi mixti vt 7.  $\mathcal{P} \mathcal{R} 5$ . & in his similiter procedes videlicet 7.  $\mathcal{P} \mathcal{R} 5$ . 7.  $\mathcal{P} \mathcal{R} 6$ . 7.  $\mathcal{P} \mathcal{R} 7$ . 7.  $\mathcal{P} \mathcal{R} 8$ . 7.  $\mathcal{P} \mathcal{R} 9$ . & totum est 10.

**O**mnis autem numerus compositus ex duobus numeris quorum alter saltem sit furdus vocatur binomium communiter & largè, quasi compositum ex duobus nominibus. Cum autem dicimus in compositis sine binomiis, sine trinomiis. 7p. 4. velut dicere 7. additum ad 4. & est 11. & 5p. 4. est 9. 12p.  $\mathcal{R} 9m$ .  $\mathcal{R} 16$ . vult dicere addere radice 39. quæ est 3. ad 12 & sunt. 15. & ab eisdem minuere radicem 16. quæ est 4. fit 11. & ita  $\mathcal{R} 36p. 7m$ .  $\mathcal{R} 15$ . vult dicere 13.  $m$ .  $\mathcal{R} 15$ . & est quasi 9. &  $\mathcal{R} L. 7p$ .  $\mathcal{R} 10$ . vult dicere quod radices 10. & 7. simul aggregantur & ita  $\mathcal{R} L. 9p$ .  $\mathcal{R} 16$ . est 7. &  $\mathcal{R} L. 25p$ .  $\mathcal{R} 64$ . est 13.

**E**x hoc sequuntur duo. Primum quod radicibus ligatis non refert mutare locum in terminis, vnde tantum est dicere. 7p.  $\mathcal{R} 5$ . quantum  $\mathcal{R} 5p$ . 7. &  $\mathcal{R} L. 7p$ . 10. quantum  $\mathcal{R} 10p$ . 7. Secundum quod in radice ligata si vnus numerus non est quadratus necessariò talis Radix est furda, etiam quod omnes alij essent quadrati, veluti dico  $\mathcal{L} \mathcal{R} 7p$ .  $\mathcal{R} 9p$ . 5.  $\mathcal{R} 16$ . totum necessariò est numerus furdus.

**E**x hoc patet quod in radicibus vniuersalibus non est ita, vnde multum refert in his permutare terminos, secundò potest aliqua Radix vniuersalis esse numerus simplex dato quod componeretur ex numeris

non quadratis, veluti dicendo  $\mathcal{R} \mathcal{V} 7$ . p.  $\mathcal{R} 81$ . vult dicere, sume Radicem 81. & adde ad 7. & fit totum 16. cuius  $\mathcal{R}$  est 4. & tamen 7. nullam habet radicem, quod autem permutatione differant ex hoc exemplo collige, nam  $\mathcal{R} \mathcal{V} 4p$ .  $\mathcal{R} 25$ . est  $\mathcal{R} 9$ . videlicet 3. scilicet  $\mathcal{R} \mathcal{V} \mathcal{P} \mathcal{R} 4$ . est  $\mathcal{R} 27$ . quæ est furda & multo maior quam 3.

In  $\mathcal{R}$  autem distincta est alia significatio vtpote  $\mathcal{R} D. 9p$ .  $\mathcal{R} 4$ . vult dicere 3. & 2. separata. Differunt autem à radice ligata quoniam  $\mathcal{R} L. 9p$ . 4. est 3 & 2. iuncta simul id est 5. differt autem 5 à 3 & 2 eo quod cum multiplicantur 3 & 2 distincta in se producunt 9 & 4. quæ sunt 13. & 5 in se facit 15. & ideo  $\mathcal{R} D. 4p$ .  $\mathcal{R} 9$ . in se ducta facit 4p. 9. quod est 13. &  $\mathcal{R} L. 5p$ .  $\mathcal{R} 9$ . in se facit 13p.  $\mathcal{R} 144$ . hoc est 25. patet igitur differentia.

Et nota quod quidam intelligunt per hoc  $\mathcal{R} \mathcal{V} 7p$ . 4. radicem 9. credunt enim quod  $\mathcal{R}$  primo posita seruiat etiam secundo numero qui est 4. & non est sic, & qui ponunt male ponunt, non enim intelligitur  $\mathcal{R}$ . nisi ponatur

Cum autem ponuntur plures numeri &  $\mathcal{R}$ . cum vna ligatura, tunc ligatura satisfacit omnibus, veluti  $\mathcal{R} L. 9p$ .  $\mathcal{R} 4p$ . 5p.  $\mathcal{R} 22$ . est accipienda  $\mathcal{R} 9$ . quæ est 3. & addatur ei  $\mathcal{R} 4$ . quæ est 2. fit 5. cui addantur 5. qui sunt numeri sunt 10. cui addatur  $\mathcal{R} 22$ . fiet totum quod significatur per Radicem illam 10p.  $\mathcal{R} 22$ .

Cum autem ponitur vna  $\mathcal{R} V$ . tantum, illa satisfacit omnibus. Exemplum  $\mathcal{R} V. 10p$ .  $\mathcal{R} 16p$ . 3.  $\mathcal{P} \mathcal{R} 64$ . vult dicere vt capias Radicem 64. & est 8. &  $\mathcal{R} 16$ . & est 4. & 3. numerum, & totum fit 15. & adde ad 10. fit 25. cuius  $\mathcal{R}$  est 5. igitur  $\mathcal{R} V. 10p$ .  $\mathcal{R} 16p$ . 3. est tantum 5. quia V. non facit nisi vnam  $\mathcal{R}$ . vniuersalem.

Quod si velles insinuare  $R. V$ . complicatam veluti dicere  $R. V. 13p$ .  $R. V. 5p$ .  $R. V. 14p$ .  $R. 4$ . vult dicere quod ibi sunt 3. vniuersalitates: incipe igitur ab vltima & est  $R. V. 14p$ .  $R. 4$ . cuius sensus est  $R. 4$ . quæ est 2. addita ad 14. facit 16. cuius  $R$ . est 4. deinde adde 4. ad 5. fit 9. cuius  $R$ . est 3. deinde pro prima radice adde 3. ad 13. fit 16. cuius  $R$ . est 4. igitur tota illa  $R. V$ . triplicata est 4. & ita distinguas quotquot fuerint.

Cum autem dicitur  $R. V. 5p$ .  $R. V. 3p$ .  $R. L. 49p$ .  $R. 16p$ . 4. Tunc capias omnes  $R$ . ligatas & sunt 7. 4. 2. adiunge ad 3. sunt 16. cuius  $R$ . est 4. ad primæ  $R. V$ . fit 9. cuius  $R$ . est 3. & illa fuit  $R$ . aggregati illius  $R$ . mixtæ, videlicet 3. cum igitur dico  $R. V$ . ligat tantum primam notam cum omnibus aliis sequentibus, & aliæ remanent tanquam ligatæ. Vnde cum dico  $R. V. 7p$ .  $R. 16p$ .  $R. 9p$ .  $R. 4$ . sunt accipiendæ omnes  $R$ . post. V. præter primam, & iungendæ cum 7. & totius aggregati quod est 16. accipe  $R$ . quæ est 4. & tantum valet  $R$ . illa vniuersalis.

Rad. autem distincta non debet permisceri, & raro admisceatur aliis, si tamen contingat singulis locis addenda est, nota variationis, aliter. D. distinguit omnes terminos, sicut L. ligat. veluti



# De Numeratione Denominat. 17

veluti R. D. 9. p. 4. p. 5. non est aliud nisi 3. p. 2. p. 5. seorsum: vt dictum est.

12 Cum vero iungitur L. cum. V. vt hic R. L. V. 10. p. 36. p. 70. p. 121. sensus est accipe R. 121. & est 11. adde ad 70. fit 81. accipe R. 81. & est 9. deinde similiter accipe R. V. primam quæ est 4. & eam iunge cum 9. fit 13.

13 Et ex hoc ne terrearis ob difficultatem, nã per posteriora magis intelliges præcedentia, & maxima difficultas quæ accidit in surdis est ob numerationem, & ideo eã optimè intellectã reliquæ operationes, nullam habent difficultatem, exerceas igitur te in ea.

## C A P V T VI.

### De Numeratione denominationum.

Omnis denominatio numeratur numeris simplicibus non variatã denominatione exemplum vt 1 co. 2 co. 3 co. 4 co. & 1 ce. 2 ce. 3 ce. 4 ce. & ita de aliis.

## C A P V T VII.

### De Additione integrorum & dicitur summa.

1 C Vm volueris addere numeros integros inuicem, dispone eos incipiendo à dextra versus sinistram, vnum sub alio, ita vt si deficiant de defectus sit à parte sinistra: deinde aggrega incipiendo à dextra omnes litteras existentes in directo, & quod superat ex numeris scribe: & retine si supersint denarij, & aggrega numerũ illorũ, cum litteris dispositis Secundo loco, & quod superest ex numeris scribe: decanos autẽ transfer ad Tertiam litteram tanquam numeros simplices, & ita facias vt in exemplo res facilis est & vulgata & nisi esset quod volumus

2 In aggregando autem libras, solidos, & denarios, oportet scire quod libra continet solidos 20. solidus autem noster denarios 12. alibi autem plures, alibi pauciores. In summa igitur denariorum quotquot duodenarij superfuerint, numero solidorum sunt adiciendi: vbi solidus valet 18. nummos obseruabis quotiens 18. superest, totidem solidos adicies in numero solidorum: simi-

lib. 7974 f. 13. d. 7  
lib. 879 f. 12. d. 6  
lib. 9400 f. 5. d. 7  
lib. 794 f. 8. d. 9

Summa lib. 19049 f. 0. d. 5

litter fiet in computandis solidis, quotiens Vigenarij excederint solidorum, totidem libras adicies libris quas habes. Exemplum cape pro aliis.

Tom. IV.

Probatio aggregationis est triplex primus modus est per 7. & per 9. vt in exemplo.

per 9. 
$$\begin{array}{r} 7965428 \\ 675392 \\ 4735630 \\ \hline 7439 \\ \hline 13383889 \end{array}$$

per 7. 
$$\begin{array}{r} 7965428 \\ 675392 \\ 4735630 \\ \hline 7439 \\ \hline 13383889 \end{array}$$

Secundus modus est aggregare è conuerso vtpotè si aggregasti ascendendo aggrega postmodum descendendo, & hoc vtuntur sæpè artifices & mercatores: exemplo non indignes quia res palàm est ex exemplis superioribus, nam fit cum eisdem litteris non permutatis.

Tertius modus est quod subtractio est aggregationis probatio, nam si 17. & 29. faciunt 46. igitur detractis. 29. à 46. fiet 17. exemplum est vt hic.

| Aggregatio.  | Subtractio.  |
|--|--|
| $\begin{array}{r} 7954328 \\ 795673 \\ \hline 8750001 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 8750001 \\ 7954328 \\ \hline 795673 \end{array}$ |

Ex hoc liquet quod cum aggregatio possit fieri inter quoslibet numeros: & deductio solum inter duos: quod raro subtractio erit probatio aggregationis: sed benè aggregatio subtractionis erit semper probatio.

### Exemplum aliud Tertij modi.

lib. 7964 f. 13. d. 5  
lib. 895 f. 11. d. 6  
lib. 8860 f. 4. d. 11

### Aggregatio.

lib. 8860 f. 4. d. 11  
lib. 895 f. 11. d. 6  
lib. 7964 f. 13. d. 5

### Subtractio.

## C A P V T VIII.

### De Aggregatione fractionum.

T V scis quod numerus superior vocatur numerator, & inferior denominator, multiplica igitur denominatores inuicem, & quod fit pone pro denominatore, deinde multiplica denominatorem vnus, per numeratorem alterius, & hoc vicissim, & totum aggrega pro numeratore. Exemplum volo aggregare  $\frac{3}{4}$  &  $\frac{5}{7}$  duco 4. in 7. & facio 28. pro denominatore

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4 \end{array} \times \begin{array}{r} 5 \\ 7 \end{array} = \begin{array}{r} 15 \\ 28 \end{array}$$

B 3 deinde



# 18 Liber Vnicus. Cap. IX. X. & XI.

deinde duco 3. in 7. & fit 21. & similiter 5. in 4. & fit 20. & totum est 41. pro numeratore. Videlicet  $\frac{41}{28}$ . & est  $1\frac{13}{28}$ . quod si sint plures aggregabis binatim eodem modo donec compleas. Exemplum volo aggregare  $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{5}{6}$  aggrego per modum dictum Prima duo & faciunt  $\frac{17}{20}$ . & reliqua duo & faciunt  $\frac{49}{60}$ . deinde aggrego  $\frac{17}{20}$  &  $\frac{49}{60}$  & fiunt  $\frac{1098}{360}$  & sunt integri tres &  $\frac{1}{20}$  & hoc est facile.

## C A P V T IX.

### De Aggregatione surdorum.

**T**alis aggregatio fit per hoc verbum plus vt volo aggregare R. 7. cum R. 10. facio R. 7. p. R. 10. & ita ligantur & aggregantur radices vniuersales, & ligatae, & omnes numeri surdi.

**A**lius modus est talis, aggrega numeros vt etiam duc vnū in alterum, & quadrupla, & radicem illius adde dicto aggregato, & R. totius est quod queris. Exemplum volo adiungere radicem 16. cum radice 25. adiungo simul fiunt 41. duco 25. in 16. fit 400. quadruplo fit 1600. R. est 40. addo ad 41. fit 81. cuius R. est 9. aggregatum ex radice 25. & radice 16. sic dico quod R. 7. cum R. 3. facit per primum modum radicem 7. p. R. 3. vel per secundum modum R. V. 10. p. R. 84. & est ferè R. 19.

**C**um volueris addere R. cubicā, alteri cubicā, diuide maiorem cubum, per minorem, & exeuntis accipe R. cubicā, cui adde 1. & totū multiplica in R. cubam minoris, & proueniat erit aggregatū R. cubarū vtriusque. Exemplum volo iungere R. cubam 8. cum R. cuba 27. diuido 27. per 8. exit 3.  $\frac{3}{8}$  cuius R. cubica est  $1\frac{1}{2}$ . addo 1. fit 2.  $\frac{1}{2}$ . duco 2.  $\frac{1}{2}$  in 2. R. cubam de, 8 fit 5. aggregatum. Similiter volo iungere R. cubam 3. cum R. cuba 24. diuido 24. per 3. exit 8. capio R. cubam quæ est 2. addo 1. fit 3. duco in R. cubam de 3. fit R. cuba 81. aggregatum, & hæc regula tenet in R. quadrata etiam & R. R. Exemplum volo adiungere R. R. 96. & R. R. 6. diuido 96. per 6. exit 16. capio R. R. 16. fit 2. addo 1. fit 3. duco in R. R. 6. fit R. R. 486. & tantum faciunt R. R. 96. R. R. 6. simul iunctæ.

**Q**uod si velis adiungere R. cubam cum quadrata, cuba quadratum, & quadra cubum, deinde diuide maiorem per minorem, & exeuntis accipe R. quadratam R. cubicā, minoris, & productum erit aggregatum ex R. quadrata vnius & cuba alterius, Exemplum volo iungere R. quadratam 16. cum R. cuba 8. igitur cuba 16. quod est quadratum fit 4096. deinde quadra 8. qui fuit cubus fit 64. deinde diuido 4096. per 64. cuius R. quadrata R. cubicæ, est 2. cui adde 1. fit 3. quem multiplicabis in 2. R. quadratā R. cubicæ. 64. hoc modo: cuba 3. fit 27. quadra 27. fit 729. similiter cuba 2. fit 8. quadra 8. fit 64. multiplica 729. per 64. fit 46656. cuius R. quadrata R. cub. erit aggregatū, nam R. cubica 46656. est 36. cuius R. quadrata est 6. vel è cōuerso R. quadrata 46656. est 216. cuius R. cuba est

6. & reddit ad idem & hoc modo iungunt radices,

## C A P V T X.

### De Aggregatione Demonstrationum.

**F**it hæc similiter tribus modis sicut in surdis, vel per plus, vel per aggregationem cum multiplicatione, vel per diuisionem, nam cum aggrego 1. co. cum 7. fit Primo modo 1. co. p. 7. alio autem modo vt in surdis aggrego 1. co. cum 7. fit 1. co. p. 7. deinde multiplico. 1. co. in 7. fit 7. co. quadruplo 7. co. fit 28. co. igitur R. V. 1. co. p. 7. p. R. 28. co. est aggregatum, & similiter aggregare 4. co. cum 3. ce. facit Primo modo 4. co. p. 3. ce. Et secundo modo R. V. 4. co. p. 3. ce. p. R. 48. cu. & ita de aliis. Pro tertio modo fac tibi exemplum.

Cum verò adduntur plus & minus fit hoc quatuor vt vides modis infradescriptis.

p. cum p. additur & fit p.

p. cum m. minuitur & fit illud quod superat.

m. cum m. additur & fit m.

m. cum p. minuitur & fit illud quod superat.

5. ce. p. 7. co. m. 4. cu. p. 8.

6. ce. p. 10. co. p. 8. cu. m. 10.

11. ce. p. 17. co. p. 4. cu. m. 2.

Exemplum volo addere 5. ce. p. 7. co. m. 4. cu. p. 8. cum 6. ce. p. 10. co. p. 8. cu. m. 10. Fit vt vides, nam addo Primo 5. ce. & 6. ce. fiunt 11. ce. & post addo 7. co. & 10. co. fiunt 17. co. p. quia ambæ erant p. deinde detraho cu. 4. qui sunt m. ex cu. 8. qui sunt p. remanent cu. 4. p. deinde detraho 8. ex 10. remanent 2. m. quia 10 fuerat m. & ita hoc exemplum satisfacit omnibus modis.

## C A P V T XI.

### De Subtractione Integrorum.

**D**iffert subtractio ab aggregatione in tribus: Primo quia subtractio est contraria aggregationi, minuit enim & illa addit quantitates: Secundo quia aggregatio fit inter quotlibet numeros, subtractio solum inter duos: Tercio quia aggregatio fit minoris cum maiore, & maioris cum minore, deductio autem non fit nisi minoris à maiore: nam maiorem numerum, à minore, detrahare omnino est impossibile.

Fit aut deductio hoc modo supponendo litteras litteris in directo, à dextra versus sinistram procedendo: veluti hic, dicas igitur 9. de 13. remanent 4. & quia ad faciendum 13. addidisti 10. nam aliter non potuisses detrahare 9. illud 10. pro unitate adde ad secundam litteram vi-

7948723

486579

7462144

delicet



# De Subtractione Integrorum. 19

delicet 7. & fiet 8. & est tantum quantum si detraxisses unitatem à 2. quæ est littera superior : dicas ergo 8. de 12. remanent 4. & transfert unitatem ad locum sequentem, & fit 6. & ipsum deme de 7. & remanent 1. deinde detrahe 6. ab 8. remanent 2. deinde detrahe 8. à 4. non potes : adde 10. fit 14. & detracto 8. fiunt 6. & transfer unitatem & fiet 5. littera sequens quæ erat 4. quæ dempta à 9. fit 4. deinde quia nulla est alia littera in detractore, repones 7. & fiet numerus inferior arectum: vt vulgariter nominant.

Probatio fit tripliciter sicut in aggregatione per 7. & per 9. vt in hoc exemplo est

$$\begin{array}{r} 79543 \\ \text{per } 9. \quad \underline{6825} \\ 72718 \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 3 \\ 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 79543 \\ \text{per } 7. \quad \underline{6825} \\ 72718 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 0 \\ 2 \end{array}$$

autem differentia ab aggregatione, quia in illa superiores iuncti debent æquari inferiori, hic autem inferiores iuncti, debent æquari superiori, quare &c. Secundus modus est vt detractio sit probatio detractiois & est quia detraxisti 6825. ex 79543. & super fuit 72718. igitur si detraxeris 72718. ex 79543. remanebit 6825. nam demptis 7. à 10. remanet 3. igitur demptis 3. à 10. remanebunt 7. Exemplum habes in superioribus. Tertius modus probandi est aggregatio, nam cum rite detraxeris 74328 semper ex duobus inferioribus 5929 iunctis fiet superior vt hic: congregaui duos inferiores, & facti sunt numerus: à quo facta erat detractio.

3 Cum verò libras, Solidos, & Denarios, volueris detrahare dispone vt in exem-

$$\begin{array}{r} \text{lib. } 7964 \text{ f. } 13 \text{ d. } 7 \\ \text{lib. } 7682 \text{ f. } 17 \text{ d. } 9 \\ \hline \text{lib. } 281 \text{ f. } 15 \text{ d. } 10 \end{array}$$

plo. Tunc adde solidum. 7. Denariis, & fient denarij 19. à quibus demptis 9. fiunt Denarij 10. & quia addidisti Denarios 12. superiores, igitur adde solidum inferioribus, & fient solidi 18. quos non potes detrahare à 13. adde Libram, quæ valet solidos 20. fient solidi 33. à quibus demptis 18. remanent solidi 15. & quia addidisti solidos 20. superioribus qui sunt libra addes libram vnâ inferioribus & fient libræ 7683. quæ detractæ per superiora faciunt residuum libras 281. solidos 15. denarios 10. probatio fit per duos vltimos modos, nam primus modus solum tenet in numeris simplicibus, quomodo autem fiat probatio per 7. & per 9. exponam in capitulo de multiplicatione simplicium numerorum.

4 Si quis autem dicat valeat scutum libras 5. solidos 5. denarios 3. & facias hanc detractioem quia natura Scuti, continet

$$\begin{array}{r} \text{Scuti } 97 \text{ lib. } 2 \text{ f. } 13 \text{ d. } 6 \\ \text{Scuti } 28 \text{ lib. } 3 \text{ f. } 11 \text{ d. } 3 \end{array}$$

libras, solidos, & denarios, quæ sunt diuersarum, tunc considera si libræ inferiores

sint pauciores superioribus, fac detractioem vt supra, non enim habet difficultatem: si verò libræ detractoris videlicet inferioris sint plus, tunc resolue vnum scutum in libras & deme a superioribus, & adde libras libris: solidos solidis: nummos nummis: post modum perfice detractioem, Exemplum

$$\begin{array}{r} \text{Sicuti valor} \\ \text{lib. } 5 \text{ f. } 5 \text{ d. } 3 \\ \text{Scuti } 96 \text{ lib. } 7 \text{ f. } 18 \text{ d. } 9 \\ \text{Scuti } 28 \text{ lib. } 3 \text{ f. } 11 \text{ d. } 3 \\ \hline \text{Scuti } 68 \text{ lib. } 4 \text{ f. } 7 \text{ d. } 6 \end{array}$$

erant Scuti 97. libræ 2. solidi 13. denarij 6. abstuli scutum qui valet libras 5. solidos 5. denarios 3. & addidi omnia suis locis: & facti sunt Scuti 96. libræ 7. solidi 18. denarij 9. à quibus detractis scutis 28. libris 3. solidis 11. denariis 3. remanent scuti 68. libræ 4. solidi 7. denariis 6. vt vides animaduerte quod in hoc casu accidit quandoque vt super sint solidi plusquam 20. aut nummi, plusquam 12. pones igitur detractis solidis 20. libram, & detractis nummis 12. solidum.

Animaduerte quod in aggregationibus talium etiam oportet animaduertete nam cum libræ exuperauerint valorem scuti tunc reponetur coronatus loco earum hoc modo valeat scutus vt supra libras 5. solidos 5. denarios 3. sint hæ duæ quantitates

$$\begin{array}{r} \text{Scuti } 754 \text{ Libræ } 4 \text{ Solidi } 13 \text{ d. } 6 \\ \text{Scuti } 458 \text{ Libræ } 2 \text{ Solidi } 19 \text{ d. } 11 \end{array}$$

Primo eas simul

$$\begin{array}{r} \text{Scuti } 754 \text{ lib. } 4 \text{ f. } 13 \text{ d. } 6 \\ \text{Scuti } 458 \text{ lib. } 2 \text{ f. } 19 \text{ d. } 11 \\ \hline \text{Scuti } 1212 \text{ lib. } 6 \text{ f. } 32 \text{ d. } 17 \\ \text{Scuti Valor. lib. } 5 \text{ f. } 5 \text{ d. } 3 \\ \hline \text{Scuti } 1212 \text{ lib. } 1 \text{ f. } 27 \text{ d. } 14 \\ \text{Scuti } 1213 \text{ lib. } 1 \text{ f. } 27 \text{ d. } 14 \\ \text{Scuti } 1213 \text{ lib. } 2 \text{ f. } 8 \text{ d. } 2 \end{array}$$

iunges per doctrinam Septimi capituli & fient scuti 1212. lib. 6. solidi 32. denarij 17. post modum quia libræ 6. solidi 32. denarij 17. excedunt valorem scuti. suppose ipsum & residua: & remanent scuti 1212. libra 1. solidi 27. denarij 14. post modum addes scutum vnum numero aureorum: pro libris solidis & denariis quos abstulisti: & fient scuti 1213. libra 1. solidi 27. denarij 14. demum quia supersunt solidi, plusquam 20. & denarij plusquam 12. reduces denarios 12. ad solidum: & solidos 20. ad libram: & fient Scuti 1213. libræ 2. solidis, denarij 2. vt in exemplo vides.

Fuisse me in hac tam vulgata re longiusculum pudet, cum tamen maior verecundia sit in minimis falli: ea propter diligentius ista pertractauimus: nam reliqua quæ sunt difficiliora etiam ad instructis legentur: facilius autem ardua peritus, quam vulgata imperitus intelligit.



CAPVT XII.

De Subtractione Fractionum.

**D**Vces denominatorem In denomina-  
torem & quod fit est denominator  
residui, deinde duces numeratores vnus  
In denominatores alterius, & duorum mul-  
tiplicatorum residuabis minorem numerum  
de maiore: & quod remanet est numerator.  
Exemplum volo  $\frac{2}{3}$ . de  $\frac{3}{4}$  detrahere, duc  
3. in 4. fit 12. pro denominatore: deinde  
duco 2. in 4. fit 8. & 3. in 3. fit 9. demo 8.  
à 9. remanet 1. pro nu-  
meratore remanet igitur  $\frac{1}{12}$  ex tali detractio-  
 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$

CAPVT XIII.

De Subtractione Surdorum.

**F**It tribus modis Primo per minus hoc  
modo volo detrahere  $\sqrt{3}$ . ex Radice 7.  
dico  $\sqrt{7}$ .  $\sqrt{7}$ .  $\sqrt{3}$ . & ita de aliis.  
**2** Alius modus est talis aggrego simul: & etiã  
multiplico: & multiplicatum quadruplo: &  
huius sumo radicem quam detraho ab  
aggregato Primo quã si non potest detrahi,  
detractio est impossibilis: factã detractio-  
ne residui, est quã sitũ, veluti volo detrahere Ra-  
dicẽ 16. ex  $\sqrt{25}$ . iungo 25. cũ 16. fit 41. duco  
16. in 25. fit 400. quadruplo 400. fit 1600.  
 $\sqrt{1600}$ . est 40. demo à 41. remanet 1. cuius  
 $\sqrt{1}$ . est 1. & tantũ residuatur, demptã radice  
16. quã est 4. à radice 25. quã est 5. remanet  
1. per hoc etiam demptã radice 3. à radice 7.  
fit  $\sqrt{4}$ . V. 10.  $\sqrt{84}$ . cuius sensus est assu-  
mere radicem 84. & detrahere à 10. & resi-  
dui  $\sqrt{4}$ . est quod quãritur. Ex hoc patet & Ca-  
pitulo Nono quod tantum est dicere  $\sqrt{7}$ .  $\sqrt{3}$ .  
 $\sqrt{3}$ . quantum ( $\sqrt{3}$ ) 10.  $\sqrt{84}$ . & similiter  
tantum est dicere  $\sqrt{7}$ . 7. p.  $\sqrt{3}$ . quantum  
 $\sqrt{7}$ . V. 10. p.  $\sqrt{84}$ . quare & ce.

**3** Tertius modus est vt diuidas numerum  
per numerum, & exeuntis accipe radicem,  
à qua detrahe 1. & residuum multiplica per  
 $\sqrt{2}$ . minoris, & hic modus tenet in Radicibus  
cubicis: & quadratis: &  $\sqrt{2}$ . & mixtis: Exem-  
plum de cubica volo detrahere  $\sqrt{8}$ . 8. cu. ex  
 $\sqrt{27}$ . cubica: diuido 27. per 8. exit  $3\frac{3}{4}$ .  
capio radicem cu. & est  $1\frac{1}{2}$ . demo vnitatem  
remanet  $\frac{1}{2}$ . duco  $\frac{1}{2}$ . in 2. radicem 8. fit 1. &  
tantum residuatur detractã  $\sqrt{2}$ . cub. 8 à  $\sqrt{2}$ .  
cub. 27. & vt vides exempla capituli noni  
satisfaciunt: nam operatio est eadem vt in  
aggregatione præcise: excepto quod in ag-  
gregatione additur 1. in subtractione aufertur.

CAPVT XIV.

De Subtractione Denominationum.

**I**N denominationibus similibus fit detra-  
ctio per numeros veluti 10. ce. p. 7. co. si  
demantur ex 24. ce. p. 13. co. remanent 14.  
ce. p. 6. co.

Si verò denominationes sint similes vnus  
tamẽ numerus maior, alter minor: fit detractio  
in minore secundum totum: in maiore autẽ  
secundum quantitatem minoris: & residuum  
ponitur sub termino minus  
Exemplum volo subtrahere 10. ce. p. 4. co.  
7. ce. p. 13. co. à 10. ce. 7. ce. p. 13. co.  
p. 4. co. dico quod remanet 3. ce. m. 9. co.  
3. ce. m. 9. co.

Si verò denominationes subtrahendi sint  
cum termino minus, fit additio: Exemplum  
volo detrahere 7. ce. m. 9. co. ab 11. ce. p. 5. co.  
fit 4. ce. p. 16. co. in additione autem minus  
minuitur: exempli gratiã volo addere 6. ce.  
p. 7. co. cum 5. ce. m. 9. co. fit. totum 11. ce.  
m. 2. co. regula etiam hæc tenet in surdis.  
Si verò naturæ sint diuersæ fit subtractio  
per terminum minus aut per multiplicatio-  
nem prout in surdis & ita 7. ce. p. 3. co. &  
4. cu. facit detrahendo 7. ce. p. 3. co. m. 4.  
cu. vel per modum multiplicationis  $\sqrt{2}$ . dif-  
ferentiã 49. ce. p. 9. ce. p. 16. cu. ce. p.  $\sqrt{2}$ .  
1764. cu. ce. detractã  $\sqrt{2}$ . L. 3136. ce. Re. p.  
576. ce. ce. ce.

Exempla istorum modorum patent vt hic.

|                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| 7. ce. p. 7. co.        | 7. ce. p. 12. co.       |
| 4. ce. p. 3. co.        | 5. ce. p. 15. co.       |
| 3. ce. p. 4. co.        | 2. ce. m. 13. co.       |
| 7. ce. p. 4. co. m. 9.  | 7. ce. m. 5. co. p. 7.  |
| 5. ce. p. 6. co. p. 10. | 9. ce. m. 11. co. m. 3. |
| 2. ce. m. 2. co. m. 19. | 6. co. m. 2. ce. p. 10. |

Probationes autem sunt duobus vltimis  
modis capituli vndecimi.

CAPVT XV.

De Multiplicatione Numerorum.

**C**Vm volueris multiplicare numeros ha-  
beas imprimis memoriã multiplicatio-  
nem numerorum simplicium vsque ad 10. ve-  
luti 7. in 9. facit 63. deinde dispone quemli-  
bet sub suo compari veluti. In figura vides  
Primò ducitur 6. in omnes literas numeri  
superioris: deinde ducitur 4. in easdem: de-  
inde 9. deinde 3. vltimo 7. deducitur. In  
omnes litteras superioris numeri prout vi-  
des.

In hac Figura:

|               |
|---------------|
| 79507864      |
| 73946         |
| 477047184     |
| 318031456     |
| 715570776     |
| 238523592     |
| 556555048     |
| 5879288511344 |

Secundo considera quod decani qui su-  
persunt in multiplicatione transferuntur  
ad numerum sequentem: tanquam numeri  
simplices, veluti in prima littera duco 6. in  
4 fit 24. depono 4. & supersunt 20. qui sunt  
duo decani, hos seruo: cum igitur dico 6.  
in 6. facit 36. addo 2. pro decanis seruatis:  
&



# De Multiplic.& in fit.Fractorum. 21

& fit 38. repono igitur 8. & seruabo 3. decanos quos adnumerabo multiplicationi 6. in 8, atque ita in reliquis.

Tertio considera quod primus numerus qui reponitur debet poni sub littera multiplicante numeri inferioris deinde procedere seriatim sine confusione ad sinistram: donec disponatur optimè vna sub alia, sicut vidisti in figura.

Probatio autem per 9. est vt colligas omnes superioris:& proice 9.quotiens potes: deinde fac idem in Secundo numero inferiore: & residua inuicem duc: & ab eo quod fit etiam proice 9. quotiens potes: & seruare reliquum: deinde in numero producto aggregato proiectis 9. quotiens potueris, si residuatur idem numerus qui seruatus est rectè processisti, sin minus nequaquam. Exemplum in superiore: multiplicatione aggregatio numerorum est 46. deductis 9. remanet 1. in inferiore acutus est 29. deductis 9. fit 2. duc. 2. in 1. fit 2. aggregatum producti est 65. à quo deductis 9. remanent 2.

Alia probatio fit per 7. non aggregando, sed præscindendo: vt pote dicas in superiore numero, in 7. nihil superest, in 9. supersunt 2. quæ anteposita ad 5. faciunt 25. in quo supersunt 4. quæ anteposita ad nullitatem faciunt 40. à quo proiectis 7. fit 5. qui antepositus ad 7. facit 57. à quo deducto 7. remanet 1. & ita procedas pariformiter in omnibus: si igitur, quod superest à producto æquatur ei quod superest ex supplicatione productentium: ratio est bona: aliter est falsa. Exemplum in superiore supersunt 2, in inferiore 5. duco: 5, in 2. fit 10: supersunt 3. cum igitur in producto supersunt 3. ratio est vera. Itamet probatio potest fieri per 8. per 6. & per 11. & reliquos numeros eodem modo sicut fit de 7. & probatio de 9. non verificatur in aliis numeris nota tamen quod potest esse Prima & Secunda probatio bona, & tamen multiplicatio erit mala: non tamen probatio potest esse mala, & multiplicatio

$$\begin{array}{r} 36425 \\ 792 \\ \hline 72883 \\ 527823 \\ 254975 \\ \hline 28848663 \end{array}$$

bona hoc autem fit hoc modo: probationes istæ sunt veræ & tamen multiplicatio falsa: si igitur dubitas experiaris Primam & secundam & tertiam litteras à dextra, an benè se habeant nam falsificantur multiplicationes per 63. additum vel ablatum & omnem numerum ex eo compositum vt 126. & 630. &c.

Cum ducit n°. in numerum, quod producitur est n°. vt 7. in 3. fit 56.

Cum producitur numerus in decanos, productum sunt decani veluti 7. in 80. facit 56. decanos qui sunt 570.

Cum producitur numerus in centenos, productum est numerus centenorum. vt 7. in 800. facit 56. centenos qui sunt 5600.

Cum producitur numerus in millenos, vel è conuerso, productum est numerus milleno-

rum, vt 7. in 8000. facit 56000.

Cum producitur numerus in miriades, productum est numerus miriadum vt 7. in 80000. facit 56. miriades quæ sunt 560000.

Cum producitur decanus in decanos, productum est numerus centenorum, veluti 70. & 80. facit 56. centenos videlicet 5600.

Cum producitur decanus in centenos, productum est numerus milliariorum. veluti 70. in 800. facit 56. millenos videlicet 56000.

Cum producitur decanus in millenarios, productum fit numerus miriadum: veluti 70. in 8000. facit 56. miriades videlicet 560000.

Cum producitur decanus in miriades, productum est numerus centenorum milium, veluti 70. in 80000. facit 56. centena milium videlicet 5600000.

Cum centenus producitur in centenos, quod fit est numerus miriadum, veluti 700. in 800. facit 56. miriades, videlicet 560000.

Cum centenus ducitur in milliaria, productum est numerus centenorum millium, veluti 700. in 8000. facit 56. centena millia, videlicet 5600000.

Cum centenus ducit in miriade productum est numerus millionum, veluti 700. in 80000. facit 56. milliones, videlicet 56000000.

Cum millenus ducitur in millenos, productum est numerus millionum, veluti 7000. in 8000. facit 56. milliones, videlicet 56000000.

Cum millenus ducitur in miriades, productum sunt decani millionum, veluti 7000. in 80000. facit 56. decanos millionum, videlicet 560000000.

Cum miriasin miriadem ducitur, productum est centena millionum, veluti 70000. in 80000. facit 56. centena millionum videlicet 5600000000.

Hæc igitur si quis rectè concipiat faciliter memoria maximas supputationes perficiet.

## CAPVT XVI.

### De Multiplicatione & in fitione Fractorum.

**P**RO multiplicatione duc denominatorem in denominatorem & numeratorem in numeratorem & quod fit pone pro producto veluti  $\frac{2}{3}$  in  $\frac{3}{4}$  facit  $\frac{6}{12}$  &  $\frac{2}{3}$  in  $\frac{4}{7}$  vt vides in figura.

Probatio autem vna est vniuersalis omnibus quæ est diuisio:

quæ etiam competit integris, sicut diuisionis probatio est multiplicatio:

Vnde cum diuiseris  $\frac{6}{12}$  per  $\frac{2}{3}$  exhibunt  $\frac{3}{4}$  aut si diuiseris per  $\frac{3}{4}$  exhibunt  $\frac{2}{3}$ . & similiter diuiso  $\frac{8}{35}$  per  $\frac{4}{7}$  exhibunt  $\frac{2}{5}$ . & diuiso  $\frac{8}{35}$  per  $\frac{2}{5}$  exhibunt  $\frac{4}{7}$ .

Infitatio vulgariter dicitur siue infitio, additioni ferè similis est, non tamen potest fieri

$$\begin{array}{r} 2 \text{ — } 3 \quad 6 \\ 3 \text{ — } 4 \quad 12 \\ \hline 2 \text{ — } 4 \quad 8 \\ 5 \text{ — } 7 \quad 35 \\ \hline \end{array}$$



# 22 Liber Vnicus. Cap. XVII.

fieri sine multiplicatione, ob hoc dilata est declaratio eius usque ad præsens capitulum: fit autem ut in figura multiplicando denominatorem in denominatorem & produ-

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \left| \quad \frac{11}{12} \quad \frac{5}{7} \quad \left| \quad \frac{82}{84} \right.$$

ctum pone pro denominatore, deinde multiplica denominatorem secundum in numeratorem Primum & adde producto numeratorem secundum & aggregatum pone pro numeratore. Exemplum volo inferere  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$  &  $\frac{5}{7}$ , primo inferam  $\frac{2}{3}$  cum  $\frac{3}{4}$  ducendo denominatores inuicem, fit 12. & postmodum Primum numeratorem qui est 2 in denominatorem qui est 4. fiet 8. cui adde secundum numeratorem fiet 11. igitur insitione fit  $\frac{11}{12}$  similiter duco 12. in 7. fit 84. pro denominatore: deinde duco 11. in 7. fit 77. addo 5. fit 82. pro numeratore igitur insitus erit  $\frac{82}{84}$ . Est autem insitio additio fractionis fractionis anterioris, ad fractionem cuius est fractio, veluti addo  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{6}$  ad  $\frac{5}{6}$  fiunt  $\frac{17}{18}$  nam 2. non sunt partes unitatis sed  $\frac{1}{6}$  qui est denominator de  $\frac{5}{6}$ .

3 Ex hoc patet quod ex insitione nunquam peruenitur ad unitatem utpote si quis dicat inferre  $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{7}{8}$  non attingunt ad unitatem, quia ad  $\frac{3}{4}$  deest  $\frac{1}{4}$  sed  $\frac{5}{6}$  non est  $\frac{1}{4}$ , sed tantum  $\frac{5}{6}$  de  $\frac{1}{4}$  igitur ad complendum unitatem deest  $\frac{1}{6}$  de  $\frac{1}{4}$  sed  $\frac{7}{8}$  sunt minus de  $\frac{1}{6}$  de  $\frac{1}{4}$  quia sunt  $\frac{7}{8}$  de  $\frac{1}{6}$  de  $\frac{1}{4}$  igitur ad complendum unitatem deest  $\frac{1}{8}$  de  $\frac{1}{6}$  de  $\frac{1}{4}$  quod est  $\frac{1}{192}$  & ita in infinitum.

Inferre tot  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$  quod faciant  $\frac{7}{8}$  tunc scias possibilitatem inferendi facilliter, nam si 8. denominator inferendi numerat 24. productum denominatorum inferentium quæstio est possibilis aliter non: soluitur autem Capitulo Sexagesimo sexto.

## CAPITULUM XVII.

### De multiplicatione Surdorum.

1 CUM fuerit surdus simplex ducendo in seipsum fit numerus veluti R. 7. in R. 7. facit 7. & R. 5. in R. 5. facit 5.

2 CUM ducitur numerus surdus, in alium producitur R. aggregati, veluti R. 7. in 5. facit R. 35. & R. 9. in R. 4. facit R. 36. quæ est 6.

3 CUM ducitur R. numeri, in R. quadrupli, producitur duplum numeri, veluti R. 3. in R. 12. facit 6. & R. 5. in R. 20. facit 10.

4 CUM ducitur R. V. in se, producitur idem demprâ Primâ R. Exemplum R. V. 7. p. R. 4. in se facit 7. p. R. 4. quod est 9. & R. V. 9. p. R. 49. facit 9. p. R. 49.

5 CUM R. numero multiplicabis, quadrabis numerum & duces in quadratum R. id est in numerum ipsum, & R. producti est quod quæritur. Exemplum R. 7. in 5. quadra 5. fit 25. quadra R. 7. fit 7. duco 7. in 25. fit 175. igitur R. 175. est productum ex 5. in R. 7.

6 CUM volueris ducere radicem & numerum in se. Tunc quadrabis utrumque &

iunges simul, post multiplicabis unum productum in aliud, & quadruplabis, & huius R. cum aggregato Primo est productum. Exemplum R. 9. p. 2. quadra fit 9. p. 4. quod est 13. duc etiam 9. in 4. fit 36. quadrupla fit 144. R. est 12. addita ad 13. facit 25. tantum facit R. 9. p. 2. in se, nam 5. in se facit 25.

Cum volueris ducere R. ligatam in se fac 7 eodem modo, quadra, iunge, & multiplica, quadrupla radicem aggregato iunge: ut R. 9. p. R. 16. fiunt 9. & 16. quod totum est 25. deinde 9. in 16. facit 144. quadruplum est 576. R. est 24. quæ addita ad 25. facit 49. quod si non haberet radicem, diceremus 25. p. R. 576.

Cum volueris ducere radicem ligatam 8 in aliam, quadrabis utramque deinde multiplicabis in crucem, & R. ligata productum est productum, veluti L. R. 9. p. R. 4. in L. R. 25. p. R. 36. quadra fiunt 9. p. 4. & 25. p. 36. dispone & multiplica:

Omnes igitur hæ radices sunt productum videlicet 55.

$$\begin{array}{r} 9. p. 4. \\ 25. p. 36. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} R. 225. p. R. 324. \\ R. 100. p. R. 144. \end{array}$$

Aliud 3. p. R. 4. in 2. p. R. 9. quadra & dispone. hoc modo, est igitur productum L. R. 81. p. R. 36. p. R. 36. p. R. 16. Videlicet 25.

$$\begin{array}{r} 3. p. R. 4. \\ 2. p. R. 9. \\ \hline 9. p. 4. \\ 4. p. 9. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} R. 36. p. R. 81. \\ R. 16. p. R. 36. \end{array}$$

9 CUM volueris multiplicare Radices vniuersales inuicem, quadra eas suo modo per regulam quartam, & post modum quadra etiam tanquam disunctum per vndecimam regulam, tertio duc vnâ in alteram per præcedentem, & R. R. ligatæ illius aggregati est productum. Exemplum R. V. 7. p. R. 4. in R. V. 5. p. R. 16. ducenda est, quadrarentur per quartam fiunt 7. p. R. 4. & 5. p. R. 16. deinde quadrarentur per viam R. & numeri distinctorum: & fiunt 49. p. 4. & 25. p. 16. hoc autem per modum R. ligatæ multiplicabis in crucem: & fiunt ut vides R. totius, aggregati huius. R. L. 1225. p. R. 784. p. R. 100. p. R. 64. R. igitur 1225. est 35. & R. 784. est 28. & R. 100. est 10. & R. 64. est 8. igitur totum est 81. cuius R. est 9. productum.

$$\begin{array}{r} R. 1225. p. R. 784. \\ R. 100. p. R. 64. \end{array}$$

10 CUM volueris multiplicare Radices ligatas inuicem cum vniuersalibus, quadrabis vnâquamque per suam regulam, Videlicet quartam & septimam & tu scis quod prodibunt in vtrâque numerus, & radix, deinde quadra omnia tanquam radices disiectas, per sequentem regulam & multiplica inuicem, & R. R. L. totius est productum veluti volo deducere R. V. 7. p. R. 4. in R. L. 9. p. R. 16. quadrabo per quartam regulam radicem vniuersalem



# De Multiplicatione Surdorum. 23

vniversalem, & fiet 7. p. R. 4. & quadrabo radicem ligatam per septimam regulam, & fiet 25. p. R. 576. multiplico eas in se per modum R. distinctæ & fient 49. p. 4. Et 625. p. 576. deinde multiplico inuicem per modum crucis & Primo 49. in 625. fit 30625. & 4. in 576. fit 2304. & 49. in 576. fit 28224. & 4. in 625. fit 2500. erit igitur productum R. L. 30625. p. R. 2500. p. R. 2304. p. R. 28224. est autem 30625. R. 175. R. 2500. n. 50. & 2304. R. 48. & R. 28224. est 168. adde igitur 175. & 50. & 48. & 168. fiet 441. cuius R. est productum: nam R. V. 7. p. R. 4. est 3. & R. L. 9. p. R. 16. est 7. & 7. ductum in 3. facit 21. Tamen si opereris per breviorē viam, exit R. V. & non R. L. ligata, idem tamen est proventus, sed vtor hoc modo ad vitandum errorem ex diuersitate operandi faciliter euenientem.

11 Est etiam quoddam genus surdi, numeri quod vocatur disiunctum, veluti R. 9. p. R. 4. vult dici 2. & 3. per se, manifestum est igitur quod qui vult quadrare talem numerum, solum debet auferre Radicem veluti dicendo R. 6. 7. p. R. 3. quadrata facit 7. p. 3. differt valde à radice ligata nam quadratum R. 6. 9. p. R. 4. est 13. tantum vt apparet per regulam presentem: quadratum autem R. L. 9. p. R. 4. est 25 & quadratum R. V. 9. p. R. 4. est 11. vt apparet ex quarta & septima regula.

12 Ex ductu R. V. vel in R. L. vel in numerum simplicem, vel in R. disiunctam, vel ex ductu R. L. in se, vel aliam ligatam radicem, fit semper R. vniversalis.

13 Ex ductu R. ligatæ in numerum simplicem. Item in R. simplicem, Item ex ductu R. disiunctæ in radicem disiunctam, fit R. ligata.

14 Ex ductu R. disiunctæ in numerum simplicem, vel R. sit R. disiuncta.

15 Ex ductu R. disiunctæ in R. V. sunt plures radices vniversales, Et ex ductu R. disiunctæ in R. L. sunt plures R. L. Nota igitur quod dixi in 12. & 13. regulis de radice disiuncta, intelligitur quod producantur plures radices. V. vel ligatæ, non vna tantum. Ex ductu igitur R. 6. sunt plures R. L.

16 Multiplicatio R. d. in omnem aliam, non est nisi multiplicatio radices simplicis totiens iterata quot termini fuerint in ea, igitur omnis operatio eius habetur ex suis regulis.

17 Est etiam quoddam genus Radicum quod vocatur reduplicatum, & est frequentius in genere radices ligatæ, veluti R. R. L. 16. p. 25. & est intentio aggrega radicem 25. & est 5. cum R. 16. Et est 4. & fiet 9. cuius sume R. est 3. igitur 3. est idem quod R. R. L. 16. p. 25. in talibus igitur quadrabis auferendo vnā Radicē: & fiet R. L. simplex quā si volueris quadrare, quadrabis per septimam igitur quadratū R. R. L. 16. p. 25. est.

R. L. 16. p. R. 25. videlicet. 9. cum igitur volueris hanc radicem in aliam ducere totiens quadrabis reliquā quotiens opus habes, per hanc & Septimam ad multiplicandum & quod producat erit (R.) cuius R. erit numerus productus, exemplum est facile si vndecimam intellexisti volo ducere R. R. L. 16. p. 25. in radicem V. 2. p. R. 4. ducō R. R. L. 16. p. 25. in se fit R. L. 16. p. 25. & ducō (R.) 2. p. R. 4. in se fit 2. p. R. 4. multiplico in seipsas. 2. p. R. 4. & R. L. 16. p. 25. quadrando vtramque secundum doctrinam 11. regulæ fit 8. p. R. 64. & 41. p. R. 1600. ducō secundum formam 11. fiet primo 328. deinde quadrando fiet 64. p. 64. & 1681. p. 1600. quæ ducta in crucem facient vt vides. R. igitur horum addendæ sunt a

$$\begin{array}{r} 64. p. 64. \\ 1681. p. 1600. \end{array} \Bigg| 102400. \\ 107584. 102400.$$

328. & est idem quod radix multiplicati ex duobus primis videlicet 64. in 1681. capiam igitur totum numerum videlicet R. V. 328. p. R. L. 102400. p. R. 102400. p. R. 107584. Radices igitur 102400. sunt 320. & 320. & 107584. sunt 328. aggrega igitur 328. & 328. & 320. & 320. fiet totum 1296. cuius radix est 36. cuius R. est 6. igitur dicemus quod 6. est R. R. numeri qui componitur ex radice vniversali 328. p. R. L. 102400. p. R. 102400. p. R. 107584.

Ex hac regula sequitur quod radix vniversalis in sua quadratura fit numerus simplex cum Radice: quare deuenit ad naturam Radicis ligatæ sicut & radix ligata in seipsam: quod enim producit est quoddam medium & hoc intellige pro regula decima quarta & decima tertia.

Secundò sequitur quod cum fuerint tales deducuntur per formam radices disiunctæ inuicem in cruciando se, & est similis modus sicut si quis ducat 7. p. R. 4. In 7. p. R. 4. & similiter ducere 7. p. R. 4. In 5. p. R. 16. Nam vtroque primo deducis numeros anteriores & posteriores, primus est numerus secundus radix numeri, deinde quadrabis terminos, & in cruciando multiplicabis: exemplum in primo 7. in 7. fit 49. & 4 in 4. fit 16. erit ergo 49. p.

$$\begin{array}{r} 7. p. R. 4. \\ 7. p. R. 4. \\ \hline n. 49. p. R. 16. \\ \hline R. 49. p. R. 4. \\ R. 49. p. R. 4. \\ \hline R. 196. p. R. 196. \\ \hline R. 49. p. R. 16. p. \\ R. 196. p. R. 196. \\ \hline R. 81. & est. 9 \end{array}$$

ultima R. cum primis iam quadratis vtrisque & producit radix: & ita productio vltimarum inter se est media inter productionem primarum inter se, & primarum cum vltimis: nam communicat cum productione primarum in hoc: quod multiplicatur absque eo quod quadratur: communicat cum productione



productione primarum in vltimas, eos quod productum est radix & non numerus.

- 19 Recifum dicitur numerus qui ductus cum reliquo nihil facit excepto primo numero: velui recifum de 7. p. R. 9. est 7. m. R. 9. & R. 9 p. R. 7. est recifum de R. 9. m. R. 7. quod ergo iunctum facit remanere solam primam Iteram est recifum vnde in quolibet est facile inuenire permutatio plus loco minus: & ponendo minus loco plus vt recifum de R. L. 7. p. 3. est R. L. 7. m. 3. & recifum de R. 7. m. R. 5. est R. L. 7. p. R. 5. & hoc nota bene cum igitur aliquis numerus producit in suum recifum: producitur primus numerus, dempto vltimo vnde si dico 7. p. R. 5. in recifum facit 44. precise, & R. 7. m. R. 5. in suum recifum facit 2. producitur igitur ut semper quadratum primi numeri, dempto vltimo.

$$\begin{array}{r} 7. \text{ p. } R. 5. \\ 7. \text{ m. } R. 5. \\ \hline 40. \text{ m. } 5. \\ \text{p. } R. 245. \\ \text{m. } R. 245. \\ \hline 44. \end{array}$$

At in vniuersali quod producitur est eodem modo: sed est radix residui non numerus, vnde (R) 7. p. R. 4. in (R) 7. m. R. 4. producit R. 45. simplicem.

Demonstratio super his omnibus fundata est in quarta secundi Euclidis demonstrata per tertiam eiusdem, secundo super regulam sequentem.

- 20 Omne plus in plus multiplicatum, aut minus in minus, quod producitur est plus, omne minus in plus, aut plus in minus quod producitur est minus, exemplum in hac figura. Manifestum est igitur quod remanet 40, nam 9. detractum à 49. remanet 40. plus autem 21. & 21. minus nihil faciunt.

$$\begin{array}{r} 7. \text{ p. } 3. \text{ p. } 21 \\ 7. \text{ m. } 3. \text{ m. } 21 \\ \hline 49. \text{ m. } 9. \end{array}$$

Aliud cape Exemplum.

$$\begin{array}{r} 7. \text{ m. } R. 4. \text{ m. } R. 196. \\ 7. \text{ p. } R. 4. \text{ p. } R. 196. \\ \hline 49. \text{ m. } 4. \end{array}$$

Aliud exemplum est tale.

$$\begin{array}{r} R. 9. \text{ m. } R. 4. \text{ m. } R. 64. \\ R. 16. \text{ m. } R. 9. \text{ m. } R. 81. \\ \hline R. 144. \text{ p. } R. 36. \end{array}$$

Totum igitur est numerus qui est vnitas: vt patet nam R. 144. est 12 & 36. R. est 6. quod totum est 18. dempta radice 64. quæ est 8. & 81. quæ est 9. remanet vnitas & tantum producitur hæc regula tenet in integris fractis surdis & denominationibus.

- 21 Cum volueris duplicare aut triplicare Radicem vniuersalem nihil est quam multiplicare R. V. in 2. vel 3. & fit hoc modo volo multiplicare R. V. 7. p. 4. in 3. quadro R. V. per regulam suam fit 7. p. R. 4. d. quadro 3. fit 9. deinde quadro d. 7. p. R. 4. fit 49. p. 4. quadro 9. fit 81. multiplico 81. in 49. fit 3969. multiplico 81. in 4. fit. 324. igitur R. R. L. 3969. p. R. 324. est productum 3. in R. V. 7 p. R. 4. siue triplicatio illius R. Radix autem 3969. est 63. R. 324. est 18. quæ iuncta simul faciunt 81. cuius R. 9. est productum: posses facere etiam hoc modo quadrare R. V. 7. p. 4. & fit d. 7. p. R. 4. quadra 3. fit 9. multiplica in 7. fit 63. iterum

quadra R. 4. fit 4. quadra 9. fit 81. multiplica 81 per 4. fit 324. accipe R. erit igitur tale productum R. V. 63. p. R. 324. quod est dicere R. 81. quæ est 9. iste modus est facilius & tenet etiam in superioribus vt dictum est: verum non æquè bene potest mandari memoria: & productum est R. V. tantum: Primus autem modus est tediousior sed melius potest memoria comendari: & productum est R. R. L. & tamen productum primum & secundum sunt Idem. vnde tantum valet dicere R. R. L. 3969. p. R. 324. quantum dicere R. V. 63. p. R. 324.

Quod si quadrare volueris R. V. 25. m. 22 R. 16. m. R. 9. m. R. 4. quadrabis R. Primam tamen & fiet 25. m. R. 16. m. 9. m. R. 4. & hæc est R. L. reducenda ad numerum per regulam infrascriptam.

Cum volueris reducere aliquod trinomium ad quantitatem simplicem: facias modo, quam tenet in quadriminiis, & quinomiis numeris, & R. quadratis, cubis, & R. R. simplicibus, & mixtis, quomodocunque proposueris. Exemplum sit trinomium 3. p. R. 4. p. R. R. 81. quod volo reducere ad numerum detrahe ex hoc trinomio quam volueris quantitatem, vt 3. vel R. 4. vel R. R. 81. dico quod tantum est multiplicare residuum in se, & à producto detrahere quadratū numeri, aut R. detracta, quantum multiplicare totum trinomium, in suum recifum, auferamus, ergo R. R. 81. pro exemplo, remanebit 3. p. R. 4. L. multiplica in se per modum R. L. fit 13. p. R. 144. multiplica R. R. 81. in se fit R. 81. detrahenda à 13. p. R. 144. & quia talis detractio conuenienter fieri non potest faciemus per regulam iungendo 81. cum 144. deinde multiplicando 81 in 144. & quadruplando per capitulum aggregationis surdorum iunge igitur R. 81. cum R. 144. fit R. 225. multiplica 81. in 144. & quadrupla fit 46656. dicemus igitur quod ex tali subtractione proveniet 13. p. R. V. 225. m. R. 46656. vel R. L. 144. m. R. 81. p. 13. & æquivalent. Et similiter poterimus deducere hoc trinomium recifum in suum trinominum eodem modo, auferas R. 81. quæ est m. & multiplica in se fit 81. deinde multiplica 13. p. R. L. 144. in se & fit 157. p. R. 97344. aufer 81. de 157. remanet 76. p. R. 97344. igitur in duabus operationibus reduxisti trinomiū ad binomiū: multiplicando semper quantitatem ablatam in se, & auferendo à multiplicatione residui, & similiter reducemus R. 97344. p. 76. ad numerum simplicem detrahe 76. à R. 97344. & multiplica R. 97344. in se & fit 97344. & similiter multiplica 76. in se fit 5776. subtrahe ex 97344. productum 5776. & remanent 91568.

Igitur hoc modo poteris reducere trinomia, & quadriminia vniuersalia: ad numerum simplicem: nam ex præcedenti regula trinomium vniuersale aut quadriminimum reducitur ad numerum & R. L. per primam operationem: igitur per hanc regulam reducitur ad numerum tamquam si foret productum per recifa, ex quo tandem fieri possunt diuisiones prout docebo inferius.

Cum



24 Cum volueris reducere R. L. ad R. V. maxime autem si sint diuerlarum denominationum. Tunc reduces partes ad vnam eandem naturam deinde iunges producta cum multiplicatione vnus producti in alterum quadruplicata aut multiplicata per denominationem, & hoc per modum R. V. & R. illa V. erit æquiualens radici ligatæ propositæ.

Exemplum sit R. L. 5. p. R. R. 9. quam volo reducere in R. V. multiplica R. 5. in se facit 5. quia 9. assumitur per R. R. deinde multiplica R. R. 9. in se sit R. 9. iunge igitur hæc duo quadrata videlicet 5. & R. 9. fiunt 5. p. R. 9. deinde reduces 5. ad quadratum & fiet 25. habes igitur R. 25. & R. 9. quæ sunt eiusdem naturæ quas multiplica inuicem & fit 225. quam R. duplicabis, Et quia est R. R. erit per regulam vigesimam primam multiplicanda per 16. & fit 3600. igitur R. V. 5. p. R. 9. p. R. R. 3600. est tantum quantum R. L. 5. p. R. R. 9. & est dicere R. R. 3600. quæ est 60. adita ad R. 9. quæ est 5. & ad 5. quod totum est R. V. 8. p. R. 60. est R. dicta.

perior sit maior veluti in Primo Exemplo vides, aliter ponitur sub secunda littera veluti in Secundo Exemplo vides.

His dispositis quaritur quantum littera inferior superiorem numerat siue quotiens, vel si est secunda super secundam veluti in primo exemplo 3. numerat 7. bis in secundo exemplo 8. numerat 79. nouies deinde considero an secunda littera possit totiens ingredi cum superabundante, & exemplum est in primo superest in 7. diuisoper 3. vnitas, quæ anteposita ad 9. facit 19. igitur 4. ingreditur bis in 19. & quod superest est 11. qui antepositus ad 6. facit 116. igitur 5. ingreditur bis in 116. igitur reponam pro quotiente 2. in secundo autem exemplo 8. numerauit 76. nouies & superfuit 7. qui antepositus ad 6. facit 76. igitur etiam 6. ingreditur nouies 76. & superabundabunt 22. qui antepositi ad 5. faciunt 225. inuento quotiente vt in hoc exemplo pone eum à dextra vt vides, & duc in litteram primam à dextra vt 9. In 7. facit 63. deduc, 3. ex 4. quæ est superior littera superest 1. quem superpone &

## CAPVT XVIII.

### De Multiplicatione Denominationum.

Ponas Denominationes suo ordine hoc modo.

| numerus     | radix   | ce.      | cu.     |
|-------------|---------|----------|---------|
| 1           | 2       | 3        | 4       |
| ce. ce.     | Rel. P. | cu. ce.  | Rel. 2. |
| 5           | 6       | 7        | 8       |
| ce. ce. ce. | cu. cu. | ce. Rel. |         |
| 9           | 10      | 11       |         |

Tunc regula est multiplica numerum in numerum, quod producitur est numerus denominationis tantum distantis à denominatione multiplicata, quantum distat denominatio multiplicans à numero, exemplum 7. ce. ducuntur in 8. cu. fiunt 56. propter numeros, relata prima nam census qui est multiplicator distat à numero per duo, ita Rel. P. distat à cubo per duo igitur fiet 56. Rel. P. item ducit 7. cu. in 4. cu. ce. prouenient 28. cu. cu. nam cu. cu. distat per tres denominationes à cu. ce. sicut cubus tertius est à numero. Item 6. ce. ce. ce. in 12. census faciunt 72. ce. Rel. nam ce. Rel. est tertius à cu. ce. ce. sicut census est tertius à numero quare &c.

## CAPVT XIX.

### De Diuisione numerorum simplicium.

1 Diuisio est quotientis partis inuentio, nihil enim aliud est quærere

Exemplum primum. Exemplum secundum.

796543 796543  
345 867

quæ pars sit 7. de 28. quam diuidere 28. per 7. & contra: igitur in simplicibus hoc modo disponuntur ponitur prima littera sub prima à parte sinistra dummodo su-

Tom. I V.

0161 | primum  
796543 |  
867 | 9

serua 6. pro decanis deinde duc 9. in 6. & fit 54. cui adde 6. seruatos fiunt 60. detrahe. 0. ex 6. fit 6. semper factâ detractiōe aut multiplicatione canzela litteras quas multiplicasti aut à quibus deduxisti, post duc 9. in 8. fit 72. cui adde 6. seruatos ultimo & fiunt 78. deme 8. ex 9. fit 1. & 7. ex 7. fit 0. postmodum transfer diuisorem per vnam litteram versus dextram & incipe explorare quotiens Prima littera ingreditur in 16. qui supra pontur bis, quotiens igitur

74 | secundum.  
x6x8 |  
796543 | 91  
8677 |  
86 |

esset 2. sed quia post modū 6. non ingreditur in vnitatem bis idē minuenda est vnitas à quotiente & hoc serua pro regula, minuendo vnitatem totiens donec omnes literæ possint ingredi in superiores, cum suis adiunctis, igitur reponam hic vnitatem pro quotiente & multiplicabo vt superius detrahendo & tandem superest numerus vt vides in secundo exemplo, post modum trasfero versus dextram diuisorem per vnam litteram vt hic & quia 8. ingreditur in 74. nouies quotiens esset 9. sed quia supersunt tantum 2. quod antepositi ad 8. faciunt 28. & 6. non ingreditur 28. nisi quater idē demo à quotiē

5 | tertium.  
744 |  
x6x87 |  
796543 | 918  
86777 |  
868 |  
8 |

Probatio per 6.

7  
737  
0

Probatio per 7.

1  
060  
1  
C te



te vnitatem & sic 8. ductum igitur in 8. facit 64. qui detractus à 74. remanent 10. qui antepositi ad 8. sequentem litteram faciunt 108. igitur cum 6. ingrediatur 108. octies, manifestum est 8. esse quotientem, quod si 6. non potuisset Ingredi oportuisset demere vnitatem, & ita quotiens esset 7. atque ita dico de reliquis litteris tunc procede multiplicando per omnes litteras diuisoris, sicut fecisti prius, & detrahendo & supersunt 546. qui non possunt diuidi quia minor non potest diuidi per maiorem in integris secus in aliis.

Et scias quod numerus 867. appellatur diuisor, & 918. exiens & 796453. vocatur diuisus: & 547. vocatur superatio.

Et considera quod diuisio fit econtra multiplicationi, nam in multiplicatione diuisor ponitur à dextra in diuisione à sinistra.

Tertiò nota quòd plures, sunt alij modi diuidendi vt per quotientem veluti diuidere aliquem numerum per 96. est diuidere per 12. & quod exit postmodum per 8. nam ex 7. in 12. fit 96.

Quartò nota quod multiplicatio est probatio diuisionis, & econtra, sicut dixi de aggregatione & subtractione si igitur rectè diuisisti ex diuisore in exientem multiplicato, additâ superatione proueniet diuisus veluti ducto 918. in 867. additis, 547. debet produci 796453. quare &c.

Quintò nota quòd probatio per 7. & per 9. procedit inquirendo superationem in diuisore, & exeunte, & ducendo inuicem, & addendo superationem, & quod fiet erit æquale superationi ex 9. vel 7. factæ in numero diuiso.

Sextò nota quòd diuisio fit completè in vno exemplo vt in tertio exemplo, licet diuiserim primum & secundum vt intelligas modum faciendi.

Septimò nota quod aliqui incipiunt multiplicare à sinistra versus dextram procedendo, est tamen modus difficilior quare derelinquitur & est prolixior etiam.

## C A P V T XX.

### De Diuisione fractionum

**E**X hoc procedamus ad fractos, quorum diuisio est vt ducas numeratorem diuisoris in denominatorem diuidendi, & quod producit, est denominator exeuntis, deinde duc numeratorem diuidendi, in denominatorem diuidendi, & producet numeratorem exeuntis, Exemplum volo diuidere  $\frac{1}{4}$ . per  $\frac{2}{3}$ . igitur  $\frac{1}{4}$ . est diuisor, duc igitur 1. in 4. fit 8. pro denominatorem, & 3. in 3. fit 9. pro numeratore igitur pro-

diuisor diuidendus exiens.

|             |               |               |               |
|-------------|---------------|---------------|---------------|
| numerator   | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{8}{9}$ |
| denominator | 3             | 4             | 9             |

ducetur  $\frac{9}{8}$ . siue 1. &  $\frac{1}{8}$ . ex hoc sequitur quod exiens seruat naturam diuisi & non diuisoris quantum ad numeratorem, & denominatorem.

Huius demonstratio est quòd multipli-

cato exeunte, per diuisorem, producet diuisus, nam per capitulum 16. ducto  $\frac{2}{3}$  in  $\frac{3}{4}$  fit  $\frac{18}{12}$ . quod est  $\frac{3}{2}$ . per sequentem regulam.

Fit operatio in fractis quæ dicitur schisatio, idest deductio ad minores denominationes, manente eadem quantitate veluti  $\frac{18}{12}$ . sunt idem quod  $\frac{3}{2}$ . attamen facilius est intelligere  $\frac{3}{2}$ . quam  $\frac{18}{12}$ . quia comprehenditur minoribus numeris, regula trahitur ex prima septimi Euclidis, detrahas numeratorem à denominatore, si numerator est minor, aut econuerso, & quod remanet detrahe à minore, & residuum à residuo, quod si hoc modo faciendo perueneris ad vnitatem, nullus est schisator, si verò perueneris ad nullitatem, talis numerus est maximus numerans ambos, diuide igitur numeratorem & denominatorem per talem numerum, & producet fractus minor eiusdem quantitatis, per hanc igitur operationem simul duo inueniuntur numerus schisator, & illi qui non possunt schisari. Exemplum veluti  $\frac{2}{3}$  detraho 24. à 96. quotiens possum & nihil superest, igitur 24. est schisator: diuido 24. exit 1. diuido 96. per 24. exit 4. igitur  $\frac{2}{3}$  sunt  $\frac{4}{12}$ . item  $\frac{4}{12}$  detraho 6. à 48. nihil superest, igitur 6. est schisator, diuido 48. per 6. exeunt 8. & diuido 6. per 6. exit vnitas, igitur erunt 8. vnitates & integra. Item habeo  $\frac{7}{12}$  detraho 15. ex 72. remanent 12. item detraho 12. à 15. remanent 3. item 3. detraho à 12. nihil superest igitur 3. est schisator diuido 72. per 3. exitur 24. diuido 15. per 3. exit 5. igitur minor fractio est  $\frac{24}{5}$ . Item habeo  $\frac{27}{72}$  detraho 27. à 74. remanent 20. deduco 20. à 27. remanent 7. tollo 7. à 20. remanent 6. tollo 6. à 7. remanet vnitas, igitur non possunt schisari.

Ex præcedentibus demonstratur omnem aggregationem augere, & omnem deductionem minuere, non tamen omnis diuisio minuit, nec omnis multiplicatio auget, sicut apparet in fractis, sed quotiens multiplicas aliquid per minus vnitatem semper multiplicatum est minus multiplicante, & quotiens diuiseris aliquid per fractionem vnitatem minorem, quod exit est maius numero diuiso, & quotiens aliquid multiplicatur per vnitatem aut diuiditur fit idem, multiplicato, aut diuiso: nec augetur, nec minuitur, & ita diuiso  $\frac{1}{4}$  per  $\frac{2}{3}$  fit  $\frac{3}{8}$  & diuiso  $\frac{2}{3}$  per  $\frac{1}{4}$  exit  $\frac{3}{8}$ .

## C A P V T XXI.

### De Diuisione Surdorum.

**C**um volueris diuidere, radicem per radicem, diuide numerum per numerum, & quod exit est  $\sqrt{x}$ . quæ sita quadratum, veluti diuido  $\sqrt{x}$ . 16. per  $\sqrt{x}$ . 9. diuido 16. per 9. exit  $1\frac{7}{9}$ : cuius  $\sqrt{x}$ . est exiens videlicet 1.  $\frac{7}{9}$ : sic diuideretur  $\sqrt{x}$ . 7. per  $\sqrt{x}$ . 3. est vt exiens sit  $\sqrt{x}$ . 2.  $\frac{1}{3}$ . & similiter si vis diuidere  $\sqrt{x}$ . 16. p.  $\sqrt{x}$ . 36. per  $\sqrt{x}$ . 4. diuide 16. & 36. per 4. & exibat  $\sqrt{x}$ . 4. p.  $\sqrt{x}$ . 9. Et similiter si volueris diuidere  $\sqrt{x}$ . V. 13. p.  $\sqrt{x}$ . 9. per  $\sqrt{x}$ . 4. diuide 9. per 4. exit 2.  $\frac{1}{4}$ . cuius dimidium  $\sqrt{x}$ . videlicet  $\sqrt{x}$ .  $\frac{1}{2}$  cum 3.  $\frac{1}{4}$  facit  $\sqrt{x}$ . V. 3.  $\frac{1}{4}$  p.  $\sqrt{x}$ .  $\frac{1}{16}$ . & est 2. exiens.

Cum



# De Diuisione Denominationum. 27

2 Cum uolueris diuidere  $Rz. V.$  per  $Rz.$  simplicem, aut per numerum, quadrabis diuiforem bis &  $Rz. V.$  etiam bis, primo per modum  $Rz. V.$  secundo per modum  $Rz. d.$  deinde productum diuides per productum diuiforis, &  $Rz. Rz. V.$  erit prouentus, quam reduces ad  $Rz. V.$  simplicem, accipiendo  $Rz.$  primi numeri, & ponendo eam cum residuo. Exemplum volo diuidere  $Rz. V. 13. p. Rz. 49. p. Rz. 25.$  per  $Rz. 9.$  quadro  $Rz. 9.$  bis primo fit  $9.$  fit  $81.$  quadro  $Rz. V. 13. p. Rz. 49. p. Rz. 25.$  fit  $13. p. Rz. 49. p. Rz. 25.$  quadro per modum  $Rz.$  distinctæ, fit  $169. p. 49. p. 25.$  diuido per  $81.$  exit  $2. \frac{7}{81} p. \frac{49}{81} p. \frac{25}{81}.$  cuius  $Rz. Rz. V.$  est prouentus: cape igitur  $Rz. 2. \frac{7}{81}$  & est  $\frac{14}{81}.$  quam semper inuenies: fiet igitur prouentus  $Rz. V. \frac{13}{9} p. Rz. \frac{49}{81} p. Rz. \frac{25}{81}.$  posses & dimittere duas ex istis operationibus dicendo sic: diuide ce. primi numeri  $Rz. V.$  per ce. diuiforis, deinde ce. ce. omnium aliorum numerorum  $Rz. V.$  per ce. ce. diuiforis, & prouentum adde Primo, &  $Rz. V.$  Totius est prouentus: ut in Exemplo superiore ce.  $Rz. 13.$  est  $13. ce. Rz. 9.$  est  $9.$  diuide  $13.$  per  $9.$  exit  $\frac{14}{9}.$  deinde reduces residuum  $Rz. V. 13. p. Rz. 49. p. Rz. 25.$  ad ce. ce. fiet  $49. p. 25.$  similiter reduces  $Rz. 9.$  ad ce. ce. fiet  $81.$  diuide  $49.$  &  $25.$  per  $81.$  exeunt  $\frac{49}{81}$  &  $\frac{25}{81}.$  igitur  $Rz. V. \frac{13}{9} p. Rz. \frac{49}{81} p. Rz. \frac{25}{81}.$  est prouentus.

3 Cum autem uolueris diuidere  $Rz. V.$  per  $Rz. L.$  aut è contra, tunc multiplicabis diuidendum, per recisum diuidentis, ex  $18. \frac{1}{7}.$  Euclidis: & productum pone ad partem: deinde multiplica diuidentem etiam per suum recisum, & productum est diuifor, diuide igitur Primum productum & exiens est prouentus. Exemplum volo diuidere  $Rz. L. 7. p. Rz. 3.$  per  $Rz. L. 5. p. Rz. 3.$  capio recisum diuiforis quod est  $L. Rz. 5. m. Rz. 3.$  multiplico ex  $8.$  regula capituli 17. In  $Rz. L. 7. p. Rz. 3.$  fit  $L. Rz. 35. p. Rz. 15. m. Rz. 21. m. Rz. 9.$  & hic est diuidendus, deinde multiplico  $Rz. L. 5. m. Rz. 3.$  In  $Rz. L. 5. p. Rz. 3.$  fit  $2.$  diuifor: & quia diuidendum est ce. siue  $Rz. ce.$  reduco  $2.$  in  $Rz. ce.$  quadrando, & fit  $Rz. 4.$  diuido igitur  $Rz. L. 35. p. Rz. 15. m. Rz. 9. m. Rz. 21.$  per  $Rz. 4.$  tanquam simplicem numerum, per simplicem: quia sunt eiusdem naturæ exit  $Rz. L. 8. \frac{7}{4} p. Rz. 3. \frac{15}{4} m. Rz. 5. \frac{9}{4}.$  & hic est prouentus: item volo diuidere  $Rz. V. 7. Rz. 4.$  per  $Rz. V. 3. p. Rz. 1.$  recisum diuiforis est  $Rz. V. 3. m. Rz. 1.$  ex  $19.$  regula 17. Cap. duc in diuidendum fit  $Rz. Rz. 441. m. Rz. 49. p. Rz. 36. m. Rz. 4.$  diuidendum: deinde multiplica  $(Rz.) 3. p. Rz. 1$  in  $(Rz.) 3. m. Rz. 1.$  fit  $Rz. 8.$  deinde diuide  $Rz. Rz. L. 441. m. Rz. 49. m. Rz. 4. p. Rz. 36.$  per  $Rz. 8.$  exiit per regulam præcedentem ducendo  $Rz. 8.$  ad  $Rz. Rz.$  fit  $Rz. Rz. 64.$  diuisa igitur  $Rz. Rz. L.$  per  $Rz. Rz. 64.$  exit  $Rz. Rz. L. 6. \frac{56}{64} p. Rz. \frac{36}{64} m. Rz. \frac{49}{64} n. Rz. \frac{4}{64}.$  autem  $6 \frac{56}{64}$  est  $\frac{57}{8} Rz.$   $\frac{36}{64}$  est  $\frac{9}{8} Rz.$   $\frac{49}{64}$  est  $\frac{49}{8} Rz.$  Totum igitur est  $\frac{18}{8}$  cuius  $Rz.$  est  $1. \frac{1}{2}.$  & hic est

diuidendus  $Rz. V. 7. p. Rz. 4.$   
diuifor  $Rz. V. 3. p. Rz. 1.$

prouentus ut uides In figura. Scio quodd in hac figura omnia clara sunt præter prouctum multiplicationis  $Rz. Rz. L.$  qui intermissis duabus

Tom. IV.

Recisum

$Rz. V. 7. p. Rz. 4. Rz. V. 3. p. Rz. 1.$   
 $Rz. V. 3. m. Rz. 1. Rz. V. 3. m. Rz. 1.$

$Rz. Rz. L. 441. m. Rz. 49. Rz. 8.$

$p. Rz. 36. m. Rz. 4.$

$Rz. Rz. 64.$

$Rz. Rz. L. 6. \frac{56}{64} p. Rz. \frac{36}{64} m. Rz. \frac{49}{64} n.$   
 $\frac{49}{64} m. Rz. \frac{4}{64}.$

operationibus describitur, pro quibus consule nonam regulam 17. capituli.

Cum uolueris diuidere aliquam  $Rz. V.$  vel ligatam per trinomium aut quadrinomiali ligatum, reduces diuiforem per sua recisa ad numerum simplicem per regulam 23. decimiseptimi capituli, deinde multiplicabis  $Rz.$  diuidendam per eadem recisa, & productum diuide per numerum Primo productum, & exiens est prouentus: exemplum volo diuidere  $10.$  per  $3. p. Rz. 4. p. Rz. 81.$  multiplico diuiforem per suum recisum, & fit  $13. p. Rz. L. 144. m. Rz. 81.$  duco Idem recisum in  $10.$  fiet  $30. p. Rz. 400. m. Rz. 81000.$  & hoc est diuidendum: iterum duco  $13. p. Rz. 144. m. Rz. 81.$  in suum recisum quod est  $13. p. Rz. L. 144. p. Rz. 81.$  fit  $Rz. 97344. p. 157. m. 81.$  quod est dicere  $Rz. 97344. p. 76.$  deinde duco  $30. p. Rz. 400. p. Rz. 81000.$  in idem recisum per  $9.$  multiplicationes in crucem fiunt  $390. p. Rz. L. 67600. p. Rz. 57600. p. Rz. 129600. p. Rz. 72900. p. Rz. 32400. m. Rz. Rz. 23134410000. m. Rz. Rz. 16796160000. m. Rz. Rz. 5314410000.$  Et hoc est diuidendum per  $Rz. 97344. p. 76.$  multiplica eam in suum recisum & fit  $97344. m. 5776.$  quod est dicere  $91568.$  & hic est diuifor: deinde multiplicabis  $Rz. 97344. m. 76.$  In  $Rz. L.$  superiorem cum numero &  $Rz. Rz.$  & fiet productum.  $L.$  numerus &  $Rz.$  &  $Rz. Rz.$  constans ex  $18.$  partibus, quæ quidem erit diuidenda per  $91568.$  & exiens est prouentus quasitus uidelicet  $1. \frac{1}{2}.$

Cum autem diuifor fuerit  $Rz. V.$  trinomialis, aut quadrinomialis quadrabis  $Rz. V.$  per modum suum, & similiter diuidendum quadrabis, & habebis  $Rz.$  trinomialem aut quadrinomialem.  $L.$  diuidendam, quare per præcedentem regulam sequeris diuisionem, & quod exiit non erit prouentus sed benè  $Rz.$  eius quod exit erit prouentus, & hoc benè caue. Exemplum volo diuidere  $20.$  per  $Rz. V. 25. m. Rz. 16. m. Rz. 9. m. Rz. 4.$  quadrabis utrumque fiet diuidendus  $400.$  & diuifor  $25. m. Rz. L. 16. m. Rz. 9. m. Rz. 4.$  unde per præcedens Capitulum & nonam regulam 17. Capituli exiit  $Rz. L.$  ex tot partibus quæ iunctæ facient  $25.$  cuius  $Rz.$  est  $5.$  prouentus talis diuisionis.

## C A P V T XXII.

### De Diuisione Denominationum

Q Vm diuifor fuerit tantum vna' denominationis, diuides numerum per numerum & exiens erit numerus talis denominationis diminutæ à denominatione diuifor, p. quantum, distat diuifor à numero

C 2 in



## 28 Liber Vnicus. Cap. XXII.

in tabula Capituli 18. exemplum diuido 56. ce. ce. ce. per 7. ce. ce. exeunt 7. ce. ce. & similiter diuido 76. ce. Rel. per 10. Rel. 2. prodeunt 7. cubi: demonstratio est per multiplicationem, pro his nota naturam figurarum vndecim cum dico numerum dico rem absolutam vt cum dico 7. vnitates.

2 Cum dico Radicem dico numerum qui in se producere debet illum numerum cuius est  $\mathfrak{R}$ . eius figura est co. numeri verò nulla figura ponitur quoniam per se intelligitur.

Census verò vult dicere quadratum talis  $\mathfrak{R}$ . & producitur ex  $\mathfrak{R}$ . in se ipsam ducta veluti 6. in 6. facit 36. dico quòd 6. est  $\mathfrak{R}$ . 36. census.

Cubus verò dicitur productio  $\mathfrak{R}$ . in censum, veluti 2. in 2. fit 4. & 2. in 4. fit 8. igitur 2. est  $\mathfrak{R}$ . 4. ce. 8. cubus.

Census verò in censum est quadratum census veluti 2. in 2. fit 4. & 4. in 4. fit 16. igitur 16. est census census de 2.

Post hanc sequitur Relatum Primum nam hæc denominatio non est cubica, nec quadrata, est igitur 32. Rel. de 2. fit enim ex radice in ce. ce. vel ex cubo in ce.

Post sequitur cubus census, vel census cubi, cum enim cubus in se ipsum ducitur, fit hæc denominatio, vel cum census cubatur, veluti 8. est cu. de 2. ductus in se ipsum fit 64.

Post sequitur Relatum secundum, & est quod fit ex cu. in ce. ce. veluti 128. est Relatum secundum de 2. ita enim vocatur, nam cum omnes figuræ ad vndecimam inchoando à censu, sint ce. alicuius vel cu. exceptis Rel. Primo & Secundo merito relatæ appellantur.

Post sequitur censesensus census veluti 256. est census de 16. qui est census de 4. qui est census de 2.

Post sequitur cubas cubis vt 512. respectu. 2.

Post sequitur vndecima figura & est ce. Rel. cum enim Primum Relatum ducitur in se producitur ce. Rel. veluti 32. in 32. facit 1024.

Faciliter igitur memoriæ inmandantur nec transeunt communiter hos, quia satis difficultatis est in his ipsis, quod autem sequitur est Relatum Tertium.

3 Cum fuerit diuidendum aliqua denominatione minore diuidente, quod exit non nomen habens, sed remanet in suo esse veluti diuido 9. ce.  $\mathfrak{p}$ . 3. co.  $\mathfrak{p}$ . 12. per 3. co. exhibit 3. co.  $\mathfrak{p}$ . 1.  $\mathfrak{p}$ . co. manifestum est quod co. non est denominatio nomen habens notum, cum igitur ita sit nunquam diuides per numerum solum, nisi iam possint reduci ad Capitulum nec cum maiore denominatione nam in vno non efficies notius, in altero efficies ignotius, saluo casu vbi iterum esset multiplicandum, tunc licet diuidere per denominationem maiorem.

4 In compositis modus diuidendi est talis: primò inuenias diuisionem primæ denominationis per Primam regulam Capituli, & duc eam in diuisorem & detrahe à diuidendo: postmodum quære idem de residuo & totiens itera quotiens euacuetur totum ve-

luti volo diuidere 9. cu.  $\mathfrak{p}$ . 3. ce.  $\mathfrak{p}$ . 6. per 3. co.  $\mathfrak{p}$ . 1. quæro Primo per primam 3. co. quomodo ingrediuntur in 9. cu. & inuenio per 3. ce. nam 3. ce. in 3. co. faciunt 9. cu. per decimum octauum Capitulum, duc igitur 3. ce. in totum diuisorem fit 9. cu.  $\mathfrak{p}$ . 3. ce. detraho à diuidendo remanent, 6. & quia per præcedentem regulam 6. non potest diuidi nisi modo communi fiet igitur exiens 3. ce.  $\mathfrak{p}$ . 3. co.  $\mathfrak{p}$ . 1.

Regula est quidam modus vniuersalis diuidendi veluti in ignotis tenet tamen in omnibus, & est diuisorem sub diuidendo ponere veluti volo diuidere 6. co.  $\mathfrak{p}$ . 7.  $\mathfrak{p}$ . 3.

ce. per 4. co.  $\mathfrak{p}$ . 2. sic facio <sup>ce. 3. pin. co. 6. pin. 7.</sup>  
<sub>co. 4. pin. 2.</sub>

proferuntur autem sic per modum fractionum tres census  $\mathfrak{p}$ . 6. co.  $\mathfrak{p}$ . 7. esimi vel diuisum de 4. co.  $\mathfrak{p}$ . 2.

Regula pauciores denominationes, nunquam possunt, diuidi per plures vt creat denominatio cognita absolutæ.

Regula aliquando fienda est transpositio, 7 vt inuenias quotientem, vt 3. ce.  $\mathfrak{m}$ . 4. æquantur 1. cu. non datur commune diuidens sed transpone & deme 1. à 3. ce.  $\mathfrak{m}$ . 4. & fiet 3. ce.  $\mathfrak{m}$ . 3. adde ad 1. cu. fiet 1. cu.  $\mathfrak{p}$ . 1.

Fit aliquando additio pro diuidendo exemplum, 8 ponitur cubus æqualis 3. ce.  $\mathfrak{m}$ . 2. isti non possunt habere diuisorem communem, nam diuisor vel est numerus, & sic non iuuat per Tertiam regulam, vel est denominatio maior, & sic non exit notum per tertiam, vel plures denominationes & sic non potest fieri diuisio per sextam, in hoc ergo casu subtrahe vnitatem ab utroque, & fiet cubus  $\mathfrak{m}$ . 1. æqualia 3. ce.  $\mathfrak{m}$ . 3. istæ regulæ loquantur non de diuisione vnius per alterum, nam si non tenerent nam non valet 3. numerat 12. & 15. igitur aliquis numerus numerat 13. & 16. aut 11. & 14. antecedens enim verum est & consequens falsum, nec tenet 3. numerat 12. igitur 4. numerat 13. imò sequitur potius oppositum, sed hæc regulæ intelliguntur de æquationibus & non aliter, bene enim valet cubus æquatur ce. 3.  $\mathfrak{m}$ . 4. igitur cubus  $\mathfrak{p}$ . 1. æquatur 3. ce.  $\mathfrak{m}$ . 3.

Pro communi igitur diuidendo proponuntur in præcedentibus regulis duo exempla Primum 3. ce.  $\mathfrak{m}$ . 3. æqualia 1. cu.  $\mathfrak{p}$ . 1. Secundum est 3. ce.  $\mathfrak{m}$ . 3. æqualia 1. cu.  $\mathfrak{m}$ . 1.

De modo igitur diuidendi Primum considera quod non potest esse numerus simplex, nec denominatio aliqua simplex per Tertiam regulam, & quia ingreditur numerus in diuidendis per eandem, oportet vt sit numerus in diuisore, & quod sit quotiens, communis autem diuisor ad 3. & 1. non potest esse nisi vnitas, igitur diuisor est vna denominatio, & quia non potest esse plures vna, & cum numero per Sextam & Tertiam, & non possunt transcendere censum per eandem Tertiam, & numerus diuidendus est vnitas, igitur quotiens erit vnitas tam in denominatione quam in numero, sed si sic igitur diuisor necessario est 1. ce.  $\mathfrak{p}$ . 1. vel 1. ce.  $\mathfrak{m}$ . 1. vel 1. co.  $\mathfrak{p}$ . 1. vel 1. co.  $\mathfrak{m}$ . 1. obseruatis enim supra scriptis conditionibus aliter diuisor esse non



# De Diuisione Denominationum. 29

non potest : experiamur igitur per Quartam omnem modum & exit in diuisione per 1. ce. p. 1. facta de 1. cu. p. 1. hoc totum 1. co. p. 1. men 1. co. & ita nulla sequitur æquatio.

Deinde diuisi 1. cu. p. 1. per Secundum diuisorem videlicet 1. ce. m. 1. & non potest exire aliquid rationale, nā si exiret numerus non posset per ipsum ductum in censum produci cubus: si vero radix, producerentur tres naturæ cubus, census, radix, & non sunt nisi duæ in diuidendo: si vero exiens esset census, igitur produceretur census census: qui esset supra cubum: igitur ce. non potest esse diuisor, quod erat probandum: relinquuntur igitur, tantum duo membra videlicet 1. co. p. 1. & 1. co. m. 1. experiamur igitur 1. co. m. 1. & exit diuiso 1. cu. p. 1. hoc totum 1. ce. p. co. p. 1. p. 1. co. m. 1. non relinquatur igitur diuisor nisi 1. co. p. 1. à quo exit 1. ce. p. 1. m. 1. co. diuiso etiam 3. ce. m. 3. per 1. co. p. 1. exit 3. co. m. 3.

Pro Secundo exemplo diuiso 1. cu. m. 1. per 1. co. m. 1. exit per quintam 1. ce. p. 1. co. p. 1. & diuisis 3. ce. m. 3. per idem exit 3. co. p. 3.

Igitur in Primo casu æquantur 1. ce. p. 1. m. 1. co. cum 3. co. m. 3.

Et in Secundo casu 3. co. p. 3. æquantur 1. ce. p. 1. co. p. 1.

Ex his patet æquatio per capitulum 10. & 14. & regulas alg. bræ inferius ponendas: vide quam subtiliter hoc indagati sumus nam per 10. & 14. capitulum sequitur tandem prima æquatio 1. ce. p. 4. æqualia 4. co. & in Secunda 1. ce. æquatur 2. co. p. 2.

10 Cum fuerint denominationes sub quotientibus diuersis, & fuerint denominationes pares, non erit diuisor integer nam cum diuidis & tollis superabundans non possunt æquari partes, & ideo fit fractum vt in exemplo 3. cu. p. 7. si diuiditur per 1. co. p. 7. exit 3. ce. p. 149. m. 21. co. m. 1. co. p. 7. oportet igitur ad hoc vt exeat integer vt Secundum fit quotiens Primo in numero, vel in denominatione, exemplum primi 1. cu. p. 1. concordant in vnitatem item exemplum secundi vt 1. cu. m. 8. nam 8. est cubus & ideo correspondet primo in denominatione, talia possunt diuidi quare &c.

11 Si igitur diuideres 1. cu. m. 1. per 1. co. m. 1. exibat 1. ce. p. 1. co. p. 1. si verò 1. ce. ce. m. 1. per 1. co. m. 1. exibat 1. cu. p. 1. ce. p. 1. co. p. 1. & si diuides 1. Rel. P. m. 1. per 1. co. m. 1. exibat 1. ce. ce. p. 1. cu. p. 1. co. p. 1. & si diuides per 2. co. m. 2. exibunt dimidia horum, & si per 3. co. m. 3. exibat Tertia pars, & ita in reliquis proportionaliter, & si diuideris per  $\frac{1}{2}$  co. m.  $\frac{1}{2}$  exibat duplum & si per  $\frac{1}{3}$  co. m.  $\frac{1}{3}$  triplum.

12 Si verò diuidas 1. cu. p. 1. per 1. co. p. 1. exibat 1. ce. p. 1. m. 1. co. & nō procedit ad ce. ce. sed in conuersis tantū & multiplicibus ac sub multiplicibus veluti possumus diuidere 1. cu. p. 1. per 2. co. p. 2. & p. 3. & possumus diuidere 3. cu. p. 3. per 2. co. p. 2. & sic de aliis multiplicibus & sub multiplicibus.

13 Cum diuidendum est denominationum parium & per m. aut imparium & per plus: habet diuisores multos, si autem e contra

videlicet denominationum parium, & per plus, aut imparium & per minus habet paucos diuisores. Exemplum igitur faciliter diuisibilis est 3. cu. m. 7. vel 1. cu. p. 3. ce. p. 2. exemplum malè diuisibilis est vt 3. cu. p. 7. vel 1. cu. p. 3. ce. m. 2.

Numerus autem quotiens, non absolute impedit, sed in communi diuidendo vide decimam.

Si diuideris 1. ce. ce. p. 1. per 1. co. p. 1. exit 1. cu. p. 1. co. p. 1. co. p. 1. m. 1. ce. m. 1. 14 & ita dico de multiplicibus & submultiplicibus, si verò diuidas 1. ce. ce. p. 1. per 1. co. m. 1. exit 1. cu. p. 1. ce. p. 1. co. p. 1. p. 1. co. m. 1. & ita conuersum & in multiplicibus: si verò diuidas 1. cu. p. 1. per 1. co. m. 1. exibat 1. ce. p. 1. co. p. 1. p. 1. co. m. 1. si verò dicat diuide 1. cu. m. 1. per 1. co. p. 1. exit 1. ce. p. 1. m. 1. co. m. 1. co. p. 1. & sic proportionaliter in conuersis & multiplicibus.

Si igitur dixerit diuisi 1. ce. p. 1. co. p. 1. 15 & exiuit 1. co. p. 1. co. p. 1. m. 1. igitur cum diuideris 1. ce. p. 1. per 1. co. p. 1. co. p. 1. co. p. 1. m. 1. exibat diuisor qui erat 1. co. p. 1.

Dixit quis multiplicauit numerum & post dempsi vnitatem & duxi reliquum in 3. & fuit productum æquale cubo. m. 1. igitur 3. ce. m. 3. æquatur 1. cu. m. 1. quæro communem diuisorem qui fuit 1. co. m. diuido 1. cu. m. 1. exit 1. ce. p. 1. co. p. 1. diuiso autem 3. ce. m. 3. per 1. co. m. 1. exit 3. co. p. 3. igitur 1. ce. p. 1. co. p. 1. æquantur 3. co. p. 3. igitur 1. ce. æquatur 2. co. p. 2. & ita sequere æquationem inuenies 1. co. æquari 1. p. 3.

Nunc autem ponemus quod cum diuiditur 16 numerus per alium plus eadem parte, prouenit pars ipsa: veluti cum diuidimus 8. per 7. p.  $\frac{1}{7}$ : ipsius 8. exit ipsa octaua pars videlicet 1. qui etiam additus ad 7. facit 8. & similiter 7. cum additione  $\frac{1}{7}$  de 18. diuisit 18. & prouenit  $\frac{1}{7}$  de 18. & est ipsa additio: posita additione 1. co. ad 7. fiet diuisor 7. p. 1. co. vnde census & 7. co. æquantur 18. igitur ex 49. Capitulo additio est 2. & sic dicemus quod 7. p. 7. p. 2. est æquale 7. p. 2.

Et ponamus quod quidam dixerit 2. cu. 17 p. 4. ce. p. 25. æquantur 16. co. p. 55. tunc scias quod si addantur cōmuniter 2. ce. p. 10. co. p. 5. nu. fient 2. cu. p. 6. ce. p. 10. m. 30. æqualia 2. ce. p. 26. co. p. 60. nu. diuisor communis est 2. co. p. 6. exit pro primo 1. ce. p. 5. pro secundo 1. co. p. 10. igitur 1. ce. æquatur 1. co. p. 5. igitur res est 2. p. 5. p.  $\frac{1}{2}$ . totum igitur negotium horum capitulorum constat in sciendo addere vel minuere donec inuenias communem diuisorem, nam tunc habebis æquationem, & hoc in cubis æqualibus radicibus, & numeris vel censibus, & numeris: & reliquis aliis capitulis, veluti dicamus 3. cu. sunt æquales 21. radicibus & 18. numeris: adde communiter 12. ce. & 9. co. fient 3. cu. p. 12. ce. p. 9. co. æquales 12. ce. p. 30. co. p. 18. nu. igitur diuisor cōmunis est 3. co. p. 3. exiens primum 1. ce. p. 3. co. æqualis 4. co. p. 9. igitur 1. ce. æquatur



# 30 Liber Vnicus. Cap. XXIII.

æquatur 1. co. p. 6. igitur per 49. capitulum res est 3. & ita de omnibus aliis in omni autem diuidendo ingeniare additiones & diminutiones communes reddentes denominationes quasi similes.

18 Et est alius modus vt diuidamus omnia per 1. co. vel p. 1. ce. exemplum 1. cu. 1. p. 8. æqualia 8. rebus: tunc census p. 1. co. erit æqualis 8. & similiter 1. cu. p. 16. æquatur 12. radicibus igitur 1 ce. p. 1. co. æquatur 12. numero, & diuidemus 16. per talem numerum quod quadratus & iunctus prouentui, faciat 12. & similiter 1. ce. p. 4. æquetur 1. co. tunc oportebit diuidere 16. per talem numerum quod exeat 4. p. quadrato diuisoris: & operaberis per decimam sextam & decimam septimam regulam huius capituli & eueniet diuisor 2. & seruantur etiam partes proportionales.

19 Et est alius modus vt faciamus sicut fecit algebrae auctor & ponemus cubum cum suis additionibus, & diuidemus totam summam in censum, & supposito quod cubus fuerit 8. paruius magnus autem 216. & exibat 34. p. 1. co. æqualia 1. ce. quare ex præcedenti erit census 36. & p. 6. à qua detractis 2. remanent res 4. census 16. cubi 64.

## C A P V T XXIII.

### De Extractione Radicum quadratarum & cubarum in simplicibus

1 **E**xtrahitur p. quadrata signando litteras à dextra versus sinistram vnâ interceptâ, vt in exemplo volo habere radicem de 79345. signabo vt vides, deinde quæro numerum qui euacuet primam litteram, & ipsum in se multiplico & detraho à Primo vt in exemplo numerus qui in se ductus euacuat 7. est 2. duc igitur 2. in se fit 4. detrahe ex 7. fit 3. post modum dupla primum numerum qui est 2. fit 4. & diuide numerum superabundantem vsque ad Secundum punctum & cum exiente in se ducto considera an superet litteram Secundi puncti: veluti in exemplo proposito duplo 2. fit 4. diuido 39. exit. 9. & super sunt 3. quæ anteposita ad 3. faciunt 33. igitur 9. in se ductus excedit 33. accipio igitur 8. duco in 4. fit 32. demo à 39. fiunt 7. quæ anteposita ad 3. faciunt 73. igitur hoc exuperat quadratum 8. igitur ponamus 8. duci in se fit 64. detraho 4. ex 3. supraposita, remanent 9. & seruo

7. duco 8. in 4. fiunt 32. addo 7. fit 39. detraho ex 39. remanent 00. postmodum duplo 28. fit 56. diuido 94. per 56. exit 1. appono igitur 1. sub 5. vt in Tertio Exemplo vides ab hac parte, & duco 1. in se fit 1. detraho ex 5. fit

4. deinde duco 1. in 56. fit 56. detraho ex 94. remanet 38. igitur Radix talis numeri est 281. & supersunt 384.

Per eundem modum habebis radicem huius numeri infrapositi quærendo numerum, qui euacuet primas duas litteras, deinde eo multiplicato in seipsum, & detracto, dupla & diuide & inuenies duplum subintrare ter operare igitur vt supra.

Probatio per 9.

6  
1 2 1  
2

Probatio per 7.

6  
0 1 0  
1

0 3  
x 0 4  
8 x 6 4 7  
8 7 6 8 x 3  
9 3 6  
x 8 8 6

Probatio per 9.

6  
6 0 6  
0

Probatio per 7.

6  
3 5 3  
5

Modus probationis est triplex, primus 2 quia ductâ radice in seipsam & additâ superatione fit numerus cuius radix quærebatur: & iste modus est per multiplicationem. Secundus est per diuisionem quia diuiso Primo numero per radicem, exit p. iterum, aut vnitatis plus, & superest supputatio. Tertius est per regulam 7. & 9. veluti in diuisione, nam probatio per 9. in secundo numero in radice est 0. & 0. igitur productum est 0. supputationis autem est 6. igitur totius erit supputatio 6. & ita est per 7. aut probatio p. est 5 duc in se fit 25. superatio est 4. superationis autem quæ est 447. superatio est 6. quæ addita ad 4. facit 10. probatio est igitur 3. & ita totius probatio est 3. in alio autem exemplo Probatio per 9. vtrinque est 1. & per 7. vtrinque est 0.

Postquam sciisti radices integras conuenit vt scias approximationem cum fractis 3 & hæc operatio adnumeratur integris ob afinitatem: dupla igitur radicem & per hoc diuide superans, deinde multiplica & superans: diuide per duplum radicis, & quod exit detrahe, ac ita continuè multiplicabis & superabundans diuides per duplum radicis, & quod exit super detrahes acceptâ Primâ vice in qua fit additio & quanto magis iteraueris fiet præcisior exemplum radix 20. est 4. & supersunt 4. duplo p. fit. 8. diuido 4. per 8. exit  $\frac{1}{2}$ : à addo ad 4. fit 4.  $\frac{1}{2}$  duco in se fit 20.  $\frac{1}{4}$  igitur  $\frac{1}{4}$ . est superatio hoc diuido per 9. quod est duplum radicis fit  $\frac{1}{36}$ : demo à 4.  $\frac{1}{2}$  quæ erat radix fit 4.  $\frac{17}{36}$ : duco in seipsum fit 19.  $\frac{289}{36}$  p.  $\frac{289}{1296}$  hoc autem est  $20\frac{1}{1296}$ : diuide igitur superationem quæ est  $\frac{1}{1296}$  per duplum radicis & quod exit deme a 4.  $\frac{17}{36}$  fiet Radix valde proxima 20. hic numerus 4  $\frac{5471}{1296}$ .

Pro



$$\begin{array}{r}
 \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \hline
 3 \quad 7 \quad 4
 \end{array}$$

Probatio per 7.

$$\begin{array}{r}
 \emptyset \\
 6 \quad 6 \\
 2 \\
 3
 \end{array}$$

Probatio per 9.

$$\begin{array}{r}
 \emptyset \\
 8 \quad 8 \\
 7 \\
 5
 \end{array}$$

Pro cubica autem Primo extrahenda in numeris integris ita facias: signabis à Prima versus dextram derelinquendo duas litteras, veluti in exemplo signatis punctis quare numerum qui in se ductus faciat cubice 52. & proximior est 3. nam 4. cubice ductum facit 64. qui excedit 52. igitur cubo 3. fit 27. demo ex 52. fit 25. igitur residuum vsque ad Secundum punctum est 2531. post quadrabis litteram primam quæ est 3. fit 9. deinde triplabis fit 27. suppone ita quod 2. cadat in directo 5. diuidendi. & 7. cadat in directo 3. nam semper Prima operatio incipit à Secunda antecedente punctatam litteram, deinde diuide 253. per 27. potest exire 9. & 8. & 7. sed capio 7. quia oportebit ipsum quadrate ac multiplicare per 3. ideo 8. excederet duco igitur 7. in 27. fit 189. dextraho à suppositis in directo remanent 641. deinde quadro 7. & triplico & fit 147. duco in Primum numerum fit 441. demo ex suppositis fit 2003. cubo 7. fit 343. demo ex directa littera fit 1660624. postmodum similiter quadro 37. & triplico fit 4107. suppono ita vt cadat sub 6. & quia intrat in 17. quater: pono 4. pro Tertia littera sub vltima punctata: deinde sequor ordinem propositum quadrando triplicando & multiplicando in litteras iam inuentas: & vltimo cubando semper extremam, & iste modus est generalis facilis valde demonstrabilis ex quarta Secundi elementorum.

5 In approximatione autem due radicem in se, deinde due productum per 3. & quod fit est diuisor superationis, exiens igitur adde pro prima vice radici habitæ, deinde due eam radicem in se & superationem deme per numerum triplatum & quod exit deme quotiens volueris iterando. Exemplum volo radicem 11. est 2. superatio est 3. duco 2. in se fit 4. triplicabo per regulam fit 12. diuido superationem quæ fuit 3. per 12. exit  $\frac{1}{4}$ . addo ad 2. fit 2  $\frac{1}{4}$  pro prima vice: cubus eius est 11.  $\frac{27}{64}$  diuido superationem per eundem 12. exit  $\frac{27}{768}$  demo ex R. prius habita quæ fuit 2.  $\frac{1}{4}$  remanent 2.  $\frac{167}{768}$  R. valde propinqua & est secretum.

Est & alius querendi quadratæ & cubicæ modus cum à proximatione in vna operatione tantum, valde bonus ac præcisus quo ego vtor & est vt in quadrata addas numero toties 00. quotiens volueris inuenire præcisione propinquiorem veluti si addideris 00. habebis

præcisionem ad  $\frac{1}{10}$  si addideris 0000. habebis præcisionem in  $\frac{1}{100}$  si addideris 000000. habebis præcisionem in  $\frac{1}{1000}$  & ita si addideris 00000000. habebis præcisionem in  $\frac{1}{10000}$ . & ita semper in dimidio nullitatum additarum.

Et similiter in cubis totiens adde 000. quotiens volueris habere præcisionem, nam si semel addideris habebis in decanis, si bis in centenis, si ter in millenis, si quater in  $\frac{1}{10000}$  & ideo factâ operatione auferes in quadrata à prouentu toto quotiens addidisti 00. numero Primo, & in cubica totiens auferes 0 quotiens addidisti 000. & residuum erit R. integra & litteræ ablata erunt partes de 10. si semel addidisti 00. vel 000. aut de 10000. si quater addidisti 00. in quadrata aut 000. in cubica, & ita deinceps vsque ad quamuis præcisionem.

Exemplum volo radicem quadratâ 17. præcisâ in 10000. partibus tuscis quod in 10000. sunt quatuor 0000. ideo adde 00000000. ad 17. fiet 1700000000. ab hoc extrahe R. per modum dictum, vt vides & exit R. 41231. & quia addidisti quater 00. aufer 4. litteras à dextra R. remanebit R. 4.  $\frac{1231}{10000}$ , nam litteræ ablatae sūt numerus de 10000. volo etiam habere R. 85.  $\frac{249}{1000}$  Præcisam ad  $\frac{1}{100}$  multiplica 85.  $\frac{249}{1000}$  per 1000000. & est addere 000000. fiunt 85249000. huius habeas ra-

$$\begin{array}{r}
 \emptyset \quad \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \hline
 4 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 1 \\
 8 \quad 8 \quad 2 \quad 2 \quad 4 \quad 4 \quad 6 \\
 8 \quad 8 \quad 2
 \end{array}$$

dicem vt vides est igitur R. 9233. & quia addidisti 000000. ideo debes auferre 3. litteras à dextra & erit R. eius 9.  $\frac{233}{1000}$  de superatione autem non curabis quia omnino est

$$\begin{array}{r}
 \emptyset \\
 8 \quad 0 \quad 7 \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \hline
 9 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \\
 \times \emptyset \emptyset \emptyset
 \end{array}$$

insensibilis & nota quod loco trium Primarum nullarum posui 249. quia sunt partes de 1000. quibus adduntur alia 000. & est multiplicare per 1000000. & prouentus sunt tot. 1000.

Exemplum pro cubica volo R. 17. cubicâ ad 10000 propinquam addo pro 4. nullitatibus R. querendæ 12. nullitates vt dictum est & fiet 1700000000000000. cuius accipe R. cubicam & ab ea abiicies litteras 4. pro 12. nullitatibus quas addidisti & fiet R. cubica vt in sequenti Figura vides, & ipsum posui ad hoc vt videres quomodo R. cubica præcisè extrahitur: & apposui multiplicationes ad hoc necessarias.



|   |  |
|---|--|
| $\begin{array}{r} x\ x\ 7 \\ 2\ 8 \\ \hline 3\ 6\ 7\ 5 \end{array}$   | $\begin{array}{r} 2\ 5\ 7 \\ 1\ 2 \\ \hline 3\ 0\ 8\ 5\ 2 \end{array}$                                 |
| $\begin{array}{r} 2\ 8\ 7 \\ 2\ 8\ 7 \\ \hline 6\ 6\ 0\ 4\ 9 \\ 1\ 9\ 8\ 1\ 4\ 7 \end{array}$   | $\begin{array}{r} 2\ 5\ 7 \\ 2\ 5\ 7 \\ \hline 6\ 6\ 0\ 0\ 4\ 1 \\ 1\ 9\ 8\ 3\ 0\ 1\ 2\ 3 \end{array}$ |
| $\begin{array}{r} 0\ 1\ 6\ 1 \\ 2\ 8\ 8\ 8\ 8 \\ x\ 0\ 6\ 8\ 8\ 8\ 8\ 2\ 6\ 5 \\ 8\ 8\ 7\ 2\ 7\ 0\ 2\ 8\ 8\ 8\ 8\ 7 \\ 8\ 8\ 0\ 8\ 8\ 8\ 7\ 3\ 9\ 8\ 8\ 8\ 2 \\ x\ 7\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \end{array}$ |  |
| $\begin{array}{r} 2\ 5\ 7\ 1\ 2 \\ \hline x\ 2\ 8\ 7\ 8\ 8\ 3\ 7\ x\ 2\ 3\ 2 \\ 7\ 8\ 8\ 7\ 8\ 8\ 7\ x\ 8\ 8 \\ 8\ 3\ 8\ 3\ x\ 7\ 0\ 0 \\ x\ x\ 8\ 8\ 7\ 3 \\ 8\ 3 \end{array}$                                       |  |

Erit igitur  $\frac{17}{325}$  cubica 17. Proximior  $2\frac{1712}{10000}$  siue schifando  $2\frac{1712}{325}$ .

## CAPVT XXIV.

De Extractione Radicum in fractis tam cubicis quam quadratis.

**P**rimum oportet cognoscere an fractio habeat radicem, an non, cognoscitur autem hoc modo: schifabis numeratorem & denominatorem vsque ad numeros qui amplius schifari non possint, quod si tam denominator quam numerator habuerint  $\frac{1}{2}$  quadratam: aut cubicam: talis fractio habebit  $\frac{1}{2}$  eiusdem generis: si non non. Exemplum  $\frac{18}{8}$  volo scire an habeant  $\frac{1}{2}$  cubicam aut quadratam schifabo & fiunt  $\frac{9}{4}$ : cum igitur 9. & 4. habeant  $\frac{1}{2}$  quadratam: igitur  $\frac{18}{8}$  habebunt  $\frac{1}{2}$  quadratam, quæ erit  $\frac{3}{2}$ , siue  $1\frac{1}{2}$  pari ratione  $\frac{9}{4}$  habebunt  $\frac{1}{2}$  quæ est  $\frac{3}{2}$ . & similiter  $\frac{81}{24}$  volo scire an habeat  $\frac{1}{2}$  cubicam, schifabo per 3. & fiunt  $\frac{27}{8}$  quorum tam denominator quam numerator habet  $\frac{1}{2}$  cubicam igitur talis fractio habebit  $\frac{1}{2}$  cubicam: quod si denominator vel numerator  $\frac{1}{2}$  habuerint: reliquis autem non habeat Talis fractio carebit  $\frac{1}{2}$ .

2. Factâ vltimâ schifatione, vel denominator, & numerator, habent  $\frac{1}{2}$ . & Tunc  $\frac{1}{2}$  denominatoris est denominator, &  $\frac{1}{2}$  numeratoris est numerator, tam in cubicis quam in quadratis vt vides in Figura.

$$\frac{81}{225} \frac{1}{2} \frac{2}{15} \text{ quadrata } \frac{36}{121} \frac{1}{2} \text{ quadrata } \frac{6}{11}$$

$$\frac{343}{729} \frac{1}{2} \frac{7}{9} \text{ Cubica } \frac{27}{64} \frac{1}{2} \text{ cubica } \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} \text{ quadrata } \frac{3}{7} \frac{1}{2} \text{ cub. } \frac{2}{16} \frac{1}{2} \frac{7}{9}$$

3. Si verò fractio caruerit  $\frac{1}{2}$  tunc triplex est intentio vel habendi  $\frac{1}{2}$  veram hoc modo

reponendo  $\frac{1}{2}$  quadrata, vel  $\frac{1}{2}$  cubica, prout vis illi fractioni, vt in tribus exemplis.

Vel vis  $\frac{1}{2}$  proximam absolutæ, & tunc 4 multiplicabis pro quadrata denominatorem in numeratorem, & producti accipe  $\frac{1}{2}$  quam superpone denominatori priori, & talis fractio est  $\frac{1}{2}$  valde propinqua prioris.

Exemplum volo  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{5}{7}$  multiplico 5. in 7. fit 37. cuius capio  $\frac{1}{2}$  quæ est ferè 6. & eam suppono ad 7. fiunt  $\frac{6}{7}$  & hæc est  $\frac{1}{2}$  valde propinqua de  $\frac{5}{7}$ . & similiter volo  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{3}{4}$  duco 3. in 4. fit 12. cuius  $\frac{1}{2}$  est 3.  $\frac{1}{2}$  ferè, superponenda ad 4. reduco igitur ad integræ multiplicando per 2. & fiunt  $\frac{3}{2}$ : nam vt dictum est cum denominator multiplicatur in fractionem producentur integra, ad propositum igitur reuertendo  $\frac{3}{2}$  sunt  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{3}{4}$  propinqua.

In cubicis autem regula hæc non tenet, sed alio modo exequenda est, quadra denominatorem, deinde multiplica In numeratorem, &  $\frac{1}{2}$  producti est numerator, & eius denominator est denominator prioris fractionis, Exemplum volo  $\frac{1}{2}$  cubicam de  $\frac{2}{3}$  quadro 3. fit 9. multiplico in 7. fit 63. cuius  $\frac{1}{2}$  cubica est ferè 4, & hic erit numerator, cuius denominator erit 3. igitur  $\frac{4}{3}$  est  $\frac{1}{2}$  cubica de  $\frac{2}{3}$  satis præcisa, & hæc regula est vniuersalis.

Si verò velles radicem quadratam vel cubicam valde præcisam multiplicabis numeratorem & denominatorem per 100. vel per 10000. vel per 1000000: vel per 100000000. addendo solum toto quot oportuerit & hoc in quadrata. In cubica autem multiplicabis per 1000. vel per 1000000. vel per 1000000000. & ita addendo 3. vel 6. vel 9. nullitates, vtrique tamen denominatori, quam numeratori: &  $\frac{1}{2}$  quadrata vel numeratoris erit numerator: & denominatoris erit denominator & hoc tam in fractis simplicibus, quam etiam compositis, cum numeris integris. Exemplum volo radicem quadratam & cubicam de  $2\frac{1}{8}$  resoluo  $2\frac{1}{8}$  in fractiones fiunt  $\frac{17}{8}$ : quibus pro quadrata addo denominatori 8. nullitates,

|   |
|---|
| $\begin{array}{r} 0\ 0 \\ 2\ 0\ 8\ 4\ 6 \\ x\ x\ 8\ 8\ 8\ 7\ x\ 3\ 6 \\ x\ 7\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \end{array}$ |
| $\begin{array}{r} 4\ 1\ 2\ 3\ 1 \\ \hline 8\ 8\ x\ x\ x\ x\ 6 \\ 8\ 8\ x \end{array}$   |

& similiter numeratori, & fiunt vt vides in Figura quorum accipio  $\frac{1}{2}$  quadratam quæ est 41231. numeratoris & 28284. denominatoris & fiet  $\frac{1}{2}$  quadrata  $2\frac{1}{8}$  fractio talis videlicet  $\frac{41231}{28284}$  siue.  $1\frac{12947}{28284}$ .

Et similiter in cub. accipiem 12. nullitates & fiet denominator hic 800000000000. cuius  $\frac{1}{2}$  cubica est proculdubio 20000. ponemus igitur 20000. pro denominatore & similiter adiungemus 12. nullitates ad 17 fiunt 1700000000000. pro numeratori cuius  $\frac{1}{2}$  cubica quæ est 25712. ponetur pro



# De Extractione Radicum, &c. 33

pro numeratore igitur  $\frac{1}{8}$ . cubica de  $2\frac{1}{8}$ . est  $2\frac{1}{8}$  est  $\frac{21712}{20000}$  schilla &c.

$$\begin{array}{r} \text{I} \\ \begin{array}{ccccccc} \times & 2 & \times & 5 & 3 \\ \times & \times & 6 & 7 & 6 & \times & 6 & 4 & 4 \\ 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 8 & 2 & 8 & 4 \\ \hline \times & \times & 6 & 6 & \times & \times & 6 \\ & & 8 & 8 & 6 \end{array} \end{array}$$

## CAPVT XXV.

### De Extractione Radicum in Surdis.

**I**N his non indiges nisi antepositione radicis sine alio : veluti Volo radicem  $\frac{1}{7}$ . fiet  $\frac{1}{7}$ . Volo  $\frac{1}{7}$ . V.  $\frac{1}{7}$ . p. 2. fiet  $\frac{1}{7}$ . V.  $\frac{1}{7}$ . p. 2. volo  $\frac{1}{7}$ . L.  $\frac{1}{7}$ . p. 16. fiet  $\frac{1}{7}$ . L.  $\frac{1}{7}$ . p. 16. volo  $\frac{1}{7}$ . D.  $\frac{1}{7}$ . p. 25. fit  $\frac{1}{7}$ . d.  $\frac{1}{7}$ . p. 25. nec indiget aliâ operatione sed manet denominatio tota.

## CAPVT XXVI.

### De Extractione Radicum in denominationibus.

**S**Cias quod denominationes pares non habent radicem quadratam : Secundo scias si sint impares terminationes quadratas numerorum terminationes quadratae, cubice 4. 5. 6. 9. 0. autem omnibus modis nominantur. 1.

Nam 1. est terminator desinentium in 1. vel in 9. ut 1. in se facit 1. & 9. in se facit 81. Item 4. est terminator desinentium in 2. vel in 8. ut 2. in 2. facit 4. & 8. in 8. facit 4. & 8. in 8. facit 64. sed 5. est terminator desinentium in 5. veluti 5. in 5. facit 25. similiter 6. est terminator desinentium in 6. ut 6. producit 36. sed 9. est terminator desinentium in 3. & in 7. & sic 0. est terminator desinentium in ea : igitur in quadrata si Primus terminus & ultimus habent  $\frac{1}{2}$ . tunc operare inquærendo aliter non habebit : non tamen in cunctis te fugit auxilium illud commune præcedentis capituli præponendi  $\frac{1}{2}$ . veluti volo  $\frac{1}{2}$ . 2. p. 3. co. p. 1. ce. erit  $\frac{1}{2}$ . 1. ce. p. 3. co. p. 2. Et ita volo  $\frac{1}{2}$  cubicam 17. co. m. 6. p. 3. ce. erit  $\frac{1}{2}$ . cubica 5. ce. p. 17. co. m. 6. in cubicis autem oportet ut denominatio sit vna vel quatuor vel septem vel decem & sic deinceps quoad species denominationum : numeraliter autem ut habeant radicem cubicam 8. ut vel 27. vel 64. tam in Primo quam ultimo termino.

**C**irca quod nota quod extractio radicis quadratae. & ce. ce. & ce. ce. ce. sunt secundum vnum modum, & est extractio  $\frac{1}{2}$ . quadratae. veluti  $\frac{1}{2}$ . 4. censum est 2. co. &  $\frac{1}{2}$ . 4. ce. ce. est 2. ce. &  $\frac{1}{2}$ . 4. ce. ce. ce. est 2. ce. ce. unde  $\frac{1}{2}$ . 1024. est 32. qui sunt 2. ce. ce. Similiter cubica & cu. cu. sunt secundum vnum modum qui est extractio  $\frac{1}{3}$ .

cubicæ. Vnde  $\frac{1}{2}$ . 8. cu. cu. est duo cubi, & similiter  $\frac{1}{2}$ . cubica 8. cuborum est 2. co. & sic de aliis veluti  $\frac{1}{2}$ . cubica 4096. est 16. qui sunt duo cubi de 2. qui est  $\frac{1}{2}$ .

Sed cubi census est ut extrahas  $\frac{1}{2}$ . quadratam, & exeuntis cubicam, aut è conuerso cubicam, deinde exeuntis quadratam, aliquando enim ambæ, aliquando vna & non altera, aliquando nulla inuenitur, veluti 64. habet cubicam 4. cuius quadrata est 2. & habet quadratam 8. cuius cubica est 2, similiter. sed 81. habet quadratam quæ est 9. cuius  $\frac{1}{2}$ . cubica est  $\frac{1}{2}$ . ce. cu. 81. per contrarium 125. radicem habet cubicam 5. cuius quadrata est  $\frac{1}{2}$ . ce. cu. de 125. sed 17. & 18. & tales neutram habent.

Sed  $\frac{1}{2}$ . Rel. P. & Rel. 2. est composita 4 in hoc quod oportet vtrâque diuidere per cubum, & quod exit in Rel. P. est ce. in Relatum 2. est ce. ce. veluti diuido 32. per 8. exit 4. qui est ce. de 2. & in Relatum 2. ex it. 16. qui est ce. ce. de 2. & hoc idem in compositis, veluti diuido 3. Rel. P. qui sunt 96. per 8. qui est cubus, exhibunt 12. qui sunt 3. ce. & ita de partibus & multiplicibus. ce. Rel. P. vero  $\frac{1}{2}$ , est Rel. P. cuius  $\frac{1}{2}$ . est prout dixi in præcedenti regula.

## CAPVT XXVII.

### De Integrorum progressionibus.

**P**rogressio est auctio ordinem aliquem seruans, eius duo genera prima sunt Geometricum & Arithmeticum sunt autem Geometrici cõmunia ordinatis proportionibus, arithmetici ordinatis augmentis procedere, cuiuslibet horum tres sunt species, vniiformis, conformis & æqualiter augens. Exemplum vniuscuiusque est hic positum.

|                     |                   |
|---------------------|-------------------|
| 1 Vniiforme         | .1.2.4. 8.26.32   |
| Geometricam.        |                   |
| 2 Conforme          | .1.2.6.12.36.72.  |
| 3 Æqualiter augens. | 1.2.6.24.120.720. |
| 4 Vniiforme         | .3.9.27. 8.243.   |
| Vel sic             |                   |
| 5 Conforme          | .3.6.18.36.108.   |
| 6 Æqualiter augens  | .3.6.18.72.360.   |
| 7 Vniiforme         | .1.2.3. 5. 6.     |
| Arithmeticum.       |                   |
| 8 Conforme          | .1.3.7.9.13.15.   |
| 9 Æqualiter augens  | .1.2.4.7.11.16.   |
| 10 Vniiforme        | .3.6. 9.12.15.    |

Vel sic

|                     |                |
|---------------------|----------------|
| 11 Conforme         | .3.5.10.12.17. |
| 12 Æqualiter augens | .3.4. 6.9.13.  |

Manifestum est igitur quando vnquodque genus vel initium sumit ab vnitatem, ab alio numero, ut in exemplis posterioribus præmissis : quod fient Duodecim membra progressionum.

Regula si notus sit maior terminus, & minor, & augmentum, in Septimo & Decimo modo : inuenies numerum terminorum hoc modo. detrahe minimum à maximo, & residuum diuide per augmentum, & exeunti adde vnitatem, habebis numerum terminorum, exemplum Septimomodo demo



demo. 1. ab 6. fit 5. diu-  
do per 1. quod est argu-  
mentum exit 5. addo. 1. fiut  
6. termini: exemplum in Decimo modo de-  
mo. 3. ex. 15. fit 12. diuido per augmen-  
tum quod est 3. fit 4. addo. 1. fiunt. 5. ter-  
mini.

2. Ex hoc patet conuersum videlicet, si à  
numero terminorum dematur vnitas, &  
residuum ducatur in differentiam siue aug-  
mentum, & ei addideris minorem termi-  
num cognosces maiorem, veluti in Exem-  
plo termini erant 5. auctio  
per 3. demo. 1. a. 5. fit 4. duco .3. 6. 9. 12. 15.  
in 3. fit 12. addo minorem  
terminum fit 15. maior terminus.

3. Pro Octauo & Vndecimo modo cum vo-  
lueris scire an termini sint pares vel impares,  
deduc primum ab vltimo, & residuum di-  
uide per dimidium augmentorum, si nihil  
superest sunt impares, si aliquod pares: ex-  
plū dempsi 3. ex 17. in Vn-  
decimo modo & fit 14. dif- .3. 5. 10. 12. 17.  
ferentia autē erant 2. & 5.  
quæ simul aggregatæ faciunt 7. cuius dimi-  
dium est 3.  $\frac{1}{2}$  diuiso igitur 14. per 3.  $\frac{1}{2}$  exit  
4. & nihil superest: igitur termini sunt  
quanquam idem esset si duplares 14. fit 28.  
diuide per 7. nihil superest: igitur termini  
sunt impares, si autem aliquod super esset  
essent pares, vt in octauo modo demo 1.  
à 15: fit 14. aggregatum differentiarum est  
6. duplo 14. fit 18. diuido per 6. supersunt  
4. igitur termini sunt pares. 2.

4. Ex hac habetur numerus terminorum  
habito primo, & vltimo & progressionē,  
vide si termini sint impares per Tertiam re-  
gulam exime Primum ab vltimo, & resi-  
duum dupla, & diuide per aggregatum dif-  
ferentia, exeunti adde. 1. quod fit est nu-  
merus terminorum, veluti in vndecimo 3.  
ex 17. fit 14. quia termini  
sunt impares ex tertia re- .3. 5. 10. 12. 17.  
gula, duplo igitur 14. fit  
28. diuido per aggregatum differentiarum  
quod est 7. exit 4. addo vnitatem fiunt 5.  
termini. Si verò termini per Tertiam inue-  
niuntur pares exime primam differentia ab  
vltimo termino habebis penultimam & ter-  
minos impares, quare per hanc regulam nu-  
merum terminorum, quibus, vnitatem ad-  
dita consurgunt omnes  
termini, veluti exem- 1. 3. 7. 9. 13. 15.  
plum in octauo modo exi-  
mo Primam differentiam ab vltimo fit 13.  
terminus penultimus, quare per præceden-  
tem termini sunt quinque, igitur addito vl-  
timo, fient termini sex.

5. Ex hac habetur per numerum termino-  
rum, & differentiam, & Primum termi-  
num, vltimus terminus: quod sic apparet:  
si fuerint impares, detrahe vnitatem: &  
reliquum duc in dimidium differentiarum,  
& exeunti addatur Terminus primus & con-  
flabitur vltimus: in pari verò deducta pri-  
mā differentia operaberis vt supra: vltimo  
inuento penultimo termino, addes differen-  
tiam secundi ad primum terminum, & con-  
flabitur vltimus terminus, exemplum patet  
regula quartæ vel breuius loco primi ter-

mini & differentia addes Secundū terminum,  
& loco de 1. & 1. exime 2. & sic in impari  
detrahe 1, & adde primum terminum, at  
in pari detrahe 2. & adde  
secundum terminum e- 3. 5. 10. 12. 17.  
xemplum in vndecimo de-  
duco 1. à 5. fit 4. dimidium differentiarum est  
3.  $\frac{1}{2}$  duc in 4. fit 14. addo primum termi-  
num fit vltimus 17. in octauo autem modo  
termini sunt 6. eximo 2.  
fiunt 4. duco in dimidium 1. 3. 7. 9. 13. 15.  
differentiarum quod est 3.  
fit 12. addo Secundum terminum fit 15. pro  
vltimo termino.

6. Pro Nono & decimo modo deme vnita-  
tem à numero terminorum, & disce diffe-  
rentiam auctorialem maximam cui adde  
minorem differentiam & dimidia, & duc  
in residuum terminorum demptā vnitatem,  
& consurget vltimus ter-  
minus addito primo exem- 1. 2. 4. 7. 11. 16.  
plum in nono modo diffe-  
rentia maxima est 5. addo minimam quæ  
est 1. fit 6. dimidium est 3. numerus termi-  
est 6. deduc 1. fit 5. duc in 3. fit 15. adde  
primum terminum fit 16. vltimus quare si-  
militer in duodecimo minor differentia est  
1. maior 4. adde fiunt 5.  
dimidium 2.  $\frac{1}{2}$  duc in 4. 3. 4. 6. 9. 13.  
qui est numerus termino-  
rum vnitatem demptā fit 10. addo 3. primum  
terminum fit 13.

7. In hoc modo vltima differentia inuenitur  
demptā vnitatem à numero terminorum, &  
cognitā primā differentia per primum mo-  
dum sciatur vltima, nam differentia illæ  
sunt vel ex septimo, vel decimo modo:  
quare per primam & secundam regulam  
operaberis.

8. Per hoc patet conuersum sextæ regulæ,  
nam habitis proprio & vltimo termino, &  
modo progressionis: facile erit inuenire ter-  
minorum numerum, nam deduces pri-  
mum terminum ab vltimo, & residuum si  
diuideris per dimidium differentiarum primæ  
ac vltimæ exhibit numerus terminorum  
dempto vno, aut si diuideris per numerum  
terminorum dempto vno, exhibit dimidium  
differentiarum, quo duplicato si ab eo  
dempsieris primam differentiam, fiet vlti-  
ma exemplo non indignes in tam clara re.

9. In hoc etiam inuenies maximam diffe-  
rentiam alio modo, subtrahe minorem ter-  
minum de maiore, residuum est aggregatū  
differentiarum, & prima differentia est pri-  
mus terminus talis progressionis, & prima  
differentia est additio talis progressionis:  
igitur per primam regulam scies maximam  
differentiam.

10. At si vltimus terminus non sit notus, sed  
tantum numerus terminorum, scies diffe-  
rentiam per primam sub ductā vnitatem vt  
dixi, exemplum termini sunt, sex auctio sit  
per vnitatem igitur termini sunt quinque  
aucti per vnitatem, quare per primam no-  
tus est maximus terminus, & hic est ma-  
xima differentia.

11. Ex his habetur summa omnium termi-  
norum in omni modo, adde in septimo &  
decimo modo minorem terminum maiori,  
&



& quod sit ducas indimidium terminorum, exemplum. 3. 4. 5. 6. 7. 8. primus cum ultimo facit. 11.

duc in 3. qui est

3.4.5.6.7.8.

11

nonorum sit 33.

3

pro aggregato,

33

similiter 2. 5. 8.

11. 14. 17. iunge

sunt 19. duc in 3.

2.5.8.11.14.17.

fit 57. nam ter-

19

mini erant 6. di-

3

midium eorum 3.

57

eadem regula te-

net in octauo &

vndecimo si ter-

mini sint pares a-

liter si impares

sint deme pri-

imum, & operare

cum reliquis co-

dem modo: post

adde primum ve-

luti. 3. 5. 10. 12.

17. 19. 24. demp-

to primo fit. 5.

minimus additus

ad 24. fit 29. duc

in dimidium ter-

minorum quod est

3. fit 87 adde pri-

imum fit 90. pro

aggregato.

12 Pro nono & duodecimo modo, deme à numero terminorum 2. residuum diuide per 3. exeunti adde 1. hoc duc in aggregatum vltimæ differentia cum sua progressionē produ-

cto, adde quod fit ex primo termino in numerum terminorum, quod conflatur est summa. exemplum. 3. 7. 15. 27. 43. 63. 87. termini sunt 7 demo 2. sunt 5. diuido per 3. exeunt 1.  $\frac{2}{3}$  addo 1. sunt 2  $\frac{2}{3}$ : duc in summam differentiarum habitam per vndecimam regulam quæ est 84. fit 224. duc etiam primum terminum qui est 3. in 7. fit 21. nam 7. erat numerus terminorum, addo igitur 21. ad 224. fit 245.

13 Et his habetur sumpto numero terminorum & aggregato vltimus terminus in septimo & decimo modo diuide igitur aggregatum per dimidium numeri terminorum, & ab exeunte deme primum terminum, remanebit vltimus. Idem in octauo & vndecimo modo cum pares fuerint, si impares detrahe primum terminum ab aggregato, & residuum diuide per numerum terminorum minus vnitatem, quod exit dupla, & à producto aufer secundum terminum, residuum est vltimus terminus, Exemplum 90. fit aggregatum terminini vero 7. minor terminus 3. deduco ex 90. fit 87. diuido per 3. & est dimidium terminorum fit 29.

deduco secundum terminum qui fuit 5. remanet vltimus 24. est autem 3. dimidium terminorum qui fuerunt 7. dempto vno vt regula dicit.

Et sicut ex vndecima elicitur duodecima, pro nono & duodecimo modo, ita ex decimatertia elicitur quartadecima pro nono & duodecimo modo.

Et vniuersaliter cum fuerint 5. termini videlicet auctio: numerus terminorum: minor terminus: & maximus, & aggregatum, cum sunt 3. ex his noti, qualescunque sint cognoscentur reliqui duo ignoti, in quolibet modorum.

Et ex his habemus conuersus duodecimæ regula, cognita enim sūma & differentia maxima, & termino minore habebimus numerum terminorum, si etiam habuerimus maiorem, deduc igitur ex vltima differentia vnitatem, residuum diuide per 3. exeunti adde vnitatem per hoc totum multiplica maiorem terminum dempto minore, & quod fit detrahe ex summa, residuum diuide per terminum minorem, quod exit est numerus terminorum, & est Exemplum fit minor terminus 4. maior 32. differentia maior 7. aggregatum 116. progressio in nono vel duodecimo modo detraho 1. ex 7. fit 6. diuido per 3. exit 2. addo 1. fit 3. demo ex 32. maiore minorem terminum qui est 4. fit 28. duc in 3. fit 84. demo ex 116. fit 32. diuido per terminum primum qui est 4 exit 8. numerus terminorum erat igitur progressio talis. 4. 5. 7. 10. 14. 19. 25. 32. & ita in ista 4. 8. 13. 19. 26. 34. vel in hac 5. 6. 8. 11. 15. 20. 26. 33. 41. 50.

Et cum fuerint. 6. termini, vtpote, maxima differentia, & auctio ipsa, & terminus minor & maior: & numerus terminorum, & aggregatum: & ex his 3. cogniti, & reliqui incogniti: cognoscentur incogniti facta positione termini vnus ex incognitis per rē & operare per algebra, & peruenies ad cognitionem Exemplum terminorum vt 3. 4. 6. 9. 13. 18. 24. 31. 39. primus terminus est. 3. auctio. 1. maxima differentia 8. numerus terminorum 9. nam semper auctio ducta in numerum terminorum deducta vnitatem: producit maximam differentiam vnde esset deducta differentia, vel diuisa per auctorem, quod exit addita vnitatem producit numerum terminorum: igitur deducta vnitatem ex numero terminorum, & diuisa maximā differentia, exhibet auctio ipsa, & quantus terminus, est autem maximus 39. sextus est aggregatum vt 147. & hi inueniuntur in nono & duodecimo modo, in aliis autem sunt tantum. 5. termini quoniam auctio non differt à maxima differentia quare &c.

Pro primo & quarto modo, cum diuiseris terminum maximum per minimum, quod exit quali ordine est suæ progressionis denominatorum talis est numerus figurarum, Exemplum in primo modo diuido 32. per 1. exit 1.2. 4. 8. 16. 32. 32 qui in ordine dupla est ce. cu. & est sexta figura ex positis in fine primi capituli de 11. quare termini fuerit 6.

Per



Per oppositum habes terminum maiorem  
vt in quarto modo termini sunt 5. & Figura.  
5. ex illis est ce. ce. igitur  
cum ce. ce. in tripla pro- 39.27. 81.243.  
portione sit 81. duc 81. in  
minimum terminum qui fuit 3. confurgit  
243. qui est terminus maior.

19 Pro secundo & quinto considera terminos  
impares, aliter dimitte primum & reduces  
ambas proportionibus ad Figuram numeri ter-  
minorum, & diuide maximum terminum  
per ambo, & exeuntia multiplicabis in-  
uicem & radix est in denominatione termi-  
ni.

Exemplum in quinto modo dupla & tri-  
pla sunt primæ proportionibus terminus maior  
est 108. duc in se fiunt

11664. quadra terminum 3.6.18.36.108.  
minorem fit 9. diuide

11664. exit 1296. Radix est 36. duc 2. per  
quintam Figuram, & 3. similiter, ex vno  
aduerit 16. ex altero 81. in quorum medio  
proportionaliter cadit 36. igitur termini sunt  
5. assumenda est enim propinquitas per  
aequalem multiplicationem duplae & triplæ  
in denominationibus.

20 Pro conuerso ambas proportionibus deduces  
ad Figuram sui termini, & producta duc in  
minorem terminum, & prodeuntia inuicem  
radix autem totius, est terminus maior.

Exemplum in secundo modo duc dupla &  
triplam in quintam denominationem. fit 16.  
& 81. duc vtrumque in

primum terminum fiunt 1.2.6.12.36.72.  
32, & 162. duc inui-  
cem fit 5184. Radix est 27.

21 Pro tertio & sexto modo, per primam  
regulam habes differentiam denotatio-  
num à prima ad vltimam, & omnes inui-  
cem multiplica, deinde totum per mino-  
rem terminum, quod prouenit est enim ma-  
ximus terminus. Exemplum in tertio  
modo. 2. 3. 4. 5. 6. ductæ inuicem faciunt  
720. & in primum terminum idem, quare  
maximus terminus est 720.

22 Conuersum habes diuidendo maximum,  
per minimum, & quod exit successive per  
differentias vsque ad vnitatem. Exemplum.  
2. 6. 30. 210. 1850. diuide per 2. exit  
945. hunc per primam proportionem exit  
315. hunc per 5. exit 63. hunc per 7. exit  
9. diuide 9. per 9. exit vnitatis proportionibus  
igitur 4. & termini 5.

23 In primo modo & quarto volens inue-  
nire aggregatum, minus ex maiore detra-  
he, & residuum diuide per 1. m. deno-  
minatione, quod exit adde maiori termino,  
quod conflatur: est aggregatum. Exem-  
plum. 3. de 81: est 78.

diuide per 2. exit 39. adde 3.9.27. 81.  
ad 81. fit 120. & in sex- 16.24.36.54.81.  
quaaltera inter 16. & 81.

deduc 16. ex 81. fit 65. duc in sexquialte-  
ram quæ sic scribitur  $\frac{1}{2}$  fit detractâ vni-  
tate  $\frac{1}{2}$  quare fit 130. adde ad 81. fit 211.  
aggregatum.

24 In secundo & quinto modo multiplica  
differentiam vnâ per aliam, à producto  
aufer. 1. & cum hoc residuum maximi de-  
tracto minore diuide, & quod exit multi-

plica per primam differentiam additâ vni-  
tate siue sit maior siue minor, & totum ad-  
de primo termino, & hoc vbi termini sint  
impares & proportio multiplex. Exemplum  
in casu 3. de 108. fit 105.

duc 3. in 2. fit 6. deduc. 3.6.18.35.108.  
1. fit 5. diuide 105. exit

21. prima differentia denominata fuit à 2.  
fit addita vnitatem 3. duc in 21. fit 63. adde  
ad 108. fit aggregatum 171.

In non multiplici, autem imparibus exi- 25  
stentibus terminis, tres inuenias eiusdem  
proportionis numeros minimos, & minore  
à maiore detracto. In qua proportionibus se  
habet aggregatum ex duobus maioribus,  
ad residuum. In eadem proportionibus se habent  
quotquot alij ad suum residuum.

Exemplum 3. 4. 5. in proportionibus  
sexquitercia & sexquiquarta sunt minimi.  
subtrah 3. à 5. fit 2. maiores fuere 4. &  
5. qui aggregati sunt 9. in qua igitur pro-  
portionibus est 9. ad 2. in eadem erit aggre-  
gatum totum dempto minore termino ad re-  
siduum maioris dempto

minore si igitur vt velim 18.24.30.40.50.  
scire aggregatum progres-

sionis quam vides deduco vt dixi in  $\frac{2}{3}$  fit  
144. terminum minorem fit 162. aggrega-  
tum, & hoc in terminis imparibus, cum  
vero fuerint pares sciuiti terminum primum  
esse detrahendum, deinde operaberis per  
regulas suprascriptas, vltimò adde ipsum &  
habebis aggregatum.

In progressionibus quadratorum, accipe du- 26  
plum terminorum & adde vnitatem, & di-  
uide per 3. & quod exit multiplica per sum-  
mam progressionis.

Exemplum volo quadrata ad 10.  
duplica fit 20. adde 1. fit 21. diuide 1  
per 3. exit 7. duc in 55. quod est 4  
aggregatum progressionis ad 10. 9  
exit 385. qui est numerus summæ. 16

In cubicis autem numero termi- 27  
norum adde 1. & quadra iterum di-  
midium terminorum in se, & duc 49  
vnū per aliud: quod exit est summa. 64

Exemplum volo summam cuborum ad 81  
10. addo 1. fit 11. quadro fit 121. 100.  
diuido 10. fit 5. quadratum eius est

25. duc in 121. fit 3025. per suam: hæc duæ  
regulæ fuerūt fratris Lucae optimi Arithme-  
tici plures alias adiicere potuisse, sed suffi-  
ciunt hæc volentibus operari, cum intel-  
lexerint semper tria cognita præsupponi de-  
bere, reliqua quæ vel duo sunt vel tria ex  
his inquiri oportere.

## CAPVT XXVIII.

## De Progressione fractionum.

IN fractis non est progressio Arithmetica  
quia nec æqualis excessus, nam  $\frac{1}{2}$  exce-  
dit  $\frac{1}{3}$ , In  $\frac{20}{125}$ : &  $\frac{1}{5}$  excedit  $\frac{1}{4}$ , In  $\frac{10}{100}$ : &  
 $\frac{1}{4}$  excedit  $\frac{1}{5}$ . In  $\frac{6}{120}$ : isti excessus nedum  
non sunt æquales sed nec in æquali exce-  
ssu, aut proportionibus, nam proportio  $\frac{20}{125}$ ,  
ad  $\frac{10}{100}$ , est dupla proportio,  $\frac{10}{125}$  ad  $\frac{6}{120}$  est  
minor dupla.

In



In proportionē Geometricā, eſt progreſſio vt  $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \frac{1}{16} : \frac{1}{32}$  : & ita de aliis : regula eſt vt ducas minorem terminum in Maiorem, & ſummas proportionem ſecundum totum, veluti  $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \frac{1}{16} : \frac{1}{32}$  duc 3. in 24. fit 72. erunt igitur operationes veluti in Integeris ex  $\frac{1}{12}$  : excepto quod minor in denominatione eſt maximus terminus & e conuerſo : veluti volo aggregatum prædictorum fractionum per vigefimā primam regulam præcedentis capituli, detraho 3. de 24. fit 21. denominatio erat per 2. nam erat ſub dupla detrahe 1. fit 1. duc in 21. fit 21. adde 24. fit 45. & ita ſunt  $\frac{45}{21}$ , videlicet  $\frac{5}{7}$ .

## CAPVT XXIX.

## De Progreſſione Surdorum.

**I**n ſurdis autem non datur progreſſio generalis Arithmetica, nam maiorem proportionem habet R. 12. ad R. 11. quam R. 13. ad R. 12. tam in exceſſu, quàm in proportionē : igitur nulla ratio dari poteſt in talibus quantum ad progreſſionem Arithmeticam.

In Geometricis autem datur, nam ex decimaſeptima ſexti, cum ſit proportio quadrati ad quadratum, veluti lateris ad latus duplicata igitur cum quadratorum ſit proportio continua, erit & radicum igitur radices 4. 6. 9. ſunt continuæ proportionales, In his autem oportet operari per quadrata dummodo caute opereris & ſequetur inuentio ignotorum ex notis per capitulum vigefimum ſeptimum veluti. 16. 24. 36. 54. 81. cognita proportionē ſciamus numerum terminorum, & ex his maiorem terminum, & ex his ſuam radicem, vel operabimur per algebram, nam qualis eſt proportio cenſuum in cenſibus, talis erit radicum dimidiata in radicibus, veluti 4. 36. 324. ſunt in proportionē nonupla, igitur radicum proportio eſt tripla, proportio etiam aggregati ex his eſt vt 91. ad 1. cum vero reduxeris per algebram inuenies proportionem radicū vt 13 ad 2.

In diſtinctis autem ligatis vel vniuerſalibus non eſt operatio niſi per quadrata illarum, verum non indigemus aliis regulis, ſed tantum cautella in operando.

## CAPVT XXX.

## De Progreſſione denominationum.

**N**on diſfert progreſſio vnius denominationis qualiſcunque ſit à progreſſione numeri, veluti 1.co. 2.co. 3.co. 4.co. eſt veluti. 1. 2. 3. 4. & 1.co. 2.co. 4.co. 8.co. veluti. 1. 2. 4. 8. igitur regule 27. capituli in hoc tibi plenè inferuiunt, quod ſi non vna ſit denominatio augmentum tamen æquale adhuc ſufficit, veluti 1.ce. p. 2.co. 2.ce. p. 3.co. 3.ce. p. 4.co. & ſic deinceps, operare diſtinguendo cenſus à radicibus, vnicuique verò eorum, propriā progreſſionem inuenies.

Quod ſi progreſſio ſit permutatis denomi-

Tom. I V.

nationibus veluti 1.co. 1.ce. 1.cu. 1.ce. ce. atque eo modo : tunc eſt in genere geometricarum & ultra, tres terminos æquatio non niſi compoſita aduenit ex terminis conſtans continuæ proportionalibus, quod ſi ponatur auctio in numero & denominatione, tunc erit Geometrica & Arithmetica mixta veluti 1.co. 2.ce. 3.cu. 4.ce. ce. tunc difficilis eſt quaſtio. Quod ſi auctio eſt per denominationes, & numeros, Geometrica, tunc facilioreſt inuentio veluti 1.co. 2. ce. 4. cu. 8.ce. ce. in cunctis autem his iuuat vltimum terminum diuidere per primum, aut ſubtrahere vt in Arithmetica, & operari in Geometrica per ſuas regulas vt in vigefimoſeptimo capitulo à decimaſeptima ad vigefimamſeptimam regulam, & in Arithmetica vſque ad decimamſeptimam regulam : & ponamus exemplum leue, quidam ambulauit 1.co. & 2.co. & 3.co. & 4.co. & 5.co. & in totum ambulauit miliaria 100. ſequitur enim vt ambulauerit ex regulis primis 15. co. cum igitur diuiferimus 100. per 15. exeunt  $6\frac{2}{3}$  : quare ambulauit prima die miliaria  $6\frac{2}{3}$  : & ſecundatantò plus, & ſit in finem & alius ambulauit primā die 1. co. ſecundā die 2. ce. tertīā die 4. cu. igitur ſi ponatur æquale 100.co. ſient 99. æqualia 2.co. p. 4.ce. quare ce. &  $\frac{1}{2}$  co. æquantur  $24\frac{3}{4}$  : ſequere æquationem ex capitulo ſuo, & habebis valorem rei, quod ſi 100.co. ponunt nobis valorem talem quid ponet 100. In numeris & tunc habebis æquationem in 4. terminis numero, radice, cenſu, cubo.

## CAPVT XXXI.

## De ſeptem operationibus quæ ſunt ex integeris &amp; fractis.

**C**um numerator numeri fracti eſt maior denominatore, numerus ille integer continet : veluti  $\frac{25}{60}$  tunc igitur ſi diuiferis numeratorem per denominatorem exiens eſt numerus æquiualeſ fractioni illi quod ſuper eſt fractiones, veluti 253. per 60. exit 2. &  $\frac{13}{60}$ .

Numeri integri cum fractis commiſceantur, vel quoniam vnus eſt integer & alius fractio : vel vnus integer & fractio, & alius fractio, vel vnus integer & fractio, reliquis integer vel vnus integer & fractio, ſimiliter & reliquis : & ſic ſunt modi 4.

Cum integrum ſimplicem cum fracto ſimplici numerare vis vel denominare, potis illud duobus modis efficere : primo per adiunctionem vt  $23\frac{7}{12}$  ſecundo reducendo integrum ad fractionem, hoc autem ſit ducendo denominatore in integrum & inſuper addendo numeratorem, fractionis, & totū ponetur pro numeratore, denominator autem manebit idem, vt in exemplo ſuperiore ducō 19. in 23. fit 437. addo 7. fit 444. ſubſtituo denominatorem fiet  $\frac{444}{19}$  quæ fractio æquipollet  $23\frac{7}{19}$ .

His viſis omnes operationes quæ ſunt inter fractos, & mixtos, aut integros, poſſunt fieri, vel ſeparatæ : vt ducendo fractum in integrum, & poſt in fractum, vel e

D con



# 38 Liber Vnicus. Cap. XXXVII. &c.

conuerso : ita etiam de diuisione , excepto quod diuisio redditur difficilis , nisi fiat reductio ad eandem naturam. veluti duco 19. in  $23 \frac{7}{19}$  : possum ducere 19. in 23. & fit 437. deinde duco 19. in  $\frac{7}{19}$  , & fiunt 7. totum igitur fiet 444. integra : & possemus etiam deducere 23.  $\frac{7}{19}$  ad fractionem vnam & fiunt  $\frac{144}{19}$  vt dixi deinde ducere per capitulum suum in 19. integra , deinde productum diuidere per denominatorem , qui etiam est 19. & exhibunt etiam 444. integra.

5 Cum igitur addere vis fractionem integro , reduces eam si maior sit vnitatem per capitulum præsens ad integra , & adde integra integris , & similiter fractiones fractionibus , per capitulum suum si adsint.

6 Cum vero volueris detrahare fractiones ex integris : integra ex integris detrahe , deinde vnitatem plus : & subtrahe numeratorem à denominatore : & residuum superpone denominatori , exemplum volo detrahare  $23 \frac{7}{19}$  ex 47 , demo 24. ex 47. & remanet 23. & demo 7. ex 19. & fit 12. igitur residuum est  $23 \frac{12}{19}$  , quod si vtrunque fractio adsit primo deme vnam ex alia , per suum capitulum , quod si non potes resolue vnitatem in fractiones , & eam adde numero subtrahendo deinde operare per sua capitula simplicia : exemplum 17. &  $\frac{13}{19}$  ex  $24 \frac{5}{7}$  , deducas  $\frac{13}{19}$  ex  $\frac{5}{7}$  remanent  $\frac{4}{133}$  & 17. ex 24. fiunt 7. vt igitur semper scias quæ duarum fractionum sit maior , duces denominatorem vnus in alterius numeratorem in crucem , & cuius fuerit productum ex numeratore ma-

$$\begin{array}{r} \frac{5}{7} \quad \times \quad \frac{13}{19} \\ \hline 95 \quad 91 \\ 20 \quad \frac{41}{19} \\ 14 \quad \frac{21}{19} \\ 6 \quad \frac{3}{19} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{5}{7} \quad \times \quad \frac{41}{14} \\ \hline 287 \quad 120 \\ 120 \\ \hline 167 \\ \hline 168 \end{array}$$

ius , fractio illa est maior , veluti 5. in 19. facit 95. & est maiusquam 7. in 13. igitur  $\frac{5}{7}$  est plusquam  $\frac{13}{19}$  : sit igitur vt velis deducere 13.  $\frac{5}{7}$  ex 20.  $\frac{17}{24}$  constat ex regula producta quod  $\frac{5}{7}$  est maiusquam  $\frac{17}{24}$  : quare adde ad 13. &  $\frac{5}{7}$  vnitatem fiet 14.  $\frac{5}{7}$  : deinde iunge numeratorem de  $\frac{17}{24}$  denominatori , fiet numerator fractionis  $\frac{11}{24}$  igitur deduces 14.  $\frac{5}{7}$  ex 20.  $\frac{11}{24}$  : per capitula sua & remanebunt 6.  $\frac{167}{168}$ .

7 In multiplicatione autem duces integrum per numeratorem , & totum diuides per denominatorem , veluti 23. in  $\frac{3}{7}$  : duc 3. in 23. fit 69. diuide per 7. exit 9.  $\frac{6}{7}$  : & si adsint fractiones multiplica postmodum fractionem per fractionem , ex capitulo suo , & iunge , & similiter integra per integra.

8 In diuisione autem conuenientius est vt reduces omnia ad suas fractiones per capitulum præsens , deinde diuides per diuisorem per Caput 20. exiens autem reduces ad integra si maius sit vnitatem per capitulum

præsens , si tamen diuisor non contineat fractiones , operare per integra tantum. Exemplum primi volo diuidere  $27 \frac{3}{7}$  per  $7 \frac{3}{19}$  deduco ad fractiones fiunt pro diuidendo  $\frac{192}{7}$  & pro diuisore  $\frac{136}{19}$  diuido igitur  $\frac{192}{7}$  per  $\frac{136}{19}$  & fit  $\frac{3648}{952}$  reduco ad integra fiunt 3. &  $\frac{792}{952}$  vel schilando 3. &  $\frac{22}{149}$ . Si autem denominatorem diuisoris in diuidendum & diuisoris per numeratorem exhibit exiens sit exemplum volo diuidere 17. per  $\frac{5}{7}$  duco 17. in 7. fit 119. diuido per 5. exit 23.  $\frac{4}{5}$  ita volo diuidere 17. per 3.  $\frac{4}{5}$  reduco ad fractionem diuisorem fit  $\frac{12}{5}$  duco igitur 5. in 17. fit 85. diuido per 19. exit 4.  $\frac{9}{19}$  & ita in omnibus.

Radicum extractiones fiunt vt in integris progressionibus reducendo ad vnum denominatorem.

Cum verò reductio facta fuerit vt sint omnes fractiones multiplica per capitulum suum deinde reduces ad integra vt in præsenti.

## C A P V T XXXII.

### De Integris & surdis mixtis.

Operatio sua dicta est, est enim vt in numeris ligatis quoniam sæpius integros continent propterea non est alia operatio à surdis quod si times aliquando operari reduc integrum ad naturam surdi veluti volo reducere 7. in  $\frac{3}{5}$ . L. 9. p. 5. operatio etiam sana est deducendo 7. in se fiet  $\frac{3}{5}$ . 49. deducenda in  $\frac{3}{5}$ . L. 9. p. 5.

## C A P V T. XXXIII.

### De Integris & denominatis.

Numeri integri non variant naturam denominatorum idè operatio eorum est in omnibus per capitula numerorum simplicium aduenientia autem manent in suis denominationibus in quibus erant prius vt 3. in 7. cu. p. 5. ce. m. 7. facit 21. cu. p. 15. ce. m. 21.

## C A P V T XXXIV.

### De Fractis Denominatoribus miscendis.

Terque eorum indicat vt reducat ad integra , verum in surdis necessitas est minor , difficultas maior , in fractis autem difficultas est minor , & necessitas maior , quare ob temperandum est necessitati maxime cum per hoc non adueniat operatio difficilis , exemplum est volo deducere  $\frac{1}{3}$  in  $\frac{1}{4}$  co. p.  $\frac{3}{4}$  ce. p. 7. deducas omnia per regulam fractorum veluti in capitalis suis & fiet  $\frac{1}{12}$  co. p.  $\frac{3}{4}$  ce. p. 2.  $\frac{1}{3}$  numeri , quod si necessitas diuisionis te postulat cum integris admixtis fractionibus veluti 3.  $\frac{1}{7}$  est diuisor de 4. co. p. 3. ce. omnia duces in 7. fit 22. diuisor , de 28. co. p. 21. ce.

Quod



2 Quod si velis diuidere 1. ce. ce. p. 64. per 1. ce. multiplica 1. ce. ce. p. 64. in 1. ce. fiunt 1. ce. cu. p. 64. ce. diuide per numeratorem qui est 64. exhibit  $\frac{1}{64}$  ce. cu. p. 1. ce.

3 Quod si fractiones denominatorum sint multiplicande tunc facies vt vides du-  

$$\frac{2}{1. co.} \quad \frac{7}{1. ce.} \quad \frac{14}{1. cu.}$$
 cendo numeratores inuicem fiunt 14. & ducendo denominatores fiunt 1. cu. & ita fiunt  $\frac{14}{1. cu.}$  quod si volueris diuide  $\frac{14}{1. cu.}$  per  $\frac{1}{1. ce.}$  multiplica in crucem & fient  $\frac{4}{2. ce.}$  & est prouentus & similiter in additione facies per modum fracti exemplum volo addere  $\frac{1}{1. ce.}$  ad  $\frac{1}{1. co.}$  aptabo vt vides & multiplicabo in crucem & fient 2. in 1. co. fient 2. co. & 3. in 1. ce. fient 3. ce. deinde 1. ce. in 1. co. fiunt 1. cu. igitur additis

$$\frac{2}{1. ce.} \times \frac{3}{1. co.} = \frac{3. ce. pm. 2. co.}{1. cu.}$$

$$\frac{2}{1. co.} \times \frac{3}{1. ce.} = \frac{3. co. men. 2. ce.}{1. cu.}$$

3. ce. & 2. fient  $\frac{3. ce. p. 2. ce.}{1. cu.}$  & similiter in detractone operaberis vt in exemplo a latere.

## CAPVT XXXV.

### De Fractis mixtis cum Surdis.

1 Cvm volueris ducere R. simplicem aut ligatam aut D. aut V. in fractionem aliqui tunc quadra denominatorem & cum constitue pro multiplicatore in diuisione & pro diuifore in multiplicatione deinde quadra numeratorem & multiplica in quadratum R. pro multiplicatione aut diuide pro diuisione deinde prouentum multiplica aut diuide per id quod seruasti & R. prouentus est adueniens. Exemplum volo diuidere R. L. 9. P. R. 4. per  $\frac{1}{4}$  quadrabo 4. fit 16. quadrabo 3. fit 9. quadrabo R. L. 9. p. R. 4. fit

$$\frac{1}{4} \quad \frac{R. L. 9. p. R. 4.}{9.}$$

14 p. R. 144. diuido per 9. exeunt  $1\frac{4}{9}$  p. R.  $1\frac{1}{9}$  multiplico per 16. fiunt  $23\frac{1}{9}$  P. R. 455.  $\frac{1}{9}$  igitur R. V.  $23\frac{1}{9}$  p. R. 455.  $\frac{1}{9}$  est prouentus talis diuisionis, nam diuidendo R. L. 9. p. R. 4. & est 5. per  $\frac{1}{4}$  exeunt  $6\frac{3}{4}$  R. autem  $455\frac{1}{9}$  est  $21\frac{1}{3}$  addita ad  $23\frac{1}{9}$  fit  $44\frac{2}{9}$  cuius R. est  $6\frac{1}{3}$  quare patet veritas.

2 Exemplum multiplicationis: quadrata R. L. vt prius & fractione vt fiant 16. & 9. fac e conuerso praeise vt in diuisione fecisti ducito 9. in  $13\frac{1}{3}$  p. R. 144. per modum R. V. vt prius fiunt 117. p. R. 11664. diuide hanc per 16. & exit  $7\frac{1}{16}$  p. R. 45  $\frac{9}{16}$  & R. V.  $7\frac{1}{16}$  p. R. 45  $\frac{9}{16}$  & est  $3\frac{1}{4}$  est quersum, accipe enim radicem  $45\frac{9}{16}$  & est  $6\frac{3}{4}$  adde ad  $7\frac{1}{16}$  fiunt  $14\frac{1}{16}$  cuius R. est  $3\frac{1}{4}$ .

3 Et si in diuifore vel multiplicatore sint integri reduces ad fractiones deinde operaberis vt supra exemplum volo diuide-

Tom. I V.

re R. 7. per  $3\frac{2}{3}$  redaco  $3\frac{2}{3}$  ad  $\frac{1}{3}$  fiunt  $\frac{11}{3}$  quadra 11. fit 121. quadra 3. fit 9. diuido 7. per 121. exeunt  $\frac{7}{121}$  multiplico per 9. fiunt  $\frac{63}{121}$  & R.  $\frac{63}{121}$  est prouentus talis diuisionis.

Pro aggregatione & detractone talium habes tres modos aggregandi primus est per p. vt iungam  $\frac{2}{3}$  cum R. 7. dicam R. 7. p.  $\frac{2}{3}$  alius modus est per viam incruciationis vt si  $\frac{1}{2}$  R. 36. cum  $\frac{1}{3}$  R. iungere velis quadra omnia fient  $\frac{1}{4}$  de 36. &  $\frac{1}{9}$  de 36.

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \\ R. 36. \quad R. 36. \\ \hline \frac{1}{4} \quad \times \quad \frac{1}{9} \\ \hline 36 \quad \quad \quad 36 \\ \hline 4 \quad \quad \quad 9 \end{array}$$

deinde multiplica in crucem fiunt 4. & 9. igitur R. 9. p. R. 4. est talis additio tertius modus est modus iungendi denominationes per modum R. V. ductum supra quare.

In extractione autem radicum in talibus scias quod si vtrumque extremum habet R. tunc potes habere in denominationibus velati 1. ce. p. 2. co. p.  $\frac{1}{4}$  habet R. vel potest habere primo intuitu quia 1. &  $\frac{1}{4}$  habent R. Et est idem in surdis

## CAPVT XXXVI.

### De Surdis & denominationibus.

A Diuilio fit per p. diminutio per m. numeratio per propria & distincta nomina, multiplicatio per reductionem surdorum, ad sua quadrata vtendo denominatis tanquam numeris: & productum est denominatio illa vel quadratum eius secundum quod oportet. in diuisione operare per recisa, si verò diuifor sit denominatio fiunt esimi, siue per suppositionem. Radicum extractio per hoc nomen radix. progressio vniuersalis non datur, particulares autem ex suis regulis, aequationes, & positionibus, deducuntur ex algebra pro capitulo sequentia, exemplū multiplicationis R. 3. in 4. ce. p. 5. co. quadra R. 3. fit 3. quadra 4. ce. p. 5. co. fiunt 16. ce. ce. p. 25. ce. & R. D. eorum ducta in 3. vel vniuersalis facit Radicem dictam: fit igitur sensus indistincta sic, 3. In 16. ce. ce. p. 25. ce. facit 4. 6. ce. ce. p. 75. ce. quorum radices sunt illud quod producit ex radice 3. in 4. ce. p. 5. co. quod si velis reducere ad radicem vniuersalem, deduc in prima multiplicatione, 4. ce. in 5. co. in crucem fient 16. ce. ce. p. 40. cu. p. 25. ce. multiplica in 3. fiet igitur R. V. L. 48. ce. ce. p. 120. cu. p. 75. ce. productum illud, & hoc est idem radici distinctae 48. ce. ce. p. 75. ce. ideo operaberis caute vt secundum eundem modum summas radicem per quem est operatus.



## CAPVT XXXVII.

## De Operatione proportionum.

**P**roportio est duarum quantitatum eiusdem generis inuicem certa ratio vt dixit Euclides: est autem duplex æqualitatis quæ simplex, & inuariabilis semper est veluti 5. ad 5. & diametri ad diametrum: inæqualitatis duo sunt genera, rationale, & irrationale, dicitur autem proportio rationalis, quæ numeris designari potest: vt 7. ad 5. at irrationalis quæ non potest: vt diametri ad costam: irrationalis autem sunt duo genera: maioris, & minoris, maioris vt diametri ad costam, minoris è conuerso, sunt autem lineæ de quibus loquitur. Euclides 6. binomia, & totidem residua, duo binomialia, & duo residua, linea maior, & minor, potens in rationale & mediale, & potens in duo medialia, cum suis residuis, quare erunt 22. & medialis, & irrationalis in potentia, & irrationalis in actu tantum, & rationalis, quare omnes erunt 26. lineæ, de quibus in decimo Elementorum scriptum est, deinde lineæ diuisa secundum proportionem habentem medium & duo extrema, igitur cum sint 27. lineæ, quæ comparantur secundum proportionem irrationalem erunt 26. proportionem secundum progressionem ab vna incipientes, quare per primam regulam 27. capituli, erunt proportionem irrationales 351. & totidem conuersæ, quare omnes sunt 702.

**2** Rationalium vero inæqualium duo sunt genera maius, & minus maius vt 8. ad 4. minus è contra vt 4. ad 8. maioris autem species sunt quinque, tres simplices & duæ compositæ, minoris totidem eis oppositæ, sunt igitur maioris simplices multiplex vt 12. ad 4. superparticularis vt 12. ad 9. superpartiens vt 7. ad 5. his iunguntur multiplex superparticularis vt 14. ad 3. his opponuntur species minoris inæqualitatis vt submultiplex quæ est 4. ad 12. multiplici, & subparticularis vt 9. ad 12. & subpartiens vt 5. ad 7. & ita in omnibus dicitur multiplex cum terminus terminum multotiens continet & nihil ultra: superparticularis cum portionem vnā quæ est pars quota contenti veluti 12. continet 9. & 3. qui est tertia pars de 9. & superpartiens cum continet partem quæ non est quota, vt 7. continet 5. & 2. ultra qui non sunt pars proportionalis de 5. per idem intellige reliquos duos modos cum quinque conuersis veluti superpartiens multiplex, est cum totum continet partem multotiens, & ultra partem non quotam: veluti 14. continet 3. quater, & ultra hoc 2. qui non sunt pars quota de 3.

**3** Numeratio autem in talibus fit quemadmodum in fractis superponendo numerum numero veluti tripla est vt 3. ad 1. & ideo sic scribitur  $\frac{3}{1}$ : & ita subtripla è conuerso, veluti 1. ad 3: sic  $\frac{1}{3}$ : & ita sexquialtera, vt 3. ad 2. sic  $\frac{3}{2}$ , subsexquialtera vt

2. ad 3. sic  $\frac{2}{3}$ : ex his pro operationibus nota quinque regulas.

Prima regula in quinque operationibus quæ sunt numeratio, multiplicatio, diuisio, progressio, & radicem extractio, tam in rationalibus quam irrationalibus: operatio fit quemadmodum in fractis, vnde numeratio fiet sic  $\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{1}$  siue: æqualitatis, dupla, tripla, quadrupla, & sic deinceps: multiplicatio quadrupla in quintuplam sic  $\frac{4}{1} \cdot \frac{5}{1} = \frac{20}{1}$ . & ita reliquis, per modum fractionum.

Regula secunda in additione, & subtractione, diuersificati sunt Auctores, nam campanus, & frater Lucas, credunt additionem esse multiplicationem, & diminutionem diuisionem, creduntque Euclidem hoc voluisse, maximè cum dixit quod omnium superficiesum similium, proportio vnus ad alteram, est composita ex proportionem laterum siue duplicata, vnde in textu Græco In vigesima sexti diaphanosa posuit. Alexander autem achilinus & voluminius, & alij, volunt esse rem distinctam, vterque verum dicit, nam cum comparatæ fuerint proportionem tantum, ita vt cadat terminus in medio, tunc compositio non est nisi multiplicatio, cum verò termini proportionis ad terminum comparantur fit

|                              |    |    |    |
|------------------------------|----|----|----|
| additio exemplum, si propor- | a. | b. | c. |
| tio a ad b & b ad c inuicem  | 4. | 3. | 1. |

componuntur tunc talis compositio non est nisi multiplicatio, & fit proportio quadrupla, sed si a & b vterque ad c comparetur tunc fit additio & consurgit proportio septupla, & hoc est quod consequitur in rebus naturalibus: nam si aliquis moueat nauim à proportionem tripla per se, & superueniat tali mouenti alius motor qui per se moueret nauim in quadrupla proportionem, tunc ambo iuncti non in quadrupla cum iam per se ita moueat, sed in septupla mouebunt proportionem, cum igitur talis modus sit in re, modum inuenire oportet in computatione correspondentem, & hic est præcisè additio vel diminutio fractionum, de quibus in superioribus, vnde si volo addere quadruplam triplæ sic constituo,  $\frac{4}{1} \times \frac{3}{1} = \frac{12}{1}$ : In diminutione  $\frac{4}{1} \div \frac{3}{1} = \frac{4}{3}$ .

Causa erroris est quod Euclides, & Alchindus In proposito non assumunt duas proportionem, sed tantum vnā continentem duas in virtute duorum terminorum illi verò assumunt tres terminos & ita duas proportionem, vnde super illo dicebat Alchindus omnis extremorum proportio dicitur composita ex omnibus intermediis, intelligit compositionem quæ est multiplicatio. Euclides autem duplicatam & triplicatam dixit vnde correctius locutus est, sed de his nimis.

Regula tertia omnis proportio maioris inæqualitatis ducta in suam conuersam producit proportionem æqualitatis igitur diuisa proportionem æqualitatis, exit semper conuersa, vt diuisa proportionem æqualitatis per sexquiterciam, exit subsexquitercia.

Regula quarta cum volueris inuenire aliquid in numeris surdis vel denominatis, vel proportionibus, aut operationem aliquam operare illud in integris cognitis, & facilius videbis



# De Operationibus proportionum. 41

videbis veritatem exemplum, volo adiungere proportionem habentem medium & duo extrema proportioni habenti medium & duo extrema, capio  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{4}$  iungo & video quod iunguntur per multiplicationem cruciatam, & totum ponitur pro numeratore, deinde duco inuicem denominatores & quod fit est denominator, ut hic  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$  fit  $\frac{1}{8}$  con-

$$\begin{array}{r} R. 5. m. 1. \quad R. 5. m. 1. \\ 3. m. R. 5. \quad 3. m. R. 5. \end{array}$$

stituto igitur duas tales proportiones ut dixi & sint ut vides duco igitur per præcepta capituli 17. & fiet productum ut infra.

8 Regula quinta cum in operationibus requiritur operatio vel plures superflue, tunc

$$\begin{array}{r} R. 320. m. 16. additio \\ 14. m. R. 180. \\ \hline \text{Multiplicatio} \\ 6. m. R. 20. \\ \hline 14. m. R. 180. \end{array}$$

tantum regrediaris in æquatione quantum processisti, veluti volo ducere  $R. 7.$  in radicem  $R. 5.$  reduco ad integrum, ducendo bis radicem, & fit in operatione 35 igitur bis etiam addenda est radix fit igitur  $R. 35.$

9 In Arithmetica autem proportione, nam de Geometrica tantum locutus sumus, solum id confert scire quod ipsa capitur penes excessum, & est triplex æqualitatis ut 5. ad 5. maioris inæqualitatis ut 5. ad 3. minoris & conuerso ut 3. ad 5. est etiam irrationalis, sed hæc rara est, & difficilis operationis, exemplum tamen est, ut 5. inter 5. m. 3. & 5. p. 3. & ita attenditur penes excessum, vide 5. 7. 11. sunt in continua proportionem Arithmetica, sed de his non pertinet hic pertractare sed alibi loco suo, nam hic operationes 7. tantum in subiectis Arithmetice declarantur, inuenitur autem in his maximè in Geometrica similitudo proportionum, quæ proportionalitas appellatur veluti  $\frac{4}{5} : \frac{6}{7}$ . Est & tertium genus proportionalitatis musice huc proportionis & ipsa non inuenitur nisi in tribus terminis ut 6. 3. 2 & 6. 4. 3. nam qualis est proportio extremi ad extremum veluti 6. ad 3 talis est excessus primi supra secundum & est 2. ad 1. utrinque dupla inuentio illius habetur sex regulis.

10 Regula prima cum fuerint termini extremi cogniti, subtrahere minorem à maiore & residuum diuide per 1. plus proportionem quod exit est terminus medius, volo inter 20. & 5. constituere medium in proportionem quadrupla musica, subtraho 5. de 20. fit 15. diuido per 1. plus quadrupla quod est 5. exit. 3. addo ad 5. fit 8. terminus medius in proportionem quadrupla. Et idè dicemus quod inter duo extrema non cadit alia proportio musica quam illa quæ est sine medio etiam veluti inter 20. & 5. non cadit nisi vna proportio musica & est quadrupla: cuius terminus medius est 2.

11 Et ex hoc in quacunque proportionem habebimus minimos integros, & est exem-

plum ut in septola semper adde 1. & fit 8. quod si additio fit par ut hic diuido per æqualia & exiens videlicet 4. est terminus minor, duc in proportionem fit 28. terminus maior, igitur per primam regulam medius est 7. sunt igitur minimi 28. 7. 4. quod si numerus proportionis cum additione unitatis est impar, ut in secula fit 7. ducas proportionem in ipsum, & fiet terminus maior 42. & minor ipse numerus 7. quare per primam regulam medius 12.

Quod si maiore & medio cognitis velis 12 minorem terminum venari: si proportio data est, sufficit maiorem terminum per proportionem diuidere, quod fit est terminus minor, ut datis 42. & 12. in inuenienda sexcupla diuido 42. per 6. exit 7. terminus minor, si autem sit ignota proportio deme medium de maiori, ut hic fit 30. & pone differentiam medij termini à minore, 1. co. igitur medius terminus est 12. minne 1. co. de 12. fit 12. m. 1. co. pro minore termino: cum igitur sit proportio totius ad minorem veluti residui ad differentiam igitur ducta differentia minore, & est 1. co. in terminum maiorem qui est 42. fient 42. co. æquales productioni differentie maioris in terminum minorem, fuit differentia maior 30. ducta in terminum minorem fit 360. m. 30. eo. addo ad 42. co. quia minus est fient 72. co. æquales 360. igitur ipsa co. est 5. detrahe eam à 12. erit minor terminus 7. vel aliter 30. est  $\frac{1}{2}$  de 42. igitur diuido 12. in duas partes quarum vna se habeat ad aliam ut e. ad 5. adde minorem maiori per dicta si per tertiam Euclidis fiet ut 12. ad 7. igitur minor terminus est 7. & est propria ratio, vel aliter & facilius adde differentiam ad terminum maiorem fit 72. duc 12. in terminum maiorem fit 504. diuido per 72. exit 7.

Et ex hoc habitis inferioribus terminis. 13 habebis terminum maiorem, cum proportionem hoc modo subtrahere minorem de medio, & cum residuo multiplicare terminum medium, quod fit diuide per differentiam termini minoris & differentie minoris quod exit adde termino medio, & conflabitur maior. Exemplum proponuntur 6. & 11. termini volo maiorem terminum & proportionem: deduco 6. ex 11. fit 5. duco in 11. & detraho ex 6. fit 55. & 1. diuido 55. per 1. exit 55. iterum: quem addo maiori termino fit 66. proportio vndecupla.

Et nota quo proportio Arithmetica procedit augendo & seruat in terminis proportionalibus, Exemplum volo continuare proportionem triplam in quinque terminis, minimi per secundam regulam sunt 2. 3. 6. duc igitur per proportionem utrumque maiorem fient 9. & 18. igitur 2. 3. 6. 9. 18. erunt proportionales in proportionem tripla, & ita continuabis in infinitum augendo sed decrecendo non.

Causa huius proportionis est quod oportet complicare duas proportionem multiplices semper, & diuerforum generum inter terminum maiorem & medium & etiam inter maiorem & minorem quia terminus maior est grauioris vocis, & idè cum illo oportet acutiores omnes concordare,



## 42 Liber Vnicus. Cap. XXXVIII.

& oportet talem concordantiā esse diuersam, aliter nimis cogerentur elongari extrema vnde non sufficerent humanæ voces & instrumenta maxima efficere oporteret, tercio etiam tanta differentia vacuitatem harmoniæ afferret quare &c.

14 Des mihi 6. numeros in continua proportionalitate harmonica tunc tu scis quod quilibet numerus, per quot diuiditur numeros continuā proportionalitate Arithmetica differentes, tot alios exeuntes in musica continuā proportionalitate producit: accipio igitur quos volo in Arithmetica proportionē continuæ proportionales utpote 2. 5. 8. 11. 14. 17. & quæro numeratum ab illis, & sit 52360. minimus: quamquam hoc non refferet: est enim in omnibus verum: diuido igitur ipsum per prædictos numeros, exeunt 26130. & 10472. & 6545. & 4760. & 3740. & 3080: hi igitur sunt omnes in continua harmonica proportionalitate: probatio est ex capitulo suo nam tantum facit 26180. In 3927. quantum 15708. in 6545. & ita de reliquis.

15 Reducas omnes consonantias ad superparticularem, aut ad multiplicem: tu scis quod octaua dicitur diapason, & est dupla: & constat 8. vocibus 7. inter vallis, est quibus 2. sunt semitonia, & 5. toni: cum autem transcendis 8. voces redeunt ad idem excepta differentia duplæ: ita quod nona est quasi, secunda & decima est quasi tertia & vndecima est diatessaron, & duodecima est diapente, & quintadecima quæ est bisdiapason, est quasi diapason, vnde reductis primis 8. vocibus habetur regula de omnibus vsque in infinitum, ex his est primo tonus qui est vt 9. ad 8, veluti & diapason, est veluti 4. ad 2. & est inter vallum 8. vocum, & quia proportio 4. ad 2. componitur ex proportione 4. ad 3. & 3. ad 2. erit sexquitercia diatessaron constans est duobus tonis & semitonio minore: non tamen perfectæ nam 64 72. 81. sunt duo toni, ad complendum sexquiterciam deest  $4 \frac{1}{3}$ , nam  $35 \frac{1}{3}$  est in sexquitercia ad 64. igitur semitonium minus est in veritate vt 256. ad 243. quia est eadem v. 85  $\frac{1}{3}$ , ad 81. & similiter diapente erit vt 768. ad 512. adde tres tonos ad 512. fient 512. 576. 648. 729. igitur remanebit semitonium minus, vt 256. ad 243. nam si eadem est 768. ad 729. scilicet si sexquioctogesima primam ad proportionem 256. ad 243. addideris, deductis 3. à 243. fiunt 240. quare consurget semitoniū minus vt  $\frac{16}{15}$  & erit sexquiquintadecima quare maius fiet vt 135. ad 128. nam 128. ad 120. 16. ad 15. & 135. ad 20. vt 9. ad 8. quare 135. ad 128. est semitonium maius: & quia maior est 128. ad 120. quam 135. ad 128. constat per participationem semitonium minus euadere maius, cum autem ditonus sit vt 81. ad 64. sublatā sequioctogesima prima fiet vt 80. quare vt 5. ad 4. & hæc est tertia maior quare sexta minor erit vt 8. ad 5. quia complent diapason: & quia addito tono ad  $\frac{16}{15}$  fit  $\frac{18}{15}$ : & ita erit tertia minor cum participatione, proportio 6. ad 5. quare sexta maior erit vt

5. ad 3. nam ambæ complent diapason constant igitur per additionem vel deductionem sexquioctogesima omnes consonantiæ in minimis proportionibus.

Tonus: Semitonium minus:

Semitoniū maius: Ditonus vel tertia maior.

Ditonus vel tertia minor. Diatessaron:

Diapente: Sexta maior: Sexta minor.

Septima.

Horum inuentor fuit Ptolomæus in sua musica, hæc in organis vocatur participatio, dulcem reddēs concentum nam sine ea duriores & asperiores voces euadunt: canendo autem fit per depressionem vocis mi: vnde præterquam in diatessaron, & diapente, & diapason, semper debet per sexquioctogesima deprimi diesim vocant in voce hanc musici. At in tritono nulla potest diesis emendare duritiem: cum constet inter 64. & 91.  $\frac{1}{8}$  at 19.  $\frac{1}{8}$  distat 96. qui facit sexquialteram, & ab 85.  $\frac{1}{3}$  qui facit sex qui tertiam cum 64 tantum vt non possit euadere in consonantiam, Vnde manifestum est non esse impossibile aëre leuiter nubiloso, melodiam & concentum tanquam canentium audiri, vbi leuia tonitrua simul per proportionem 6. 4. 3. 2. cadem vi & numero permixta fuerint, articulatam autem vocem, naturaliter est impossibile: cum autem talia audientur permutationis seculi erunt indicia: at consonantiæ sine participatione in organis antiquis adhuc manent, nec numeris nisi magnis possunt designari, constat autem septimam valde fore dissonam, quoniam super particulari valde remota est hanc requiritur sexta quæ maiorem admittit consonantiam, quam tertia residua super particularis est.

### CAPVT XXXVIII.

#### De Multiplicationibus & diuisionibus astronomicis.

Cum volueris operari in computationibus astronomicis, sunt tres modi, vnus absolutus, secundus ex tabula tabularum ad omnes calculationes inferuiens tertius per tabulas sinuum.

Et circa hoc nota quod totus circulus cœli diuiditur in partes 360. aliqui vocant gradus, cum igitur dederis vni signo (Physicum vocant ad differentiam animalium) gradus 60. erunt sex signa in toto circulo. Et quodlibet illorum continet gradus siue partes 60. vel qualibet pars minuta 60. vel prima, & quodlibet minutum siue primum, continet secunda 60. & secundum continet tertia 60. & ita vsque ad decima vt quidam operantur & ordotalis est.

Signa gradus minuta secunda tertia &c. Si igitur operatio est tabularis nota quod signa multiplicata augent denominationem veluti



# De Multiplicationibus, &c. 43

veluti si ducuntur in quarta sunt tertia & si in tertia producant secunda & si in minuta producant gradus sine partes.

Gradus verò ducti manu tenent denominationem eius in quod multiplicantur, veluti gradus in secunda faciunt tot secunda & in prima faciunt prima vel minuta: & ita de reliquis. Minuta autem minuunt denominationem post ponentes ad sequentem vt in minuta ducta producant tot secunda & in secunda tot tertia & ita de reliquis.

3 Cum igitur volueris multiplicare incipe à sinistra ducendo vnum in singulum superiorum vsque in finem, deinde aggrega & proiice 60. & est exemplum infra & nota quod signa in signa producant numerum cuius decuplum sunt circulationes. veluti hic 4. signa in 3. producant 12. igitur circulationes integras 120. sed raro cadunt in vsum.

| Sig. | Gra. | Min. | Secunda. | Tertia. |
|------|------|------|----------|---------|
| 3.   | 17.  | 19.  | 14.      | 50.     |
| 4.   | 15.  | 47.  | 27.      | 12.     |

|    |     |     |     |     |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 68 | 76  | 56  | 200 | 750 |
| 35 | 255 | 285 | 210 | 658 |
|    | 141 | 799 | 893 | 513 |
|    |     | 81  | 459 | 204 |
|    |     |     | 36  | 120 |

|   |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|
| 1 | 11 | 51 | 36 | 26 |
|---|----|----|----|----|

Quarta. Quinta. Sexta. Septima.

40.

|      |      |     |      |
|------|------|-----|------|
| 2350 | 1350 | 600 | 2000 |
| 378  | 168  | 560 |      |
| 228  | 760  |     |      |
| 680  |      |     |      |

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 14 | 17 | 53 | 20 |
|----|----|----|----|

Et ita etiam in hac multiplicatione superflunt signa 120. que sunt circulationes 20. superflunt igitur vltra summam positam circulationes 140. quibus non vtimur nisi raro.

4 Est & alius modus competens etiam diuisioni, & est vt reducatur omnia ad minimam denominationem, deinde multiplicentur inuicem, & numerus productus est numerus denominationis vltimæ producendæ: veluti volo multiplicare Sig. 3. Gra. 17. Min. 15. in Sig. 4. Gra. 28. Min. 15. Secun. 23. igitur vltimæ denominationes sunt Min. & Secun. quæ inuicem producant tertia resoluo igitur Sig. 3. Gra. 17. Min. 15. in minuta & Sig. 4. Gra. 28. Min. 15. Secun. 23. in secunda deinde duco inuicem & producantur tot tertia diuido autem ea per 60. & residuum sunt tertia quod verò exit Secun. diuido hæc per 60. quod exit sunt minuta residuum sunt Secun. diuido minuta exeuntia per 60 quod exit sunt Gra. & residuum minuta: diuido gradus per 60. & quod exit sunt signa, residuum sunt gradus: diuido signa per 6. tantum quod exit sunt circulationes, & residuum sunt signa: & pro hac diuisione per 60. bonum est diuidendo abicere litteram primam & reliquum diuidere per 6. & hoc est generale in omnibus diuisoribus qui

sunt cum multis: memento autem quòd illud quod abiecisti est addendam superfluis decennis & in exemplo sint.

|             |                |     |
|-------------|----------------|-----|
|             | Residuum       |     |
|             | Tertia.        | 17. |
| Diuisor 60. | Secunda.       | 4.  |
|             | Min.           | 24. |
|             | Gra.           | 11. |
|             | Sig.           | 4.  |
|             | Circulationes. |     |

Tertia.

|                |   |
|----------------|---|
| 47945608374265 | 7 |
| 799093472904   | 4 |
| 13318224548    | 4 |
| 221970409      | 1 |
| 36995068       |   |
| 6165844        |   |
| 6165844        |   |

Superflunt igitur vltra circulationes 6165844. etiam vltra Sig. 4. Gra. 11. Min. 24. Secun. 4. Ter. 17.

Primo autem modo diuisionis non conuenit huic autem conuenit reducas igitur diuisorem & diuidendum in suas minimas denominationes, & quod exit est numerus similis denominationi diuisæ, si diuisor sit gradus: si verò minuta vno plus si Secun. duo plus si tertia plus & sic de singulis.

Exemplum diuisionis quarta. 47954. per tertia. 2527. Exeunt 18. & superflunt, 4268. dico igitur quia diuisor fuit in ordine tertiorum & est tertia denominatio à gradu, quod recedet à sua denominatione per actionem trium igitur cū diuisus fuerit in ordine quattorum fiet in ordine minorum: erunt igitur minuta 18. &  $\frac{2468}{2527}$  vnius minuti, probatio est quod ducta, 2527. tertia in minuta 18. cum  $\frac{2468}{2527}$  vnius minuti, producant quarta 47945.

Et pro hoc ponitur ordo denominationum diuisoris. Gradus. Minuta. Secunda. Tertia. Quarta. Quinta. Aequat. Augent. 1. Augent. 2. Augent. 3. Augent. 4. Augent. 5. Signa autem minuunt. 1. & circulationes minuunt etiam, si igitur perficit aliquid Min. 37. Secun. 24. in sex circulationibus tu scis quod sex circulationes sunt 36. Signa diuide Min. 37. Secun. 24. per 36. signa exeunt per regulam Min. 0. Secun. 1. Ter. 2. Quar. 20.

Operatio autem radicum, procedit vt in reliquis & hic modus est generalis super almagestum, & oens tabulas, & operatur sine tabulis: & caret errore: semper autem statuas gradus sine partes pro medio quia non augent nec minuunt, fractiones autem tantum minuunt in multiplicatione, quantum distant à gradu, & tantum auget in diuisione denominationem diuisi, signa autem contra minuunt in diuisione vnam denominationem, & augent in multiplicatione tantundem.

His visis ad modum tabularum deuenio quæ sunt cum tabulis Alphonfi, & cum tabulis primi mobilis, Ioannes de blanchinis nominat eas, & credo quod inuenerit in fine Canonum suorum, & vsus earum ad multipli



# 44 Liber V nicus. Cap. XXXVIII.

tiplicandum est valde bonus, in diuisione autem radiosus volo igitur vt in multiplicatione queras numerum primum à sinistra & hoc in fronte tabulæ, & primum multiplicatoris in latere sinistro; quod occurrit in area cōmuni est quod prouenit sub denominatione dicta superius quoniā gradus faciunt gradus, & in minuta minuta; & ego ponā tabulā breuē super hoc: deinde illo remanente in in superiore parte tabulæ, quare à latere alteram denominationem & quod occurrit in communi area pone, deinde quare aliam sub eodem, & ita deinceps: post quare etiam secundum numerum multiplicandi in fronte tabulæ, & omnes sigilatim multiplicatoris in latere dein aggrego proiciendo vt in primo modo & est exemplum: volo multiplicare Gra. 13. Min. 44. secun. 10. Ter. 33. per Secun. 45. Ter. 30. facio vt in Figura duco secundas 46. In omnes Figuras superiores

| Gra. | Min. | Secun. | Ter. | Quar. | Quin. | Sex. |
|------|------|--------|------|-------|-------|------|
| 13   | 44   | 10     | 33   |       |       |      |
|      |      | 45     | 30   |       |       |      |
|      | 9    | 45     |      |       |       |      |
|      |      | 33     | 0    |       |       |      |
|      |      |        | 7    | 30    |       |      |
|      |      | 6      | 30   | 24    | 45    |      |
|      |      |        | 22   | 0     |       |      |
|      |      |        |      | 0     | 0     |      |
|      |      |        |      |       | 16    | 30   |
|      | 10   | 25     | 0    | 0     | 1     | 30   |

querendo productum in area communi sub 45. secun. & inuenio indirecto 13. Min. 9. secun. 45. & in directo Min. 44. secun. 33. Ter. 0. & ita dereliquis, & tandem fit summa Min. 10. secun. 25. Ter. 0. Quar. 0. Quin. 1. Sex. 30.

9 Exemplum diuisionis volo diuidere Min. 10. Secun. 25. per Secun. 45. Ter. 30. quaro igitur sub diuifore 45. propinquius diuidendo qui fuit 10. Min. 25. secun. in area & inuenio 9. 45. duco 13. quod est è latere in 45. 30. & exit Gra. 0. Min. 9. sec. 51. Ter. 30. per regulam præcedentem, deduco, ex minutis 10. sec. 25. supersunt sec. 33. Ter. 30. quaro proximo minorem qui est 43. 0 sub diuifore 45. in cuius directo inuenio Min. 44. deduco 44. in 45. 30. & fiunt 33. 22. demo ex 33. 30. remanent Ter. 8. quaro proximius in area sub 45. & inuenio 7. 30. in directo 10. duco 30. in 10. fit 5. addo ad 7. 30. fit 7. 35. deduco ex 8. fit 25. quar. quaro proximius sub 45. & inuenio 24. 45. in directo 33. duco 33. in 30. exeunt quin. 16. Sex. 30. addo ad 24. 45. fiunt 25. Quar. 1. Quin. 30. Sex. Et ita hoc differt insensibiliter à Min. 10. Secundo 25. cum prioribus additum, & scias quod non tantum utimur in calculationibus, diuisione sed frequenter multiplicatione, nec præciso in his quæritur sed valde propinquum; vt non differat à quæsito sensibiliter.

Et nunc ponam tabulam multiplicationum, ex qua etiam quid in diuisione proueniat non erit difficile intelligere, ponam igitur primum numerum tabulæ deinde secundum quid sit.

Clara est igitur multiplicationis regula, si igitur diuidantur Min. Secundo per Gra. exhibunt Secun. & si diuidantur Min. Secun.

| Gra.   | in Gra.   | Sig.       | Gra.       |
|--------|-----------|------------|------------|
| Gra.   | in Min.   | Gra.       | Min.       |
| Gra.   | in Secun. | Min.       | Secun.     |
| Gra.   | in Ter.   | Secun.     | Tert.      |
| Gra.   | in Quar.  | Tert.      | Quar.      |
| Gra.   | in Quin.  | Quar.      | Quin.      |
| Gra.   | in Sex.   | Quin.      | Sex.       |
| Gra.   | in Sept.  | Sex.       | Sept.      |
| Min.   | in Min.   | Min.       | Secun.     |
| Min.   | in Secun. | Secun.     | Tert.      |
| Min.   | in Ter.   | Tert.      | Quar.      |
| Min.   | in Quar.  | Quar.      | Quin.      |
| Min.   | in Quin.  | Quin.      | Sex.       |
| Min.   | in sex.   | Sex.       | Sept.      |
| Min.   | in sept.  | Sept.      | Octaua.    |
| Secun. | in Secun. | Tert.      | Quarta.    |
| Secun. | in Ter.   | Quar.      | Quinta.    |
| Secun. | in Quar.  | Quin.      | Sex.       |
| Secun. | in Quin.  | Sex.       | Sept.      |
| Secun. | in sex.   | Sept.      | Octaua.    |
| Secun. | in sept.  | Octa.      | Nona.      |
| Tert.  | in Ter.   | Quin.      | Sex.       |
| Ter.   | in Quar.  | Sex.       | Sept.      |
| Ter.   | in Quin.  | Sept.      | Octaua.    |
| Ter.   | in sex.   | Octaua.    | Nona.      |
| Ter.   | in sept.  | Nona.      | Decima.    |
| Quar.  | in Quar.  | Septima.   | Octaua.    |
| Quar.  | in Quin.  | Octaua.    | Nona.      |
| Quar.  | in sex.   | Nona.      | Decima.    |
| Quar.  | in sept.  | Decima.    | Vndecima.  |
| Quin.  | in Quin.  | Nona.      | Decima.    |
| Quin.  | in sex.   | Decima.    | Vndecima.  |
| Quin.  | in sept.  | Vndecima.  | Duodec.    |
| Sex.   | in sex.   | Vndecima.  | Duodec.    |
| Sex.   | in sept.  | Duodec.    | Tertiadec. |
| Sept.  | in sept.  | Tertiadec. | Quartadec. |

per secun. exhibunt Gra. & si Quin. & Sex. diuidantur per Ter. exhibunt Ter. & si per Quin. exhibunt Min. & si per 6. exhibunt Gra. & ita de reliquis proportionaliter prolongaui autem sermonem in hac tabula propter utilitatem & frequentiam vsus eius.

Tertius modus multiplicandi per sinum est talis, cum enim cognitio arcuum sit per cordam dupli cuius dimidium est sinus vt à Ptolomæo in prima & secunda dictione magnæ compositionis, & ab heber, & aliis, & operatio talis vt demonstrauimus per Gr. Min. Secun. redderetur tædiosa, reduxit Ioannes de Monte Regio sinum Gra. 60. ad 60000. & ita vnus gradus continet 1000. partes, quæ diuisæ per 60. exeunt 17. ferme, igitur cum diuiduntur gradus exit Min. 0. Secun. 3. Ter. 36. igitur vni minuto respondent Secun. 0. Ter. 3. Quar. 36. quæ etiam ducta per gradus nullam possunt adducere differentiam sensibilem, neque in arcu cuius gradus superius, minuta à latere tabulæ describuntur nec in sinu cuius partes in area ponuntur: quod igitur laboriosissimum erat ducere exempli gratia sinum 27. Gra. 37. Min. in sinum 24. Gra. 17. Min. & diuidere per sinum 45. Gra. 14. Min. non habes nisi ducere 27813. in 24674. fit 686257962. diuidendum per 42598. sinum



sinum Gra. 45. Min. 14. exhibant 16110. cuius arcus est Gra. 15. Min. 34. nam ei respondent 1601. proxima minor eo quod per diuisionem prouenit vides quantâ facilitate abreuiatæ, sunt operationes tadiose admodum almagesti, Idem & exquisitæ facies per tabulam in qua supponitur sinus totus 100000. partium: vnus enim gradus diuiditur in 1667. ferè partes cum igitur diuiseris 216000. tertia quæ continet vnus gradus exhibunt secum. 2. Ter. 9. fere. Hic igitur modus magnam adducit facilitatem sine errore sensibili, & potes deducere hanc tabulam ex tabula Ptolomæi, & est vt ducas in tabula monte regij dimidium corde arcus Ptolomæi, in 1000. hoc modo exemplum sit arcus 10. partium cuius corda est Gra. 10. Min. 27. secundo. 32. duc in 1000. sunt pro dimidio 5000. 13000. 46000. diuide 46000. per 60. exeunt 766. adde ad 13000. sunt 13766. diuide per 60. & quod exit est 229. addenda ad 5000. fit igitur sinus 5. graduum 5229. vt etiam à monte regio.

Patet igitur qualiter ex additione trium annulationum inducta est maxima facilitas in operationibus, aut ex conuersione diuersarum naturarum ad vnâ, & eandem fractionem.

12 Vfus est etiam alio facilitatis genere vt in tabula cœlis mediationum generali, ac declinationum generali, & secunda, vt numeros ita disposuerit veluti 100000. partibus continet sinus totus cum igitur in sinum tabulæ 60000. partium aliquem ex numeris illarum tabularum deduxeris, diuiserisque per sinum totum: quod exit est in ratione sinus partium 60000. cumque diuidere per 100000. non sit nisi abicere quinque litteras à manu dextra, quæ si 50000. excesserint vnitas numero residuo adicitur, liquet igitur hoc ingenio diuisionem per sinum totum in abiectioe tantum quinque litterarum commutasse: meminere tamen secundam tabulam alio fuisse ingenio exaratam, in tabula etiam cœli mediationum reflexionem arcuum ex portione declinationis ad numerum multiplicandum obseruauit, de quibus non est præsentis negotij: illud solum sufficit in omni diuisione numerorum, tot fore litteras à dextra abiicendas, quot fuerint nullitates in diuisore: vt si per 30000. diuiserimus quatuor litteras à dextra proiciemus, reliquumque diuidemus per 3. hoc modo.

Cum igitur diuisor fuerit ex vnitate vt 1000. vel 10000. vel 100000. sufficet tot abiicisse litteras quot sunt in diuisore vnitates, residuumque erit numerus diuisus & hæc fuit ratio monte regij.

$$\begin{array}{r|l} 742598 & 364 \\ 3000 & 2364 \\ \hline 247532 & 3000 \end{array}$$

## CAPVT XXXIX.

*De Scientia multiplicationis per memoriam.*

ET sunt quidam qui volunt multiplicare numeros memoria & constat hoc in tribus regulis. Cum duxeris terminum medium inter duos numeros in se & differentiam in se: & deduxeris eam à producto primo, fiet multiplicatio numerorum, ex quinta secundi elementorum, veluti volo deducere 27. in 33. iungo sunt 60. medium 30. ductum in se fit 900. differentia 30. à 27. est 3. in se ducta facit 9. deduco 9. ex 900. fit 891. multiplicatio 27. in 33.

Cum duxeris numerum in partem fiet aggregatum æquale ductui totius in totum, veluti volo ducere 27. in 63. duco 27. in 6. fit 162. duco in 3. fit 81. ad 1620. sunt 1701. productum 27. in 63. deducitur ex tertia secundi Euclidis.

Cum duxeris totum, & diminutum in diminutum, & aggregaueris, deinde dempseris quod prouenit ex diminutis in addita, per crucem: habebis productum, veluti 37. in 49. totum de 37. est 40. d. 49. est 50. duco sunt 2000. diminutum de 37. ad 40. est 3. de 49. est 1. ad 50. duc inuicem sunt 3. addo ad 2000. sunt 2003. duco 1. in 40. & sunt 40. & 3. diminutum vnus in 50. additum alterius, sunt 150. addo 40. sunt 190. detraho ex 2003. remanent 2813. Et similiter cum duxeris totum, in totum & detractum, remanebit residuum pro multiplicatione: volo ducere 35. in 79. duco in 80. sunt 2800. duco 35. in 1. quo deficit 79. ab 80. fit 35. detraho ex 2800. sunt 2765. pro producto.

Liquet autem producta denariorum in denarios esse centenariorum numerum, vt 30. in 70. sunt 21. cētinaria, & cētena in centena productum est numerus miriadum, vt 700. in 8000. sunt 56. miriades, videlicet 560000. & numerus in denarios productum numerus denariorum, veluti 17. in 70. sunt 119. denarij, videlicet 1190. & numerus in centena producit eodem modo numerum centenorum. veluti 17. in 500. producit 85. centena, videlicet 8500. & denarij centena producant milliarum, veluti 70. in 800. producit 56. quæ sunt milliarum: videlicet 56000. vltra autem miriades memoriter laborare laboriosum est eadem tamen ratione in infinitum procedimus.

## CAPVT XL.

*De cognitione iduum, Kalendarum, Nonarum, Festorum, Mobilium, Cicli, Aurei Numeri, Epactæ, Inditionis, Bisexti, locorum Solis, & Lune, sine Tabulis & dicitur computus maior.*

ET ex hac scientia prouenit nobis cognitio omnium horum facilisiam enim

scis



cis quod sunt menses 12. in anno quorum nomina Ianuarius, Februarius, Martius, Aprilis, Maius, Iunius, Iulius, Augustus, September, October, Nouember, December.

2 Et in his Ianuarius, Martius, Maius, Iulius, Augustus, October, December, habent dies 31. sed Februarius dies 28. sine bisexto, cum bisexto 29. Aprilis, autem Iunius, September, & Nouember, habent dies 30. quare totus annus comprehendit dies 365. sine bisexto, cum bisexto dies 366.

3 Sciemus autem annum bisextilem cum diuiserimus annos Christi per 4. eo quod omnibus 4. annis, currit bisextus: & si nihil superest à tali diuisione, annus est bisextilis, si supersunt 3. vel 2. vel 1. non erit, igitur dicemus quod 1536. est bisextilis, & 1540. quoniam diuisi per 4. non habent superfluum aliquid, & hoc in perpetuum.

4 Sunt etiam 12. signa quæ sol perambulat in anno quorum quodlibet continet gradus 30. & ita perambulat sol per vnum gradum singulo die, dicemus igitur quod in duodecima die Ianuarij, ingreditur Aquarius: & in duodecima Februarij, sol ingreditur Pisces, in duodecima Martij Arietem: In duodecima Aprilis Taurum: & sic de singulis: initium tamen sumunt signa ab Ariete hoc modo, Aries, Taurus, Gemini, Cácer, Leo, Virgo, Libra, Scorpio, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Pisces: cum igitur scire vis locum solis vide quot dies interfint inter duodecimam mensis, & diem præsentem & tot gradibus signi illius dicesse solem veluti volo scire quot gradibus sit sol secunda Augusti, deduces 12. Iulij ex secunda Augusti, & remanent dies 21. cum igitur sol sit in duodecima Iulij in initio Leonis, erit in secunda Augusti in gradu 21. Leonis scis, enim numerum dierum mensis per secundum dictum huius & ingressum solis in duodecimo Iulij in Leonem, per præsens dictum, vnde sciemus locum eius.

5 Cum autem addideris vnitatem annis Christi, & diuiseris per 19. quod remanebit est aureus numerus, caue tamen vt in his omnibus annum à Martio inchoare memineris. Exemplum in anno 1538. volo aureum numerum, addo 1. fit 1539. diuido per 19. exit 81. relinquitur nihil, aureus igitur numerus est 19. & ita in anno 1539. addendo superest 1. & in anno 1540. super sunt 2.

Et ex hoc Epacta, duc semper aureum numerum in 11. & diuide per 30. quod remanet est epacta, veluti positus fuit aureus numerus 1538. anni 19. duc in 11. fit 209. subtrahe 30. quotiens potes, erit superatio 29. qui numerus est epacta anni 1538.

7 Ciclus Solaris habetur superaddendo 9. cum annis Christi, & aggregatum diuide per 28. quod superfluit est numerus cicli, exemplum volo ciclum anni 1538. adiungo 9. fit 1547. diuido per 28. supersunt 7. pro ciclo.

Et ex hoc habetur dies primus anni, nam cum ciclus est 0. vel 28. tunc est dies dominicus, cum 1. dies Lunæ, cum 2. dies Mercurij propter bisextum: computabis igitur à ciclo per annos & habebis primam diem Ianuarij,

vt in anno 1538. ciclus est 7. per dictum septimum igitur dies prima Ianuarij est martis: nam ex eo quod ciclus est 7. igitur in anno 1531. fuit 0. & ex consequenti dies Dominica in anno 1532. dies Lunæ, in anno 1533. dies Mercurij, quia præcessit bisextus, in anno 1534. Iouis, in anno 1535. Veneris, in anno 1536. Sabbati, in anno 1537. Lunæ propter bisextum præcedentem: igitur in anno 1538. erit dies Prima Ianuarij Martis, & hic ordo procedit in infinitum stante Kalendario.

Et ex hoc habebimus litteram Dominicalem: nam cum semper die Primæ Ianuarij currat, si igitur sciamus quænam dies sit Prima Ianuarij, sciemus quæ littera correspondeat diei Dominicæ, veluti in anno 1538. dies Prima est Martis, & est igitur dies Mercurij. b. & Iouis. c. & Veneris. d. & Sabbati. e. igitur littera Dominicalis. f.

Et ex his kalendæ nonæ, & idus, nam 10 prima dies cuiuslibet Mēsis kalendæ vocantur, dies autem antecedentes Mensis alterius præcedentis nomine dicuntur Kalendæ, tali numero qualis est is quo distant a kalendis ipsis. E exemplum Prima dies Maij dicitur Kalendæ Maij 30. Aprilis quæ est proximæ præcedens pridie Kal. Maij dicitur 29. Aprilis tertio. kal. Maij, vigesima octaua Aprilis quarto Kalendas Maij, & ita kalendæ sunt in mense præcedente omnes per numeros signatæ, præter kalendas ipsas nam cum simpliciter dicimus kalendas Iulij, diem Prima Iulij intelligimus, nonæ autem in quolibet mense sunt quatuor, exceptæ in Martio, Maio, Iulio, & Octobri, in quibus sunt sex, incipiunt igitur in habentibus quatuor sic, secundam diem dicunt quarto nonas, tertiam diem tertio nonas quartam pridie nonas, quintam diem nonis: & in habentibus sex nonas dicunt secundâ die, sexto nonas, terciâ die quinto nonas, quartâ die quarto nonas, ita quod septima die dicunt nonis: post succedunt idus octo in quolibet mense, vnde pro memoria facti sunt hi versus;

Sex Maius nonas, October, Iulius, & Mars,  
Quatuor at reliqui tenet idus quilibet octo

Dicemus igitur octauâ die Maij, & nonâ die septimo idus, & decimâ sexto idus.

Ita quod quintadecima die, dicemus idibus Maij post hæc incipiemus dicere in die sextadecima Maij, septimo decimo kalendas Iunij, & die septima decima dicemus sexto decimo kalendas Iunij, & ita deinceps vsque ad kalendas Iunij, non est autem differentia nisi ex parte nonarum, quæ aliquando vt dixi sunt 6. aliquando 4. & propter hoc ponam exemplum in duobus mensibus. quorum vnus habet 6. nonas, & alius tantum quatuor, nam per habentem sex, regulabuntur eadem ratione, Maius, Iulius & October, per reliquum qui habet tantum 4. nonas, regulabuntur reliqui septem menses.

FEBRUARIUS



# De Cognitione iduum, &c. 47

## FEBRUARIUS.

- 1 Kalendis Februarij.
- 2 Quarto nonas Februarij.
- 3 Tertio nonas Febru.
- 4 Pridie nonas Februar.
- 5 Nonis Februarij.
- 6 Octauo idus Februar.
- 7 Septimo idus Febr.
- 8 Sexto idus Febr.
- 9 Quinto idus Febr.
- 10 Quarto idus Febru.
- 11 Tertio idus Febr.
- 12 Pridie idus Febr.
- 13 Idibus Februarij.
- 14 Sextodecimo Kalen. Martij.
- 15 Decimoquinto Kalend. Mart.
- 16 Decimoquarto Kalend. Mart.
- 17 Tertiodecimo Kal. Mart.
- 18 Duodecimo Kal. Mart.
- 19 Undecimo Kal. Mart.
- 20 Decimo Kal. Mart.
- 21 Nono Kal. Mart.
- 22 Octauo kal. Mart.
- 23 Septimo kal. Mart.
- 24 Sexto kal. Mart.
- 25 Quinto kal. Mart.
- 26 Quarto kal. Mart.
- 27 Tertio kal. Mart.
- 28 Pridie kal. Martij.

## MARTIVS.

- 1 Kalendis Martij.
- 2 Sexto nonas Martij.
- 3 Quinto nonas Martij.
- 4 Quarto nonas Martij.
- 5 Tertio nonas Martij.
- 6 Pridie nonas Martij.
- 7 Nonis Martij.
- 8 Octauo idus Martij.
- 9 Septimo idus Mart.
- 10 Sexto idus Mart.
- 11 Quinto idus Mart.
- 12 Quarto idus Mart.
- 13 Tertio idus Mart.
- 14 Pridie idus Martij.
- 15 Idus Martij.
- 16 Septimodecimo Kalend. Aprilis.
- 17 Sextodecimo kalend. Aprilis.
- 18 Decimoquinto kal. Aprilis.
- 19 Quartodecimo kal. Aprilis.
- 20 Decimotertio Kal. Aprilis.
- 21 Duodecimo Kal. Aprilis.
- 22 Undecimo kal. Aprilis.
- 23 Decimo kalend. Aprilis.
- 24 Nono kal. Aprilis.
- 25 Octauo Kal. Aprilis.
- 26 Septimo Kal. Aprilis.
- 27 Sexto Kalend. Aprilis.
- 28 Quinto kalend. Aprilis.
- 29 Quarto kalend. Aprilis.
- 30 Tertio kalend. Aprilis.
- 31 Pridie Kalend. Aprilis.

- 11 Et ex hoc indictio, & est vt addas annis Christi 3. & diuidas per 15. quod superest est indictio. Exemplum veluti volo in anno 1538. indictmentem: addo 3. fit 1541. diuido

per 15. superfunt 11. ex diuisione igitur indictio est 11. & nota quod sicut Aureus numerus, & Epacta, incipiunt à Martio eiusdem anni, ita quod per duos menses post initium anni: ita indictio incipit in mense Septembri antecedentis anni: vnde dicemus quod in anno 1538. de mense Octobris, est indictio 12. & non 11. quia finitus est annus indictmentis, qui incipit in anno 1537. de mense Septembris per contrarium dicemus quod in mense Februarij 1538. Aureus numerus est 18. & Epacta 18. quia nondum incepit annus 1538. quia nondum peruenimus ad mensem Martij.

Ex his tandem habebis coniunctionem<sup>12</sup> Solis & Lunæ, & oppositionem, & quadraturam, cum Epacta habitâ per sextum adde numerum kalendarum à Martio incipientium, & totum subtrahe à 30. & residuum est numerus dierum coniunctionis in tali mense, quod si sit minus 15. detrahe à 15. & residuum est numerus dierum oppositionis: & similiter si excedit 30. subtrahe à 45. residuum est numerus dierum oppositionis: de media semper intellige: habito die oppositionis vel coniunctionis dies octaua ab illis est dies quadrati: exemplum in anno 1538. Epacta est 29. volo scire de mense. Augusti coniunctiones & oppositiones & quadrata, addo ad 29. 6. pro kalendis à Martio ad Augustum, fiunt 35. demo ex 45. remanent 10. igitur die 10. erit oppositio, siue plenitudo Lunæ: detraho 35. ex 60. fit 25. igitur die 25. erit coniunctio Lunæ, & quia oppositio fuit in decima die addendo 7. erit quadratura in die decimaseptima & similiter detrahendo 7. à 10. remanent 3. igitur alia quadratura erit in tertia die Augusti & hoc de mediis quæ valde veris aspectibus sunt propinquæ intelligatur.

Et ex hoc locus Lunæ habito loco Solis<sup>13</sup> in gradu signi per quartum habeas dies à coniunctione, & eos multiplica per 4. & diuide per 9. quod exit sunt signa & partes signorum: continet autem signum hic gradus 30. Exemplum volo locum Lunæ quintâ decimâ die Augusti anni dicti, coniunctio per præcedentem fuit decima die superatio sunt dies 5. duco in 4. fiunt 20. diuido per 9. exeunt 2. &  $\frac{2}{9}$ : cuilibet autem nonæ parti de 30. dabis gradus 3. igitur erunt signa 2. & gradus 6. addenda loco Solis, qui fuit per quartam in Virginis gradu tertio igitur Luna erit iuxta 9. gradum Scorpij tunc, hæ rationes licet non sint admodum præcisæ, multum tamen sunt aliquando necessariae, & iocundæ scitu, quæ autem sequitur exactior est quoniam Pascha & Festa Mobilia potius mediam quam hîc docui, quàm veram Lunæ coniunctionem, sequuntur: quæ in Ephemeridibus demonstratur.

Et ex hoc Carnis priuium vtrumque & dies Paschæ, & Quadragesimæ initium, & finis docebitur: habeas per duodecimam coniunctionem Lunæ de mense Februarij, & scies quâ die currit per octauam & si fuerit die Martis, proximus sequens dies Martis erit carnis priuium Romanum, & si alia die erit omnino in proximo die Martis Carnis priuium Romanum: quo habito dies



dies sequens proximus est dies Cinerum : & initium Quadragesimæ Romanæ , & dies Dominicus sequens Carnis priuium Ambrosianum : deinde numera 6. hebdomodas ab eo : & habebis Pascha commune Ambrosianis & Romanis. Exemplum in anno 1538. de mense Februarij fuit Aureus numerus 18. ex 11. notando, & Epacta 18. & Kalendæ 12 igitur totum 30. non erit igitur in Februarijo coniunctio, demo igitur 30. de 60. remanet coniunctio in 30. die Februarij, & quia Februarius non habet nisi 28. dies erit igitur cōiunctio talis in secunda Martij: & quia kalendæ Ianuarij fuerunt in die martis, erit dies secunda Martij dies sabbati ex dierum computatione & quia in proximo die Martis est Carnis priuium Romanum, igitur Carnis priuium Romanum erit quinta Martij: & die decima Martij Carnis priuium Ambrosianum, & 11. initium Quadragesimæ: additis autem 6. hebdomadibus nostro Carnis priuijo confurgit Pascha die vigesima prima Aprilis.

15 Et ex hoc omnia Festa Mobilia, nam tribus hebdomadibus ante Carnis priuium Ambrosianum incipit Septuagesima, nam ipsa est ante Pascha 9. hebdomadibus, Exemplum fuit Carnis priuium Romanum ex præcedente die quinta Martij, Ambrosianum die 10. eiusdem, demo dies 21. semper ex die Carnis priuij Ambrosiani, erit Septuagesimæ initium die 17. Februarij: & cum adduntur 5. hebdomodæ ad diem Paschæ habemus diem Rogationis: vnde incipiunt 26. Maij, posito Paschate 21. Aprilis: verumtamen additis diebus 8. fiunt Ambrosianæ Rogationes, videlicet die tertio Iunij: additis autem duabus hebdomadibus fiet Pentecostes solemnitas, nam ipsa semper 7. hebdomadibus post Pascha etiam celebratur, vnde erit die 9. Iunij ad diem autem rogationum Romanarum adde 4. & habebis Ascensionem Domini. Aduentus Domini semper est in quarta Dominica ante Natiuitatem, vnde si Natiuitas sit in die Dominico, erit Aduentus Domini maximè distans à natali die, & celebrabitur vigesima septimâ die Nouembris: vnde ab illa die vsque ad diem natalis exclusiue ieiunium celebratur: est autem dies natalis semper in die sequenti à quo fuit initium anni, nisi fuerit Bisextilis, si enim anni initium 1538. fuit Martis, erit dies natalis mercurij, si verò foret Bisextus, esset duabus feriis post videlicet die Iouis, habito igitur die pasce habebis reliqua Festa mobilia, vt in sequenti Tabula pro memoria disposui, nam & Corpus Christi à die Ascensionis vigesimus secundus est: & Trinitatis festum à Pentecoste 7. dies, terminum à quo excludendo.

Carnis priuium Romanum die martis sequente Lunam Februarij.

Carnis priuium Ambrosianum diebus post Romanum 5.

Dominica Septuagesimæ hebdomadibus ante Carnis priuium Ambrosianum.

A Carnis priuijo Romano dies sequens Mercurij dies est Cinerum.

A Carnis priuijo Ambrosiano ad Pascha hebdomadæ 6.

A Paschate ad Rogationes Romanas heb-

domadæ 5. dies vnus.

A Paschate ad Rogationes Ambrosianas hebdomadæ 6. dies vnus.

A Paschate ad Ascensionem Domini hebdomadæ 5. dies 4.

A Paschate ad Pentecostem hebdomadæ 7.

A Paschate ad Festum Trinitatis hebdomadæ 8.

A Paschate ad Corpus Christi hebdomadæ 8. dies 4.

Dominica quarta semper ante diem natalis Domini dicitur Aduentus, tempus, vsque ad diem natalis dicitur aduentus, quod maximum est dierum 28. minimum 21.

Interuallum est semper tempus intermedium inter diem natalis, & Dominicam proximè præcedentem carnis priuium Romanum, in qua cantatur: esto mihi: vnde cognito carnis priuijo Romano, cognoscitur interuallum: vnde in exemplo fuit carnis priuium Romanum 5. die Martij, igitur Dominica antecedens fuit 3. Martij, quare additis 6. diebus Decembris residuis post Natiuitatem, & totis Ianuario & Februario, & diebus 3. Martij, fiet interuallum dies 68. videlicet hebdomadæ 9. dies 5. quare bis aut ter legenti duo hæc capitula præcedentia non erit difficile memoria hæc omnia leuiter comprehendere, absque alio calculo: quare licet in cursu Lunæ exactam non dederimus rationem, satis tamen ad cunctas operationes perficiendas sed nimium prolixus fui.

## C A P V T XLI.

### De Ligationibus auri & metallorum.

**S**ciendum est quòd marcha auri, vel argenti, continet vntias 8. vntia continet denarios ponderis 24. & denarius continet grana 24. igitur vntia continet grana 576. & Characteres sunt tales.

| Marcha. | Vntia. | Denarius | Grana. |
|---------|--------|----------|--------|
| m       | oñz    | d        | gra.   |

Et sunt duo metalla de quibus fit consideratio aurum & argentum, aurum habet mixtionem argenti quandoque, & quandoque æris, vel alterius metalli, quòd in pretio nihilo reputatur, & quandoque habet vtrumque argentum, videlicet & æs: argento autem miscetur æs, vel aliud cuius non cadit consideratio in pretio, sed in pondere, in auro queritur quantum admiscetur de re nullius valoris, & postquam scitum est hoc: quantum de argento, in argento autem quantum permiscetur de ære, vt sciamus quantum residui sit purum.

Porro proportionem hanc sumunt in characteris 24. pondus characteris est 4. granorum ita quod illud quod est perfectissimum in pondere 24. characterum habet etiam auri characteres 24. & nihil aliud admixtum, quantum vero deficit ex 24. characteris in pondere, de vero auro, & aliud admixtum est, eo deterius est, vt si sint characteres 3. æris igitur non erunt nisi 21. auri, deficit: igitur compositio & massa illa quæ

ex



ex particula iudicatur octaua parte sui valoris & sue perfectionis continet autem ex dictis tota perfectio 24. characterum grana 96.

Queruntur autem in his duo maxime valor massæ & consolatio monetæ de valore autem prius dicemus.

Dixit igitur quidam miscui m. 29. onz. 7. d. 8. gra. 19. perfectionis charact. 19. gra. 3  $\frac{1}{2}$ .

Et m. 56. onz. 1. d. 19. gra. 22. perfectionis char. 17. gra. 1  $\frac{3}{4}$ .

Volo scire quam perfectionem tota massa habebit & ponamus quod admixtum sit argentum, resolue primam & secundam massam in grana per viam multiplicationis & erit prima massa gra. 137875. secunda gra. 18072359  $\frac{1}{2}$  duco utramque summam in suam perfectionem in grana resolutam, erat prima perfectio gra. 79  $\frac{1}{7}$  ducta in 137875. fiunt gra. 10961062  $\frac{1}{2}$  deduco secundam in suam perfectionem quæ fuit gra. 69  $\frac{1}{4}$  fiunt gra. 18072359  $\frac{1}{2}$  iungo simul fiunt gra. 29033422. diuido per 96. & sunt grana totius perfectionis ex regula trium dicenda inferius, prodeunt grana puri auri in tota massa 302431  $\frac{23}{48}$  & sunt m. 65 onz. 5. d. 1. gra. 7  $\frac{23}{48}$ : quam summam si ex tota dempseris summa quæ fuit m. 86. onz. 1. d. 4. gra. 17. remanebunt argenti vel alterius metalli m. 20. onz. 4. d. 3. gra. 9  $\frac{25}{48}$ .

Si autem velles perfectionem separatæ, facile est, iunge utramque & fiunt char. 37. gra. 1  $\frac{1}{4}$  diuide per medium & habebis perfectionem massæ char. 18. gra. 2  $\frac{1}{8}$  & hoc ubi mixtio foret equalis. Quod si velis perfectionem massæ mixtæ accipe grana massæ totius, & sunt 396977. & grana puri auri totius massæ & fuerunt gra. 302431  $\frac{23}{48}$  dic igitur per regulam si ex illis hæc quid ex 24. char. duc 24. in 302431  $\frac{23}{48}$  & diuide per 396977. & exhibunt char. 18. gra. 0  $\frac{11}{16}$   $\frac{79}{77}$  & hæc est perfectio huius totalis massæ.

Cognouisti igitur quantum continent puri, & non puri, & qualis consurgat perfectio miscendo totum cum toto, & qualis consurgat perfectio miscendo æqualiter de utraque massa simul.

Et ex his posset fieri pretium faciliter à parte ad totum, & etiam hoc potest fieri per practicam facilius non tamen præcisius.

Cum verò vsus locorum fuerit in alio ponderum genere veluti librarum continentium onz. 12. operaberis proportionaliter, doctrina enim libri huius generalis est & omnibus inseruit: modò vsus locorum his accommodare studeas quod exercitato in hoc opere facillimum est.

Et sunt in hoc regulæ consolationis monetarum, & est consolatio compositio metallorum ad certum valorem & bonitatem, augendo vel minuendo: & in argento communiter non vtuntur characteris, sed perfectione sumpta ex vnciis, ita quod præsupponunt libram argenti fini continere onz. 12. argenti puri, & quantum minus continet tantum deficit à supradicta bonitate & appellant hanc perfectionem: ligam.

1 Cum volueris scire mixtionem duarum

aut trium rationum argenti fac vt in exemplo superiore, accipiendo purum & partiendo per totam summam impuri, quod exit dicitur liga siue perfectio.

Cum volueris ex diuersis materiis 2 argenti facere sine additione æris puri, vel argenti, quantitatem datam sub certa perfectione, quæ non sit maior minore: nam sic impossibile, esset vt ex argento perfectionis onz. 5. & 7. & 10. potes facere argentum perfectionis 9. aut 7. maius autem quam 10. aut minus 5. efficere non posses, sine alia additione: igitur vide superationem partium ad argentum quod quæris, & eam æqua in minore maius, in maiore minus, vt dictum est: vt in exemplo volo ex argento

|   |   |    |   |       |
|---|---|----|---|-------|
| 5 | 7 | 10 | 9 | Vncia |
| 1 | 1 | 4  |   |       |
|   |   | 2  |   |       |
| 1 | 1 | 6  |   |       |
|   |   | 8  |   |       |

perfectionis 10. & 7. & 5. facere 100. libras argenti perfectionis 9. tunc subtrahere 9. à 10. remanent 1. suppone 1. omni minori 9. & fiet 1. sub 7. & sub 5. deinde subtraho 5. & 7. ex 6. remanent 2. & 4. supponenda ad 10. & omni alio maiori 9. si esset: congrega partes fient onz. 8. constantes, ex 6. vnciis perfectionis 5. & alia perfectionis 7. tale igitur pondus 8. vnciarum est ad 9. ligas vt volo ego tamen non onz. 8. sed libras 100. talis argenti volebam propterea dices si onz. 8. dant libras 100. quid dabunt onz. 6. & 1. & 1. & Inuenies quod ligæ 10. erunt libræ 75. ligæ 7. libræ 12  $\frac{1}{2}$  & ligæ 5. libræ 5. 12  $\frac{1}{2}$ .

Cum volueris & est quasi conuersum 3 prioris ex diuersis datis quantitibus per additionem mixti reducere quantitatem totam non datam ad certam perfectionem, veluti argenti lib. 50. perfectionis

|                 |     |
|-----------------|-----|
| 50              | 60  |
| 5               | 6   |
| 250             | 360 |
| 70              |     |
| 7               | 50  |
| 490             | 60  |
|                 | 70  |
| 250             | 180 |
| 360             |     |
| 490             |     |
| 1100            |     |
| 180             |     |
| 6 $\frac{1}{9}$ |     |

onz. 5. & argenti lib. 60. perfectionis onz. 6. & argenti lib. 70. perfectionis onz. 7. addere tantum argenti perfectionis onz. 1. quod reducam totam massam ad perfectionem onz. 3. hæc componitur ex duabus primis regulis sine additione aliqua hoc modo, per primam regulam duc vnum quodque in suam perfectionem 5. in 50. fig



fit 250. 6. in 60. fit 360. 7. in 70. fit 490. congrega fiunt 1100. diuide per libras impuri & fuerunt 180. exit  $6\frac{1}{9}$  & hæc est perfectio massæ totius: deinde per secundam regulam quære ex duabus massis quarum vna est perfectionis onz. 1. alia  $6\frac{1}{9}$  volo facere massam perfectionis onz. 3. & inuenies quod ex illa quæ est  $6\frac{1}{9}$  requiruntur 2. onz. ex illa vnus onz.  $3\frac{1}{9}$ : dic igitur per regulam 3. si 2. exit  $3\frac{1}{9}$ . quid exigent lib. 180. multiplica in  $3\frac{1}{9}$  ipsum 180. fiunt libræ 560. diuide per 2. exeunt 280. libræ admiscendæ ex argento ligæ vnus, cum tota illa massa trium materierum vt fiat ligæ 3. & fient libræ omnes mixtæ 460. in quibus erunt argenti puri libræ 115. per idem si loco argenti perfe-

$$\begin{array}{r}
 2. \quad 3\frac{1}{9} \quad 180 \\
 \hline
 180 \\
 3\frac{1}{9} \\
 \hline
 560 \\
 2 \\
 \hline
 280 \\
 180 \\
 \hline
 460
 \end{array}$$

ctionis onz. 1. velles æs purum miscere, inuentâ totius perfectione, quæ fuit  $6\frac{1}{9}$  & acceptis superationibus argenti quæsi sub ære, signabis  $3\frac{1}{9}$ : sub illa  $6\frac{1}{9}$ , 3. dic igitur si 3. producit  $3\frac{1}{9}$ : quid producet velexigent libræ 180. duc in  $3\frac{1}{9}$  fiunt vt prius libræ 560. diuidendæ per 3. & exibunt libræ 186. onz. 8. æris miscendi, & eadem ratione si velles massam illam ad ligam 10. per argentum purum reducere pone sic  $6\frac{1}{9}$ . & 12. quod est summa perfectio: fume differentiam 10. à 12. & est 2. supposita ad  $6\frac{1}{9}$ : & differentiam 10. ad  $6\frac{1}{9}$  &

$$\begin{array}{r}
 6\frac{1}{9} \quad 12 \\
 \hline
 10 \quad X \quad 10 \\
 2 \quad \quad \quad 3\frac{1}{9}
 \end{array}$$

est  $3\frac{1}{9}$  supponenda ad 11. dic igitur si 2. facit  $3\frac{1}{9}$ , quid facient libræ 180. multiplica 180. in  $3\frac{1}{9}$  &  $\frac{8}{9}$ , fiunt 700. diuide per 3. exeunt libræ 233. vnc. 4. argenti puri addendi: similiter in auro facies per caractos operando per hanc regulam quæ in virtute continet duas precedentes.

4 Quod si detractionem operari volueris oppositum modum in fine seruabis, volo

|            |                        |
|------------|------------------------|
| onz. 17.   | onz. 10.               |
| Char. 21.  | Char. 18 $\frac{1}{2}$ |
| Char. 357. | Char. 185              |
| Char. 51.  | Char. 55               |

ex onz. 17. auri caract. 21. eximere onz. 10. char. 18 $\frac{1}{2}$  vellem scire quid remanebit duc 17. in suam perfectionem fiunt char. 357. duc in residuum fiunt 51. superant enim caract. 3. ad totalem perfectionem deinde similiter duc char. 18 $\frac{1}{2}$  in 10. fiunt char. 185. & 10. in residuum fiunt 55. subtrahe purum à puro impurum ab impuro

& fient puri residuum char. 172. impuritatibus autem char. demi non possunt non igitur poterit fieri hæc subtractio sine æris additione, & hæc considera quantum in vanum labores. Quod si perfectionis 20. auferre vel-

|           |          |
|-----------|----------|
| onz. 17.  | onz. 10  |
| Char. 21. | Char. 20 |
| Char. 357 | 200      |
| Char. 51  | 40       |
| Char. 157 |          |
| Char. 11  |          |

let possibile foret superfluerent, auri enim char. 157. impuritatibus autem char. 11. reliqua igitur massa esset onz. 7. perfectionis char. 22 $\frac{1}{2}$ .

Quod si quæstio ex terminis ignotis operare per algebram secundum has regulas & æquatio demonstrabit quæsitum, veluti dixit quis adiunxi onz. 10. auri char. nescio quantum onz. nescio quantum alterius auri char. 10. & fuit massa char. 18. onz. nescio quantum, vel sic auri onz. 10. char. 12. miscui auri onz. tot quot erat numerus perfectionis charactorum, & exierunt onz. nescio quot perfectionis char. 14. vel onz. in sexquiertia maiores characteribus in omnibus operaberis per rem cum regulis supradictis & habebis æquationem.

Quæstio prima Quidam dixit habui libras 2. auri, perfectionis d. 21. gra. 15. volo reducere ad perfectionem d. 22. quantum auri requiritur, dictum est quod auri perfectio sumitur ex caractis modo dixi ex denariis, vt intelligeres quantum est idem modus operandi, dispone igitur perfectiones vt vides hic deinde subtrahe d. 22. ex d. 24. qui sunt perfectio auri puri, & fient d. 2. suppone ad aurum impurum, & similiter subtrahe d. 21. gra. 15. ex d. 22.

| Aurum purum. | Aurum impurum.     |
|--------------|--------------------|
| d. 24.       | d. 21. gra. 15     |
| gra. 9       | Aurum fiendum d. 2 |
|              | d. 22              |
|              | 2 9 = 576          |
|              | 2                  |
|              | 5184               |
|              | 2                  |
|              | 2592               |
|              | 24                 |
|              | 108                |
|              | 24                 |
|              | onz. 4. d. 12      |

remanent gra. 9. quos suppone auro puro: dices igitur quod pro omnibus d. 2. auri impuri oportet addere gra. 9. auri puri, dic igitur per regulam 3. si d. 2. volunt gra. 9. quantum volunt vnciæ 24. resolue vncias 24. in d. fiunt 576. denarij multiplica 576. in 9. fiunt 5184. diuide per 2. exeunt gra. 2592. auri puri, & tantum requiritur ad hoc vt tota massa perueniat ad perfectionem 22. denariorum diuide igitur gra. 2592. per 24. exeunt, 108. & tot erunt denarij & nihil superest



perest, diuide etiam 108. per 24. exeunt 4. & superflunt 12. igitur requirentur vnciæ 4. d. 12. & ita patet. quod talis perfectio humanam imitatur conditionem, quoniam quanto perfectius tantò difficilius labes emendatur, vt solo igne ad veram perfectionem quod imperfectum est deduci possit, erit igitur postmodum aurum totum vñz. 28. d. 12.

2. Questio secunda Dixit alius habui aurum perfectionis char. 15. ponderis vnciarum 14. deinde miscui aurum nescio quantum nec cuius perfectionis, sed perfectio erat maior in char. 5. plus vnciis, & nunc totum est

$$\begin{array}{r}
 \text{oñz. 14. char. 15} \\
 \text{oñz. 1. co. char. 1. co. p. 5.} \\
 \text{Pondus 336. p. 24. co. d} \\
 \text{Perfectio 210. p. 1. ce. p. 5. co. d} \\
 \hline
 \text{336. p. 24. co. d} \\
 \text{18} \\
 \hline
 \text{6048. d. p. 432. co. d} \\
 \hline
 \text{210. p. 1. ce. p. 5. co. d} \\
 \hline
 \text{24}
 \end{array}$$

d. 5040. p. 24. ce. p. 120. co. d. char. 18. queritur pondus & perfectio additi posse pondus additi 1. co. igitur perfectio erit 1. co. p. 5. multiplica per modum primæ regulæ fusionis quæ est ante primam regulam consolationis vnc. 14. sin 24. denarios, hinc 336. d. multiplica 1. co. vnciarum in 24 co. d. & similiter die vnc. 14. continent char. 15. pro singulis siue d. nihil refert, duc 15. in 14. fiunt 210. & similiter duc 1. co. p. 5. in 1. co. fit 2. ce. p. 5. co. iunge pondera & perfectiones fiunt 336. d. p. 24. co. d. in pondere, & 210. d. p. 1. ce. p. 5. co. d. in perfectione & hoc totum debet esse ad perfectionem 18. char. quare nota regulam quod ducta tota perfectione quæ est 24. in perfectionem quæ est 210. d. p. 1. ce. p. 5. co. productum debet æquari ductui perfectionis quæ sit in totum pondus, multiplico igitur 24. in 210. p. 1. ce. p. 5. co. d. & fiunt 5040. p. 24. ce. p. 120. co. d. æqualia 6048. d. p. 432. co. d. igitur reduces ad censum vnum fiunt, vt vides tandem 42. d. p. 13. co. d. æqualia 1. co. igitur per capitulum res posita valuit

$$\begin{array}{r}
 252. p. 18. co. d. \\
 210. p. 1. ce. p. 5. co. d. \\
 \hline
 42. p. 13. co. d. \\
 1. ce.
 \end{array}$$

Re. 84.  $\frac{1}{2}$  p. 6  $\frac{1}{2}$  vnciarum quia tantundem valet co. d. in d. igitur 1. co. vnciarum posita valet tantundem in vnciis, & perfectio fuit re. 84.  $\frac{1}{2}$  p. 11  $\frac{1}{2}$  char. proba & videbis, & nota quod vt dixi posset questio aliquando esse impossibilis, & tunc vel æquatio non veniet aut veniet maior quam 24. char. quod esse non potest.

3. Questio tertia quidam habuit aurum perfectionis d. 20. ponderis vnciarum 40. & accepit partem eius & reduxit ad perfectionem d. 23. deinde miscuit residuo & facta est massa perfectionis d. 22. queritur quanta fuit pars primo detracta & quanta

Tom. IV.

erit massa Similem proponit Frater Lucas & nota quod aurum in affinatione necessarium crescit vel decrescit, crescit cum additur aurum purum vt in exemplis superioribus, decrescit cum affinatur ad copellam siue examen. nam aurum & argentum his duobus modis affinantur siue purificantur, pone igitur quoddam pars detracta sit 1. co. reduces ad perfectionem d. 23. per regulam secundam & erit vt pro qualibet vncia impuri requirantur vñc. 3. puri igitur pro 1. co. impuri requiretur 3. co. puri fiet igitur totum aurum oñz. 40. p. 3. co.

$$\begin{array}{r}
 \text{1 co. purum} \\
 \text{20} \qquad \qquad \text{24} \\
 \text{1} \qquad \qquad \text{23} \\
 \hline
 \text{oñz.} \\
 \text{40. p. 3 co. d. 22.} \\
 \text{40. d. 20. p. 3 co. d. 24.}
 \end{array}$$

in pondere perfectionis d. 22. funde, id est, multiplica perfectionem in pondus & fiunt 880. d. p. 66. co. d. auri puri & similiter funde oñz. 40. perfectionis d. 20. fiunt 800. quibus adde 3 co. auri fiunt d. 800. p. 72 co. d. æqualia 880. d. p. 66 co. d. igitur detrahe vnum ex aliis fiunt 6 co. d. æqualia 80. d. quare 1 co. d. valet  $13\frac{1}{3}$  d. auri & ita 1 co. oñz. valet oñz.  $13\frac{1}{3}$  auri igitur pars detracta fuit  $13\frac{1}{3}$  & aurum additum fuit oñz. 40. & tota massa fuit oñz. 80. & hic modus est longè facilius modo Fratris Lucæ vt apparet sine comparatione.

## CAPVT XLII.

### De Proprietatibus Numerorum mirificis.

Non potui vnquam persuaderi vim aliquam numeris inesse quod etiam in octauo Astronomicarum considerationum Galenum secuti confessi sumus, at postquam Ptolomæum magne compositionis non vidimus demonstrantem superioribus Planetis Saturno, Ioui, Martique hoc cum Sole esse commune, vt reuolutiones eccentricorum ac epicyclorum simul iunctæ reuersionis tempore, semper implent numerum reuolutionum Solis. Vnde cum Saturnus in 59. reuolutionibus Solis ad idem reuertatur, duas in eccentrico & 57. in epicyclo, & ipse peregit reuolutiones: sic & Iupiter in 71. reuolutionibus Solis reuertitur ipse verò 6. in eccentrico 65. in epicyclo peregit. Mars in 79. esset redit 42. in eccentrico 37. in epicyclo perficiens circuitus, & licet superatio aliqua intersit communis tamen est: vnde partes etiam in temporibus aliis à restitutione numero conuenire necesse est; cum verò in his quantitatis continuæ aut proportionis nulla possit ratio assignari, sed solius numeri æqualitas dicemus Deum maxima numeris alligasse. Vnde nec in minimis potestatem obtinere negandum erit.

E 2

Prima



- 1 Prima igitur ac demonstratiua virtutis numerorum experientia est tres Planetas superiores Soli per coniunctas numero revolutiones singularibus æquari.
- 2 Secunda virtus est amicabilem numerorum, hi sunt quorum partes vnū numerantes mutuo alterum aggregant, tales sunt 220. 284. nam numeri 220. numerantes simul iuncti faciunt 284. & numeri 284. numerantes producunt 220. talibus autem ad amatoria homines vtuntur, verum cum sub aliquo numero omne creatum constet, arbitrandum est quæ taliter conuenerint mutuo se diligere.
- 3 Sunt & numeri perfecti quibus nihil mundanis rebus conuenientius est, tales autem sunt qui constant aggregatione omnium suorum numerorum veluti 6. numeratur à 3. 2. 1. qui iuncti faciunt 6. Et similiter 28. aggregatur ex suis numeratoribus 14. 7. 4. 2. 1. nam iuncti faciunt 28. Gignuntur autem hi vt Euclides docet cum numeri ex proportionem dupla ab vnitatem iuncti numerum primum effecerint: tunc maximus in aggregatum producit numerum principem atque perfectum: veluti 1. 2. 4. 8. 16. aggregat 31. qui est numerus primus, igitur 16. ductus in 31. producit 496. numerum perfectum, hic semper vel in 6. vel in 8. terminatur: ordinem autem conditionis humanæ immutat, nam in singulis denariis inuenitur vnde 6. est in primo denario solus perfectus, duc 10. in 10. fit 100. à 10. ad 100. solus 28. est perfectus, duc 10. in 100. fit 1000. à 100. ad 1000. solus 496. est perfectus, duc 10. in 1000. fit 10000. à 1000. ad 10000. solus 8128. perfectus est, ita quanto magis ab vnitatem quæ Deum ostendit elongatur, eo rariores perfecti inueniuntur, in vnoquoque tamen genere vnus tantum perfectus inuenitur: hoc igitur in numero speculum mortalium rerum est fabricatum: vnde in eo maxima licet contemplari: huic autem diminuti in suo ordine quemadmodum & inopes, ac superabundantes opponuntur, diuitum specie, aut vt in complexione & compositione pleni ac pingues, dicitur numerus diminutus cuius partes numerantes non aggregant numerum illum: veluti 10. numeratur à 5. 2. 1. qui tantum aggregant iuncti 8. oppositus autem abundans qui superexcedit: veluti 12. numeratur à 6. 4. 3. 2. 1. quorum aggregatum est 16. maius 12. dicemus igitur 12. abundantem esse numerum 10. diminutum 6. perfectum & ita in reliquis.
- 4 Diuiditur autem omnis numerus in parem ac imparem, porro proprietas numeri paris est vt semper in similia diuidatur, imparis vt in dissimilia: nam 8. si diuides vtraque portio necessario aut par erit aut impar 9. autem cum diuidis vnā partem habes parem, aliam imparem, hoc autem vniuersis semper conuenit: non enim vnquam imparem aut in duos diuides pares, aut impares: aut parem iam parem & imparem.
- 5 Pars autem species tres sunt de quibus Euclides dixit pariter par, pariter impar, & impariter par: dicitur autem pariter par numerus qui per continuam sectionem æqualem ad vnitatem venire potest vt 16. in 8. & post in 4. ac in 2. & 1. per continuam diuisionem deuenit, pariter impar est cum numerus solum semel admittit dimidiationem veluti 2. 6. 10. 14. 18. & similes: impariter par qui plures admittit diuisiones non tamen vsque ad vnitatem patitur se dimidiari, veluti 12. & 20. nam cum ex 20. ad 5. peruenieris, non amplius diuisionem per æqualia admittit: Vnde patet vtrorumque aliorum generum impariter parem numerum esse participem, videlicet pariter paris, & pariter esset imparis.
- Sunt & imparium quidam primi qui sola vnitatem numerantur, vt 3. 5. 7. 11. Quidam compositi qui numero aliquo numerantur vt 9. 15. & alij, est autem commune imparibus vt metiantur alios tantum à se distantes quantum ipsi ab vnitatem vsque in infinitum. Exemplum 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. igitur 3. distat ab vnitatem per 2. numerabit igitur duobus intermissis 9. & iterum duobus 15. ac sic in infinitum: & ita 5. distat ab vnitatem per 4. numerabit 4. intermissis 15. ac iterum aliis 4. imparibus intermissis 25. & sic in infinitum & ita de aliis.
- Est autem proprium quoddam numeris primis vt vel in se ducti vel in alios primos, non reddant. numerum aliis præterquam componentibus compositum, veluti 5. in se facit 25. hic ab alio quam à 5. numerari non potest.
- Sunt & numeri compositi qui tamen adinuicem sunt primi veluti 10. & 9. sunt compositi, nam 2. & 5. numerant 10. & 3. numerat 9. quia tamen nullus numerus est communis numerator dicuntur innicem primi: qui autem communi numero numerantur sunt compositi veluti 5. & 20. numerantur communiter ab vno numero qui est 5. ex prima autem septimi Euclidis liquet omnes numeros qui vnitatem tantum differunt esse contra se primos: aut etiam si alio numero primo differant qui ambos non numeret. Exemplum primi 39. & 40. sunt contra se primi necessario: & similiter 32. & 39. quare &c.
- In omni superparticulari proportionem termini toti sunt in ordine suæ proportionis: quotus est numerus differentie maioris ad minorem. Exemplum 40. ad 30. est sexquitercia differentia est 10. igitur sunt decimi in tali proportionem & 9. alij sunt ante eos vt 4. & 3. ac 8. & 6. & 12. & 9. & ita de reliquis vsque ad 40.
- Omnis proportio inter tres terminos constituta ad proportionem minorem sensim reducitur donec ad æqualitatem perueniat hoc modo: deducas minorem terminum ex medio: ac duplum residui cum minore termino ex maiore: & hoc residuum cum primo residuo & minore termino sunt etiam proportionalia. Exemplum vt 128. 32. 8. deduco 8. de 32. fit 24. pro secundo termino: duplo 24. fit 48. addo 8. fit 56. deduco ex 128. remanent 72. igitur cum 8. 32. 128. essent in quadrupla proportionem erunt 8. 24. & 72. in tripla eodem modo reducet



reducet ad d i l a m , deinde ad simplam siue æqualitatis : Exemplum in sexquialtera vt 4.6.9. deduco 4. ex 6. remanent 2. deduco 4. ex 9. remanent 5. à quo deme duplem 2. quod est 4. remanent 1. igitur 4. 2. 1. sunt in dupla proportionem , vnde iteratâ deductione remanebunt 1. & 1. & 1. termini omnes æquales. Idem 9. 12. & 16. in sexquialtera reducantur ad 9. 3. 1. quæ est tripla, & ita 49. 21. & 9. qui sunt in proportionem dupla sexquialtera.

- 11 Sunt & numeri lineares qui est nullis constant vt cum seriem numerorum per additionem vnitate intelligimus , vt 2. 3. 4. 5. sunt & superficiales , alij quidem secundum Euclidem qui tantum multiplicatione coalescunt , veluti 15. & 20. latera 3. & 5. vel alterius 4. & 5. secundum Boëtium autem etiam aggregatione constant sunt & solidi trinâ multiplicatione sunt , veluti 24. ex 4. in 3. & 2. nam 4. in 3. facit 12. & 12. in 2. facit 24.

- 12 Sunt & numeri trigoni quadrati pentagoni , exagoni , eptagoni atque in infinitum superficiales omnes , vocantur autem ita à superficiibus quas implere possunt per vnitates , vel si disponantur vnitates conuenienter formam illam referunt. Sunt igitur trigoni qui ex naturali numerorum serie coalescant veluti 1. 2. 3. 5. 6. 7. & ita de reliquis semper iunctis qui ab vnitate sunt constructi numerus triangularis : vt 1. cum 2. facit 3. igitur 3. est triangularis : adde ei sequentem hoc 6. trigonus : adde sequentem fit 10. trigonus : forma est hæc veluti.

- 13 Quadratus autem fit ex quolibet numero in se multiplicato , nam æquales sunt li-

o o o o o  
o o o o o  
o o o o o  
o o o o o  
o o o o o

forma quadrati de 5.

mentionem : Vnde 4. est quadratum 2. & 9. quadratum de 3. & 16. de 4. & 25. de 5.

Sicut autem ex naturali serie numerorum triangulari constantur , ita ex serie imparium ab vnitate quadrati : vt 1. & 3. faciunt 4. qui est quadratus : & addito 5. fit 9. iterum quadratus : & addito 7. fit 16. iterum quadratus : & sic de aliis.

- 14 Pentagoni autem sunt qui commodè pentagonum referunt , veluti 5. 12. 22. 35. hanc autem iunctis quibuscumque ab vnitate numeris duobus intermissis : vt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. iunge 1. & 4. fiunt 5. intermitte duos à 4. est 7. adde fit 12. intermitte duos à 7. fit 10. adde ad 12. fit 22. & sic addendo 13. fit 35. igitur 5. 12. 22. 35. sunt pentagoni.

- 15 Sicut igitur trigoni consurgunt ex naturali numerorum serie , quadrati ex eadem vno intermisso , pentagoni ex eadem intermissis duobus , ita exagoni intermissis tribus , eptagoni intermissis quatuor , qua-

Tom. I V.

re cum numeros superficiales in quocunque genere aggregare volueris seriem numerorum considera & ab vnitate omnes aggrega tot intermissis quotus fuerit numerus laterum figuræ dimissis tribus , veluti volo numerum figuræ 20. basium , demo 3. remanent 17. igitur ad 19. addito 1. fiet figura 20. basium , & posthac intermittendo 17. inuenio 37. addo & fit 57. alia figura 20. basium , vel leuius adde numerum semper duobus minorem cum præcedente veluti figura 20. basium continet 20. demo 2. fit 18. quæro numerum maiorem vnitate per 18. est 19. & ita 19. cum vnitate facit 20. & ita 37. est maior 19. in 18. & ita 55. est maior 37. in 18. igitur 112. erit etiam talis vtroque modo res redit ad idem.

Solidorum numerorum alij pyramidales : 16 & si sunt æquales ex triangularibus ab vnitate assumptis gignuntur : nam ordo trigonorum vt demonstratum est ponitur 1. 3. 6. 10. 15. 21. igitur iunge 1. & 3. fit prima pyramis 4. iunge ei 6. fit secundus pyramidalis , & ita iunge 10. fit 20. pyramidalis tertius.

Est & aliud pyramidis genus quod basim 17 habet quadratam aut pentagonam fit hoc per numerorum quadratorum auctionem quadratam habens basim veluti 1. 4. 9. 16. iunge primos fiet pyramis prima 5. & si addas 9. fiet secunda 14. atque ita tertia 30.

Pyramis autem pentagona ex pentagonis 18 numeris similiter iungitur vt 1. 5. 12. 22. sunt pentagoni , prima pyramis 6. secunda pentagonalis 18. tertia 40. atque sic de aliis exagonis , atque eptagonis : quoniam vnaquæque à suis superficialibus gignitur : totque in basi possidet trigonos quot superficies nata est continere : in reliquis autem superficiibus quæ in conum perueniunt vnicum semper possidet trigonum.

Curtæ autem pyramides in vnoquoque genere sunt demptâ vnitate , vt in quadrato genere pyramides perfectæ erant 5. 14. 30. porro dimittamus primam quia ademptâ vnitate ex nullo constaret , erit igitur pyramis curta 13. & 29. & eodem modo in aliis generibus vt in pentagona 17. & 39. fient curtæ pyramides : quod si proximus etiam ab vnitate numerus superficialis detrahatur fiet bis curta pyramis , vt detracto à 39. etiam 5. remanebit bis curta pyramis 34. solis 22. & 12. pentagonis numeris constans : proprium enim pyramidis est in vnitate tanquam conum terminare si perfecta esse debet : quando autem magis decurratur eò plus dilatatur & imperfectior euadit.

Cuborum autem generatio fit ducta radice cuiuslibet quadrati numeri in suum quadratum : vt 2. in 4. facit 8. cubum : & 3. in 9. facit cubum 27. & ita de reliquis.

Fiunt & laterculi numeri quotiens alius 21 numerus à radice in quadratum ducitur : vt 3. in 4. fiunt 12. & 6. in 9. fiunt 54. & similiter 5. in 4. fiunt 20. omnes admodum laterum longiores aut latiores quàm profundi :

E 3 attamen



attamen omnibus angulis rectis constant, & cubis sunt similes: sunt qui quinque quadratum in minus radice ducitur laterculos cum in maius afferes produci affirmant: cum verò longitudo latitudo & profunditas inæqualia omnia sunt: bonifcos procreari crediderunt: veluti ductis 5. 3. & 2. inuicem producit 30. qui bomifcus erit.

22 Sunt & numeri superficiales non æqualium laterum, diuerforum generum: veluti parte alterâ longiores: cum duo numeri solâ vnitare differentes multiplicantur veluti 7. in 8. fit 56. qui alterâ parte longior dicitur & eodem modo 3. in 4. fit 12. Cum vero plus vnitare discrepant ante longior dicitur vt 35. ex 7. & 5. procreatur quorum differentia vnitare maior est.

23 Sunt & superficiales similes quorum latera sunt proportionalia: veluti 24. & 6. nam latera 24. sunt 4. & 6. ducta enim in inuicem producant 24. latera autem 6. sunt 2. & 3. est autem proportio 6. ad 3. veluti 4. ad 2. erunt igitur similes numeri 24. & 6. constat autem ex hoc quod omnes numeri quadrati inuicem similes sunt & cuncti compositi suis quadruplis vt 15. ad 60. & 21. ad 84.

24 Sunt & numeri circulares qui cum in se ducuntur reddunt in simile: tales sunt omnes producti à numeris quorum terminatio est in 0. vel 1. vel 5. vel 6. vt 5. in 5. producit 25. & 10. in 10. producit 100. & 16. in 16. producit 256. & 11. in 11. producit 121. dicitur igitur 121. circularis: & 11. centralis: & si ductus fuerit 11. in 121. qui inde producet erit sphæricus: vt 1331. & ita 125. erit sphæricus: & 25. circularis: & 36. circularis: & 216. sphæricus, & 100. circularis, & 1000. sphæricus & ita de aliis.

25 Porro quadratis proprium videtur vt ab impari procedant, nam in quolibet genere proportionum ab vnitare inchoato tertij sunt quadrati, & quinti & septimi atque ita deinceps, cubi autem pares sunt oppositâ ratione nam in tripla 27. quartus est ab vnitare: & 64. in quadrupla, & ita de reliquis, sicut in tripla 9. quia quadratus est tertius est ab vnitare. & in dupla similiter 4. est, tertius, concluditur igitur quadratos imparium. cubos parum rationem habere, quoniam talibus ab vnitare locis semper confideant.

26 Vnitas verò cum numerus non sit & quadratum, & trigonus, & radix, & pentagonus, & pyramis, & cubus, & circulus, & sphæra esse videtur, atque in omni genere quod imperfectionem non admittit iure locari debet, nam laterculus aut altera parte longior esse non potest quamobrem diuini mysterij maximam similitudinem in ea latere necesse est, imperfectum enim nihil admittit, in omnes potest numeros, prima perfectorum est numerorum, non solum omnis perfectionis abundè capax sed in omni perfectionis genere perfectissima.

27 Sunt & proprietates numerorum quadam non contemnendæ, veluti cum duo numeri inuicem ducuntur productum est medio modo proportionale inter quadrata illorum, ve-

luti 7. & 10. ducta inuicem producant 70. estque 70. medium in proportionem inter 100. quadratum 10. & 49. quadratum 7.

Et cum duo numeri aliquem multiplicauerint, aut diuiserint, erit quod sit ex duobus in eadem proportionem, ducatur 10. in 3. & producit 30. & 3. in 7. producit 21. quorum proportio est vt 10. ad 7. & diuidatur 3. per 10. exit  $\frac{3}{10}$  & 3. per 7. exit  $\frac{3}{7}$ , erit proportio  $\frac{3}{7}$  ad  $\frac{3}{10}$  vt 10. ad 7.

Et si diuidant se numeri inuicem erit proportio veluti primorum duplicata, veluti diuidat 10. ipsum 7 exit  $\frac{7}{10}$ , & 7. diuidat 10. exit 1.  $\frac{3}{7}$ , proportio 1.  $\frac{3}{7}$  ad  $\frac{7}{10}$ , est veluti 10. ad 7. duplicata & hæc eadem erit vt quadrati 10. quod est 100. ad 49. quadratum 7.

Cumque iunxeris duos numeros, erit proportio totius ad vtramque partem, vno plus reliquæ partis ad partem, veluti 10 & 7. faciunt 17. proportio 10. ad 7. est supertripartiens septimas, igitur 17 ad 7. dupla supertripartiens septimas.

Et cum diuiseris totum per duas partes componentes ipsum, erunt prodeuntia in eadem proportionem vt patet ex prædictis, & tantum faciunt multiplicata quantum aggregata, veluti diuidatur 17. per 10. & per 7. exeunt 1  $\frac{7}{10}$  & 2  $\frac{3}{7}$  quæ sunt in proportionem 10. ad 7. iunctæque simul faciunt 4.  $\frac{27}{70}$  & ducta etiam inuicem producant 4  $\frac{9}{70}$ , & est quid mirum.

Sunt numeri cretici & sunt 7. & 20. & 32 omnes compositi ex his vt 14. 27. 34. 40. 47. 54. 60. 67. 74. 80. & sic vsque ad annum, & in his accidunt veræ & fortes crises, & dimidij horum dicuntur indicatiui vt 4. 11. 17. 24. 31. & reliqui.

Qui verò sunt extra hos duos ordines vel propter inordinationem naturæ, vel propter fortitudinem accessionis, vel propter vehementiam morbi, vel propter errorem in agro vel astantibus, vel medicis, adueniunt, & hoc est testimonium aliud virtutis numerorum.

Numeri etiam superficiales similes inuicem ducti producant semper quadratum vt 6. & 24. producant ducti 144.

Omnis etiam numerus primus ad eum, quem numerat est compositus, vt 7. ad 49. & hoc nota.

Omnis etiam numerus quadratus ex tot imparibus componitur quotus est radix, vt 64. ex 8. imparibus, 100. ex 10. imparibus.

Numeri congruentes inueniuntur hoc modo capias duos numeros sola vnitare differentes vt 2. & 3. in quibuslibet enim ratio tenet iunge faciunt 5. duc vnum in alterum fiunt 6. duc 6. in 5. fit 30. quadrupla semper fit 120. congruit autem 120. ad 169. nam additus facit 289. quadratum 17. & sublatu à 169. facit 49. quadratum 7. & 169. est quadratum 13.

Inuenitur autem congruens ex eisdem hoc modo quadra 2. fit 4. & 3. fiunt 9. iunge fiunt 13. quadra 13. inuenisti 169. qui est congruens

|     |     |
|-----|-----|
| 2   | 3   |
| 5   | 6   |
| 30  | 120 |
| 4   | 5   |
| 9   | 20  |
| 180 | 720 |



congruens, & ita semper inuenies quadratum tale quod æqualiter distabit à quadratis per additionem & diminutionem.

38 Et cum detraxeris à quadrato impari unitatem quadratum medietatis adiunctum primo quadrato quadratum facit & hoc in infinitum, sicut impar 25. demo 1. fit 24. quadratum medietatis 144. ad 25. fit 169.

39 Et hoc dicunt multi quoniam dantur numeri planetarum & nos ponemus eos, verum in assignatione Planetarum est conuersus modus tenendus, conuenit enim ut plures numeri superioribus tribuantur & sunt hi.

Luna.

|   |   |   |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

Mercurius.

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 4  | 4  | 25 | 1  |
| 9  | 7  | 6  | 12 |
| 5  | 11 | 10 | 8  |
| 16 | 2  | 3  | 13 |

Iupiter.

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 8  | 58 | 59 | 5  | 4  | 62 | 63 | 1  |
| 49 | 15 | 14 | 52 | 53 | 11 | 10 | 56 |
| 41 | 23 | 22 | 44 | 45 | 19 | 18 | 48 |
| 32 | 34 | 35 | 29 | 28 | 38 | 39 | 25 |
| 47 | 26 | 27 | 37 | 36 | 30 | 31 | 33 |
| 17 | 47 | 46 | 20 | 21 | 43 | 42 | 24 |
| 9  | 55 | 34 | 12 | 13 | 51 | 50 | 16 |
| 64 | 2  | 3  | 61 | 60 | 6  | 7  | 57 |

Sol.

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| 6  | 32 | 3  | 34 | 35 | 1  |
| 7  | 11 | 27 | 28 | 8  | 30 |
| 19 | 14 | 16 | 15 | 23 | 24 |
| 18 | 20 | 22 | 21 | 17 | 13 |
| 25 | 29 | 10 | 9  | 26 | 12 |
| 36 | 5  | 33 | 4  | 2  | 31 |

Saturnus.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 37 | 73 | 29 | 70 | 21 | 62 | 3  | 45 | 5  |
| 6  | 38 | 79 | 30 | 71 | 22 | 63 | 14 | 46 |
| 47 | 7  | 39 | 80 | 31 | 72 | 23 | 55 | 15 |
| 16 | 48 | 8  | 40 | 81 | 32 | 64 | 24 | 56 |
| 57 | 17 | 49 | 9  | 41 | 73 | 33 | 65 | 25 |
| 26 | 58 | 18 | 50 | 1  | 42 | 74 | 34 | 66 |
| 67 | 27 | 59 | 10 | 51 | 2  | 43 | 75 | 35 |
| 36 | 68 | 19 | 60 | 11 | 52 | 3  | 44 | 76 |
| 77 | 28 | 69 | 20 | 61 | 12 | 53 | 4  | 45 |

Venus.

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 11 | 24 | 7  | 20 | 3  |
| 4  | 12 | 25 | 8  | 16 |
| 17 | 5  | 13 | 21 | 9  |
| 10 | 18 | 1  | 14 | 22 |
| 23 | 6  | 19 | 2  | 15 |

Mars.

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 22 | 47 | 16 | 41 | 10 | 35 | 4  |
| 5  | 23 | 48 | 17 | 42 | 11 | 29 |
| 30 | 6  | 24 | 49 | 18 | 36 | 12 |
| 13 | 31 | 7  | 25 | 43 | 19 | 37 |
| 38 | 14 | 32 | 1  | 26 | 44 | 20 |
| 21 | 39 | 8  | 33 | 2  | 27 | 45 |
| 46 | 15 | 40 | 9  | 34 | 3  | 2  |

Habent autem commune ut ex omni latere & transuersaliter eundem perficiant numerum. Luna 15. Mercurius 34. Venus 65. Sol 111. Mars 175. Iupiter 260. Saturnus 350. conueniunt etiam quod nullus numerus reperitur, & quod unitatis additione progressio firmatur ad quadratum, procedunt etiam diametraliter per æqualia augmenta omnes. Quidam etiam habent in utraque diametro ut Saturnus series constitutas, vnum est artificio maximo talia inuenta esse, quorum vsus ad magiam pertinet.

Et est triplex proprietas in nouenario, prima quod ipse mensurat æquali excessu aggregatum ex litteris congregatis & numerum significatum per illas, secunda quod nullationes non mutant superfluum eius, tertium quod æqualiter mensurat litteras vno modo & conuerso, vnde 9. in 43. & in 34. æquale relinquit superfluum quod est 7.

Et est proprietas in denario numero, cuius nemo adhuc rationem potuit inuenire, sicut nec in Philosophia cur lumen calefaciat cum calidum non sit, ita cur post denarium numeri iterum ad idem redeant nec possit ultra, alia ratio numerorum inueniri, non enim ita est ut dicunt quod nouenarius sit numerorum nouissimus, licet denario propriam litteram non inuenerint sed nullitatem supposuerint vide in problematibus, Aristot.

Cum quotlibet numeros in proportionem superparticulari inuenire desideres primum statue numerum talem in ordine multiplicis ei correspondentem, veluti volo quatuor numeros in sexquitercia continuæ proportionatos, accipe pro primo eorum 27. qui est quartus in ordine triplæ ab unitate, sic 1. 3. 9. 27. & sic volo in sexquiseptima 7. numeros continuæ proportionales accipe septimum in septupla proportionem sic 1. 7. 49. 343. 2401. 16807. 117649. igitur si constitueris. 117649. terminum minorem, habebis 7. terminos in continua proportionem.



nalitate sexquiseptupla, ex nona & decima Euclidis.

- 43 Cùm fuerint duæ quantitates eiusdem generis rationales siue irrationales & aggregatum ex ambabus per vtramque fuerit diuisum, & perueniētia iuncta iterum diuisa, prodibunt prima exeuntia, veluti dictum est de duabus quantitatibus in trigesima prima regula iunctis, diuidamus 16. iunctum ex 10. & 6. per vtrumque exhibunt  $1\frac{2}{5}$ . &  $\frac{2}{3}$ . iuncti faciunt  $4\frac{4}{15}$  diuisum  $4\frac{4}{15}$  per  $1\frac{2}{5}$  producit  $2\frac{2}{3}$  & per  $2\frac{2}{3}$  producit  $1\frac{2}{5}$ . & hoc volumus.
- 44 Et iidem iuncti producant prima exeuntia si totum diuidatur per ea nam idem omnino producit ut dictum est.
- 45 Et erit summa duobus plus, ac superparticulari vel superpartiente opposita proportioni partium inuicem, veluti si esset dupla proportio inter partes erit aggregatum proueniens  $4\frac{1}{3}$  & si tripla  $5\frac{1}{3}$  & si quadrupla  $6\frac{1}{4}$ . in exemplo nostro proportio 10. ad 6. est superbipartiens tertias, aggregatum exeuntium est  $4\frac{4}{15}$ . cuius differentia ab  $1\frac{2}{3}$  est  $2\frac{3}{5}$ . est autem  $2\frac{3}{5}$  conuersum de  $1\frac{2}{3}$ . nam cum sit proportio vnus ad alterum superbipartiens tertias, erit conuersa illius alterius ad primum subpartiens tres quintas, & hoc est tertium vniuersale accidens eis.
- 46 Cùmque fuerit proportio eadem licet termini sint maximi aut minimi semper exeuntia erunt eadem; vnde ex 6. & 10. diuiso 16. prodeunt  $1\frac{2}{3}$ , &  $2\frac{2}{3}$ , & similiter iidem ex 1600. diuiso per 1000. & per 600.
- 47 Quod si inæquales partes fuerint, nec præcedentia nec congregata nec multiplicata perfecte integra esse possunt, ut in omnibus exemplis experiri licet, nam si æquales sint tunc vtræque partes erunt 2. aggregatum vel productum 4. in reliquis regula est confirmata.
- 48 Sextum est quod fractio quæ vltra integra est ut  $\frac{4}{5}$ . quæ  $4\frac{4}{15}$  superat  $1\frac{2}{3}$  est habens eundem denominatorem qui est 5. à quo sumpta est proportio totalis ut  $1\frac{2}{3}$ . sunt enim  $\frac{4}{5}$  & ita capio 9. & 3. diuido 12. exit 4. &  $1\frac{1}{3}$ . totum  $5\frac{1}{3}$  suppono igitur  $5\frac{1}{3}$  superare  $4\frac{1}{3}$ . & triplam in  $2\frac{1}{3}$  ut ex tertio supposito declaratum est, vltra verò 2. est  $\frac{1}{2}$ . cuius denominatōr à tripla proportionē sumptus est quæ inter 9. & 3. primo assumptos numeros est constituta.
- 49 Quæ autem in duabus quantitatibus verificantur repetuntur multipliciter in tribus, quatuor, & quinque, ut à Pacciolo scriptum est, causa tamen omnium horum vna est quod cum vicissim diuidunt aggregatum 4. proportionales constituuntur quantitates.
- 50 Quod si plures quantitates continuæ proportionales aut etiam incontinuas constituentur, ita tamen quod proportionales sint similes, erit proportio primi ad tertium veluti quarti ad sextum & ita primi ad quartum veluti quinti ad octauum.
- 51 Si verò continuæ proportionales extiterint, aggregatum ex omnibus per omnes terminos diuisum, producit terminos eadem proportionē, veluti in vigesima sexta regula dictum est, vsque in infinitum, exemplum

8. 12. 18. 27. aggregatum est 65. diuido per ea exeunt  $2\frac{11}{27}$ .  $3\frac{11}{18}$ .  $5\frac{5}{12}$ .  $8\frac{1}{6}$ . horum omnium continua proportio sexquialter est, sequere ut in præcedente regula & ad 5. & 6. & omnes extenditur quantitates.

Productum totius in totum æquale est productioni totius in omnes illius partes. 52

Productum totius in seipsum, æquale est producto cuiuslibet partis in ipsam, & in omnem aliam partem, veluti diuido 10. in 5. 3. 2. duco 10. in se fit 100. duco 5. & 3. & 2. in se sunt 25. 9. 4. summa 38. duco 5. in 3. bis fit 30. duco 5. in 2. bis fit 20. duco 3. in 2. bis sunt 12. iungo 38. 30. 20. 12. faciunt 100.

Productum medietatis maius est producto partium inuicem in qualem in quadrato differentia, ut 25. quadratum 5. quod est dimidium 10. maius est paralelogramo 8. in 2. quod est 16 in 9. quod est quadratum 3. differentia inter 8. & 5. vel inter 5. & 2.

Ex præcedente sequitur quod omnis numerus quæx duobus similibus componitur, medietatem habet cuius quadratum ex duobus componitur quadratis veluti 30. componitur ex 24. & 6. medietas 30. est 15. quadratum 225. componitur ex 144. & 81.

Productum ex vtraque parte inæquali duplum est quadrato medietatis & differentia, veluti quadrata 8. & 2. faciunt 68. duplum ad 34. constant ex quadrato 5. quod est dimidium & quadrato 3. quod est differentia.

Si diuidatur quantitas per æqualia, & addatur ei alia, quadratum coniuncti ex addita & medietate, æquale est ei quod fit ex toto in additum, cum quadrato medietatis, ut 10. diuisum in 5. & additum 3. totum 8. quadratum 64. duc totum cum addito & est 13. in additum quod est 3. fit 39. deinde duc medietatem quæ fuit 5. fit 25. adde ad 39. fit 64.

Cùm verò duxeris totum cum addito in se & addideris quadratum additi, fiet totum duplum ad quadratum dimidij & quadratum additi cum dimidio, veluti in exemplo 13. in se ductum facit 169. & 3. in se facit 9. quæ iuncta faciunt 178. cuius medietas 89. constat ex quadrato dimidij quod est 25. & quadrato additi cum dimidio quod est 64. est 8. qui constat ex dimidio & adiecto.

Cùmque diuideris numerum siue quantitatem nam regulæ communes sunt in duas partes, & duxeris vnā in aliam deinde productum per aggregatum ex eo quod prouenit per diuisionem mutuam vtriusque partis, fiet totum æquale quadratis ambarum partium idem de iunctis simul. exemplum diuido 13. in 5. & 8. deinde multiplico 8. in 5. fit 40. diuido 8. per 5. exit  $1\frac{2}{5}$ , diuido 5. per 8. exit  $\frac{5}{8}$ , aggrego  $1\frac{2}{5}$  &  $\frac{5}{8}$ : & sunt  $2\frac{1}{40}$ : duco in 40. prius productum & sunt 89. & hoc æquatur quadratis ambarum partium nam 8. in se facit 64. & 5. in se facit 25. quæ iuncta faciunt 89.

Cùmque diuideris numerum in duo, erit 60 quadratum totius & vnus partis simul iuncta, æqualia ductui totius in eandem partem bis & quadrato alterius partis, exemplum diuido 8. in 5. & 3. duco 8 in se fit 64. duco 3. in se fit 9. adde ad 64. fit 73. duc



die 8. in 3. bis fit 48. duc 5. in 12 fit 25. adde 48 fit 73.

61. Cumque diuiseris numerum & addideris alium æqualem vni parti eius, erit quadratum totius compositi æquale ductui prioris numeri in partem adiectam quater, cum quadrato alterius partis, exemplum diuido 8. in 5. & 3. addo 3. æquale vni parti, totum fit 11. quadratum eius 121. hoc est æquale ei quod fit ex 8. in 3. quater quod est 96. nam 4. in 24. producit 96. addito ergo quadrato 5. alterius partis & est 25. totum fit 121.
62. Cum fuerint tres numeri ab vnitatem continuæ proportionales erit secundus radix quadrata tertij, & si fuerint quatuor erit secundus 2. cubica quarti & ita de aliis.
63. Cum diuiseris eundem numerum in duas quantitates maioris differentie & duas minoris, paralelogramum minoris differentie partium, maius erit reliquo quanto quadratum media differentie maioris, excedit quadratum media minoris.
64. Cum fuerint duo numeri quadrati productum eorum erit quadratus, vt 4. in 9. facit 36. igitur 36. quadratus est.
65. Cum fuerint duo numeri cubi qui inde producantur erit cubus, veluti 8. in 27. facit 216. qui est cubus de 6.
66. Si fuerint numeri continuæ proportionales, & quadrati eorum continuæ proportionales, & similiter cubi, eritque proportio quadratorum veluti priorum numerorum duplicata, cuborum verò veluti priorum numerorum proportio triplicata.
67. Cum fuerint duo numeri superficiales similes, habebunt tertium in continua proportionalitate medium, quod si habuerint erunt tales.
68. Si fuerint duo numeri solidi similes duos habebunt intermedios numeros in continua proportionalitate dispositos, quod si habuerint erunt solidi similes.
69. Possibile est duos numeros superficiales similes, esse contra se primos vt patet ex præcedenti vt 8. & 17.
70. Si numerus quadratus quadratum numeri numeret, radix radice numerabit, si non, non, & similiter de cubis.
71. Numerorum superficialium similium, proportio est ex laterum proportionibus composita, quod si sint similes erit proportio eorum veluti quadrati alicuius ad aliquem quadratum: eritque lateris ad latus duplicata.
72. Numerorum verò solidorum proportio similiter ex proportionibus laterum constat, dicunturque proportio octo quantitarum: quæ si similes fuerint erit proportio alterius ad alterum, veluti alicuius cubi ad aliquem cubum: ac veluti lateris ad latus proportio triplicata.
73. Si in aliqua proportionalitate continua fuerit aliquis numerus quadratus, tertius semper ab illo quintus & septimus & sic in infinitum erit quadratus, quod si aliquis fuerit cubus quartus & septimus & decimus & sic in infinitum semper erit cubus.
74. Si fuerit proportio duorum numerorum superficialium veluti quadrati ad quadratum,

ipsi erunt similes, & similiter solidorum si fuerit proportio sicut cubi ad cubum ipsi erant similes.

Si fuerit proportio quadrati numeri ad alium numerum, sicut erit: & similiter si fuerit cubi ad numerum veluti cubi ad cubum, ille alius numerus erit cubus. Ex hac sequitur quod in proportionibus quæ est inter numerum quadratum & non quadratum nunquam inueniantur duo numeri quadrati & hæc est clauis decimi Euclidis admirabilis

Omnis 2. quadrata numeri cubi est numerus cubus.

Si fuerint plures numeri continuæ proportionales in sua proportione minimi, aggregatum ex omnibus ad quemlibet illorum erit primus.

Si fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus ad secundum tantum esse secundum ad tertium est impossibile: Hæc regulam facile seungi poterunt quæstiones numerorum integrorum ab his quæ solis surdis perfici possunt, quæ doctrina ex septimo & octauo & nono Euclidis excipitur. Et nota quod non dixi *integræ* aut *fractis*, quoniam omnis quæstio solubilis per numeros fractos, potest etiam solui per integros, & idè non separavi vnum ab altero.

Omnis numerus minimus numeratus ab aliquot numeris, numerat omnes numeros numeratos ab illis, veluti 105. numeratur à 3. 5. & 7. & est minimus quem illi numerant, numerabit ergo omnes numeros numeratos à 3. 5. 7. usque in infinitum. veluti 210. & 315.

Omnès numeri compositi & in sua proportionibus non minimi, numerantur à minimis eiusdem proportionis æqualiter veluti 24. 36. 100. & 140. qui sunt in proportionibus sexquialtera & dupla superbipartiens septem nonas, & superbipartiens quintas, numerantur à 6. 9. 25. & 35. qui sunt in eisdem proportionibus minimi, per eundem numerum qui est 4.

Ex hac etiam dicemus quod cum fuerint duo numeri, & inter eos alij duo vel tres vel quolibet continuæ proportionales totidem inter alios in eadem proportione existentes inueniri necesse est: ex quo sequitur quod inter duos numeros existentes in proportione duorum minimorum, inter quos non cadit numerus medio modo proportionalis, nunquam cadet numerus aut numeri usque in infinitum, veluti inter 3. & 5. non cadit numerus aut numeri in continua proportionalitate igitur non cadent inter illos existentes in proportione 5. ad 3. vt inter 40. & 24. & hoc usque in infinitum.

Sequitur etiam quod cum inter duos numeros solum vnâ proportione vnus cadat intermedius, & alia duo, & alia tres. Ita in alia proportione existentibus illæ proportionibus inter media cadere non possunt: veluti dicam inter 9. & 4. cadit 6. & 9. & 4. sunt in proportione dupla sexquiquarta: igitur non cadet medium in proportione sexquialtera inter terminos sub alia proportione existentes, & vniuersaliter omni proportioni compositæ limitatæ sunt in numero terminorum suæ componentes: & hoc etiam in surdis: & ita



si statuas 10. & 2. solum vno modo licebit vnum intermedium terminum inuenire, vel aliâ proportionem certâ & datâ: vel tres alia 83 & sic de singulis.

Sequitur etiam quod cum ex coniuncta & disiuncta & æqua proportionalitate de quibus dicitur sit proportio totius aggregati terminorum vnius proportionis, ad aggregatum alterius, veluti termini ad terminum: sic etiam in continuis proportionalitatibus vt dictum est etiam in regula hac: veluti si congreges 140. 100. 36. 24. simul faciunt 300 & ite 35. 25. 9. 6. faciunt 75. proportio 300. ad 75. est veluti 140. ad 35. & 100. ad 25. & 36. ad 9. & 24. ad 6. Vnde ex hac soluuntur illæ innumerabiles quæstiones difficiles diuidendi numeros in partes continuæ proportionales cum certis conditionibus, nam supponere potes nihil esse diuidendum sed operatio fiat cum conditionibus in numeris per te inuentis, deinde congrega & per regulam 3. habebis partes illius numeri eodem modo proportionatas, ita quod conditio diuisionis nihil addit in difficultate nisi in certis casibus terminatæ quantitatis.

84 Cum diuideris numerum in partes per numerum, & post per plus aut minus, erit proportio differentie aduentus secundi, ad primum, veluti totius diuisoris ad primum diuidentem Exemplum diuido 12. per 4. exit 3. diuido modo per 4. p. 2. exit 2. differentia est 1. qui est medietas de 2. & tertia pars de 3. ita 2. additum ad diuisorem est medietas de 4. primi diuisoris: & tertia pars de 6. secundi diuisoris: sicut igitur prouentus secundi ad primum, diuisoris primi ad secundum & e converso si quis igitur dicat diuisorem per 4. & prouenit decima census: quod si diuiderem per 6. erit per regulam 6. ad 4. veluti decimi census ad prouentum secundum fac per regulam trium & exibat  $\frac{1}{3}$  census: & si dicat vellem diuidere per 3. eodem modo sicut 3. diuisoris secundi ad primum diuisorem 4. ita decimæ census prouentus primi ad prouentum secundum duc 4. in decimam census sit  $\frac{4}{10}$  diuide per 3. exit  $\frac{2}{3}$  census. Ex hac regula diuides per p. & m. ad libitum.

85 Omnium quatuor, quantitatum continuæ proportionalium proportio aggregati earum ad coniunctum ex secunda & tertia, est veluti primæ & tertiæ simul ad secundam vt 8. 12. 18. 27. aggregatum 65. aggregatum ex secunda & tertia 30 proportio 65. ad 30. veluti 26. aggregati ex prima & tertia ad 12. quantitatem secundam & similiter proportio tertiæ & quartæ ad primam & secundam veluti tertiæ ad primam superius etiam generalius hoc diximus experiri, à coniuncta enim proportionalitate pendet.

86 Prouentus vnius quantitatis diuisæ per quotlibet quantitates, siue continuæ siue incontinuas proportionales, sunt eodem modo proportionales.

87 Si fuerint 4. quantitates incontinuas tamen proportionales, quarum superficiales numeri primæ in secundam, æquetur quadratis tertiæ & quartæ pariter acceptis, erunt quadrata primæ & secundæ inuicem ducta, tantum quantum quod sit ex earum superficie

in quadrata tertiæ & quartæ pariter accepta. Exemplum 4. & 2. sunt in proportionem duplici 40. & 20. similiter ex trigesima regula huius: igitur cum 40. in 20. producat 20. qui est æqualis quadratis 4. & 2. pariter acceptis, dico quod quadrata 40. & 20. inuicem ducta & sunt 400. æquantur ductui eius quod fiebat ex 40. in 20. & fuit 20. in quadrata 4. & 2. pariter acceptam 20. in 20. producit 400.

Cum fuerint 4. quantitates continuæ proportionales, quod ex ductu primæ in secundam & producti in tertiam ac iterum producti in quartam æquum erit ductui superficialis numeri producti ex prima in quartam, & secunda in tertiam veluti 8. 12. 18. 27. duco 8. in 12. fit 96. & hoc in 18. fit 1728. hoc iterum in 27. fit 46656. duco 8. in 27. fit 216. & iterum 12. in 18. fit 216. duco 216. in 216. & fit 46656.

Cum fuerint 4. quantitates quomodolibet sumptæ erit quadratum aggregati earum æquale quadratis singularum partium & ductui vniuscuiusque in reliqua omnes, verificatur & hoc in omnibus quantitativis & pendet ex quinquagesima tertia regula ibi habes exemplum de 5. 3. 2.

Omnium trium quantitatum continuæ proportionalium cubus secundæ quantitatis, est æqualis ductui omnium quantitatum inuicem: veluti 4. 6. 9. cubus 6. est 216. duco 9. in 6. fit 54. duco 54. in 4. fit 216.

Omnium trium quantitatum continuæ proportionalium ex quarum diuisione alicuius numeri prouentus congregati ipsarum aggregato æuari debeat, media illius numeri radix erit nam est eadem necessario eueniunt quantum aggregatum est idem ex supposito, & proportio exeunti eadem ex regula quadragesima nona, quare cum semper productum ex primo in tertium sit æquale quadrato secundi ex his quæ dicentur in regula 3. quantitatum igitur conuenit vt medius sit radix numeri diuidendi.

Cum fuerint aliquot quantitates quomodolibet inuicem ductæ, si productum diuidatur per vnâ reliquarum, productum adueniet: veluti 3. 5. 7. producant 105. igitur diuiso 105. per 7. exit productum 5. in 3. quod est 15. & diuiso 105. per 5. exit productum de 7. in 3. quod est 21. & ita de omnibus.

Et similiter deriuatur hoc quod cum fuerint tres quantitates continuæ proportionem, quod sit ex duabus maioribus iunctis in minorem duarum, Idem fiet ex duabus minoribus iunctis in maiorem, veluti 12. 6. 3. & 10. & 5. iunge 12. & 6. fit 18. duc in 5. fit 90. & sic ex 3. & 6. iunctis in 10. fit etiam 90.

Pendet hæc ex dicendis in regula 3. cum fuerint tres quantitates continuæ proportionales, quod ex ductu vniuscuiusque partis in alteram fiet, si diuidatur per duplicatum aggregatum omnium, exibat secunda quantitas, veluti 4. 6. 9. productum 9. in 4. & 6. est 90. & 6. in 4. & 9. est 78. & 4. in 9. & 6. est 60. iunge fiunt 228. diuide per duplum aggregati quod est 38. 6. quantitas secunda.

• Sunt



954 Sunt & numeri climaterici à septem climatibus deducti auerrocis ita existimat hominibus perniciosi, nos autem in libro de rerum varietate declarauimus non 7. sed 20. & 9. esse considerandos, veluti 20. 40. 60. 80. & 9. 18. 27. 36. propterea 63. & 80. & 81. sunt valde perniciosi cum duarum numerorum series maleficæ cohæreant in ætate defecta.

956 Sunt & qui oblectentur puerilibus numeris aut distinctis aut similibus veluti 222222. vel 333333. quos multiplicando aduenire desiderant, hoc si diuiseris numeros habebis ex quorum multiplicatione proueniant stultum est enim talibus nugis operam dare.

97 Cum volueris diuidere numerum aliquem in duas partes tales quod diuisa utrâque parte per reliquam exeuntia iuncta faciant vt pote 4. vel alium numerum, tunc diuides 4. vel numerum quem euenire desideras in duas partes tales quod inuicem multiplicatæ producant unitatem, & tales partes erunt prouentus partium numeri primo propositi se mutuo diuidentium. Exemplum diuide 12. in duas partes ex quarum mutua diuisione proueniat  $5\frac{1}{3}$  tunc diuide  $5\frac{1}{3}$  quod vis prouenire in duas partes quæ inuicem multiplicatæ producant 1. & tales erunt  $5\frac{1}{3}$  &  $\frac{1}{3}$  nam  $5\frac{1}{3}$  &  $\frac{1}{3}$  inuicem ductæ faciunt 1. dico igitur quod prouentus partium 12. mutuo se diuidentium aggregantes  $5\frac{1}{3}$  in prima sui diuisione producent  $5\frac{1}{3}$  &  $\frac{1}{3}$  & erunt 10. & 2.

98 Cum volueris diuidere 12. gratia exempli in duas partes ita quod maiorem diuisa prodeat aliquis numerus puta 5. tunc adde semper 1. ad numerum quem prouenire desideras & per ipsum diuide diuidendum, qui exit est minor pars quâ detractâ à numero diuiso relinquitur maior Exemplum volo vt ex diuisione maioris partis 12 per minorem exeat 5. addo 1. ad 5. fit 6. diuido 12. per 6. exit minor pars quæ est 2. hanc subtraho ex 12. remanent 10. diuiso igitur 10. per 2. exit 5. & ita per hanc & præcedentem potes diuidere quemlibet numerum in duas partes tales quod vna per alteram diuisa producant duo numeri aggregantes quemvis numerum operando primo per præcedentem deinde per hanc.

99 Cum diuiseris vnum numerum per alium: & diuiseris vnum numerum per alium tertium numerum per prouentum, & hunc prouentum vltimum addideris tertio numero, & totum diuiseris per primum diuiseris per primum diuisorem: quod exit est tantum quantum aggregatū prouentuum tertij numeri diuisi per primum & secundum. Exemplum fit 24. 2. 3. quem volo diuidere per 2. & 3. diuido 3. per 2. exit  $1\frac{1}{2}$ . diuido 24. per  $1\frac{1}{2}$  exit 16. addo 16. & 24. fiunt 40. diuido 40. per 2. exit 20. & tamen prouenit diuiso 24. per 3. & per 2. exeunt enim 12. & 8. quæ iuncta faciunt 20. & idem procedit si diuideres 2 per 3. exit  $\frac{2}{3}$  diuide 24. per  $\frac{2}{3}$  exit 36. adde ad 24 fit 60. per 3. exit 20. vt prius. Et ita in

denominationibus volo diuidere 1. cu. pe

1. ce. p. 1. co. &  
per 1. co. p. 1. di-  
uido 1. ce. p. 1. 1. ce. p. 1. co. 1. co. p. 1.  
co. p. 1. exit 1. co.  
diuido 1. cu. per  
1 co. exit 1 ce. ad-  
do ad 1. cu. fit 1  
cu. p. 1. ce. diuido  
1. cu. p. 1 ce. per  
1. co p. 1. exit 1. ce. & hoc est quod pro-  
uenit ex aggregato prouentus 1 cu. diuisi  
per a. ce. p. 1 co. & 1 co. p. 1.

Cum volueris diuidere numerum vt par-  
tes certum multiplicatæ producant numerum  
quadra medietatem illius numeri diuidendi  
& à producto auferes numerum quem vis  
producere & residui addita & diminuta à  
dimidio constituit tales partes.

Veluti volo diuidere 7. in duas partes quæ  
inuicem multiplicatæ producant 10. diuido  
7. per æqualia fiunt  $3\frac{1}{2}$  quadrato  $3\frac{1}{2}$  fit 12.  
 $\frac{1}{2}$  detraho 10. remanent  $2\frac{1}{2}$  capio radicem  
 $2\frac{1}{2}$  & est  $1\frac{1}{2}$  detraho à  $3\frac{1}{2}$  fit 2. addo ad  $3\frac{1}{2}$   
fit 5. & ita partes quæ multiplicatæ pro-  
ducunt 10. sunt 5. & 2.

Et ex hoc sciemus diuidere numerum in  
duas partes quarum quadrata iuncta faciant  
determinatum numerum quadrabimus enim  
diuidendum & ab eo quadrato auferemus  
numerum quæ volumus quod aggregent qua-  
drata partium & residuum diuidemus per  
æqualia deinde per præcedentem taliter di-  
uidemus numerum diuidendum quod partes  
inuicem multiplicatæ producant illam me-  
dietatem tales partes erunt quæ sitæ videlicet  
quarum quadrata iuncta facient numerum  
propositum.

Exemplum volo diuidere 7. in duas partes  
quarum quadrata faciant 29. quarto 7. fit  
49. detraho 29. remanent 20. diuido 20.  
fiunt 10. tunc per præcedentē diuidam 7. in  
duas partes ex quarum multiplicatione vnus  
in alteram fiat 10. & tales erunt 5. & 2.  
igitur 5. & 2. erunt partes quæ sitæ quarum  
quadrata iuncta sunt 29.

Et ex his habebimus duos numeros quo-  
rum quadrata iuncta faciunt certum nume-  
rum, & ex ductu vnus in alterum quicun-  
que alius numerus producat ut volo duos  
numeros quorum quadrata iuncta sint 30.  
& productum vnus in alterum fit  $9\frac{1}{2}$  du-  
plica  $9\frac{1}{2}$  fit 19 adde ad 30. fit 49. accipe  
7. quæ est 7. tunc per centesimam regu-  
lam diuides 7. in duas partes quæ inuicem  
multiplicatæ producant  $9\frac{1}{2}$  & tales erunt  
quantum quadrata iuncta faciunt 30. & ita  
faciliter soluitur quæstio quæ per algebram  
est difficilior, potest etiam solui per quantita-  
tem surdam.

Et ex hoc etiam habebimus quod si quis  
dicat diuide gratiâ exempli 10. in duas par-  
tes ita quod aggregatum prouenientium ex  
mutua diuisione, cum diuiserit quadrata  
vtriusque partis, prodeuntia faciant iuncta  
puta 16. sufficit diuidere 10. in duas partes  
quæ inuicem ductæ faciunt 16. & tales erunt  
8. & 2. ex quarum mutua diuisione pro-  
ducitur aggregatum 4. cum igitur diuiseris  
quadrata 8. & 2. & quæ sunt 64. & 4.  
per



per  $4\frac{1}{4}$  & excuntia iunxeris fiet aggregatum 16. vt pater.

104 Cum fuerint quotlibet quantitates proportionales continuæ vel incontinuæ, tantum producitur ex extremis inuicem ductis quantum ex intermediis: veluti sint. 16. 24. 36. 54. 81. tantum fit ex 16. in 81. & est 1296. quantum ex 24. in 54. & quantum etiam ex 36. in se, nam omnibus modis producitur 1296. & ita 4. & 3. & 20. & 15. multiplica 4. in 15. fit 60. & 3. in 20. fit idem idem, si fuerint tres quantitates continuæ proportionales tantum producitur à media in se ipsam quantum ex extremis inuicem: veluti 4. 6. 9. tantum facit 4. in 9. quantum 6. in se, & ita de aliis & ex hac orta est regula 3. quantitatum ad mercaturas utilis & tenet regula hæc generaliter in omni proportionem.

105 Cum quadruplum producti ex duabus quantitativibus inuicem ex totius quadrato detraxeris residui 2. est differentia illarum, veluti productum 5. in 3. est 15. quadruplum eo. detrahe à quadrato aggregati 5. & 3. quod est 8. cuius quadratum est 64. remanent 4. cuius 2. est 2. differentia.

106 Maiore duarum quantitatum diuisa per minorem, & exeunte multiplicato per maiorem, productum est æquale ei quod aduenit diuiso quadrato maioris per quantitatem minorem: veluti capio 10. & 2. diuido 10. per 2 exit 5. multiplico 5. in 10. fit 50. & tantum prouenit diuiso quadrato 10. quod est 100. per 2.

107 Cum diuideris totum per suas partes, & prouenientia iunxeris erit prouentuum aggregatum maius aggregato prouentuum partium se mutuo diuidentium semper in 2. exemplum 3. & 12. componunt 15. diuide 15. per 3. exit 5. & per 12. exit  $1\frac{1}{4}$  iunge 5. &  $1\frac{1}{4}$  fiunt 6.  $\frac{1}{4}$ : & ideo diuisis 12. per 3. & 3. per 12. exibat  $4\frac{1}{4}$  quod est minus quam  $6\frac{1}{4}$  in 2. & hoc erat quod volumus.

108 Cūque volueris numerum diuidere vt productum certam proportionem obtineant ad diuisionem vnus partis per alteram, veluti volo diuidere 100. in duas partes ita quod vnâ multiplicatâ per aliam, sit nonupla ad id quod fit diuisâ vnâ per aliam tunc minor pars erit 2. illius proportionis, & idem cum 2. nonupla fit 3. erit minor pars 3. & maior 97. vnde multiplicato 97. per 3. fit 291. diuiso 97. per 3. exit  $32\frac{1}{3}$ : & 291. ad  $32\frac{1}{3}$  est in proportionem nonupla.

109 Cū autem volueris inuenire duos numeros ex quorum multiplicatione proueniat putata 14. & differentia quadratorum sit 45. gratiâ exempli. diuide differentiam quæ est 45. fit 22.  $\frac{1}{2}$  quadra fit 506.  $\frac{1}{4}$ : quadra 14. fit 196. iunge simul fiunt 702.  $\frac{1}{4}$ . accipe 2. 702.  $\frac{1}{4}$  & est 26.  $\frac{1}{2}$ . adde eam dimidio differentia & est 22.  $\frac{1}{2}$ . fiunt 49. cuius 2. est 7. & 7. est maior numerus diuide igitur 14. per 7. exit 2. & 2. est minor, & ambo producant 14. inuicem multiplicati & differentia quadratorum est 45. vt propositum est.

110 Cū volueris diuidere numerum in duas partes ita quod aggregatum ex quadratis

ambarum, excedat productum vnus in alteram, in certo numero, veluti volo diuidere 10. ita quod quadrata partium simul iuncta faciant 37. plus producto vnus in alteram, diuide 10. fit 5. multiplica in se fit 25. subtrahe 25. ex 37. remanent 12. hunc semper diuide per 3. exit 4. cuius 2. addita & detracta ex 5. facit 7. & 3. partes quas.

Sint tres numeri vtpote 17. 13. 5. & velim diuidere 13. in duas partes, ita quod vna diuisa per aliam prouentus iuncti faciant numerum qui ductus in 5. producat 27. tunc dices igitur diuidendo 17 per 5. exibat  $3\frac{1}{5}$  & hoc erit aggregatum prouentum, dices igitur per regulam nonagesimamseptimam huius capituli diuide 13. in duas partes ex quarum mutua diuisione prouentus aggregati faciant 3.  $\frac{2}{5}$  & hic modus regrediendi est valde utilis in operationibus algebræ.

Si quis assumat tres numeros vtpote 10. 24. 102. & dicat diuide 10. in duas partes ex quarum mutua diuisione prodeant duo alij numeri diuidentes 24. in duas partes aggregantes 102. tunc diuide vltimum numerum qui est 102. per secundum qui est 24. exit 4.  $\frac{1}{4}$ . deinde diuide 10. in duas partes ex quarum mutua diuisione confurgit 4.  $\frac{1}{4}$  per regulam nonagesimamseptimam huius capituli & tales partes erunt 2. & 8. diuide mutuo confurgunt 4. &  $\frac{1}{4}$  diuide 24. per  $\frac{1}{4}$  exit 96. diuide 24. per 4. exit 6. iunge 6. ad 96. fiunt 102. quod est propositum.

Quadrata duorum numerorum iuncta æqualia sunt ductui aggregati ex diuisione mutua in productum vnus in alterum: veluti 4. & 6. iungo quadrata illorum faciunt 52. diuido 4. per 6. exit  $\frac{2}{3}$ : & diuido 6. per 4. exit  $1\frac{1}{2}$ : iungo fiunt  $2\frac{1}{6}$  duco  $2\frac{1}{6}$  in 24. quod est productum 4. in 6. fiunt 52. vt prius.

Cum fuerint duo numeri sola vnitate differentes & maior per minorem diuisus fuerit, exiens tantum facit aggregatus maiori quantum in maiorem multiplicatus: veluti diuido 5. per 4. exit  $1\frac{1}{4}$  qui additus ad 5. vel in eum multiplicatus facit idem quod est 6.  $\frac{1}{4}$ .

Et his duabus regulis formari possunt diuersi casus, & impossibiles, qui tamen ignoratis his regulis possibiles existimabuntur.

Si fuerint duo numeri vt pote 24. & 10. & detrahatur minor à maiore vtpote 10. a 24 fiet 14. residuum: quod si detrahatur a quadrato dimidij minoris demptâ vnitate & est 16. nam est dimidium 10. demptâ vnitate remanet 4. cuius quadratum est 16. dempto igitur 14. residuo à 16. remanent 2. cuius 6. acceperis 2. & addideris ad medietatem 10. p. 1. & est 6. fiet 6. p. 2. & detraxeris à medietate 10. m. 1. & est 4. fiet 4. m. 2. & differentia 6. p. 2. & 4 m. 2. est 2. p. 2. 8. dico igitur quod multiplicando 6. p. 2. in 4. m. 2. & addendo differentiam quæ est 2. p. 2. 8. producet 24. qui est numerus maior, ducere autem 4. m. 2. in 6. p. 2. & addere differentiam non est nisi detrudere differentiam



rentiam quæ est 2. p. R. 8. ex 24. & remanebit productum 4. m. R. 2. in 6. p. R. 2. & hoc nota detrahe igitur 2. p. R. 8. ex 24. fit 22. m. R. duco 6. p. R. 2. in 4. m. R. 2. fit 22. p. R. 32. m. R. 72. sed 22. p. R. 32. m. R. 72. est 22. m. R. 8. quia detracta R. 32. ex R. 72. relinquitur R. 8. per dicta in capitulo de subtractione surdorum.

116 Si sint duo numeri utpote 24. & 10. & velis diuidere 24. in duas partes in quarum medio cadat 10. in continua proportionalitate, quadra dimidium maioris quod est 12. fit 144. detrahe quadratum minoris quod est 100. remanet 44. cuius R. addita ad 12. & diminuta faciet duos numeros inter quos 10. cadit in medio in continua proportionalitate, & erunt 12. p. R. 44. & 10. & 12. m. R. 44. quare producto 12. p. R. 44. in 12. m. R. 44. fiet quadratum 10. quod est 100. & ita patet quod eadem operatione diuifisti 24. in duas partes quarum multiplicatio tantum facit inuicem quantum minor quantitas in se ducta.

117 Cum fuerint duo numeri quorum maiorem in duas diuidere volueris partes, quarum quadrata iuncta æqualia sint quadrato minoris numeri: tunc detrahe quadratum dimidij maioris à duplo quadrati dimidij minoris, & residui R. iuncta & detracta à dimidio maioris perficiet partes. Exemplum sint 14. & 10. volo diuidere 14. in duas partes quarum quadrata faciant iuncta 100. quod est quadratum 10. diuido 14. fit 7. diuido 10. fit 5. duco 7. in se fit 49. duco 5. in se fit 25. duplico 25. fit 50. detraho 49. ex 50. remanent 1. accipio eius R. quæ est 1. quam addo ad 7. detraho à 7. fiunt partes illæ 8. & 6.

118 Cum aliquis numerus numerat totum numerabit dimidium & quartam partem, & octauam partem, & sic in infinitum, & ita duplum quadruplum octuplum & sic in infinitum: veluti 3. numerat 15. per 5. numerabit & 7.  $\frac{1}{2}$  per 2  $\frac{1}{2}$ : & 3  $\frac{1}{4}$  per 1  $\frac{1}{4}$ : & 1  $\frac{1}{8}$  per  $\frac{1}{8}$ : & ita numerabit etiam 30. per 10. & 60. per 20. quare ex hoc sequitur.

Quod si sint 6. cu. m. 4. ce. æqualia 34. co. p. 24. igitur erunt 6. cu. m. 4. ce. p. 34. co. p. 24. duplum de 6. cu. m. 4. ce. addo igitur 24. ce. communiter, & est addere 12. ce. vnique parti: fiet totum 6. cu. p. 20. ce. p. 34. co. p. 24. hoc autem potest diuidi per 3. co. p. 4. & exeunt 2. ce. p. 4. co. p. 6. quare numerabit 3. co. p. 4. dimidium eius etiam quod fuit 6. cu. p. 8. ce. per dimidium quod est 1 ce. p. 2. co. p. 3. sed 3. co. p. 4. numerant 6. cu. p. 8. ce. per 2. ce. ex suo capitulo: igitur 2 ce. æquantur 1 ce. p. 2. co. p. 3. igitur 1. ce. æquatur 2. co. p. 3. igitur tandem à primo ad vltimum si 6. cu. m. 4. ce. æquantur 34. co. p. 24. erit 1 ce. æqualis 2. co. p. 3. igitur res valet 1. p. R. 4. si igitur 6. cu. æquantur 4. ce. p. 34. co. p. 24. valor rei est 1 p. R. 4. & est 3.

Omnis etiam numerus numerans totum & detractum numerat residuum. veluti si 4. numerat 24. & 16. numerabit etiam residuum quod est 8.

119 Cum volueris diuidere aliquem nume-

Tom. I V.

rum in duas partes ita ut quadrata iuncta cum multiplicatione vnus in alteram faciant aliquem numerum puta 28. tunc quadrata illum numerum qui sit puta 6. fit 36. & ab eo detrahe 28. remanent 8. deinde quadrata dimidium maioris radices id est 6. cuius dimidium est 3. fit 9. ab eo detrahe 8. remanet 1. cuius R. est 1. addita ad 3 facit 4. dempta à 3. facit 2. & ita diuifimus 6. in 4. & 2. quorum quadrata iuncta sunt 20. additâ multiplicatione 2. in 4. fit 8. totum igitur 28.

Cum volueris diuidere aliquem numerum in 4. partes quarum quadrata, sint dupla ad quadrata reliquarum partium: tunc differentia intermediarum quantitatum est æqualis minori quantitati exemplum diuide 15. in 4. quantitates quarum quadratum duarum iuncta sint duplum quadratis reliquarum duarum, tunc vides quod illæ partes sunt 7. 4. 3. 1. & ita quadrata 7. & 1. iuncta sunt 50. & quadrata 4. & 3. iuncta sunt 25. quod est dimidium de 50. igitur differentia 4. & 3. est 1. & 1. etiam est quantitas minor, & hæc regula non tenet nisi in integris & non tenet etiam in conuerfis.

Cum autem volueris diuidere numerum ut quod sit ex ductu R. partium inuicem impleat aliquem numerum, veluti volo diuidere 20. ita quod R. partium inuicem ductæ faciant 8. tunc quadrabis dimidium 20. & est 10. fit 100. à quo deme quadratum 8. quod est 64. remanet 36. cuius R. est 6. quæ addita ad 10. dimidium 20. & detracta facit 16. & 4. numeros componentes 20. quorum R. inuicem ductæ producunt. 8.

Cum volueris diuidere numerum puta 10. ita quod partes inuicem ductæ faciant aliquem numerum, plus suâ radice, utpote 6. p. R. 6. multiplica dimidium diuidendi in se quod est 5. in se facit 25. à quo auferes 6. p. R. 6. remanebunt 19. m. R. 6. cuius accipe R. V. & est R. V. 19. m. R. 6. hanc & edda minue à 5. quod est medietas fient dictæ partes 5. p. R. V. 19. m. R. 6. & 5. m. R. V. 19. m. R. 6. & hæc inuicem ductæ faciunt 6. p. R. 6. & iunctæ etiam faciunt 10. & ita in reliquis.

Differentia duorum numerorum diuisa per aggregatum radicum producitur radicem differentia, & è contra: vnde ductis inuicem differentia duarum radicum cum aggregato earundem producitur differentia numerorum, veluti si quis dicat diuide 10. per 3. p. R. 19. respondebis quod exibat R. 19. m. 3. nam 10. est differentia inter 19. & 9. quarum radices sunt R. 19. & 2. igitur diuiso 10. qui est differentia numerorum, per aggregatum R. 9. & 9. & est 3. p. R. 19. prouenit differentia radicum 19. & 9. & est R. 19. m. 3. quare patet exemplum.

Cum volueris diuidere 34. ita quod res-  
dua radicum sint 2. quadrabis 2. fit 4. detrahe ex 34. fit 30. diuido 30. fit 15. multiplica in se fit 225. dimidia etiam 34. fit 17. quadrata fit 289. detrahe 225. ex 289. remanent 64. cuius R. est 8. addita ad 17. dimidium diuidendi & detracta ostendit 25. & 9. partes 34. quarum radices differunt in 2. cumque

F in



in aliqua regula ex omnibus his quæstio ad finem non potest deduci nec in numeris, nec in furdis, tunc talis quæstio est impossibilis quare aduerte.

- 125 Cum volueris diuidere 10. ita quod radices partium iunctæ faciant 4. exempli gratiā: multiplica 4. in se fit 16. detrahe 10. remanent 6. diuide 6. fit 3. multiplica 3. in se fit 9. multiplica etiam 5. dimidium maioris in se fit 25. detrahe 9. à 25. remanent 16. cuius  $\sqrt{16}$  est 4. quæ addita & diminuta à 5. facit 9. & 1. quorum radices iunctæ sunt 4.

- 126 Cum fuerint duæ quantitates à quarum maiore detractis aliquot radicibus, tantum producat quantum additis totidem radicibus minori, tunc numerus productus est medio modo proportionalis, & è contra: veluti capio 25. & 9. & aufero duas  $\sqrt{25}$ . & sunt 10. remanent 15. & adde duas  $\sqrt{9}$ . ad 9. fit 15. igitur 9. & 25. sunt habentia 15. medio in continua proportionalitate, & ita 4. & 10. & 25. sunt continuè proportionalia, & idem 10. est 3.  $\sqrt{10}$  de 25. & 3.  $\sqrt{9}$  de 4. nam  $\sqrt{25}$  est 5. & triplum est 15. detractum à 25. remanent 10. &  $\sqrt{10}$  est 2. triplum est 6. additum ad 4. facit 10.

- 127 Et ponamus quod diuidam aliquem numerum puta 12. in 8. & 4. gratiā exempli, ex quorum diuisione mutua prodeunt 2. &  $\frac{1}{2}$ : nam 8. diuisum per 4. producit 2. & 4. diuisum per 8. producit  $\frac{1}{2}$ : deinde accipe quemuis numerum utpote 40. dico quod aggregatum ex quadratis partium prioris numeri id est 4. & 8. & est 80. diuisum per aggregatum prouentuum quod est  $2\frac{1}{2}$ : & est 32. nam diuiso 80. per  $2\frac{1}{2}$  exit 32. dico igitur quod proportio 40. numeri assumpti ultimo ad ipsum 32: est veluti aggregati prouentuum 40. diuisi per 8. & 4. & est 15. ad primum numerum qui fuit 12. nam 40. ad 32. est sexquiquarta sicut 15. ad 12.

- 128 Cum diuideris utpote 20. per 4. erit 5. & similiter multiplicato 20. per 4. fiunt 80. dico quod tantum faciet ducere 5. in 80. quantum 20. in se: nam utroque modo producit 400. & similiter tantum faciet diuidere 80. per 5. quantum ducere minorem quantitatem in se nam utroque modo prouenit 16.

- 129 Si duæ quantitates vnam multiplicent aggregatum vero productorum ab illarum producto diuidatur, erit prouentus adueniens æqualis aggregato prouenientium ex illa quantitate diuisa per ambas: veluti habeo 5. & 3. quos multiplico in 7. fiunt 56. prouenienti iuncta deinde multiplico 3. in 5. fiunt 15. diuido 56. per 15. exeunt  $3\frac{11}{15}$ : & tantum proueniet diuiso 7. per 3. & per 5. & iunctis prouenientibus nam diuiso 7. per 3. exit  $2\frac{1}{3}$ : & diuiso 7. per 5. exit  $1\frac{2}{5}$  qui iuncti faciunt  $3\frac{11}{15}$ .

- 130 Cum aliquis numerus in seipsum cubicæ ducitur, tantum fit quantum ex partibus suis cubicæ ductis, atque vtraque earum in alterius quadratum semel, & in superficiem vnius in alterum bis: vnde manifestum est cubum totius æqualem esse cubis ambarum partium & ductui ytriuf-

que partis in alterius quadratum triplicato, veluti fit 10. cuius cubus est 1000. & diuidatur 10. in 7. & 3. deinde cubetur 7. fit 343.

| 10   1000 |     |           |
|-----------|-----|-----------|
| 7         | 7   | Partes    |
| 343       | 27  | cubi      |
| 49        | 9   | quadrati  |
| 3         | 7   | Partes    |
| 147       | 63  | productum |
| 441       | 189 | triplum   |
| 343       |     |           |
| 27        |     |           |
| 441       |     |           |
| 189       |     |           |
| 1000      |     | Summa     |

cubetur 3. fit 27. iunge fiunt 370. deinde quadra 7. fit 49. multiplicata per 3. fit 147. triplica fit 441. adde ad 370. fiunt 811. deinde quadra 3. fit 9. duc in 7. fit 63. triplica fit 189. adde ad 811. fiunt 1000. præcisè.

Ex hoc patet quod cubus numeri maioris superat cubum minoris in cubo differentiarum, & triplo eius quod fit ex quadrato differentiarum in minorem numerum & quadrato minoris numeri in differentiam.

Cubus medietatis alicuius numeri excedit productum ex maiore parte illius numeri in quadratum partis minoris, in eo quod componitur ex minore in quadratum differentiarum & differentia in quadratum dimidij, exemplum diuido 10. in duas partes æquales & fit 5. & duas inæquales & sint 7. & 3. dico quod cubus 5. & est 125. excedit productum 7. in quadratum 3. quod est 9. & est 63. in producto differentiarum quæ est 2. in quadratum dimidij quod est 25. & fit 50. & producto minoris partis quæ est 3. in quadratum differentiarum quod est 4. & est 12. nam 50. & 12. faciunt 62. quæ iuncta cum 63. faciunt 125. & ita in aliis.

Cubus medietatis exceditur à producto minoris partes in quadratum maioris, ab eo quod fit ex differentia in quadratum medietatis, detracto eo quod fit ex maiore parte in quadratum differentiarum, igitur cubus medietatis cum eo quod fit ex quadrato medietatis in differentiam, æquatur producto minoris partis in quadratum maioris, & ex maiore in quadratum differentiarum veluti 7. in se facit 49. & 3. in 49. facit 147. & 7. in 4. quod est quadratum differentiarum facit 28. adde ad 147. fit 175. & tantum est cubus 5. & est 125. cum eo quod fit ex quadrato 5. in differentiam, quadratum 5. est 25. in 2. facit 50. additum ad 125. fit 175.

Cubus omnis medietatis æquatur producto partium inæqualium inuicem & in medietatem cum eo quod fit ex medietate in quadratum differentiarum veluti diuido 10. fit 5. item in partes inæquales fit 7. & 3. multiplico 7. in 5. fit 35. in 3. fit 105. & multiplico differentiam in se fit 4. & post multiplico 4. in 5. fit 20. adde ad 105. fit 125. & tantum est cubus 5.

Cum



135 Cū fuerint 3. numeri quorum primus sit maior secundo & volueris primum diuidere per talem numerum vt exiens aequetur tertio numero addito ei quod prouenit diuiso secundo per eundem diuisorem veluti sit 36. primus numerus 4. secundus 16. tertius volo diuidere 36. per talem numerum vt exiens aequetur 16. & ei quod prouenit diuiso 4. per eundem diuisorem tunc detrahe 4 secundum numerum ex 36. primo remanent 32. diuide 32. per 16. exit 2. numerus quaesitus nam diuiso 36. per 2. exit 18. & diuiso 4. per 2. exit 2. qui additi ad 16. faciunt 18.

136 Omnium duorum numerorum excessus quadrati maioris ad quadratum minoris tantus est quantus est numerus productus ex aggregato illorum differentiam eorundem veluti capio 7. & 4. quadratorum differentia est 33. nam quadratum 7. est 49. & quadratum 4. est 16. quorum differentia est 33. dico igitur quod 33. producit ex aggregato 7. & 4. & est 11. in differentiam 7. & 4. & est 3. nam 3. in 11. facit 33. & ita de aliis.

## CAPVT XLIII.

## De Mysticis numerorum proprietatibus.

**S**unt & diuinae quaedam numerorum virtutes religione ac rerum ipsarum ordine celebratae, quas qui intelligit ad arcana Hierarchiarum celestium diuina Dionysij Areopagitae enarratio explicari poterit: in genere autem sacri Codices hos celebrant numeros: In primis unitatem prout superius explicauimus post. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 20. 21. 22. 24. 25. 30. 36. 40. 42. 46. 50. 60. 72. 77. 80. 84. 99. 100. 112. 120. 150. 153. 200. 300. 400. 500. 600. 666. 1000. 10000. 12000. 100000. 144000. 1000000. 10000000. Omnes autem numeri sunt 34. quos non ab re scire puto non solum ob Sacra Paginae intellectum & diuinæ Maiestatis reuerentiam, sed etiam ob futurorum reuerentiam cognitionem cum singula propria habebant significata 1. Deum propriae ostendit atque quae ex eo fidem, Baptisma, congregationem, pacem. 2. mandata, fœdus, Christi naturam: diuisionem bonorum & malorum 3. Diuinas personas, leges diuinam, moralem, naturalem, Christi mysteria & perfectionem omnem nam eo comprehenduntur principium medium finis futurum praesens praeteritum dimensionis & animae sufficientia. 4. in praefigurationibus Euangelistarum & sacri Codicis mysteriis tribuitur finem etiam nostrum quantum ex 4. coalescimus elementis, & in illa redimus, plagas etiam orbis. 5. in Moyses perfectione, in vulneribus Christi: 6. ea feriâ creatus mundus, Christus passus, eâ ætate in mundum venit: vitæque humanæ cursus demonstratur. 7. dona Spiritus sancti requiem & sabbatum vetus Testamentum & vniuersalem Ecclesiam. 8. futuræ resurrectionis ostendit

Tom. I V.

die mysterium, & beatitudinem. 9. ordines Hierarchiarum, & Christi passionem, & imperfectionem significat, quantum à denario deficit. 10. perfectionem signat, vnde numerus fuit praceptorum, & complementum ordinum celestium ostendit, vnde decima dragma humanum genus redimendum declaratur. 11. defectum & prauaricationem legis, & vocatos ad diuina nouissime praesignat. 12. Apostoli, Patriarchae, Principes, fontes, lapides à Iordane sublatis in altari positi: Prophetæ iudicium sedebunt enim iudicaturi 12. domus Israël: vnde etiam cophinorum numerus superfuit in testimonium. 13. apparitionem Domini notat, Stella enim eo die apparente Magi adorauerunt. 14. Passionem Christi ex immolatione Agni, decima quarta Luna Aduentum Domini in carne, & duplicata Spiritus sancti dona ostendit. 15. Ascensionem ad diuina ex gradibus in canticis Psalmorum, perfectionemque vitæ huius & complementum vtriusque Testamenti in Passione Domini. 16. Prophetas completitur omnes, 4. maiores qui sunt Elaias, Hieremias, Ezechiel, Daniel, & 12. vocatos minores & choros merito Sanctorum vtriusque Testamenti. 17. lauerum baptismi ex Noë figura diluuij. 18. perfectionem operum in triplici statu. 20. geminam gratiam mandatorum Dei ex dilectione cum charitate, vt in Iacob ad labiam designatur. 21. trium hebdomadam Danielis mysterium ostendit, subsidium diuinæ bonitatis post praeteritas calamitates. 22. cognitionem perfectam diuinæ Scripturae, nam totidem libris Testamentum vetus absoluitur. 24. mysteria superna ex laudantibus senioribus indicat, absolutusque numerus est vtriusque Testamenti sapientes ostendens. 25. Apostata à fide cognoscuntur vt Ezechielis. c. octauo. at 30. vitam connubiale sanctam attestatur, & maturam perfectionem operum, & preciosam Christi venditionem insinuat. 38. imperfectam & languidam charitatem erga Deum, & homines, ostendit, infirmamque fidem vnde Placitus 38. annis ad Piscinam sedebat. 40. omni expiationi accomodat, Ieiunio, poenitentiae, vnde Quadragesima etiam ab hoc dicta, & omnia quibus expiatio fieri solet Quadragesimo absoluntur vt etiam sic pestis contagione suspectos perfectis diebus 40. absoluamus 40. annis Propheta fletum commemorat quasi expleto iam expiationis tempore tempus liberationis à Domino iure debeat impetrari. 42. peregrinationem vitæ huius & seculi generationes & longanimitatem Dei in praefrendis peccatis nostris ostendit: eò delata Ierosolyma vt in praefiguratione Leonum ostensum fuerat per Helisæum in Betel. 46. ædificationem Templi ex qua incarnatio ac generatio Christi designabatur nam 6. in 46. faciunt dies 276. at 50. est relaxationis. Vnde Iubilæus eo anno statuitur: plenissimamque quietem à resurrectionis die: promulgationem etiam Dei mandatorum ostendit 60. est viduorum designatrix vt in parabola seminis & perfectam mandatorum Dei custodiam demonstrat, constat enim ex. 10. ac. 6. multiplicatis. 72. Discipulorum Christi numerus non

F. 2

absque



absque mysterio, nam ut per superbiam in 72. linguas sermo in Babel diuisus est, ita per unitatem fidei 72. Discipulis linguarum facta est unitas, & cum innumeri legantur 70 viros electos quibus Deus spiritum infunderet ac 70. palmæ Discipulorum præfiguratrices, nihil hoc moueat cum veteris Testamenti imperfecta sit quædam imago, eius quod in nouo per gratiam perfici debuit. 77. summam peccatorum multitudinem & immensam diuinæ misericordiæ testimonium figurat. 80. Circumcisionem antiquæ legis. 83. etiam illius Sacerdotium designat. 99. iustorum numerum quemadmodum in parabola ouium præfiguratur: vnde peccatorum iustificationum adiecta prædita oue numeri perfectio in 100. ostenditur: per quem etiam virginis candor 112. post Resurrectionis redemptionem æternæ latitiæ ac beatitudinis imago est: vnde etiam Psalmus ille iugiter Dominum à pueris edocet laudandum 120. non vitæ omnino sed potius poenitentiae expectatio est: vnde ad Noë non spiritum ultra id temporis in carne dimissum promittit: fuit enim antequam fieri archa inciperet ad Noë admonitio hæc: porro arca 100. annis perfecta est: ut consummatio operum humanæ vitæ & mutatio seculi per hoc ostenderetur: est & in 120. complementum humani mysterij, cum ad diuinam conuertitur: 120. annorum mortuus Moses, & in 120. homines primo cecidit Spiritus sanctus: tanta fuit altitudo Templi: habet enim perfectionem in utroque Testamento cum ex naturali numerorum serie ad 15. vsque confurgat: mysterium etiam 150. psalmorum coarctatione, probat: & absolutionis peccatorum, tot enim diebus terra diluta à diluio fuit 153. sanctam electorum Ecclesiam piscatione præfigurat 200. perfectionem omnem naturalis sapientiæ ostendit 300. crucis mysterium per thau designat: & liberationem ac victoriā per Gedeon demonstratam per Christū expletam volunt: & quidam per 318. Abrahamæ vernaculos Niceni Concilij quo hostilis hæresis fusa est designari, nam in eo totidem fuere Episcopi 400. duram seruitutem 500. quietis perfectionem figurat 600. completam humanorum operum seriem atque ultimam perfectionem comonstrat sed 666. numerus totius perfectionis postquam Pseudo-propheta regnare ostenditur Maumethes, vnde Apocalypsis decimo tertio numerus enim hominis est & numerus eius 666. verum dices Maumethes anno salutis 621. legem promulgauit anno 634. mortuus est potius ut in secundo astronomicarum lucubrationum demonstratum est anno salutis 619. & mortuus est sexcentisimotrigesimosecundo at plurimi existimant eum 63. vitæ anno vita functum: cum sexcentisimotrigesimosecundo annorum esset 34. erit igitur ut 63. annus vitæ Maumethi sit 661. aut secundum Euangelistam, igitur numerus perfectus pro imperfecto supponitur, aut ut ibidem dicitur hic sapientia est, quod habet intellectum computet numerum bestię, sed de hoc in Christi, vita plenius differemus suo loco: satis nunc sit per bestiam Maumethem hoc certo argumento demon-

strari: viuumque Prophetiæ spiritum tam euidenti euentu fidei nostræ fundamenta probare: ac librum illum Euangelistæ Ioannis esse genuinum. 1000. consummatam felicitatem & sæculi huius plenitudinem ac quasi solidam refert, est enim cubus 10. significat & temporum plenitudinem, vnde in Psalmis quod mandauit in mille generationes, copiosam etiam multitudinem & indefinitum numerum signat ac magnitudinem diuinæ potestatis, nam mille anni sicut dies hesternæ.

Ut in Psalmis: caducam etiam nostram elationem paruifacit 10000. numerus exercitus est finitus: pro in determinata cœlestium agminum multitudine 12000. sacratus numerus electorum ex stirpe Abraham siue etiam Testamenti veteris sanctos, vnde duodecies congestus 144000. quasi numeratorum ostendit, quorum comparatione noui Testamenti infinita multitudo esse prohibetur, vnde ait post hoc vidi turbam magnam &c. 100000. verò & 1000000. numeri sunt maxime multitudinis ac perfectionis, porro secundus mille quadratus est, vnde multiplicatam & completam perfectionem designat primus autem 10. constat miriadibus, ut infinitam illam multitudinem certâ perfectione adhuc multiplicatam esse cognoscamus 100000000. autem & 1000000000. maximam & extremam indicant potestatem, verum ultimus solidam atque perfectam: nam mille millia millium: millenarij cubus sunt: atque ex vno, decem litteris tanquam perfectis, triplicatâ perfectione perfecti per unitatis simplicitatem, & numeri quandam humanam incomprehensibilitatem, vniuersa in Deo constare comprehendique ostendit: & sicut posteriores nouem litteræ ad primam comparatæ per se nihil sunt quæ à Deo ipso prodeunt quamquam immensam eius bonitatem maximam, & multitudinem & perfectionem ostendant, eius attamen comparatione nihil omnino sunt ac sine omni priuatâ virtute ad eius tantum ornamentum constituta creduntur ut quæ unitate fuerat simplicissima Deitas, comparatione omnium aliorum infinita etiam esse cognoscatur.

Porro cum numerum inter hos maximos imperfectum videris perditorum multitudo ostenditur, quemadmodum ex occisis in castris Senacherib, & in pestilentia Dauidica præfiguratum est, nam sicut iustorum ordo est atque constitutus numerus ita perditorum inconstans & inordinata multitudo. Habent & numeri quos diximus ab unitate ad 150. Psalmos, non solum ad numeri naturam correspondentes ac coarctatos, veluti centesimus duodecimus Psalmus 112. numeri significationi conformis sit, verum & ad impetranda à Deo postulata singularem gratiam habere creduntur: ut etiam scripsit Athanasius, verum quia de conformitate ac similitudine à Cassiodoro descripta, sunt licet non tam vtilia euidentiora tamen sunt, & fidei nostræ simul Arcanum magnum atque testimonium.



C A P V T X L I V.

*De Irrationabilibus quantitatibus.*

**E** Scilicet autem linea rationalis actu atque potentia ut 10. & omnis alius numerus R. autem 10. & omnium numerorum non quadratorum est irrationalis actu: attamen potentia rationalis. Irrationalis autem potentia & actu est R. R. 10. & plerumque quantitates binomiales ut R. 3. p. R. 2. non tamen omnes nam R. 8. in. R. 2. potentia rationalis est, quoniam eius quadratum est R. 4. quod est 2. rationale.

Cum autem numerus his conformis est lineis, eisdem sumit proprietates, cumque aliquis numerus in se ducitur quadratumque medietatis adiungitur, totius vero aggregati  $Re.$  excipitur, ac ab ea dimidium numeri aufertur, quod relinquitur est maior pars numeri secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisi. veluti  $10.$  quadratum est  $100.$  quadrata medietatis  $25.$  adde ad  $100.$  fit  $125.$   $Re.$   $125.$   $m.$   $5.$  est maior pars  $10.$  diuisi secundum aliam proportionem, minor inuenitur facta commutatione veluti hoc modo detractum  $125.$   $m.$   $5.$  ex  $10.$  in per capitulum detractum manet  $15.$   $m.$   $Re.$   $125.$  sunt igitur ex differentia illius diuisionis data  $10.$  &  $15.$   $Re.$   $125.$   $m.$   $5.$  &  $15.$   $m.$   $Re.$   $125.$  tres quantitates continuæ proportionales, quarum duæ minores iunctæ faciunt  $10.$  & sequitur etiam ex regula quod maior quæ est  $15.$  ducta in minorem quæ est  $15.$   $m.$   $Re.$   $125.$  tantum facit quantum media in se ipsam. poterat tamen inueniri ex algebra, sed hic modus est ei proprius.

Cum igitur addita fuerit maior portio toti  
lineæ adhuc numerus erit diuilius eadem pro-  
portionē, ſicut quod fuerat totum portio  
maior, & additum minor, exemplum ad-  
dō à 10.  $\frac{25}{100}$ . m. 5. fiet 5.  $\frac{5}{100}$ . di-  
uiliſ eo modo cum portio maior erit 10. &  
minor  $\frac{5}{100}$ . m. 5. unde ductis 5.  $\frac{5}{100}$ .  
in 5. 100. m. 5. fiet præciſe 100. quod eſt  
quæſitum. & ita hæc additio procedit  
in infeſtionē.

Quod si maiori parti dimidium totius addatur quadratum compositum erit quincuplum ipsi quadrato dimidi, veluti in prima diuisione ex illo 5. 12. 125. n. 5. fit 25. 125. cuius quadratum medietatis, & verificatur etiam conuersum huius.

5 Quid si minori portioni quantum est  
dimidiam maiore adiciatur erit quadratum  
compositi quincuplum quadrato dimidii maio-  
ris portioni, et in exemplo minor portio  
sit 15. m. R. 125. adde ei dimidiam ma-  
ioris sit 15. m. R. 125. p. R. V. 37.  $\frac{1}{4}$  m.  
R. 781.  $\frac{1}{4}$  ex eadem multiplicatione fiet ne-  
cessario etiam per dicta de proportionalibus  
quantitatibus quincuplum quadrati R. V.  
37.  $\frac{1}{4}$  m. R. 781.  $\frac{1}{4}$  operate prout docui.

Et etiam erit quadratum totius cum qua-  
drato minoris partis triplum quadrato ma-  
ioris partis fac totum 16. quadratum

Tom. IV.

100. minor pars 15. m. R. 125. quadratum  
350. m. R. 112500. igitur totum 450. m.  
R. 112500. igitur quadratum maioris partis  
erit 150. m. R. 12500. quod triplicatum fa-  
cit 450. p. R. 112500. quod si rationalis li-  
nea diuidatur secundum hanc proportionem  
fiet utraque portio tam maior quam mi-  
nor irrationalis ex speciebus residui.

In inuentione autem aliarum irrationalium & sunt binomiorum genera 6. residuorum totidem medialis maior & minor duo bimedialia & duo residua potens in rationale & mediale & potens in duo medialia & duo residua quæ sunt 23. sequi debes capitulum suum & idem ponam vnum exemplum nam non intelligenti plura nihil proficient intelligenti autem vnum sufficit nam non queruntur nisi ad scientiam contentorum in Euclide in 10. lib. at ibi Theorica earum habetur, practica hinc vnico colligitur exemplo.

Si fuerit binomii longior portio breuiore  
potentior augmento quadrati, lineæ eidem  
longiori communicantis in longitudine fue-  
ritque breuior ipsa posita rationali commu-  
nicans vocabitur binomium secundum re-  
quiruntur igitur ad hoc vt sit binomium se-  
cundum conditiones tres, nam in diffini-  
tione vniuersali binomij data in proportione  
30. decimi dixerat binomium ex duabus po-  
tentia tantum rationalibus comunicantibus  
constare, Quæro igitur numerum quadra-  
tum quid sit 4. aufero vnitatem fit 3. duco  
4. in 3. fit 12. igitur 12. constat ex quadra-  
to 3. qui est 9. & residuo ad quem 12. se-  
habet sicut quadratus 36. ad quadratum 9.  
erit igitur 3. 12. p. 3. binomium secundum  
& eius maior portio 3. 12. Et minor 3 nam  
minor est rationalis quia numerus, & ma-  
ior rationalis potentia tantum & potentior  
minore in quadrato 3. 3. commensurabili  
3. 12. cum conditionibus suis.

Circa autem has irrationales advertendum est quòd ex quantitate rationali ducta in irrationalem semper producitur quantitas irrationalis.

Quodd si ducatur primum binomium in  
numerum vel non ducatur  $\frac{p}{2}$ . erit bino-  
mium.

Et  $R_2$ . binomij secundi per se vel ducti in numerum erit bimediale primum, ducamus igitur 3. in  $R_2$ . 12.  $\bar{p}$ . 3. & fiet  $R_2$ . 108.  $\bar{p}$ . 9. igitur erit  $R_2 R_2$ . 108.  $\bar{p}$ . 9. bimediale primum vel etiam  $R_2 R_2$ . 12.  $\bar{p}$ . 3.

Et similiter  $\beta$ . tertij est bimediale secundum.

Et ita linea maior est  $\frac{3}{2}$ . binomij quar- 12  
ti.

Et potens in rationale & mediale est  $\sqrt[5]{2}$  3  
binomij quinti.

Et potens in duo medialia est  $\alpha$ . binomij 14  
sexti.

Et similiter diuifo quadrato binomij per 15  
lineam rationalem, adueniet binomium  
primum ex conuerfione igitur cum inuentio  
binomiorum facilis fit non erit difficilis alia-  
rum quinque irrationalium inuentio.

Omnes præterea lineæ cuique ex 27. li-<sup>16</sup>  
neis communicantes ex illo genere existunt  
vnde vnâ habitâ infinitæ habebuntur in-



tellige igitur quod omnis numerus communicans longitudine mediali numero est numerus medialis & ita de reliquis 26.

- 17 Cum igitur residua omnia 11. linearum sint eadem per detractionem qualia illa per coniunctionem nota erunt omnia residua veluti residuum secundum est  $R. 12. m. 3. \& R. 108. m. 7. \&$  ita de aliis.
- 18 Et non est possibile alios numeros residuis adiungere ut fiant in natura in qua erant antequam subtractio fieret.
- 19 Cumque ducitur numerus in residua per ordinem aut non ducitur  $R. p$ roductorum est residuum in ordine binomiorum residui primi residuum absolute, secundi residuum mediale primum tertij residuum mediale secundum quarti linea minor, quinti linea vel numerus qui cum rationali componit mediale, sexti numerus qui cum mediali componit mediale, & ita 9.  $m. R. R. 108.$  erit residuum mediale primum & ita etiam diuisis productis per lineas rationales vel numeros exeunt residua sub ordine dicto.
- 20 Sunt etiam omnes hæ lineæ 26. demptâ lineâ diuisâ secundum proportionem habentem medium & duo extrema omnino inuicem incommunicantes atque ita constitutæ ut nulla sub alterius ordine constituatur veluti binomium non potest esse residuum nec binomium secundum nec linea medialis. Et nota quod ex binomiorum exemplis colligitur Fratrem Lucam non sua sed aliena scripsisse, atque non probè intellecta ex quibus longè maior difficultas ex sua declaratione adducitur quàm in textu Euclides puro habeatur.
- 21 Cum fuerit datus numerus & volueris eo supposito latera trigoni quadranguli exagoni decagoni & pentagoni inuenire pone quod sit diameter & sit exempli gratiâ 10. diuide per æqualia & fit 5. latus exagoni.
- 22 Item duc in seipsum 10. fit 100. diuide fit 50. &  $R. 50.$  est latus quadrati.
- 23 Item duc 10. in se fit 100. duc 5. in se fit 25. detrahe à 100. fit 75. &  $R. 75.$  est latus trigoni.
- 24 Item diuide 5. in  $2\frac{1}{2}$  & quadra vtrumque, & fiet totum  $31\frac{1}{4}$  à quo detracto  $2\frac{1}{2}$  fiet  $R. 31\frac{1}{4} m.$   $2\frac{1}{2}$  latus decagoni & hoc non est nisi diuidere semidiametrum secundum proportionem habentem medium & duo extrema.
- 25 Vltimò quadra latus decagoni fiet  $38\frac{1}{2} m.$   $R. 312\frac{1}{2}$  cui adde quadratum semidiametri quod est 25. fit  $63\frac{1}{2} m. R. 312\frac{1}{2}$  cuius  $R.$  est latus pentagoni, videlicet  $R. V. 63\frac{1}{2} m. R. 312\frac{1}{2}.$
- 26 Circumferentiam habebis ut Archimedes docuit inter duas proportionem 22. ad 7. minorem, & maiorem tripla & 10. septuagesimis primis, Ita enim inuenit eam Archimedes & ita posita diametro 10. habebimus latera hoc modo & periferiam.
- Diameter 10. periferia inter  $31\frac{1}{2}$  &  $31\frac{29}{71}$  trigonus  $R. 75.$  exagonus 5. quadratum  $R. 50.$  decagonus  $R. 31\frac{1}{4} m. 2\frac{1}{2}$  pentagonus  $R. V. 63\frac{1}{2} m. R. 312\frac{1}{2}.$  latera habent, vnde per regulam 3. supposita dia-

metro quantum vis reliqua sex subito inuenies.

Et similiter suppositâ diametro sphaeræ 27 10. duc in se fit 100. diuide erit 50. eius  $R.$  est latus octocedri.

Item diuide 100. per 3. exit  $33\frac{1}{3}$  eius 28  $R.$  est latus cubi.

Duplica etiam  $33\frac{1}{3}$  fit 66.  $\frac{1}{3}$  eius  $R.$  est 29 latus tetracedri.

Diuide etiam 100. per 5. exit 20. detrahe radicem à 10. fit 10.  $m. R. 20.$  cuius dimidium est 5.  $m. R. 5.$  quadra fit 30.  $m. R. 500.$  adde 20. fit 50.  $m. R. 500.$  eius  $R. V.$  est latus ycocedri.

Diuide etiam  $R. 33\frac{1}{3}$  secundum proportionem habentem medium & duo extrema & erit eius portio maior  $R. L. 41\frac{2}{11} m. R. 8.$   $\frac{1}{3}$  latus duodecedri.

Diameter sphaeræ 10. latus tetracedri  $R. 66.$   $\frac{2}{3}$  latus octocedri  $R. 50.$  latus cubi  $R. 33\frac{1}{3}$  latus ycocedri  $R. V. 50. R. 500.$  latus duodecedri  $R. L. 41\frac{2}{11} m. R. 8.$   $\frac{1}{3}$  Ex his apparet quod latus ycocedri est linea minor & duodecedri residuum vnâ igitur ex his 6. lineis inuenta reliquæ per regulam trium haberi poterunt.

Et scias quod numeri propinqui diuisioni secundum proportionem habentem medium & duo extrema augentur in infinitum semper appropinquando magis proportionaliter seruata differentiâ vnitatis veluti primo. 3. & 2. adde 2. ad 3. fit 5. ad 3. adde 3 ad 5. fit 8 ad 5 adde 5. ad 8 fit 13. ad 8. adde 8 ad 13. fit 21 ad 13. adde 13 ad 21 fit 34. ad 21. vnum duc 34. in 13. fit 442. duc 21. in se fit 441. componitur autè 34. ex 21. & 13.

## C A P V T XLV.

### De Regula trium quantitatum.

**H**æc vulgo dicitur regula del 3. & est clavis mercatorum.

Et fundatur in Euclide cum enim fuerint 1. 4. quantitates quarum. proportio primæ ad secundam sit ut tertiæ ad quartam quod fit ex secunda in tertiam est æquum ei quod fit ex prima in quartam, igitur diuiso eo quod fit ex secunda in tertiam per primam exhibit quarta exemplum si massa argenti ponderis 70. librarum venit 400. aureis quantum veniet massa 100. librarum primus terminus est 70. libræ secundus terminus est 400. aurei tertius terminus est 100. libræ quartus terminus est pretium quod quaeritur ducto igitur secundo in tertium & diuiso per primum exhibit pretium quaesitum, duc igitur 400. in 100. fit 40000. diuide per 70. exit pretium aureorum  $571\frac{3}{7}.$

Cum autem fuerit proportio primi ad secundum veluti tertij ad quartum siue Geometrica siue Arithmetica, exit proportio primi ad tertium sicut secundi ad quartum & dicitur permutata ut 6. ad 4. sicut 15. ad 10. igitur 6. ad 15. veluti 4. ad 10. & in Arithmetica 8. ad 6. veluti 12. ad 10. igitur 8. ad 12. veluti 6. ad 10. & similiter erit conuerso modo secundi ad primum veluti quarti ad tertium ut 6. ad 4. veluti 15. ad 10. igitur



# De Regula trium quantitatum. 67

10. ad 15 vt 4. ad 6. & similiter in Arithmetica: & erit etiam coniuncto modo primi & secundi ad secundum veluti tertij & quarti ad quartum vt 6. & 4. sunt 10. ad 4. sicut 15 & 10. quæ sunt 25. ad 10. & similiter euerso modo vt coniuncti 6. & 4. ad 6. ita 15. & 10. ad 15. vtraque enim proportio superbi partiens tertias, & similiter diuisim primi ad secundum veluti tertij ad quartum igitur primi vel secundi ad residuum secundi & primi, sicut tertij vel quarti ad residui tertij & quarti veluti 6. ad 4. veluti 15. ad 10. igitur 6. ad 2. quod est residuum de 10. & similiter 4. ad 2. sicut 10. ad 5. & conuerso modo in omnibus: & similiter Arithmetice: verum Arithmetica proportio in inuentione quarti termini non tantum sexto etiam erit proportio aggregati primi & secundi diuisi per alterutrum licet aggregati tertij & quarti diuisi per alterutrum, & etiam consimiles proportionibus primis veluti aggregatum 6. & 4. est 10. & 15. & 10. est 25. diuide 10. per 4. exit  $2\frac{1}{2}$  & per 6.  $1\frac{1}{3}$  quorum proportio est sexquialtera vt 6. ad 4. & similiter diuiso 25. per 10. exit  $2\frac{1}{2}$ : & per 15. exit  $1\frac{2}{3}$  igitur exeuntia sunt eadem & in eadem habitudine sexquialtera: & si diuiseris exeuntium congregata per alterutram partem, exhibunt idem proportionem, veluti congregata  $2\frac{1}{2}$  &  $1\frac{2}{3}$  sunt  $4\frac{1}{3}$  per  $2\frac{1}{2}$  etiam exeunt  $1\frac{2}{3}$  & diuisa per  $1\frac{2}{3}$  exhibunt  $2\frac{1}{2}$  quæ sunt æqualia primis exeuntibus erunt igitur 7. hæc regula obseruanda quibus primus secundus tertius quartus terminus mutant locum & nomen: semper autem ex secundo in tertium ducto diuisoque per primum exhibit quartus.

Anin aduerte igitur vsum regulæ ipsius multiplicem fore primo cum dicimus si ex hoc prouenit illud puta ex 6. prouenit 4. quid proueniet ex 10. tunc modus est simplex & remanet 6. primus terminus 4. secundus 10. tertius quare sequere regulam.

Secundus modus est cum dicis si 6. prouenit ex 4. ex quo proueniet 10. hic modus est conuersus primo & fit 4. primus terminus, 6. secundus prouentus tertius terminus, & 10. quartus igitur ducto quarto qui est 10. in primum qui est 4. fit 40. diuiso per 6. secundum terminum exhibit 6.  $\frac{2}{3}$  pro tertio, nam sicut ducto primo in quartum diuiso per secundum exit tertium ita ducto primo in quartum & diuiso per tertium exit secundus & ducto secundo in tertium & diuiso per primum exit quartus & ducto secundo in tertium & diuiso per quartum exit primus terminus, igitur hic modus est conuersus primo modo.

Tertius modus est cum dicimus si exhibetur 4. a quo proueniet 10. tunc 6. est terminus primus & 4. secundus & prouentus tertius & 10. quartus due 10. quantum in 6. primum fit 60. diuide per 4. secundum exhibunt 15. pro tertio termino, & est prouentus quartus est huic conuersus vt si dicant si 6. producit 4. quod producit 10. exit 4. terminus primus 6. secundus 10. tertius due secundum in tertium fit 60. diuide per primum fit 15. terminus

quartus nota igitur quod actiuum producat semper in impari locatur loco: productum vero vel passiuæ significatum in pari loco videlicet in secundo vel quarto & semper multiplicatio fit ex passiuo vno in actiuum alterius & diuiditur per terminum reliquum notum, quod prouenit est terminus ignotus.

His perfectè intellectis non est difficile omnia per hanc regulam solubilia dissoluere veluti si quis dicat vendo rem hanc denariis 10. lucratus sum 15. pro 100. quaro quanti venit, dic per coniunctam ex pretio vendidi 10. & prouenit ex 100. aggregatum quod est 115. igitur ducto 10. in 100. fit 1000. diuisum per 115. exit  $8\frac{16}{23}$  probatio autem fit per partes proportionales: dicendo si 100. fit 115. hoc enim est lucrum 15. pro 100. crescit decima parte & vigesima sui, nam 10. est decima pars 100. & 5 est vigesima pars, adde igitur decimam partem  $8\frac{16}{23}$  quæ est  $\frac{4}{5}\frac{8}{115}$ , & vigesimam quæ est  $\frac{2}{5}\frac{4}{115}$  fiet totum addendum  $1\frac{35}{115}$ , & sunt  $1\frac{2}{23}$ , addita ad  $8\frac{16}{23}$  fiunt 10. præcisè quod erat probandum.

Et similiter dixit quis vendebam 3. pro 4. lucratus sum 10. pro 100. si venderem 5. pro 6. quod fiet, dices igitur fit  $\frac{4}{3}$  facit 110. quod faciet  $1\frac{6}{5}$  duc igitur 110. in  $1\frac{6}{5}$  & fiet 132. diuide per  $\frac{4}{3}$  & est multiplicare per 3. & diuidere per 4, exit 99. & quia capitale supponitur 100. igitur si fit 99. prodit vnâ pro 100. vel sic & redit da idem si ex  $\frac{4}{3}$  fit 110. quid fiet ex  $\frac{6}{5}$  duc 6. in 3. fit 18. pro termino secundo & 110. pro tertio & duc 4. in 5. fit 20. pro quarto duc 18. in 110. fit 1980. diuide per 20. exit 99. & est idem & ita nihil in hac causa proponi poterit quod non facilius soluat intellexis terminis actiui & passiu cum 7. modis variationum.

$$\begin{array}{r} 10. \quad 15. \quad 100. \\ 10. \quad 100. \quad 115. \\ 115. \quad 100. \quad 10. \\ \hline 100 \\ 10 \\ \hline 1000 \\ \hline 115 \\ 8 \frac{16}{23} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{modus primus} \\ \frac{4}{3} \times 110 \frac{6}{5} \\ \hline 110 \\ \frac{6}{5} \\ \hline 132 \\ \frac{4}{3} \\ \hline \text{modus secundus} \\ \frac{4}{3} \times \frac{6}{5} \\ \hline 20 \quad 110. \quad 18 \\ \hline 110. \\ 18 \\ \hline 1980 \\ 20 \\ \hline 99 \end{array}$$

## CAPVT XLVI.

### De Regula 6. quantitatum.

**D**iximus de regula 4. quantitatum in veritate quam trium appellauimus vt vitato vocabulo intelligeremur ab omnibus, hanc autem vero nomine non diminuto 6. quantitatum appellauimus quantum non habet vsum nominis alienum hæc vitatur maximè Ptolomæus in almagesto: Heber autem facilius ad 4. reduxit quantitates, & similiter Ioannes de Monte Regio, verum ob hominis reuerentiam, & quantum Heber non postmodum superpleuit in omnibus,







sint & conuersæ totidem erunt duodecim quæ omnino non componentur : compositionem hinc multiplicationem non aggregationem intelligere oportet.

3 Manifestum est igitur quam & irrationalibus quantitatibus hæc ab Alchindo, cuius Auerrois meminit demonstrantur ; sunt autem inter compositionis huius necessaria termini sex & tres proportionēs, quarum una composita & duæ componentēs.

4 Cum autem ex proportionibus duæ cognitæ fuerint, detracta vel aggregata : alia confurgit : exemplum proportio tripla componatur ex dupla & ea quæ est inter a & b. constituo notas in terminis sic  $\frac{12}{11}$  diuido unam per aliam videlicet triplam per duplam exit  $\frac{1}{2}$  quæ notat sexquialteram talis igitur erit inter a & b. quæ sita : nam hinc non utitur aggregatione nec detractioe : sed tantum multiplicatione & diuisione.

5 Cum autem ex terminis fuerint noti unus cum sua proportionē cognoscetur reliquis veluti sit terminus 6. proportio quadrupla quæ sic scribitur  $\frac{4}{1}$  diuido 6. per 4. & multiplico exiens quod est  $1\frac{1}{4}$  ad 1 & fit hoc modo  $1\frac{1}{4}$  terminus alter & fit iterum terminus ille notus 6. proportio  $\frac{1}{2}$  diuido 6. per 5. exit  $1\frac{1}{5}$  duco in 2. fit  $2\frac{2}{5}$  terminus alius.

6 Et cum fuerint termini noti confurgit proportio, veluti 5. & 3. superpone illum alteri cuius proportionē quæris ad alterum veluti si 5. ad 3. hoc modo  $\frac{1}{3}$  si 3. ad 5. hoc modo  $\frac{1}{5}$ .

7 Et cum fuerint noti 5. termini & non cognouerimus proportionem propter difficultatem, nam necessariò scita erit, sed tantum velimus præsupponere cognitum quod proportio componitur ex proportionibus. tunc sciemus etiam sextum terminum hoc modo, constitue terminum ignotum sextum conuertendo per regulas Alchindi, deinde duc tertium in quintum & totum hoc per secundum & quod produciatur diuido per productum primi in quartum & exiit sextum. Exemplum sit proportio 60. ad 10. composita ex proportionē

|                 |          |                |         |
|-----------------|----------|----------------|---------|
| $\frac{60}{10}$ | primus   |                |         |
|                 | secundus |                |         |
| $\frac{15}{5}$  | tertius  | $\frac{6}{3}$  | quintus |
|                 | quartus  |                | sextus  |
| $\frac{60}{10}$ | primus   |                |         |
|                 | secundus |                |         |
| $\frac{6}{3}$   | tertius  | $\frac{15}{5}$ | quintus |
|                 | quartus  |                | sextus  |
| tertius         | 6        |                |         |
| quintus         | 15       |                |         |
|                 | 90       |                |         |
| secundus        | 10       |                |         |
|                 | 900      |                |         |
| primus          | 60       |                |         |
| quartus         | 3        |                |         |
|                 | 180      |                |         |

|          |                |                         |
|----------|----------------|-------------------------|
|          | 900            |                         |
|          | 180            |                         |
| sextus   | 5              |                         |
| primus   | 5              |                         |
| secundus | 6              |                         |
| tertius  | $\frac{15}{3}$ | $\frac{10}{60}$ quintus |
| quartus  |                | sextus                  |
|          | 15             |                         |
|          | 10             |                         |
|          | 150            |                         |
|          | 6              |                         |
|          | 900            |                         |
|          | 5              |                         |
| 900      | $\frac{3}{15}$ |                         |
| 15       | 15             |                         |
| 60       |                |                         |

15. ad 5. & 6. ad 3. nesciam proportionēs propter laborem sed tantum quinque terminos & ignotus sit sextus qui sit puta 5. duco tertium in quintum fit facta transmutatione 90. duco in secundum fit 900. duco primum in quartum fit 180. diuido 900. per 180. exit 5. & hæc est vera operatio in almagesto quantum proportionēs non quærantur sed sufficit scire quantum componitur esset enim operatio tædiosa : quod si nescires primum exempli gratia tu scis quod in quindodecimo modo componitur proportio quarti ad quintum ex proportionē tertij ad sextum & secundi ad primum igitur primus terminus obtinet sextum locum ordinabo igitur sic primum 5. secundum 6. tertium 16. quartum 3. quintum 15. sextum 60. & duco 15. in 10. fit 150. duco in secundum fit 900. duco primum in quartum fit 15. diuido 900. per 15. exit 60. pro sexto termino & primo quæsito ante transpositionem.

Vltimo autem scire oportet quod cum 8 duo termini inuicem æquantur in proportionē tunc sex termini ad 4. reducuntur deductis terminis æqualibus exemplum sit proportio a ad b. composita ex proportionē C ad D & E ad F & sint A & B æqualia sequitur vt per modum decimumquintum proportio D ad E componatur ex C ad F & B ad A sed proportio B ad A cum sit æqualitatis nihil addit nec minuit igitur proportio D ad E est veluti C ad F igitur erit constituta in quatuor terminis & similiter sit a æquale C eritque ex septimo modo proportio secundi ad quartum composita ex proportionē primi ad tertium & sexti ad quintum sed proportio primi ad tertium nec addit nec minuit igitur proportio secundi ad quartum est veluti sexti ad quintum & ita per præcedens capitulum scitis tribus terminis sciemus quartum absque labore : & si quartus æquetur primo : tunc non est

|    |          |    |
|----|----------|----|
|    | A        |    |
|    | B        |    |
| C  |          | E  |
| D  |          | F  |
|    | DE       |    |
| CF |          | BA |
|    | Vltimum. |    |
| AB |          |    |
| CD |          | EF |
|    | BD       |    |
| AC |          | FE |

via



via per hunc modum & similiter si primus æquetur sexto aut secundus tertio aut quinto aut tertio quinto aut tertius quinto aut quartus sexto tunc modus iste non valet in aliis autem modis omnibus valet unde hic modus monte regij licet sit longe facilius in expertis à primotamen modo multum vniuersalitate deficit.

## CAPVT XLVII.

## De Prima &amp; secunda regula Kataim.

**I**ntentio regularum est in virtute regulæ trium quantitatum ita quod in tribus quantitibus cognitio perfecta est in regulis cataym imperfecta.

Est autem primæ regulæ dignotio simplex cōpositæ verò minùs facilis, maior autē difficultas est cognoscere quantum regula possit: & qui casus subiaceant illis. Intelligendum est igitur quod quantitates irrationales, & quæ perueniunt ad surdas radices; non subiiciuntur regulis cataym: nec proportionibus fundatæ in pluribus quam quatuor quantitibus, nec quæ difforme seruant augmentum, sed tantum ea quæ subiiciuntur regulæ trium quantitatum.

Fundamentum autem primæ regulæ est quod ipsa seruit tantum tribus quantitibus verum habet vicem regulæ trium bis assumptæ & ita est quasi regula 3. duplicata veluti si quis dixerit posui quantitatem aureorum apud trapezitam, & in decem annis restituit mihi quingentos aureos, erat autem redditus sex aureorum pro centum: hic habes vnam quantitatem notam & est 500. aurei pro secunda. Et habes proportionem & est 6. aurei pro centum, & sunt  $\frac{6}{100}$  & habes tempus 10. annorum queritur igitur prima quantitas supponatur quod capitale fuerit 200. aurei igitur in 6. annis producent 72. erunt ergo 272. aurei in 6. annis, & nos volebamus 500. sumus igitur in casu quatuor quantitatum prima est 272. secunda est 200. tertia 500. duc ergo secundam in tertiam & sunt 100000. diuide per 272. & exeunt aurei  $367\frac{17}{17}$ . Quod si quis dicat emi aliud argentum perfectionis onz. 9. aureis. 7. pro libra, deinde emi aliud argentum pro 6. aureis pro libra, quero quantæ perfectionis erat, pone quod fuerit perfectionis octo hic sunt tres quantitates notæ. 9. 7. 6. quarta autem ignota quæ est 8. quæ supponitur dic ergo si 9. produxit 7. quod producet 8. duco 8. in 7. fit 56. diuide per 9. exit  $6\frac{2}{9}$ : & nos volebamus 6. dic ergo item si  $6\frac{2}{9}$  producit 8. quod producet 6. duc 6. in 8. fit. 48. diuide per  $6\frac{2}{9}$  exit  $7\frac{5}{7}$  potuit & hoc fieri per regulam trium dicendo si 7. producit 9. quod producet 6. duc 6. in 9. fit 54. diuide per 7. exit  $7\frac{5}{7}$  supponuntur etiam aliquando 4. quantitates notæ & loco duarum cognitarum duæ supposititiæ. Exemplum emi libras argenti perfectionis. 9. aureis 7. emi 25. libras, aureis 100. queritur perfectio hic sunt quatuor termini noti vt vides ex quibus reductio fiet ad 3. diuidendo aureos 100. in libris 25. erit er-

go valor quatuor aureorum pro libra argenti solue vt præcedentem & erit perfectionis  $5\frac{1}{5}$ .

Exemplum generale quodam volebat molere staria 500. tritici quando cicius poterat adiit molitorem habentem molas 5. vnam molentem staria 7. aliam 5. aliam 3. aliam 2. aliam vnum in qualibet hora. volo scire in quot horis moletur triticum ponamus quod in tribus horis igitur prima mola habebimus 21. secunda 15. tertia 9. quarta 6. quinta 3. summa est 53. & nos volebamus 50. dic igitur sit 53. producit 3. quid producet 50. duc 3. in 50. fit 150. diuide per 53. exeunt horæ  $2\frac{46}{53}$  & ita de reliquis & parum plus potest hæc regula.

Secunda autem regula dicitur composita & in hac proueniunt 4. quantitates falsæ duæ supponuntur. Et 2. inueniunt quæ autem inueniuntur aut ambæ excedunt quæsitum ambæ sunt minores, in his duobus casibus excessus aut diminutiones inuicem minuuntur, si verò inuentum excedat quæsitum & aliud minuat simul iunguntur, deinde habebis duas alias quantitates quarum prima est excessus falsarum positionum, secunda excessus aduentum tertia post hæc est differentia aduentus proximioris ad veritatem quæsitam, erunt ergo 7. quantitates ex quarum 4. primis inueniuntur tres postremæ ex 3. postremis inuenitur veritas siue differentia proximioris positionis ad veritatem: sit autem exemplum vnum triplicatum secundum 3. modos pro cunctis satisfaciens. Quidam dixit fuerunt 4. agricolæ stipendium à Domino merentes primus quantitatem vnam, secundus duplum plus 2. quam primus, tertius triplum plus quam primus p. 3. quartus quadruplum primi p. 4. euntes domum inebriati in caupona miscuerunt pecunias mane autem litigabant acersito Arithmetico quæsiuit summam & inuenit aureos 100. quæ erat tota summa omnium denariorum à Domino acceptorum, queritur quot debentur vnicuique. ponamus igitur quod primus habuerit aureum a Domino secundus igitur habuit 4. aureos tertius 6. & quartus 8. summa eorum 19. & nos volebamus 10. differentiam est 81. posse igitur 81. sub 1. hoc modo  $\frac{1}{8}$ : secundo ponas quod primus habuerit 3. aureos secundus habebit 8. tertius 12. quartus 16. igitur summa ex 39. differentia à 100. est 61. pone igitur econtrariò differentiam superius & terminum positum inferius hoc modo  $\frac{61}{81}$  pones igitur hos 4. terminos ordine isto vt in crucem positi positis & differentia differentiis cohæreât hoc modo videlicet, cum igitur 81. & 61. deficiant ambo à termino quæsito igitur de me 61. ab 81. & fiet differentia differentiarum 20. & similiter subtrahere 1. de 3. & fit 2. manifestum. X est ergo quod 20. prouenit ex 2 81 3 nos autem volumus 61. duc 61. in 2 2. & diuide per 20. & fit  $6\frac{1}{10}$  & tantum habuit primus pro secunda positione & est  $9\frac{1}{10}$  secundus  $20\frac{2}{10}$  tertius  $30\frac{3}{10}$  quartus  $40\frac{4}{10}$  summa eorum est centum.

Ponamus iterum quod quis posuerit primo



mo 10. secundus habebit 22. tertius 33. quartus 44. summa est 108. differentia 9. pone sub 10. hoc modo deinde pone primus habuerit 12. secundus habebit 26. tertius 39. quartus 52. summa 129. differentia 29. ponenda suppositum 12. hoc modo & quia ambæ differentie sunt plus subtrahere vnam ab alia 9. à 29. Et remanet 20. pone super differentiam minorem quæ fuit 9. & similiter detrahe 10. à 12. remanet 2. pone sub 9. dic ergo si 20. producit 2. quid producet 9. duc 2. in 9. fit 18. diuide per 20. exit  $\frac{9}{10}$  detrahe à posito minore fit 9.  $\frac{9}{10}$  pro primo vt prius.

Tertio ponatur quod primus posuerit 3. & facta est differentiam 61. minor dispone vt prius hoc modo deinde ponamus quod posuerit 10. & prouenit differentia 9. maior, hoc modo igitur cum prima differentia sit minor, & secunda maior: iunge 3 9 per 1 gillam quam diximus & fiet 70 deinde subtrahere 3. de 61 10 10. remanent 7. & dispone in directo minoris differentie semper: manifestum est ergo quod 70. differentia prouenit ex 7. igitur ex quo proueniet 7. duc 9. in 7. fit 63 diuide per 70. exit  $\frac{9}{10}$  subtrahere à termino proximioris positi quia differentia minor excedit positi subtrahere igitur à 10. remanet 9.  $\frac{9}{10}$  pro primo vt prius & sic habebis alios terminos.

Et nota quod non multum me extendo in his quia omne quod potest solui per has positiones longè melius ac facilius soluitur per algebra & ideo habent regulas algebra de quibus nunc dicam fere superflue saluo casu integritatis nam in hoc algebra est miserens, positio autem licet etiam sit indifferens attamen facilius accommodatur integris.

Secundo nota quod multos casus ponit Frater Lucas solubiles per hanc secundam positionem qui tamen solui nequeunt vilo modo vt patet de questione asinorum porcorum caprarum & pecorum & de pluribus aliis nisi quis vratur regulis particularibus vt patet ante penultimo capite libri huius.

## CAPVT XLVIII.

De Primis simplicibus positionibus algebrae.

**I**n algebra considerantur denominationes videlicet numerus, res vel radix: census & cubus, & census, census, & reliqua dicta in primo capitulo quod autem magis consideratur est numerus res ce. & ce. ce. de reliquis autem dicemus in. C. quinquagesimo primo. Prima igitur consideratio est simplicium veluti cum dicimus numerus æquatur rebus vel censibus & in hoc cadunt modi decem.

Primus cum numerus æquatur rebus, diuide numerum per res quod exit est valor rei, exemplum 10. co. æquantur 45. nume-

ro igitur diuide 45. per 10. exit  $4\frac{1}{2}$ : & res ipsa tantum valet, pro quo notandum est quod positio semper fere fit super rem tantquam communiorem aliquando autem sed raro ponitur census nunquam autem ponitur numerus.

Secundus cum numerus æquatur censibus diuide numerum per census, & quod exit est valor census cuius radix est res veluti 40. ce. æquantur 10. numeris diuide 10. per 40. exit  $\frac{1}{4}$  cuius radix  $\frac{1}{4}$  valor rei quod si non haberet radicem diceret  $\frac{1}{4}$  est valor rei.

Tertius cum numerus æquatur cubis diuide numerum per cubos & radix cubica aduenientis est valor rei, veluti cubi 3. sunt æquales 24. igitur res est radix cubica de 8. diuiso 24. per 3. radix autem cubica 8. est 2. igitur res est 2.

Quartus cum fuerit numerus æqualis censui census, diuide numerum per census & quod aduenit est valor census census, cuius radix radice est res quaesita veluti 48. ce. ce. æquantur 3. numero diuide 3. per 48. exit  $\frac{1}{16}$  valor ce. ce. cuius radix est  $\frac{1}{4}$  & est census cuius radix est  $\frac{1}{2}$  valor rei.

Quintus est vt sit res æqualis sensibus, tunc diuide res per census & quod exit est valor rei. exemplum 27 co. æquantur 3. ce. diuide 27. per 3. exit 9. valor rei cuius census est 81. qui triplicatus facit 243. æquale 27. co nam 27. in 9. facit 243.

Sextus est vt res æquantur cubis, diuide res per cubos quod exit est valor census, cuius radix ex valor rei, veluti 4. cubi æquales 36. co. diuide 36. per 4. exit 9. valor census: cuius radix est 3. valor circa quod nota quod in sequenda æquatione in his & in omnibus capitulis etiam compositis & etiam imperfectis reducenda est denominatio maxima ad vnitatem si sit co. diuiso fit per eam: & si ce. fit diuiso per census, & si ce. ce. reducitur ad vnitatem per diuisionem: quod si contingat maiorem denominationem esse vnitatem minorem, deduces in omnibus modis & capitulis ad vnitatem per multiplicationem: veluti  $\frac{1}{3}$  ce. æquatur. 12. numero igitur duc omnia per denominatorē fractionis census & est 3. & fiet ce. æqualis 36. & res æqualis 6. & hoc in omnibus sed quia rarius accidit de fractione quàm multitudine ideo regula ponuntur de diuisione sed vbi ponitur diuisio stante maiore denominatione minore vnitatem, vbi reduces eam ad vnitatem per multiplicationem vt dixi vel etiam per multiplicationem & diuisionem simul, veluti si dicamus  $\frac{1}{4}$  ce. est æquale  $1\frac{11}{16}$  duc primo in denominatorem fient 3. ce. æquales 6.  $\frac{3}{4}$ , deinde diuide per 3. ce.  $6\frac{3}{4}$  exit  $2\frac{1}{4}$  valor census, radix est  $1\frac{1}{2}$  valor rei.

Septimus cum fuerint res æquales censibus censuum, diuide res per census censuum & exiens est valor cubi, cuius radix cubica est valor rei. veluti 13. ce. ce. æquantur 39. rebus diuido 39. per 13. exit 3. valor cubi & radix cubica 3. est valor rei.

Octauus cum fuerint census æquales cubi diuide census per cubos exiens est valor rei, veluti 12. ce. æquantur 3. cubis diuide 12. per 3. exit 4. valor rei cuius quidem tres cubi.



# 72 Liber Vnicus. Cap. XLIX. & L.

cubi 3. in 64. sunt 192. & 12. census idest 12. in 16. facit 192.

Nonus cum fuerint census æquales ce. ce. diuide census per ce. ce. exhibit valor census cuius radix est res quæ sita, veluti 4. ce. ce. æquantur 20. ce. diuide 20. per 4. exit 5. valor census & ita radix eius est valor rei res igitur est. 32. 5.

Decimus cum fuerint cubi æquales ce. ce. diuide cubos per ce. ce. exiens est valor rei, & ita proportionaliter in reliquis denominationibus degradando ad inferiorem, omnia autem capitula simplicia quæ sunt 55. suppositis 11. denominationibus ex hoc capitulo sunt perfecte nota.

Et circa hoc nota quod non est aliud ducere 7. in 32. 4. quam eius septem radices assumere & econuerso & ita tantum est radix 196. quantum 7. radices 4. & sunt 14. utrobique & ita nihil aliud est diuidere 32. 196. quam assumere septimam partem eius, & hoc est æquale & idem vni radici 196. diuisi per quadratum 7.

## CAPVT XLIX.

### De Capitulis compositis minoribus.

**T**Ria sunt capitula opposita minora & sunt hoc cum numerus & radix æquantur censibus: reduc vt dixi semper censum maiorem denominationem ad vnitatem multiplicando vel diuidendo vel faciendo vtrumque, & tunc dimidia radices & duc in se: & producto adde numerum cuius excipe radicem, cui adde dimidium radicem: & quod aggregatur sub forma numeri est valor rei veluti. 10. radices & 24. numeri æquantur censui: dimidia 10. fit 5. duc in se fit 25. adde 24. numerum fit 49. accipe radicem quæ est. 7. ei adde dimidium radicem pro numero & fuit 5. additum ad 7. facit 12. & est valor rei nam 10. radices sunt 1. in 12. faciunt 120. additis 24. fiunt 144. & hoc æquatur quadrato vno rei nam quadratum 12. est 144.

**S**ecundus cum census & numerus æquantur rebus, dimidia radices & quadra & ab eo deme numerum & residui accipe radicem quam adde. vel minue à dimidio radicem & quod conflatur aut residuatur est valor radicis: veluti census & 30. numerus æquantur. 13. radicibus dimidia 13. exit  $6\frac{1}{2}$  duc in se fit  $42\frac{1}{4}$  subtrahe 30. fit  $12\frac{1}{4}$ , radix est  $3\frac{1}{2}$  hanc adde ad  $6\frac{1}{2}$  dimidium radicem vel minue ex vna parte res valet 10. ex alia 3. & in vtroque verificatur nam census 10. est 100. additis. 30. fiunt 130. æqualia 13. radicibus nam 13. in 10. faciunt 130. & similiter si res ponatur 3. idemeuenit nam census est 9. additis 30. fit 39. & ita etiam 13. radices sunt 39. nam 13. in 3. facit 39.

**T**ertius est cum census & res æquantur numero: tunc diuide res & quadra & ei adde numerum aggregati accipe radicem, à qua detrahe dimidium radicem quod remanet est valor rei census & 10. radices æquan-

tur 39. dimidia 10. radices sunt 5. duc in se fit 25. adde 39. fit 64. cuius radix est 8. detraho dimidium remanet. 3. valor rei nam census est 9. decem radices 30. iuncta faciunt 39.

Quod si 64, non haberet radicem dices 32. 64. in 5. & ita in aliis dicendum erit.

Et cum accidit in secundo modo quod numerus non possit detrahi à quadrato dimidij radicem, tunc casus est impossibilis: & ita dico in omnibus modis algebra cum adest particula impossibilis vel in reducendo, vel in æquando capitulum, quæstio est impossibilis.

Et cum acciderit quod in simplicibus vna denominatio æquetur sibimet: vel sunt æquales numero & tunc quæstio est perfecta veluti si 4. co. tunc scias quod illud quod primo posuisti est quæsitum in numero absque alio valore: si posuisti 4 co. res quæ sita est 4. & si 1 co res quæ sita est. 1. & ita de aliis: quod si sint numero inæquales, quæstio est impossibilis veluti 4 co æquales 12 co. vel 3. ce. æquales 4 ce. casus est impossibilis.

Et ex his capitulis reducuntur. 8. alia capitula per solam diminutionem denominationum veluti si dicamus. ce. ce. æquatur cubis & censibus, tunc igitur dic census æquatur rebus & numero, & ita es in primo capitulo compositorum dictorum, & similiter si dixerit relatum primum & ce. ce. æquantur cubis: tunc dices igitur census & res æquantur numeris, & ita sumus in tertio capitulo vel modo prædictorum: & ita vniuersaliter cum fuerint tres denominationes sequentes tunc habebimus reductionem ad hos tres modos habebimus igitur modos alios. 8. trigeminatos & erunt. 24. & cum his tribus 27. iam igitur explicauimus modos. 82.

## CAPVT L.

### De Tribus modis compositis maioribus.

**C**omponitur autem census cum censu & numero tribus modis vt supra diximus proportionalibus quorum primus est Cum numerus & census æquantur ce. ce. dimidia census & quadra, & adde numero & radicem exime, cui adde dimidium censuum, & quod aggregatur est valor census, & radix eius est valor rei. Exemplum dixit census census æquabitur 6. censibus & 27. numero diuido census fiunt 3. duc in se fiunt 9. adde ad 27. fiunt 36. radix est 6. adde dimidium censuum videlicet 3. fit 9. census, cuius radix est 3. valor rei.

Cum numerus & ce. ce. æquantur censui, tunc dimidia, census & quadra à quo deme numerum & residui radicem ex dimidio censuum minue aut adde, & quod conflatur aut residuatur est census valor, cuius radix est valor rei, dicamus quod ce. ce. & 45. æquantur 14. censibus dimidium 16. est 7. duc in se fit 49. deme 45. remanent 4. radix est 2. addita ad 7. facit



# De Modis omnibus Imperfectis. 73

facit 9. cuius radix est 3. res quaesita: vel deducas 2. ex 7. fit 5. census, & 14. 5. est res, duc igitur censum 5. in se facit 25. adde 45. fit 70. & est 14. census nam 14. in 5. facit 70.

3 Cum ce. ce. & ce. æquantur numero tunc diuide census & quadra & ei adde numerum aggregati accipe radicem, à qua detrahe dimidium censuum & residuum est valor census, & eius radix res veluti ce. ce. & 4. ce. æquantur 117. diuido census sunt 2. ducti in se faciunt 4. addo 117. fit 121. radix eius est 11. à qua detraho dimidium censuum 2. remanent 9. census, cuius radix est 3. res quaesita: hæc omnes regulæ & capitula præcedentis vno carmine declatantur in quo modus primus verbo primo exponitur, operatio eius secundo verbo tertio verbo tertius modus exprimitur quarto operatio tertij modi quinto secundus modus sexto & septimo operatio secundi modi: veluti cum dico rancor minue dami rancor vult dicere radicem censui & numero æqualem, igitur dimidiatis radicibus & quadratis verbum secundum minuire docet numerum à quadrato tertium verbum dami docet quod factâ detractiōne potes adiungere dimidio radicem, & minuire, nam da. addere docet mi minuire, carmen est t. le. Cerno dabis. Necro dami Rancor minue dami, in capitulis autem autem compositis loco censuum substitue ce. ce. & loco radicem ce. & loco valoris rei ponatur valor census.

4 Et ex his tribus modis habebuntur alij 18. per deductionem ad minorem denominationem & 9. alij 18. per denominationem & 9. alij per similitudinem omnes igitur 30. additi ad 82. sunt modi noti 112.

Porrò per similitudinem additur talis vt si numerus & census census æquantur ce. ce. ce. & tunc diuidam ce. ce. & medietatem ducam in se & quadrato addam numerum & totius radici addam dimidium ce. ce. & totum quod fiet erit ce. ce. & eius radix census, cuius radix est res quaesita, veluti fuit census census census æqualis 12. census census & 64. diuido 12. fiunt 6. ducō. in se fiunt 36. addo 64. fiunt 100. radix 100. est 10. cui addo dimidium censuum census fiunt 16. & hic est valor census census quare 4. radix 16. est valor census: & 2 radix 4. valor rei, & ita patet veritas 9. capitulorum de compositorum.

## CAPVT LI.

### De Modis omnibus Imperfectis.

Sunt & alij modi perfectæ cognitionis veluti cum cubus census, & cubus, & numerus æquantur, tunc prouenient cor respondentes eodem modo æquationes modis capitulorum quadagesimoni & quinquagesimi excepto quod illud quod proueniet erit cubus, & radix cubica prouentus erit res quaesita. Exemplum cubus census æquatur 20. cu. & 189. numero, diuide

Tom. IV.

20. fit 10. duc in se fit 100. adde ad 189. fit 289. radix 17. adde dimidium cuborum fit 27. & radix cubica 27. est valor rei, habes igitur capitula tria in hoc vnde per degradationem, alia 12. sunt igitur capitula hæc 15. iungenda ad 112. fiunt nota capitula vndecim denominationum omnia 127.

Et cum considerauerimus combinationes capitulorum 11. denominationum, fient per 27. capitulum omnes 2036. quod sciemus ex hac regula: sume tot terminos in dupla proportionem quot sunt denominationes vt sic 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. deinde per idem capitulum scies aggregatum & est 2047. à quo deme numerum terminorum 11. & remanebunt combinationes omnes 2036. ita etiam sciemus combinationes 7. planetarum esse 120. nam maximus terminus est 64. aggregatum 127. deme 7. remanent 120. combinationes, computatis omnibus tam binariis quam ternariis quam quaternariis & omnibus possibilibus in talibus casibus: & similiter hæc ratione sciemus omnes possibiles ex litteris non geminando aliquam dato. enim quod sint 22. erunt 22. termini in dupla quare maximus 2097152. & aggregatum 4194303. quare deductis 22. erunt dictiones omnes 4194281. & ita inter quatuor sunt 11. Combinationes & hoc intellige de differentibus in substantia & non in ordine vnde dictiones, quia ordine variantur multò plures fiunt.

Ad propositum in 2036. combinationibus sunt 55. simplices & hæc omnes notæ & sunt binariæ quaternariæ autem & quinariæ & reliquæ sunt ignotæ ternariæ autem omnes sunt 495. ex quibus 24. modi cogniti sunt qui 72. regulis supersunt modi 471. ignoti cum regulis suis quæ sunt 1413.

Est & modus pulcher operandi per quantitatem surdam vt in exemplis.

Fuerunt 3. socij quorum primus dixit 2 secundo & tertio data  $\frac{1}{2}$  eius quod possidetis habembo 32. secundus dixit primo & tertio data  $\frac{1}{3}$  habembo 28. tertius dixit primo & secundo data  $\frac{1}{4}$  habembo 31. pone quod secundus habuerit 1 co. tertius vnā quantitatem surdam igitur primus, habuit 32.  $m. \frac{1}{2} co. m. \frac{1}{2} quan.$  & secundus 28.  $m. 10. \frac{1}{3} p. \frac{1}{6} co. m. \frac{1}{6} quan.$  & tertius 31.  $m. 8. p. \frac{1}{8} quan. m. \frac{1}{8} co.$  quod est dicere primus habuit 32.  $m. \frac{1}{2} co. m. \frac{1}{2} quan.$  secundus  $17 \frac{1}{3} p. \frac{1}{6} co. m. \frac{1}{6} quan.$  tertius 23.  $m. \frac{1}{8}$  igitur pone in directo duas vltimas quantitates hoc modo secundus  $17 \frac{1}{3} p. \frac{1}{6} co. m. \frac{1}{6} quan.$  loco 1 co. tertius 23.  $m. \frac{1}{8} co. p. \frac{1}{8} quan.$  loco 1. quan. detrahe erit  $\frac{5}{6} co. æqualia 17 \frac{1}{3} m. \frac{1}{6} quan.$  &  $\frac{7}{8} quan.$  æqualia 23.  $m. \frac{1}{8} co.$  igitur  $\frac{5}{6} co. & \frac{7}{8} quan. æquatur 17 \frac{1}{3} & \frac{7}{8} quan. p. \frac{1}{8} co. æquatur 23.$  differentia est  $5 \frac{1}{3}$  quibus  $\frac{7}{8} quan. p. \frac{1}{8} co.$  superant  $\frac{5}{6} co. & \frac{7}{8} quan.$  detraho reducendo ad idem genus fiunt  $\frac{17}{24} quan.$  superantia  $\frac{17}{24} co.$  in  $5 \frac{1}{3}$  igitur 17. quan. superat 17. co. in 136. igitur 1. quan. superat 1 co. in 8. diuiso 136. per 17. pone igitur quod secundus habuit 1 co. tertius habuit 1 co. p. 8.

G

igitur



igitur habuerunt secundus & tertius 2 co. p. 8. primus habuit 32. habuerunt 36. & quia secundus habuit 28. cum tertia parte reliquorum, reliqui autem habent 36. igitur tertia pars fuit 12. deme ex 28 igitur secundus habuit 16. & quia habuit rem igitur res est 16. & tertius habuit 8. p. 1 co. igitur tertius habuit 24. & quia primus habuit 28. m. 1. co in vltima æquatione & 1 co. est 16. igitur primus habuit 12. secundus 16. tertius 24.

3 Si quis dicat 20. quan. æquantur 1. co. quam. p. 12. co. vult dicere quod 20. altera alicuius superficie & cum hoc 12. lateribus reliquis potest autem hoc esse dupliciter vel quod latera per se quæ sunt æqualia superficie & lateribus sint maiora idest quod quan. sit maior la co. & potest esse minor ponamus igitur vel facere quantitatem mi-

|               |                       |     |
|---------------|-----------------------|-----|
| Mi.           | 8                     | Ma. |
| 20. quan. ——— | 12 co. p. 1 co. quan. |     |
|               | 7                     |     |
|               | 19                    |     |

norem & rem siue la co. maiorem tunc dispono vt vides & detraho minorem à maiore videlicet 12. de 20. remanet 8. deinde quia volo quod quan. sit minor de co. accipio quem volo numerum minorem puta 7. multiplica in differentia quæ est ad 8. & est 1. fit 7. diuide per minorem numerum qui est 12. addito iplo 7. exit  $\frac{7}{12}$  & quia posuisti quantitatem minorem de la co. igitur quan. est 7. & la co. est  $7\frac{7}{12}$  proba & veniet.

4 Quod si velis facere in hoc casu quantitatem maiorem & la co. minorem tunc

|               |                       |                |
|---------------|-----------------------|----------------|
| Ma.           | 8                     | Mi.            |
| 20. quan. ——— | 12 co. p. 1 co. quan. |                |
| 9             | 11                    | 33             |
|               | 33                    | 9              |
|               |                       | $3\frac{2}{3}$ |

accipe differentiam vt prius deinde numerum ea maiorem quem vis vt pote differentia est 8. capio 11. remanent 3. duco in prædictum numerum fiunt 33. deinde subtrahe 11. à 20. remanent 9. diuide 33. per 9. exeunt  $3\frac{2}{3}$  cum igitur la co. fuerit 11. erit vt quantitas sit  $3\frac{2}{3}$  p. videlicet  $14\frac{2}{3}$ .

Alius etiam modus inuenitur soluendi hanc æquationem in duobus numeris sub quacun-

|              |                       |                 |
|--------------|-----------------------|-----------------|
| Ma.          | 8                     | Mi.             |
| 20 quan. ——— | 12 co. p. 1 co. quan. |                 |
|              | 5                     |                 |
|              | $\frac{2}{40}$        | $\frac{3}{24}$  |
|              | $\frac{3}{15}$        | $\frac{64}{15}$ |

que proportionem volueris sint igitur 20 quan. æquales 12 co. p. 1 co. quan. & velim inuenire hoc in proportionem puta 5. ad 3. tunc accipio differentiam quæ est 2. quam duco in 20. fit 40. duco etiam 3. minorem numerum in 8. differentiam fit 24. addo ad 40. fit 64. diuido per productum 3. in 5. quod est 15. exit  $4\frac{4}{15}$  hunc numerum multiplica per 3. & per 5. & habebis quæ-

titatem  $21\frac{4}{15}$  & la co.  $12\frac{4}{15}$  proba & inuenies & hoc vbi velis quod quam. sit maior de la co. si autem poneret quod res esset maior vt in primo exemplo non potest solui in omni proportionem sed tantum in illa in qua proportio minoris termini numeri quærendi ad differentiam est maior quam minoris termini propositi ad differentiam.

Exemplum proportio 12. ad 8. est sex-

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| Mi. | 8 | Ma. |
|-----|---|-----|

20 quan. ——— 12 co. p. 1 co. quan.

|   |                |
|---|----------------|
| X | 5              |
| 7 | $\frac{2}{24}$ |
|   | $\frac{5}{40}$ |
|   | $\frac{7}{16}$ |
|   | $\frac{3}{15}$ |

quialtera inuenias igitur proportionem quamuis maiorem sexquialtera & adde minorem numerum maiori tunc inter minorem possibile erit hoc facere exemplum proportio 5. ad 2. est maior sexquialtera igitur addo 2. ad 5. fit 7. dico quod in proportionem 7. ad 5. verificabitur quæsitum hoc modo duco 12. in differentiam 7. ad 5. quæ est 2. fit 24. deinde duco 8. in minorem terminum qui est 5. fit 40. detrahe 24 ex 40. remanent 16. multiplica 5. in 7. fit 35. diuide 16. per 35. exit  $\frac{16}{35}$  duc in 5. fit  $2\frac{2}{7}$  & hic est valor quantitatis, duc  $\frac{16}{35}$  in 7. fit  $3\frac{1}{5}$  & hic est valor de la co.

Quod si numerus separatus sit minor coniuncto super 12 co. æquantur 20. quan. p. 1 co. quan. soluitur autem dupliciter aut per numerum sicut duo præcedentes modi.

Exemplum 12 co. æquantur 20. quan. p. 1 co. quan. vel 12. quan. æquantur 20 co.

|                                     |
|-------------------------------------|
| 8                                   |
| 12 co. ——— 20. quan. p. 1 co. quan. |
| X                                   |
| 5                                   |
| 7                                   |
| 56                                  |
| 12                                  |
| 56                                  |
| 60                                  |
| 84                                  |

p. 1 co. quan. nihil refert. tunc ponamus quod velim soluere quæstionem in proportionem aliquam, oportet quod proportio illa sit minor quam 12 ad 8. & est hoc conuersum præcedentis vbi oportet vt sit maior sit igitur proportio minor sexquialtera hæc 7. ad 5. adiungo simul fient termini 12. & 7. duco 7. in 8. fit 56. duco 10. in 5. fit 60. detraho 56. ex 60. remanent 4. duco 7. in 12. fit 84 diuido 4. per 84. exit  $\frac{1}{21}$ . duc in 7. fit  $\frac{7}{21}$ . duco  $\frac{1}{21}$  in 12. fit  $\frac{4}{7}$ . igitur la co. valet  $\frac{4}{7}$ . & quantitas valet  $\frac{1}{21}$ . & ita 12 co. sunt  $\frac{48}{7}$ , quod est  $6\frac{6}{7}$ . & 20. quan. sunt  $6\frac{2}{3}$  & 1 co. quan. est  $\frac{4}{21}$ . &  $6\frac{2}{3}$  &  $\frac{4}{21}$  faciunt  $6\frac{6}{7}$ , quod est propositum, in casu autem vbi non potuisses detrahare 56. ex 60. non potuisset hoc verificari in dicta proportionem videlicet quæ est inter 7. & 12. nec proportio 12. ad 8. videlicet minoris termini ad differentiam fuisset maior proportionem 7. minoris termini propositi, ad 5. differentiam proposita cuius oppositum asserabatur.

Si



# De Modis omnibus Imperfectis. 75

5 Si verò volueris soluere p. numerum suppositum ut in exemplo facies nam hæc regula sunt generales & tenent in omnibus,

$$\begin{array}{r} 8 \\ 12 \text{ co. } \frac{\quad}{\quad} \text{---} \text{---} 20. \text{ quan. } \bar{p}. 1 \text{ co. quan.} \\ \frac{5}{7} \qquad \frac{5}{13} \qquad \frac{13}{5} \\ \qquad \qquad \qquad 65 \end{array}$$

sint igitur 12.co. ut prius æquales 20. quantitatibus, & 1 co. quan. tunc constitue ut vides in figura, deinde cape quemvis numerum utpote 5. maiorem aut minorem differentia non refert, dummodo non sit maior 12. adde ad differentiam quæ fuit 8. fit 13. duc in 5. fit 65. detrahe 5. a 12. nam propter hoc dixi non oportere esse maiorem minore termino remanent igitur 7. diuide 65. per 7. exit 9  $\frac{1}{7}$  differentia igitur cum supponeris 5. esse la quan. erit la co. 14  $\frac{1}{7}$  & Unde 12 co. sunt 171  $\frac{1}{7}$ . & 20. quan. sunt 100. & 1 co. quan. est 71.  $\frac{1}{7}$ . quæ iuncta faciunt 171  $\frac{1}{7}$ .

6 Quod si quis dicat 4 co. & 3. quan. æquantur 1 co. quan. duc per primam sexti ele-

$$\begin{array}{r} 1 \text{ co. quan.} \\ 4 \text{ co. } \frac{\quad}{\quad} \text{---} \text{---} 3. \text{ quan.} \\ \qquad \qquad \qquad 12 \end{array}$$

mentum 4. in 3. fit 12. deinde accipe quemvis numerum utpote 48. nam infinitum esse possunt & diuide illum per 12. exit 4. cum accipe radicem quæ est 2. quam multiplica in 3. fit 6. & in 4. fit 8. & tales sunt numeri quæsi. nam 3. quan. sunt 24. & 4 co. sunt 24. qui iuncti faciunt 48. & 48. est 1 co. quan. nam 6. 18. facit 48. erit igitur la co. 6. & la quan. 8. porro conditionem eliget appositam in numero diuidendo quæ si desit quilibet assumi potest, & hæc 6. regula aurea dici possunt per quas maxime in mercatura infinitæ quæstiones dissolui possunt facillime & sunt mediæ inter kataim & apybra.

Quod si dicat ce. æquatur R. V. 3. ce. p. 4. igitur quadrando erit 1 ce. ce. æqualis 3 ce. p. 4.

Item si dicat 6 co. æquantur R. V. 22 co. p. 100. igitur quadrando erunt 36 ce. æquales 22 co. p. 100.

Item si dicat 10. æquatur R. V. 20 co. p. 60. igitur quadrando erunt 40. æqualia 20 co. & res erit 2.

Item si dicat 10. æquatur R. V. 12. ce. p. 52. igitur quadrando 48. æqualia 12 ce.

Item si dicat 10. æquatur R. V. 6 ce. p. 38 co. igitur quadrando 100. æqualia 6. ce. p. 38 co. sequere capitulum (necro) fiet valor rei R. L. 461. m. 19.

Item si dicat 10. æquatur R. L. 6 ce. p. R. 24. dic igitur per transpositionem 10. m. R. 24. æquantur R. 6 ce. quadra vtrumque hent 6. ce. æquales 124. m. R. 9600. diuide 124. m. R. 9600. per numerum censuum qui est 6. exbit 20  $\frac{1}{3}$  m. R. 266  $\frac{1}{3}$  valor census igitur valor rei est R. V. 20  $\frac{1}{3}$  m. R. 266  $\frac{1}{3}$  vel dic & redit ad idem igitur co.

Tom. I V.

R. 6. æquales 10. m. R. 24. diuide per numerum de le co. exbit ut prius R. V. 20.  $\frac{1}{3}$  m. R. 266  $\frac{1}{3}$ .

Item si dicat 10. æquales R. L. 12 co. p. R. 24. igitur 10. m. R. 24. æquatur R. 12 co. quare 12 co. æquivalent 124. m. R. 9600. & res valebit 10  $\frac{1}{3}$  m. R. 66  $\frac{1}{3}$ .

Quod si dicat ce. p. 4. æquatur R. V. 10 ce. p. 24. sic soluitur multiplica vtrumque in se & fit 1 ce. ce. p. 18. ce. p. 16. æqualia 10 ce. q. 14. manifestum est autem quod hoc habet æquationem.

Item si dicat ce. æquatur R. L. 4 ce. p. R. 9. fac sic accipe R. 4 ce. quæ sit co. R. 4. & sunt 2 co. sed operabor absque numero dices igitur ce. æquatur co. R. 4. p. R. 9. operare per cerno diuidendo & operando ut debes in capitulo suo.

Et si dicat ce. p. 4. æquatur R. L. 9. ce. p. R. 4. similiter accipe R. 9. ce. & est co. R. 9. item detrahe R. 4. ex 4. fit 4. m. R. 4. dices igitur quod ce. p. 4. m. R. 4. æquatur co. R. 9. per rancor diuide R. 9. exit R. 2  $\frac{1}{4}$  quadra fit 2  $\frac{1}{4}$ . detrahe 4. m. R. 4. fit L. 2  $\frac{1}{4}$  p. R. 4. m. 4 adde hoc tanquam Radicem. V. dimidio R. fiet valor rei R. L. 2  $\frac{1}{4}$  p. R. V. 2.  $\frac{1}{4}$  p. R. 4. m. 4.

Item si dicat 6 co. æquantur R. L. 18 co. p. R. 36. reduc ad 1 co. diuidendo per 6. fiet 1 co. æqualis R. L.  $\frac{1}{6}$  co. p. R. 1. quare cum 1 co. in hoc casu possit poni 1 ce. quia R. est ce. erit 1 ce. æqualis R. L.  $\frac{1}{6}$  ce. p. R. 1. igitur cum R.  $\frac{1}{6}$  ce. fit co. R.  $\frac{1}{6}$  fiet 1 ce. æqualis co. R.  $\frac{1}{6}$  p. R. 1. diuide numerum co. fit co. R.  $\frac{1}{6}$ . quadra fit  $\frac{1}{6}$ . adde numero fiet R. L. 1. p.  $\frac{1}{6}$ . adde per capitulum, cerno, dimidio radicem fiet valor 1 co. R. L.  $\frac{1}{6}$  p. R. V.  $\frac{1}{6}$  p. R. 1. hanc igitur radicem cum in se multiplicaueris fiet 2. præcisè, igitur 3. est census & quia census positus fuit loco co. erit ipsa co. 2.

Item si dicat 6 co. æquantur R. L. 4. ce. p. 12. vel R. 144. idem est soluitur sic dicendo: igitur 6 co. æquantur co. R. 4. p. 12. igitur 6 co. m. co. R. 4. æquantur 12. diuide 12. per 6. m. R. 4. & quod exit est valor rei.

Item si dicat 6 co. æquantur R. vli 10. ce. p. 104. quadra 6 co. sunt 36 ce. quadra R. V. fit 10 ce. p. 104. detrahe 10 ce. ex 36 ce. sunt 26. ce. æqualia 104. & ce. erit 4. & R. est la co. videlicet 2.

Item si dicat 3. ce. æquantur R. 12. co. igitur quadra fient 9. ce. ce. æqualia 12 co. igitur schisa per co. fient 9 cu. æqualia 12. reduc ad vnum cubum erit cu. 1. æqualis 1  $\frac{1}{3}$  igitur res valet R. cu. 1  $\frac{1}{3}$ . videlicet aliter ter diuide ce. per co. exit co. hanc multiplica in ce. fit cu. reduc ad 1 ce. fiet 1 ce æqualis R. 1  $\frac{1}{3}$  co. igitur cu. æqualis est 1  $\frac{1}{3}$ . eodem modo si dicat cu. æquatur R. 22. co. diuide cu. per co. exit ce. multiplica ce. in cu. fit P. Rel. & R. Rel. P. 32. est valor rei & ita de aliis.

R. numeri numerus est, ut R. 10. est R. 10. R. censuum est co. ut R. 7. ce est co. R. 7. R. ce. ce. est ce. veluti R. 10. ce. ce. est ce. R. 10. R. co. est quid proportionale nam si æquatur numero erit valor rei diuisis co. per numerum quod exit est pars co. exempli R. 6. co. æqualis 12. diuide 6. per 12. exit  $\frac{1}{2}$ .



igitur  $\frac{1}{2}$  co. æquatur R. 600. & hic est valor in co. si vis valorem in numero diuide numerum per co. & exiens multiplica in eundem numerum & quod exit est valor rei. Exemplum R. 6. co. æquantur 12. diuide 12. per 6. exit 2. multiplica 2. in 12. fit 24. & 24. est valor rei. Item in primo modo 10. æquatur R. 4. co. diuide 4. per 10. exit  $\frac{2}{5}$  & R. 4. co. erit  $\frac{2}{5}$  co. vel si vis in numero diuide 10. per 4. exit 2  $\frac{1}{2}$ . multiplica 2  $\frac{1}{2}$  in 10. fit 25. valor rei. Quod si R. co. æquetur ad co. nulla est differentia ad id in quo R. ce. æquualet censui vt R. 18. co. æquualet 3. co. igitur R. 18. ce. æquualet 3. ce. reduc ad vnum fit 1. ce. æqualis R. 2. ce. sed R. 2. ce. per prædicta est co. R. 2. igitur ce. valet co. R. 2. diuide R. 2. per 1. exit R. 2. & hic est valor rei. igitur census valet 2. sed quia posuimus ce. ex co. igitur co. valet 2. & ita R. 18. co. est 6. æquualet 3. co. nam 3. in 2. facit 6. Quod si R. co. æquualet ce. reduc ad 1. ce. & erit R. co. R. cubica ipsius numeri, veluti 1. ce. æquatur R. 7. co. erit ipsa co. R. cu 7. in numero, & ita si cu. æquatur R. 7. co. erit valor rei R. Rel. Prima 7. in numero, in reliquis schisa & habebis

10 Declarauimus autem quod si res æquualet R. co. habebis numerum veluti si 1. co. æquualet R. 4. co. erit vt 1. ce. æquualet R. 4. ce. & sunt co. R. 4. igitur co. valet R. 4. igitur census valet 4. & quia posuimus quod erat co. esse ce. igitur co. valebit 4. & 1. co. quod est 4. æquualet R. 4. quod est R. 16. & est 4. nunc autem cognito valore co. in numero per regulam nonam quod semper cognoscitur volo scire valorem R. co. in co. exemplum diximus quod 1. ce. æquualet R. 7. co. igitur res valet R. cubicam 7. volo modo scire R. 7. co. quid sit in numero: & 1. co. quid valeat in

|           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| 1 co.     | R. cu. 7. | R. 7. co. |
| 1 cu.     | 7         | 7. co.    |
| 1 ce. cu. | 49.       | 343 cu.   |
|           |           | 49        |
|           |           | 16807 cu. |
|           |           | 1 ce. cu. |
|           |           | 16807     |
|           |           | 7         |
|           |           | 2401      |

|                                     |            |
|-------------------------------------|------------|
| exit 16807. diuidendum per 1 cu. &  |            |
| R. cu. 49. R. cu. 7. R. qua. 7. co. |            |
| 49                                  | 7          |
| 2401                                | 49         |
| R. cubica                           | 49         |
|                                     | 16807. cu. |
|                                     | 2401       |
|                                     | 7. cu.     |

R. co. fac per regulam 3. dicendo si 1. co. valet R. cu. 7. quid valebit R. 7. co. quadra & cuba omnes terminos fient 1 ce. cu. p. 49. p. 343. cu. duc secundum in tertium fient 16807. cu. diuide per primum quia 1 cu. est 7. igitur diuiso 16807. per 7. exit 2401. huius igitur R. cubica quadrata, est valor R. 7.

co. dicemus quod valor R. 7. co. in numero, est R. quadrata R. cubica 2401. & est R. cu. 49. vel breuius cuba R. cu. 7. fit 7. duc in 7. co. fit 49. co. aufer co. & remanebit valor R. 7. co. R. cu. 49. habes igitur quod 1 co. valet R. cu. 7. & quod R. 7. co. valet R. cu. 49. dic igitur iterum per regulam 3. Si R. cu. esset R. cu. 7. quid esset R. 7. co. duc vt prius & fiet tandem 1 co. valens R. quadrata R. cubica 7. cu. vel breuius dic 1 co. valet R. cu. 7. & R. 7. co. valet R. cu. 49. duc R. 7. co. in se fit 7. co. cuba denominationem fit 7. cu. cuius R. quadrata est quæsitum.

Si fuerint duo numeri quorum alterius quadratum in reliquum ductum producat terminatum numerum: semper R. cubica numeri producti, erit secunda quantitas uat tertia continua proportionalis inter duos primos numeros secunda si minor numerus fuerit in se ductus, deinde productum in maiorem tertia autem vbi maior numerus fuerit in se ductus, deinde productum in minorem.

Exemplum sint 2. & 8. numeri dicti; & ducatur 2. in se fit 4. deinde productum quod est 4. in alium numerum quod est 8. fit 32. dico quod R. cubica 32. est secunda quantitas proportionalis post 2. inter 2. & 8. ita quod inter R. cubicam 32. & 8. caderet alia quantitas in continua proportionalitate, & ipsa esset R. cu. 128. est igitur R. cu. 32. secunda quantitas proportionalis, quod si quadrares 8.

$$2 \mid R. cu. 32. \mid R. cu. 128. \mid 8.$$

& est quantitas maior, fiet 64. duc in minorem quæ est 2. fit 128. erit igitur R. cubica 128. tertia quantitas proportionalis continua inter 2. & 8. & ita in omnibus, vnde si quis dicat diuide 10. in duas partes ex quarum vna in se multiplicata, deinde in aliam fiat 32. respondebis considerando quantum ex illis partibus illa qua in se multiplicatur necessario est minor, & hoc cognosces ex centesimatrigesima secunda & centesimatrigesima tertia regulis quadragesimi secundi capituli dices igitur quod R. 32. erit secunda quantitas continua proportionalis inter illas partes quod si dixisset quod producerent 144. quia maior numerus in se ducitur ideo dices quod R. cubica 144. erit tertia quantitas inter illas partes, & est notabilis regula valde.

Cum fuerint quatuor quantitates continua proportionales: erit proportio primæ ad tertiam veluti proportio primæ ad secundam duplicata: proportio autem primæ ad quartam erit vt primæ ad secundam triplicata proportio etiam primæ ad tertiam erit sicut quadrati primæ ad quadratum secundæ & similiter proportio primæ ad quartam erit sicut cubi primæ ad cubum secundæ exemplum sint quantitates illæ 16. 8. 4. 2. proportio 16. ad 4. est quadrupla & hæc est sicut 16. ad 8. duplicata nam duæ duplæ faciunt quadruplam, & talis etiam erit 256. quadrati primæ, ad 64. quadratum secundæ nam vtranque quadrupla est &



# De Modis omnibus Imperfectis. 77

& similiter proportio 16. ad 2. est octupla & hæc est triplicata ad proportionem quæ est 16. ad 8. nam dupla in duplam facit quadruplam, & quadrupla in dupla facit octuplam, & ita triplicata dupla, producit octupla & similiter cubus de 16. & est 4096. est octuplus ad cubum de 8. qui est 512.

13 Si fuerint 4. quantitates continuæ proportionales & cubaueris aggregatum secundæ & tertiæ, & ipsum cubum diuiseris per triplum aggregati secundæ & tertiæ addito aggregato primæ & quartæ, & exiens detraheris ex quadrato medietatis aggregati secundæ & tertiæ residui 32. addita dimidio aggregati secundæ & tertiæ residui 32. addita dimidio aggregati secundæ & tertiæ ostendi tertiam quantitatem: & de tracta ostendit secundam, exemplum sint 8. 12. 18. & 27. quatuor quantitates continuæ proportionales, coniunctum ex secunda & tertia est 30. cubus eius est 27000. diuide 27000. per triplum aggregati ex secunda & tertia addito aggregato primæ & quartæ, triplum aggregati ex secunda & tertia est 90. nam 30. fuit aggregatum secundæ & tertiæ, adde igitur ad 90. aggregatum primæ & quartæ & est 35 fit totum 125. diuide 27000. per 125. exit 216. quadra dimidium aggregati secundæ & tertiæ & fuit aggregatum 30. dimidium 15. quadrum 15. est 225. detrahe 216. propter totum ex 225. remanent 9. cuius 3. quæ est 3. addita ad 15. dimidium aggregati, facit 18. tertiam quantitatem, & detrahe 15. remanent 12. pro secunda quantitate.

His visis scire quod numerus co. ce. cu. sunt semper apud algebra continuæ proportionales: & ideo cum fuerint capitula talia numerus co. ce. æqualia cu. vel numerus ce. cu. æqualia co. vel numerus co. cu. æqualia ce. vel co. ce. æqualia numero vel numerus co. æqualia ce. cu. vel numerus ce. æqualia cu. & co. vel numerus cu. æqualia ce. & co. in his 7. modis est ac si diceret sunt 4. quantitates continuæ proportionales & tot ex primis & secundis & quartis æquantur tot ex tertiis & ita de aliis, & hoc tales quantitates ita sunt quod prima est æ. secundæ & secunda tertiæ, & tertia quartæ, oportet enim in talibus semper reducere ab 1. numerum: sicut enim in ternariis maiorem denominationem ad unitatem reducimus, ita in quaternariis minorem denominationem si igitur quis dicat cu. 1. p. 3. ce. æquantur 9. co. p. 10. numero dices igitur reducendo numerum ad unitatem 1. p.  $\frac{1}{3}$  co. æquatur 1. cu. p.  $\frac{1}{10}$  ce. & in hoc admodum ordinem rerum decet nam cum talia sint in continua proportionalitate, omnis questio quantumcumque improportionalis reducitur per algebra ad suam proportionalitatem miro artificio, ita ut prius questio improportionata ad proportionem, reducatur, deinde ex proportionem tandem ad notitiam, & hæc est quam volumus.

Cum fuerint duo numeri iuncti primus & secundus æquales aggregato tertij & quartij: erit differentia primi ad tertium veluti quarti ad secundum, atque etiam differentia primi ad quartum veluti tertij ad secundum differentia etiam primi ad secun-

Tom. I V.

dum erit quantum aggregatum amborum dempto duplo ipsius secundi veluti 7. & 10. componunt 17. item 3. & 14. componunt 17. dico igitur quod differentia 7. ad 3. est

|         |          |            |
|---------|----------|------------|
| primus  | secundus | aggregatum |
| 7       | 10       | 17         |
| tertius | quartus  | aggregatum |
| 3       | 14       | 17         |

veluti 14. ad 10. & est 4. & similiter differentia 7. ad 14. est veluti 3. ad 10. & est 7. item differentia 7. ad 10. est quantum aggregatum quod est 17. dempto duplo secundi & est 20. nam 17. est 3. minus quam 20. & ita 7. est 3. minus quam 10. & ita 10. est maius 7. in 3. & hoc est tantum quantum aggregatum quod est 17. dempto duplo minoris quod est 14. nam differentia vtriusque est 3.

Staute inter 2. & 3. terminum vnum sic 16

|        |          |         |
|--------|----------|---------|
| primus | secundus | tertius |
| 2      | 16       | 3       |

operare multiplica 2. in 3. fit 6. & 16. est terminus medius in continua proportionalitate.

Statue inter 2. & 3. tres terminos in continua proportionalitate primo statue terminum per precedentem, & fient 2. 16. 6. & 3. deinde multiplica terminum medium in vtrumque extremorum, & 16. produ-

|        |          |         |         |
|--------|----------|---------|---------|
| primus | secundus | tertius | quartus |
| 2.     | 16.      | 24.     | 3.      |

etorum erunt reliqui duo termini: duco igitur 16. in 2. fit 32. & 16. 24. est secundus terminus, & similiter multiplica 16. in 3. fit 48. & 16. 54. est quartus terminus.

Statue inter 2. & 3. duos terminos continuæ proportionalitate, quadra 2. fit 4.

|        |          |         |         |
|--------|----------|---------|---------|
| primus | secundus | tertius | quartus |
| 2      | 16.      | 12.     | 3       |

duc in reliquum qui est 3. fit 12. & 16. cubica 12. est secundus terminus quadra etiam 3. fit 9. duc in reliquum terminum fit 18. & 16. cubica 18. est tertius terminus.

Statue inter 2. & 3. quinque terminos continuæ proportionales, statues per primum modum terminum vnum quod erit 16. 6. &

|         |          |           |         |
|---------|----------|-----------|---------|
| Primus  | Secundus | Tertius   | Quartus |
| 2       | 16.      | 12.       | 3       |
| Quintus | Sextus   | Septimus. |         |
| 16.     | 18.      | 486.      |         |

hic erit quartus terminus, deinde per proximum modum statue inter 2. & 16. duos terminos continuæ proportionales, atque per eandem duos inter 16. 6. & 3. multiplica igitur 2. in se fit 4. in 16. fit 32. 96. igitur 16. cubica 16. quadrata 96. est secundus terminus & similiter quadra 16. fit 6. multiplica in 2. fit 12. & 12. & 16. cu. 12. fit 1728. & 16. 3. erit



erit teruis terminus, & similiter quadra  
 $\text{Rz. } 6. \text{ fit } 6. \text{ duc in } 3. \text{ fit } 18. \text{ \& Rz. cu. } 18.$   
 est quintus terminus: & similiter quadra 3.  
 fit 9. duc in  $\text{Rz. } 6. \text{ fit Rz. quadrata } 486. \text{ cu-}$   
 ius  $\text{Rz.}$  cuba est sextus terminus.

Statue inter 2. & 3. quatuor terminos  
 continuas proportionales: cuba 2. fit 8. duc  
 2. in 3. fit 6. duc 6. in 8. fit 48. &  $\text{Rz.}$   
 Rel. P. 48. est secundus terminus pro quin-  
 to cuba 3. fit 27. duc 2. in 3. fit 162. &  
 $\text{Rz.}$  Rel. P. 162. est terminus quintus pro  
 tertio autem quadra secundum terminum  
 vt in tertio modo fecisti circa quod nota

| Primus                                 | Secundus                  |
|--|---------------------------|
| 2                                      | $\text{Rz. Rel. P. } 48.$ |
|  | Tertius                   |
| $\text{Rz. cu. Rz. Rel. P. } 273248.$  |                           |
|  | Quartus                   |
| $\text{Rz. cu. Rz. Rel. P. } 1259712.$ |                           |
| Quintus                                | Sextus.                   |
| $\text{Rz. Rel. P. } 162.$             | 3                         |

quod nil aliud est quadrare  $\text{Rz. Rel. Primam}$   
 48. quam quadrare 48. & prouentus  $\text{Rz.}$   
 Rel. Prima est quadratum  $\text{Rz. Rel. primæ}$   
 48. & itain cubicis, & radicibus radi-  
 cum: & aliis surdis. aut denominationibus,  
 quadra igitur 48. fit 2304. multiplica in quin-  
 tum & est 162. fit 373248. &  $\text{Rz. cubica Rz.}$   
 Rel. primæ huius numeri est tertius: pro  
 quarto multiplica  $\text{Rz. Rel. Primam } 162. \text{ in}$   
 se, & fit 26244. multiplica in secundum  
 terminum qui est 48. fit 1259712. &  $\text{Rz.}$   
 cu.  $\text{Rz. Rel. primæ huius numeri est terminus}$   
 quartus.

Possunt & talia inueniri per vnitatem,  
 & regulam. vt facit Frater Lucas. item per  
 Algebra. verum difficilius & periculosus hac  
 enim via nihil melius potest inueniri.

17 Diuide 10. per 3.  $\text{m. Rz. cu. } 5. \text{ hæc non}$   
 potest solui per capitulum diuisionis surdo-  
 rum, sed indiget arte & regulâ generali

$$\begin{array}{r}
 10 \quad 3. | \text{m. Rz. cu. } 5. | \text{Rz. cu. } \frac{25}{27} \\
 3. \text{ p. Rz. cu. } 5. \text{ p. Rz. cu. } \frac{25}{27} \\
 3. \text{ m. Rz. cu. } 5. \\
 \hline
 9. \text{ m. Rz. cu. } 25. \text{ p. Rz. cu. } \frac{25}{27} \\
 \text{m. Rz. cu. } \frac{125}{27} \text{ \& est } 7 \frac{1}{3} \\
 \hline
 3. \text{ p. Rz. cu. } 5. \text{ p. Rz. cu. } \frac{25}{27} \\
 10. \\
 \hline
 30. \text{ p. Rz. cu. } 5000. \text{ p. Rz. cu. } 925 \frac{25}{27} \\
 7 \frac{1}{3} \quad \frac{10648}{17} \\
 \hline
 4 \frac{3}{11} \text{ p. Rz. cu. } 12. \frac{93}{1531} \text{ p. Rz. cu. } 2. \frac{463}{1531}
 \end{array}$$

tali inuenias tertium terminum in continua  
 proportionalitate 3. &  $\text{Rz. cu. } 5. \text{ \& hoc}$   
 fit per præcedentem, quadra  $\text{Rz. cu. } 5. \text{ fit}$   
 $\text{Rz. cu. } 25. \text{ diuide per } 3. \text{ \& quia } 25. \text{ est cu-}$   
 bus cuba 3. fit 27. diuide 25. per 27. exit  
 $\frac{25}{27}.$  & huius  $\text{Rz.}$  cuba est tertius terminus.  
 quo inuento multiplica diuidendum & est  
 10. & diuisorem & est 3.  $\text{m. Rz. cu. } 5. \text{ in}$   
 recisum diuisoris & est 3.  $\text{p. Rz. cu. } 5. \text{ addi-}$   
 to. proportionali & est  $\text{Rz. cu. } \frac{25}{27}.$  multiplica  
 igitur 3.  $\text{m. Rz. cu. } 5. \text{ in } 3. \text{ p. Rz. cu. } 5. \text{ p. Rz.}$

cu.  $\frac{25}{27}.$  & fit 9.  $\text{m. Rz. cu. } 25. \text{ p. Rz. cu. } 25.$   
 $\text{m. Rz. cu. } \frac{225}{27} \text{ sed Rz. cu. } 25. \text{ p. \& m. nihil}$   
 faciunt, igitur productum erit 9.  $\text{m. Rz.}$   
 cu.  $\frac{225}{27}.$  hoc autem necessario semper habe-  
 bit  $\text{Rz. cu.}$  & est  $1 \frac{2}{3}$  detrahe ex 9. remanet  
 diuisor  $7 \frac{1}{3}.$  multiplico etiam 10. in 3.  $\text{p.}$   
 $\text{Rz. cu. } 5. \text{ p. Rz. cu. } \frac{25}{27} \text{ \& fit productum } 30. \text{ p.}$   
 $\text{Rz. cu. } 5000. \text{ p. Rz. cu. } 925 \frac{25}{27} \text{ diuide hoc per}$   
 $7 \frac{1}{3} \text{ cubando } 7 \frac{1}{3} \text{ fit } \frac{10648}{27} \text{ diuide igitur } 30.$   
 per  $7 \frac{1}{3}$  exit 4.  $\frac{1}{11}.$  diuide  $\text{Rz. cu. } 5000. \text{ per}$   
 $\text{Rz. cu. } \frac{10648}{27} \text{ exit Rz. cu. } 12. \frac{93}{1531} \text{ diuide etiam}$   
 $\text{Rz. cu. } 925. \frac{25}{27} \text{ per Rz. cu. } \frac{10648}{27} \text{ exit Rz. cu.}$   
 $2 \frac{491}{1531} \text{ erit igitur prouentus diuisionis factæ}$   
 de 10. per 3.  $\text{m. Rz. cu. } 5. \text{ hoc totum } 4. \frac{3}{11} \text{ p.}$   
 $\text{Rz. cu. } 12. \frac{93}{1531} \text{ p. Rz. cu. } 2. \frac{463}{1531} \text{ \& hanc re-}$   
 gulam habui à Magistro Gabriele de Arato-  
 ribus Arithmeticam Mediolani publicè do-  
 cente.

Cum prouenerit æquatio in qua sit radix  
 numeri quadrata vel cubica, vel  $\text{Rz. Rz.}$  non  
 impedit te ab æquatione siue sit adiunctus  
 numerus siue non.

Item nihil impedit  $\text{Rz.}$  quadrata censuum,  
 nec censuum census, quia  $\text{Rz.}$  quadrata cen-  
 suum sunt co. numero  $\text{Rz.}$  numeri censuum  
 veluti  $\text{Rz. } 6. \text{ ce. sunt co. numero Rz. } 6. \text{ idest}$   
 accipere tot co. quantus est numerus  $\text{Rz. } 6.$   
 & similiter  $\text{Rz. } 9. \text{ ce. sunt co. numero Rz. } 9.$   
 idest co. 3. Item  $\text{Rz.}$  census census sunt census  
 numero  $\text{Rz.}$  census census veluti  $\text{Rz. } 10. \text{ cen-}$   
 sus census numero  $\text{Rz. } 10. \text{ Et similiter Rz. Rz.}$   
 census census veluti  $\text{Rz. } 10. \text{ census census}$   
 sunt co. numero  $\text{Rz. Rz. } 10. \text{ \& similiter Rz.}$   
 cubica cuborum nihil impedit: quia talis  
 $\text{Rz.}$  est co. numero  $\text{Rz.}$  cubica numeri cubo-  
 rum: veluti  $\text{Rz.}$  cubica decem cuborum est  
 co. numero  $\text{Rz.}$  cubica 10. in omnibus igitur  
 his est solutio non habens impedimen-  
 tum. Exemplum census & tres numeri  
 æquantur duabus  $\text{Rz.}$  cubicis octo cuborum  
 est ac si diceret census & tres numeri æquan-  
 tur tot co. quot sunt duæ Radices cubicae  
 de 8. diuide igitur duas de 8. per (Rancor)  
 & fit vna  $\text{Rz.}$  cubica de 8. multiplica eam  
 in se & fit vna  $\text{Rz.}$  cubica 64. à qua detrahe  
 numerum qui est 3. & fit  $\text{Rz.}$  cubica 64.  
 $\text{m. } 3. \text{ hoc totum adde dimidio radicem \&}$   
 est vna  $\text{Rz.}$  cubica de 8. & fiet valor rei vna  
 $\text{Rz.}$  cubica de 8.  $\text{p. Rz. cubica } 64. \text{ m. } 3. \text{ \&}$   
 ita res valet 3. Et nota quod cum multi-  
 plicas duas  $\text{Rz.}$  cubicas de 10. in se sunt 4.  
 $\text{Rz.}$  cubicae de 100. quadrando vtrumque  
 extremum.

Item nota quod 4.  $\text{Rz.}$  cubicae de 100. sunt  
 $\text{Rz.}$  cubica 6400. quod inuenitur cubando  
 4. fit 64. deinde multiplicando 64. in 100.  
 fit 6400.

$\text{Rz.}$  autem quadrata vel cubica de la co.  
 Item  $\text{Rz.}$  cubica census. Item  $\text{Rz.}$  quadrata  
 cuborum. Item  $\text{Rz.}$  cubica censuum census  
 impediunt æquationem quin fuerit in plu-  
 ribus terminis quàm duobus. Exceptis qui-  
 busdam casibus inferius dicendis.

Quando cubi, &  $\text{Rz.}$  quadrato cuborum,  
 æquantur numero, aut cubi & numerus,  
 $\text{Rz.}$  quadrata cuborum. aut  $\text{Rz.}$  quadrata cu-  
 borum, & numerus, æquantur cubis. tunc  
 capitula hæc habent solutionem. in omni-  
 bus his. pone  $\text{Rz.}$  cuborum ex vna parte, &  
 & cubos & numerum ex alia, & quadra-  
 vramque



# De Modis omnibus Imperfectis. 79

utramque partem per se, & fient cubi æquales ce. cu. p. numero.

Exemplum R. 3. cu. p. 1. æquantur 36. dices igitur transponendo R. 3. cu. in se fit 3. cu. multiplica 36. m. 1. cu. in se fit 1 census cu. p. 1296. m. 72. cu. æqua partes fient 1 census cu. p. 1296. æqualia 75. cu. sequere capitulum de compositorum dimidiando 75. cu. fit 37.  $\frac{1}{2}$  multiplica in se fit 1406.  $\frac{1}{4}$  detrahe 1296. remanent 110.  $\frac{1}{4}$ . cuius accipe R. quæ est 10  $\frac{1}{4}$ . & eam subtrahere veluti adde ad 37  $\frac{1}{2}$  fit 27. vel 49. & R. cubica 27. est valor rei. vel R. cubica 47. nam utroque verificatur, & ita in reliquis duobus casibus.

Est & alia exceptio quin R. cuborum, & census, æquatur rebus, vel R. cuborum, & res, æquantur censibus: vel census, & res, æquantur R. cuborum. tunc schifando esset ac si diceret res & numeros æquantur R. censuum. & similiter potest solui alio modo ponendo R. cuborum ex vna parte, & census & co. ex alia: & fient cubi æquales censibus, & rebus: & ideo schifando habebis æquationem.

Aliquando etiam vitatâ vnâ multiplicatione assequimur æquationem. Exemplum quidam luse in natalitiis festis & prima die lucratus est tot pecunias quot habebat secunda autem die lucratus est Radicem eius quod habuerat primâ die & duos aureos plus tertia autem die lucratus est tantum quantum fuit quod producit ex pecuniis primæ & secundæ diei. Et cum numerasset pecunias primæ secundæ & tertiæ diei inuenit se habere aureos 49. quæritur igitur quot aureos habuit in prima die. pone igitur quod habuerit primâ die  $\frac{1}{4}$  census igitur secundâ die habebat 1 census quod est duplum eius & tunc lucratus est radicem eius p. 2. igitur lucratus est 1. co. p. 2. in tertia autem die si multiplicares 1. census p. 1. co. p. 2. in se & adderes producto ipsam radicem. fieret totum autem 49. sed talis multiplicatio non reciperet æquationem dices igitur si 1. census p. 1. co. p. 2. Cum eius quadrato, æquantur 49. igitur 1. census p. 1. co. p. 2. æquabuntur tali numero qui in se multiplicatus atque multiplicationi additus faciat 49. ergo secundam positionem & dic 1 census p. 1. co. æquantur 49. igitur per capitulum ipsa co. valet R. 49.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$  habes igitur quod 1. census p. 1 co. m. 2. æquantur R. 49.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ . quare 1. census p. 1 co. æquabuntur R. 49  $\frac{1}{4}$  m. 2  $\frac{1}{4}$ . igitur per capitulum iterum diuides 1 co. & fiet  $\frac{1}{4}$ . quadra & fit  $\frac{1}{4}$  adde ad radicem ligatam 49.  $\frac{1}{4}$  m. 2.  $\frac{1}{4}$ . fit R. 49.  $\frac{1}{4}$ . Cuius accipe R. & erit R. R. V. ligata 49.  $\frac{1}{4}$  m. 2.  $\frac{1}{4}$ . à qua detrahe  $\frac{1}{4}$  pro dimidio Radicem erit valor rei R. R. V. L. 49.  $\frac{1}{4}$  m. 2  $\frac{1}{4}$  m. L  $\frac{1}{4}$ . & quia posuimus quod haberet  $\frac{1}{4}$  census primâ die multiplicabimus R. R. V. L. 49  $\frac{1}{4}$  m. 2.  $\frac{1}{4}$  m. L  $\frac{1}{4}$ . Et producti medietas est quantitas areorum quos habuit primâ die.

22 Est & aliud genus radicem de quibus non meminimus anno ob difficultatem earum & vocantur radices pronicæ, & sunt tres minor media: & maior & minor est quin aliquis numerus in se ductus deinde additus

producit alium numerum, veluti 2. est R. pronica minor de 6. & 3. de 12. & 4. de 20. & 5. de 30. & 6. de 42.

Pronica media est cum aliquis numerus in se cubicæ ducitur deinde additur R. ipsa, tunc aggregati illius primus numerus est R.

Pronica media: veluti 2. est R. pronica 10. & 3. de 30. & 4. de 68. & 5. de 130. & ita de aliis, nam 5. in se cubicæ ductus producit 125 & additis 5. fiunt 130.

Pronica maior est cum numerus aliquis in se ducitur: & producto additur R. numeri multiplicati: & hoc modo dicemus quod 2. est R. pronica 18. & 3. de 84. & 4. de 260. & ita de aliis, in prima autem numerus æquatur 1. ce. p. 1. co. in secunda numerus æquatur 1. cu. p. 1. co. in tertia autem numerus æquatur 1. ce. ce. p. 1. co.

Differentia cubi à cubo quorum vnitas est differentia sic cognoscitur, multiplica R. vnus per R. alterius, & productum tripla, & adde vnitatem & hæc est differentia, Exemplum cubus 2. est 8. volo scire cubum 3. duco 2. in 3. fit 6. fit 18. adde 1, fit 19. & hæc est differentia igitur dicemus quod cubus 3. est 27 nam 8. & 19. faciunt 27. & ita cubus R. cu. 10. p. 1. est ex hac R. cu. 2700. p. R. cu. 270. p. 1. Radicis autem cubicæ 10. cubus est 10. igitur cubus R. cu. 10. p. 1. est 11. p. R. cu. 2700. p. R. cu. 270. sed per aliam viam cubus R. cu. 10. p. 1. est 11. p. R. cu. 800. p. R. cu. 80. p. R. cu. 100. p. R. cu. 10. igitur dicemus quod R. cu. 2700. p. R. cu. 270. est tantum quantum R. cu. 800. p. R. cu. 80. p. R. cu. 10.

## Regula de Modo.

Est etiam regula de Modo à me appellata, 64 quoniam ex ipsa habentur regulæ infinitæ in rebus maxime mercantilibus, & potes replere librum ex ipsis in vno mense diuersarum operationum, quæ omnes regulæ diuersæ videbuntur: & ita Frater Lucas, Borgia, Fortunatus, fecerunt libros pro Neotericis instruendis, & ita tu lector poteris quotidie nouas regulas & inusitatas fabricare.

Modus est talis solue quæstionem quamuis per algebra deinde detrahe la co. & serua operationes easdem in terminis suis, & erit regula generalis.

Exemplum brachia panni viridis 7. & brachia 3. nigri, valent libras 72. atque eodem pretio brachia 2. panni viridis, & brachia 4. panni nigri valent libras 52. quæritur pretium vtriusque solue per la co. hoc modo, pone quod brachium primi panni viridis valeat 1. co. igitur 7. brachia valent 7. co. igitur 3. brachia panni nigri valent residuum quod est 72. m. 7. co. diuide per 3. brachia panni nigri exit valor 1. brachij panni nigri 24. lib. m. 2.  $\frac{1}{3}$  multiplica per brachia 4. panni nigri secundæ positionis fiet valor panni nigri libros 96. m. 9.  $\frac{1}{3}$  co. & quia 1. brach. panni viridis valeat 1. co. igitur 2. brachia valent 2. co. igitur brachia 2. panni viridis & 4. nigri valent 96. libras m. 7.  $\frac{1}{3}$  co. quare cum valeant lib. 52. erunt lib. 96. m. 9  $\frac{1}{3}$  co. æquales lib. 52. demus 52. ex 96. fient



44.& tot libras valent  $7\frac{2}{3}$  co. quare res va-  
let 6. & quia quannus viridis positus est va-

| Viride | Nigrum                     |
|--------|----------------------------|
| 7      | 3. lib. 72.                |
| 2      | 4. lib. 62.                |
| <hr/>  |                            |
| 7 co.  | 72. m. 7 co.               |
|        | 3                          |
|        | <hr/>                      |
|        | 24. m. 2 $\frac{1}{3}$ co. |
|        | 4                          |
|        | <hr/>                      |
|        | 96. m. $\frac{1}{3}$ co.   |
|        | 2. co.                     |
|        | <hr/>                      |
|        | 96. m. 6 $\frac{1}{3}$ co. |
|        | 52                         |
|        | <hr/>                      |
|        | 44. m. 7 $\frac{1}{3}$ co. |
|        | 7 $\frac{1}{3}$            |
|        | <hr/>                      |
|        | 6                          |

lere 1.co. pro brachio, erit pretium 1. bra-  
chij panni viridis lib.6.& quia erant 7. bra-  
chia valebant lib.42.& quia brachia 7.viri-  
dis & 3.nigri valebant 72.lib.igitur brachia  
3.nigri valent residuum de 82.& sunt libræ  
30.quare 1.brachium panni nigri valet lib.  
10.igitur pannus viridis valet lib.6.& niger.  
lib.10.pro brachio.

| Viridis        | Niger.           |
|----------------|------------------|
| bra. 7.        | bra. 3. lib. 72. |
| bra. 2.        | bra. 4. lib. 52. |
| <hr/>          |                  |
| 7              | 72.              |
| 3              | 3                |
| <hr/>          |                  |
| $2\frac{1}{3}$ | 24.              |
| 4              | 4                |
| <hr/>          |                  |
| $9\frac{1}{3}$ | 97.              |
| 2              | 52.              |
| <hr/>          |                  |
| $7\frac{1}{3}$ | 44.              |

Reduce modo ad regulam, & dices,  
in talibus diuide quantitatem brachii pan-  
ni maiorem, & pecunias seorsum, per  
quantitatem panni minorem, videlicet di-  
uide 72. & 7. per 3. exeunt 24 &  $2\frac{1}{3}$ : &  
hæc multiplica per numerum panni eiusdem  
generis in secunda positione & fuit 4.&  
fiunt 96. &  $9\frac{1}{3}$ . detrahe numerum alterius  
panni & est 2.ex producto brachiorum & est  
 $9\frac{1}{3}$  & libras 52. ex libris ultimo produ-  
ctis & sunt 96. remanebunt brachia  $7\frac{1}{3}$  ex  
parte brachiorum, & lib. 44. ex parte li-  
brarum: diuide lib. 44. per brachia  $7\frac{1}{3}$  exi-  
bunt lib. 6. pro brachio: & tantum valebit  
1. brachium panni plurium brachiorum  
ideft panni virides, & in similibus casibus  
habes regulam pulcram generalem & ita  
infinitas conficere potes

Et regula per quam extrahuntur omnes  
hæ regulæ ex superioribus capitulis, voca-  
tur regula de modo nobilis supra omnes re-  
gulas.

Exemplum aliud vides hîc abreuiatum  
& facile diuide 5. & 18. per 3. & exeunt  
 $1\frac{2}{3}$  & 6. multiplica per 7. fiunt  $11\frac{2}{3}$  &  
42. detrahe numeros superiores qui sunt  
4. & 24. in directo fiunt  $7\frac{2}{3}$  & 18.

| Velutum.        | Rafum. | Duc.                  |
|-----------------|--------|-----------------------|
| 5               | 3      | 18.                   |
| 4               | 7      | 24.                   |
| $1\frac{2}{3}$  |        | 6.                    |
| $11\frac{2}{3}$ |        | 42.                   |
| 4               |        | 24.                   |
| $7\frac{2}{3}$  |        | 18.                   |
| <hr/>           |        |                       |
| Valor           | 2      | $\frac{8}{23}$ Veluti |

Diuide 18. per  $7\frac{2}{3}$  exeunt  $2\frac{8}{23}$  valor  
veluti.

Ex vndecima & duodecima regulis vige-  
gesimifecundi Capituli liquet, quod cum  
diuiferis 1. cu. p. 1. per 1 co. p. 1. exit 1  
census p. 1. m. 1. co. Item cum diuiferis 1.  
cu. m. 1. per 1 co m. 1. exit 1. census p. 1.  
co. p. 1. Ex decimasexta autem regula hu-  
ius capituli liquet, quod cum diuiferis 1.  
cu. p. 8. per 1 co. p. 8. cu. 8. exhibit 1 cen-  
sus m. co. 8. cu. 8. p. 8. cu. 64. in nume-  
ro & ita si diuideres 1 cu. p. 7. exhibit diui-  
sor 1 co. p. 8. cu. 7. & factâ diuisione exhibit  
1 census m. 8. cu. 7. p. 8. cu. 49. in nume-  
ro. Et ita si diuiferis 1 cu. m. 8. per 1 co.  
m. 8. cu. 8. exhibit 1 census p. co. 8. cu. 8.  
p. 8. cu. 64. in numero. & modus est talis  
volo diuidere 1 cu. p. 8. per 1 co. p. 8. cu.  
8. dico, quod exhibit 1. ce. m. co. 8. cu. 8.  
p. 8. cu. 64. in numero diuido primo 1. cu.  
per 1 co. exit 1 census deinde multiplico per  
modum diuisionis integrorum 1. census in  
1. co. p. 8. cu. 8. fit 1 cu. p. 8. cu. 8. cen-  
sus cu. detraho ex diuidendo remanent m.  
m. cu. 8. census census cu. p. 8. hdc diuido  
etiam per 1. co. diuiforis exit m. 8. cu. 8.  
cu. & est m. co. 8. cu. 8. multiplico m. co.  
8. cu. 8. in diuiforem fit m. 8. cu. 8. cen-  
sus cu. m. co. 8. cu. 64. detraho ex m. 8.  
cu. 8. census cu. p. 8. remanent p. co 8.

p. co. 8. cu. 64. p. 8.  
m. 8. cu. 8. census cu. p. 8.

1 cu. p. 8.  
1 co. p. 8. — cu. 8.

1 ce. m. co: m. cu. 8. p. 8. cu. 64.  
1 cu.

p. 8. cu. 8, census cu. m. co. 8. cu. 64.  
p. co. 8. cu. 64. p. 8.

cu. 64. p. 8. & hoc est quia m. detractum  
à p. remanet p. igitur diuido co. 8. cu. 64.  
per 1. co. exit 8. cu. 64. duco 8. cu. 64. in  
diuiforem exit co. 8. cu. 64. p. 8. detraho  
ex supraposito residuo nihil remanet.

Si quis igitur dicat per quid debeo diui-  
dere 1 cu. p. 7. dico diuide per 1 co. p. 8.  
cu. 7. si dicat per quid debeo diuidere 1. cu.  
m. 5. dico diuide per 1 co. m. 8. cu. 5. si  
dicat diuidendo 1 cu. p. 7. per 1 co. p. 8. cu.  
7. quid exhibit dico semper quare inter 1.  
numerus cubi & 7. numrrum plus aut mi-  
nus duas quantitates continux proportio-  
nales per decimam sextam regulam & erunt  
8. cu. 7. & 8. cu. 49. si igitur diuidis per  
1 co. p. 8. cu. 7. exhibit 1 census m. co.  
8. cu. 7. p. 8. cu. 49. quod si diuidis 1 cu.  
m. 7. per 1. co. m. 8. cu. 7. exhibit 1. census  
p. co. 8. cu. 7. p. 8. cu. 49.

Ex



# De Modis omnibus Imperfectis 81

26 Ex hac sequitur in duobus capitulis Algebra quæ sunt cubus & numerus æqualia co. Item cu. æqualis co. & nu. quotiens ipsæ res fuerint 1. p. quam nu. aut duplum rerum sit 8. p. quam nu. aut triplum rerum sit 27. p. quam nu. aut quadruplum rerum sit 64. p. quam nu. & ita deinceps res multiplicatæ per aliquem nu. excedant ipsum nu. in cubo numeri. multiplicantis veluti si multiplicauerimus per 3. excessus sit in 27. & si per 4. in 64. & si per 5. in 125. Et ita de aliis aut etiam si e converso, videlicet quod res duplicatæ & additæ numero faciant 8. aut triplicatæ & additæ numero faciant 27. aut quadruplicatæ & additæ numero faciant 64. in his omnibus casibus semper reducemus rem ad capitulum notum hoc modo.

Si res & nu. æquantur cubis reducemus omnia ad vnum cubum deinde detrahemus res à numero si res sint 1 p. quam nu. aut detrahemus duplum rerum à numero si duplum rerum sit 8. p. quam nu. Et ita de triplo & alius deinde ponemus res cum numero detracto per viam p. & residuum adiungemus cubo & erunt æqualia & habebunt communem diuisorem 1 co. p. 8. cu. numeri additi ad cubum, & ex vna parte exhibunt census co. & nu. & ex alia nu. Vnde æquatio erit manifesta.

Exemplum sint 3. cu. æquales 24. co. p. 11. Reduc ad 1. cu. sit 1. cu. æqualis 8. co. p. 7. no. & quia 8. excedit 7. in 1. detrahe 8. ex 7. remanet 1. addo ad 1. cu. sit 1. cu. p. 1 addo 1. ad 7. sit 8 sit ergo 1. cu. p. 1 æqualis ad 8 co. p. 8. Vel aliter & facilius transfer numerum qui est 7. ad cubum dices igitur si 8. co. p. 7. æquantur ad 1. cu. igitur 1. cu. m. 7. æquatur ad 8. co. adde vtrique parti 8. pro numero & fient 8. co. p. 8 æquales ad 1. cu. p. 1. diuide igitur 1. cu. p. 1. per 1. co. p. 1. & exit 1 census m. 1 co. p. 1. diuide 8 co. p. 8. per 1 co. p. 1. exit 8. igitur 1 census p. 1. m. 1. co. æquatur 8. igitur 1. census p. 1. m. 1. co. æquatur 8. igitur 1. census æquatur ad 1. co. p. 7. igitur res valet per capitulum  $\frac{1}{7}$  p. 8. 7.

Aliud exemplum, sint cubi 3. æquales 15. co. p. 6. reduc. ad vnam cubum, erit igitur 1. cu. æqualis 5. co. p. 2. & quia duplum 5. est 10. & 10. excedit 2. qui est numerus in 8. dicemus igitur transferendæ si 1. cu. æquatur ad 5 co. p. 2. igitur 1. cu. m. 2. quatur 5 co. dupla 5. sit 10. adde vtrique parti sit 1. cu. p. 8. æqualis ad 5. co. p. 10. inuenias communem diuisorem per præcedentem qui erit 1 co. p. 2. quia 2. est 8. cubica de 8. diuide 1 cu. p. 8 per 1. co. p. 2. exit 1 census m. 2 co. p. 4. per vigesimam quintam regulam diuide 5. co. p. 10. per 1. co. p. 2. exit 5. igitur 1 census p. 4. æquatur ad 2 co. p. 5. igitur 1 census æquatur 2. co. p. 1. igitur res valet 1. p. 8. 2.

Si verò 3. cu. æquantur 15 co. p. 36. tunc reduc ad 1. cu. & fiet 1 cu. æqualis 5. co. p. 12. triplica 5. sit 15. adde ad 12. sit 27. cum igitur 27 sit cubus de 3. erit 27. cubus quæritus & 3. 8. cubica 27. res quæritæ.

Cum vero cubus & numerus fuerint æqua-

ha rebus utpote 3. cu. p. 21. sunt æqualia 24. co. reduc ad 1. cu. & fit 1. cu. p. 7 æqualis 8 co. & quia differentia est 1. detrahes 8. numerum rerum ex vtraque parte & fiet 1. cu. m. 1. æqualis 8 co. m. 8. quare communis diuisor erit 1 co. m. 1. diuiso igitur 1 cu. m. 1. per 1 co. m. 1. exhibit 1 census p. 1. co. p. 1. diuiso etiam 8 co. m. 8. per 1. co. m. 1. exhibunt 8. igitur 1 census p. 1 co. p. 1. æquantur 8. igitur 1 census p. 1. co. æquantur 7. quare per capitulum Algebrae (necro) res valebit 8. 7.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ .

Aliud exemplum, sint cubi 3. p. 6. æquales 15 co. igitur 1. cu. p. 2. æquabitur 5. co. reducendo ad 1. cu. dupla igitur 5. numerum de le co. sit 10. detrahe 10. ex vtraque parte fiet 1 cu. m. 8. æqualis 5. co. m. 10. igitur communis diuisor est 1 co. m. 2. diuide 1. cu. m. 8. per 1 co. m. 2. exit 1 census p. 2. co p. 4. diuide 5 co. m. 10. per 1. co. m. 2. exit 5. igitur 1. census p. 2 co. p. 4. æquatur 5. quare 1 census p. 2. co. æquatur 1 igitur res valet 8. 2. m. 1. cuius cubus est 8. 50. m. 7. igitur 1 cu. p. 2. est 8. 50. m. 5. Et tantum sunt co. 5. nam 5. in 8. 2. m. 1. facit 8. 50. m. 5. verificatur etiam vbi res sit 2. & cubus & sicut & in (Rancor) est duplex æquatio.

Est etiam aliud genus æquationis & est 27 vt 1 cu. p. 7. co. æquetur 4. census p. 4. & tunc transferendo vnitatem fiet 1. cu. p. 7. co. m. 1 æqualis 4 census p. 3. quare 4. census p. 3. m. 7 co. æquabitur 1 cu. m. 1. igitur diuiso partibus per 1 co. m. 1. fient 1 census p. 1. co. p. 1. æqualia 4 co. m. 3. quare 1 census p. 4. æquabitur 3 co. Et ita res est in capitulo.

Et similiter si ponatur 1 cu. p. 1. co p. 2. æqualis 4. census reduces 1. cu. ad m. 1. & fiet 1. cu. m. 1. æqualis 4 census m. 1. co. m. 3. quo diuiso per 1 co. m. 1. exhibunt 4 co. p. 3. æquales 1. census p. 1 co. p. 1. quare erit 1 census æqualis 3 co. p. 2. & erit in capitulo minore compositorum.

Et similiter si fuerint 7 co. m. 3. æquales ad 1. cu. p. 3 census reducendo ad 1. cu. m. 1. fiet 1. cu. m. 1. æqualis 7. co. m. 3. census m. 4. quare diuiso per 1 co. m. 1. exhibunt 4. m. 3. co. æqualia ad 1 census p. 1. co. p. 1. igitur erit 1 census p. 4. co. æqualia 3. Et erit in capitulo.

Et similiter si fuerint 1. cu p. 4. co æqualia 4 census p. 1. reducendo ad 1. cu. m. 1. fiet 1. cu. m. 1. æqualis 4. census m. 4. quare diuiso per 1 co. m. 1. fient 1. census p. 1 co. p. 1. æqualia 4. co quare 1 census p. 1. æquabitur 3. co.

Et similiter quotiens & est regula generalis fuerint cu census co. & nu. ita disposita quod duo ex his æquetur duobus ex aliis fuerintque duo inuicem æqualia semper habebimus æquationem exemplum 3. cu. p. 3. æquantur 7. census p. 7 co. æquatio erit manifesta schifando per 1. co. p. 1. & similiter si dicas 3. cu. p. 7. co. æquantur ad 7. census p. 3. igitur 3. cu. m. 3. æquantur 7. census m. 7 co.

Et similiter 2. cu p. 5. census æquantur 10. co. p. 16. igitur 1. cu. p. 2  $\frac{1}{2}$  census æquabitur 5. co. p. 8. igitur transponendo 1. cu,



cu. m. 1. æquabitur  $2\frac{1}{2}$  census m. 5. co igitur diuidendo per regulam vigesimam sextam præcedentem per 1 co. m. 2. fiet 1 census p. 1 co. p. 1. æqualis  $2\frac{1}{2}$  co. p. 2  $\frac{1}{2}$  igitur 1. census æquabitur  $1\frac{1}{2}$  co. p. 1  $\frac{1}{2}$  Et erit in capitulo.

Et similiter si fuerit 1. cu. p. 3. æqualis 4. census p. 2. co. habebimus, æquationem reducendo ad 1. cu. p. 1. Et fient 4 census p. 2 co. m. 2. æquales 1. cu. p. 1 quare diuidendo per 1. co. p. 1. fient 4. co. m. 2. æquales 1 census m. 1. census m. 1 co. p. 1. quare 1 census p. 3. æquabitur 5. co. Et erit in capitulo.

Et similiter si fuerint 4 census p. 6 co. p. 1. æqualia 1. cu. reducemus ad 1. cu. p. 1. Et remanebunt 4 census p. 6. co. p. 2 æqualia 1. cu. p. 1. Vnde diuidendo per 1. co. p. 1. fient 4. co. p. 2. æquales ad 1. census m. 1. co. p. 1. itaque erit 1. census æqualis 5 co. p. 1. Et erit in capitulo.

Et similiter si fuerint 1. cu. p. 2 census æquales 2. co. p. 3. reducemus ad 1. cu. p. 1. & fient 1. cu. p. 1. æqualia 2 co. p. 4. m. 2. census quare diuidendo per 1. co. p. 1. fient 4. m. 2. co. æqualia 1. census m. 1. co. p. 1. quare 1. census p. 1. co. æquabitur 3. Et erit in capitulo.

Et similiter sequent æquationes per re-

|            |                          |            |
|------------|--------------------------|------------|
| diuidendus | 1. cu. p. 1.             | diuidendus |
| diuisor    | 1. co. p. 1.             | exiens     |
| exiens     | 1 census m. 1. co. p. 1. | diuisor    |

|            |                         |            |
|------------|-------------------------|------------|
| diuidendus | 1. cu. m. 1.            | diuidendus |
| diuisor    | 1 co. m. 1.             | exiens     |
| exiens     | 1 census p. 1 co. p. 1. | diuisor    |

liqua duo diuidentia de 1. cu. p. 1. & de 1. cu. m. 1. Et ego ponam ambos diuifores vtriusque.

Et scias quod quando res æquantur cubis & numeris tunc capitulum habet duplicem semper solutionem, veluti si dico dico quod 1. cu. p. 2 æquatur 5 co. nam res potest valere 2. & cubus erit 8. & cubus plus 2. est 10. & 5. co. sunt etiam 10. & similiter diuisione facta per 1 co m. 2. fit 1 census p. 2. co. p. 4. æqualis 5. quare res valebit 2. m. 1. & in vtroque casu verificatur quod 1. cu. p. 2. æquatur 5 co. siue ipsa res ponatur 2. siue 2. m. 1 & hoc est simile quando res æquantur censui p. nu. & ita etiam quando census æquatur censui censui p. nu. & vniuersaliter semper quando denominatio media per se æquatur extremis iunctis semper æquatio oritur duplex & res habet duplicem valorem & in vtroque verificatur & ita etiam dicemus quod quando census æquabitur cu. p. nu. valor census erit duplex

28 Si fuerint duæ quantitates quarum aggregatum per ambas diuiferis & prouenientia iunxeris & totum duxeris in productum vnus in alteram quod fiet erit æquale quadrato aggregati exemplum capio 8. & 27. iungo simul fiunt 35. diuido 35. per 8. exit  $4\frac{3}{8}$  diuido 35. per 27. exit  $1\frac{5}{27}$  iungo  $4\frac{3}{8}$  &  $1\frac{5}{27}$  fiunt  $5\frac{115}{216}$  dico quod si hoc ducatur in 216. quod est productum ex 8. in 27. fient 1125. & hoc est æquale quadrato 35. vide-

licet aggregati.

Et si fuerint 3. quantitates continuæ proportionales quadratum prouentus aggregati earum diuifi per secundam quantitatem est æquale aggregato prouentuum aggregati diuifi per singulas illarum: exemplum capio 4. 6. 9. aggregatum est 19. diuido 19. per 6. & est secunda quantitas exit  $3\frac{1}{6}$  quadro  $3\frac{1}{6}$  fit 10.  $\frac{1}{36}$  & hoc erit æquale prouentui 19. aggregati diuifi per 4. & per 6. & per 9. diuido 19. per 4. exit  $4\frac{3}{4}$  diuido 19 per 6. exit  $3\frac{1}{6}$  diuido 19. per 9. exit  $2\frac{1}{9}$  iungo  $4\frac{3}{4}$ .  $3\frac{1}{6}$ . faciunt  $10\frac{1}{36}$ . ex hoc sequitur quod aggregatum ex prouentibus diuisionis aggregati trium quantitatum continuæ proportionalium per omnes illas est semper quadratum quia est quadratum quantitatis prouenientis ex aggregato diuifo per secundam quantitatem, sequitur secundo quod cognito aggregato & quantitate secunda proportionali cognoscam omnes partes videlicet reliquas duas & etiam aggregatum prouentuum aggregati diuifi per omnes illas partes veluti si aggregatum est 19. & quantitas secunda 6. scio quod aggregatum prouentuum erit  $10\frac{1}{36}$  videlicet quadratum  $3\frac{1}{6}$  qui prouenit diuifo 19. per 6. & similiter dicam quod si aggregatum sit 10. & secunda quantitas 3. quod aggregatum diuisionis 10. per omnes illas quantitates erit  $11\frac{1}{9}$  quadratum videlicet  $3\frac{1}{3}$ .

Et si fuerint 4. quantitates continuæ proportionales & diuiferimus aggregatum per vnāquamque illarum & iungamus prouentus & totum multiplicauerimus in productum primæ in quartam aut secundæ in tertiam, fiet tale productum æquale productioni totius aggregati ex omnibus 4. quantitativibus in seipsum. Exemplum capio 8. 12. 27. quæ iunctæ faciunt 65. diuido 65. per 8. exit  $8\frac{1}{8}$  & per 12. exit  $5\frac{5}{12}$  & per 18. exit  $3\frac{7}{18}$  & per 27. exit  $2\frac{41}{27}$  iungo simul & fiunt  $19\frac{121}{216}$  multiplica  $19\frac{121}{216}$  per  $216$ . quod est productum ex prima in quartam id est ex 8. in 27. vel ex secundā in tertiam dabo igitur  $19\frac{121}{216}$  in 216. fiunt 4215. & hoc est æquale quadrato 65. aggregati ex omnibus.

Et si fuerint quatuor quantitates continuæ proportionales productum aggregati ex prima & quarta in aggregatum ex prima & secunda erit æquale ei quod sit diuifo aggregato primæ & quartæ per secundam & per tertiam seorsum. Deinde aggregatis prouentibus & ductis in quadratum secundæ, veluti sint quantitates illæ 8. 12. 18. 27. iunge primam & quartam fiunt 35. iunge primam & secundam fiunt 20. multiplica 20. in 35. fiunt 700. dico quod tantum faciet quadratum secundæ quantitatis & est 144. in aggregatum prouentus 35. diuifi per secundam & tertiam quantitatem diuide igitur 35. aggregatum primæ & quartæ per 12. exeunt  $2\frac{11}{12}$  diuide 35. per 18. exit  $1\frac{17}{18}$ . iunge simul fiunt  $4\frac{31}{36}$  multiplica  $4\frac{31}{36}$  in 144. fit 700. & eodem modo si veles ponere 27, primam quantitatem & 18. secundam & 12. tertiam & 8. quartam erit enim prouentus diuisionis 35. aggregati ex prima & quarta per 12. & 18. tertiam & secundam quantitatem vti supra  $4\frac{31}{36}$  & hic



# De Modis omnibus Imperfectis. 83

hic ductus in 324. quadratum secundæ facit 144. & tantum facit productum ex aggregato primæ & secundæ & est 45. in aggregatum primæ & quartæ & est 35. nam 35. in 45. facit 1575. & hæc duæ regulæ vltimæ docent modum solutionis capitulorum trium quæ sunt cu. cen. æqualia numero & cu. nu. æqualia census & census nu. æqualia cu. & idè diligenter nota eas.

Omnis re. cubica numeri quadrati est numerus quadratus, & est conuersa septuagesimæ sextæ regulæ quadragesimæ secundæ capituli veluti re. cubica 64. est 4. qui est quadratus. 2.

Nota etiam quod sicut numerus quadratus persæpe componitur ex duobus numeris quadratis ita cubus ex tribus cubis ut 216. qui est cubus de 6. componitur ex 125. & 64. & 27. qui sunt cubi de 5. & 4. & 3.

Cum volueris diuidere 12. in duas partes continuè proportionales cum 1. fac sic dimidia 12. fit 6. duc in se fit 36. item duc 6. dimidium in reliquum numerum fit 6. detrahe 6. ex 36. remanent 30. quem serua.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ 36 \\ 30 \\ 12 \\ 3 \end{array}$$

deinde iunge etiam 12. & 1. sunt 13. diuida fit 6. quadrata fit 42. detrahe 30. prius seruatum ex 42. remanent 12. huius accipe radicem quæ est 3. detrahe ex 6. dimidias aggregati remanent 3. & 3. additus & diminutus à 6. dimidio maiori, ostendit partes quæ sunt 3. & 9. si vero numerus non diuidendus esset maior dimidia diuidenda ut si diceret diuide 12. in duas partes in continua proportionalitate cum 27. est minor quam 6. dimidium 12. multiplicabimus 27. in dimidium 12. quod est 6. in 162. detrahe 36. quadratum dimidij

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ 36 \\ 162 \\ 126 \\ 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 12 \\ 39 \\ 108 \\ 306 \\ 126 \\ 506 \\ 22 \end{array}$$

ex 162 remanent 126. deinde iunge 27. & 12. fit 39. dimidium est 19. duc in se fit 80. adde ei 126. seruatum fit 506. huius radix est 22. detrahe 19. dimidium ag-

gregati ex 22. remanent 3. & 3. additus & diminutus à 6. quod est dimidium numeri diuidendi ostendit partes erunt igitur partes 3. & 9. quælitæ Et fidicas nomine sine hac regula potuit fieri hæc operatio per algebra dico quod sic imò hæc est regula de modo, quæ tamen vtitur replicando in denominationibus quia facere positionem de positione adducit confusionem, & idè, si quis dicat, diuide 10. in duas partes proportionales cum 4. co. operabimur per regulam de modo positam, & tamen non possumus operari per algebra, & ita faciemus regulas de modo in omnibus casibus vbi voluerimus facere positionem in denominationibus, & hæc regula est quasi conuersa centesimæ decimæ sextæ quadragesimæ secundæ capituli.

Si fuerint 3. quantitates continuè proportionales diuidatur quod aggregatum primæ & tertie per vnamquamque illarum prouenientia iuncta & ducta in productum primæ in tertiam sunt æqualia ductui aggregati ex prima & tertia in aggregatum omnium trium quantitarum veluti sint. 4. 6. 9. aggregatum primæ & tertie quod est 13. diuisum per vnamquamque illarum producit  $3\frac{1}{4}$ .  $2\frac{1}{6}$ .  $1\frac{1}{9}$ . hæc iuncta faciunt  $6\frac{11}{36}$  multiplico  $6\frac{11}{36}$  in quadratum secundæ vel in productum primæ in tertiam quod est 36. sunt 247. & tantum producitur ex aggregato primæ & tertie quod est 13. in aggregatum omnium trium quantitarum quod est 19. fit. enim 247.

Omnium 3. quantitarum continuè proportionalium si aggregatum primæ & tertie diuidatur per primam & secundam statuendo primam quamvis ex extremis quantitatem, prouenientia iuncta & multiplicata in productum primæ in tertiam, tantum faciunt quantum aggregatum primæ & tertie in aggregatum secundæ & tertie. exemplum sint. 4. 6. 9. quantitates continuè proportionales & ponatur prima quantitas 9. secundæ 6. tertia 4. & diuidatur aggregatum primæ & tertie quod est 13. per primam & secundam quæ sunt 9. & 6. & proueniunt  $1\frac{1}{9}$  &  $2\frac{1}{6}$  quæ iuncta faciunt  $\frac{11}{18}$  dico quod hoc aggregatum ductum in productum primæ in tertiam quod est 36. tantum facit quantum aggregatum primæ & tertie quod est 13. in aggregatum secundæ & tertie quod est 10. nam 10. in 13. faciunt 130. & similiter accidit si facias 4. quantitatem primam 6. secundam 9. tertiam nam diuiso 13. per primam & secundam proueniunt  $3\frac{1}{4}$  &  $2\frac{1}{6}$  quæ iuncta faciunt  $5\frac{5}{12}$  hæc ducta in productum primæ in tertiam quod est 36. faciunt 195. & tantum producitur ex aggregato primæ & tertie quod est 13. in 15. aggregatum secundæ & tertie.

Et similiter si aggregatum primæ & secundæ per primam & tertiam seorsum. deinde exeuntia iungantur & tale aggregatum ductum in productum primæ in tertiam producet quantum quantum sit ex aggregato primæ & secundæ in aggregatum primæ & tertie posita prima quacunque ex duabus volueris extremis, exemplum sint. 4. 6. 9. iungatur 4. & 6. & sunt 10. diuidatur 10. per



per primam & tertiam & sunt 4. & 9. & exeunt  $2\frac{1}{2}$  &  $1\frac{1}{6}$  iunge fiunt  $3\frac{1}{3}$  duc in productum primæ in tertiam quod est 36. fiunt 130. & tantum producitur ex aggregato primæ & tertie in aggregatum secundæ & tertie nam aggregatum secundæ & tertie est 13. & aggregatum primæ & tertie est 10. & 10. in 13. facit 130. & ita ciam esset vbi 9. poneretur prima quantitas & 6. secunda & 4. tertia.

Ex his sequitur quod tantum aggregatur ex diuisione aggregati primæ & tertie per secundam & tertiam quantum ex diuisione aggregati primæ & secundæ per primam & tertiam & similiter tantum ex diuisione aggregati primæ & tertie per secundam & primam quantum ex diuisione aggregati secundæ & tertie per primam & tertiam exemplum ponamus 9. 12. 16. & sint eo ordine vt vides in figura dico quod diuiso aggregato primæ & tertie quod est 25. per secundam & tertiam & sunt 12. & 16.

| prima           | secunda          | tertia.          |
|-----------------|------------------|------------------|
| 9               | 12               | 16               |
|                 | 25               |                  |
|                 | 12               | 16               |
|                 | 2 $\frac{2}{12}$ | 1 $\frac{2}{16}$ |
|                 |                  | 3 $\frac{3}{48}$ |
| 9               | 12               | 16               |
|                 | 21               |                  |
| 9               | 16               |                  |
| 2 $\frac{2}{9}$ | 1 $\frac{2}{16}$ |                  |
|                 | 3 $\frac{3}{48}$ |                  |
| 9               | 12               | 16               |
|                 | 25               |                  |
| 9               | 12               |                  |
| 2 $\frac{2}{9}$ | 2 $\frac{2}{12}$ |                  |
|                 | 4 $\frac{4}{36}$ |                  |
| 9               | 12               | 16               |
|                 |                  | 28               |
|                 |                  | 16               |
| 9               |                  | 1 $\frac{2}{3}$  |
| 3 $\frac{3}{6}$ |                  | 4 $\frac{4}{36}$ |

& exeunt  $1\frac{2}{16}$  &  $2\frac{2}{12}$  quæ iuncta faciunt  $3\frac{3}{12}$  tantum aggregatur ex diuisione aggregati primæ & secundæ & est 21. per primam & tertiam exeunt. enim  $2\frac{1}{3}$  &  $1\frac{2}{6}$  quæ iuncta faciunt  $3\frac{2}{6}$ . Et similiter diuiso aggregato primæ & tertie & est 25. per primam & secundam & sunt 9. & 12. exeunt  $2\frac{2}{9}$  &  $2\frac{1}{12}$  quæ iuncta faciunt  $4\frac{3}{12}$  & tantum prouenit diuiso aggregato secundæ & tertie & est 28. per primam & tertiam quæ sunt 9. & 16. exeunt. enim  $3\frac{1}{9}$  &  $1\frac{2}{6}$  quæ iuncta faciunt  $4\frac{3}{6}$ .

Et similiter cum diuiserimus aggregatum primæ & secundæ per secundam & tertiam & prouenientia iunxerimus productum ex hoc aggregato in quadratū secundæ quantitatis, tantum erit quantum aggregatum primæ & secundæ ductum in seipsum & hoc positā primā quantitate quia volueris exemplum sint 4. 6. 9 & ponatur prima & secunda 4. & 6. & fiunt 10. diuide hoc ag-

gregatum per secundam & tertiam & exeunt  $1\frac{2}{3}$  &  $1\frac{1}{9}$  iunge fiunt  $2\frac{2}{9}$  multiplica in quadratum secundæ quod est 36. & fiunt 100. & tantum fit ducto aggregato primæ & secundæ & est 10. in se & fit 100. nec pluribus modis potest fieri combinatio quin reuertatur res ad regulam duarum quantitatum quæ est tenetur in non proportionalibus hæc autem regulæ propriæ sunt tribus quantitibus continuæ proportionalibus.

Cumque fuerint quatuor quantitates con-

|                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 8                | 12               | 18               | 27               |
| 27               |                  | 18               |                  |
| 8                |                  | 12               |                  |
|                  | 35               |                  | 30               |
| 12               | 18               | 8                | 27               |
| 2 $\frac{2}{12}$ | 1 $\frac{1}{12}$ | 3 $\frac{3}{12}$ | 1 $\frac{1}{9}$  |
|                  | 4 $\frac{4}{36}$ |                  | 4 $\frac{4}{36}$ |

tinuæ proportionales aggregatum primæ & quartæ diuisum secundam & tertiam tantum facit si iungantur prouentus quantum diuiso aggregato secundæ & tertie per primam & quartam iunctis prouentibus veluti sint quatuor quantitates 8. 12. 18. 27. continuæ proportionales & diuidatur aggregatum primæ & quartæ per secundam & tertiam & exeuntia iungantur quæ sunt  $2\frac{2}{12}$  &  $1\frac{1}{12}$  fiunt  $4\frac{3}{12}$  & idem prouenit diuiso aggregato secundæ & tertie quod est 40. per primam & quartam quæ sunt 8. & 27. exeunt  $3\frac{1}{4}$  &  $1\frac{1}{9}$  quæ iuncta faciunt  $4\frac{3}{36}$ .

Cum fuerint aliquot quantitates continuæ proportionales ac totidem aliæ sub eadem vel diuersa proportionem continuæ proportionalibus. Erunt producta ex illis siue directè siue conuersim continuæ proportionalia vt vides in exemplis.

Ex hoc sequitur quod cum nu. co. census cu. census census sint continuè proportionalia quod quotiens assumuntur in numeris continuè proportionalibus siue directè siue conuersim erunt etiam continuè proportionalia; & ita siue dixerō 1. cu. p. 3 census p. 9 co. p. 27. siue est contra 27. cu. p. 9. census p. co. p. 1. semper hæc erunt continuæ proportionalia siue incipiant ab unitate siue non.

Omnium quatuor quantitatum continuè proportionalium proportio totius aggregati ex omnibus quatuor ad aggregatum primæ & quartæ est veluti aggregati primæ & tertie ad aggregatum ipsum, demptā secundā, aut aggregati secundæ & quartæ ad ipsummet aggregatum dempta tertia veluti sint 8. 12. 18. 27. aggregatum est 65. ita se habet ad aggregatum primæ & quartæ quod est 35. veluti aggregatum primæ & tertie quod est 39. ad ipsummet aggregatum quod est 39. demptā secundā quæ est 18. remanet 21. proportio igitur 65. ad 35. est sicut 39. ad 21. Et similiter sicut 26. ad 14. pendet ex octuagesima quinta quadragesimisecondi capituli.

Omnium quatuor quantitatum continuè proportionalium proportio aggregati secundæ & tertie ad aggregatum primæ & quartæ est veluti secundæ ad aggregatum primæ est tertie dempta secunda aut tertie ad aggregatum secundæ quartæ dempta tertia.

Omnium



# De Modis omnibus Imperfectis. 85

Omnium quatuor quantitatum continuarum proportio aggregati primæ, secundæ & quartæ ad secundam & tertiam est composita ex proportione primæ ad aggregatum primæ & secundæ item ex proportione aggregati primæ & tertiarum dempta secunda ad ipsam secundam.

Omnium quatuor quantitatum continuarum proportionalium proportio aggregati primæ & quartæ ad secundam est composita ex proportione aggregati primæ & tertiarum dempta secunda ad secundam, & proportione aggregati secundæ & tertiarum ad eandem secundam verum hic intelligimus de compositione quæ est multiplicatio in præcedenti de compositione quæ est aggregatio proportionum exemplum proportio 35. aggregati primæ & quartæ ad 12. secundam componitur ex proportione 14. aggregati primæ & tertiarum

|       |         |        |        |
|-------|---------|--------|--------|
| prima | secunda | tertia | quarta |
| 8     | 12      | 18     | 27     |

|    |    |    |
|----|----|----|
| 35 | 14 | 30 |
| 12 | 12 | 12 |

dempta secunda ad 12. secundam & proportione secundæ & tertiarum & est 30. ad secundam & est 12. nam ducto 12. in 12. fit 144. & ducto 4 in 30 fit 120. quorum proportio est veluti 12. ad 35.

Cumque facta quantitas diuisa secundum proportionem habentem medium, & duo extrema & interpolueris inter eas partes unam quantitatem in continua proportionalitate, erunt quadrata duarum partium minorum, simul iuncta æqualia quadrato tertiarum.

Cum verò cu, & nu. æquantur ce. tunc numerus censuum erit necessariò prima & quarta quantitas continuæ proportionales & æ. cubica numeri erit secunda ex quatuor quantitibus continuæ proportionalibus & tertiam intelligere oportebit & prima ex illis quæ erit pars numeri censuum est res quarta. Exemplum 1. cu. p. 64. æquantur 18 ce. tunc 18. qui est numerus censuum est aggregatum ex prima & quarta quantitate continuæ proportionali & æ. cu. 64. est secunda quantitas & prima quantitas erit res quarta, tertia autem quantitas erit supponenda 1 co. & na 1. cu. p. 9. æquantur 4 ce. tunc 4 est aggregatum ex prima & quarta,

|        |         |        |        |
|--------|---------|--------|--------|
| prima  | secunda | tertia | quarta |
| 2. 1/2 | 1. 1/2  | 1. 1/2 | 1. 1/2 |

& æ. cu. 9. 1/2 est secunda quantitas ut vides in exemplo & prima est valor rei.

Et ex hoc sciemus conuertere cu. p. nu. æqualia ce. in cu. p. nu. æqualia co. hoc modo dicamus quod 1. cu. p. 64. æquantur 18. ce. ponemus æ. cu. 64. secundam quantitatem, per regulam præsentem & secundam quantitatem 1 co. & multiplicabimus tertiam in se, & fit 1. ce. & diuidemus pro-

|        |            |        |            |
|--------|------------|--------|------------|
| prima  | secunda    | tertia | quarta     |
| 18. m. | æ. cu. 64. | 1 co.  | æ. cu. 64. |

ductum per secundam cubando utrumque & fiet 1. cu. ce. diuidendum per 64. & exi-

Tom. IV.

bit æ. cu. 1. cu. ce. quare conuertendo per regulas præsentis capituli fient æ. cu. 64. nam æ. cubica cu. cen. est ce. quare quarta quantitas erit æ. cu. 64. & ideo prima quantitas erit 18. m. æ. cu. 64. Ex regula autem

28. præsentis capituli ducto aggregato secundæ & primæ quantitatis & est æ. cu. 64. p. 28. m. æ. cu. 64. in aggregatum primæ & quartæ & est 18. fit 324. p. æ. cu. 373248. m. ce. æ. cu. 91. 1/2 & hoc debet æquari diuisioni aggregati primæ & quartæ & est 18. per secundam & tertiam multiplicatè in quadratum secundæ: porro diuidere tale aggregatum per secundam deinde multiplicare per quadratum secundæ non est nisi multiplicare secundam in tale aggregatum igitur supradicta multiplicatio æquatur ductui secundæ in aggregatum primæ & quartæ & est æ. cu. 373248. cum eo quod fit ex quadrato secundæ in prouentum talis diuisionis factæ per tertiam, est autem diuisio 18. per 1 co. exiens 1 co. hoc multiplica in quadratum secundæ quod est æ. cu. 4096. exit æ. cu. 23887872

igitur fient 324. p. æ. cu. 373248. m. ce. æ. cu. 91. 1/2 æqualia æ. cu. 23887872. p. æ. cu. 91. 1/2 quare detracta æ. cu. 373248. communi & residuo ducto per 1 co. fient 324. co. æquales æ. cu. 23887872. p. æ. cu. 91. 1/2 igitur habes cu. & nu. æqualia rebus, veruntamen, tunc res non est prima quantitas, sed tertia, & idè ex hoc non sequitur æquatio, nisi quia cubi & numerus æquantur rebus, & quia secunda quantitas est cognita, quia æ. cubica numeri idè quadrando secundam quantitatem, & diuidendo per tertiam habebimus primam quantitatem, quæ est res quarta.

Cum fuerint quatuor quantitates proportionales quarum duarum vltimarum ad duas primas sit proportio dupla erit proportio talis æ. 2. & si fuerint 6. numeri continuæ proportionales & sint tres primos erit proportio talium æ. cubica 2. & si sint 8. & 4. vltimi sint dupli ad 4. primos erit talis proportio æ. 2. & ita si sint decem erit proportio æ. Rel. P. 2. & ita si sint in proportionem tripla erit proportio ipsa æ. 3. in 4. terminis. & æ. cu. 3. in 6. terminis. & æ. 3. in 8. terminis. & æ. Rel. P. 3. in 10. terminis & ita de aliis exemplum.

Si quis dicat diuide 5. & 10. primum in tres numeros, & secundum in alios tres qui omnes sint continuæ proportionales dices igitur cum aggregatum quartæ & quintæ & sextæ sit duplum ad aggregatum primæ secundæ & tertiarum nam 10. est duplum ad 5. igitur erunt in proportionem æ. cubica 2. dicas igitur pone quod prima pars sit 1. secunda igitur erit æ. cu. 2. igitur tertia erit æ. cu. 4. & quarta æ. cu. 8. & quinta æ. cu. 16. & sexta æ. cu. 32. deinde dices per regulam 3. si 1. p. æ. cu. 2. p. æ. cu. 4. esset 4. quid esset æ. cu. 2. multiplica æ. cu. 2. in 4. & fit æ. cu. 128. diuide per 1. p. æ. cu. 4. per regulam præsentis capituli & inuenies partes singulas ad unam ad unam & est

H fortis



fortis regula & quæstio nisi homo sit expertus.

Cumque fuerint duo numeri quomodo libet productum quartæ partis quadrati minoris in maiorem æquabitur semper producto eiusdem quartæ partis in differentiam maioris & minoris cum additionem quartæ partis cubi ipsius minoris & quod dico de quarta parte dico de tertia & aliis partibus. Exemplum sint 5. & 8. quadratum 5. est 25. eius quarta pars est  $6\frac{1}{4}$  ducta in 8. facit 50. & tantum facit ducto  $6\frac{1}{4}$  eadem parte quadrati de 5. in 3. differentiam inter 5. & 8. & fit  $18\frac{3}{4}$  addendo quartam partem cubi de 5. cubus eius est 125. cuius quarta pars est  $31\frac{1}{4}$  quod additum ad  $18\frac{3}{4}$  facit 50. & similiter accipio  $\frac{1}{3}$  quadrati de 5. & est  $8\frac{1}{3}$  duco in 8. fit  $66\frac{2}{3}$  duco idem  $8\frac{1}{3}$  in differentiam duorum numerorum quæ fuit 3. & fit 25. cui addo tertiam partem 125. cubi de 5. & est  $41\frac{2}{3}$ . fit  $66\frac{2}{3}$  vt prius.

Ex præcedenti regula colligitur modus diuidendi 10. aut alium numerum in duas partes. Ita quod diuiso quadrato primæ per secundam & quadrato secundæ per primam exeuntia iuncta faciant  $17\frac{13}{21}$  diuide 10.

| primus            | secundus           |
|-------------------|--------------------|
| 10                | $17\frac{13}{21}$  |
| 5                 |                    |
| 25                | 25                 |
|                   | $7\frac{13}{21}$   |
| <hr/>             |                    |
| 10                |                    |
| 3                 |                    |
| 30                | $190\frac{10}{21}$ |
| $17\frac{13}{21}$ | $47\frac{13}{21}$  |
| <hr/>             |                    |
| $47\frac{13}{21}$ | 4                  |

fit 5. quadra fit 25. duc in differentiam 10. &  $17\frac{13}{21}$  quæ est  $7\frac{13}{21}$  fit  $190\frac{10}{21}$  quem ferua: deinde tripla 10. fit 30. adde  $17\frac{13}{21}$  fit 47  $\frac{13}{21}$  diuide  $190\frac{10}{21}$  per  $47\frac{13}{21}$  exit 4. cuius  $\frac{1}{4}$  quæ est 2. addita & diminuta à dimidio numeri propositi quod est 10. ostendit partes 7. & 3. nam quadratum 7. est 49. diuisum per 3. exit  $16\frac{1}{3}$ : item quadratum 3. est 9. quod diuisum per 7. facit  $\frac{2}{7}$ : iunge  $16\frac{1}{3}$  &  $1\frac{2}{7}$  faciunt  $17\frac{13}{21}$ . memineris tamen quod ex tali aggregato nunquam prouenit numerus minor diuidendo nec maior quadrato diuidendi. Vnde non potest esse secundus numerus minor 10. nec maior quam 100.

34 Cum volueris facere ex vna  $\frac{1}{2}$ . duas in quacumque proportionem volueris vt ex  $\frac{1}{2}$ . 7. volo facere vnam  $\frac{1}{2}$ . L. in proportionem 5. ad 3. sic facito aggrega 5. & 3. fa-

|                   |                                 |
|-------------------|---------------------------------|
| $\frac{1}{2}$ . 7 |                                 |
| 5                 | 25                              |
| 3                 | 9                               |
| 8                 | 64                              |
| 175               |                                 |
| 64                |                                 |
| <hr/>             |                                 |
| 2                 | $\frac{47}{64}$ $\frac{63}{64}$ |

ciunt 8. habes igitur tres numeros 8. & 5. & 3. quos omnes quadra & fiunt 25. & 9. & 64. multiplica duos minores per 7. di-

uidendum fient 175. & 63. diuide per 64. quadratum aggregati & exeunt  $2\frac{47}{64}$  &  $2\frac{63}{64}$  dicemus igitur quod tantum est dicere  $\frac{1}{2}$ . 7. quantum  $\frac{1}{2}$ . L.  $2\frac{47}{64}$  p.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{63}{64}$  & ita in cubicis cubando proportionaliter tenet & tales partes vt dixi sunt in proportionem 5. & 3. Et si velles diuidere in tres partes tunc sit exemplum volo diuidere  $\frac{1}{2}$ . 10. in tres partes habentes se in proportionem 7. 5. 3. primo aggrega 5. & 3. fit 8. diuide igitur per modum præsentem  $\frac{1}{2}$ . 10. in duas partes existentes in proportionem 8. ad 7. aggrega 8. & 7. fiunt 15. quadra omnes tres numeros fiunt 64. 49. 225. duc duos

|         |                             |
|---------|-----------------------------|
| m. 10   |                             |
| 7. 5. 3 |                             |
| 7. 8    |                             |
| 8       | 64                          |
| 7       | 49                          |
| 15      | 225                         |
| <hr/>   |                             |
| 5       | 25                          |
| 3       | 9                           |
| 8       | 64                          |
| <hr/>   |                             |
| 1       | $\frac{1}{9}$ $\frac{2}{5}$ |

minores in 10. fiunt 640. & 490. diuide per quadratum aggregati fient  $2\frac{38}{45}$  &  $2\frac{9}{45}$  igitur  $\frac{1}{2}$ . horum componunt  $\frac{1}{2}$ . 10. & sunt in proportionem 8. ad 7. deinde quia 8. componitur ex 5. & 3. quadrabis 5. & 3. & fient 25. & 9. & similiter quadrabis 8. & fiet 64. multiplica 25. in  $2\frac{38}{45}$  qui fuit pars correspondens ad 8. & fiet  $71\frac{1}{9}$  multiplica 9. in  $2\frac{9}{45}$  fiunt  $25\frac{2}{5}$  diuide per 64. exit  $1\frac{1}{5}$  & similiter diuide  $25\frac{2}{5}$  per 64. exit  $\frac{2}{5}$  dico igitur quod  $\frac{1}{2}$ .  $2\frac{38}{45}$  &  $\frac{1}{2}$ .  $1\frac{1}{5}$  &  $\frac{2}{5}$  componunt  $\frac{1}{2}$ . 10. & sunt in proportionem 7. 5. 3. commode referendo & ita procedit in infinitum.

#### Regula de duplici.

Quando aliquis ponit quæstionem in pluribus numeris & non nominat aliquem illorum tunc oportet vti regula quæ vocatur de duplici etiam à me in lucem cum pluribus aliis edita & inuenta & est vt potestas aggregatum illorum numerorum 1 co. deinde per hoc inuestigabis summam illorum post inuenta summa quæres per aliam positionem vnumquemque eorum per se & hoc modo in pluribus positionibus absolues quod in vna ferè esset impossibile exemplum, inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta sint 20. & ducto vno in alterum additisque numeris ipsis producat 10. quæritur quales erunt illi numeri. Si igitur faceres positionem de vno non posses ponere alterum si vero soluere velles dicendo vnus sit 1 co. alius  $\frac{1}{10}$ . non esset verum quia deessent numeri & dato quod esset verum peruenires rarissime ad capitula nota: & vix aliquando ad decomposita, fac ergo sic pone quod aggregatū numerorum sit 1 co. & quia productum vnus in alterum est cū ipsis numeris 10. igitur deptis ipsis numeris quod sunt 1 co. remanebit productū vnus in alterū 10. m. 1 co. & quia quadratū totius per quinquagesimā tertiam regulam quadragesimæ secundi capituli æquatur quadratis partium cum duplo vnus in alterum



# De Modis omnibus Imperfectis. 87

terum & duplum vnus in alterum est 20. m. 2 co. quia productum vnus in alterum fuerat 10. m. 1 co. quadrata etiam iuncta faciunt 20. ex supposito igitur 1 ce. quadratum totius aequabitur 40. m. 2 co. quare res valebit per capitulum compositorum R. 41. m. 1. & hæc erit sua numerorum quæ habita dic diuide R. 41. m. 1. in duas partes quarum vna in alteram ducta faciat 11. m. R. 41. hæc est enim productio vnus in alterum eo quod 10. supponebatur aggregatum numerorum cum productione igitur sublato aggregato quod est R. 41. m. 1. ex 10. remanet productum vnus in alterum 11. m. R. 41. diuide igitur per regulam centesimam primam quadragesimi secundi capituli R. 41. m. 1. in duas partes æquales & vna erit R. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  quadra fit 10  $\frac{1}{2}$  m. R. 10  $\frac{1}{4}$  detrahe 11. m. R. 41. ex 10  $\frac{1}{2}$  m. R. 10  $\frac{1}{4}$  fit R. 41. m. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  quare idem est per præcedentem vel per dicenda in quæstione septuagesima nona R. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  huius igitur R. detracta ex dimidio numeri ostendit partes : fuit dimidium numeri R. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  à quo dempta R. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  fiet minor numerus R. VL. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  m. R. VL. R. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  maior autem R. VL. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  p. R. VL. R. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  quod est intentum. Circa hæc nota quod licet in centesima prima regula quadragesimisecondi capituli dictum sit quomodo aliquis numerus diuidatur in duas partes quarum quadrata iuncta faciant aliquem numerum datur tamen modus facilior & est hic volo exempli gratia diuidere 7. in duas partes quarum quadrata simul iuncta faciant 29. diuide 7. fit 3  $\frac{1}{2}$  quadra fit 12  $\frac{1}{4}$  detrahe ex dimidio 29. quod est 14  $\frac{1}{2}$  remanet 2  $\frac{1}{4}$  cuius R. quæ est 1  $\frac{1}{2}$  addita & detracta à 3  $\frac{1}{2}$  facit partes illas quæ sunt 2. & 5.

## Regula de Medio.

- 36 Operamur autem aliquando per regulam quæ vocatur de Medio & hæc absoluit nos à pluribus operationibus & forma regulæ talis est pone  $\frac{1}{2}$  quampro aggregato numeri quærendi deinde diuide  $\frac{1}{2}$  quan. in duas partes quarum vna est 1 co. alia  $\frac{1}{2}$  qua. m. 1 co. deinde multiplicamus inuicem partes & productum fit  $\frac{1}{2}$  co. quan. m. 1 ce. deinde operamur

$\frac{1}{2}$  quan.

1 co.  $\frac{1}{2}$  quan. m. 1 co.

addendo aut minuendo numerum. Post ponimus  $\frac{1}{2}$  co. quan. tanquam fit  $\frac{1}{2}$  co. & operamur per capitulum compositorum aut si multiplicatio sit geminata per capitulum compositorum maiorem in tribus modis descriptis diuidendo  $\frac{1}{2}$  co. quan. & fit  $\frac{1}{4}$  quadra fit  $\frac{1}{16}$  adde aut minue à numero fit totum R. vniuersalis addenda dimidio radicem aut minuenda. Deinde quadrabimus vtramque partem & accipiemus aggregatum vtriusque partis in quo semper annihilatur multiplicatio incruciata quia vna est m. alia p. & hoc totum adde quantitati secundæ quærendæ & R. totius m.

Tom. I V.

$\frac{1}{2}$  aut plus : est quæsitum , & ad discernendum quidam operantur per trigeminatas quantitates admodum fractorum.

Exemplum inuenias duos numeros quorum multiplicatio inuicem faciat 8. & quadrata iuncta sint cum ipsis numeris 27. pone quod aggregatum ex numeris sit  $\frac{1}{2}$  quan. hoc diuide in duas partes quarum

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ quan.} \\ \frac{1}{2} \text{ quan. m. 1 co.} \\ \frac{1}{2} \text{ co. quan. m. 1 ce. 8} \\ \frac{1}{4} \text{ quad. } \frac{1}{16} \\ \frac{1}{4} \text{ m. 8.} \\ \text{R. L. } \frac{1}{4} \text{ m. R. V. } \frac{1}{16} \text{ m. 8} \\ \text{R. L. } \frac{1}{4} \text{ p. R. V. } \frac{1}{16} \text{ m. 8} \end{array}$$

vna sit 1 co. alia erit  $\frac{1}{2}$  quan. m. 1 co. & quia multiplicatio debet facere 8. multiplica 1 co. in  $\frac{1}{2}$  quan. m. 1 co. fit  $\frac{1}{2}$  co. quan. m. 1 ce. & hoc æquatur 8. igitur  $\frac{1}{2}$  co. quan. æquatur 1 ce. p. 8. diuide  $\frac{1}{2}$  co. ex capitulo rancor fit  $\frac{1}{4}$  quadra fit  $\frac{1}{16}$  minue numerum vt in capitulo rancor minue fit  $\frac{1}{16}$  m. 8. igitur hoc totum minue & adde dimidio radicem per ipsummet capitulum fit  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{16}$  m. 8. &  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{16}$  m. 8. his adde R. capiendò eam absolutam & post vniuersalem fit vna pars R. L.  $\frac{1}{4}$  m. R. V.  $\frac{1}{16}$  m. 8. alia R. L.

$$\begin{array}{l} \text{R. L. } \frac{1}{4} \text{ m. V. } \frac{1}{16} \text{ m. 8.} \\ \text{R. L. } \frac{1}{4} \text{ p. R. V. } \frac{1}{16} \text{ m. 8.} \\ \hline \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \text{ p. 8.} \\ \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \text{ p. 8.} \\ \hline \frac{1}{4} \quad \text{p. } \frac{16}{27} \\ \text{R. } 43 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \end{array}$$

$\frac{1}{4}$  p. R. V.  $\frac{1}{16}$  m. 8. & quia thema dicit quod numeri debent quadrari ideo quadrabuntur vtrique hoc modo vides  $\frac{1}{16}$  p.  $\frac{1}{16}$  p. 8. &  $\frac{1}{16}$  p.  $\frac{1}{16}$  p. 8. nam alie incruциации cadunt quia vna est p. alia m. & sunt æquales , iunge igitur hæc duo producta & fient  $\frac{1}{4}$  p. 16. quibus adde 27. & fient 43  $\frac{1}{4}$  huius igitur R. m.  $\frac{1}{2}$  est numerus quæsitus id est aggregatum est igitur aggregatum R. 43  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$  diuide igitur per centesimam regulam quadragesimisecondi capituli R. 43  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  in duas partes ex quarum multiplicatione proueniat 8. & operaberis complementum quæsitum sed illud postmodum est extra propositum.

Et hanc habui à Magistro Gabriele de Aratoribus , qui eam habuit à Fratre Luca , & est ingeniosa valde hic autem Magister Gabriel fuit ille qui impulit me vt componerem hunc librum. Exempla regulæ videbis in quæstionibus , regula autem dupli à me inuenta est facilior quidem sed plura præsupponit. Hæc autem si per se sumatur longè est vniuersalior.



## CAPVT LII.

## De Societatibus.

**R**es Societatum leuis est ; constat enim Rex quinque ex capitali partium , ex redditu proportionali , ex tempore mansionis, ex existimatione personarum, & aggregato toto quod corpus appellatur societatis. Et circa hoc vnum tantum particulare conuenit scire quod cum portiones non æquantes vnitatem iunguntur , semper aggregatum ex denominatoribus pro vnitatem statuendum est , veluti 4. societatem ineunt primus vult dimidium , secundus tertiam partem, tertius quartam : quartus quintam totius lucris , tu scis quod  $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5}$  implent  $\frac{27}{60}$  vnius integri, non igitur est possibile ex re quæ tantum est 60. dare 77. diuidemus igitur 77. dando primo partes 30. & secundo 20. & tertio 15. & quarto 12. seruabitur enim proportio inter eos qualis fuit inter  $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5}$ . nam sicut  $\frac{1}{2}$  est duplum ad  $\frac{1}{4}$  ita 30. ad 15. & sicut  $\frac{1}{3}$  est dimidio maior  $\frac{1}{6}$  ita 30. continet 20. & dimidium eius & ita si vnus vellet  $\frac{1}{2}$  & alius  $\frac{1}{3}$  & hoc est minus integro : diuide productum ex 2. in 3. & est 6. per 2. & 3. exhibunt iidem, qui iuncti ponentur pro denominatore , habebit igitur primus  $\frac{1}{6}$  & secundus  $\frac{2}{6}$ , reducendo ad regulam dicemus posito quod essent partes datæ  $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$  : quæ sumptæ in 12. habente illas partes faciunt 13. si 6. & 4. & 3. quæ fuerunt partes de 12. diuiso per  $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$ , faciunt 1. diuisum per 13. quid erunt  $\frac{6}{13} \frac{4}{13} \frac{3}{13}$ . & hoc est dicere si  $\frac{1}{12}$  fiat  $\frac{1}{13}$  quid fient  $\frac{6}{12} \frac{4}{12} \frac{3}{12}$ , & fient  $\frac{6}{13} \frac{4}{13} \frac{3}{13}$  : regula igitur practica est vt ducas denominatores inuicem vtpote  $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$  fiant 12. deinde per vnum quodque denominatorum primi, secundi & tertij , & fient pro primo 6. pro secundo 4. pro tertio 3. & hoc serua, deinde iunge simul , & aggregatum pone pro denominatore quod est 13. & numerum seruatum pro numeratore hoc modo  $\frac{6}{13} \frac{4}{13} \frac{3}{13}$  quare. Et pro fundamento huius opinionis existimant quod si quis dicat si 3. esset medietas 4. quæ esset sexta pars de 12. dicunt quod medietas 4. est 2. igitur 3. esset 2. si igitur 3. esset 2. quid fiet 12. & fiet per regulam 3. ducto 2. in 12. fit 24. diuiso per 3. fit 8. eius sexta pars est  $\frac{1}{3}$ , igitur si 3. esset medietas 4. sexta pars 12. esset  $\frac{1}{3}$ . & similiter si 5. esset quarta pars 30. peto 2. cuius esset tertia , pars quarta pars 30. est  $7\frac{1}{2}$ , igitur si 5. esset  $7\frac{1}{2}$ , 2. cuius erit tertia pars tripla 2. fit 6. duc in  $7\frac{1}{2}$  fit 45. diuide per 5. fit 9. igitur 2. esset tertia pars de 9. quod probatur per conuersum dicendo si quarta pars 30. est 5. tertia pars 9. quid erit , diuide per quartam partem 30. & est  $7\frac{1}{2}$ , productum ex 5. in 9. quod est 45. exit 6. cuius, tertia pars est 2.

Et hic est sensus dicentis si 3. esset medietas 4. quæ esset sexta pars de 12. & hoc ex virtute sermonis , quod si diceret si medie-

tas 4. esset 3. quænam esset sexta pars 12. tunc esset totum conuersum, esset enim sensus. si 2. esset 3. quænam esset sexta pars 12. duc 12. in 3. fit 36. diuide per 2. fiet 18. eius sexta pars, est 3. igitur vno modo est  $\frac{1}{3}$ , & alio modo. 3. nam subiectum sermonis quod est 2. augetur : hoc modo autem 3. fit subiectum sermonis , & minuitur : cum igitur quis dicit si 3. esset medietas 4. intelligitur diminutio , & si dicat si medietas 4. esset 3. intelligitur auctio, primus enim terminus quod profertur est res quæ augetur aut minuitur, considera igitur si secundus terminus est maior primo fit auctio, si minor diminutio : & semper secundus terminus debet duci per tertium. Et diuidi per primum : sed oportet etiam intelligere bene quis sit tertius terminus multiplicandus , Frater autem Lucas credidit hos ambos sensus in eodem sermone posse contineri atque ita distinxit. Verum hoc non est ita : sermo enim Mathematicorum abhorret ambiguitatem. verum sunt res hæ contentiosi hominis , & non optimi Arithmetici , cum vero qui talibus sermonum decipulis studet reicere tanquam inutilem debemus , cum igitur dicimus primus debet habere  $\frac{1}{2}$ , secundus  $\frac{1}{3}$ , tertius  $\frac{1}{4}$ . clarum est quod proportio eadem seruanda est hoc vtroque sensu posito necessario euenit, & etiam secundum opinionem nostram quæ est multum ab his distincta : verum cum dicimus si 3. esset medietas 2. quænam esset sexta pars 12. tunc est alius sensus verior istis nam neque 2. totum vsque ad 3. augeri debet, nec 3. in totum diminui vsque ad 2. sed ambo debent ad alterum accedere ita quod fiant æquales , Nam & natura rerum ita est quod vtroque termino variatio æqualis esse debet , & similiter si dicamus si ex ductu 3. in 2. fiat 4. nam hoc non est aliud quam 3. esse medietatem 4. nam quælibet medietas duplata perducit suum totum : quid igitur erit sexta pars 12. & hoc demonstratur clarè in superficie cuius vnum latus est diuisum in 3. aliud in 2. & superficies fit 4. in veritate : nam duplatum 3. hoc modo producit 4. in hoc igitur veriore sensu ducemus 3. in 2. in apparentia fit 6. & quantum ponitur 4. diuide verum positum per positum falsum & est diuidere 4. per 6. fit  $\frac{2}{3}$  : accipe 36. eius & eam duc in omnes terminos quos quæris & habebis eos, duc  $\frac{2}{3}$  in 9. fit 6. & erit 3. 36. & similiter duc 36. in 2. fit  $2\frac{2}{3}$  & 36. eius erit 2. & sic dicemus quod 12. erit 36. & eius sexta pars erit 6. & ita si quis dicat si ex 3. in 4. fieret 7. quantum fieret ex 2. in 6. duc 3. in 4. fit 12. diuide 7. per 12. exit  $\frac{7}{12}$  : & eius 36. ducenda erit in omnes terminos, quadrabimus igitur 3. 4. 2. 6. fient. 9. 16. 4. 36. ducti in  $\frac{7}{12}$  faciunt  $5\frac{1}{4}$  &  $9\frac{1}{9}$  &  $2\frac{1}{3}$  & 21. erit igitur 3. 36.  $5\frac{1}{4}$  & 4. erit 36.  $9\frac{1}{9}$  & 2. 36.  $2\frac{1}{3}$  & 6. 36. 21. igitur ex 2. in 6. fiet quantum ex 36.  $2\frac{1}{3}$  in 36. 21. & fit 36. 49. quæ est sicut etiam ex 3. in 4. & hic modus seruit Almagesto & veritati : & superficiebus & nos demonstrauimus aliàs ipsum , & confert ad habendam veritatem in pluribus quæstis cum reliqui tantum sint ad ostentationem : & vbi modus hic in Societatibus quod



quod tamen tantum ne accidit differentiam ab aliis adduceret ipso & non aliis attendere debes.

2. Veniendo igitur ad exemplum societatum panam distinguenda modos quinque licet scilicet in omnibus capitale, corpus, & tempus, & redditus, necessarii præsupponantur, persona autem estimatione deprehenditur, sufficient autem exemplum unum tantum per quæ omnia hæc comprehenduntur. Diuites duo mercatores societatem interunt in Calendis Ianuarij 1536. Primus posuit aureos 1000. & voluit  $\frac{1}{3}$  totius lucri: & secundus posuit aureos 700. & contentus fuit accipere  $\frac{1}{3}$ : superuenit autem in Calendis Augusti tertius socius qui dixit ego ponam personam & aureos 100. & ipsi duo primi computauerunt lucrum factum in mensibus 7. cum capitali, & inuenerunt quod respectu totius si ille poneret quod promiserat poterat dari  $\frac{1}{3}$  totius lucri habita proportionem eius qui trahebat  $\frac{1}{3}$  cum aureis 700. respectu totius capitalis primi quod fuit 1700: & ita conueniunt quod primus haberet  $\frac{1}{3}$  secundus  $\frac{1}{3}$  tertius  $\frac{1}{3}$  totius lucri à Calendis Augusti usque quo duraret societas, quod illud quod acquisitum fuerat per 7. menses priores in fine haberetur pro capitali respectu tertij & quod haberet diuidi per duos primos sub conditione prius inter eos facta in capite igitur inter 1537. id est in fine, perditum fuit incrementum factum in Calendis Augusti & inuenerunt ultra totum capitale unum sociorum quod fuit 1800. aureorum lucrum aureorum 800. computato lucro facto in primis 7. mensibus, cum igitur nescirent ipsum acquisitum fuit quantum unicuique deberetur & quanti æstimata est persona illius

Primus 1000. menses  $24\frac{1}{3}$ .

Secundus 700. menses  $24\frac{1}{3}$ .

Tertius 100. & personam menses  $17\frac{1}{3}$ .

Pane igitur res cognitæ hoc modo ut videtur per unam cum suis temporibus. Ignorata autem fuit lucrum 7. mensium & æstimata persona. Cum igitur secundus haberet  $\frac{1}{3}$  totius ex  $\frac{1}{3}$  quos posuit, quid posuit tertius ut haberet  $\frac{1}{3}$ , reduces  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{3}$  simul & fient pro primo  $\frac{1}{11}$ , pro secundo  $\frac{1}{11}$ , pro tertio  $\frac{1}{11}$ , & est  $\frac{1}{11}$ , si igitur  $\frac{1}{11}$  fit ex  $\frac{1}{17}$  præcedentibus capitalis, ex quo fiet  $\frac{1}{11}$ , duc  $\frac{1}{11}$  in  $\frac{1}{17}$  fiant  $\frac{1}{187}$ , diuide per  $\frac{1}{11}$  exeunt  $\frac{21}{187}$ , tantum igitur posuit tertius computata persona & aureis 100. respectu aliorum: reliqui autem qui posuerant 1700. & lucrum 7 mensium posuerunt  $\frac{44}{187}$  residuum videlicet totius capitalis. Pone igitur quod lucrum 7. mensium fuerit 1 co. igitur capitale duorum primum fuit 1700. p. 1 co. & hoc est æquale  $\frac{44}{187}$  totius capitalis, dic igitur si 1700. producit 1 co. in 7. mensibus, quid producat totum capitale cum tertio in 17. mensibus, hoc autem facies in tribus vicibus per regulam 3 dicendo si 1700. p. 1 co. sunt  $\frac{44}{187}$  capitalis  $\frac{1}{187}$  capitalis quid erunt: duc 21. in 1700. p. 1 co. fiant 35700. p. 21 co. diuide

Tom. I V.

per 64 exeunt  $\frac{21}{64}$  co. p. 557  $\frac{13}{16}$ : hoc adde ad capitale duorum fiet 2257  $\frac{3}{16}$  p. 1 co.  $\frac{21}{64}$ .

Dic postmodum secundo, si 1700. lucrat 1 co. quid lucrabitur 2257  $\frac{3}{16}$  p. 1 co.  $\frac{21}{64}$  in totidem mensibus videlicet 7. duc 1 co. in 2257  $\frac{3}{16}$  p. 1 co.  $\frac{21}{64}$  fient 2257  $\frac{3}{16}$  co. p. 1 co.  $\frac{21}{64}$ : & hoc esset diuidendum per 1700. sed quia quærimus lucrum 17. mensium duc totum per 17. fient ce. 22  $\frac{17}{64}$ : p. 36125  $\frac{13}{16}$  co. diuide per 7. exhibunt ce. 3  $\frac{10}{144}$  p. 5160  $\frac{91}{112}$  co. hoc igitur diuide per 1700. exeunt  $\frac{289}{15320}$  ce. p. 3  $\frac{813}{196400}$  co. cui adde 1 co. quæ fuit lucrum acquisitum ante Calendas Augusti, fiet totum lucrum 4  $\frac{6811}{196400}$  co. p.  $\frac{289}{15320}$  census, & hoc debuit æquari toti lucro quod fuit 800. aureorum: reduces ad censum primo multiplicando omnia per 152320. & fient ce. 289. p. 609825  $\frac{2}{5}$  co. æqualia 121856000. aureorum, igitur diuide omnia per 289. fiet 1 ce. p. 2110.  $\frac{877}{2445}$  co. æqualia 421647  $\frac{1}{17}$  sequere æquationem per capitulum res valet 82. 1534801  $\frac{702278281}{2413756900}$  m. 1055  $\frac{177}{2890}$ : & hoc fuit lucrum primorum 7. mensium, quod detrahe à totali lucro videlicet aureis 800. remanet lucrum mensium 17. hoc 1855  $\frac{177}{2890}$  minus 82. 1534801  $\frac{702278281}{2413756900}$  & hoc debet diuidi, dando primo  $\frac{2}{15}$ : & secundo  $\frac{1}{15}$ : & tertio  $\frac{1}{15}$ , reliquum autem quod fuit 82. 1534801  $\frac{702278281}{2413756900}$  debet diuidi ita quod primo dentur  $\frac{1}{3}$ , & secundo  $\frac{1}{3}$ . Veniendo ad approximationem nam res mercaturæ hoc postulant nec manent in quantitatibus surdis: excipe 82. 1534801  $\frac{702278281}{2413756900}$  & est 1238  $\frac{2157}{2470}$  à qua detrahe 1055  $\frac{177}{2890}$  remanent aurei 183. cum  $\frac{2897739}{3577820}$ : hoc autem est diuidendum ita ut primo  $\frac{2}{3}$  & secundo  $\frac{1}{3}$  adueniat fient igitur primo 122  $\frac{1031826}{3577820}$  secundo autem 61  $\frac{95211}{3577820}$  residuum autem est aurei 616  $\frac{60081}{3577820}$  ex quibus dando primo  $\frac{8}{15}$  secundo  $\frac{4}{15}$  tertio  $\frac{3}{15}$  fiant primo 328  $\frac{2276280}{3577820}$  secundo autem aurei 164  $\frac{2135490}{3577820}$  tertio autem 123  $\frac{851581}{3577820}$ : iunctis igitur partibus primi in 7. & in 17. mensibus & similiter secundi fient primo aurei 451  $\frac{624826}{3577820}$  secundo autem aurei 225  $\frac{210151}{3577820}$  & tertio quod prius videlicet aurei 123  $\frac{851581}{3577820}$ : ex quibus confiat summa aureorum 800. Modo autem videamus quanti persona fuit æstimata lucrum primum fuit aurei 183  $\frac{2897739}{3577820}$  additis 1700. capitalis fiant 1883  $\frac{2897739}{3577820}$  tertius igitur posuit  $\frac{21}{85}$  huius summa duc totum in 21. & fiant 39543  $\frac{10852510}{3577820}$  diuide per 85. exeunt 465  $\frac{4471568}{3577820}$  & quia posuit aureos 100. in pecunia igitur persona fuit æstimata pro reliquo videlicet aureis 365  $\frac{2473568}{3577820}$  quare totum corpus societatis in fine debuit appellari quod esset aureorum 2965  $\frac{2473568}{3577820}$ : aliqui autem hoc primo inueniunt deinde per ipsum dant lucra verum posui modum hic faciliorem quo perfectè intellecto scies inuenire & soluere omnes quæstiones societatum.



## CAPVT LIII.

## De Societatibus bestiarum.

Solent diuites dare colonis bestias vt pecudes & vacas eâ conditione vt post certum tempus diuidant capitale & lucrum, vel prouentum : nam loco bestiarum Agricola non solum curam, sed & cibum ponit. Vnde in certo tempore conuentionis Dominus & agricola diuidunt totum capitale, & prouentum, per aequalia : vel saltem ad datas portiones : sapè tamen & colonus aliquam partem ponit.

Totum igitur negotium consistit in duobus, Primo in temporis inuentione, & hæc habetur per modum fusionis metallorum prout dictum est in capitulo suo, quæres igitur omnia residua temporum & ea duces in capita animalium, & totum diuides per capita animalium, & quod exit est tempus. Exemplum quidam dedit 100. pecudes ad tenendum 5. annis, deinde post biennium dedit

|                |  |                 |
|----------------|--|-----------------|
| 100            |  | 300             |
| $1\frac{1}{2}$ |  | $3\frac{1}{2}$  |
| 150            |  | 1050            |
|                |  | 150             |
|                |  | 5               |
|                |  | 750             |
|                |  | 150             |
|                |  | 1050            |
|                |  | 750             |
|                |  | 1950            |
|                |  | 550             |
|                |  | $3\frac{6}{11}$ |

300. eadem conditione, deinde post annum & medium 150. alias ea conditione : quæritur quando hic dicetur tenuisse 5. annis omnes pecudes, & ita quando finita erit pactio : quando igitur posuit 150. pecudes deficiebant anni  $1\frac{1}{2}$  pro complendo tempus 100. pecudum : duc  $1\frac{1}{2}$  in 100. fit 150. & similiter quando posuit easdem 150. deficiebant anni  $3\frac{1}{2}$  ad complendum tempus 300. pecudum duc 300. in  $3\frac{1}{2}$  fit 1050. vltimo ad 150. deficiebant anni 5. duc 150. in 5. fiunt 750. iunge simul fiunt omnes peccudes 150. 1050. 750. & ita fiunt omnes 1950. diuide per aggregatum pecudum & est 550. & fiunt anni  $3\frac{6}{11}$  & tanto tempore tenebit omnes peccudes à die in qua recepit vltimas 150. prædictes igitur societatem finiti ab initio inchoando annis  $7\frac{2}{11}$  : probatio est vt reducastotum & pecudes inuicem & fiet summa 2750. temporis & pecudum in vltima autem pecudum 150. datione, iam præcesserat pecudum & temporis summa 800. igitur deductis 800. ex 2750. remanent 1550. quamobrem cum fiat 550. pecudes ad complendum 1950. requiruntur anni  $3\frac{6}{11}$ .

Secundum est quod cum fienda sit diuisio ante tempus vel post, deme partem positam ex parte habenda & residuum duc in tempus societatis, & diuide per tempus pactiois : & talem partem dabis colono vltra debitam proportionem potes & idem facere ducendo in residuum animalium, exemplum Dominus posuit pecudes 100. colonus nihil debuit infra 5. annos capitale & prouentus diuidi per aequalia quia igitur colonus nihil posuit aduenit ei medietas tota propter tempus annorum 5. duc igitur in casu in quo accideret diuisio in annis  $3\frac{1}{2}$  : si 5. anni dant

$\frac{1}{2}$  quid dabit  $3\frac{1}{2}$  duc  $3\frac{1}{2}$  in  $\frac{1}{2}$  fiunt  $1\frac{3}{4}$  : diuide per 5. exeunt  $\frac{7}{20}$ , & hæc erit pars coloni reliquum erit Domini quod est  $\frac{13}{20}$ , & idem redit faciendo de pecudibus ponamus, quod pecudes illæ in annis  $3\frac{1}{2}$  factæ essent 300. igitur pars coloni esset 150. in 5. annis. die igitur si anni 5. dant pecudes 150. quantum dabunt anni  $3\frac{1}{2}$  in 150. fiunt 525. diuide per 5. & erunt pecudes 105. & hic est  $\frac{7}{20}$  de 300. quare vno & alio modo idem redit. Quod si colonus posuisset vacas 8. Dominus 32. & deberent diuidere in annis tribus, accidit autem vt cogerentur diuidere in 28. mensibus, fac. Vt dictum est ponamus quod tunc fuerint capita 76. deme  $\frac{1}{2}$ . quod est pars coloni in capitali, nam 8. est  $\frac{1}{5}$  de 40. ex  $\frac{1}{2}$  & hoc est quod debet ei in 3. annis remanent  $\frac{3}{20}$ , duc in 28. menses fiunt  $\frac{84}{20}$  mensium, diuide per 36. menses exeunt  $\frac{7}{10}$ , dabis igitur colono pro parte sua primo  $\frac{1}{5}$  totius deinde  $\frac{7}{20}$  & hoc totum est  $\frac{13}{20}$  totius, duc 13. in 76. fiunt 988. diuide per 30. exeunt  $32\frac{14}{15}$ , & tot debentur colono, reliqua Domino : hoc eodem modo facies si tempus transgressum fuerit parte coloni detracta prius, de reliquo idem operaberis secundum Fratrem Lucam. Exemplum posuit Dominus 100. pecudes, colonus nihil vt diuideretur grex per  $\frac{1}{2}$  in 4. annis, colonus tenuit 7. annis, & fuerunt pecudes 700. da primo 350. colono, deinde diuide reliquas 350. in medium fiunt 175. duc 175. in 3. & est tempus vltra primam conuentionem, fiunt pecudes 525. diuide per 4. exeunt 131  $\frac{1}{4}$ , adde ad 350. habebit colonus 481  $\frac{1}{4}$  : Dominus residuum 218  $\frac{3}{4}$ .

## CAPVT LIV.

## De Pensionibus domorum cum mutuo censu.

Quidam locant domos accipiendo pecuniam antè, & regula in hoc non exponetur nisi per exemplum, quidam accepit domum pro libris 23. singulo anno & dedit Domino domus libras 60. donec extinguerentur libræ illæ & post è domo discessurus ita quod de libris 60. volebat 5. pro 100. & est  $\frac{1}{20}$  : sicut solet fieri singulo anno quæritur, quando finietur & locatio.

Ad hanc interrogationem est triplex solutio sicut & triplex intellectus, vel enim vult 5. pro 100. absolute, ita quod incepto anno alio non vult trahere nisi ex capitali, vel vult trahere ex capitali & redditu, vel vult quod intelligatur portio temporis pro portione lucri, & licet duo primi modi hic non videantur differre quantum redditus pecuniæ est minor redditu domus dabo tamen tibi exemplum differentia : quidam dedit 1000. aureos hac conditione vt persolueret aureos 20. ex domus ficto & acciperet aureos 50. propter pecunias datas, tunc si loquimur de redditu simplici illi 1000. aurei crescent continue aureis 30. sine differentia sic in 10. annis essent 1300. aurei si verò sit redditus capitalis tunc in primo anno habebit aureos 1030. in secundo 1061  $\frac{1}{2}$ , in tertio 1094  $\frac{3}{4}$ , & ita de aliis, de hoc igitur videbitur in capitulo suo.

Remanent



Remanent igitur duo modi vel quod intelligamus ex pecuniis partem temporis pro toto anno computari, & hoc modo soluit Frater Lucas & non conuenit modus talis est, ex 60 libris primo anno lucratur 3. fiunt 63. deducas 23. remanent 40. in secundo anno ex 40. libris deducuntur 2. & fiunt 42. deme 23. remanent 19. & quia ille retinet 19. libras tertio anno licet non toto quia eius extinguuntur dat tamen Frater Lucas redditum totius anni videlicet  $\frac{12}{10}$  vnius libræ, fiunt igitur libræ 19  $\frac{12}{10}$  & qualis pars est 19  $\frac{12}{10}$  de 23. talem partem accipies de anno quæ faciliter habebitur ducendo 19  $\frac{12}{10}$  & similiter 23. per denominatorem & fient  $\frac{10}{10}$  vnius anni & ni tanto tempore locatio nec finietur hoc modo

Si vero rectius velis examinare vt sicut ille non habet censum è domo nisi pro tempore locationis. ita alius non debet trahere ex pecuniis pro toto si finiantur ante ipsum, dic igitur vt prius pro duobus primis annis: in tertio remanebunt 19. libræ quas promereri facies tantum pro tempore quo ille non erit in domo, cum igitur census domus sit libræ 23. oportebit igitur vt tempus illud sit tale quod faciat promereri ex redditu totius anni & est  $\frac{10}{10}$  talem partem quæ addita ad 19. proportionem obtineat ad 23. qualis est pars ipsum tempus totius anni.

Hanc autem partem inuenies ex regula contrahendi. Item a texta capituli 42. sic detraho  $\frac{10}{10}$  ex 23. fit 22  $\frac{10}{10}$  diuido per 19. exit 1  $\frac{10}{19}$  hoc est  $\frac{10}{19}$  & hic est numerus quæsitus, nam accepta parte siue diuiso 23. per  $\frac{41}{19}$  exeunt 19  $\frac{10}{19}$ , diuiso autem  $\frac{2}{19}$  per  $\frac{41}{19}$  exeunt  $\frac{82}{19}$ , quæ addita ad 19. faciunt 16  $\frac{41}{19}$  Vnde nota quod diuidere  $\frac{10}{19}$  per  $\frac{41}{19}$  non est nisi econtrario diuidere 380. per 20. & quod exit ducere in 19. & fit 361. & ponere numeratorem 41. diuisoris, pro denominatore, & hoc nota exemplum aliud volo diuidere  $\frac{1}{19}$  per  $\frac{10}{19}$  dico è conuerso facias diuide 66. per 24. exit 4. duc in 17. fiunt 68. & ita exhibunt ex tali diuisione, igitur in prospectu fuerunt  $\frac{11}{19}$  de 23. & solui 19  $\frac{16}{19}$  & hoc fuit tanta pars de 32. quantum fuit tempus de anno. videlicet  $\frac{11}{19}$  posset etiam fieri per rem sed est difficilior.

## CAPVT LV.

## De Transmutationibus.

**R**es transmutationum cognoscitur in quatuor modis. Primus est vt sit simplex. Secundu vt sit cum parte pecunie. Tertiu est vt sit cum expectatione temporis, & ex hoc componitur quartus modus & est vt sit cum parte pecunie, & expectatione temporis simul. In his autem modis 6. quantatur primum quando æqualiter fiat transmutatio secundum si facta sit ex quo facta est Tertium quis lucratur aut Perdit & quantum quærit quantum pro 100. quantum ex quo debet fieri vt lucratur certam portionem sextum quomodo fieri debet aut facta fuit nam hæc semper sunt. Item vt lu-

cretur tantum pro centum sunt igitur modi omnes 24 sunt & alij modi sed ex his pendunt omnes enim minutias velle exponere est infinitum si igitur quis dicat quidam vult dare lanam valoris 10. pro 12. ego habeo talam valoris 7. quantum ponere debeo dic si 10. producit 12. quid producet 7. duc 7. in 12. fit 84. diuide per 10. exit 8  $\frac{4}{5}$  & hoc est pretium.

Secundum dixit quidam posuit lanam valoris 10. pro 12. & recepit telam valore 8.  $\frac{2}{5}$  & fuit transmutatio æqualis quantum tela valuit duc conuerso modo 8  $\frac{2}{5}$  in 10. fit 84. diuide per 12. exit 7. & tantum valuit.

Tertium quidam dedit quod valebat 5. pro 6. & recepit quod valebat 14. pro 17. dicitur autem valor duplex: aut pretium quo in pecunia vendi solent merces: aut pretium quo res ipsa prius aut facta aut empta fuit à mercatore, vtrius modo nil refert, & potest vtrumque capitale appellari. Quæro igitur quis lucratur ex eis: & quantum: primo quare pretium æquale per primam dicendo si 5. producit 6. quid producet 14. duc 14. in 6. fit 84. diuide per 5. exit 16  $\frac{4}{5}$ : & tantum debuit ponere quod valuit 14. & posuit 17. igitur ex 14. vel ex 16  $\frac{4}{5}$  lucratur  $\frac{1}{5}$ . nam 17. excedit 16  $\frac{4}{5}$  in  $\frac{1}{5}$

Quantum & si volueris scire quantum pro centum, ille de 17. lucratur: vel intelligis de capitali idest respectu 14. vel de pretio appretiato & est 16  $\frac{4}{5}$ : vtroque autem modo duc  $\frac{1}{5}$  in 100. fiunt  $\frac{100}{5}$  hoc si diuiseris per 16  $\frac{4}{5}$ . exhibit verum pretium lucrari quod erit 1  $\frac{1}{17}$  si vero diuiseris per verum capitale exhibit appretiatur: verum capitale est 14. diuide  $\frac{100}{14}$  per 14. & est dicere diuide 20. per 14, exit 1  $\frac{1}{7}$ : & hoc est lucrum appretiatur: quin igitur dicis ex 16  $\frac{4}{5}$  lucratur  $\frac{1}{5}$  hoc est verum pretium, quia vendet ex illa commutatione in pecunia quod vendidisset 16  $\frac{4}{5}$  vendet 17. & ita lucrabitur  $\frac{1}{14}$  de suo capitali si vero dicas quod lucratur  $\frac{1}{5}$  de 14 hoc non est verum quia illud  $\frac{1}{5}$  in rei veritate tanto minus vendet in pecunia numerata quanto ille quia dedit 5. pro 6. appretiauit  $\frac{1}{5}$  quod in rei veritate tamen valebat  $\frac{1}{5}$  in pecunia numerata siue igitur dicas lucratur de 14  $\frac{1}{5}$  siue de 16  $\frac{4}{5}$  lucratur  $\frac{1}{5}$  idem est, nam vtrumque est  $\frac{1}{14}$ : ad inueniendum igitur verum lucrum in capitali quin diximus lucratur ex 16  $\frac{4}{5}$  ipsam  $\frac{1}{5}$  volo scire quid in rei veritate lucratur: duc lucrum  $\frac{1}{5}$  per capitale 14. fiunt  $\frac{14}{5}$  hoc diuide per appretiatur quod est 16  $\frac{4}{5}$  exeunt  $\frac{1}{6}$ , & tantum lucratur in veritate & ita declaro hoc.

Sit vt vnus ponat quod valet 4. pro 7. & alius quod valet 5. pro 7 certum est quod facta commutatione ille qui dedit 4. & recepit 5. lucratur  $\frac{1}{4}$  sui capitalis in veritate & hoc est 25. pro 100. sequere igitur regulam dicendo si 5. ponitur 7. quantum ponetur 4. exhibunt 5.  $\frac{2}{5}$  igitur ex 4. lucratur residuum 1  $\frac{2}{5}$ , illud tantum residuum in pecunia non est nisi 1. tantum: duc igitur 1  $\frac{2}{5}$  in 4. fit  $\frac{28}{5}$ , diuide per 5  $\frac{4}{5}$ , exit præcise 1. igitur tamen lucratur, pro inueniendo quantum pro 100. dic fit 5.  $\frac{2}{5}$  lucratur



tur  $1 \frac{2}{3}$ , quid lucrabitur 100. vel si 4. lucra-  
tur 1. quid lucrabitur 100. &  
vtroque modo redit idem quod  
est 25.

Quintum cum dixerit quidam  
dedit lanam valoris 4. pro 5. vel-  
lem dare pannum valoris 7. ita  
vt lucraret  $\frac{1}{7}$  de capitali, iam ego  
exposui quod si commutatio sit  
fienda æqualiter 7. ponetur  $8 \frac{1}{4}$ . tu  
autem vis  $\frac{1}{7}$  lucri in capitali, adde  
semper illud lucrum capitali tuo,  
& erat 7. fiet 8. dic igitur si 4. ponitur 5.  
quantum ponetur 8. & exibunt 10. dic  
igitur quod si tu posueris 7. pro 10. lucra-  
beris præcise  $\frac{1}{7}$  tuorum & regula est pul-  
cra.

Cuius verificatio est ex experimento po-  
ne enim quod dederit 21. cum 7. ponatur  
10. ponetur 30. ille igitur dabit 30. appre-  
ciatum & quia ponit 4. valere 5. dabit 24.  
igitur ille dedit 21. in valore pecuniæ: &  
recepit 24. & ita recepit 3. quod fuit sep-  
tima pars capitalis sui, & transmutatio fuit  
æquata in 30. quare &c.

Ex hoc habetur valor & lucrum pro cen-  
tum sit in exemplo quod ille det 4. pro 5.  
ego volo lucrari 15. pro 100. & habeo  
lanam valoris 7. vel pannum dico si 100.  
dat 15. quid dabit 7 dabit  $1 \frac{1}{20}$  adde hoc  
per quintam ad 7. fiet  $8 \frac{1}{20}$ , dic si 4. ponitur  
5. quantum ponam  $8 \frac{1}{20}$ : & fiet  $10 \frac{1}{16}$ . &  
tantum ponam 7. valere, dabo igitur pan-  
num valoris 7. pro  $10 \frac{1}{16}$  & recipiam quod  
valet 4. pro 5. & ultra lucrabor 15. pro  
100.

Et cum dixerit quidam dabo lanam va-  
loris 4. pro 5. & volo quintam partem  
pretij in pecunia numerata, quæritur  
quantum debeo ei ponere, pannum valoris  
7. debes scire quod illud quod persoluis in  
pecunia emis cum igitur das quintā partem  
pretij appretiati, illud totum debet detrahi  
ex capitali illius, cum igitur  $\frac{1}{5}$  de pretio  
appreciato quod est 5. sit 1. detraho 1. ex  
capitali sit 3. nam erat 4. da igitur in com-  
mutatione 3. & non 4. nam illud 1. vendit,  
& quia ponit 4. valere 5. & recepit 1. igitur  
remanet creditor de 4. cum dederit. 3.  
regula est igitur diuide pretium appretiatum  
quod est 5. per partem quam vult in pec-  
unia & est  $\frac{1}{5}$  & exit 1. hoc detrahe à  
pretio capitalis, & appretiati & fit 4. &  
3 dic igitur si 3 sit vel ponitur 4. quid po-  
netur 7. & fiet vt debeat poni  $9 \frac{1}{3}$ , dabis  
igitur  $\frac{1}{3}$  in pecunia numerata, & pro resi-  
duo tantum de lana vel panno in valore  
 $9 \frac{1}{3}$ , quæ valebant in pecunia numerata  
7. tantum quod compleas summam quam  
accepisti.

8 Quod si dixerit è conuerso volo à te qui  
ponis 4. valere 5. habere  $\frac{1}{5}$  in pecunia  
numerata, & residuum volo dare quod  
valet 7. vellem scire quantum debeo augere  
pretium, tunc tu scis quod ille qui da-  
bit  $\frac{1}{5}$  in pecunia emet  $\frac{1}{5}$  de tuo capitali, &  
dabit  $\frac{1}{4}$  de suo residuo per dicta in capitulo  
quadragesimo secundo, si igitur dicat dabo  
 $\frac{1}{5}$  totius quod accepero, tantum est quan-  
tum si diceret dabo  $\frac{1}{4}$  totius lanæ in pecunia

tunc igitur econuerso facias cape  $\frac{1}{4}$  de 5. &  
adde ad 4. & ad 5. fiunt  $5 \frac{1}{4}$  &  $6 \frac{1}{4}$  dic igitur  
si  $5 \frac{1}{4}$  fit  $6 \frac{1}{4}$ , quid fiet 7. & fiet 8  
 $\frac{1}{4}$ , & tantum debet ponere quod valet 7.  
accipiendo ab illo  $\frac{1}{5}$  pecunia totius sum-  
ma. nota igitur quod qui recipit pecunias  
detrahare debet vt in septima regula à ca-  
pitali partem illam, qui vero dat addere  
capitali vt in hac regula.

Quod si dicat pecuniam & non partem  
puta aureos 20. vide. aureos 20. quota pars  
sint de tota summa deinde operare per illam  
partem.

Quod si ponat ultra hoc certum lucrum,  
tu scis per quintum vel sextum modum ad-  
dendi capitali lucrum quod vis: in septima  
igitur regula primo adde lucrum deinde  
auferes partem pecuniarum ex toto: in  
octaua autem regula primo addes partem  
pecuniarum deinde lucrum & hoc bene  
aduerte quia septima & octaua regula sunt  
contrariæ.

Si igitur quis dicat volo permutare libras  
1738. piperis valoris aureorum 20. pro 100.  
& volo decimam partem in pecunia &  
lucrari in hac transmutatione 20. pro 100.  
& ille habet zinziber valoris 13. aureorum  
pro 100. & vult ponere 15. in transmu-  
tatione, quæritur quantum debeo apprecia-  
re piper tunc primo quæres decimam par-  
tem residui quæ pars sit & hoc dempta vni-  
te per octauam & addes nonam partem de  
15. & est  $1 \frac{2}{3}$ , ad 13. & ad 15. & fient  $14 \frac{2}{3}$ ,  
&  $16 \frac{2}{3}$ , dices igitur si  $14 \frac{2}{3}$  fit  $16 \frac{2}{3}$ ,  
quid fiet 20. duc 20. in  $16 \frac{2}{3}$  & fiunt  $\frac{1000}{3}$   
diuidenda per  $\frac{44}{3}$ , exeunt  $22 \frac{8}{11}$ , post dic per  
sextam si 100. dat 20 quid erit 20. & erit  
24. habes igitur quod piper debet poni  
 $22 \frac{8}{11}$ , vt habeas decimam partem in peccu-  
nia, & debet poni 24. vt lucreris 20. pro 100.  
vt igitur habeas vtrumque dices si 20. ponit-  
ur  $22 \frac{8}{11}$ . quid ponemus 24. per decimam  
regulam, & per quintam & ponemus 20.  
valere  $27 \frac{3}{11}$ , deinde dices 1738. libras pi-  
peris valent mihi 20. aureis pro 100. igitur  
valent  $347 \frac{3}{5}$ , si igitur 20. valet  $27 \frac{3}{11}$ , quid  
valebunt  $347 \frac{3}{5}$ , & valebunt 474. præcise  
aureos, cape decimam partem & est  $47 \frac{2}{5}$ ,  
Et hoc habebit in pecunia, residuum erit  
 $426 \frac{3}{5}$ , quia igitur ille dabit zinziber pro  
15. aureis pro 100. diuide  $426 \frac{3}{5}$  per 15.  
exeunt  $28 \frac{11}{15}$ , igitur duc in 100. habebit  
libras zinziberis 2844. præcise, & aureos  
 $47 \frac{2}{5}$ , & lucrabitur 20. pro centum cuius  
probatio est facilis nam clarum est quod to-  
tius summæ habuit decimam partem in  
pecunia, & de reliquis conditionibus restat  
solum demonstrare quod lucretur 20. pro  
100. & est quinta pars capitalis sui, fuit  
capitale suum  $347 \frac{3}{5}$ , eius quinta pars est  
 $69 \frac{3}{25}$ , addita ad  $347 \frac{3}{5}$ , fient  $417 \frac{3}{25}$ : si  
igitur probauero ipsum recepisse tantum pro  
pecunia numerata constat propositum, ac-  
cepit autem zinziberis libras 2844. quæ va-  
lebant aureis 13. per 100. igitur valuit zin-  
ziber  $369 \frac{18}{25}$ , aureorum, Et dedit in pe-  
cunia numerata  $47 \frac{2}{5}$ , iunge fiunt præcise  
aurei  $417 \frac{3}{25}$ . quod fuit probandum. nec  
amplius expectes tam proluxa exempla cum  
hoc sit extra propositum nostrum.



12. Est cum quis dixerit accepi quod valuit 6. pro 7. & sub termino solutionis mensium 4. volo dare quod valet 8. pro 9. quantum temporis expectare possum, scias quod proposito hæc vel intelligitur absolute & tunc dicimus si  $\frac{1}{2}$  nam hoc est lucrum dantis 6. pro 7. fit ex 4. videlicet mensibus, ex quo fiet  $\frac{1}{2}$ , nam hoc est lucrum dantis 8. pro 9. duc  $\frac{1}{2}$  in 4. fit  $\frac{1}{2}$ , diuide per  $\frac{1}{9}$  & exit 3. Et ita tribus mensibus deberet expectare & hæc regula notabilis est dico tamen quod in transmutationibus locus hic non plenè satisfacit quantum non æquabuntur ex hoc partes, nam ille qui dat 6. pro 7. si daret 54. daret pro 63. & ille qui dat 8. pro 9. dando 56. dabit pro 63 manifestum est autem quod ad pretia posita transmutatio est æqualis, capitalium autem differentia est: ille igitur qui dat 56. perdit 2. de 56. in vno mense, igitur perderet in vno anno 24. de 56. Et ita perderet  $42\frac{2}{7}$ , pro 100. & ita esset iactura magna, dico igitur quod volendo facere transmutationem æqualem nihil deberet expectare, & adhuc perderet quantum autem, sic dignoscitur, die primo 6. in mensibus 4. quantum crescit dando 5. pro 100. crescit per vigesimam sui in anno, igitur in mensibus 4. per sexagesimam suam, igitur 6. fit  $\frac{6}{100}$ , die igitur si 8. fit  $\frac{8}{100}$ , quod fiet  $\frac{2}{100}$ , igitur cum fiat  $\frac{2}{100}$  lucratur  $\frac{2}{100}$  die igitur per quartam si  $\frac{6}{100}$ , lucratur  $\frac{6}{100}$ , quod lucrabitur  $\frac{6}{100}$ , & crescit, quod lucratur  $\frac{6}{100}$ . pro quo nota hæc regulam diuidendi fractionum.

Cum denominator diuisoris numerauerit denominatorem prodeuntis duc exiens in numeratorem diuisoris & hic erit denominator diuidendi, cuius numerator est numerator diuidendi, & est conuersa regula in fine capuli quinquagesimiquarti ut in exemplo, ductis  $\frac{100}{100}$  in  $6\frac{1}{100}$  sunt  $\frac{600}{100}$  diuidendi per  $\frac{100}{100}$ , quod est dicere  $\frac{600}{100}$ , igitur diuide  $\frac{600}{100}$  per  $\frac{100}{100}$  diuide 600. per 100. exit 6. duc in 140. sunt 540. & super ipsam pone 67. fit  $\frac{67}{100}$ . & tantum lucrabitur ille qui dat 56. pro 7. etiam vltra proprium proventum expectationis mensium 4.

13. Et ex hoc habebimus scientiam veri lucris in transmutationibus temporalibus, & in exemplo quidam dedit quod valuit 5. pro 6. expectatur infra menses 6. ut reciperet quod valuit 6. pro 7. queritur quantum lucratur pro 100. in anno, & est casus pulcher & adueniens, & solutio est facilis operabilis conuerso modo dicendo si 7. venit ex quo venit 6. & fiet ex  $5\frac{1}{7}$ . igitur cum producat ex 5 tantum lucratur  $\frac{1}{7}$ , ex 5. in 6. mensibus quare  $5\frac{1}{7}$  pro 100.

14. Quod si quis dicat dedit quod valuit  $4\frac{1}{2}$  pro 100. expectando menses 8. & recepit quod appretiatum fuit 15. cum expectatione mensium decem. Queritur secundum primum modum dantis ad tempus supposita æqualitate transmutationum quantum valuit illud quod positum est 15. die igitur 6. ad  $4\frac{1}{2}$  lucratur  $\frac{1}{2}$  in 8. mensibus, igitur si 8. menses dant  $\frac{1}{2}$ , quid dabant 10. menses & erit  $\frac{5}{4}$ , ille igitur qui dat pro 15. lucratur  $\frac{5}{4}$  capitalis sui igitur per trigessimam regulam quadragesimilecundi capuli 17.

fit ex 12 die igitur si 17. fit ex 12. ex quo fiet 15. duc 15. in 12. fit 180. diuide per 17. exit  $10\frac{10}{17}$ , & tantum valebat quod posuit 15. & posui exemplum Fratris Lucæ ut intelligeres facilitatem & certitudinem operandi nostram.

Et ex decimatertia postquam operatus fueris per septimam & octauam cognosces accepta parte transmutationis in pecunia numerata, & dato vel accepta termino totius aut residui, quantum lucrum fiet pro 100. in anno, & reliqua componendo casus innumerabiles, sed caue ne te decipiat sensus duplex duodecimæ regulæ propterea si querens tentat solue ut vis, vtraque. enim sustentabilis est, si verò amice querit distingue ambiguitatem, & vide in quo sensu velit, si autem ad opus venire desiderat consulet secundo modo, nam in primo accipiendo fit iactura, dando vsura.

Et ex his scire oportet quos si quis dicat dedi quod valebat 5. pro 9. & accepi quod valebat 7. pro 9. certum est quod in capitali primus lucratur  $\frac{2}{9}$ , & secundus perdit  $\frac{1}{9}$ , sui capitalis queritur igitur quantum plus addidit primus in capitali secundo, tunc solutio facilis est duc capitalis inuicem veluti 7. in 5. sunt 35. & pone pro denominatore, deinde iunge ea utpote 5. & 7. faciunt 12. duc in differentiam vnus ab altero sunt 24. igitur dicemus quod primus melius reddidit suum capitale quam secundus in  $\frac{24}{12}$ . circa quæ nota quod tantum vnus lucratur in capitali, quantum alius perdit, & aliud est semper differentia communis dantis & accipientis, veluti dans 7. & recipiens 5. perdit 2. & illos. 2. lucratur alter, & ita dans 100. & recipient 110. lucratur 10. quos alter fortius perdit. Secundo nota quod amittens perdit data proportionem quam ille aquirat, & hoc in vnitatem minu patet ex trigesima regula quadragesimilecundi capuli nam si accipiens. 110. & dans 100. lucratur decimam partem sui, vel 10. pro 100. ille qui dat 110. & recipit 100. perdit vndecimam partem sui, nam 10. est vndecima pars 110. & ita perdit  $9\frac{1}{11}$  pro 100, & similiter qui dat 120. & recipit 100. perdit sextam partem suorum, & accipiens lucratur quintam, & ita proportionaliter plus lucratur acquirens quam dans perdat, & hoc in vnitatem, tertio notandum quod illud est quod acquiritur aliud est proportio secundum quam acquiritur, nam in commutatione acquisitum & perditum semper sunt æqualia proportionem autem vnitatem differunt, patet ex primo & secundo notando vnde si aliquis lucratur 10. pro centum in commutatione, nam in aliis non tenet alter qui commutat perdit  $6\frac{1}{11}$ , igitur primus addit in capitale  $19\frac{1}{11}$ , pro 100. & hoc est idem quod  $\frac{21}{11}$  qui proueniunt ex regula quam docui, nam tantum producit ex  $19\frac{1}{11}$  in 110. quantum ex 21. in 100. & ideo sunt partes secundum  $5\frac{1}{11}$ , & hoc bene nota.

Si igitur quis dicat addidi  $19\frac{1}{11}$  plus in 17 capitali meo quam fecerit ille qui mecum transmutauit tu scis quod ex  $19\frac{1}{11}$  duas tales efficere oportet partes quæ ductæ per numeros



numeros sola vnitare differentes producant 100. veluti in exemplo 19.  $\frac{1}{11}$  diuisum facit hoc quod ductum in 10. & 11. producit 100. partes autem erunt 10. & 9.  $\frac{1}{11}$ , ex quibus sequitur per dicta quadragesimi secundi capituli quod tales partes erunt proportionales & ita diuidam etiam 36  $\frac{2}{3}$  hoc modo in 20. & 16  $\frac{2}{3}$ , nam 20 in 5. producit 100. & 16  $\frac{2}{3}$  in 6. producit 100. & talis est proportio 20. ad 16  $\frac{2}{3}$ , sicut 6. ad 5. dixit igitur quidam dedi 4. pro 5. & recepi proportionem quod valebat 10. & addidi in capitale respectu socij 83  $\frac{1}{3}$  per 100. quare quantum posuit quod valuit 10. pone igitur quod 83  $\frac{1}{3}$  debet diuidi in duas partes modo supradicto, quæ ductæ in duas alias sola vnitare differentes, producant 100. igitur diuiso 100. per duas illas quantitates exhibunt partes quæ simul iunctæ faciunt 83  $\frac{1}{3}$ , sit igitur pars vna 1 co. alia expositio erit 1 co. p. 1. diuidatur 100. exhibunt 100 & 1 co. p. 1. iungantur, & sit hoc per modum iungendi fractiones ducendo in crucem & totum ponendo pro numeratore, & ducendo denominatores inuicem & ponetur pro denominatore, fiet igitur coniunctum  $\frac{200 \text{ co. p. 11. 100.}}{1 \text{ co. p. 11. 1 co.}}$  & hoc æquatur necessarîo ex dictis in principio huius regulæ cum 83  $\frac{1}{3}$  reduc ad integrum deducendo ambas partes per 1 co. p. 1 co. fient 200 co. p. 100. æqualia 83  $\frac{1}{3}$  co. p. 83.  $\frac{1}{3}$  co. igitur deduco 83  $\frac{1}{3}$  co. ex 200. co. remanent, 117  $\frac{2}{3}$  co. p. 100. æqualis 83  $\frac{1}{3}$  co. deduco ad censum. vnum sunt 1 co. æqualis 1  $\frac{2}{3}$  co. p. 1.  $\frac{1}{3}$ , sequere æquationem fiet valor rei &  $\frac{100}{100}$  p.  $\frac{7}{10}$ , & hoc est præcise 2. & alia pars est 1 p. igitur fuit 3. diuide igitur 100. per 2. exit 50. diuide per 3. exit 33.  $\frac{1}{3}$ , iuncti faciunt 83  $\frac{1}{3}$ , dic igitur quod pro 100. recepit 150. & ita lucrabatur  $\frac{1}{3}$ , videlicet 50. pro 100. & ille perdiderat  $\frac{1}{3}$  dando 150. pro 100. & tertia pars. 100. est 33  $\frac{1}{3}$  & ita tantum predidit per 100. vnde hic addidit in capitale lucrando respectu illius qui perdit 83  $\frac{1}{3}$  modo videndam est quantum lucratur dando 4. pro 5. & manifestum, est ex dictis quod tantum lucratur quattam partem & non dimidium, oportet igitur quod loco. 5. recipiat. 6. in capitali ab altero nam sic dando 4. & recipiendo 6. lucratur dimidium sui & ita 50. pro 100. & quia ille non dat nisi pro cambio 5. igitur ille dabit capitale 6. pro 5. & recipiet 4. tantum pro. 5. igitur perdet tertiam partem sui capitalis, & quia dat 10. dices si 6. dat 5. quid dabit 10. & inuenies quod dabit 8  $\frac{1}{3}$ , & ego addam in capitale 83  $\frac{1}{3}$  pro 100. respectu illius.

Ex hoc cognoscitur quantum in mercatura ingenium & industria valeat, & quanto difficilior & implicata sit solutio talis questionis à Fratre Luca posita, verum minus arduum est inuentis addere.

Libra Mediolanensis est vnciarum 13. Venetiis. libra veneta est Monpulerij vnciarum 9. libra Monpulerij est Ianuæ vnciarum 15.  $\frac{1}{3}$ , quæritur libra Ianuæ quot erit vnciarum Mediolani dispone semper sic per ordinem duc omnes inferiores inuicem sunt

20736. hoc diuide per productum superius scilicet per dimittendo illud quod quæris utpote quot vnciarum Mediolanensium sit libra ianuen-

$$12 \frac{13}{12} \frac{9}{12} \frac{12 \frac{1}{3}}{12}$$

Med. Ven. Mon. Ian.

sis, potes autem diuidere primo per 13. deinde per 9. deinde per 15  $\frac{1}{3}$  vel per productum simul. Idem enim exit productum igitur fuit 1794. diuido per ipsum 20736. sunt vnciæ 11  $\frac{1002}{1794}$  & continet libra ianuen- sis vnciarum Mediolanensium, si autem velles scire contrarium videlicet quot vnciarum ianuen- sis esset libra Mediolanensis, tunc dic si 11  $\frac{1002}{1794}$  producit 12. quid producit 12. duc 12. in 12. fit 144. & hoc diuide per 11  $\frac{1002}{1794}$ , & idem proueniet si duxeris omnes terminos superiores diuidendo per vnum minus ex inferioribus veluti diuidendo 1794. quod fuit productum trium superiorum per 144. productum duorum inferiorum vnde exhibunt vnciæ 12  $\frac{11}{24}$  & ita dico idem de centenariis, pone numeros diuersitatis semper superius, & centena inferius, & regula est eadem præcisè & hoc est valde vtile in transmutationibus & mercimoniis quare &c.

Cum volueris scire in transmutationibus inæqualibus quanta pars pecuniæ sit danda. & à quo diuide pretia appretiata, per differentiam inter pretium verum & appretiatum, in singulis, Et cui aduenit minus illi contingit dare pecuniam, deinde diuide prouentum minorem per maiorem, & quod exit est pars danda de mercibus, residuum debet dari in pecunia numerata. Exemplum quidam dedit argentum valoris 4. pro 5. & recepit lanam valoris 6. pro 7. quæritur quanta pecunia debet sarciri Cambium hoc, & quomodo, clarum est quod 5. & 7. sunt pretia apretiata, differentia 5. ad 4. est 1. & 7. à 6. est 1. diuido 5. & 7. per suas differentias exeunt iidem videlicet 5. & 7. igitur ille qui dat 6. pro 7. debet recipere pecuniam quia 6. est maior quam 5. Ad sciendum autem quantum diuide minorem prouentum qui est 5. per maiorem qui est 7. & exeunt  $\frac{5}{7}$ . & tantum dabit ille argento, Et reliquum quod est  $\frac{2}{7}$  debet dare in pecunia numerata, & ita Cambium fiet æquale recipiendo totam lanam pro valore Cambij.

## C A P V T LVI.

De Cambiis.

**A**Ntequam veniamus ad cognitionem cambij scire oportet omnes gentes habere duo genera pecuniarum, fixum & mobile, pecunia fixa est quæ proportionem ad suas partes numquam mutat veluti Mediolani, Aureus cameræ valet semper libras



libras 4 libra solidos 20. solidus nummos paruos 12. & ita aureus valet solidos 80. & nummos 960. & venetiis aureus camera valet semper libras 6. solidos 4. & libra valet solidos 20. & solidus nummos paruos 12. igitur aureus valet solidos 124. & nummos 1488. & grossos etiam vocant  $\frac{1}{4}$  aurei vnus, vnde valet solidos 5. nummos. 2. quod est dicere nummos 62. Pecuniæ autem mobiles duplices sunt aureæ & argentæ, & hæc mutant valorem non tantum respectu fixarum, quantum etiam respectu suarum partium, velut aureus valebat solidos primo 85. Mediolani, deinde tantum auctus est vt nunc valeat 120. & similiter Venetiis aureus, aliquando valebat solidos 124 & nunc valet 140. & etiam est mutatio respectu mobilium, nam aureus Mediolani valuit 4. testonos plus solido vno & nunc valet plus solidis 8. nam 4. testones valent solidos 112. igitur auctum est pretium aurei super pretium argenti quod fuit quarta pars aurei, est etiam auctio diuersa in monetis, nam solidi argenti non dico isti, sed est genus monetæ, nunc valet 12. nummos sicut prius valebat, & tamen solidi nihil vnde ea ratione solidus debet valere nummos 16. & non valet nisi 12. Monetæ igitur aureæ Mediolani multoties de diversis partibus pro nunc supponatur rem valere libras 6. Mediolanenses & testones alii sunt solidos 18. & Floreni solidos 14. & Monetiighi solidos 20. modo Venetiis aurei valent libras 7. Floreni solidos 20. 96. Monetiighi solidos 20. hæc sufficiant pro exemplis commutandarum monetarum.

Adverte secundo quod cambia monetarum dupliciter considerantur penes proportionem exactius de qua inferius dicam, & penes æqualitatem veram quam dico consistere in auro lib. aequali bonitate & pondere: vnde dico quod aurei 100. Mediolani, sunt indeni etiam Venetiis, & Lugduni, per tres causas prima est facilitas differendi de vno loco ad alium cum modico labore, impensæ parvæ, & timore corruptionis, vnde dato quod minime valerent Venetiis quam Mediolani possent differri modica iactura, secunda causa est quia licet minus valeat in vno loco quam alio, etiam reliquæ monetæ minus valent & merces, nam æstimatio autem secundum communem cursum reliqua omnia proportionaliter secum trahit: tertio quia si velles æqualitatem reducere ad aliud monetæ genus aut ad fixam & tunc propter valorem in vna regione variationem in mobilibus, aliquando peruenires ad iacturam vel lucrum tertie partis non est igitur melior æqualitas quam commutatio in diuersis locis aut eiusdem bonitatis & ponderis, qui autem aliter sentiant grauius errant.

Ex hac trahitur proportio monetæ fixæ vnus loci ad monetam fixam alterius, velut aureus valet Venetiis libras 7. Mediolani. 6. igitur cum proportio 7. ad 6. sit sexquisepta, erit libra Mediolanensis sexquisepta Venetæ, & ita valebit solidos  $23\frac{1}{7}$  Venetos, & assis Mediolanensis valebit 14 nummos Venetos, & libra Venetæ valebit  $\frac{7}{6}$  li-

bre Mediolanensis, quod est dicere solidos  $17\frac{1}{7}$ , & ita ex auro poteris reliqua ad proportionem reducere.

Et nota duo primum quod omnes ferè 4 contractus fiunt in genere monetæ fixæ veluti promitto 100. aureos Mediolani, intelliguntur libras 400. & non 600. & ita Venetiis 620. & non 700. nota secundo quod campsores habens quædam genera separata monetæ fixæ vt marcas & vncias auri.

Ex quibus conuenit eum qui cambiare 5 vult in genere quolibet cambij scire tria, primum quod talis est proportio libræ ad libram, sicut solidi ad solidum nummi ad nummum, & hoc ubi libra contineat asses 20. & assis nummos 12. alterum est quod oportet scire valorem cuiuslibet monetæ tamen fixæ quam mobilis, & proportionem inter eas, & æqualitatem quæ dicta est in auro, & excessum lucri in dando & accipiendo genera pecuniarum, & similiter vltimum proprium campsores in suis monetis fixis, de tali autem lucro dicemus inferius tertio quod sicut per monetam fixam fiunt cambia venditiones & pacta, ita omnes solutiones fiunt cum moneta mobili non fixa, nam moneta fixa est res tantum imaginaria, & solutio in pecunia fixa intelligitur altero 4. modorum vel dare tantum de moneta fixa loci contractus in moneta secundum valorem loci contractus, veluti Mediolani accipio libras 100. redditurus Lugduni libras 100. Mediolanenses in pecunia, sub valore quo Mediolani valet & hoc contingit raro, secundus modus est accipio libras 100. Mediolani daturus Venetiis libras centum Mediolanenses cursu monetæ Venetiis, & hoc rarissime aut nunquam contingit, tertius modus est accipio libras 100. Mediolani daturus libras 116  $\frac{2}{3}$  Venetas ex moneta corrente Mediolani, hoc nunquam credo contingit, quartus modus est accipio libras centum Mediolani daturus Venetiis libras 116  $\frac{2}{3}$  ex moneta Venetæ & hoc accidit quandoque.

Frequentius autem contingit vt inter di- 6 stantia commutatio fiat in pecunia mobili, & hoc duobus modis primus accipio aureos 100. Mediolani totidem vel eius valorem nunc redditurus Venetiis in pecunia Venetæ, secundus est accipio aureos centum totidem redditurus Venetiis sub valore tempore illo Venetiis in pecunia Venetæ, sunt etiam modi alij rari vt pote quod accipio aureos centum Mediolani redditurus valorem Venetiis, quem nunc valent in pecunia Mediolanensi, quartus accipios aureos 100. Mediolani redditurus totidem aut eorum valorem tunc Venetiis in pecunia Mediolanensi.

Cum volueris scire commutationem inter duo loca habes eam ex dicendis, inter 7 tria autem & 4. & plura ex duobus cognoscetur ac ex duobus, vt pote sit Cambium inter Mediolanum Lugdunum & Brugis, iam doctus es rationem Mediolani & Lugduni, deinde Lugduni & Brugis, vnde sciemus etiam commutationem Mediolani & Brugis, & vniuersaliter cum sciuntur quælibet duo scitur etiam compositio ex illis, reducendo vt pote monetam Mediolanen-

sem



fem & Brugis ad Lugdunensem, tanquam communem & hoc bene nota.

8 Et nota regulam generalem quod in omnibus cambiis & transmutationibus, tantum vnus perdit quantum alius acquirit, & econtra, vnde si ego aquirō decem alius, perdit 10. & ita cognito lucro vnus cognoscitur damnum alterius, & ideo vna regula sufficit pro lucro & damno: memento tamen quod si vnus aquirat 20. pro 100. alius perdit  $16\frac{2}{3}$  pro 100. vnde si vis scire vnum per aliud dicas 120. dat 100. quid dabit 100. & habebis  $83\frac{1}{3}$  & ita econtra si  $83\frac{1}{3}$  dat 100. quid dabit 100. & dabit 120. igitur tam in substantia quam in proportionē, cognito lucro cognoscitur damnum & econtra.

9 Cambium igitur quadruplex est minutum reale siccum & fictum. Cabiū minutum est transmutatio diuersarum pecuniarum in vno loco eodem, veluti si vadam ad trapezitā & defferam aureos, & recipiam mocenighos pro valore aureorum, & circa hoc consuetum est date ipsi campfori. 1. pro 100. vel vnum solidum pro aureo, & si summa sit magna, dant vt plurimum minus vt 1. pro 200. & talis vtilitas est licita, si autem quis defferat adulteri nam aut mancam monetam ad incidendum, tunc non est amplius cambium sed venditio.

10 Cambium reale est acceptio pecuniæ in vno loco pro data in altero loco, & quantum est ad communem vtilitatem & necessarium ad mercaturam, igitur est licitum, omne enim necessarium est licitum, vnde etiam militia est licita: & hoc vbi rite exerceatur & absque dolo & concussionē.

11 Et ponamus quod ego indigeam pecuniis Lugduni, & habeam eas Mediolani, numerabo ipsas Mediolani Campfori vel Mercatori & ego vocor tunc Dator vel Cambiator, & recipiens vocatur Principalis, quia est principaliter Debitor, & talis scribit litteras ad amicum suum Lugduni, quas dat mihi, vt ego mittam eas Lugduni ad amicum meum qui mediantibus literis eam pecuniarum summam ab amico Principalis exigit, vnde in tali cambio requiruntur quatuor personæ, videlicet dator, & amicus datoris, & principalis, & amicus principalis, vel saltem tres & hoc vbi egomet reciperem litteras, & irem Lugdunum ad exigendum pecunias ab amico principalis tunc non vterer amico aliquo & ideo esse mus tantum tres.

12 Et circa hoc considerandum est quod Cambiator incurrit tria pericula vtpotē ego qui do pecunias, ne vel principalis me decipiat cui dantur, secundum ne amicus principalis nolit eas exbursare, tertium ne amicus mei datoris aut non restituat mihi, aut remittat pecunias in qua remissione cadunt pericula. Circa secundum horum nota quod multotiens contingit amicum principalis nolle pecunias vel non posse restituere amico datoris, & tunc amicus datoris remittit datorī tria, videlicet litteras cambij, & protestationem petitiæ pecuniæ & negatæ ab amico principalis, & valorem pecuniarum in loco in quo debuit fieri restitutio, circa

quod nota quod fere semper restitutio pecuniarum fit secundum valorem loci in quo debet fieri restitutio, & non loci in quo primitus fuerant exbursatæ, quod si amicus principalis neget dare pecunias, tunc amicus principalis remittit tria dicta, quibus mediantibus dator exigit pecunias quas principali dederat ab ipso principali sub forma valoris non loci in quo sunt, sed vbi fienda erat restitutio, veluti dedi marcham auri valoris aureorum 65. Mediolani, alicui mercatori reddenda & amico meo Lugduni, & ibi valebat tunc in tempore restitutionis marcha auri aureos, 68. in Cambio, tenetur principalis vbi ille non reddiderit amico Lugduni aureos 68. reddere mihi Mediolani aureos 68. & ita tres plus quam à me receperit.

Et circa hoc nota quod consuetudo reddendi pecunias puta aureos 68. pro marcha auri Lugduni, est dimidium in tot aureis & dimidium in moneta argentea, & hoc est secundum plurimum, nam diuersorum locorum diuersi mores.

Circa tertium nota quod secundum plurimum cum ego dederim Mediolani, 65. aureos postmodum Lugduni, si reddiderit per litteras cambij tunc ego habebō aureos 65. Lugduni vel parum plus quos oporteret habere Mediolani, ideo oportet me ingeniari in traducendo dictas pecunias Mediolanum, vel per aliud recambium dando eas Lugduni alicui qui det litteras soluendi eas per amicum Mediolani, & hoc est optimum si contingat, secundus modus est vt transmittantur pecuniæ actualiter Mediolanum & hic est cum periculo, tertius est vt emanent merces his pecuniis & transmittantur Mediolanum & ideo est commune adagium cum tracta semper est remissio.

Forma autem talium litterarum brevis est admodum continens intus tempus, diem, nomen Cambiatoris & amici cambiatoris & nomen principalis, locum in quo fit Cambium, & causam extra autem locum vbi debet fieri restitutio: & nomen amici principalis, cui literæ diriguntur.

Quod si per primas non soluunt replicant alias eiusmodi sensus, & per eadem verba ferē nisi quod adiiciunt si per primas vel per alias non soluistis per has soluetis &c.

#### *Exemplum litterarum Cambij.*

1537. Die 10. Decembris Mediolani.

*Soluetis per has primas ANTONIO DE RAVDE vncias viginti auri Lugdunensis in proximis nundinis pro totidem receptis, hic à Domino Francisco de Olgiate & ponetis ad computum nostrum, Deus à malo vos custodiat.*

*Vester Ludouicus de Castello, Mediolani.*

Extra autem obsignata Epistola sigillo, ita vt infra posui scribitur.

Domino Alphonso de Traurellis & sociis Lugduni.

Ex



Ex hoc patet quod talis Cambij finis proprie est transmutatio pecuniæ de loco ad locum.

16 Sunt autem Cambiatores ut plurimum ipsi campfores: aliquando autem est et conuerso videlicet quod cambiatores sunt mercatores, & principales campfores, ita quod trapezitar aliquando à mercatoribus accipiunt pecunias, alio loco restituendas, sunt igitur duo modi & unusquisque diuersificatur dupliciter, vel enim dans pecunias indiget cambio, vel recipiens pecunias indiget cambio. Sunt etiam alij duo modi non ita ordinarij quando aliquis qui non est mercator sed nobilis accipit pecunias existens extra patriam reddendas per suos amico Campforis in patria vel cum antequam discedat à patria dat pecunias Campfori restituendas in loco ad quem vult peregrinari, sunt igitur modi. 6. ut infra.

Campfor dat Mercatori petenti ut reddat Lugduni Mercator amico Campforis.

Campfor dat Mercatori sponte ut reddat Lugduni Mercator amico Campforis.

Campfor dat nobili petenti ut reddat Lugduni nobilis amico Campforis.

Campfor recipit à Mercatore offerente ut reddat Lugduni Campfor amico Mercatoris.

Campfor recipit à Mercatore requisito ut reddat Lugduni Campfor amico Mercatoris.

Campfor recipit à nobili offerente ut reddat Lugduni Campfor ipsi nobili pecunias.

His visis conditio fit melior aut deterior quinque causis, id est, quod vnus cogetur soluere 12. pro 100. alius tantum duo, alius nihil, alius lucrabitur 2. vel tria pro 100. dico de recipiente pecunias, nam ille qui dat rationabiliter debet semper lucrari, eo quod exponit periculo suas pecunias, & etiam priuat se facultate vtendi eis, & mille occasionibus in quibus posset habendo suas pecunias lucrari, conditiones sunt hæ.

17 Prima est persona nam campfor quia proprie est ad hoc officium plus vult à mercatore, quam mercator à campfore, & mercator etiam plus à nobili, quam nobilis à mercatore, nam nobilis est valde remotus ab officio.

Secunda est querentis Cambium nam licet pecunias tamen quia queritur Cambium in propriam vtilitatem deterior fit conditio querentis quam eius à quo requiritur, tertia conditio est mora temporis quanto, plus enim vult uti pecuniis tanto plus exigit vtilitatis cambiator, à principali quanta conditio est acceptio pecuniæ in loco vbi est penuria vel abundantia & similiter redditus, nam Cambiator plus vult si det pecunias in loco vbi maior sit inopia pecuniarum, quam in loco vbi debent restitui, quod si in loco vbi dat sit abundantia, & in loco vbi recepturus est sit penuria pecuniarum, tunc libenter dat & cum omni modica vtilitate. Quinta causa est accidentalit vtpote quod in tempore bellorum magis timent credere suas pecu-

Tom. I V.

nias, & etiam ex conditione recipientis qui sit pauper, aut infidus, aut contumax solutor, aut sit persona nimis potens, fit etiam causalit auctio de qua nunc dicam & fit etiam ex eleuatione pecuniæ vel defensione in loco in quo debet recipi, de qua formabo casum. Omnibus igitur his causis grauatur vtilitas dantis, aut leuis fit, ut quandoque pluribus concurrentibus ille qui recipit lucretur etiam vtilitatem à datore, & vidi vsque ad 10. pro 100. & hoc maxime contingit in nobilibus, qui volunt peregrinari & volunt recipere suas pecunias cum sunt in loco ad quem vadunt, ita quod campfor recipiens non potest habere vtilitatem de pecuniis propter paruum moram, & etiam quandoque non habet quod faciat ex eis, vnde videns illius necessitatem si debet recipere pecunias vult solum restituere 90. aureos pro centum receptis, & ita nobilis ille perdit 10. pro 100.

Circa quæ nota duo primum quod casualiter cambia augentur hoc modo congregantur in nundinis mercatores descripti, & imponunt quantitatem conuenientem vtilitatis diuersam respectu diuersorum locorum, veluti quod marca auri pro Mediolano valeat siue soluatur scutis 68. & pro Brugis 62. & ita statuunt in commune commodum pretia cambiis, & ideo talis auctio est fortuita, quandoque maior & quandoque minor, secundum quod mercatores & solertes campfores conantur trahere pecunias ex locis vbi est copia earum, & reponere ad loca vbi est inopia, & hoc diuersis ingeniis & quandoque actuali pecuniarum transmissione, si itinera sint secura, nam in locis vbi est pecuniarum inopia & plures petunt, & cum maiore dantis vtilitate accipiunt, vnde lucrum dupliciter augetur. Fit etiam aliquando iactura Cambiatori ex permutatione pecuniarum in valore inter tempus in quo exbursauit pecunias, & tempus in quo recipit amicus suus ab amico principalis, & hoc diuersis modis.

Cambium igitur reale fit 2. modis vel cum vtilitate certa: vel sine ea, cum certa veluti cum vult 3. vel 4. pro centum de firmo, vterque autem istorum modorum fit quatuor modis quorum primus est ut Cambiator det certam summam aureorum sine extimatione, recepturus eandem, vel parum, plus, aut minus in eadem ratione aureorum, vtpote vncias auri pro vnciis, marchas pro marchis, aureos solis pro aureis solis, & hic modus ut dictum est propinquior alius est æqualitati, qui tamen non intelligunt vera Arithmetice fundamenta putant se grauius damnum pati si aureus decrescat, aut lucrari si crescat secundus est cum sine certo lucro æstimant aurum sub minori æstimatione Cambij, quam possit esse & volunt recipere sub æstimatione Cambij corrente, exemplum marcha auri valet aureos 65. in pondere, nec minus valere potest, dant igitur 65. aureos recepturi marcham auri in nundinis proximis valore quo æstimabitur in Cambiis, tunc autem valebit in Cambio id est volenti accipere ad Cambium, aureos 71. & ita cogetur debitor soluere aureos 71. cum acceperit 65.

I &



& dicunt quod hoc lucrum est in certum, non quidem incertum est lucrum sed bene quantitas lucri, tertius modus est cum campfor dat scutos centum in auro sub pretio magnæ æstimationis Mediolani, utpote librarum 570. & non nominat aureos sed libras, deinde vult Venetis libras totidem Mediolanenses, verum cum in ratione minutæ monetæ credatur quod 3. libræ Mediolanenses, sint 4. Venetæ, eo quod solidus Mediolanensis est  $1\frac{1}{3}$  solidi Veneti, unde cogetur restituere  $\frac{1}{3}$  plus in libris Venetis videlicet libras Venetas 760. cumque scutum valeat solidos 135. habebis scutos  $112\frac{16}{21}$ , vel eorum valorem quo poteris redimere dictos scutos, & ita in paucis mensibus lucratur  $12\frac{16}{27}$  pro centum, & non videtur fœnerari, quartus modus est cum campfor dat Venetiis valorem, aureorum centum & sunt Mozenighi  $583\frac{1}{3}$ , nam aureus ut diximus valet libras 7. & Mozenighus solidos 24. & vult Mediolani totidem Mozenighos quot valent aurei 100. & sunt 600. & ita ex  $583\frac{1}{3}$  lucratur  $16\frac{2}{3}$ . hi sunt modi plerumque vsitati, sunt & alij plures prout discurrenti patebit, nam per regulas dicendas cognoscuntur, verum ut plurimum his modis semper aliquid firmæ utilitatis etiam annectunt.

20 Fiunt & in cambiis doli multi per quos ignari expilantur, & inter plurimos paucos recensere ne tam velle docere videar, quam arguere. Primus est cum cambio incerto in secundo modo ex dictis, copulant 2. vel 3 pro centum, nam ut diximus cambium illud semper lucratur per se, addere autem lucro firmo certam etiam utilitatem, est vsura, & ita in omnibus aliis modis ubi perdere est impossibile, secus in expositis iacturæ ut in primo modo secundus est cum vsuram accipiendam auferunt ex capitali, utpote accipis cambium 100. aureorum ad 10. pro 100. & ipsi detrahunt ex capitali illos decem & ita numerant 90. & volunt recipere 100, quanobrem non 10. pro 100. sed  $11\frac{1}{9}$ . accipiunt, nam 10. est nona pars de 90. & ita soluis  $1\frac{1}{9}$  plus pro 100, quam conuenisti, tertium est quod proponunt tempus, vsque ad nundinas vnus mensis, tanquam sit trium, nam computum absolutum, non super tempus accipiunt, quartus est quod pacta in monetis, in aureis ignotis modis ponunt, per quæ miser principalis duplum magis soluit sapius quam existimet.

21 Fiunt autem aliquando in realibus cambiis & longe frequentius in siccis fœnora intolerabilia, ut cum dant marcham auri & volunt aureos 75. nam hoc est soluere  $61\frac{2}{3}$  pro centum & plus, quia est ad caput 3. mensium & hoc est horribile ciuitatibus, & principes hæc tolerare non deberent, nam hoc est ruina nobilium, & ciuium, deus maxima ciuitatibus flagella propter hoc immitit, & roma quæ gentium victrix fuit, ob magna fœnora & Imperium simul amisit & libertatem polione vendente, & vos O miseri mortales non recordamini quod *nihil prodest homini, si vniuersum mundum lucretur, anima vero sua detrimentum in inferno patiatur.*

Cum vero aliquis qui non est campfor 22 dat pecunias campfori, ut eas recipiat alibi ab amico campforis, tunc nihil certum accipere potest quia eo quod sponte dat non nisi propter tempus accipit, cum autem ipse nullas sustineat expensas propter hoc non potest accipere utilitatem à campfore quin sit vsura.

Cambium siccum fit precise ut reale in litteris & pactis, verum litteræ non defferuntur alio nec amicus principalis qui debet persolvere est aliquis talis ei amicus in veritate solitus exbursare vnquam pecunias pro eo, sed persona ficta & ideo remanent litteræ apud datorem, vsque ad tempus solutionis, tunc autem dato cum ficta protestatione, & litteris, & valore cambiorum, tanque misisset litteras repetit pecunias à principali, & ita ibidem recipit ubi exbursauerat, est igitur tanquam sit cambium reale quod solutionem in alieno loco non fuerit sortitum, & quandoque faciunt venire litteras ab amico datoris in veritate protestantes,

Est autem hoc cambium constitutum propter tria, ad vitandam infamiam, periculum, & palliandam conscientiam, nam sic propter cambij nomen non fœnatores sed campfores appellantur, fugiunt legis periculum vsuram intercipientis, & non leuem poenam imponentis, atque inter carera capitali nedum vsuræ amissionem, haberentur etiam infames nec possent confieri hoc autem nomine à religiosis absoluuntur, aut ignaris talium rerum, aut libros non querentibus vtrum possint sed quomodo possint absolvere.

Quod autem cambium siccum sit vsura 25 pessima paret 4. rationibus, prima est quod cessat in eo causa finalis cambij realis facientis ipsum licitum, & est translatio pecuniæ de loco ad locum, hæc autem cessat cum solutio fiat in eodem loco in quo etiam pecuniæ fuerunt acceptæ, secunda est quia ex tribus periculis cambij realis siccum vitat duo vltima propter primum autem non conceditur utilitas quia tale periculum est etiam commune mutuo in quo non licet quidquam exigere, igitur cambium siccum est vsura, hæc autem pericula cambij realis ordine suo superius diximus, tertia quia cum maiori tempore plus exigit, & cum minore minus sed temporalis exactio vsura est ex pecunia, quarta quia si fiat scriptura talis ut præcisè iacent eorum conuentiones, tunc non admittetur repetitio pecuniæ à lege, sed pro vsura habebitur, igitur cum mutatio scripturarum stante conuentione eadem, faciat contractum magis licitum quam prius, imo addat malum malo, patet cambium siccum esse viridem vsuram, hoc etiam quidam vocant cambium mortuum.

Cambium autem fictum est deterius sicco in parte, & in parte non, si enim fiat 26 ad terrorem contumacis debitoris quomodo licitum est, si autem ut exigatur est pessimum, fit autem hoc modo cum in contractibus etiam licitis timemus ob debitoris contumaciam in solutione indutias dari, apponunt



apponunt pactum vt ad damnum debitoris quantumcunque magnum liceat creditori eas pecunias ad Cambium accipere, quantum vsuram debitor ipse postmodum persolvere conuincitur, tunc igitur exacto termino conuiuens creditor cum amico aliquo campfore, aut mercatore, fingit pecunias pro ea summa accipere litteras, amicos tempusque constituunt aliquando quidem in terrorem sapius in debitoris etiam iacturam intendentes, vnde vt diximus ex fine vel licitum, vel illicitum redditur, forma autem omnium excepto fingimento, est qualis in reali & sicco fieri solet.

- 27 Quantum autem ad casus ponam tantum necessarios, nam stultum est in rebus seruis casus exponere impossibiles maxime multos. Quidam igitur voluit litteras Cambij à campfore Mediolani pro aureis, 500. quos exbursauerat ei vt reciperet eos Venetis: campfor voluit. 5. pro 100. quæritur pro quanta summa esse debent, adde semper exactionem quæ est 5. supra id cuius est exactio videlicet 100. & fit 105. & dic si 105. dat 100. quid dabunt 500. duc 500. in 100. fit 50000. diuide per 105. exeunt 476  $\frac{4}{11}$ , & tot erunt. Solutionum autem genera duo sunt, aut enim tenemur dare certam pecuniam utpote florenas Rhemenses & nil aliud, & tunc non est consilium in re omnino necessaria aut tenemur dare valorem, & ita reduci- mus ad libras loci in quo fit solutio, vel faciemus solutionem in alio genere libra- rum nihil refert, diuinodo pacta sint ta- lia, cum igitur solutio est fienda in aliquo genere monetæ fixæ, & habes duo vel tria genera monetæ mobilis diuersi valoris respectu solutionis, & respectu loci in quo fienda est solutio, vel à quo pecuniæ mit- tantur, semper vnica satisfacies regula, quæ est duc valorem pecuniæ in genere soluendorum, per 100. & diuide per va- lorem in genere retinendorum, & quod exit serua, & ita fac in omnibus deinde considera maiorem & talis pecunia quæ producit maiorem danda est reliqua reti- nenda, post detrahe vnum ab alio, & dif- ferentiam duc in centum, & diuide per ter- minum minorem, quod exit est lucrum pro centum in capitali, deinde si vis totale lucrum duc lucrum pro 100. in totum capitale & diuide per centum.

- 28 Exemplum aureus valet Mediolani so- lidos 120. & Mozenighus solidos 20. Ve- netis autem vt dictum est aureus valet so- lidos de suis 140. & Mozenighus 24. & ponamus quod debeam dare vni libras 300. Venetas, & ego sim Venetiis vel Me- diolani nihil refert, tunc quæritur quali moneta aureis-ne an Mozenighis melius sit debitum persolvere, valor auri in ge- nere soluendorum est 140. solidi, duc igitur in 100. fit 14000, diuide per 120, & est valor auri in genere retinendorum, nam retines ipsum si vis, expenditurus in valore Mediolanensi, exeunt igitur 116  $\frac{2}{3}$ . & similiter duco 24. qui est valor Mo- zenighi in genere soluendorum in 100. fit

Tom. IV.

## Primum Exemplum.

|            |     |     |                   |
|------------|-----|-----|-------------------|
| Aureus     | 120 | 140 | 116 $\frac{2}{3}$ |
|            |     |     | 100               |
| Mozenighus | 20  | 24  | 120               |

Differentia, 3  $\frac{1}{3}$

$$116 \frac{2}{3} \quad 3 \frac{1}{3} \quad 100 - 2 \frac{6}{7}$$

$$100 \quad 2 \frac{6}{7} \quad 300 - 7 \frac{4}{7}$$

2400. diuido per 20. & est valor in genere retinendorum, vis enim retinere vt expen- das Mediolani, exeunt 120. igitur cum 120. sit maius 116  $\frac{2}{3}$ , igitur per regulam melius est dare Mozenighos, quam aureos: & si quæras quantum detrahe 116  $\frac{2}{3}$  à 120. remanent 3  $\frac{1}{3}$ , dico igitur & nota benè quod in omnibus 116  $\frac{2}{3}$  lucraris 3  $\frac{1}{3}$ : dic igitur si 116  $\frac{2}{3}$  lucratur 3  $\frac{1}{3}$ : quid lucrabitur 100. & inuenies quod lucratur 2  $\frac{6}{7}$ : pro 100. idest ex omnibus 100. libris Venetis lucratur libras 2  $\frac{6}{7}$  Venetas dando Mozenighos, si autem vis scire quid in libris 300. lu- cretur dic si 100. dat 2  $\frac{6}{7}$  quid dabit 300. duc 2  $\frac{6}{7}$  in 300. & diuide per 100. exit 7  $\frac{4}{7}$ .

Et ponamus quod valor sit idem, sed 29 debitum sit in libris 300. Mediolanensibus, & sim Venetiis tunc valor soluendorum est valor Mediolanensis, dispone igitur ipsum ante vt supra sed è conuerso ita vt

## Secundum Exemplum.

|            |    |      |                  |
|------------|----|------|------------------|
| Aureus.    | 40 | 1120 | 85 $\frac{5}{7}$ |
|            |    |      | 100              |
| Mozenighus | 24 | 20   | 83 $\frac{1}{3}$ |
|            |    |      | 211              |

$$83 \frac{1}{3} \quad 2 \frac{2}{21} \quad 100 - 2 \frac{6}{7}$$

$$00, 2 \frac{6}{7} \quad 300. \quad 7 \frac{4}{7}$$

valor retinendorum sit post duc igitur 120. in 100. fit 12000, diuide per 140. exit 85  $\frac{5}{7}$  & similiter duc 20. in 100. fit 2000. diuide per 24. exit 83  $\frac{1}{3}$ , igitur cum 85  $\frac{5}{7}$  excedat 83  $\frac{1}{3}$  erit melius dare aureos, quam Mozeni- ghos detrahe minus à maiori remanet dif- ferentia 2  $\frac{2}{21}$ , & ideo dic si 83  $\frac{1}{3}$  dat 2  $\frac{2}{21}$  qui dabit 100. & dabit 2  $\frac{6}{7}$ , & tantum lu- crabitur videlicet pro omnibus 100. libris Mediolanensibus lucraberis 2  $\frac{6}{7}$  libras Me- diolanenses, & hoc est verum lucrari pro 100. si autem vis pro tota summa duc 300. in 2  $\frac{6}{7}$ , & diuide per 100. exit 7  $\frac{4}{7}$ .

Moderni Arithmetici in hoc grauiter er- rant, cogita modo nostrorum conditionem temporum, quam si in rebus tam apertis & in quibus fallaciam accidere posse negat Aristotiles, ita grauiter delirant, quid credis faciant Medici, Iureconfulti, ac alij Arti- fices, quibus in erroribus reclamandi sem- per angulus aliquis relictus est, nobis au- tem cum erramus res ipsa obstat, detegit, coarguit amentiam nostram, sed ne videamur silentio accusare, publicum operandi modum demonstremus, si igitur in primo Exemplo quid melius & quantum sit explo- rare velis constitue econtratio quam fe- ceris in ratione nostra prima, videlicet valo- rem retinendum ante, & exbursandum post veluti



veluti in figura & non reffert quod hic po-  
fuerim libras 7.& 6.in prima ratione, 140.  
& 120. solidos. Idem enim est potuiffes &

Tertium Exemplum

|        |      |    |                        |
|--------|------|----|------------------------|
| Aur.   | 7    | 6  | 144                    |
|        | X    |    |                        |
| Mozen. | 24   | 20 | 140                    |
|        | 108  |    | $\frac{4}{1600}$       |
|        | 168. | 4. | 100. — $2\frac{8}{21}$ |

ibi operari per libras vt hic, & hic per so-  
lidos nihil enim reffert quantū præcisè idem  
redit, duc igitur in cruce vt vides 7. in 20.&  
fit 140.& 6.in 24. fit 144. subtrahe vnū ab  
alio remanent 4 post duc 7. in 24. fit 168.  
diuide 68. per 4. exit 42. igitur lucratur  $\frac{1}{42}$  si  
vis scire quantū pro 100. dic si 168. lucratur  
4. quid lucrabitur 100. & inuenies quod  
lucrabitur  $2\frac{8}{21}$ , & nos posueramus quod  
lucratur  $2\frac{6}{7}$ . per conuersum in secundo  
exemplo situant econuerso, vt vides & du-  
cunt vt prius & fit vt lucretur  $3\frac{1}{3}$  pro  
100. nos autem exposuimus quod lucratur  
 $2\frac{6}{7}$ , pro 100. igitur causa est quod ipsi faci-  
unt lucrari in primo Exemplo libras  $2\frac{8}{21}$   
Mediolanenses ex capitali 100. Venetarum

Quantum. Exemplum

|        |      |    |                     |
|--------|------|----|---------------------|
| Aur.   | 6    | 7  | 140                 |
|        | X    |    |                     |
| Mozen. | 20   | 34 | 144                 |
|        | 120  |    | $\frac{4}{120}$     |
|        | 120. | 4. | 100. $3\frac{1}{3}$ |

& in secundo Exemplo faciunt lucrari li-  
bras  $3\frac{1}{3}$  Venetas, pro quibusslibet 100.  
Mediolanensibus, hoc autem non est lu-  
crum pro 100. cum lucrum sit alterius ratio-  
nis capitali, nam libra Mediolanensis vt  
dictum est maior est sexta parte librā Vene-  
tā, quod autem ita sit declaro in secundo  
Exemplo, & est probatio operationis, si  
velis soluere libras 300. Mediolanenses  
cum aureis 50. persolues, item cum Mo-  
zenighis 300. si igitur soluas cum Mozeni-  
ghis supersunt aurei 50. qui valent Vene-  
tiis libras 350. si autem solueris cum aureis  
supersunt mocenighi 300. qui valent libras  
360. igitur lucraris modo libras 10. Venetas  
ex 300. Mediolanensibus, vel 350. Venetis  
modo libræ 10. Venetæ non sunt de 350.  
Venetis, vel de 300. Mediolanensibus, nisi  
 $2\frac{6}{7}$  pro 100. & non  $3\frac{1}{3}$ , igitur patet erro-  
ris manifestatio, hæc ratio tamen inseruit  
volenti scire quantum lucratur pro 100. de  
alia moneta respectu suæ, vtpotè cum di-  
cimus quod si aureus hic valeretur 84. solidos,  
& in prouincia grossos 36. & florenus Rhe-  
nensis hic solidos  $62\frac{1}{2}$ , & in prouincia gros-  
sos 26. tunc vt vides in figura, dicemus,  
lucrum fore pro omnibus 100. solidis Me-  
diolanensibus grossum  $1\frac{2}{35}$  prouincialem  
non est tamen hoc scire lucrum proprie pro  
100. & ita dicas, in reliquis, si autem vo-  
lueris scire quantum lucratur aureus vel  
florenus aut Mozenighus in primo Exem-  
plo aut in secundo adde sortem ad 100. &

Quantum Exemplum.

|       |                 |    |                     |
|-------|-----------------|----|---------------------|
| Aur.  | 84.             | 36 | 2250                |
|       | X               |    |                     |
| Flor. | $62\frac{1}{2}$ | 26 | 2184                |
|       | 5250            |    | 66                  |
|       |                 |    | 5250                |
|       | 5250.           | 66 | 100. $1\frac{2}{5}$ |

duc ipsam in valorem retinendorum pecu-  
niæ retentæ & diuide per 100. addita sorte,  
quod exit est lucrum pecuniæ retentæ, ve-  
luti in primo Exemplo duc 120. in  $2\frac{6}{7}$  fit  
 $\frac{2400}{7}$ : diuide per  $102\frac{6}{7}$ , exit  $3\frac{1}{3}$ , & tot so-  
lidos Mediolanenses lucratur aureus simili-  
ter in secundo duc 24 in  $2\frac{6}{7}$  fit  $\frac{480}{7}$ , diuide  
per  $102\frac{6}{7}$  exit  $\frac{2}{3}$ , & ita Mozenighus lucra-  
tur  $\frac{2}{3}$  solidi Veneti, in tertio autem & quarto  
modo, duc lucrum per valorem soluendo-  
rum pecuniæ retentæ, & diuide per 100.  
quod exit est lucrum pecuniæ retentæ veluti  
in tertio exemplo du co 140. in  $2\frac{8}{21}$ , fiunt  
 $\frac{7000}{21}$ . diuide per 100. exeunt  $\frac{70}{21}$ . quod est  
 $3\frac{1}{3}$  & tantum lucratur aureus de solidis  
Mediolanensibus, ita in quarto duc  $3\frac{1}{3}$  per  
20. fiunt  $66\frac{2}{3}$ , diuide per 100. exeunt  $\frac{2}{3}$  &  
ita mocenighus lucratur  $\frac{2}{3}$ , solidi Veneri.

Et quantum dictum est quod aliquis ac-  
cepit scutos 53. à Campfore Mediolani, in  
tempore quo scutum valebat solidos, 102.  
dedit autem campfor sub hoc pretio receptu-  
rus totidem scutos Lugduni sub valore soli-  
dorum 101. tempore autem solutionis rescrip-  
sit amicus campforis quantum non potuit  
habere scutos 53. ab amico principalis, &  
quod si quis velit aures 53. Lugduni per-  
soluturus Mediolani quod volunt scutos 61.  
cogitur autem principalis soluere scutos 61.  
Mediolani, eo autem tēpore scutum valebat  
solidos 114. quæritur in ratione librarum  
quantum soluit pro 100. fac hoc modo duc  
scutos 53. in solidos 101. fiunt 5353. reduc  
in libras fiunt 267. libræ 13. solidi, & quia  
vult scutos 61. & sunt valoris 114. solidorū  
duc 61. in 114. fiunt 6954. solidi, dic  
igitur si 5353. fit 6954. quid fiet 100. duc  
100. in 6954. fit 695400. diuide per 5353.  
exit  $129\frac{4863}{5353}$ . lucratur igitur  $29\frac{4863}{5353}$  pro  
centum, & quia non habuit pecunias ite-  
rum per litteras cambij contus est debitum  
protrahere, & sic quater in anno replicauit,  
& dicitur communiter cambium de cambio,  
quæritur quantum in anno persoluet pro  
centum, & ponamus quod fractio illa sit  
vt est fere  $\frac{8}{9}$  dic igitur si 100. producit  $29\frac{8}{9}$ .  
 $\frac{8}{9}$  quid producet  $129\frac{8}{9}$  & producet  $38\frac{41}{50}$ ,  
fere adde igitur ad  $29\frac{8}{9}$ , fiunt  $68\frac{32}{45}$ , fere &  
hoc est lucrum 6. mensium, dic igitur pro  
aliis sex mensibus si 100. dat  $68\frac{32}{45}$  quid da-  
bit  $68\frac{32}{45}$  duc in se fit 4721  $\frac{432}{2025}$  diuide pro  
100. exit  $47\frac{1}{5}$  fere, cui adice  $68\frac{32}{45}$  quos lu-  
cratur pro 100. in mensibus 6. fit lucrum  
vltimorum 6. mensium 115.  $\frac{41}{45}$ , quibus  
adice  $68\frac{32}{45}$  primorum 6. mensium, fiunt  
 $184\frac{28}{45}$ , & tantum lucratur pro 100. in anno,  
si vis scire quantum soluet ex aureis 53.  
receptis, in ratione librarum, dic si 100.  
lucratur  $184\frac{28}{45}$ , quid lucrabitur 5353. &  
lucrabitur solidos 9883  $\frac{41}{50}$ , quare soluet  
cum capitali solidos 15235  $\frac{41}{50}$ , igitur re-  
ceptis



ceptis libris 167. solidis 13. cogitur restituere in vno anno libras 761. solidos 15. & tamen ille non est pactus usuram aliquam nisi solidum vnum pro scuto, & hoc est licitum, reliquam dicunt esse in fortunæ potestate, quantum si ille solueret Lugduni ferè nihil passus esset detrimenti in prima vice, videlicet in primo Cambio, & ex hoc patet etiam quod Cambium siccum est quasi duplex Cambium, & in secundo magis nocet quam in primo quia fingunt quod ille qui est accepturus pecuniam Lugduni tãquam persolutus Mediolani, eo quod Lugduni tunc propter mundinas est inopia pecuniarum, quod oportet vt cum tanto damno recipiat, & hoc est quod dixit bene Saluator, quod filij seculi prudentiores sunt filiis lucis.

Et licet per secula futura & in diuersis regionibus varientur, modi horum Cambiorum, nil minus hæc regula bene intelligenti in sempiternum seruiet, nam non expectus non indigebit, expertio autem licet modis varietur, cum infinitis subiaceat differentis illa sufficiens.

32 Aurei 4 sunt 5 Rhenenses. 6. Rhenenses sunt 3 daph. - daph. sunt 41 testones, quatuor testones sunt Scutum. 2 Scuti sunt 11. Mozenighi, queritur 100. Mozenighi quæ sunt aurei, dicta fuit regula in transactibus. Vtrum quia calus hic est di-

$$\begin{array}{r} 4 \quad 6 \quad 7 \quad 4 \quad 2 \quad 100 \\ 1 \quad 3 \quad 41 \quad 1 \quad 11 \\ \hline .24.168.672.1344.134400. \\ .15.615.615.6765.19\frac{21}{11} \end{array}$$

uersus declaramus regulam ex hoc fore generalem dispone vt in Figura vides duc 4. in 6. fit 24. duc 24. in 7. fit 168. duc 168. in 4. fit 672. duc 672. in 2. fit 1344. duc 1344. in 100. fit 134400. & hic est numerus diuidentis post duc 3 in 5. fit 15. duc 15. in 41. fit 615. duc 615. in 1. fit 615. duc 615. in 11. fit 6765. & hic est diuisor, diuide igitur 134400. per 6765. exeunt 19 $\frac{21}{11}$ , & tot habebit aureos pro 100. Mozenighis.

Et hæc dicta sint de Cambiis ob magnam europæ vilitatem & iacturam, ac nomen celæque vilitate frequentem, reliqua autem absoluta per capitula superiora ex quibus incæte quæstiones facilius soluuntur.

## CAPVT LVII.

### De Redditibus & Recompensationibus.

1 Antequam ad expositionem accedam duo sunt obseruanda, quæ etiam maxime capitulo sequenti inseruiunt primum vt cum redditum inuestigare volueris operare per vnâ libram non solum ob facilitatem verum ob vnitatis proprietatem, cum enim fuerint quotlibet numeri aut quantitates ob vnitatem continuæ proportionales semper secunda erit  $\frac{2}{3}$ . quadrata tertia, & cubica quarta, &  $\frac{2}{3}$ . quinta, &  $\frac{2}{3}$ . sexta, &  $\frac{2}{3}$ . cubica  $\frac{2}{3}$ . quadrata septima, &  $\frac{2}{3}$ . Relata secunda ipsius octaua, &  $\frac{2}{3}$ . nona, & ideo cogni-

Tom. I V.

ta vnitatem, & tota eius operatione cognoscimus per multiplicationem simplicem quod prouenit ex tali quantitate, & hæc est causa etiam cur in positionibus ponimus 1 co. & non plures, secundum est quod semper laborabis in libris & fractionibus nunquam deducendo ad solidos nec nummos, vt quidam Arithmetici faciunt: donec ad finem operationis non perueneris, sic enim tutius ab errore, facilius ac certius, ac breuius operaberis, in qua regula communiter practici Arithmetici errant ita vt pueri cum rationem operationum non intelligant è ludo relato pede, omnium quæ ibi didicerint penitus obliuiscuntur, impossibile enim est Arithmeticum bonum esse nisi altero trium modorum, vel quod in perpetua sit operatione sicut sunt magistri, qui licet non vere hanc artem calleant ob quotidianam tamen exercitationem multa scire videntur.

Secundus modus est vt discat omnes operationes cum ratione ex Theorica, & hoc est rariū quia requiritur magister multum eruditus. In tota Mathematica, & ingenium discipuli maximum, & perseuerantia diutina cum ipso Magistro, & ideo sunt rari in hoc non solum discipuli sed etiam Magistri. Tertius modus est vt habitis principiis per aliquod compendium quale est liber hic doctrinam diligendo aliqui fiant perfecti, nam quod hucusque scriptum est ab aliis non possunt multum prodesse, & ideo ab hoc tempore ante, inueniuntur multi præclari Arithmetici si multi fuerint studiosi.

Sunt igitur duo hæc inquirenda, primum quid sit redditus & est auctio debiti ad creditorem, ex re possessa, veluti tu possides aureos centum ex meis, aut domum aut villam teneris reddere ultra aureos 100. domum, aut villam, singulis annis aliquid puta aureos 10. recompensatio autem est eius contrarium, vt pote possides aureos 100. ex meis, ea conditione vt decedant singulis annis aurei 10. ita quod in annis 10. nihil restituere tenearis, est autem quilibet horum duplex simplex, & ad caput anni dicitur autem simplex quando redditus non coniungitur capitali, ita quod semper capitale remanet idem & redditus remanet idem singulis annis, verum coaceruatur, exempla dedi tibi aureos 100. vt soluas simpliciter 10. aureos singulis annis, ponamus quod non currat solutio intra quinquennium, tunc non solues tamen nisi 10. aureos singulis annis, & in quinquennio debes aureos 50. Redditibus autem ad caput anni est vt redditus primi anni adiciatur capitali, & ex toto accipias redditum secundi anni, sub eadem portione, & ita adicias redditum, secundi anni capitali, & totum fiet capitale pro tertio anno & ita de singulis exemplum, dedi tibi 100. liuras ad caput anni, ad 10. pro 100. igitur dices qui dat 10. pro 100. facit redditum esse  $\frac{1}{10}$  capitalis pro anno, igitur primo ad 100. adde  $\frac{1}{10}$ , fiunt libæ 100. quibus pro secundo anno adde  $\frac{1}{10}$  capitalis fiunt 121. quibus



quibus adde pro tertio anno  $\frac{1}{10}$  totius aggregati & fit  $133 \frac{1}{10}$ , & ita pro quarto anno adde  $\frac{1}{10}$  partem fient  $146 \frac{41}{100}$ , & ita vides quod redditus iungitur capitali, & quod plus crescit census quam in simplici redditu fit etiam hic redditus ad caput mensium eodem modo, sicut ad caput anni.

3. Recompensatio autem fit cum ille qui dat pecunias utitur re aliquâ debitoris, utpote domo illius aut persona, secundo cum Creditor exigit pecunias ante tempus, veluti in primo exemplo de 100. aureos recompensandos ad 10. pro 100. in quolibet anno, ex domo tua quam possideo, & fient ut dicemus anno primo aurei 90.  $\frac{10}{11}$ . Exemplum secundi debeas mihi aureos 300. in capite anni venio & dico si dederis nunc recompensabo 10. pro 100. & est dicere dabis mihi tantum, quod si acciperes à me pro vno anno ad 10. pro 100. solueres capitale, tunc igitur dabis aureos  $272 \frac{8}{11}$ , & hoc est quia si darem tibi aureos  $272 \frac{8}{11}$ , ad 10. pro 100. in anno tunc deberes mihi aureos 300. præcisè in capite anni, igitur recompensando ad 10. pro 100. reuertentur aurei 300. ad  $272 \frac{8}{11}$ , est autem recompensatio duplex vna simplex, Et opponitur simplici redditui siue merito, alia ad caput anni & opponitur redditui ad caput anni, simplex est cum capitale decrescit opposito modo auctiori simplici per terminos in proportionalitate positos, veluti auctio simplex ad 10. pro 100. fit ad 110. in primo anno, igitur duc 100. in se fit 10000. diuide per 110. exit  $90 \frac{10}{11}$ , in secundo autem anno 100. fieret 120. igitur duc 100. in se fit 10000. diuide per 120. exit  $83 \frac{1}{3}$ , & ita de reliquis: in recompensatione autem ad caput anni est decrementum oppositum auctiori ad caput anni, duc igitur 100. in se & productum diuide per augmentum & proueniet recompensatio, veluti 100. in primo anno fit 110. & ideo in recompensatione fit  $90 \frac{10}{11}$ , ut in simplici, pro secundo autem anno 100. fit 121. ut dictum est duc 100. in se fit 10000. diuide per 121. exit  $82 \frac{78}{121}$ , & ita regula generalis est in vtraque, quod redditus designat recompensationem, suæ speciei.

4. Alia regula est quod sicut in redditu ad caput anni magis augetur capitale, ita in recompensatione ad caput anni magis minuitur capitale quam in simplici recompensatione, patet ex dictis. Si igitur quis dicat recompensa mihi 100. libras simpliciter ad 10. pro 100. in 5. annis, turcis quod in ficto simplici 100. lucratur 50. ad 10. pro 100. in annis 5. duc 100. in se fit 10000. diuide per 150. exit  $66 \frac{2}{3}$ , & tot fient: Si autem dicat recompensa ad caput anni, tunc promerere ad caput anni fiant  $161 \frac{25}{1000}$  duc 100. in se fiant 10000. diuide per  $161 \frac{25}{1000}$  exeunt  $62 \frac{7419}{1000000}$ .

5. Et ideo nota tria primum quod in merito composito siue ad caput anni duplici via uti possumus vel via unitatis ut dictum est, vel ut mercatores faciunt facere tabulas mariti vsque ad annos 20. pro singulis meritis, incipiendo a  $\frac{1}{2}$  pro 100. & procedendo vsque ad 40. pro 100. & tabulæ fiunt ut plurimum ad 10. vsque distinctæ, deinde à

Tabula decima meriti ad 5. pro 100. anni 1 2 3 4

| libra | 1.  | f.  | d. | 1.  | f.  | d. | 1.  | f.  | d.  | 1.  | f.  | d.  |
|-------|-----|-----|----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1.    | 1.  | 1.  | 0. | 1.  | 2.  | 1. | 1.  | 3.  | 2.  | 1.  | 4.  | 4.  |
| 2.    | 2.  | 2.  | 0. | 2.  | 4.  | 1. | 2.  | 6.  | 3.  | 2.  | 8.  | 6.  |
| 3.    | 3.  | 3.  | 0. | 3.  | 6.  | 2. | 3.  | 9.  | 5.  | 3.  | 12. | 10. |
| 4.    | 4.  | 4.  | 0. | 4.  | 8.  | 2. | 4.  | 12. | 7.  | 4.  | 17. | 2.  |
| 5.    | 5.  | 5.  | 0. | 5.  | 10. | 3. | 5.  | 15. | 9.  | 6.  | 1.  | 6.  |
| 6.    | 6.  | 6.  | 0. | 6.  | 12. | 4. | 6.  | 18. | 11. | 7.  | 5.  | 10. |
| 7.    | 7.  | 7.  | 0. | 7.  | 14. | 4. | 8.  | 2.  | 1.  | 8.  | 10. | 2.  |
| 8.    | 8.  | 8.  | 0. | 8.  | 16. | 5. | 9.  | 5.  | 3.  | 9.  | 14. | 6.  |
| 9.    | 9.  | 9.  | 0. | 9.  | 18. | 5. | 10. | 8.  | 4.  | 10. | 18. | 9.  |
| 10.   | 10. | 10. | 0. | 11. | 0.  | 6. | 11. | 11. | 6.  | 12. | 3.  | 1.  |
| 20.   | 21. | 0.  | 0. | 22. | 1.  | 0. | 23. | 3.  | 1.  | 24. | 6.  | 3.  |
| 30.   | 31. | 10. | 0. | 33. | 1.  | 6. | 34. | 14. | 7.  | 36. | 9.  | 4.  |
| 40.   | 42. | 0.  | 0. | 44. | 2.  | 0. | 46. | 6.  | 1.  | 48. | 12. | 5.  |

10. ad 20. sufficit vna tabula, & ita a 20. ad 30. vna tabula, ponuntur autem redditus in fronte tabulæ, & anni vsque ad 20. superius, & pecuniæ vsque ad 10000. lateraliter ita quod vsque ad 10. distinguuntur libras, deinde à 10. vsque ad 100. procede per 10. & à 100. vsque ad 1000. per centena, à mille vsque ad 10000. per 1000. & Exemplum vnum tale est quale vides meritum procedit à  $\frac{1}{2}$  vsque ad 10 per auctiorem  $\frac{1}{2}$ , deinde ad 40. per decennas, Anni vero vsque ad 20. libras vsque ad 10000. & in area primo ponuntur libras, deinde asses, vel solidi, vltimo nummi. Exemplum volo scire libras 3. in annis 3. ad 5. pro 100. ad caput anni. quot fient & inuenies in directo earum sub 3. annis in hac tabella libras 3. solidos 9. nummos 5. & ita facilitate operantur sola indigentes aggregatione, secundo nota quod in merito simplici non indiges tabulis, sed operare per unitatem, tertio quod in simplici redditu, menses computantur pro parte anni, velut dedi 100. aureos pro annis 3. & mensibus 6. ad 10. pro 100. reddet igitur aureos 135. Videlicet 100. pro capitali & 30. pro annis tribus, & 5. pro 6. mensibus.

Nota autem quod in merito ad caput anni si adsint menses operaberis per recompensationem simplicem, & in recompensatione ad caput anni per meritum simplex, utque hoc pateat intellige, quod si ego accipio à te & aureos 100. ut restituam infra annos 3. & dem tibi 20. pro 100. ad caput anni deinde ex voluntate partium vis recipere in annis 2. mensibus 6. tunc certum est quod pro anno primo debentur aurei 20. pro secundo 24. pro tertio  $28 \frac{4}{5}$  igitur si tenuissem annis 3. fuisset debitum aureorum  $172 \frac{4}{5}$ , cum capitali, si autem tenuissem annis 2. debitum fuisset tantum 144. in mensibus autem 6. debitum esset aurei  $14 \frac{2}{5}$ , videlicet medietas totius anni, in eo autem tempore non tenerer nisi reddere aureos 144. non autem illos  $14 \frac{2}{5}$ , quia dato quod teneam capitale pro aliis sex mensibus vltimis, non soluam nisi alios  $14 \frac{2}{5}$  in fine tertij anni, igitur prima medietas est mihi debita vsque ad finem anni, si igitur numero eam ante menses 6. debet recompensari, & hoc est quia redditus est ad caput anni, quo meritum lucratur, sicut igitur accipiendo capitale ante tempus



tempus deberet recompensari. Ita accipiendo redditum debet recompensari, quia etiam ex redditu alium redditum trahis, idcirco in simplici redditu hoc non tenet ut dictum est, sed tantum solutio currit pro tempore possessionis pecuniar.

His visis & bene discussis erunt 4. modi vel enim census simplex est, vel recompensatio simplex, & in his duobus operaberis simpliciter, veluti dixi superius vel meritum est ad caput anni & tunc facies meritum pro annis completis, ponendo menses pro anno vno. & serua, deinde huic toto adde etiam meritum deficientium mensium, eadem ratione, & duc primum meritum in seipsum, & diuide per secundum, quod exit est summa quaesita, exemplum volo promereri libras 100. ad 20. pro 100. pro annis 2. mensibus 6 primo promerere pro anno 3. completis, sunt 172 —, & hoc est primum in annu, deinde vides quod menses 6. deficient a complemento anno per alios 6. menses equi igitur menses 6. qui residui sunt ad complementum annum tertium & ita si fuissent anni 2. menses 4. caperem menses 8. & ut breuiter dicam residuum. Igitur promerere 172 —, per menses. 6. ad 20. pro 100. & fient 190 —, daco igitur 172 — in se sunt 29859 —, diuide pro 190 — exeunt 157 —, quod est dicere libras 157. solidos 1. nummos 9. —, & hic est sensus Fratris Lucæ, licet littera videatur corrupta, & modus incertus quem ipse dedit.

Quod si compensatio sit ad caput anni, tunc fac e conuerso promerere menses deficientes, deinde à toto compensationem per singulos auferes annos, & residuum est quod queris.

Exemplum volo compensare libras 100. ad 20. pro 100. per annos 2. menses 9. tunc menses deficientes à tribus annis sunt 3. cum igitur compensatio sit ad caput anni ut supponitur promerere simpliciter per regulam in tribus mensibus, fient libras 105. nam 3. menses sunt quarta pars anni, igitur compensa libras 105. ad 20. pro 100. ad caput anni, & hoc est ut dicas si 105. fit 125 —, igitur compensando dices si 125 — fit 105. quod fient 105. vel facilius dic si 5. fit 6. compensando 6. fit 5. tunc duc 105. in 5. fit 525. diuide per 6. exit 77 —, & hoc pro anno vno, deinde iterum duc 87 — in 5. fit 437 — diuide per 6. exit 62 —, & hoc erit pro duobus annis duc etiam 72 — in 5. fit 364 —, diuide per 6. exit 60 — & tot fient, potuimus & in precedenti modo abbreviare opus hoc modo sed nolimus, ut intelligeres fundamentum regulæ, non est enim opinio in facilitate sed in dando rationem, quia ea intellectum mille supersunt modi facilitandi opus, ut in exemplo dicto nunc.

Eadem autem rationes fient quin meritum aut compensatio fierent ad capita mensium: tunc enim comple capita sicut in annis fecisti deinde operare compensando in meritis vel promerendo in compensationibus, per tempus quod de est ad complementum temporis caput completorum.

Et autem quidam modus compensandi per practicam, in simplici compensatione quem hic describo, & hoc per exemplum vniuersale: volo compensare simpliciter libras 117. ad 10. pro 100. pro annis 2. mensibus 3. primo quidem ut dictum est promerere libram. 1. ex regulis positus & fient 117 —, daco in 117. fient 181 —, subtrahe capitale & fit 64 —, pone igitur capitale superius, & meritum infra, & considera qualis portio sit meritum ipsius capitalis, & vides quod —, pones igitur — lucris sub eo, & sunt ut vides libras 35. solidi 7 nummi 10. & huius etiam summæ — & fient omnes ut vides, deinde subtrahe inferiorem à superiore. atque residuum à superiore, usque ad capitale, & quod relinquitur est compensatum ex libris 117. ad 20. pro 100. in annis 2. mensibus 3. deduco igitur primo 1. ab 3. fit 2. deduco 2. ab 6. fit 4. deduco 4. ab 11. fit 7. & ita relinquitur compensatum tandem libras 75. solidi 9. denarii siue nummi 8. & hoc idem fit alio modo deducendo 117. in se fit 13689. diuide per 181 —, exeunt libras 75. solidi 9. nummi 8. quare &c.

His intellectis debes scire quod quatuor sunt consideranda capitale, & lucrum, & tempus, & prouentus idem dico de compensatione & ex his cognitis quibuscumque tribus cognoscitur quartum, exemplum ponamus ut dictum est quod quis dicat compensaui libras 117. simpliciter ad 20. pro 100. per annos 2. menses 3. & prouenerunt libras 75. & solidi 9. nummi 8. residuum autem ad 117. fuit illud quod fuit compensatum in illo tempore, tunc habes quatuor capitale & est libras 117. lucrum vel damnum & est 20. pro 100. tempus & est anni 2. menses 3. prouentus & est libras 75. solidi 9. nummi 8.

igitur quibuscumque tribus ex his cognitis, cognoscitur quartum verum tamen cum ponimus capitale ignotum quaestio est extraordinaria: & soluitur per positionem, reliquæ tres in quibus aut tempus, aut lucrum, aut prouentus, sunt ignota: sunt ordinarie, sunt & alia sex quaestiones in

|           |         |
|-----------|---------|
| lib. 117. | solidi. |
| 64 7.     | nummi   |
| 35 7.     | 10      |
| 19 9.     | 3       |
| 10 14.    | 0       |
| 5 17.     | 8       |
| 3 4.      | 8       |
| 1 15.     | 7       |
| 19.       | 7       |
| 10.       | 9       |
| 5.        | 11      |
| 3.        | 3       |
| 1.        | 9       |
| 11        |         |
| 6         |         |
| 3         |         |
| 1         |         |
| 2         |         |
| 4         |         |
| 7         |         |
| 1.        | 2       |
| 2.        | 1       |
| 3.        | 10      |
| 6.        | 11      |
| 12.       | 8       |
| 1.        | 2.      |
| 2.        | 1.      |
| 3.        | 15.     |
| 6.        | 18.     |
| 12.       | 11.     |
| 21.       | 16.     |
| 41.       | 10.     |
| 75.       | 9.      |



quibus duo termini tantum cogniti præsupponuntur, & reliqui quærentur, omnes hæc solvuntur per positionem, sunt igitur quæstiones 3. ordinariæ, & 7. extraordinariæ, omnes 10, & quia possunt esse de merito simplici, vel ad caput anni, vel compensatione simplici, vel ad caput anni fient quæstiones in singulis quatuor modis 19. quare omnes erunt 40. è quibus 12. ordinariæ, & 28. extraordinariæ. possunt & cum his addi aliæ difficultates, vt ponendo  $\frac{2}{3}$ . & talia quæ inquirere pulchrum est describere autem operosum & tedium affert legentibus ob hæc vna tantum quæstione erimus contenti.

12 Quidam dedit libras 100. & recepit in 21. mensibus libras 200. & fuit mutuum ad caput anni, quæritur lucrum idest quantum pro 100. lucrabatur, & similiter si dicat ad 10. pro 109. in 21. mensibus, quantum fient, tunc quia dixit quod in 21. mensibus quæritur prouentus supposito, lucro id pro 100. in anno, ad caput anni igitur considera quod 21. menses continentur præcise quater in 7. annis, quæro igitur lucrum singulis annis & fiet primo anno 110. & secundo 121. & tertio  $133\frac{1}{10}$ , & quarto  $346\frac{41}{100}$ , & quinto  $161\frac{51}{100}$ , & sexto  $177\frac{1561}{10000}$ , & septimo  $194\frac{87171}{100000}$  & quia reducenda sunt ad vnitatem ex dictis in principio diuide 100. per 100. exit 1. diuide  $194\frac{87171}{100000}$  per 100. exeunt  $1\frac{9187171}{1000000}$ , cum igitur inter hos terminos constituere oporteat tres alios in continua proportionalitate, quoniam 21. quater ingreditur 84. qui sunt menses 7. annorum, erit igitur ex dictis lucrum 21. mensium & est secundus terminus  $\frac{2}{3}$ . quinti quare quum sit  $1\frac{9187171}{1000000}$  erit  $\frac{2}{3}$ . eius prouentus vnus libræ, cum igitur velim prouentum 100. librarum duc 100. in  $\frac{2}{3}$ . illius ducendo 100. in se fit 10000. deinde 10000. in se fit 100000000. duc post 100000000. in dictam fractionem fit 194871710. cuius  $\frac{2}{3}$ . est prouentus librarum 100. in 21. mensibus & ita soluemus per conuersum primam, verum cautum in operando esse oportet memento tamen illius cautelæ operandi per vnitatem & facies magna.

## CAPVT LVIII.

## De Solutionibus &amp; Reductionibus.

1 C Vin volueris persolvere debitum, & quod dicitur vulgari nostro sermone facere computum, tunc iunge capitalia vnus & redditus, atque item alterius si ratio sit ad caput anni, & subtrahe vnum ab alio residuum est capitale, quod si sit ratio simplici redditus, tunc iunge capitalia separata, & redditus separatos, & subtrahe posteriora à prioribus, & primo à redditibus, deinde à capitali & si super fuerit plusquam sit capitale totum integrum, tunc ipsum manebit, & redditus ponentur separati, & dabo Exemplum in vtroque.

*Exemplum simplicis meriti ad 10. pro 100. in anno.*

Dedi Antonio die primo Mai. 1531.

c Lib. 700. red. 291. 13. 4.  
Item primo Septembris 1532.  
c Lib. 850. red. 240. 16. 8.  
Item primo Februarij 1534.  
c Lib. 200. red. 28. 6. 8.

Recepi ab Antonio primo Martij 1532.  
c Lib. 400. red. 133. 6. 8.  
Item primo Maij 1533.  
c Lib. 600. red. 130. 0. 0.  
Item primo Nouembris 1535.  
c Lib. 260. red. 43. 6. 8.

Et ponamus quod velim facere computum pro die primo Iulij 1535. dispono redditus in directo singulis à die mutui, ad diem computi, vt vides nota tamen quod sæpe vnus dat cum merito, & alius non, sed tantum soluit, & tunc semper animaduertere debes diligenter ne capitale decrescat, aliter fieret fraus debitori, exemplum quidam dedit libras 1000. ad 10. pro 100. simpliciter in Calendis Ianuarij, deinde recepit libras 300. in Calendis Iulij alterius anni, tunc cum in Calendis Iulij sit redditus tantum librarum 150. illius qui dat libras 1000. cum igitur recipiat libras 300. igitur decrescet capitale per 150. libras quæ sunt solutæ ultra 150. redditus, & ita à prima die Iulij in antea non soluet nisi 10. pro 100. de capitali residuo quod est 850. & ita libras tantum 85. ad propositum iunge capitalia per se & redditus per se vt vides.

Capitale meum lib. 1750. Redditus meus lib. 560. s. 16. d. 8.

Capitale Antonij lib. 1260. Redditus Antonij lib. 306. s. 13. d. 4.

His visis iunge capitale & redditum vtriusque separatè vt vides.

Capitale meum lib. 2310. solidi. 16. d. 8. cum Redditu.

Capitale Antonij lib. 1566. solidi. 13. d. 4. cum Redditu.

Residuum meum est lib. 744. solidi. 3. d. 4.

Memento autem quod si lib. 744. essent plures meo capitali primo quod fuit 1750. tunc subtraheres capitale primum & residuum poneretur pro Redditu, & capitale maneret summa prima: Exemplum si Residuum fuisset lib. 1900. tunc detractis 1750. remanerent 150. quæ essent pro Redditu & 1750. esset capitale, & hoc est quia in simplici merito non voluimus trahere meritum ex merito, sed meritum separatur à capitali.

In merito autem ad caput anni, secus est: 2 semper enim iunguntur capitalia cum suis redditibus & subtrahitur minus à maiore, Residuum sit capitale, & in hoc differt à merito simplici, differt etiam in hoc quod accipis Redditus



# De Solutionibus & Reductionibus. 105

Redditus ad caput anni, non ut in simplici pro ut diximus in capitulo precedente in reliquis autem est omnimoda similitudo, propterea exemplum precedente sufficit & scias quod in his mensibus omnes supponuntur dierum 30. sublata omni inaequalitate & ita in reliquis rationibus mercatorum.

- 3 Cum autem volueris reducere plures terminos ad unum terminum istud fit per modum consolationis monetarum, & ut ducas terminos in summam pecuniarum, & producta congreges, & totum congregatum diuide per aggregatum pecuniarum, exemplum quidam debet mihi libras 20. hinc ad menses 9. & libras 60. hinc ad menses 7. & libras 180. hinc ad menses 13. queritur si deberet solvere totam summam quando deberet solvere, dico quod debes ducere ut vides pecunias in menses ut potest libras 20. in menses 9. fiunt 180. & ita de reliquis deinde congrega totum & diuide per aggregatum pecuniarum quod est 260. libras, exeunt menses 11. dies 9. & in tanto tempore debebit dare eam summam & hoc est fundamentum rationis de qua cum in facit tabulas bestiarum dictum est.

4 Et quia hoc facere in summa magna operosum est, inuenta est abbreviatio fingendo mensem & capiendum terminum minorem, & ostendendo ab aliis terminis, & pro reliquo promerendo, deinde promerendo totam summam, & primum dabo exemplum abbreviationis primae ut in casu superiore quidam debet ut prius libras 20. in mensibus 9. & ita de reliquis aufero 7. qui est minor terminus ex 9. remanent 2. ita aufero 7. ex 13. remanent 6. dispono ut in figura, & ducio ut prius debitum in menses fiunt

|      |     |       |
|------|-----|-------|
| 20.  | 9   | 180   |
| 60.  | 7.  | 420   |
| 180. | 13. | 2340  |
|      |     | 2940  |
|      |     | 260   |
|      |     | 11. 9 |

ut vides 1120, diuido per aggregatum in quo tamen computo libras 60. licet non multiplicauerim, exeunt menses 4. dies 9. qui sunt tempus in quo ille debebit post primum terminum videlicet 7. mensem, dare omnes libras, 260. addo igitur menses 7. ad menses 4. fiunt ut prius menses 11. dies 9.

Fit igitur ex hoc modo etiam abbreviatio ut vides, quidam debet ut infra. Semper priorem summam cum termino pone sine

|                            |                      |
|----------------------------|----------------------|
| In Calend. Februarij 1537. | lib. 700.            |
| meritum.                   | lib. 0. s. o. d. o.  |
| In Calendis Augusti 1538.  | lib. 600.            |
| meritum.                   | lib. 90. s. o. d. o. |
| In Calendis Iunij 1539.    | lib. 464.            |
| meritum.                   | lib. 108. s. s. d. 4 |

merito, deinde promerere secundam summam quae est libras 600. ad 10. pro 100. non quia non possis. aliter promereri, sed

quia. 10. pro 100. est commodior terminus, igitur cum à kalendis Februarij 1537. qui est primus terminus solutionis, ad Kalendas Augusti anni 1538. sint menses 18. igitur ad 10 pro 100. libras 600. promerebuntur libras 90. & eadem ratione cum à Kalendis Februarij 1537. ad kalendas Iunij 1539. sint menses 28. libras 464. merebuntur libras 108. solidos 5. denarios paruos 4. & ita si essent alij & alia pecuniarum faceres eodem modo, primum autem terminum nunquam promereberis, quia frustra id facdeinde congrega meritum quod est libras 198, solidi 5. nummi 4. & vide quantum temporis exigatur ut libras 1764. ad 10. pro 100. mereantur libras dictas 198. solidos 5. nummos 4. tu scis quod libras 1764. in anno merentur libras 176. solidos 8. & in mense qui est duodecima pars anni libras 14. solidos 14. & in die solidos 9. nummos 9  $\frac{1}{2}$ , igitur in anno vno & mense vno diebus 15. fere promerebitur, quare adde ut dixi primo termino qui est Kalendarum Februarij annum vnum mensem 1. dies 15. fiet terminus talis solutionis die decimasexta Martij 1538, & hoc est quod quarebamus & sumus affecuti duplici abbreviatione.

Quod si quis partem dictorum denariorum acceperit, velis vero residui scire terminam, veluti in superiore exemplo conclusimus quod talis quantitas debebitur ei die decimasexta Martij 1538. modo ponamus quod in kalendis Octobris 1537. acceperit libras 300. & in kalendis Ianuarij 1539. libras 400 tunc debes promereri libras 300. acceptas à die receptionis, & est in Kalendis Octobris 1537. usque ad 16. Martij 1538. ad 10. pro 100. & sunt mense 5. dies 16. & erunt libras 13. solidi 16. nummi 8. deinde subtrahe libras 300. de 1764. remanent libras 1464. vide in quanto tempore libras 1464. merentur libras 13. solidos 16. nummos 8. & inuenies quod ad 10. pro 100. merebuntur in mense vno diebus 4. igitur quia exbursauit libras 300. ante tempus, adde mensem vnum dies 4. ad decimasextam Martij, fiet terminis exbursandi libras 1464. die 20. Aprilis 1538. & similiter libras 400. in mensibus 9. diebus 14. merentur libras 31. solidos 11. nummos 1  $\frac{1}{2}$  detrahe 400. à 1464. remanent 1064, vide libras 1064. in quanto tempore merentur libras 31. s. 11. d. 1  $\frac{1}{2}$  & erit in mensibus 3. diebus 17. nota igitur quantum exbursauit libras 400. post diem 20. Aprilis 1538: ideo subtrahe dictos menses 3. dies 17. à die 20. Aprilis, erit tempus exbursandi libras 1064. die tertia Ianuarij 1638. & si dicas quid iuuat hoc tempore ultimae exbursationis cum iam praeterierint, dico quod à dicta tertia die Ianuarij aurrit interesse in antea.



## CAPVT LIX.

## De Lucris &amp; damnis.

**E**T in mercatura accidunt differentiae secundum additionem ex vna parte, & diminutionem ex alia, & hoc vt plurimum quinque modis primus est cum emitur res a pondus mensuram aut numerum, deinde detrahatur aliquid ex dono, vel consuetudine, vel varietate ponderum, aut additur, & quærimus in hoc lucrum, aut damnum, aut modum emptionis, & reliqua.

Secundus est cum posita tali, variatione volumus scire modum emendi aut vendendi ad terminatum lucrum.

Tertius est cum sit traductio mercaturæ de loco ad locum cum vectigalibus, & expensis æquorum, & maximè etiam cum permutatione monetarum.

Quartus est cum fiunt additiones aut deductiones, vt pote per inuentionem bursæ pet additionem diminutionemve inter loquentes per itinera.

Quintus est cum emimus res ad tempus vendendas, in quo tempore fiunt minores in quantitate & pondere, & similibus: vt vinum, frumentum, & volumus scire lucrum ad tempus computato merito capitalis.

Circa quæ notanda sunt duo, primum quod ea quæ emuntur sunt in triplici differentia aut enim emuntur numero, vt coria, pelles, aut pondere vt aromata & metalla, aut mensura vt frumenta & grana reliqua, potest addi quantum genus æstimatione, vt gemmæ, verum quia de hoc non potest certa ratio reddi arithmetica idè tres primi modi tantum, cadunt in considerationem.

Secundum est quod res quæ venduntur 5. modis deteriore conditione fiunt, aut enim decrescunt ob rem inutilem additam veluti propter cortices lapillos puluerem & hæc dicitur tara, aut ob rem non æquè vtilem & minoris pretij, vt cum res vetusta admiscetur nouæ, & cum gariofili grossi admiscantur subtilibus, aut tertio propter donum veluti cum venditur pannus pro quibuslibet 7. brachiis, dant  $\frac{1}{4}$ , & cum venduntur aromata & alia dant aliquid doni, vt ex consuetudine alliciant mercatores appellant & tale quid consuetum, & est idem, quarto cum in venditione & emptione soluitur vectigal. quinto cum accedunt expensæ aliæ conductionis & talium & nota duas diuersitates circa hoc.

Primam quantum vel res accipitur est meliore conditione veluti cum donum accedit emptori, vt pote emo lanam & ipsi dant pro quibuslibet 100. libris doni 3. libras vnde donum quandoque bonum, tara semper mala est quia nulli conducit. Secunda diuersitas est quod vel agrauationes sunt super rem iam detracta tara aut dono, aut super rem à qua nondum detracta sunt talia.

<sup>1</sup> His visis cum tara computanda est ad 100. vel ad 1000. duc eam in summam

& à producto aufer duas litteras à dextra, si est tara pro 100. aut tres si sit pro 1000. & residuum est tara quam auferes à capitali, ita tamen quod si litteræ duæ ablatae excesserint 50. aut tres excesserint 500, ponendæ sunt pro libra vna, si autem minores fuerint pro nihilo ponuntur.

Exemplum 100. lanæ valet scutos 7. & habet taræ libras 5. pro 100. quæritur quan-

Exemplum primum taræ.

|                        |
|------------------------|
| 3897                   |
| 5                      |
| 194   85               |
| 195                    |
| 3702   7               |
| 259   $\frac{14}{100}$ |

tum valebunt libræ 3897. fac vt in figura duc primo 3897. in taram fiunt 19485. & quia tara est pro 100. absconde duas litteras à dextra remanent 194. & quia 85. est plus 50. ponam libram 1. fiet igitur tara libræ 195. quam aufero ex 3897. fiunt 3702. quas duco in pretium quod est aureorum 7. fiunt 25914 & quia pretium est pro 100. aufero duas litteras remanent 259  $\frac{14}{100}$  scuti, quare &c. quod si adessent in pretio libræ, & solidi, fac eodem modo deinde reduces solidos ad libras, & libras ad aureos.

Si vero non sit tara sed donum tunc adde donum ad 100, & duc summam totius in pretium & diuide per 100. addito dono, exemplum æs 5. valet aureos 52. pro 1000. & adduntur doni lib. 25. pro milliari, quæritur pretium librarum 26800. fac vt in figura duc aureos 52. in summam æris fiunt

Exemplum secundum doni.

|                      |
|----------------------|
| 26800                |
| 52                   |
| 1393600              |
| 1025                 |
| 1359 $\frac{25}{41}$ |

1393600. & quia pretium est pro milliari adde ad 1000. donum quod est 25. diuide 1393600. per 1025. exit pretium aurei 1359. &  $\frac{25}{41}$ , quod si velles reducere  $\frac{25}{41}$  aurei in libras & solidos duc 25. numeratorem in valorem aurei qui sit solidorum gratia exempli 112. fiunt 2800. diuide per 41. exeunt 68. & sunt libræ 3. solidi 8. & quia supersunt solidi vnus  $\frac{12}{14}$  duc eodem modo 12. in nummos solidi, qui sunt 12. fiunt 144. diuide per 41. exeunt nummi  $3\frac{1}{2}$  fere, ex hoc patet quod donum & tara non eodem modo pensantur, nam prima ratio de lana si facta fuisset per viam doni peruenisset aureorum summa 259  $\frac{4}{5}$ , causa differentie est quod donum est vltra 100, & tara intra 100, exemplum si quis debeat dare 100. libras zinziberis, & cum 5. lib. doni, tunc dat libras 105. sed si det cum tara dat tantum 100. & in illis 100. includuntur libræ 5. inutiles, quod igitur dat donum dat 105. pro



pro 100. & qui dat taram dat 100. pro 95. plus igitur importat tara quam donum, cum fuerint æqualia.

3 Ex hoc sequitur quod varietas librarum si sit ad detrimentum reducitur ad taram, si sit ad lucrum ad donum, & hoc in exemplo libræ 100. Venetæ produnt 8. pro 100. Mediolani & acquirunt 8. pro 100. Pisis, dico quod ille qui vult computare libras venetas ad Mediolanenses, debet facere per modum taræ, qui autem vult facere computum ad modum Pisanæ, debet facere per modum doni, multiplicando tamen ut in exemplo lib. 100. stanni Pisis venditur aureis 6. quantum valebunt lib. 500. Venetæ crescentes 8. pro 100. Pisis, adde 8. ad 100, fit 108. & dic si 100. valet 6. quid valebunt 108, & valebunt  $6\frac{12}{108}$ , duc in 5. fiunt  $32\frac{1}{3}$  vel aliter dic si 100. fit 108. fiunt igitur 500. libræ 540. Pisis, si igitur 100. valet 6. quid valebunt 540 & valebunt  $32\frac{1}{3}$ , at cum decrescant ut diximus fiunt præcisè per modum primum videlicet per taram.

4 Cum autem accedunt vestigalia, aut expensæ, conductiones, & talia tunc facies rationem computatis omnibus in tota summa. deinde mundabis à dono, & tara, & post modum scias verum pretium.

Exemplum lib. 100. croci habent taræ libras 4. doni autem libras 4. pretium pro 100. est lib. 113. quantum quantum valebunt lib. 193. non mundatæ, adde donum supra 100. & fiunt 105. & detrahe taram à 100. fiunt 96. dic igitur si 100. fit 96. quid fiet 105. duc 105. in 96. fiunt 10080. diuide per 100. exeunt 100.  $\frac{8}{10}$ . deinde dic 100.  $\frac{8}{10}$  fiunt ex 100. quid fiet ex 193. duc 193 in 100.  $\frac{8}{10}$  : fiunt 194  $\frac{4}{5}$  diuide per 100. exeunt 104. libræ & vnciæ  $6\frac{66}{105}$  & hoc est parum quid vendi potest, deinde quia emisti cum dono, dic si 105. valet libris 903. quid valebunt libræ 193. croci, duc 193. in 903. & diuide per 105. & fiunt  $1659\frac{3}{105}$  : & hoc est pretium librarum 194. vnciarum  $6\frac{66}{105}$  croci.

Oportet autem in talibus uti solertia, & frequenter uti, ne quis decipiatur, utendo è contrariis regulis, facile enim aut decipitur, aut laesat inexpertus.

5 His autem visis si differentia sit in monetis, scilicet virtutem per capitulum de Cambiis, & si sit in ponderibus reduces per capitulum transmutationum, hæc autem duo in ultimam operationem relinquere liceat, potes tamen & per modum taræ ponderum diuersitatem aut doni, computare, ita tamen ut taram post taram, & non per conuersionem, & donum post donum inuenias.

6 Cum autem admisceatur aliquid inutilis non tamen omnino, sed vilioris pretij, tunc separa vnum ab alio, & inuenies pretium & taram cuiuslibet, & post congrega omnia simul, & sit exemplum garofolis continentur garofoli grossi libræ 12. pro 100. & piperis libræ 7. pro 100. & tara est libræ 2. pro 100. & pretium garofolorum est aureorum 48. pro 100. & grossorum aurei 36. & piperis aurei 28. queritur quantum valebunt libræ 3727. tunc dic si 100.

dat 12. & 7. quid dabunt 3727. & dabunt grossorum 44824. abscisis duabus litteris videlicet 447  $\frac{6}{27}$  & piperis 260  $\frac{29}{100}$  : eritque residuum videlicet libræ 3018.  $\frac{3}{100}$ . & ita inuenies taram per prædicta, ducendo tres terminos videlicet 447  $\frac{6}{27}$  & 260  $\frac{29}{100}$  & 3018  $\frac{27}{100}$  in 2. & abiciendo duas litteras deinde detractâ tarâ per regulam trium inuenies pretium in vnoquoque.

Cum autem volueris scire modum emendi aut vendendi ad terminatum lucrum, tunc scias esse quatuor modos, aut enim emptione, aut venditione, aut venditio ex venditione, aut emptione cognoscitur, hoc autem dupliciter aut cum permutatione lucri, aut sine ea, & hoc etiam dupliciter, aut in simili pondere, aut ex grosso volumus cognoscere minutum exempla sunt hæc.

Quanti emetur lana ut vendita aureis 6. pro 100. lucrari possim 20. pro 100. igitur dices si 120. fit ex 100. ex quo fiet 6. & duc 6. in 100. fit 600. diuide per 120, exit 5. & tanti emetur videlicet 5. aureis pro 100.

Emi lanam pro 5. & lucratus sum 10. pro 100. vellem emere tanti ut vendita pretio lucrarer 20 pro 100. igitur per primum exemplum quando lucrabatur 10. tunc 10. fiebat ex 100. & ideo cum eodem pretio vendantur utroque modo, igitur dices si 120. fit ex 100. ex quo fiet 110. & erit ex 91  $\frac{1}{2}$ , cum igitur 100. quod fuit in primo capitale fit 110. lucratur 10. pro 100. & cum 91  $\frac{1}{2}$  fit 110. lucratur 20. pro 100. igitur dic si 100. fit ex 91  $\frac{1}{2}$ , ex quo fiet 5. & fiet ex 4  $\frac{7}{10}$ .

Emi lanam quam vendendo aureis 6. lucratus sum 5. pro 100 quanto pretio vendenda erit ut lucrer 20. pro 100. dices igitur aurei 6. habent rationem 105. qui autem vult lucrari 20. pro 100. vult facere 120. dic igitur si 105. fiet 120. quid fiet 6. duc 120. in 6. fit 720. diuide per 105. exit 6  $\frac{6}{105}$ .

Vendidi lanam aureis 6. lucratus sum 5. pro 100 vendendo 7. quantum lucrabor, adde lucrum primum ad 100. fit 105. diuide per 6. exit 17  $\frac{1}{2}$  : duc in 7. fit 122  $\frac{1}{2}$  : auferas 100. remanent 22  $\frac{1}{2}$  : lucrum pro 100 vel aliter dic si 6. producit 105. quid producet 7. duc 7. in 105. fit 735. : diuide per 6. exit 122  $\frac{1}{2}$  ablato 100. remanent 22  $\frac{1}{2}$  pro 100. lucrum.

Vendidi lanam aureis 10. pro 100. & perdididi 10. queritur quanti emi dic igitur si 90. fit ex 100. ex quo fiet 10. duc 10. in 100. fit 1000. diuide per 90. exit 11  $\frac{1}{9}$ .

Emi lanam quam vendidi 6. aureis, quod si emissem aureo minus lucratus forem 20. pro 100 dic igitur per primum exemplum igitur si empta fuisset aureis 5. ad hoc ut vendendo pro 6. lucraretur 20. pro 100. sed ex quaesito dignoscitur quod fuit empta aureo vno plus igitur empta fuit aureis 6. pro 100. & ita bellus iste Interrogator nihil lucratus fuit.

Emi lanam tanti & tanti vendidi, quod si emissem aureo vno minus & vendidissem aureo vno plus, lucratus fuisset 40. pro 100. igitur qui lucratur 10. pro 100. facit ex 10



co. 11. co. igitur 10. co. est capitale & 11. co. pretium venditionis, adde aureum fit 11 co. 7. 1. deme aureum fit 10. co. m. 1. & quia lucratur 40. pro 100. igitur  $\frac{2}{5}$  pretij emptionis, igitur 14 co. m. 1.  $\frac{2}{5}$ : æquantur 11 co. p. 1. quare res valet  $\frac{4}{5}$  aurei, & pretium primum fuit 10 co. igitur aurei 8. & venditio aurei  $8\frac{4}{5}$ . lucrum 10. pro 100. si empti fuisset 7. aureis & vendita  $9\frac{4}{5}$ : fuisset lucrum 40 pro 100. quare solutio clara est posset & per cataym fieri.

8 Emi piper aureis 24. vel libris 144. pro 100. quanti vendetur vncia vt lucrer 50. pro 100. tu scis quod si debeo lucrari 50. pro 100. oportet vt 100. fiat 150. dic igitur si 100. fit 150. quid fiet 144. & fiet libræ 216. dic igitur libræ 100. piperis debent vendi 216. libris quare libra vna piperis valebit solidos 43. denarios paruos 2  $\frac{2}{5}$ , igitur vncia piperis valebit solidos 3. nummos 7  $\frac{1}{5}$ , & tantum debet vendi.

9 Vendidi piper solidis 4. pro vncia, & lucratus sum 40. pro 100. quanti emptum est 100. librarum piperis, dic 140. fit ex 100. igitur 4. fit ex 2  $\frac{6}{7}$ , per regulam trium, & hoc est capitale vnciæ, igitur capitale libræ est solidi 34  $\frac{2}{7}$ , igitur capitale librarum 100. piperis est libræ 171. solidi 8. nummi 6  $\frac{6}{7}$ .

10 Vendidi 4. clauos pro 5. nummis, & lucratus sum 10. pro 100. quot nūmis vendā 10. clauos vt lucrer 12. pro 100. primo reduces ad eundem dicendo si 4. venduntur 5. quantum vendentur 10. & vendentur 12  $\frac{2}{5}$ , & hoc pretio lucrarer 10. pro 100 at ego volo 12. pro 100. dices igitur per quintum exemplum capitale est 11  $\frac{4}{11}$ , igitur per tertiam exemplum dic si 100. fit 112. quid fiet 11  $\frac{4}{11}$  & fiet 12  $\frac{8}{11}$  igitur lucratur 12. pro 100. vendendo 10. clauos pro nummis 12  $\frac{8}{11}$ , hæc leuior via in talibus, potest etiam fieri per rem & aliis modis.

Memento autem in talibus ne numerum rei vendite, cum numero pretij componas, quantum in maximos incideres errores.

11 Clauī 4. venditi 5. nummis dant lucrum 12. pro 100. eodem modo & lucro quot dabis clauos pro nummis 60. clara est quæstio si 5. dat 4. dabunt 60. nummi 48. clauos, sed si dicat quot habebō aut dabo pro nummis 60. vt lucrer 20. pro 100. tunc tu scis quod si pro quinque nummis das 4. clauos & lucraris 12. pro 100. igitur clauī 4. valent nummos 4  $\frac{13}{28}$ : dices igitur quod clauī 4. valent nummos 4  $\frac{13}{28}$ : deinde dices si 120. fit ex 100. ex quo fiet 60 & fiet ex 50. capitali, dic igitur si 4  $\frac{13}{28}$  dant 4. clauos, quid dabunt 50. nummi duc 50. in 4. fiunt 200. & diuide per 4  $\frac{13}{28}$  & exeunt 44  $\frac{4}{5}$ : & tot habebit clauos.

12 In temporalibus vero mercimoniis, vt pote vino: & frumento, quatuor debes animaduertere primum est pretium, secundum sunt expensæ, tertium est tempus intercedens inter emptionem & venditionem, quartum est decrementum rei, vinum enim decrescit nona parte à tempore vindemiæ vsque ad æstatem, frumentum autem fere quadragesima parte, si rete gubernetur: sit ergo exemplum vnum.

Exemplum quidam emit lini libras 2000.

pro 5. solidis singulas libras deinde accessit expensarum & vectigalium pars trigesima infra 3. annos cum non potuerit vendi decreuit centa parte ponderis, in vectigalibus prouendendo iterum oportet soluere trigesimam partem, quæritur quo pretio libra lini debet distrahi vt mercator lucretur 10. pro 100. singulis annis, Tunc considera primum pretium quod fuit librarum 500. deinde adde trigesimam partē & sunt libræ 16. solidi 13. nummi 4. est ergo capitale libræ 516. solidi 13. nummi 4. & quia vult lucrari 10. pro 100. singulis annis adde ei libras 155. pro merito, & fient libræ 671. solidi 13. nummi 4. & quia linum fuit libræ 2000. & diminutum fuit centa sui parte igitur remanserunt libræ 1980. & quia persoluenda est pretij trigesima pars pro vectigali vt remaneant libræ 671. solidi 13. nummi 4, semper diuide pretium per 1. m. quam sit pars, diuide igitur per 29. exeunt libræ 23. solidi 3 nummi 2  $\frac{18}{29}$ : quæ omnia adde ad libras 671. solidos 13. nummos 4. fient libræ 694. solidi 16. nummi 6  $\frac{18}{29}$ , diuidendæ per 1980. & exeunt f. 7. nummi 0  $\frac{71}{330}$  fere & eo pretio vendetur lib. lini vt lucretur vt dictum est, & ita poteris formare 100. casus diuersos.

Quæstiones autem inuentionis lucri in itineribus cum indeterminatio capitali soluuntur per rem, siue per la. co. aliquando etiam per cathaym, similiter & inuentionis bursæ, & mutuarum interrogationum, suntque magis curiose quam viles quapropter differemus earum pertractationum ad capitulum extraordinarium interrogationum.

## CAPVT LX.

### De Ratione librorum tractandorum

Solent mercatoribus quatuor libri esse necessarij, inuentarium Memoriale, ephemerides siue diurnale, & Magnus siue Magistralis.

Inuentarium est in quo mercator cuncta quæ possidet describit ordine suo primo nummos, deinde gemmas merces, supellectilia domus ædes, agros, hoc in abscondito tenetur.

Memoriale est in quo dierum acta obiter & diffusè describuntur, venditiones, emptiones, mutua, locationes, & talia Diurnale est liber in quo ea quæ in memoriali diffusè scripta sunt & sine ordine seriatim & breuiter magnaue diligentia conscribuntur.

Magnus liber siue magistralis est, in quo ea quæ in memoriali scripta sunt rescribuntur compendiose, habet hic quinternionem alphabetico discrimine exaratum, quo facilius libri magistralis acta possint inueniri, & hic quinternio tabula solet appellari.

Sunt autem communia memorialia, diurnali, & magistrali libro, vt omnes eodem Characterē signentur exterius, vt pote cruce, vel A, vel B, ita quod liber magistralis A correspondet memoriali & diurnali



li A, tabulam etiam A insignitam habet ut facilius inueniantur credita conuentio- nes: est etiam commune ut singulis actioni- bus præponatur tempus in anno, mense, & die, pactum, nomen eius cum quo conue- nisti, quantitas pecuniarum aut data aut pro- missa, quantitas & genus rei venditæ vel emptæ, verum hæc breuius in libro magi- strali describuntur, est etiam commune ut diurnale referat se ad librum memorialem, & magistralis ad diurnalem & magistralis posterior ad anteriorem, veluti liber magi- stralis B, ad librum magistralem A, referen- do solum & characterem libri, est etiam commune omnibus libris ut folia singula singulis numeris seriatim distinguantur ne fraudi excerpti possint.

Porro libro magistrali præcipua sunt ut primo genus pecuniarum exprimat quo ratio- nes describuntur, veluti libras, aut flore- nos, aut scutos, secundum ut ex vna parte capitale constituat creditorem, bursam vero aut capsam debitricem, nam capita- le totum est quod homo habet, bursa verò nihil habet. Idem bursa quicquid habet debet capitale quicquid dat recipere debet tertium quod tantum ponatur in debito capsa vel bursa, quantum in credito capitale ut sem- per sit æqualia.

Considerare etiam oportet creditum à sinistra libro, debitum à dextra ex adiectio- ne debere, atque semper sub eodem gene- re pecuniarum sub quo inscribitur liber est per- scribere acriterque debitorem in libro scribere nisi ipse debitor præsentem, aliter liber falsi insinuetur, quantum etiam rerum tabernæ siue apothecæ distinxeris, capitale aut apothecam pro ea summa scri- bere creditricem, capsam vero nummo ac- cipientem debitricem: contra autem quantum impensatum emendo merces feceris, credit- tricem capsam tabernam debitricem scribes.

Est etiam considerandum ea quæ trans- feruntur siue ex memoriali in diurnalem, siue ex diurnali, in magistralem librum, siue ex interioribus foliis in posteriora, siue ex vltimis in alium, esse vna linea trans- actionum: siue siue, nam vnius actionis vnus debet esse contractus tantum, Vnde cancel- latur annotationes tamquam intermortuæ, non cancellantur autem pro vicis habentur, ipse vero annotationes iam rescriptæ signa- culo insigniri debent, ut iam translata in- telligantur.

Porro actiones quæ magistrali successiue libro inscribuntur dierum ordine procedere debent, ne falsi crimen liber suscipiat: quod si iam pluribus partitionibus descriptis desit locus alibi subscrubendi, in posteriorem lo- cum post vltimam siue illius, siue alterius partitionem, transferenda erit summa crediti aut debiti aut residui in locum post vltimam partitionem proxime vacuum: Ita ut qua- tuor sequantur primum ut posterior parti- tio, à quo detracta est memoria faciat, secundum ut proximæ vltimæ partitioni suc- cedat, tertium ne vacuum spatium relin- quatur, aut incongruè inter posteriores in- scribatur loci aut temporis ordine permutato quantum ut quamquam locus adsit initio

Tom. IV.

tamen libri permutato non priori sed poste- riori ascribatur.

Quod si error intercesserit credito oppo- situm debitum ascribatur, debito creditum pro eadem summa eodemque die, deinde tam creditum quam debitum linea obducta cancelletur mox signo crucis in erroris memo- riam fulciatur, ac demum loco suo parti- tio illa sicut debet scribi scribatur, memi- neris autem in opposita adiecta partitione memoriam erroris recensere.

Cum autem libros examinare volueris quamlibet partitionem perscrutare diurna- lis, atque libri magni, atque punctis aut si- gnis adnotatis facile præcipies an in libro magno aliqua superabundet an deficiat partitionis, quæ in diurnali non inueniatur, quod si defuerat vel superabundauerit partiti- o aliqua per oppositam sicut dictum est parti- tionem emendabitur, memoria tamen fa- cta obliuionis aut iterationis ne cum dies libro magno inscriptus prior fuerit præce- dentibus partitionibus posterius signatus fal- si suspicionem adducat, in obliuione tamen sola sufficit adiectio crediti vel debiti men- tione obliuionis habita nulla etiam opposita adiecta partitione, dum autem hæc gerun- tur nihil diurnali sub his diebus, aut libro magno inferas, sed memoriali tantum in se- quentes Ephemeridem & Magistralem li- brum partitiones illas reducturus.

Vtilitas autem diurnalis est ordinatim ea quæ confusa sunt in memoriali ostendere, Magistralis autem dispersas partitiones cuiuscunque debitoris aut creditoris in vnum redigere tabulæ autem nomina creditorum & debitorum facile inuenire examinis vero duæ sunt utilitates prima scire an recte librum magistralem descriperis, secun- da quantum lucri aut iacturæ contigerit in- telligere, quæ quidem ex differentia dati & recepti colligitur, datum si superauerit ia- cturæ loco habetur, si receptum lucri quod quod si datum atque acceptum inæqualia fuerint in his detractis residuis aut adiectis ubi opportuerit, summatam crediti quam de- biti diligenter habita tunc libri error signi- ficatur, cum necessarium sit tantum tibi de- beri quantum dederis, tantumque debere quantum acceperis. Vtilitas autem translati- onis de libro in librum est coniuncta necessi- tati, quantum nec primus liber recipere am- plius potest, & si adderentur plura confu- so pareretur, ea etiam quæ in libro primo diffusa sunt & sub pluribus partitionibus, ad vnam partitionem in secundo libro compendiose re- diguntur oportet autem seriatim & compen- diose folia primi libri commemorando omnes eiusdem hominis partitiones, in vnam redi- gere atque examinis libri prioris utilitatem, aut iacturam in inuentarij sine adicere bo- num est.

In translationibus autem mutua debet esse memoria librorum & foliorum ita ut in priore libro creditorem ponas debito- rem respectu secundi libri, in secundo au- tem creditorem pro creditore & debitorem pro debitore dispones, nam cancelatio primi libri æquatione præsupponit crediti & debiti, creditum aboleri non potest nisi per oppositum debitum.

K



debitum, & econtra debitum per creditum aboletur, igitur necesse est debitorem in primo libro fieri creditorem, & è contra respectu secundilibri, est etiam aduertendum vt omnes partitiones quæ ex libro in librum transferuntur in primo quidem sub die translationis conscribantur in posteriore autem libro siue nouo siue die.

11 Rerum vilium & mutuatorum sub breui tempore datorum aut acceptorum nulla fiet quanquam magni sint pretij memoria in libris sed in paruo quodam rerum quotidianarum libello.

12 Litteræ autem suis faculis pro diuersitate locorum signabuntur, vnicuique loco suus assignabitur locus, alligantur autem ordine suo in fasciculum secundum tempora, atque cuilibet anno fasciculus assignatur exterius anno signato in fasciculo, & super epistolam nomine & cognomine eius qui eam misit.

Hæc autem experto aut operam talibus danti sufficiunt ei autem qui talia non tractauit etiam si vniuersum hunc librum in hac, materia consumpsero, non existimo positura.

## C A P V T LXI.

### De Extraordinariis & Ludis.

**I**N hoc capitulo 4. tractabimus, primo quidem iterum quæstiones Secundo quæstiones partium. Tertio rationes ludorum in diuidendo. Quarto de ludis ipsis & eorum optestate.

1 In itineribus tria sunt consideranda capitale, numerus iterum, & proventus, & licet ex quibuscumque duobus possit cognosci tertium, nihil minus consueuerunt ex proventu & numero iterum querere capitale, & hoc est quia lucrum est incertum, & ideo ponemus tantum vnum exemplum Quidam ibat ad nundinas & quotiens reuertebatur referebat triplum capitalis, iuit autem ter & ultimo rediit cum capitali ipso & quadrato & cubo capitalis, tunc dices quod iuit cum 1 co. & quia triplicauit semper vltimo rediit cum 27 co. & hæc sunt æquales 1 co. 1 ce. 1 cu. detracto igitur 1 co. de communi fient 26 co. æquales 1 ce. 1 cu. quare 1 ce. p. 1. co. æquatur 26. igitur capitale fuit 26  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ , & ita alias solves, verum si numerus iterum sit incognitus, conate integra inuenire, quod si non aquentur, proximo maiorem & minorem numerum indagabis, demum præcisionem, factâ positione assequeris.

2 In quæstionibus partium siue burse 4. animaduertantur numerus habentium, nam quanto minor tanto facilius, minimus numerus est 2. maximus autem non datur secundum an sit positio per terminatam quantitatem, aut per partem cognitam aut per partem comparatam exemplum patebit infra, tertium an sit quæstio simplex aut composita, quantum vt non vnâ positione sed pluribus inueniatur.

Propter primum quæramus in duobus ob facilitatem discentium & ponamus exemplum in triplici diuersitate secundimodi, dicat igitur primus secundo, si dederis 5. ex tuis habebis quadruplum residui, & secundus primo si dederis 4. ex tuis habebis quadruplum residui tui, tunc pone quod primus habeat 1 co. igitur dato 5. fit 1 co. p. 5. & hoc est quadruplum residui igitur residuum est  $\frac{1}{4}$  co. p. 6  $\frac{1}{4}$ , cui si addantur 4. fient  $\frac{1}{4}$  co. p. 10  $\frac{1}{4}$ , & hoc est quadruplum ad 1 co. m. 4 igitur 4 co. m. 16. æquantur  $\frac{1}{4}$  co. p. 10  $\frac{1}{4}$ , redducas ad integra fient 16 co. m. 64. æquales 1 co. p. 41 igitur 15 co. æquales 105. & res valebit 7. & tantum habuit primus ad de ei 5. fit 12. & hoc est quadruplum ad residuum quod est 3. addito igitur 5. fit 8. igitur primus habuit 7. & secundus 8.

Secundum de parte cognita dicat primus secundo, si dederis dimidium tuorum habebis triplum residui tui, & secundus primo, si dederis quantum est dimidium illius quod poposcis, habebis septuplum, tunc operare vt in prima & adueniet quælibet quantitas, quia hic modus secundus est ligatus, & ideo caue ne quæstio sit impossibilis, quod plerumque accidit, velut si loco septupli dixisset quincuplum, aut triplum aut omnem alium numerum à septuplo.

Tertium veluti si primus dicat secundo si 5. dederis partem talem tuorum, qualis tui sunt meorum, habebis quintuplum residui tui, secundus dixit primo si dederis talem tuorum portionem qualis esset illud quod à me petisti, totius aggregati quod esses habiturus, haberem ego decem, pone quod primus habeat numerum quemuis & sit 12. & secundus habebit 1 co. duc 1 co. in se fit 1 ce. diuide per 12. exit  $\frac{1}{12}$  ce. & hoc erit talis pars de 1 co. qualis est 1 co. de 12. ex quadragesimo secundo capitulo iunge  $\frac{1}{12}$  ce. cum 12. fit 12. p.  $\frac{1}{12}$  ce. & hoc est quintuplum ad residuum quod est 1 co. m.  $\frac{1}{12}$  ce. igitur 1 ce. p. 144. est quintuplum ad 12 co. m. 1 ce. quare 1 ce. p. 144. æquatur 60 co. m. 5. ce. & ita 1 ce. p. 24. æquatur 10 co. igitur res valet 4. igitur habes quod necessaria est proportio tripla inter primum & secundum nam primus habuit 12. fac igitur positionem secundo, & pone quod primus habeat 3 co. igitur secundus habebit 1 co. vel 1 co.  $\frac{1}{2}$  propter duplicem solutionem, rancor minue dami, ponamus modo de tripla, & quia in exemplo superiore  $\frac{1}{3}$  quod dabat secundus primo, est decima pars  $13\frac{1}{3}$ , quod erat aggregatum da igitur decimam partem 3 co. ad 1 co. fiunt 1 co.  $\frac{3}{10}$ , æqualia 10. igitur res valet  $7\frac{9}{10}$ , & tantum habuit secundus, & quia primus habuit triplum igitur habuit  $23\frac{1}{10}$ .

Composita vero est veluti si dicat primus secundo si dederis 4. de tuis, habebis quincuplum residui tui, & secundus primo si dederis talem tuorum partem qualis est 4. de meis habebis duplum residui tui, tunc non fac positionem nisi super vnum terminum, & dicas ponam quod primus habeat 5 co. quia dixit de quintuplo ad vitandum fractos, adde ei 4. fiunt 5 co. p. 4. & hoc



hic est quinquuplum residui, igitur residuum est 1 co. p.  $\frac{1}{5}$  adde ei quod dedit habebit 1 co. p.  $\frac{4}{5}$  recipe igitur talem partem de 5 co. qualis est 4. de 1 co. p.  $\frac{4}{5}$  igitur ex tribus quadratibus proportionalibus inueniatur quarta ducendo 5. co. in 4. fit 20 co. diuide per 1 co. p.  $\frac{4}{5}$  sunt  $\frac{10 \text{ co.}}{1 \text{ co. p. } \frac{4}{5}}$   $\frac{5}{4}$  adde ad 1 co. p.  $\frac{4}{5}$  & hoc erit duplum residui quare sicut 1 co. p.  $\frac{4}{5}$   $\frac{10 \text{ co.}}{1 \text{ co. p. } \frac{4}{5}}$   $\frac{5}{4}$  aequalia duplo illius videlicet 10 co. m.  $\frac{10 \text{ co.}}{1 \text{ co. p. } \frac{4}{5}}$   $\frac{5}{4}$  & ita 4  $\frac{10 \text{ co.}}{1 \text{ co. p. } \frac{4}{5}}$   $\frac{5}{4}$  æquantur  $\frac{10 \text{ co.}}{1 \text{ co. p. } \frac{4}{5}}$   $\frac{5}{4}$  hoc omnia in diuidentem qui est 10 p.  $\frac{4}{5}$  sunt 24  $\frac{1}{5}$  co. p.  $\frac{24}{5}$  aequalia 9 co. p.  $\frac{4}{5}$  co. m. 40 co. igitur 9 co. æquantur 21  $\frac{1}{5}$  co. p.  $\frac{21}{5}$ , quare æquatur 21  $\frac{1}{5}$  co. p.  $\frac{21}{5}$  igitur res valet 3  $\frac{1}{5}$  & cum productionem ponam habere 5 co. habuit igitur 16. unde sequendo propositum secundus habuit 8.

7 Dixit primus secundo da mihi medietatem p. 2. habebit nonuplum residui tui dixit secundus primo da mihi tertiam partem p. 4. habebit triplum, pone quod secundus habuit 1. co. dando medietatem p. 2. remanet eum 1 co. m. 2. & quia primus habuit nonuplum huius residui habebit 9 co. m. 18. dicitur quando accepit & fuit 1 co. p. 2 remanet 8 co. p. 18 accipe tertiam partem p. 4. de 8 co. m. 24. & da primus & habebit 4  $\frac{1}{3}$  co. m. 7  $\frac{1}{3}$  & hoc est triplum ad 3  $\frac{1}{5}$  co. m. 16  $\frac{1}{5}$ , & ita 4  $\frac{1}{3}$  co. m. 7  $\frac{1}{3}$  æquatur 16 co. m. 49. igitur 11  $\frac{1}{3}$  co. æquatur 41  $\frac{1}{3}$ , quare res valet 4. & secundus habuit 2 co. quare habuit 8, & primus 12.

8 Dixit primus si eum dederis medietatem habebit septuplum residui tui dixitque tertio si dederis tuorum habebit sexcuplum. dixit secundus tertio quod sit ex vno in alterum est triplum primo igitur primus habuit 1. per faciem producta ex secundo in tertium addito dimidio secundi habuit septuplum igitur ante habuit sexcuplum, igitur triplum ad secundum & quia habuit eum 3. ante sexcuplum, igitur ante habuit quinquuplum igitur ad totum sexquiescentum, primus igitur ad secundum habuit triplum, & ad tertium sexquiescentum habuit, igitur primus 12 secundus 4. tertius 3. quod sit probatum pone secundo 1 co. igitur primus habebit 3 co. & tertius 2  $\frac{1}{3}$  co. & totum 2  $\frac{1}{3}$  co. triplum 3 co. & æquatur 6 co. & 1 co. æquabitur 4 co. igitur res valet 4 & tantum habet secundus quomodo habet alia.

9 Dixit primus secundo si darem tibi  $\frac{1}{5}$  &  $\frac{1}{10}$  meorum, deinde restitueres  $\frac{1}{5}$  & = aggregari eorum pares, pone quod vnus habuit 1 co. & secundus 1. quan. & inuenies simul aut si. conueniunt aut impossibilitatem, valum est in proposito quæsitum, & ideo tales quæstiones sunt tentatæ, nam cum residuantur aliquid ex vtraque parte quæstio est soluta aliter est impossibilis.

Solutum & hæc quæstio alio modo per debitum & est pulcherrima tum ex solutione tum ex modo soluendi, & talis potest pro-

Tom. IV.

poni Magistris, pone quod primus habeat debiti quod vis puta 6. secundus crediti 1 co. da  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{3}$  primi ad secundum habebit primus 1. debiti & secundus 1 co. m. 5. da  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{3}$  huius primo habebit  $\frac{12}{5}$  co. m. 2  $\frac{2}{5}$ , & secundus habebit  $\frac{25}{5}$  co. m. 3  $\frac{2}{5}$ . & hæc sunt æqualia, igitur  $\frac{4}{7}$  æquatur  $\frac{12}{5}$  co. & res valebit 1  $\frac{2}{11}$  & tantum habuit secundus crediti primo habente solum 6. debiti.

Pars. Tertius minimus.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 7} \quad 7 \\ \underline{1} \quad 8-5-40 \quad 5 \quad 5 \\ \quad \quad \quad 7 \quad \quad \quad 7 \end{array}$$

Cum dixerit quis ad mihi talem tuorum 10 partem qualis 5. est meorum, habebit septuplum residui, tunc necesse est quod totius aggregati habeat  $\frac{7}{8}$ , eo quod ad residuum quod est  $\frac{1}{8}$  habebit septuplā proportionem adde igitur vni tatem parti & pone pro denominatore, deinde duces denominatorem in numerum quem petit & est 5. fit 40. diuide per numeratorem exit 5  $\frac{5}{7}$ , terminus minimus de quo potest verificari problema, tunc assume quem vis numerum isto maiorem & duc in se ipsum, deinde proportionem in differentiam & diuide maiorem per minorem, & habebis reliquam exemplum accipio 10. & detrahe 5  $\frac{5}{7}$  habeo 4  $\frac{2}{7}$ , duc 10. in se & habeo 100. duc 4  $\frac{2}{7}$  in 7. habeo 30. diuido 100. per 30. exit 3  $\frac{1}{3}$ , vnus igitur numerus est 10. alius est 3  $\frac{1}{3}$ , dico igitur quoniam 5. est dimidium 10. capio dimidium 3  $\frac{1}{3}$  & est 1  $\frac{2}{3}$  addo ad 10. fit 11  $\frac{2}{3}$ , & hoc est septuplum ad 1  $\frac{2}{3}$  residuum, & est regula Fratris Luca bona.

Possumus etiam idem operari per quantitatem surdam & rem prout docui in capitulo quinquagesimo secundo & est leuius.

Dixit primus secundo si dederis talem 11 tuorum partem, qualis est 4. de meis, habebit quinquuplum residui tui, dixitque tertio si dederis talem tuorum partem qualis 5. de meis habebit sexcuplum residui tui, dixit secundus tertio quadratum primi est tantum quantum id quod fit ex nostris inuicem, vide per præcedentem minores terminos secundi & tertij & erunt pro secundo 4  $\frac{4}{5}$ , & pro tertio 5  $\frac{5}{6}$ : pone igitur quod primus habeat 1 co. duc eam in se fit 1 co. diuide per 1 co. m. 4  $\frac{4}{5}$  ductam in proportionem & fiet  $\frac{1 \text{ ce.}}{5 \text{ co. m. } 24}$  & tantum habet secundus & pro tertio similiter diuide 1 ce. per proportionem quæ est 6. ductam in in 1 co. m. 5  $\frac{5}{6}$  fiet  $\frac{1 \text{ ce.}}{6 \text{ co. m. } 35}$  duc igitur vnum in alterum quia hoc debet æquari quadrato primi & est quadratum primi 1 ce. æqualis  $\frac{1 \text{ ce. ce.}}{30 \text{ ce. p. } 840 \text{ co. m. } 319}$  duc partes per denominatorem fiet 1 ce. ce. æqualis 30 ce. ce. p. 840 co. m. 319 cu. schisa per censum & est reducere ad denominationem & æqua fient 29 ce. p. 840. æqualia 319 co. quare ce. & 28.  $\frac{28}{29}$ , æquatur 11 co. quare p. rancor minne dami: valet res 5  $\frac{1}{7}$  p. & 1  $\frac{33}{106}$  & tantum habuit primus alij.

K 2 autem



autem inueniuntur faciliter replicando positionem & dando primo loco de 1 co. valorem qui est  $5\frac{1}{2}$  p. 32.  $1\frac{33}{110}$ , quare &c.

12 Dixit primus secundo si dederis partem tuorum qualis est 3. meorum habebis 10. plus tuo residuo, dixit secundus primo si dederis talem partem tuorum qualis est 4. meorum habebis 6. plus, tuo residuo, pone quod habeant 1 co. ambo igitur quando habebit primus 10. plus secundo tunc primus habebit  $\frac{1}{2}$  co. p. 5. & secundus  $\frac{1}{2}$  co. m. 5. & quando secundus habet 6. plus primo habebit  $\frac{1}{2}$  co. p. 3. & primus  $\frac{1}{2}$  co. 32. 3. igitur differentia utrorumque est 8. à plus ad minus, diuide 8. per regulam ut tantum faciant partes inuicem ductæ quantum facit 3. pars prima in 4. partem secundam & sunt 12. erit igitur per Algebra una pars 6. & alia 2. componentes 8. & producentes 12. igitur secundus dabit primo 2. cum igitur sit talis pars 2. de secundo, qualis 3. de primo, igitur erit proportio primi ad secundum veluti 3. ad 2. fac igitur tertio positionem dando primo 3 co. secundo 2 co. aufer 2. ex 2 co. remanent 2 co. m. 2. adde primo fiunt 3 co. p. 2. & hæc differentia est 10. igitur 3 co. p. 2. æquantur 2 co. p. 8. quare 1 co. valet 6. & primus habuit 3 co. igitur habuit 18. & secundus 12. & ita soluuntur per 3. positiones, quas aliter soluere est ferè impossibile fundatur autem solutio quoniam proportio totius ad totum, est veluti omnium partium consimilium ad quascunque partes consimiles.

13 Quantum ad rationem ludorum sciendum est quod in ludis non habet considerari nisi terminus ad quem & hoc in progressionem diuidendo totum per easdem partes exemplum duo ludunt ad decem vnus habet 7. alius 9. quæritur in casu diuisionis non finiendo ludum quantum quisque debet habere subtrahe 7. à 10. remanent 3. subtrahe 9. à 10. remanet 1. progressio 3. est 6. progressio 1. est 1. dabis igitur diuidendo totum depositum in 7. partes 6. partes habenti 9. & 1. partem habenti 7. ponamus igitur quod posuissent aureos 7. singuli, tunc totum depositum esset 14. ex quibus 12. contingunt habenti 9. & 2 habenti 7. ludos, quare qui habet 7. perdit  $\frac{2}{7}$  capitalis. Aliud exemplum ponamus quod ludus sit ad 10. & vnus habeat 3. alius 6. subtrahe fiunt residua 7. & 4. progressio 7. est 28. progressio 4. est 10. igitur totius summæ dabo habenti 6. ludos 28. partes, & habenti 3. dabo partes 10. & ita diuidam totum depositum in 38. partes, & ille qui habet 3. perdit  $\frac{2}{19}$  sui capitalis.

14 Ratio autem demonstratiua super hoc est quod si facta diuisione iterum ludus esset inchoandus, partes haberent deponere idem quod receperunt stante conditione, & sit in exemplo primo quod quis dicat volo ludere, hac conditione ut tu non possis vincere nisi vincas 3. sine intermissione, & si ego vinco vnum volo vincere, & deponat ille qui vult vincere 3. ludos aureos 2. quantum habet deponere alius dico

quod deponet 12. ratio nam si ad vnum ludum haberent ludere sufficeret ponere 2. & si duos, haberet ponere triplum, ratio quia vincendo simpliciter 1. ludos vinceret 4. sed hic stat cum periculo perdendi secundum victo primo, igitur lucrari debet triplum, & si ad 3. sexcuplum, quia duplicatur difficultas, igitur haberet ponere 12. & iam accepit 12. & ille 2. igitur diuisione fuit conueniuntur facta: & hoc ubi separatio esset de voluntate partium, aliter si sit causa habentis plus diuiditur per æqualia si causa habentis minus perdidit totum.

Duo ludebant. vnus ponebat 4. contra 5. 15 alius 13. contra 16. quæritur quis meliore posuit conditione, hoc fit per regulam trium: ducendo 5. in 13. fit 65. diuide per 4. exit  $16\frac{1}{4}$  & contra  $16\frac{1}{4}$  debuit ponere ille qui posuit 13. cum igitur posuerit contra 16. posuit deteriore conditione quàm ille qui posuit 4. contra 5. si vis scire quantum pro 100. die si 13. capitale producit  $\frac{1}{4}$ , quid producet 100. & producet  $1\frac{12}{13}$ , & tanto deteriore conditione posuit addit postmodum Frater Lucas quod hoc est veluti in transmutationibus & bene dixit.

Quidam vult ludere ad primum pro se, & 16 vult ponere 12. contra 1. quæritur ad quot debet ludere socius, quæras progressionem de 12. pro summa per Rem nam capio rem & diuido per æqualia fit  $\frac{1}{2}$  co. adde ad eam  $\frac{1}{2}$  per regulam fit  $\frac{1}{2}$  co. p.  $\frac{1}{2}$ , duc in 1 co. fit  $\frac{1}{4}$  ce. p.  $\frac{1}{2}$  co. æqualia 12. igitur 1 ce. p. 1 co. æqualia 24. quare res valet 32.  $24\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ , & hic est maior terminus igitur cum 32.  $24\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  sit maior 4. & minor 5. dices quod ludendo ad 4. luderet meliore conditione quàm ille qui ludit ad 1. & ludendo ad 5. luderet deteriore conditione quàm socius.

Quidam pauper ibat ad domum diuitis singulo die ut luderet aureum vnum, hoc modo, quod cum pauper perdebat aureum cessabat à ludo, si vincebat continuabat ad singulos ludos, & ille semper deponebat quantum habebat pauper vsque ad 4. ludos, deinde cessabant & sit exemplum primo ludo diues deponebat aureum, si vincebat finiebatur ludus pro illa die, si perdebat pauper habebat 2. aureos, vnde in secundo ludo deponebat diues aureos 2. si vincebat adhuc finitus erat ludus, si perdebat pauper habebat 4. aureos, vnde diues deponebat aureos etiam ipse 4. & ita in quarto ludo deponebat 8. si igitur diues vincebat, pauper amittebat 7. iam lucratos, & vnum de suis aureis si vicisset tunc auferbat 16. aureos, 15. videlicet superlucratos, quæritur igitur continuando pluribus mensibus hoc modo, pari exstente fortunâ & scientiâ ludi, quis ludit meliore conditione, & quantum pro 100. clara est responsio progressio de 4. est 10. igitur non deberet diues ponere nisi 10. aureos, & iam perdit 15. igitur peiore conditione ludit diues quam pauper, & quia 5. est medietas 10. igitur conditio est deterior 50. pro 100. continuando igitur pauper multum lucrabitur, ita quod in anno lucrabitur 182. aureos, quia dimidium depositi, quod si fortuna sit dispar etiam longe melius quia omnis proportio addita maiori



iori, & minori æqualiter, augeat magis supra maiorem quam supra minorem, & ita remotis frandibus, & scientia æquali existente, impossibile quasi esset pauperem non vincere, verum pauperes aliquando impedit timor, aut letitia, diuides autem non cum tanto affectu ludunt, & ideo securius, &c.

18 Et ex his dicamus de ludis aliquid & sunt memoratiui, veluti quando quis vult intelligere numerum excogitatum, facit vt adiciat medietatem quod si non potest facit vt compleas, deinde facit iterum adicere medietatem, & si non potest facit vt compleas, deinde proicit. 9. & quotiens proiciis totiens 4. inuenitur in numero excogitato, & causa est quia proportio 9. ad 4. est composita ex duabus sexquialteris, potest igitur accidere quadriplaciter & dabo tibi exemplum in 4. modis, cogitet primo 17. adde dimidium fit  $25\frac{1}{2}$ , & quia est fractio comple fit 26. adde fit 39, proiice 9. quater igitur duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit primo loco igitur habuit 17. addendo unitatem ad 16. cogitet secundo etiam 18. adde dimidium fit 27. dimidium fit 40.  $\frac{1}{2}$  comple fractionem fit 41. proiice 9. quater duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit secundo loco adde 2. fit igitur 18. & ita cogitauit cogitet tertio etiam 19. adde dimidium fit 28. & quia habet fractionem comple fit 29. adde dimidium fit 43.  $\frac{1}{2}$  comple fit 44. proiice 9. fit hoc quater duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit primo & secundo loco adde 3. fit numerus cogitatus 19. cogitet quarto 20. adde dimidium fit 30. adde dimidium fit 45. diuide per 9. exit 5. duc in 4. fit 20. & quia nulla fuit fractio, idem dices quod cogitauit 20. & hoc est generale. Et similiter cognoscunt annulum vbi fuerit abscissus inter plurimos homines. Et in qua manu, digito, & articulo. Et similiter inter tres res quis habeat distinguunt, cum 18. tabulis, aut lapillis. Et similiter cognoscunt cartam numero cogitatum per tertiam diuisionem in quatuor, & similiter ponit quatuor velut in tabulis in circuitu & capiunt albas dimittentes nigras, fit autem in 15. tabulis albis & totidem nigris sed potest fieri in quolibet numero, & dicitur ludus Ioseph, qui cum hoc locis vt ducunt per torrem vt illi putabant mortem inuenerunt, quia inopia premebantur cum facti tantum seruati esset, & disponunt quotquot lapillos in circuitu & per duas contrarias numerationis faciunt exire cogitatum ex illis, & hic inter ceteros non intelligentibus est mirabilis, licet sit res simplex, & sunt huius mentales & sunt vt vnus habet 1. 3. 6. potestate: alius 2. 4. 5. & vadant ad 100. aut vnus 1. 3. 5. 8. 9. alius 2. 4. 6. 7. 10. & vadant ad 100. qui perfecit vincit, & sunt magnæ inuentionis, & ego inueni æquitando & sine aliquo auxilio cum facio potes ludere & memoriam exercere, & adsunt loca fallaciarum, & triumphi, & vacua in vnoquoque, vt non minor sit ludo schacorum mentali quantum igitur longum & inutile esset infinitas numerorum differentias in ludis referre ob hæc pertransimus

Tom. IV.

ita tamen vt scias horum duorum vltimorum eum qui fit per 1. 3. 6. minorem alium qui fit per. 1. 3. 5. 8. 9. maiorem appellari, fit etiã dando. 6. 2. 1. vtrique lusori imaginando fritillum & huius memoriæ & ingenij non est finis, ita vt etiam cum ipso fritillo, non parum sit optimè luisse, fit etiam ludus transitus, fit & intercipiens, fit & ludus proportionalitatum dispositus in fine Arithmeticæ Fratris Iordani, sed de his satis.

Pertinet & ad extraordinarias quæstiones 19 adicere quasdam interrogationes vt panis in valore frumenti solidorum 100. fit vnciarum 9. quando valet solidos 140. quot debet fieri vnciarum, duc 100. in 9. fit 900. diuide per 140. fit vnciarum  $6\frac{3}{7}$ : & ideo est ac si diceret si 140. fit 100. quid fiet 9. & patet quod est conuersa in operatione ad alias est tamen in similibus regula generalis.

## C A P V T LXII.

### De Datis.

**D**ata dicuntur cognita cum ignota ex notis cognoscuntur, veluti cognosco quidem 10. & quid sit medietas, igitur cognosco etiam quid sit medietas. 10. quæ est 5.

Cognoscere qua dupliciter dicitur & omnibus his modis dicitur datum primo modo perfectè & nominatim, & hoc modo cognoscimus 7. & omnem numerum integrum, vel fractum, aut perfectè non tamen nominaliter veluti cum cognosco 3. 7. aut omnem quantitatem irrationalem, tertio modo cum cognoscimus secundum propinquum veluti cum scio cordas arcuum vel motus celestes, nam non sciuntur præcisè nisi admodum pauca & hoc modo dicimus quod hoc cognitum insensibiliter differt ab incognito quod est vera quantitas, & hoc vtuntur Astronomi, & præcipuè Ptolomæus, quarto dicimus datū inter duas quantitates notas veluti cū dicimus quod proportio circumferentiæ ad diametrum est minor quàm 22. ad 7. & maior tripla &  $\frac{10}{71}$ , & hoc est dicere quod est maior quam 223. ad 71. & hinc modus est quo vtitur Ptolomæus ad constituendam cordam vnus gradus, per cordam gradus & dimidij, & per cordam arcus trium partium ex quatuor vnus gradus, & hoc vtitur Ioannes Monte Regius contra Nicolandæ Cusa, & de his datis præfertur quidam liber Euclidi ascriptus.

His visis in quolibet quatuor modorum 2 cognoscimus aut differentiam, aut quantitatem, aut proportionem, & tunc vel differentia cognoscitur ex duabus quantitibus cognitis, aut ex duabus proportionibus cognitis, aut ex quantitate & proportionem cognitis, & similiter aut quantitas cognoscitur ex quantitate & differentia, aut quantitate & proportionem, aut ex proportionem & differentia, & similiter aut cognoscimus proportionem est duabus quantitibus, aut ex quantitate & differentia, & ita sunt 8. modi, & fit cognito, etiam in trigonis &

K 3 quantitibus



quantitatibus continuis & de his protracta-  
uit Ioannes Monte Regius.

- 3 Cum fuerint duæ quantitates cognitæ erit differentia earum cognita detrahendo minorem à maiore, quod relinquitur est differentia.
- 4 Cum fuerint duæ quantitates cognitæ, erit proportio cognita inter eas diuidendo enim vnā per aliam exit proportio diuisæ ad diuidentem.
- 5 Cum fuerit quantitas & differentia cognita, erit & reliqua cognita: addendo vel minuendo differentiam, veluti 7. excedit in 3. quantitatem aliquam, igitur illa quantitas est 4.
- 6 Cum fuerit quantitas & proportio cognita, erit & alia quantitas cognita, veluti proportio sit tripla, & numerus sit 7. duc proportionem in numerum sit 21. cognitum.
- 7 Cum fuerit quantitas & proportio cognita, erit etiam differentia cognita, nam per præcedentem erit alia quantitas cognita quare per tertiam harum differentia cognita, veluti 3. cum proportionem septupla producit 21. à 3. est 18. igitur septupla proportio cum 3. producit differentiam 18.
- 8 Cum fuerit quantitas cum differentia cognita, erit etiam proportio cognita, nam per quintam harum erit quantitas cognita: quare per quartam harum erit proportio cognita, vt sit 7. cum differentia 13, igitur addo 13. ad 7. fit 20. diuido 20. per 7. exit proportio  $\frac{20}{7}$ .
- 9 Cum fuerit proportio & differentia cognitæ, erit quantitas vtrique cognita, hoc autem fit conuenienter per algebra, veluti sit differentia duarum quantitatum 7. proportio autem tripla, tunc pone quod vnus habeat 1. co. alter habebit necessario 3. co. adde differentiam minori fiet 1. co. p. 7. æqualis 3 co. igitur 7. æquatur 2 co. igitur res valet  $3\frac{1}{2}$ , adde differentiam sit 10.  $\frac{1}{2}$  quorum proportio est tripla, potest etiam fieri per regulam sed non curo, multiplicare regulas, vbi algebra satisfacit.
- 10 Cum fuerint duæ proportionēs cognitæ erit differentia proportionum cognita, patet detrahendo vnā ab alia, altero duorum modorum, vt dictum est capitulo suo, sit autem facilliter vno modo diuidendo quantitatem vnā per ambas proportionēs, duæ exeuntes sunt in proportionē quæ est differentia, veluti sit proportio 20. ad 7. & 5. ad 3. multiplico 10. puta, per 7. & diuido per 20 exit  $3\frac{1}{2}$ , & similiter duc 3. in 10. fit 30. diuido per 5. exit 6. dico igitur quod proportio quæ relinquitur detracta vna ab alia per modum compositionis, & non aggregationis est proportio 6. ad  $3\frac{1}{2}$ , & eadem 12. ad 7. quod demonstratur ex diuisione proportionum habita in capitulo trigesimo septimo, hoc modo ducito 7. in 5. fit 35. & 3. in  $\frac{20}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{60}{35}$  20. sit 60. igitur diuidendo proportionem 20. ad 7. per proportionem 5. ad 3. exit proportio 60. ad 35 quæ est eadem cum proportionē 12. ad 7. & ad  $3\frac{1}{2}$ .
- 11 Cum fuerint duæ cognitæ duobus modis tertium quod cognoscitur non cognoscetur

nisi infirmiore modo, & hoc in omnibus veluti 7. cognoscitur perfectè & cum nomine, & 3. cognoscitur sine nomine, igitur differentia eorum, & similiter proportio sine nomine cognoscitur, & ita incognitum semper sequitur debiliorem partem, & ita area circuli dato quod diameter cognoscatur perfectè quia tamen circumferentiæ proportio ad diametrum non est cognita nisi quarto modo non cognoscetur nec area nec circumferentia nisi illo quarto modo, & ita de reliquis possibile tamen est per accidens cognosci aliquid fortiori modo quam sint illa per quæ cognoscitur, veluti sit latus trigoni ortogonij oppositum recto 7. aliud vero continens rectum sit 3. cognita ambo & sequitur quod tertium continens: angulum rectum erit 4. quod est 2. & ita cognitum perfectè & nomine, cum tamen ea per quæ fuit cognitum essent tantum cognita sine nomine, sed hoc non est nisi contingenter.

Cumque fuerit trigonus cuius sit angulus 12 & duo latera continentia nota, erunt reliqua quatuor videlicet duo anguli reliqui, latus reliquum, & area cognita si tamen angulus non sit contentus à lateribus cognitis tunc oportet scire an angulus reliquus non contentus à lateribus sit an non recto minor, tunc erunt etiam reliqua etiam cognita, cum vero fuerint duo anguli cogniti, erit proportio omnium laterum cognita, quarto cum fuerint cum hoc latus vnum cognitum erunt omnia latera non solum ex proportionē inter ipsa cognita sed etiam absolute data, quod si tria latera cognita fuerint erunt etiam tres anguli cogniti & area, cumque fuerit area cognita & duo latera cognita & angulus contentus scitus in hoc an sit acutus vel non erunt reliqua cognita, & similiter area cognita & duobus angulis erunt etiam latera cognita, & cognita area & latere & angulo, cognoscuntur reliqua, patet igitur quod tribus cognitis ex triangulo, reliqua quatuor cognoscuntur, particulariter autem hæc docentur à Ptolomæo per circuli circumscriptionē, & ab Geber & à Ioanne Monte Regio in libro de *Triangulis*, & talis cognitio plerumque est secundi modi deinde reducitur ad tertium & sunt octo regulæ.

## CAPVT LXIII.

## De Mensuris superficierum.

**O**portet circa hoc cognoscere duo, primum quod omnes superficies vel sunt trigonæ vel plurilateræ vel tetragonæ vel circulares perfectè vel irregulares.

Pro mensura agrotum intellige primò nomina longitudinalium & latitudinalium laterum: deinde superficierum: deinde quid proueniat ex vno in alterum.

Mensuræ longitudinales.

Giucata continet

12. Brachia

Brachium



Brachium continet

12. Vncias

Vncia continet

12. Puncta

Productio.

Mensuræ superficiales.

Practica continet

24. Tabulas.

Tabula continet

12. Pedes.

Pes continet

12. Vncias.

Vncia continet

12. Puncta

Punctus continet

12. Atomos.

Pertica producitur ex sex giucatis in longitudine & 4. in latitudine, aut 8. in longitudine & 3. in latitudine, aut 12. in longitudine & 2. in latitudine, & vniuersaliter cum latera producant 24. tabulas producant perticam, & hæc est maior mensura Mediolanensis licet Paduæ vrantur campis, & Romæ utebantur iugentibus, & sunt mensuræ pertica maiores, prudens autem mensurator traducet regulas inferius dicendas ad modum mensurandi suæ regionis, impossibile enim est & triduum ponere diuersitatem vias cunctarum nationum cum vna regula cunctis satisfaciat.

Giucata in Giucatam

Producit Tabulas

Giuchata in Brachia.

Producit Pedes.

Giucata in Vncias

Producit Vncias.

Giucata in Puncta

Producit Puncta.

Brachia in Brachia

Producunt Vncias.

Brachia in Vncias

Producunt Puncta.

Brachia in Puncta

Producunt Atomos.

Vncia in Vncias

Producit Atomos.

Vncia in Puncta nihil Producit sensibile multo etiam minus puncta in puncta.

2 Cum igitur figura est circularis metiaris diametrum, deinde triplica & adde septimam partem, & habebis circumferentiam, deinde duces dimidium circumferentiæ in dimidium diametri, & habebis aream. Exemplum sit diameter agri circularis quantum ratio inueniatur 28. giucatarum, tripla addendo septimam partem fient 88. giuchata, & tanta est circumferentia cuius cape dimidium & est 44. & duc in dimidium diametri quod est 14. fiunt Tabulæ 616. quas diuide per 24. exeunt perticæ 25. Tabulæ 16. & tanta fuit area illius circuli.

3 Quod si superficies data sit quatuor la-

terum præcisè & omnium angulorum rectorum, tunc duces vnum latus longitudinale in latitudinale & quod producitur est area, veluti sit area longitudinis 40. giucatarum, latitudinis 17. giucatarum, & 17. in 40. fit 680. tabulæ, diuide per 24. exeunt perticæ 28. tabulæ 8. & tantus erit ager, sed cane benè vt anguli sint præcisè recti: aliter ex minima differentia in maximum incideres errorem, & propterea bonum est operari per viam triangulorum, dimittendo etiam agrum ab angulo ad angulum directè per medium, deinde operando per viam triangulorum vt infra exemplificabo.

Quod si figura sit trigona quomodolibet 4 dummodo latera sint ex rectis lineis, tunc dimetiatis omnia & congrega ea simul, deinde aggregatum dimidiabis & ab eo dimidium cuiusque lateris seorsum detrahe & fient tria residua: deinde duc illud dimidium aggregati in residuum vnum, & productum in aliud residuum, & productum in tertium residuum, deinde accipe radicem producti & hæc erit area.

Exemplum sit in superficie A,B,C,D,E, trigonus A, B, C, quem volo metiri & sit latus ab giucare 5, brachia 4. & latus B, C, giucare 8. brachia 2. & latus A, C, giucata 10. brachia 6. tunc aggrega omnia fient giuchare 24. dimidium est giucare 12. detrahe latera singula remanebunt vt in figura.

Latera Residuum.

giuc. 5. brac. 4. giuc. 6. brac. 8

12. Giuchata giuc 8. brac. 2. giuc. 3. brac. 10

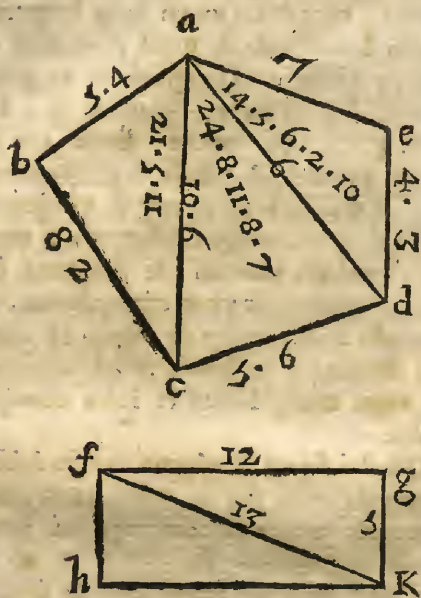
giuc. 10. brac. 6. giuc. 1. brac. 6

Multiplia igitur per modum fracti videlicet 12. in  $6\frac{2}{3}$  fit 80. nam brachia 8. sunt  $\frac{2}{3}$  vnius giuchare: duc 8. in  $3\frac{1}{6}$  secundum residuum, fiunt 306.  $\frac{1}{3}$ , ducito tertio ipsum 306  $\frac{1}{3}$  in residuum tertium quod est giuc. 1. brac. 6, vel in  $1\frac{2}{3}$  fit 460. præcisè, huius radix est tabulæ 21. pedes 5. vnciæ 11. & tanta fuit area.

Et circa hæc scire conuenit reducere partes nominatas in fractiones & econtra, veluti volo reducere tabulas 21. pedes 5. vncias 11. in tabulas & fractiones, tunc tu scis quod tabula continet 12. pedes: & pes continet 12. vncias, duc igitur 12. in 12. fit 144. igitur tabula continet 144. vncias, cum igitur sint 5. pedes erunt 60. vnciæ ducendo 12. in 5, deinde adde 11. vncias fient 71. igitur cum vnciæ in tabula sint 144. erunt Tabulæ 21. &  $\frac{71}{144}$  vnius Tabulæ.

Per idem si adessent puncta, duceres 12. in 144. & fierent 1728. puncta, & post duceres numerum pedum in 144. & vnciarum in 12. & congregares simul addendo puncta & totum esset numerator & denominator esset 1728: exemplum sint Tabulæ 5. pedes 7. vnciæ 9. puncta 6. duc 7. in 144. fiunt 1008. duc 9. in 12. fiunt 108. adde ei 1008. fiunt 1116. adde puncta 6. quæ habebas erunt 1122. & ita erunt Tabulæ 5. &  $\frac{1122}{1728}$  vel schifando Tabulæ 5. &  $\frac{187}{288}$  vnius Tabulæ.

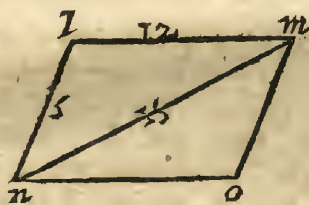




Et per contrarium sint Tabulæ 5. &  $\frac{187}{288}$  volo reducere fractionem aliam ad pedes vncias puncta semper duces numeratorem in 12. diuidendo per denominatorem.

Exemplum duco 187. in 12. fiunt 2244. diuide per 288. exeunt 7 & tot sunt pedes & supersunt 228. duc itreum 228. in 12. fiunt 2736. diuide per 288 exeunt 9. vnciæ, & supersunt 144. duc iterum 144. in 12. fiunt 1728. diuide per 288. exeunt 6. puncta præcisè & ita de aliis.

Et nota quod alij faciunt giucatam tantum 6. brachia & alij vocant quod ego dixi brachia pedes sed ego duplicaui numerum giucatæ vt seruaretur proportio vna ad alle-



uiandum laborem, & appellauit brachium quod alij dicunt pedem, ad differentiam pedis qui est superficies & duodecima pars Tabulæ ad vitandum æquiocationem, & hoc etiam Lector conaberis facere nam æqui-uocatio nominis plerumque parit aut ambiguitatem aut etiam errorem.

6 Et nota quod maior area quæ possit contineri à duabus lateribus trigoni est quando angulus contentus fuerit rectus, & quanto fuerit angulus contentus remotior à recto idest obtusior aut acutior, tanto area erit minor.

7 Cum autem fuerit mensuranda area superficiei multilateræ vt pote. A, B, C, D E, tunc resolue eam in triangulos veluti A, B, C, & A, C, D, & A, D, E, quorum primus est Tabulæ 21. pedes 5. vnciæ 11. vt probatum est, pariratione secundus. A, C, D, cum latera iuncta sint 25. dimidium 12  $\frac{1}{2}$  differentiæ laterum 2. & 3  $\frac{1}{2}$  & 7. duco 12,  $\frac{1}{2}$  in 2. fit 25. deinde in 7. fit 175. deinde in 3  $\frac{1}{2}$  fit 612  $\frac{1}{2}$  cuius æ. est colligenda hoc modo, quadrupla 612  $\frac{1}{2}$  fit 2450. deinde adde 6. nullationes fit 2450000000. cuius cape æ. quæ est 49497. a qua prolice tres

litteras à manu dextra capiendo primo dimidium quod est 24748. erit æ. 24 Tabulæ erunt Tabulæ 24. pedes 8. vnciæ 11. puncta 8. atomi 7. & similiter sciemus superficiem trigoni. A, E, D, quoniam erit productum ex dimidio laterum 209.  $\frac{1}{2}$  in residua cuius æ. est 14  $\frac{23}{50}$  vel Tabulæ 14. pedes 5. vnciæ 6. puncta 2. atomi 10. igitur aggregabimus omnes triangulos & fient perticæ 2. Tabulæ 12. pedes 8. vnciæ 4. puncta 11. atomi 5. & tanta erit superficies illa pentagona.

Quod autem hæc ratio de traingulis vera sit capiamus superficiem rectam gulam. F, G, H, K, cuius. F, G, est 12. & G, K, 5. igitur area erit 60. per dicta superius, nam & per hanc regulam erit 60. Nam diagonalis F, K, erit æ. 169. quare erit 13: igitur dimidium aggregati laterum erit 15. & residua 2. & 3. & 10. duco 15. in 2. fit 3. & 30. in 10. fit 300. & 300. in 3. fit 900. cuius æ. est 30. area trianguli, cum igitur paralelogramum componatur ex 2. & traingulis æqualibus erit area paralelogrammi 60. quod erat probandum, posset etiam demonstrari sed non est hic locus sed in libro de trigonis.

Quod autem mensura per quadrilatera 8 quæ in vsu est sit periculosa demonstratur in Romboide. L, M, N, O, cuius si duo latera inuicem multiplicentur fieret area 60. & tamen quia anguli sunt aliquantulum acuti non est tanta, cum enim diagonalis, sit 15. erit dimidium aggregati laterum 16. quare differentia 11. & 4. & 1. ducantur in 16. fiunt 704. cuius æ. est Tabulæ 26  $\frac{53}{100}$  ergo duplum est parum plus 53. tabulis, patet igitur quod esset error 7. tabularum in 60. quare ex minimo errore angulorum consequitur error sensibilis, securissima igitur est via mensurandi per trigonos & præcisè valde licet non expertis videatur aliquantulum difficilior.

Si vero superficies sit irregularis & jobli-9 quis lineis circumducta, tunc reducit ad triangulos eodem modo, sed magna cum diligentia, vt nihil sensibile extra lineas rectas relinquatur, verum operatio postmodum est eadem.

Est etiam modus mensurandi figuras aliquas particulares per regulas infra scriptas.

Trigonus cuius duo latera sint æqualia sic mensurantur, duces dimidium lateris inæqualis in se, & ipsum auferes à quadrato vnus laterum æqualium & residuum multiplicabis per quadratum dimidij lateris inæqualis producti æ. est area trianguli. Exemplum sit trigonus cuius duo latera singula sint 6. & tertium inæquale sit 10. capio dimidium 10. quod est 5. & duco in se ipsum fit 25. quadro vnum latus fit 36. aufero 25. ex 36. fit 11. residuum. duco 11. in 25. fit 175. & æ. 275. est area Trianguli.

Trigonus ortogonius cognoscitur ductis 12 inuicem lateribus angulum rectum continentibus productis medietas est area triaguli exemplum sint trigoni ortogoni latera rectum angulum continentia 3. & 4. multiplico 4. in 3. fit 12. eius medietas est 6. area Trianguli.

Pro mensuratione autem figurarum æquilateralum



æqualiterarum atque æquiangularum scias primo ex diametro circuli circumscribentis talem figuram inuenire latus ipsius figuræ, & conuerso, quod practicè cognoscitur ex tabula ista.

Diameter circuli circumscribentis. 10000.

|                        |      |
|------------------------|------|
| Latus trigoni.         | 8660 |
| Latus quadrati.        | 7071 |
| Latus pentagoni.       | 5878 |
| Latus exagoni.         | 5000 |
| Latus eptagoni.        | 4339 |
| Latus octogonui.       | 3827 |
| Latus nonanguli.       | 3420 |
| Latus Decagoni.        | 3090 |
| Latus Vndecagoni.      | 2817 |
| Latus duodecagoni.     | 2588 |
| Latus tredecagoni.     | 2394 |
| Latus quatuordecagoni. | 2225 |
| Latus quindecagoni.    | 2079 |

Cognita igitur diametro alicuius circuli si vis scire latus figuræ multiplica diametrum in numerum figuræ & perticæ 4 literas à dextra & residuum est latus superficiei & litteræ abiectione erunt partes de 10000 fractionum. exemplum sit circulus cuius diameter sit 13, volo scire latus vndecagoni multiplico 13. in 2817. fiunt 36621. abiecio 4. litteras à dextra remanent 3  $\frac{611}{1000}$  & hoc erit latus vndecagoni, & est regula generalis in omnibus.

Ad sciendum igitur aream circuli quadra diametrum, & productum multiplica per 11. & diuide per 14. exiens est area circuli. Exemplum sit circulus cuius diameter sit 10. multiplico 10. in se fit 100. deinde multiplico 100. per 11. fit 1100. diuido 1100. per 14. exeunt 78  $\frac{2}{7}$ . & tanta est area circuli cuius diameter est 10.

Pro mensurando trigono æqualitero quadrabile latus eius, & productum multiplicabis per 13. & diuide per 30. & habebis aream. Exemplum sit trigonus æquilaterus cuius vnumquodque latus sit 6. multiplico 6. in se fit 36. multiplico 36. in 13. fit 468. diuido per 30. exit 15  $\frac{4}{5}$  & tanta est area, si autem velles præcisius multiplica per 433. & diuide per 1000. quod exit est area Exemplum sit latus 6. trianguli æquilateri, multiplico in se fit 36. multiplico 36. in 433. fit 15588. diuido per 1000. exit 15  $\frac{155}{1000}$  & tanta est area trigoni valde præcisa.

Pro quadrato multiplica latus in se ipsum. & productum est area.

Exemplum si latus est 4. area erit 16. & si fit 7. area erit 49. Quadrilateri autem habentis omnes angulos rectos productio areæ fit ex duobus lateribus longitudinali latitudinali inuicem ductis vt dictum est.

Pro pentagono area constat ex ductu semidiametri circuli ei scripti in dupluncum dimidio vnius vnius lateris practicè autem sic cognoscitur multiplica latus vnum in se, & productum per 5056. & quod fit diuide per 2939. exiens est area.

Exemplum sit latus pentagoni æquilateri 10. multiplico in se fit 100. multiplico 100. in 5056. fit 505600. diuido per 2939. exit 172  $\frac{82}{2939}$  & tanta est eius area.

Pro exagono æquilatero multiplica latus in se, & productum per 13. & quod fit diuide per 5. exiens est area.

Exemplum sit latus exagoni 10. duco in se fit 100. multiplico 100. per 13. dabit 1300. diuide per 5. exeunt 260. & tanta est area exagoni.

Pro eptagono multiplico latus in se & productum in 34190. & diuide per 9413. quod exit est area.

Exemplum sit latus eptagoni 10. duco in se fit 100. multiplico 100. in 34190. fiunt 3419000. diuido per 9413. exit area eptagoni 363  $\frac{2097}{9413}$ .

Pro octogono multiplica latus in se deinde per 11780. & quod fit diuide per 2441. quod exit est area. Exemplum sit latus 10. multiplico in se fit 100. multiplico 100. in 11780. fit 1178000. diuido per 2441. exit area octogoni 482  $\frac{1418}{2441}$ . & nota quod superficies inscripti circulo est medio modo proportionalis inter quadratum inscriptibile & circumscripibile eidem circulo vt demonstrat Orontius, vnde si quis dicat, habeo circulum cuius diameter est 10. quantus erit octonus ei inscriptibilis semper multiplica 10. in se fit 100. deinde accipe dimidium 100. quod est 50. multiplica vnum per alterum fit 5000. huius cape  $\frac{2}{100}$  quæ est 70  $\frac{2}{100}$  & tanta est area octogoni.

Pro nonangulo multiplica latus in se & productum per 18075. & quod fit diuide per 2924. exiens est area nonanguli. Exemplum sit latus nonanguli 10. multiplico in se fit 100. multiplico 100. in 1875. fit 1807500. diuido per 2924. exeunt 618  $\frac{117}{2924}$ .

Pro decagono quadra latus eius, deinde multiplica in 285315. & productum diuide per 37082. exiens est area Exemplum latus decagoni sit 10. quadratum eius est 100. multiplico in 285315. fit 28531500. diuido per 37082. exit area 769  $\frac{7721}{37082}$ .

Pro vndecagono multiplica latus in se & productum in 14856. & diuide per 1587. Et exiens est area. Exemplum sit latus vndecagoni 10. duco 10. in se fit 100. multiplico 100. per 14856. fiunt 1485600. diuido per 1587. exeunt 936  $\frac{56}{1587}$ .

Pro duodecagono multiplica latus in se, inde productum per 37485. & quod fit diuide per 3349. exiens est area duodecagoni Exemplum sit latus duodecagoni 10. duco 10. in se fit 100. in 37485. fiunt 3748500. diuido per 3349. exeunt 1119.  $\frac{869}{3349}$  & tanta est area duodecagoni.

Pro tredecagono multiplica latus in se & productum per 7552. & quod fit diuide per 573. & exiens est area tredecagoni. Exemplum sit latus 10. duco in se fit 100. multiplico per 7552. fit 755200. diuido per 573. exit 1317  $\frac{359}{573}$  & tanta est area.

Pro quatuor decagono multiplica latus in se & productum per 7586. & quod fit diuide per 495. exiens est area quatuor decagoni. Exemplum sit latus eius 10. multiplico 1000. per 7586. fiunt 758600 diuido per 495. exit area 1532  $\frac{52}{495}$ .

Pro quindecagono multiplica latus in se, & productum per 635. & quod fit diuide per 36. exiens est area eius.

Exemplum



Exemplum sit latus eius 10. duco in se fit 100. multiplico 100. per 635. exit 53500. diuido per 36. exhibet area quindecagoni 1763  $\frac{8}{9}$  : qui autem vult præcisionem in surdis operetur per quadragesimum quartum capitulum.

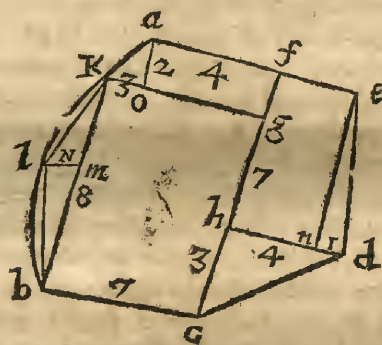
- 27 Ex his habetur regula per aream cognitâ inueniendi latus figuræ æquilateri aut circuli per operatione conuersam præcisâ & in hoc sufficient tibi duo exempla primum sit area circuli 78  $\frac{4}{7}$  volo scire diametrum multiplico 78  $\frac{4}{7}$  per 14. fiunt 1100. diuido per 11. exit 100. capio 32. 100. quæ est tanta est diameter circuli.

Secundum sit area trigoni 15  $\frac{147}{250}$  multiplico per 1000. fit 15588. diuido per 433. exit 36. capio 36. quæ est 6. & tantum fuit latus trigoni æquilateri. & ita præcise operaberis in aliis duodecim figuris per conuersum suarum regularum.

- 28 Et quia accidit inuenire quandoque proportionem maiorem quam oportet, & minorem, vt inuenias medium aggrega denominatores inuicem, & numeratores inuicem, & proportio aggregatorum est media, Exemplum volo proportionem mediam inter  $\frac{7}{10}$  &  $\frac{5}{7}$  aggrega 5. & 7. fit 12. & 10. & 7. fit 17. igitur  $\frac{12}{17}$  est minor  $\frac{5}{7}$  & maior  $\frac{7}{10}$  : & ponamus quod velim ad huc maiorem hac & minorem  $\frac{5}{7}$  adde 5. & 12. fit 17. & adde 17 & 7 fit 24. igitur  $\frac{17}{24}$  est maior quam  $\frac{12}{17}$  & minor  $\frac{5}{7}$ .

- 29 Si verò ex data circumferentia circuli velles scire aream, multiplica eam in se, & productum in 7. & totum diuide per 88. quod exit est area. Exemplum sit circumferentia circuli 10. duco 10. in se fit 100. multiplico 100. per 7. fit 700. diuido per 88. exit 7  $\frac{21}{22}$  : & tanta erit area circuli prædicti.

- Si verò velles habere katetum alicuius figuræ multiplica dimidium lateris ipsius figu-



ra in se & productum subtrahere à quadrato semidiametri circuli circumscribentis talem figuram, & residui 32. est Katetus.

- 31 Et ex his manifesta est operatio mensurantium terram alio modo videlicet reduco omnem figuram ad quadrilaterum ortogonium & trigonos ortogonios ducendo perpendiculares deinde per dicta superius inueniunt tota superficiem.

Exemplum sit figura irregularis A, B, C,

|             |                   |
|-------------|-------------------|
| K, L, B.    | 8 trigonus.       |
| K, A, O.    | 3 trigonus.       |
| K, G, B, C. | 56 quadrilaterum. |
| A, F, O, G. | 8 quadrilaterum.  |
| F, E, H, N. | 28 quadrilaterum. |

D, H, C. 7  $\frac{1}{2}$  trigonus.  
E, N, D. 3  $\frac{1}{2}$  trigonus.

Summa summarum 114 tota figura.

D, E, producant per pendiculares B, K, C, F, D, H, E, N, K, G, A, O, L, M, eritque tota superficies resoluta, aut in paralelogrāma, aut in trigonos ortogonios, fit igitur. B, K, 8. igitur & L, M, 2. erit igitur trigonus. B, L, k, ex prædictis 8. & trigonus A, O, k, 3. & superficies. B, C, K, G, 56. & superficies A, F, O, G, 8. & ita de reliquis vt vides in figura.

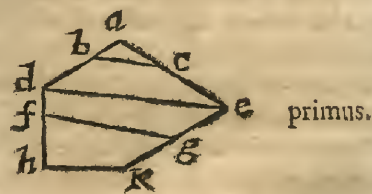
Manifestum est igitur quod resoluunt totam figuram aut in paralelogramma rectangula, aut in trigonos ortogonios, deinde in paralelogrammis multiplicant latera non opposita, sed rectum continentia, & accipiunt productum. in ortogoniis vero trigonis multiplicant latera rectum angulum continentia, & producti accipiunt medietatem prout declarauimus in exemplo & etiam in regula superiore.

Modus autem hic mensurandi est illo qui per triangulos à mediis fuit radiosior & longè fallacior, & o vtinam non haberem nisi tantum agri, quantum ex hoc modo mensurandi singulis annis à vera mensura aberratur, constat sanè modico anguli errore, 10. perticas in 300. plus vel minus accedere : anguli enim differentia cum fuerit modica incomprehensibilis est, laterum autem quantuncumque minima cognoscitur, agri mentores tamen cum suis nouempedis, ita enim dimidium giucata dicitur vulgariter trabucho, quod est brachiorum 6. ob supputandi imperitiam, hoc secundo magna euentium iactura vtuntur, primum derelinquentes modum.

#### Diuisio agrorum.

Cum volueris diuidere aliquem agrum, in duas, aut tres, aut quatuor partes, aut quotcunque volueris, vel abscindere ab agro perticas quotcunque vis, tunc hoc potest fieri tribus modis, aut ex parte anguli, aut ex parte transversali aut per lineam æquidistantem.

In primo exemplo ponamus quod velim ex parte anguli A, abscindere perticas utpote sex, per lineam B, C, aut plus per lineam de, aut plus per lineam F, G, omnes autem sunt quasi æquidistantes angulo A, & hic est primus modus.

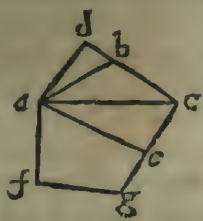


In secundo exemplo ponamus quod per lineam transversalem velim auferre partem agri: veluti per lineam A, B, vel per lineam A, C, vel per lineam A, E, quarum quilibet illarum est transversalis respectu lateris A, D, oriens ab angulo A, & hoc fiet quando vicinus qui habet agrum conterminum

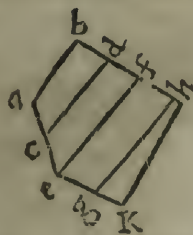


minam, habet ipsum latiore versus A, & angustiore versus B, & C, tunc abscindendo per lineam transversalem faciet agrum quadratum.

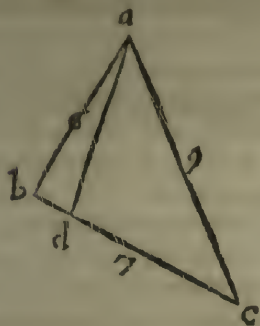
secundus.



tertius.



In tertio exemplo abscindam peticas 6. aut 10 aut 25. per lineas C, D, vel E, F, vel G, H, quarum quilibet est æquidistans lateri A, B, versus quod vicinus habet agrum suum, istis modis & non aliis diuiduntur agri & abscinduntur partes proportionales qualescumque desiderantur volo igitur docere qualiter unusquisque modus perficiatur in vnaquaque figura qualescumque forme sit sit trigona, siue quadrangula, siue pentagona, vel hexagona, vel plurium quo-



libet laterum aut sit æquilatera vel non ita quod regula tenebit in omnibus, & ad hoc faciendum intelligatur primo quomodo fiat in triangulo, & demonstratio omnium huiusmodi prodit tantum ex prima & decima septima sexti Elementorum Euclidis.

32 Ponatur igitur quod in trigono A, B, C, cuius A, B, est 6. & A, C, 5. & B, C, 7: velim per lineam transversalem abscindere duas tabulas tunc scias per præcedentia quanta sit area trigoni A, B, C, quæ est 36. quod est 21. tabule fere: deinde multiplica basim B, C, quæ est 7. in 2. tabulas quas vis abscindere sunt 14. diuide per 21. exit 2/3 & ita mensurabis 2/3 vnius giucate B, D, & produces A, D, eritque trigonus A, B, D, duarum tabularum.

33 Et similiter si per lineam à puncto A, velles abscindere decimam partem totius trigoni A, B, C, absque eo quod scias quantitatem trigoni A, B, C, tunc sufficit vt diuidas B, C, in 10. partes æquales & accipies vnam ex illis, & sit B, D, & protrahes lineam A, D, eritque trigonus A, B, D, decima pars trigoni A, B, C, eo quod B, D, est decima pars lineæ B, C, ex supposito.

34 Et ex hoc sciemus in omni trigono co-

gnitorum laterum ducta linea ab angulo A, D, basim ita quod diuidat eam in partes cognitæ quantitatem lineæ descendens veluti sit in trigono A, B, C, laterum vt supra A, B, 6. A, C, 5. B, C, 7. linea A, D, descendens ab angulo A, ita quod C, D, sit 5. & B, D, 2. dico A, D, esse cognitam: erit enim per dicta in hoc capitulo area A, B, C, trigoni 36. & area trigoni A, D, C, per regulam præcedentem 5/7 totius areæ A, B, C, quadrabo igitur 5. fit 25. multiplico in 36. 440. fit 9000. diuido per quadratum 7. & est 49. exit 36. 224 2/7: pono igitur A, C, 9. C, D, 5. & A, D, 2. co. iungo simul fiunt 14. p. 2 co. capio dimidium quod est 7. p. 1 co. detrahe latera singula remanent residua vt vides multiplica 7. m. 1 co.

in 7. p. 1 co. fiunt 49. m. 7. p. 1 co. 1 co. multiplica 1 co. p. 2. 1 co. m. 2 in 1 co. m. 2. fiunt 1 co. 1 co. p. 2 m. 4. multiplica 49. m. 7. m. 1 co. 1 co. in 1 co. m. 4. fit 53. ce.

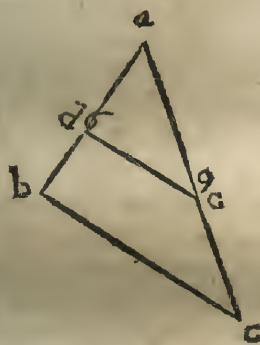
m. 1 co. ce. m. 196. cuius 36. V. est æqualis 36. 224 2/7, æqua partes fiunt 53. ce. æqualia 1 co. ce. p. 420 2/7. igitur per capitulum compositorum, rancor minue dari, res valebit 36. V. 26 1/2 m. 36. 281 2/7 & quia ad posita fuit 2 co. erit ad 36. V. 106. m. 36. 4508 2/7.

Et ex conuerso huius cognita A, D, cum 35 lateribus trigoni A, B, C, sciemus B, D, & D, C, quantæ erunt facta positione.

Et ex hac & præcedente cognita area 36 cuiuscumque trigoni, & duobus lateribus, eius cognoscemus tertium latus faciendo positionem, vt in tertia regula.

Et ex hoc cognita area & duobus lateribus, cognoscetur angulus, per circuli circumscribentis rationem à Ptolomæo prima Almagesti descriptam.

Quod si volueris ex parte anguli A, vel 38



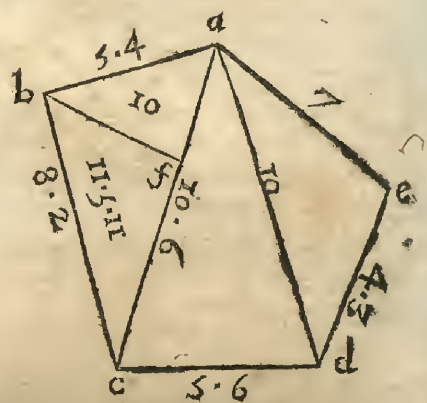
per æquidistantem lineæ B, C, abscindere gratia exempli tabulas 5. facies hoc modo accipies aream totius trigoni A, B, C, quæ est 21. tabulæ fere: tunc multiplica A, B, in se fit 36, deinde in 5. numerum areæ quarendæ fit 180. diuide 180. per 21. exeunt 8 4/7, cuius 36. est longitudo à puncto A, ad punctum D, & ibi signabis punctum distantem à puncto A, per 36. 8 4/7: & similiter multiplica A, C, in se fit 81. deinde per 5. fit 405. diuide per 21. exit 19 3/7, cuius 36. est distantia puncti E, à puncto A, produces igitur D, E, eritque trigonus A, D, E, 5. tabularum quod est propositum.

Quod si velles abscindere 1/3 vel 1/4 trigoni A, B, C, absque eo quod scires quantus foret



cognitorum laterum in quo ex parte anguli B, volo abscindere tabulas 10. produco lineam A, C, quam mensurando inuenio giuacatas 10. brachia 6. erit igitur trigonus A, B, C, aream habens tabularum 21. pedum 5. vnciarum 11. igitur per septimam regulam seies abscindere tabulas 10. per lineam æquidistantem lineæ A, C, siue angulo B, quod idem est, & erit, B, G, giuacatæ  $5\frac{57}{100}$ : & B, F, giuacatæ  $3\frac{52}{83}$ : quod constat hoc modo: nam B, C, est giuacatæ 8. brachia 2. quod est  $8\frac{1}{6}$ : duco in se fit  $66\frac{35}{36}$ : multiplico per 10. aream auferendam fiunt 666 $\frac{17}{18}$ . diuido per 21. 5. 11. & est fere  $21\frac{1}{2}$ : duplicando fit 43: diuisor de 1333  $\frac{3}{9}$ : exit  $31\frac{1}{48}$  de 1000000. exit 20833: addo ad 31000000. fit 31020833. cuius  $\frac{1}{2}$ . est  $5\frac{57}{100}$  fere & ita B, G tanta erit ex septima regula, eodem modo duco 5. 4. quod est  $5\frac{1}{3}$  in se fit  $28\frac{4}{9}$ . multiplico per 10. fit  $284\frac{4}{9}$ : diuido per 21  $\frac{1}{2}$  duplicando exit 13  $\frac{2}{9}$ : multiplico 13  $\frac{2}{9}$  per 1000000. fit 13222222. huius capio  $\frac{1}{2}$ . quæ est  $3\frac{53}{83}$  fere: & tanta erit B, F.

Quod si velles abscindere plusquam sit  
area trigoni A, B, C, utpote tabulas 30.  
tunc auferes totum trigonum A, B C, qui  
est 12.5.11. & remanebunt tabulae 8. pedes  
6. vñc. 1. tunc igitur est ac si diceris auferas  
ex superficie A, C, D, E, per lineam æqui  
distantem A, C, aream tabularum 8. pe-  
dum 6. vñciarum 1. & hoc docebo in-  
ferius quomodo fiat, quare eo facto erit tri-  
gonus A, B, C, cum illa superficie tabu-  
larum 30. prout volebamus.



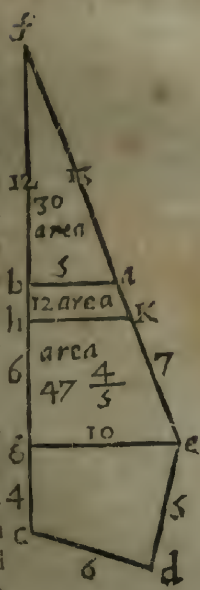
Et similiter operabimur in linea transuer-  
sali, & ponamus vt A, C, sit  $10 \frac{1}{2}$ . &  
velim auferre tabulas 10. per lineam tran-  
suerfalem ductam à puncto B, tunc cum  
per primam regulam area trigoni A, B, C,  
sit 21. 5. 11. duco 10. tabulas abscinden-  
das in A, C, quæ est  $10 \frac{1}{2}$  fit  $105 \frac{1}{2}$ , di-  
uidendo per  $21 \frac{1}{2}$  & est area ferè trigoni A,  
B, C, exit  $4 \frac{39}{43}$ . & tantum distans cader  
linea B, F, ab ipso puncto A, vel C, si  
igitur sit A, F,  $4 \frac{39}{43}$  erit trigonus A, B, F,  
10. tabularum : & si C, F, poneretur  
 $4 \frac{39}{43}$  esset trigonus B, C, F, 10. tabula-  
rum.

Quòd si velles abscindere plusquam per  
trigonus A, B, C, utpote tabulas 40. per  
lineam ductam à puncto B, tunc protrahes  
lineam à puncto B, ad punctum D, &  
scies quanta sit area trigoni B, C, D, quæ  
si sit maior quam 40. tunc abscindes ut  
feci tabulas 40 ex trigono B, C, D, per  
linam ductam A, puncto B, ad basim C,  
D, si vero trigonus B, C, D, sit minor quam  
40. tabulæ, detrahe eius quantitatem quæ sit  
exempli gratia 34. ex 40. remanebunt 6.  
tabulæ, quas auferes ex trigono B, D, E,  
ducta linea B, E, & ita de reliquis per ean-  
dem regulam non prolongabo autem ser-  
monem quia res admodum est facilis, quod  
si non intelligis indiges Magistro pro vna  
vice, semper enim auferes trigonorum are-  
am ex numero tabularum, & residuum au-  
feres per primam regulam ex trigono se-  
quenti, per lineam ductam ab angulo tuo  
ad basim, memineris, autem lineas semper  
facientes trigonos & diuidentes aream, ab  
angulo à quo vis facere diuisionem esse pro-  
ducendas.

Quod si velles ex parte lineæ A, B, per<sup>43</sup>  
lineam æquidistantem abscindere superfi-  
ciem tabularum 12. gratia exempli, & sint  
lateralia vt vides tunc produces lateralibus B, C, &  
A, E, ad partem angustiore ad quam con-  
surgere possunt, ytpote ad punctum F, &  
sit

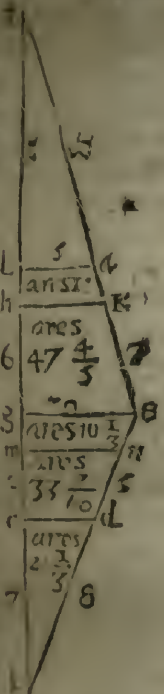


6. F. E. 20. & F. C. 22. & per lineam E. G. æqui distantem A. B. & mensurabo E. G. quæ sit grata exempli 10. & mensurabo G. F. aut G. C. ita quod ponatur F. G. cognita, quæ sit exempli gratia 11. ita igitur area trigoni F. G. L. R. 8064. & quia F. C. ponitur 25. & B. C. 13. erit F. B. 12. & B. A. huc 5. & A. E. fuit 7. & F. E. 20. igitur erit A. F. 13. quare area trigoni F. B. A. est 42. quæ videlicet 40. cui addit semper illud, quod



ita abscindere videlicet tabulas 12. sunt 42. area autem trigoni F. G. E. huc R. 8064. & est 89.  $\frac{1}{2}$  fere. Igitur abscindemus per regulam 42. tabulas, ex 89  $\frac{1}{2}$  per lineam æquidistantem G. E. & hæc necessitas æquidistantem A. B. sit igitur linea H. K. quæ facit trigonum F. H. K. 41. tabularum: cum igitur trigonus F. B. A. sit 70. tabularum, relinquuntur superficies A. B. H. K. 11. tabularum quod fuit quædam & abscindere per lineam H. K. æquidistantem A. B. ut videlicet

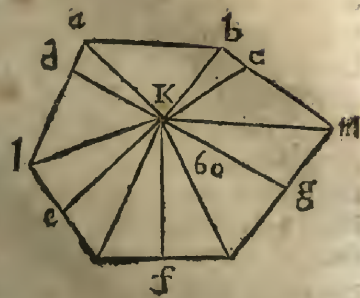
Et postquam modo quædam superficies abscindenda ex parte lateris A. B. sit maior superfluitas A. B. G. E. & videri abscindere superficiem tabularum 70. ex superficie A. B. C. D. E. quæ supposita tota tabularum 92. tunc quædam superficiem C. D. I. G. quæ est 33. & A. B. G. E. quæ est 59. & subtrahit igitur 10. ex 59. remanent tabule 49. abscindenda ex superficie C. D. I. G. completo igitur trigonum E. C. L. prodi- cendum F. A. E. D. & fuit lateris A. E. puta 11. & L. G. puta 11. ita igitur area trigoni L. G. E. tabularum 12. quare subtrahit tabu-



las 10.  $\frac{1}{2}$  51. remanent tabule 43.  $\frac{1}{2}$  igitur per septimam regulam aufero aream tabularum 43.  $\frac{1}{2}$  ex area trigoni G. E. L. quæ est 51.  $\frac{1}{2}$  per lineam æquidistantem G. E. remanet per septimam regulam L. M. N. 47. & L. N. R. 136.  $\frac{1}{2}$  erit igitur superficies L. M. N. 43.  $\frac{1}{2}$  & residua G. E. M. N. 10.  $\frac{1}{2}$  vide addita superficie G. E. M. N. ad superficiem A. B. G. E. fiet tota superficies A. B. M. N. F. tabularum 70. abscissa ex superficie A. B. C. D. E. proposita, per lineam N. æquidistantem A. B. per trigonum primum Euclidis, quod est propositum, & ita facies in omnibus superficiebus, oportet autem in hac exerceri, donec rem facilem tibi reddideris, quæ in veritate difficultate caret.

44. Vltimò sit proposita superficies qualicumque A. B. G. E. puta 6. laterum, ut vides in figura, & sit in ea punctus K. & volo per li-

neas ductas ad punctum K. diuidere in quolibet partes voluerit, pote in quinque æquales producam a puncto K. lineas K. A.



& K. B. & ad omnes angulos, quibus non apposui litteras, ad vitandam confusionem: & sit tota superficies A. B. C. E. mensurata per trigonos exempli gratia 60. quia igitur in 5. diuidenda est, erit quælibet pars 12. quare erit mensurandus quilibet trigonus terminatus ad punctum K. ex angulo. & erit ut quilibet minor quam 12. suppleri possit per lineam ductam a puncto K. per primam regulam, toties repetitam quot fuerint partes, & si triangulus sit maior abscindemus. Sit igitur trigonus A. K. B. tabularum 8. & quia debet esse 12. aufero 8. ex 12. remanet 4. diuido per æqualia sunt 2. abscindo igitur tabulas 2. ex trigono A. K. L. per lineam K. C. per primam regulam: & tabulas 2. ex trigono K. B. M. per eandem per lineam K. D. erit igitur superficies pentagona A. B. D. K. C. 12. tabularum & ita facies in reliquis.

Pro deducendis autem aquis terrarum altitudinem exactè cognoscere oportet, nam aqua non nisi ad inferius labitur. Verum & si terræ superficies rotunda sit propter tamen eius magnitudinē ad aspectum habita ratione plana esse videtur vnde secundum æquidistantē rectam lineam captanda est libratio cum enim cognouerimus æquidistantem lineā plano terræ quā facit sciemus an aqua possit deduci quod si possit quanta indiget concavitate fossa quibus impensis ac labore quā ve industria & vtilitate opus absolui possit.

Primum igitur connumerantur instrumenta tria libra vnde & vulgariter liellare dicimus dioptra & chorobates, ex his melius ac præcisius chorobates est, nam libra solis constat perpendicularis, dioptra solā aquæ concavitate, at chorobates maius est his & ex utroque constat, maius etiam artificium habet. Vtrinque autem facimus librationem, & in loco ex quo aqua deducitur & ad quē, forma autem chorobatis talis est baculus exactæ rectitudinis crassitudinis digitorum quatuor longitudinis 20. palmorum aut si fieri potest 20. pedū capiantur in eius summitatibus vasa secundum longitudinem longa quatuor digitis secundum latitudinem vnius secundum crassitudinem dimidij constituentur æqualia & perpendicularia aquæ capacia, secundum longum canula extendatur digiti latitudine rectissima per quam introspiciet liberator, in medio eius figatur baculus exactè perpendicularis cum quo possit plantari instrumentum, habeat additamenta cum perpendicularis plūbeis bina & bina ut vides transversalis autem pars in summitatibus habeat æqualiter inflexos & firmos clauos ligneos cum binis perpendicularis eruntque secundum hoc perpendicularis 8. quod si mediū etiam adiciatur ut vi-



des non malum erit oportet aut rectas lineas in directo quinque superiorum perpendicularum designare, ita ut erecto perpendicularo directe cadat super rectam lineam subtractam; ultimo adde ferreum cuspidem ut possit quouis in loco plantari usus eius talis est, plantabis ipsum iuxta locum deducendæ aquæ, ita ut per canulam a, b, inspicere possis locum ad quem deduci debet, ita ut omnes perpendiculari inter se æquidistant & à stipite: cadantque super rectas lineas implebis etiam vasa c & d ut aqua effluere non possit, sed æqualiter labra vasorum tangat tunc instrumentum recte constitutum est super terræ perficiem inspicies igitur locum alterum ad quem aquam deducere vis & videbis quanto altior aut inferior sit loco in quo es, vide etiam quantum sit inter e & f, id est, quantum instrumentum ab aqua eleuetur & scies detracta hac altitudine, loci quem inspexeris altitudinem: velut ponamus quod locus terræ inspectus sit altitudinis brachiorum 7. à terra & altitudo instrumenti sit brachiorum 2. dicemus quod locus in quo es altior est 5. brachiorum eo quem inspicis si verò locus inspectus esset altus brachij 1. cum instrumentum sit brachiorum 2. dicemus quod locus in quo es est inferior brachij 1. eo quem inspicis, quare aqua deduci non poterit, ideo oportet vicissim inspicere: diuidenda autem est differentia, inter loca, si magna sit, iterando operationem omnibus 100. aut 150. passibus & in loco, videndo debet situari homo habens baculum cum papiro alba in summitate signi, & eleuet ac deprimat, donec ille possit videre papirum, deinde figat & mensuret ut vides in figura.

Exemplum, ponamus quod velim librate spacium inter F. & K. & sit spacium passuum 400. primo ponam instrumentum in F. ut videam cartam in B. & ibi carta eleuata à terra brachiorum 6. & sit altitudo instrumenti brachiorum 2. detraho 2. ex 6. remanet 4. dico igitur quod planum in f. est altius brachiorum 4. quam planum in g. deinde eleuo instrumentum & pono in g. & hominem statuo in h. & video papirum in summitate baculi & si altitudo tunc sit brachiorum  $3\frac{1}{2}$  papiri à terra detraho 2. remanet  $1\frac{1}{2}$  & hoc addo ad 4. prius seruatum & fiet fiet  $5\frac{1}{2}$  erit igitur planum in f. altius plano in h. & video papirum existentem in k. & ponamus quod sit altitudinis brachij 1. detraho altitudinem instrumenti est quæ 2. ab 1. non possum ideo addo. 1. ad  $5\frac{1}{2}$  prius seruatum sit  $6\frac{1}{2}$  detraho 2. altitudinem instrumenti, remanet  $4\frac{1}{2}$  dico igitur quod planum in f. est altius plano in k. brachiorum  $4\frac{1}{2}$  & quod ab f. in h. descendit brachia  $5\frac{1}{2}$  sed ab h. in k. ascendit brachium 1.

Post hæc autem procedendo ex k. versus h. g. f. librabis secundum instrumenti altitudinem, & hoc quia minima declinatio instrumenti ab æqualitate æquidistantiæ, dat differentiam duorum brachiorum plus aut minus altitudinis. Postquam verò cognoueris in plano loca deducendæ aquæ & eorum altitudinem, si velis scire vter locorum altior sit ultra montem, aut citra montem

& quanto, tunc incipe à summitate montis à librando versus b. c. d. e. modo prædicto & dicamus quod a. sit altius quam e. quod est in plano brachia 87. deinde accipies ab a. librando versus K. f. g. h. donec peruenit ad planum h. & dicamus quod a. sit altius brachia 63. quam h. detrahe 63. ex 87. remanent 24. dicemus igitur quod planum h. est altius quam sit planum e. 24. brachiorum.

His cognitis debes scire quod ad deducendam aquam, ut docet Leo Baptista Albertus requiritur pro omni milliari ut locus ad quem deducitur aqua sit decliuor 10. digitis, & sunt  $\frac{1}{2}$  vnius passus, nam passus continet 80. digitos sed ad maiorem securitatem, dico quod locus ad quem aqua debet deferri debet esse  $\frac{1}{4}$  passus pro milliari decliuor loco à quo educitur, si igitur sit deducenda per millia 20. oportebit quod locus à quo educitur sit altior 5. passibus saltem quam locus ad quem educitur. Oportet autem post hæc in educenda aqua considerare tria: primum ne quamuis locus ad quem deduci debet sit longè inferior loco à quo habet educi quod loca intermedia possent esse tam alta & tam proreudi quod labor superaret omnem vtilitatem. Secundum quod licet per fossam valde cauatam aqua posset deduci, an postmodum deducta possit habere exitum aliter nec foret vltibus apta & putresceret. Tertium quod non debet deduci aqua per solum præcisè rectum nec fundum torrentis debet esse factum æquale, sed aliquantulum modo leniter se attollens, modo humiliter, nam sic aqua velocius fluit cum minore caducitate reliqua super notationes Vitruuij dicta sunt.

Ex hoc sequitur quod stante solo plano ex contrariis locis in contraria poterit deduci aqua maxime per 2. vel 3. millia patet quia poterit in fine cauati fossa per cubitum 1. aut 2. plus quam in principio, unde libella à loco ductus aquæ descendet & aqua fluat.

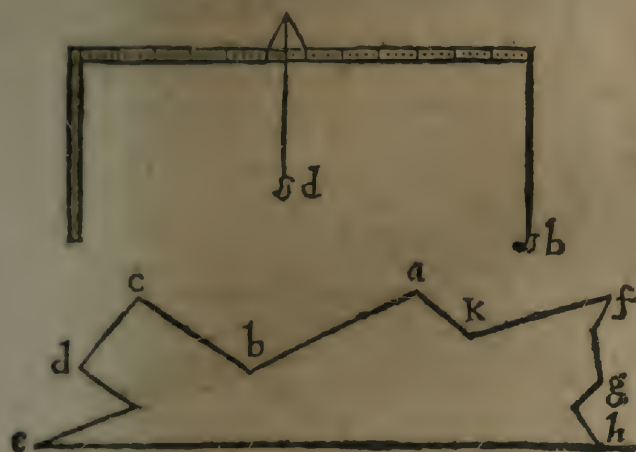
Ultimo aduertendum quod propter terræ rotunditatem cum spacium elongatur, requiritur longè maior depressio ab æquidistantia ita quod potest attingere ad  $\frac{1}{7}$  totius distantie error in libratione quartæ partis terræ vbi fieret in vna operatione.

Et post hæc conuenit, ut doceam mensurare planitiem montis quia in multis locis vsus est ut non superficies montis mensuretur, sed planum tum quia superficies magna ex parte est inutilis tum quia mons crescit & decrescit, & est res aduentitia tum quia montes non sunt fertiles, ponamus igitur ut velimus mensurare montem h, g, f, k, a, b, c, d, e, secundum lineam e, h, id est scire quantum est e, h, fundamentum montis illius: sic facies; habeas nouempedam siue giucatam 12. brachiorum ut vides ex ligno non flexibili & in capite vno fige palum orthogonaliter ut possit plantari & in capite alio suspende perpendicularum & in medio trigonum, ut vides æquilaterum, cum basi diuisa per medium cum linea rectissima & in capite trigoni sit suspensum aliud perpendicularum, ita quod cum cadit super diuisionem basis trigoni tunc instrumentum est æquidistantis vero plano montis tunc igitur fige giucatam cum palo gratia



# De Mensura superficierum. 123

exempli in A ita quod perpendicularum me-  
dum cadat super medium trigoni & dices.  
1. deinde considera vbi in directo est per-  
pendicularum extremum quod est B & ibi lige  
palum giucata & dices 2. deinde considera



vbi perpendicularum B cadit in directo & ibi  
liges palum giucatq & dices 1. & ita facies  
donec peruenias ad punctum H numerando  
interpedis & post reuerteris ad A sum-  
mitatem montis & numerabis plantando  
giucata velius punctu deinde aggregabis  
dictas mensuras & nota quod semper me-  
luis de processibus mensuratur mons descen-  
dendo quam ascendendo & ita poteris in  
longum & latum mensurare fundamentum  
collibus montis & altitudinis, sed superfi-  
cies superior montis mensuratur cum giuca-  
ta simpliciter alio artificio sicut alie pla-  
nities.

Pro mensura autem portionis circuli pri-  
mo animaduerte hanc tabulam.

Corda Arcus

| gr. | m. | gr. | m. | sec. |
|-----|----|-----|----|------|
| 1   | 0  | 1   | 0  | 2    |
| 2   | 0  | 2   | 0  | 5    |
| 3   | 0  | 3   | 0  | 10   |
| 4   | 0  | 4   | 0  | 17   |
| 5   | 0  | 5   | 0  | 30   |
| 6   | 0  | 6   | 0  | 47   |
| 7   | 0  | 7   | 1  | 9    |
| 8   | 0  | 8   | 1  | 36   |
| 9   | 0  | 9   | 2  | 12   |
| 10  | 0  | 10  | 2  | 56   |
| 11  | 0  | 11  | 3  | 50   |
| 12  | 0  | 12  | 4  | 55   |
| 13  | 0  | 13  | 6  | 23   |
| 14  | 0  | 14  | 8  | 8    |
| 15  | 0  | 15  | 9  | 57   |
| 16  | 0  | 16  | 12 | 6    |
| 17  | 0  | 17  | 14 | 32   |
| 18  | 0  | 18  | 17 | 20   |
| 19  | 0  | 19  | 20 | 21   |
| 20  | 0  | 20  | 23 | 49   |
| 21  | 0  | 21  | 27 | 54   |
| 22  | 0  | 22  | 32 | 8    |
| 23  | 0  | 23  | 36 | 53   |
| 24  | 0  | 24  | 41 | 55   |
| 25  | 0  | 25  | 47 | 33   |
| 26  | 0  | 26  | 53 | 41   |
| 27  | 0  | 28  | 1  | 7    |
| 28  | 0  | 29  | 8  | 35   |
| 29  | 0  | 30  | 16 | 47   |
| 30  | 0  | 31  | 25 | 44   |

Tom. IV.

Corda Arcus

| gr. | m. | gr. | m. | sec. |
|-----|----|-----|----|------|
| 31  | 0  | 32  | 35 | 37   |
| 32  | 0  | 33  | 46 | 2    |
| 33  | 0  | 34  | 57 | 12   |
| 34  | 0  | 36  | 9  | 33   |
| 35  | 0  | 37  | 22 | 56   |
| 36  | 0  | 38  | 37 | 23   |
| 37  | 0  | 39  | 53 | 10   |
| 38  | 0  | 41  | 10 | 5    |
| 39  | 0  | 42  | 28 | 12   |
| 40  | 0  | 43  | 48 | 5    |
| 41  | 0  | 45  | 10 | 24   |
| 42  | 0  | 46  | 32 | 14   |
| 43  | 0  | 47  | 57 | 41   |
| 44  | 0  | 49  | 24 | 45   |
| 45  | 0  | 50  | 54 | 15   |
| 46  | 0  | 52  | 26 | 20   |
| 47  | 0  | 54  | 1  | 17   |
| 48  | 0  | 55  | 39 | 35   |
| 49  | 0  | 57  | 21 | 31   |
| 49  | 30 | 58  | 13 | 54   |
| 50  | 0  | 59  | 7  | 32   |
| 50  | 30 | 60  | 2  | 38   |
| 51  | 0  | 60  | 58 | 58   |
| 51  | 30 | 61  | 56 | 42   |
| 52  | 0  | 62  | 56 | 4    |
| 52  | 30 | 63  | 57 | 6    |
| 53  | 0  | 65  | 0  | 5    |
| 53  | 30 | 66  | 4  | 59   |
| 54  | 0  | 67  | 12 | 46   |
| 54  | 30 | 68  | 23 | 4    |
| 55  | 0  | 69  | 36 | 14   |
| 55  | 30 | 70  | 53 | 16   |
| 56  | 0  | 72  | 14 | 41   |
| 56  | 20 | 73  | 12 | 19   |
| 56  | 40 | 74  | 10 | 55   |
| 57  | 0  | 75  | 13 | 23   |
| 57  | 20 | 76  | 19 | 17   |
| 57  | 40 | 77  | 19 | 25   |
| 58  | 0  | 78  | 44 | 41   |
| 58  | 15 | 79  | 45 | 11   |
| 58  | 30 | 80  | 50 | 8    |
| 58  | 45 | 82  | 0  | 40   |
| 59  | 0  | 83  | 18 | 21   |
| 59  | 15 | 84  | 47 | 0    |
| 59  | 25 | 85  | 54 | 2    |
| 59  | 30 | 86  | 30 | 53   |
| 59  | 35 | 87  | 12 | 28   |
| 59  | 40 | 87  | 57 | 14   |
| 59  | 45 | 88  | 47 | 3    |
| 59  | 50 | 89  | 47 | 25   |
| 59  | 55 | 91  | 7  | 15   |
| 59  | 57 | 91  | 60 | 49   |
| 60  | 0  | 94  | 15 | 43   |

In hac tabula tota diameter supponitur  
longitudinis 60. graduum quare supposita  
proportione circumferentiæ circuli ad dia-  
metrum vt 22. ad 7. erit dimidium circum-  
ferentiæ circuli gra. 94. m. 15. sec. 43. & est  
satis præcisa hæc operatio dato quod vera  
proportio circumferentiæ circuli ad dia-  
metrum sit quasi 245. ad 78.

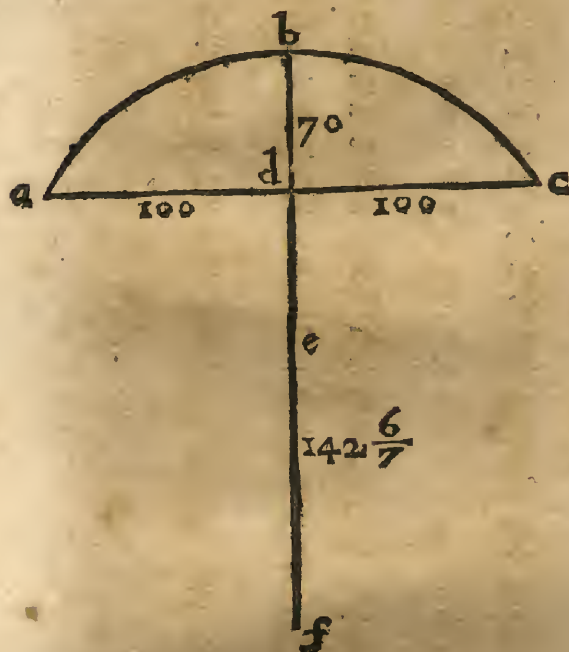
Et in hac tabula disposuimus cordas per  
gradus vsque ad 49. deinde per dimidios  
gradus vsque ad 56. & ita diminuendo vt  
apprehendatur differentia in arcu non mul-  
tum excedens vt in exemplo.

L. 2

Sic



Sit portio A. B. C. mensuranda & sit A. C. recta giucate 200. volo scire quanta sit area A. B. C. capio punctum D. medium inter A. & C. eritque D. A. 100. & simili-



ter D. C. deinde per gnomonem mensurabo lineam perpendicularem D. B. que sit 70. tunc his habitis multiplica 100. in se & est D. A. sit 10000. diuide per 70. id est per D. B. exit  $142 \frac{6}{7}$  & tanta erit F. D. complementum diametri circuli A. B. C. vbi compleretur adde igitur D. B. quæ est 70. ad D. F. quæ est  $142 \frac{6}{7}$  fiet diameter B. F. tota  $212 \frac{6}{7}$  & semidiameter E. B.  $106 \frac{3}{7}$  quare detrahendo 70. D. B. ex  $106 \frac{3}{7}$  E. B. remanebit E. D. 36.  $\frac{3}{7}$  habes igitur quantitatem linearum F. B. B. D. D. E. B. C. D. A. & D. C.

Deinde quia F. B. in tabula præcedente supponitur 60. & hic ponitur  $212 \frac{6}{7}$  dic per regulam 3. si  $212 \frac{6}{7}$  fiet 60. quid fiet 200. quod est A. C. multiplica 200. in 60. fit 12000. diuide per  $212 \frac{6}{7}$  exit gra. 56. m. 22. sec. 33. & tanta erit A. C. in tabula quare igitur arcum correspondentem cordæ tali & inuenio primo pro gra. 56. m. 20. cordæ gra. 73. m. 12. sec. 19. deinde pro 2. m. accipio  $\frac{1}{10}$  differentie sicut 2. est  $\frac{1}{10}$  de 20. m. quod est differentia proxima & erit  $\frac{1}{10}$  differentia m. 5. sec. 52. deinde pro 33. sec. capio  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{10}$  de m. 5. sec. 52. quia 33. sec. sunt  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{10}$  de 2. m. quorum differentia fuit m. 5. sec. igitur accipies talem partem horum 5. m. 52. sec. qualis est 73 12 19 33. sec. de 2. m. & est m. 1. 5 52 sec. 37. iunge omnia simul fiet arcus A. B. C. gra. 73. m. 19. sec. 48. huius semper cape dimidium & erit gra. 36. m. 39. sec. 54.

Deinde dic iterum per regulam 3. si 60. fit  $212 \frac{6}{7}$  quid fiet gra. 36. m. 39. sec. 54. multiplica gr. 36. m. 39. sec. 54. per  $212 \frac{6}{7}$  hoc modo multiplica  $212 \frac{6}{7}$  per 7. fit 1490. multiplica 1490. per gra. 36. m. 39. sec. 54. & sunt gra. 53640. m. 58110. sec. 80460. quæ reduc ad gra. m. sec. sunt gra. 54630. m. 51. hoc primo diuide per 7. quia multiplicasti per 7. exhibunt gra. 7804.

m. 24. sec. 26. hoc diuide per 60. exhibunt giucate 130. m. 4. sec. 24. quæ reuocet ad giucatas tb. vnz. puncta athomos sciendo quod vt vides 5. m. sunt 1. tb. præcise & 25. sec. sunt 1. vnz. præcise erit igitur vt 5 m. tb. 1 vnz. 0 punct. 0 atho. 0 1 m. tb. 0 vnz. 2 punct. 4. atho.  $9 \frac{1}{2}$  25 sec. tb. 0 vnz. 1. punct. 0 atho. 0 5 sec. tb. 0 vnz. 0 punct. 2. atho.  $4 \frac{3}{4}$  1 sec. tb. 0. vnz. 0 punct. atho.  $5 \frac{1}{4}$  arcus A. B. sit giucate 130. tb. 0 vnz. 10. puncti 6. athomi 9. & E. B. est giucate 106. tb. 5. vnz. 1. puncti 8. athomi 7. & E. D. giucate 36. tb. 5. vnz. 1. puncti 8. athomi 7. & A. D. giucate 100. multiplica igitur vt vides E. B. in A. B. & sunt vt vides per capitulum suum: similiter multiplica E. D. in A. D. & sit vt vides: detrahe hanc multiplica-

giuca. tb. vnz. punct. atho.

|       |      |   |    |   |   |
|-------|------|---|----|---|---|
| A. B. | 130. | 0 | 10 | 6 | 9 |
| E. A. | 106  | 5 | 1  | 8 | 7 |

tabulæ pedes vnz. punct. athomi.

|        |     |      |      |      |
|--------|-----|------|------|------|
| 13780. | 650 | 1190 | 1726 | 1904 |
|--------|-----|------|------|------|

|       |     |   |   |   |   |
|-------|-----|---|---|---|---|
| A. D. | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|-------|-----|---|---|---|---|

|       |    |   |   |   |   |
|-------|----|---|---|---|---|
| E. D. | 36 | 5 | 1 | 8 | 7 |
|-------|----|---|---|---|---|

|      |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|
| 3600 | 500 | 100 | 800 | 700 |
|------|-----|-----|-----|-----|

|       |     |      |     |      |
|-------|-----|------|-----|------|
| 10180 | 150 | 1090 | 926 | 1204 |
|-------|-----|------|-----|------|

|    |    |    |     |   |
|----|----|----|-----|---|
| 20 | 97 | 85 | 100 | 4 |
|----|----|----|-----|---|

|       |     |      |      |
|-------|-----|------|------|
| 10200 | 247 | 1175 | 1026 |
|-------|-----|------|------|

|   |    |   |
|---|----|---|
| 7 | 11 | 6 |
|---|----|---|

tionem ex altera & sit residuum tabulæ 10180. pedes 150. vnz. 1090. puncti 926. athomi 1204. quare reducendo per diuisionem 12. sunt tabulæ 10200. pedes 7. vnz. 11. puncta 6. athomi 4. & tanta est area A. B. C. portionis circuli. quod si portio sit maior semicirculo inuenias residuum per modum dictum & tale residuum detrahe ab area totius circuli cognita per diametrum ex præcedentibus regulis & residuum erit portio areæ maioris semicirculo quæ sit vt proponebatur.

Et nota quod grimaldenus & alij ponunt regulas mensurandi tales areas facilius sed error suus attingit ad 70. pro 100. vt patet experienti per hunc modum qui est certus præcisus & demonstratus in portione cuius corda est 1. gra.

Cum volueris trigono circulum quam maximum potes inscribere diuide aream trigoni propositi per dimidium aggregati laterum quod exit est semidiameter. exemplum sit trigonus cuius vnum latus sit 13. alterum 14. reliquum 15. tunc tu scis iungendo dimidiando detrahendo quod area ex multiplicatione prouenit 82.7056. que est 84. vt dixi superius aggregatum laterum trigoni est 42. cuius dimidium est 21. diuide 84. per 21. exit 4. semidiameter maximi circuli inscriptibilis tali circulo ita quod circulus tanget omnia latera circuli & non secabit diametrum igitur erit 8.

Cum volueris alicui trigono duos maximos æquales circulos inscribere ita quod non secant se inuicem sed se tangant & tangant etiam duo latera trianguli non secantia quemlibet eorum: tunc habebis aream trigoni



goni prædicta & katerum venientem à ma-  
iore angulo super latus maius & hoc ut sa-  
pientia dicit dividendo aream per dimidium la-  
terum maioris quo katero inuento diuide  
aream trigoni per dimidium laterum iun-  
ctionis cum katero & extens est semidia-  
metri circuli cuius, exemplum in trigono su-  
perius areæ fuit 84. hanc diuido  $P 7\frac{1}{2}$  di-  
midium lateris maioris exit  $11\frac{1}{2}$  katerus  
tunc igitur dimidium laterum quod fuit  
11 cum katero qui est  $17\frac{1}{2}$  fit  $32\frac{1}{2}$  diuide  
aream trigoni quæ est 84. per  $31\frac{1}{2}$  aggrega-  
bitur ex katero & dimidio aggregati laterum  
erit  $2\frac{1}{2}$  & tanta erit semidiameter vtriuf-  
que circuli inscripibilis.

10 Cum volueris in trigono maximum se-  
micirculam inscribere ita quod diameter ca-  
dat super vnum latus & circumferentia tan-  
gat reliqua latera tunc aggrega duo latera  
quæ vbi ut tangat circumferentia circuli &  
aggregati cape dimidium & per hoc dimi-  
diu diuide aream trigoni quod exit est se-  
midiameter circuli exemplum volo in trigono  
superius inscribere semicirculum ita quod  
diameter cadat super latus quod est 14. tunc  
tange 13. & 15. reliqua latera sunt 28. cape  
dimidium & est 14 diuide 84. aream trigoni  
per 14. erit 6. & hæc erit semidiameter semi-  
circuli cuius inscripibilis. Cum diameter  
in puncto lateris ita cum volueris ut per late-  
rum de 14. tange reliqua & sunt 14. & 23.  
sunt 27. cape dimidium quod est 11. diuide  
84. aream trigoni per 11. exit 7. & tanta erit semi-  
diameter circuli cuius inscripibilis & ita in omnibus  
triangulis potest maximum inscribere semi-  
circulum à quacumque parte volueris.

11 Cum volueris in aliquo circulo describe-  
re quatuor circulos maximos & æquales sic  
facies ut scis quod proportio diametri ad la-  
tus pentagoni est veluti 10. ad 32. V.  $62\frac{1}{2}$  m.  
32. 721. ponamus igitur quod diameter cir-  
culi sit 4. dic igitur per regulam 3. si 10. pro-  
duxit 32. V.  $62\frac{1}{2}$  m. 32. 721. quid produ-  
cat multiplicata 4. 171. predictam 32. V. 1000.  
m. 32. 721. diuide per 171. exit 32. V. 10.  
m. 32. 721. tanta erit latus pentagoni ut  
patet ex capitulo 25. 44. capituli habita igitur  
proportio diametri ad latus pentago-  
ni veluti 4. ad 32. V. 10. m. 32. 721. sequitur  
quod proportio quatuor diametri ad qua-  
dratum lateris pentagoni est veluti 16. ad  
10. m. 32. 721. imaginare igitur alium cir-  
culum transeuntem per omnia quinque cen-  
tra parviorum inscribendorum cuius diame-  
ter est quærenda hæc modo pone quod dia-  
meter vnius circuli parui ex illis quinque in-  
scribendis sit 1. co. & hoc est latus penta-  
goni inscripibilis circulo transeunti per  
centra quadratorum igitur est 1. co. dic ergo  
si 10. m. 32. 721. sit 16. quid fiet 1. co. mul-  
tiplica 10. m. 32. 721. per 10. m. 32. 721. hoc  
modum 10. co. in rectam quod est 10.  
32. 721. sunt 100. co. 32. 721. co. ce.  
diuide per 80. productum recti exeunt 2.  
32. 721. co. ce. & hoc est quadratum diametri  
circuli transeuntis per omnia centra paruo-  
rum circulorum & quia hæc diameter ad-  
dita diametro quod est 1. co. parui circuli  
æquatur 4. diametro totali igitur diameter  
circuli medij est 4. m. 1. co. & quadratum

ei is est 16. p. 1. co. m. 8. co. & hoc est æqua-  
le 2. co. p. 32. 721. co. ce. quare 1. co. p. 32.  
721. co. ce. p. 8. co. æquatur 16. reduc ad 1.  
co. fiet 1. co. p. co. 40. m. co. 32. 1280.  
æqualia 80. m. 32. 721. co. sequere æquationem  
per capitulum quinquagesimum primum  
diuide res habebis 20. m. 32. 721. co. multiplica  
in se fit 720. m. 32. 721. co. adde numerum  
fient 800. m. 32. 721. co. 512000. m. 32. 721. co. ab hoc  
aufer dimidium radicem quod est 20. m. 32.  
721. co. erit longitudo diametri circuli quæ sit 32.  
721. co. L. V. 800. m. 32. 721. co. 512000. m. 32. 721. co. V. 20. m. 32. 721. co. Et est sensus accipe 32.  
721. co. & 32. 721. co. & eas detrahe ex 800.  
& residui accipe 32. à qua detrahe 20. & ei  
adde 32. V. residui 32. V. est diameter quæ-  
sita.

Cum volueris inuenire diametrum cir-  
culorum 7. inscribendorum in circulo ita  
quod 6. cadant in circuitu & vnus in medio  
diuide diametrum per 3. & habebis quod  
quæris exemplum sit diameter circuli 4. di-  
uide 4. per 3. exit  $1\frac{1}{3}$  si igitur inscripseris  
circulos paruos iuxta circumferentiam cir-  
culi magni secundum quantitatem  $1\frac{1}{3}$  fa-  
cies 6. circulos paruos se contangentes æqua-  
les & in medio relinquetur spatium pro vno  
circulo æquali illis & ita erunt 7. & dicitur  
facere 10xam à similitudine.

Cum volueris scire quanta sit diameter  
circulorum 4. inscribendorum vni circulo  
diuide semper diametrum circuli magni per  
1. p. 32. 2. & quod exit est quantitas exem-  
plum sit circulus cuius diameter est 6. volo  
intra ipsum 4. circulos maximos inscribere  
& æquales diuide 6. per 1. p. 32. 2. exit 32.  
721. m. 6. & tanta est diameter cuiuslibet  
circuli inscribendi.

Cum volueris scire diametrum circulo-  
rum trium maximorum inscribendorum ali-  
cui circulo & æqualium diuide diametrum  
circuli propositi semper per 1. p. 32.  $1\frac{1}{3}$  &  
quod exit est diameter circulorum inscri-  
bendorum exemplum sit circulus cuius dia-  
meter sit 6. volo scire quanta erit diameter  
trium circulorum æqualium inscribendorum  
diuide 6. per 1. p. 32.  $1\frac{1}{3}$  exit 32. 432. m.  
18. & tanta est diameter quæ sita.

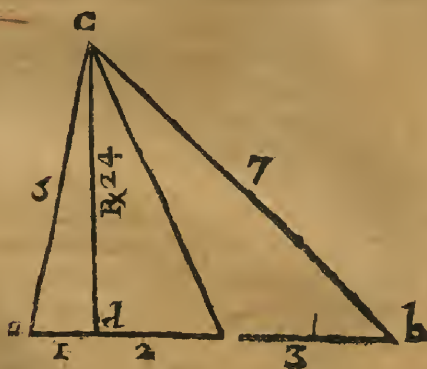
In trigono duorum æqualium laterum non  
possunt inscribi tres circuli æquales se tan-  
gentes ideo non curo. Frater Lucas per la co-  
ostendit sed illi qui sunt super basim non se  
tangunt ideo non est propria inscriptio talia  
autem quæ cadunt extra normam sunt in-  
finita & de talibus sufficit ostendere quod  
sunt per algebra sicut ostendimus superius  
de duobus circulis trigono inscribendis ve-  
rum oportet variare figuram & trahere sem-  
per lineas à centris circulorum ad bases tri-  
goni perpendiculares & continuare centra  
circulorum inuicem & tertio facere positio-  
nem de diametro vel semidiametro & hæc  
tria precepta sunt communia in omnibus fe-  
re talibus inscriptionibus inscribere autem  
tres circulos æquales trigono æquilatero  
per se clarum est nam duo inscribuntur  
per præcedentia quibus tertius etiam ne-  
cessario est æqualis quia trigonus est æqui-  
lateralis ideo regula de duobus in hoc casu  
sequit etiam tribus.



- 56 In æquilatèro trigono si quadratum libeat maximum inscribere non est dubium quod latus vnum quadrati necessario erit pars lateris trigoni quadra igitur latus trigoni & productum semper multiplica per 12. huius  $\mathcal{R}$ . capies & ab ea subtrahes triplum vnius lateris trigoni residuum est latus quadrati exemplum sit trigonus æquilaterus cuius quodlibet laterum sit 10. volo inscribere quadratum in ipso multiplica igitur 10. in se fit 100. multiplica 100. per 12. fit 1200. huius accipe  $\mathcal{R}$ . quæ est  $\mathcal{R}$ . 1200. deinde tripla 10. fit 30. detrahe 30. à  $\mathcal{R}$ . 1200. fit  $\mathcal{R}$ . 1200. m. 30. & tantum erit latus quadrati inscriptibilis.
- 57 Sit trigonus A. B. C. cuius volo manente area eadem elongare vnum latus puta A. B. item volo scire manente eadem area quod nam latus possit magis elongari & sit A. B. 6. A. C. 5. B. C. 7. pro primo quæras primo katetum C. D. venientem ad latus A. B. quod vis elongare hunc habebis, vt sæpe dixi hoc modo tu scis quod area trigoni est  $\mathcal{R}$ . 216. hanc diuide per dimidium ab quod est 3. exit  $\mathcal{R}$ . 24. & tantus est katetus C. D. huius quadratum subtrahe ex quadrato A. C. quod est 25. habebis quadratum A. D. 1. igitur A. D.  $\mathcal{R}$ . est etiam 1. igitur D. B. erit 5. cape igitur dimidium basis A. B. & est 3. detrahe ex 5. remanet 2. & est D. E. differentia videlicet loci kateti à medio basis dico igitur quod quadrando hanc differentiam & katetum id est katetus est  $\mathcal{R}$ . 24. quadra fit 24. quadra differentiam quæ est 2. fit 4. adde 24. & 4. fiunt 28. &  $\mathcal{R}$ . 28. est linea descendens ab angulo C. diuides A. B. per æqualia & hæc duplanda & fiet  $\mathcal{R}$ . 112. & A. B. potest elongari ad plus vsque ad  $\mathcal{R}$ . 112. ita quod manentibus A. C. 5. & C. B. 7. elongata A. B. vt sit  $\mathcal{R}$ . 112. manebit eadem area trigoni videlicet  $\mathcal{R}$ . 216. cum eisdem igitur lateribus 7. & 5. mutata basi vel vt sit 6. vel  $\mathcal{R}$ . 112. manet eadem area vñem facies in reliquis nam diuisa area per dimidium 7. vel 5. habebis katetum quæ quadrato & detracto à latere contermino habebis residuum cuius  $\mathcal{R}$ . est pars interiaccens latus & katetum qua detracta à dimidio habebis differentiam quadrandam & addendam kateto & totum hoc erit duplandum &  $\mathcal{R}$ . huius duplari est maxima longitudo lateris extensibilis id est basis ita quod manentibus alijs lateribus &

magis ex ipsis extendi possit circa quod nota quod quælibet duo latera trigoni cum area non permutata possunt habere duas bases vnam paruaquam subtenditur ab angulo acuto & vnam quæ subtenditur obtuso & ita si angulus sit obtusus basis potest abbreviari si acutus potest elongari non tamen potest elongari neque plus neque minus dato termino; nec abbreviari & hoc est vt sit exemplum si latera trigoni sint 5. & 7. & area  $\mathcal{R}$ . 216. ipsa potest habere duas bases vñam quæ est 6. & subtenditur angulo acuto aliam quæ est  $\mathcal{R}$ . 112. & subtenditur angulo obtuso & manebit area eadem: non potest tamen basis esse maior neque minor  $\mathcal{R}$ . 112. nisi sit 6. nec maior aut minor 6. nisi sit  $\mathcal{R}$ . 112. ita quod quælibet duo latera sibi cum area limitant duas bases vnam parua & alteram magnam ambas certas & ideo si proponamus latera cum basi maiore eadem ratione inueniemus minorem basem exemplum sit C. B. 7. C. A. 5. B. A.  $\mathcal{R}$ . 112. quæro katetum hoc modo diuido aream quæ est  $\mathcal{R}$ . 216. per dimidium B. A. quod est  $\mathcal{R}$ . 28. exit  $\mathcal{R}$ .  $7\frac{5}{7}$  & hic est katetus quadro eū fit  $7\frac{5}{7}$  detraho ex quadrato C. A. quod est 25. quia est C. A. minus C. B. &  $\mathcal{R}$ .  $7\frac{5}{7}$  est minor radice 28. detrahendo igitur  $7\frac{5}{7}$  cuius radix est D. A. hanc detraho ex  $\mathcal{R}$ . 28. quod est medietas remanet C. D.  $\mathcal{R}$ . 28. m.  $\mathcal{R}$ .  $17\frac{2}{7}$  hanc duco in se fit  $1\frac{2}{7}$  addo quadrato C. D. quod fuit  $7\frac{5}{7}$  fiet quadratum C. 9. præcisè igitur C. E. est  $\mathcal{R}$ . 9. id est 3. dupla 3. fit 6. & tanta potest esset A. B. quæ supposita fuit  $\mathcal{R}$ . 112. igitur vides qualiter ex maiore inuenimus minorem & econtra & vna semper refilit in alteram vt igitur scias causam intelligere oportet quod quantum angulus superior puta C. ex quo deducuntur perpendicularis & linea diuidens basim est obtusus semper linea diuidens basim est minor medietate basis & tunc basis potest minui & si talis angulus sit acutus semper talis linea diuidens basim est maior medietate basis & tunc basis potest augeri quia terminus vnius basis est semper duplum lineæ ypothemise diuidentis basim vt in exemplo cum basis est  $\mathcal{R}$ . 112. ypothemisa necessario est 3. videlicet dimidium 6. alterius basis sit 6. ypothemisa necessario est  $\mathcal{R}$ . 28. dimidium videlicet  $\mathcal{R}$ . 112. quæ est basis maior ita aucta basi minuitur ypothemisa & econtra ita quod sunt mutuo proportionales.

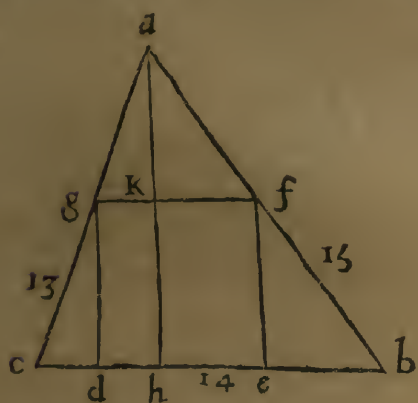
58 Et si voluerimus in quolibet trigono etiam inæqualium laterum quadratum constituere maximum super quodlibet latus scias quod istud non potest fieri in trigono habente angulum obtusum nisi super latus oppositum angulo obtuso aliter tale quadratum non contanget omnia latera in ortogonio autem fiet super latera continentia rectum & etiam super latus oppositum recto angulo in habente autem angulos acutos fiet super omne latus: & ita in trigono habente tres angulos acutos tria quadrata poterunt inscribi in habente autem angulum rectum tantum duo quia ambo illa quæ sunt super latera rectum continentia sunt vnum & idem in habente autem angulum



permutata basi nihilominus manebit eadem area & ita cognito de singulo latere quantum possit extendi cognosces latus quod



lum vnum obiectum tantum vnum quadratum potest inscribi sit igitur trigonus quia terminus vnus basis est semper duplum a b c omnia latera a b sit 13. & a c 13. & b c 14. constat quod possum super quod vult latus constituere quadratum & ut superlatus b c maximum quadratum inscripimus d e f g. ita quod tangat latera & producat a h perpendicularis quæ



erit 12. quia area trigoni est 84. & c b 14. quare dimiso 84 per 7. exit 12. hoc stante producat d e 1 co. Quare erit d e f g 12. Ducta 1 co in se: & quia c b est 14. & d e 1 co. erant residua c d & e b 14. m. 2 co. Quare multiplica dimidium eius quod est 7. m. in 1 co. & est altitudo hanc cum trigoni c d g & b e f 7 co. m. 7 co. cui addit quadratum d e f g quod fuit 1 co. fiet tota superficies g f c b  $\frac{1}{2}$  ce. 84 m. Hanc detrahe ex 84. area trigoni a b c habebis aream trigoni a g f 84. m. - ce. m. 7 co. Hanc diuide per dimidium basis g f quod est  $\frac{1}{2}$  co. exhibit a k hoc est  $\frac{84 \text{ m.}}{\frac{1}{2} \text{ co.}}$  quia a k est 12. m. 7 co. & a h 12. igitur 12. m. 1 co. æquantur illi fractioni multiplica omnia per  $\frac{1}{2}$  co. habebis 6 co. m.  $\frac{1}{2}$  ce. æqualia 84. m. m. 7 co. igitur æquantur fiet 84. æqualia 13 co. quare res valit 13. & tanta est d e; & similiter h k quare a k erit 12. Si autem vis scire f b. co. eg. id. ta seu quod trigoni a b h & h b c sunt similes. multiplica igitur f e in a b & fiet 96. diuide per a h quæ fuit 12. exit f b 8. quæ habita habes f a & reliqua.

## CAPVT LXIV.

### De Mensura corporum.

In capitulo hoc primò declarabimus li-  
ta corporum & earum differentias. Se-  
cundo superficiem corporum regularium  
quæ exteriori ambientem. Terriò superfi-  
ciem corporum æqualium non tamen re-  
gularium. Quarto quantitatem 6. corporum  
regularium. Quintò quantitatem reliquorū  
corporum æqualium non tamen regula-  
rium. Sextò, corporum irregularium ma-  
gnitudinem, nam superficies exterior nul-  
la potest nisi accidentaliter ac incertè inge-  
nio mensurari nisi ex planis tota constet  
superficiebus.

Porro corpora regularia 6. sunt: sphæ-  
ra, tetracedron, cubus, octocedron, yco-  
cedron, duodecedron; horum formam ex  
plano constituere docuimus in libro de re-  
rum varietate. Æqualia corpora non regula-  
ria sunt, laterculus, romboides, columna  
pyramis rotunda & angularis, corpus ferra-  
tile, ac denique omne corpus quod excep-  
tis basibus omnes superficies, aut habet  
parallelogrammas, aut trigonas, aut rotun-  
das.

Et nota quod sicut quadratum est men-  
sura omnium superficialium, ita cubus est  
mensura omnium corporum.

Sunt autem lineæ quarum & cognitio  
habenda est quinque, & nomine diuersi-  
ficantur ad naturā. Prima est latus, se-  
cunda diagonalis, tertia diameter, quarta  
ætetus, quinta dicitur altitudo.

Est autem latus in cubo, exempli gratia, 1  
ab angulo ad angulum linea producta dua-  
rum superficialium communis terminus  
sunt autem 12. latera in cubo, & simi-  
liter in laterculo, & romboide. Nouem  
autem in corpore ferratili siue prismate,  
in pyramide autem angulari aut columna,  
secundum multitudinem superficialium.

Diagonalis est ab angulo vnus superfi-  
ciei quadrilateræ ad angulum oppositum  
eiusdem, exterius ipsam superficiem per  
æqualia diuidens, & sunt 6. diagonales in  
cubo, & romboide, & laterculo, & 3. in  
corpore ferratili, & omnes subiacent ocu-  
lis, cum sint exterius positæ, pyramis au-  
tem trilatera, octocedron, duodecedron,  
& ycocedron, carent diagonali & propriè  
diagonalis non inuenitur nisi in corpori-  
bus habentibus quadrilateras figuras.

Diameter autem est ab angulo opposito 3  
corporis solidi: ad angulum oppositum  
Transiens per medium Corpus: vnde nec  
videri, potest nec mensurari, sunt autem  
4. diametri in cubo & similibus, & non  
inuenitur in corpore ferratili. Inuenitur &  
in octocedro, duodecedro, & ycocedro;  
& sunt tot in omni corpore quantus est  
numerus medietatis angulorum, & ideo  
non inueniuntur propriè in corporibus ha-  
bentibus impares angulos, nec possunt esse  
duæ tamen, sed vna vel tres aut plures: &  
ideo non inueniuntur in tetracedro.

Kætetus est linea veniens à centro cor-  
poris solidi ad basim siue superficiem ali-  
quam ipsius corporis perpendiculariter:  
impropriè autem ab angulo ad superfi-  
ciem perpendicularis ducta appellatur,  
vnde nec videri potest nec mensurari.

Altitudo est linea veniens à summitate 5  
corporis super planum super quod corpus  
ipsum iacet perpendiculariter: hæc autem  
linea quandoque intra ipsum corpus est,  
cum corpus super planum perpendiculi-  
ter steterit, quandoque vero est extra cor-  
pus, cum ipsum super planum suæ basis in-  
clinatum steterit, exempla horum omnium  
videbis inferius.

Si nota fuerint latera, multiplica ea in 6  
se, & aggregati æ. est linea diagonalis,  
veluti sit latus vnum 8. aliud 6. duc 8. in se  
facit 64. duc 6. in se facit 36. iunge 64. & 36.



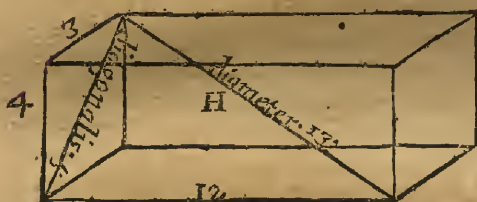
# 128 Liber Vnicus. Cap. LXIV.

faciunt 100. & R. 100. quæ est 10. est linea diagonalis.

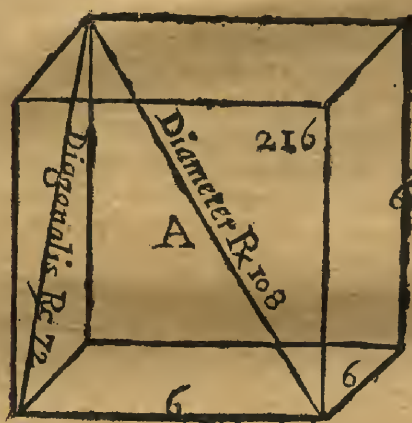
7 Si autem linea diagonalis cognita fuerit in cubo, duc eam in se, & R. dimidij est latus cubi: si autem fuerit corpus columnare, & fuerit diagonalis cognita, & vnum laterum fuerit cognitum: cognoscemus reliquum hoc modo multiplica diagonalem in se, & ab eo subtrahe quadratum lateris cogniti, & residuum erit quadratum lateris incogniti, cuius R. erit latus incognitum.

8 Si vero diagonalis fuerit cognita, & latus similiter cognitum, erit diameter cognita, ducendo diagonalem in se, & R. aggregati est diameter cubi, aut laterculi, aut columnæ quadrilateræ. Exemplum sit diagonalis 5. & latus. Tertium 12. multiplica 12. in se fit 144. multiplica 5. in se fit 25. iunge simul fient 169. cuius R. est 13. & tanta erit diameter vt patet in figura.

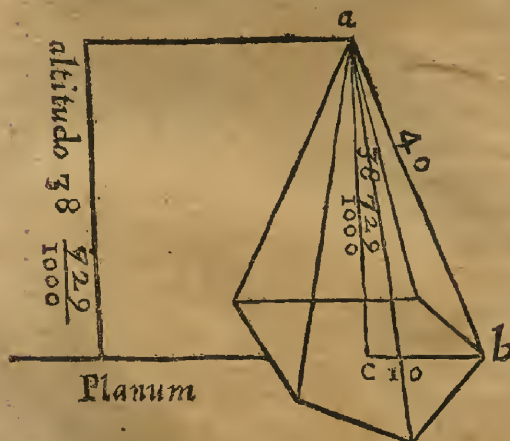
Bancum vel laterculus.



Ex his patet quod multiplicato in se latere cubi R. doptati est diagonalis cubi, & similiter sphæræ circumscribentis cubum.



9 Cum autem volueris cognoscere katetum proprie corporis regularis, quæres cen-



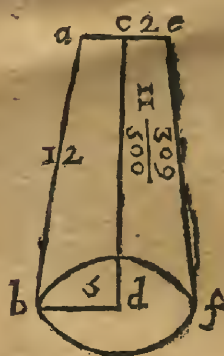
trum superficiei, id est, circuli circumscri-

bentis superficiem quod scies ex capitulo præcedenti cuius semidiametrum, à semidiametri sphæræ quadrato subtrahes, residui R. erit katetus. Verum semidiametrum sphæræ cognosces, per latus corporis circumscripti per ea quæ nunc dicam.

Altitudo autem in pyramide inclinata, 10 cognoscitur per lineam siue per pendiculum ductum à summitate pyramidis, ad planum, super quod pyramis constituta est: Altitudo autem pyramidis erectæ super planum perpendiculariter, cognoscitur duplici modo, aut per mensuram æquidistantis lineæ æqualis altitudinis cum plano, & perpendiculariter stantis super ipsum; aut detracto quadrato semidiametri circuli circumscribentis basim pyramidis à quadrato vnus lateris ipsius pyramidis, R. residui est eius altitudo.

Exemplum sit pyramidis erectæ latus quodlibet brachia 40. & sit exempli gratia vnum ex eis. a b. & sit linea. b c. prodiens à centro basis ad angulum 10. duco 40. in se fit 1600. duco 10. in se fit 100. aufero 100. de 1600. remanent 1500. cuius R. quæ est quasi 38 <sup>22</sup>/<sub>100</sub>, est longitudo kateti. Et hæc altitudo pyramidis per lineam æquidistantem in Figura.

In pyramide curta cum volueris scire 11 katetum, facies vt in exemplo sit pyramis. a b f e. curta, cuius semidiameter basis sit 5. semidiameter superioris partis sit 2. latus sit 12. subtrahe



2. à 5. remanent 3. duc 12. in 2. fit 24. diuide per tres quod fuit differentia exeunt 8. adde 8. ad 12. fient 20. & hæc est quantitas lateris a b. vbi completetur pyramis post considera quod 8. est latus pyramidis paræ, quæ deest ad complendam py-

ramidem totam, igitur multiplica 8. in se fit 64. multiplica 2. in se fit 4. subtrahe 4. ex 64. remanet 60. & R. 60. est complementum altitudinis pyramidis siue lineæ. Dico deinde per præcedentem similiter multiplica 20. in se fit 400. deinde multiplica 5. in se fit 25. subtrahe 25. de 400. remanent 375. & R. 375. est altitudo totius pyramidis vbi esset completa, & ideo detracta altitudine pyramidis deficientis quod est R. 60. ex R. 375. remanebit altitudo. c d. ferme 11 <sup>22</sup>/<sub>100</sub>. & ex hac operatione sciemus vmbras lunæ & terræ, & quantum elongantur ab vmbrosis & latitudinem vmbre in omni distantia & altitudinem solis & lunæ & magnitudinem eorum, vt in libro superius dictum est.

Pro lateribus autem quinque corporum 11 inueniendis, supposita diametro sphæræ 10. erit latus tetracedri R. 66 <sup>2</sup>/<sub>3</sub>, octocedri R. 50. cubi R. 33 <sup>1</sup>/<sub>3</sub>, yocedri R. V. 50. m. R. 500. duodecedri R. 41 <sup>2</sup>/<sub>3</sub>, corporum inscriptibilium, vt ex capitulo quadrage-

simo



siue quatuor apponit quare in lateris latere habebis lateris diametrum, per regulam 3. nam per proportionem habebis, & ducendo autem ad diametrum terminales perita diametro facies, erit in figura.

|                    |      |
|--------------------|------|
| Diametri sphaerae. | 1000 |
| Latus maiusculi.   | 8164 |
| Latus cubi.        | 5773 |
| Latus yocedri.     | 5257 |
| Latus dimidiati.   | 3568 |
| Latus octocedri.   | 7071 |

- 13 Cum autem volueris data diametre sphaerae, scire latus corporis regularis, multiplica diametrum sphaerae datae, 6. numerum corporis regularis huius positiui, & productum diuide per 1000, quod exiit est latus talis corporis. Exemplum de sphaera cuius diameter sit 7. volo cognoscere quantitatem lateris yocedri eadem inscriptibilis, multiplica 7. numerum diametri sphaerae in latus yocedri huius descriptum, quod est 5257. sunt 36714. diuide per 1000. exeunt 36.714. & tamen erit latus yocedri. De modo autem inueniendi periculis, dictum est & exemplationem per numeros tardos in capite quatuordecimo quarto.

- 14 Per hunc autem modum optando conuenienter, habito latere corporis regularis, habebis diametrum sphaerae circumscribentis tale corpus. Exemplum sit latus yocedri  $\frac{5257}{1000}$ , volo latere diametrum ducio  $\frac{5257}{1000}$  in 1000. sunt 52570, diuide per 3177. exeunt 7. & 52570 erit diameter sphaerae.

De circumscripibilibus dicemus inferius, factis nunciatum est dictum est corporum, nunc autem de vna in superficiebus dicendum est.

- 15 Proportio circuli maioris alicuius sphaerae, ad circulum minorem alterius, & similiter ambentis superficiei, ad ambientem, est veluti diametri ad diametrum duplicata. Ad alios, & alios, vel si sit proportio diametri ad diametrum ut 6. ad 4. praecise sciemus per rationem ambientium superficiei, & circumferentiarum maiorem, huiusmodi, quod si videretur diametrum, & sunt 6. & 4. erit igitur proportio illorum veluti 36. ad 16. vel quod idem est 9. ad 4.

- 16 Proportio omnium superficierum similium corporum alicuius, ad omnes superficies, vel veluti diametri ad diametrum, aut lateris ad latus duplicata praecise autem multiplicando eamqueque lateram in se, vel ducendo eam. Exemplum sint duo corpora 5. superficies duarum pentagonatarum, & 3. quadratarum, in circuitu, & sint omnes superficies vnae omnibus alterius singula singula, & latera similes, & sic latera quadratarum veluti 6. & correspondentes 5. tunc ut in prima dixi quadrata 6. sit 36. quadrata 5. sit 25. proportio earum superficierum omnium ad omnes erit ut 36. ad 25. dedit huiusmodi exemplum ut intelligeres quod regula haec tenet in omnibus corporibus similibus in superficiebus, quantumcumque differentibus.

Proportio cuiuslibet sphaerae ad sphaeram, aut corporis similis ad simile, siue pyramidis similis ad pyramidem, siue cubi, siue columnae, aut alterius cuiuslibet corporis, est veluti lateris ad latus, aut diametri ad diametrum proportio triplicata: praecise autem cubabis ambas diametros, & habebis proportionem. Exemplum sit sphaera cuius diameter sit 6. alia cuius diameter sit 4. cuba 6. facit 216. cuba 4. sit 64. erit igitur proportio corporis sphaerae ad corpus sphaerae, veluti 216. ad 64. & haec eadem est 27. ad 8. ex notis igitur diametris in proportionem sciemus proportionem corporum. Idem in lateribus sit pyramis vna cuius latus sit 3. alia similis ei ut 4. cubabis 3. sit 27. cubabis 4. sit 64. & ita maior continebit eo modo minorem sicut 64. continet 27. quod est bis &  $\frac{10}{27}$ . Idem dico de diametris corporum sicut de lateribus inuicem comparatis, & intelligo hic per corpora similia omnia corpora planarum superficierum, quorum superficies ambientes sint numero aequales, & anguli, & latera numero aequalia, & anguli solidi sint inuicem aequales, illi vnius illis alterius, aut saltem plani, & latera proportionalia: licet talia corpora plerumque sint etiam irregularia, & intelligo similiter in his columnas, & sphaeras, & ovalia corpora, & rotalia quorum superficies non egrediatur lenitatem: & sint inuicem similes: & similiter intelligo pyramides rotundas, in his omnibus regula suprascripta tenet, ut vno latere ambarum, vel diametro cognitis, sciemus proportionem corporum inuicem.

Cum volueris scire ambitum sphaerae, vno 18 co autem ambitum superficiem exteriorem, tunc quadrupla maiorem circulum & habebis ambitum. Exemplum sit area maioris circuli  $38\frac{1}{2}$ : multiplica eam per 4. sit 154. Et tanta erit superficies sphaerae. Idem habebis multiplicando diametrum per circumferentiam. Exemplum sit diameter sphaerae 7. circumferentia circuli maioris 22. multiplica 7. per 22. sunt 154. & tanta erit circumferentia exterior sphaerae: Idem si cognoueris diametrum tantum, quadra ipsum, & productum multiplica per 22. & diuide per 7. quod exit est ambitus sphaerae. Exemplum sit diameter sphaerae 7. duco in se sit 49. multiplico 49. per 22. sit 1078. diuido per 7. exit ambitus 154. ut prius. Idem per circumferentiam solam multiplicando eam in se, & productum per 7. & productum diuidendo per 22. Exemplum sit circumferentia circuli 10. duco sit 100. multiplico per 7. sit 700. diuido per 22. exeunt  $31\frac{1}{2}$ : & tanta est area exterior totius sphaerae.

Pro area autem 5. corporum scias quod 19 ipsa cognoscitur per latus suum, eo quod exempli gratia in pyramide si latus sit 6. erit per praecedens capitulum area trigoni aequilateri eius  $15\frac{1}{2}$ : cum igitur pyramis constet 4. superficiebus trigonis aequalibus, erit ambitus eius  $62\frac{1}{2}$ .

In pyramide igitur, & octocedro, & yocedro, habito latere quare aream trigoni



goni æquilateri cuius latus illud est, deinde habita area in pyramide quadruplica, in octocedro octupla, siue multiplica per 8. in ycocedro multiplica per 20. quod producit erit ambitus. In cubo autem quare quadratum lateris, & duc in 6. In duodecetro quare aream pentagoni cuius est latus deinde eam duc in 12. & habebis ambitum.

20 Practicè autem ex quadrato diametri sphaerae, cognoscuntur ambitus omnium 5. corporum prout vides à latere.

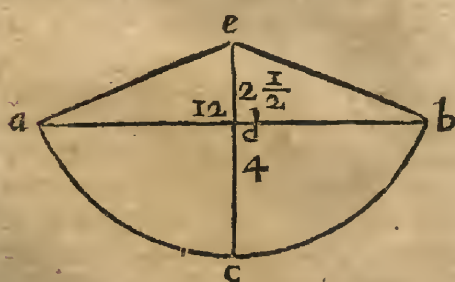
|                     |      |
|---------------------|------|
| Quadratum diametri. | 700  |
| Circuli area.       | 550  |
| Tetracedri ambitus. | 808  |
| Octocedri ambitus.  | 1212 |
| Cubi ambitus.       | 1400 |
| Ycocedri ambitus.   | 1675 |
| Duodecedri ambitus. | 1840 |
| Sphaerae ambitus.   | 2200 |

Et si volueris in omni alia diametro inuenire corporum inscripibilium ambitus, efficies illud nullo negotio. Multiplica diametrum sphaerae in se, & productum in ambitum illius corporis hic descriptum, & quod sit diuide semper per 700, & est quadratum diametri, quod exit est ambitus. Exemplum sit diameter alicuius sphaerae 6. duc in se fit 36. volo scire ambitum ycocedri, duc 36. in 1675. fiunt 60300. diuido per 700. exeunt 90. & tantus erit ambitus omnium superficierum ycocedri.

Ex his patet veritas propositionis octauæ decimiquarti euclidis quod talis est proportio omnium superficierum duodecedri ad omnes superficies ycocedri. Nam cum duxeris ambitum duodecedri in latus ycocedri, fiunt 9671042. cum autem duxeris ambitum ycocedri in latus cubi, fiunt 9669775. & sunt quasi idem, nam differentia est 1267, & hoc non est nisi septimillesima sexcentesima trigesima secunda pars, de 9669775. igitur ducendo 7632. in se fit 58247424. quare ab æqualitate proportionis non deuiat nisi per 58247424. partem vnitis: hoc autem omnino est insensibile, constat igitur opus esse exquisitissimè in paruis numeris collocaum.

Patet etiam veritas ex hoc eius quod euclides dixit, quoniam ambitus octocedri, est in sexquialtera proportionem ad ambitum tetracedri, nam 1212. est dimidio plus quam 808. præcisè.

21 Et etiam sciemus quantitatem circumferentiæ partis sphaerae vt in fontibus marmoreis. Et sit a b. 12. & d c. 4, diuide a b. per



æqualia fit 6. duc 6. in se fit 36. diuide 36.

per 4. quod exit est residuum diametri, cui adde 4. fiet tota diameter 13. habita diametro quare aream sphaerae per prædicta quæ est  $53\frac{1}{2}$ : huius accipe dimidium & est  $26\frac{1}{2}$ , deinde dic si  $6\frac{1}{2}$  semidiameter producit  $26\frac{1}{2}$  areæ, quid producet 4. duc 4. in  $26\frac{1}{2}$  fiunt 106 $\frac{1}{2}$ , diuide per  $6\frac{1}{2}$  exeunt 16 $\frac{3}{7}$ , & tanta est area circumferentiæ. a c b propositæ, nihil minus hæc regula nec demonstrari potest nec est præcisa sed quia nunc melior non succurrit & non fit error sensibilis ideo recepimus eam.

Vt autem agnoscas modum inueniendi 22 ambitus. Sit gratia exempli quærendus ambitus duodecedri, est autem eius latus 3568. quadroiplum fit 12730624. hoc multiplico per decimam sextam regulam sexagesimitertij capituli in 5056. fit 64366034944. diuide hoc per 2939. exit 21900658. & hæc est area vnus superficiei duodecedri quare cum duodecedrum habeat 12. superficies tales multiplicabimus hoc per 12. & habebis aream duodecedri 262807896. & quia hic supponimus diametrum 10000. & volumus diametrum esse tantum radicem 700. dicemus si. 100000000. quod est quadratus 10000. producit 262807896. quid producet 700. quadratum æ. 700. eo quod sicut lineæ sunt inuicem proportionatæ ita & quadrata cum superficiebus multiplica igitur 700. in 262807896. fiunt

$$\begin{array}{r} 1839 \overline{) 65527200.} \\ \underline{100000000.} \end{array}$$

$$1839 \overline{) 65527.00} \\ \underline{100000000.}$$

183965527200. diuide hoc per 100000000. exit subtrahendo .8. litteras pro 8. nullitatibus hoc 1839. cum illa fractione quam posui pro vnitate & fiet 1840. ambitus duodecedri.

Et ex hoc dabitur modus inueniendi a 23 ream cuiuslibet corporis regularis circumscriptibilis ipsi sphaerae & sit.

Exemplum in vno pro cunctis, & sit intentio quærendi ambitum exterioris duodecedri.

Iam scitum est quod latus interioris est 3568, & hoc vbi diameter sphaerae sit 10000, probauimus autem in quadragesimo quarto capitulo quod vbi diameter circuli fuerit 10. erit latus pentagoni æ. V.  $62\frac{1}{2}$  m. æ.  $781\frac{1}{4}$  & in partibus quibus diameter circuli est 10000. latus pentagoni est 5878. dic igitur si 5878. latus pentagoni producit 10000. diametrum circuli circumscriptibilis quid producet 3568, latus duodecedri multiplica 3568. in 10000. fit 35680000. diuide per 5878. exit 6070. diameter circuli ambientis pentagonum vnum duodecedri quo inuento cape eius dimidium quod est 3035. & quia katus cuiuslibet corporis regularis cadit à centro sphaerae in medium cuiuslibet superficiei ipsius corporis igitur deducto quadrato semidiametri circuli quod est 9251225. ex quadrato semidiametri sphaerae quod est 25000000. habebimus residuum 15788775. quadratum kati cuius æ. est katerus videlicet 3974. dices igitur



si katetus 3974. producit semidiametrum 5000. quid producat 5000. katetus multiplica 5000. in se fit 25000000. diuide per 3974. exit 6291. semidiameter sphaerae circumscriptibilis duodecedron exterioris eo quod semidiameter sphaerae prioris est semidiameter respectu duodecedri interioris, ita fit katetus respectu duodecedri exterioris, quare cum kateti sint proportionales semidiametris multiplicando semidiametrum sphaerae in se & diuidendo per katetum duodecedri interioris habebimus semidiametrum sphaerae circumscriptibilis duodecedron exterioris, & fuit 6291. quare diameter erit duplum videlicet 12582. hoc quadra & fit 158306724. dic igitur per regulam vigesimam huius capituli si quadratum diametri quod est 700. producat aream duodecagoni 1840. quid producat quadratum diametri quod est 158306724. multiplica igitur 158306724. in 1840. & fit 291284372160. hoc diuide per 700. exit 416120531  $\frac{21}{7}$  & tanta est area duodecedri circumscriptibilis sphaerae cuius diameter est 7000.

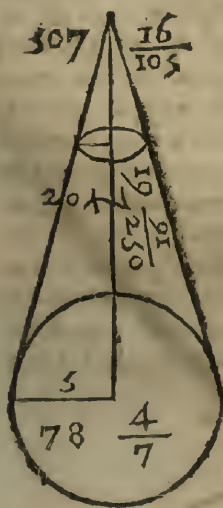
Quod si velles aream duodecedri circumscriptibilis sphaeram cuius diameter sit 700. dices si 100000000. quadratum diametri quae fuit 10000. producat aream duodecedri circumscriptibilis 416120531  $\frac{21}{7}$  quid producat 700. quadratum diametri sphaerae cuius diameter est 700. multiplica igitur 700. in 416120531  $\frac{21}{7}$  & fit vt prius 291284372160. hoc diuide per 100000000. accipiendo octo litteras & fiet area duodecedri circumscriptibilis sphaeram cuius diameter est 700. hoc 2913.

Et ex hoc venimus in cognitionem quod ambitus sphaerae sit quadruplus superficiei maioris circuli illius sphaerae, cum inuenerimus 2913. ambitum duodecedri exterioris cum 1840. ambitu interioris duodecedri sunt 4753. cuius dimidium est 2376. & quia longe maior est excessus superficiei exterioris duodecedri ad superficiei sphaerae quam superficiei sphaerae ad superficiei interioris duodecedri igitur conue-

|                             |        |
|-----------------------------|--------|
| Diameter sphaerae.          | R. 700 |
| Quadratum diametri.         | 700    |
| Area duodecedri exterioris. | 2913   |
| Area sphaerae.              | 2200   |

nit vt superficies sphaerae sit minor 2376. & ideo posita ea 2200. erit quadrupla area maioris circuli quod etiam ex aliis rebus cognoscitur; ponemus igitur aream sphaerae exterioris quadruplam circulo maiori illius sphaerae.

- 24 Et cum fuerit pyramis cuius latus fuerit 20. & semidiameter basis 5. & sit rotunda vel trigona, vel pentagona, non curio, & voluero diuidere eam in aliquo loco; ita quod area superior pyramidis curuae sit exempli gratia nona pars, tunc semper accipe R. illius partis vt pote R.  $\frac{1}{9}$  est  $\frac{1}{9}$ , deinde multiplica 5 in numeratorem  $\frac{1}{9}$  & est 5. & hoc diuide per denominatorem  $\frac{1}{9}$ , qui est 3. exit  $1\frac{2}{3}$ , & tanta debet esse diameter superficiei superioris pyramidis curuae, pro qua inue-



nienda multiplica 20: latus in  $1\frac{2}{3}$  fit  $33\frac{1}{3}$ , diuide per 5. exit  $6\frac{2}{3}$ , & tanta erit pars lateris pyramidis superioris abscindenda, & residuum erit  $13\frac{1}{3}$  latus videlicet quod remanebit.

Per hac autem 25 mediantibus regulis algebræ, poteris infinitos formare casus. Et hac de superficiebus corporum dicta sufficiant: nam reliquæ mensuræ su-

perficerum ambientium corpora siue regularia, siue irregularia, siue aqualia, siue inæqualia, habentur per mensuram laterum triangulorum, reductis superficiebus omnibus in triangulos, secundum quod docuit præcedens capitulum. Exemplum si sit corpus constans ex duabus superficiebus pentagonis, & tribus quadrilateris, & duabus exagonis & reliquis trigonis, reducam omnes in triangulos, & mensurabo omnia latera illorum, quibus cognitis per regulam triangulorum, habebō aream vniuscuiusque trianguli, iungendo, diuidendo, subtrahendo, multiplicando, &c. accipiendo: prout in præcedenti capitulo dictum est, quibus habitis si simul iungantur habebitur ambitus siue circumferentia totius corporis.

Et similiter ambitus pyramidis rotundæ fit ducta linea veniente à cono pyramidis ad periferiam circuli basis in dimidium circumferentiæ circuli basis. Quod patet ex pyramidibus 720. basium inscriptis & circumscriptis pyramidi rotundæ: & etiam quia proportio lineæ ad lineam est veluti circuli basis ad circulum basis in tota pyramide & eius medietate, vnde circulus medius pyramidis est dimidium circuli existentis in basi pyramidis quare constat quod superficies tota superior pyramidis fit ex linea veniente à cono eius ad basim extra in dimidium circumferentiæ ipsius basis exemplum fit catetus pyramidis. n. R. 375. & diameter basis 10. cape dimidium 10. quod est 5. due in se fit 25. quadra R. 375. fit 375. iunge simul sunt 400. cuius R. quæ est 20. est linea conoidalis, multiplica igitur 20. in dimidium circumferentiæ basis quod est  $15\frac{5}{7}$  fiet  $314\frac{2}{7}$  & tanta est superficies tota superior pyramidis non computata basi id est circulo.

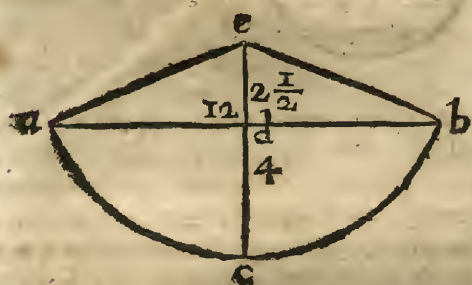
Mensura autem corporum hoc modo habetur, & primò sphaerae, due superficiem totam exteriorem in  $\frac{1}{4}$  semidiametri, producat sphaera, Exemplum sphaera cuius diameter fuit 7. habuit superficiem 154. ducito in  $1\frac{1}{2}$ , quod est sexta pars diametri, fit  $179\frac{1}{2}$ , & tantum est corpus illius sphaerae.

Et similiter qualibet pars sphaerae transi- 27 nata in centrum producit ex ductu su-



# 132 Liber Vnicus. Cap. LXIV.

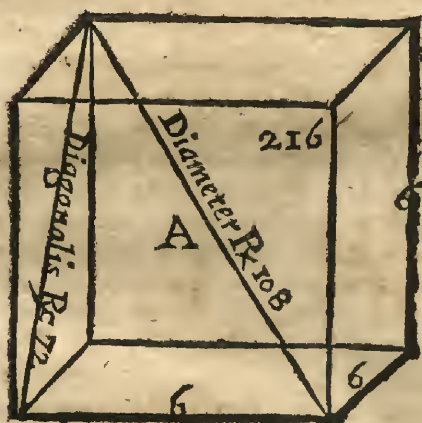
perficie in  $\frac{1}{6}$  diametri, velut si capiamus superficiem alicuius sphaerae quae sit 34. & sit diameter 7. ducemus 34. in  $\frac{1}{6}$ , fiunt  $39\frac{2}{3}$ , & tanta erit portio. A. c b. cuius a b. cognita sit & d c. eritque per 21. regulam huius ambitus a c b. cognitus & d e cognita, cumque per praecedentem corpus e a c b. imaginabile fiat ex ductu ambitus in tertiam partem e c. erit cognitum, & quia etiam corpus e a b. cognitum est sit enim ex tertia parte. d e. in circulum cuius diameter est. a b. detracto hoc ex illo remanebit corpus a c b d. cognitum.



Exemplum sit a, b, 12. & d, c, 4. erit per dicta diameter 13. quare d, e, erit  $2\frac{1}{2}$ : & circulus cuius diameter erit a, b, fiet  $113\frac{1}{7}$ : ducio in  $\frac{1}{3}$ . e, d, & est  $\frac{2}{6}$ , fiet corpus a, e, b, imaginarium  $94\frac{2}{7}$ : & quia superficies. a, c, b, fuit  $163\frac{3}{7}$  per vigesimam primam regulam, ducio in  $\frac{1}{3}$ . e, c, & est  $2\frac{1}{6}$ , producuntur  $354\frac{2}{21}$ : igitur detraho  $94\frac{2}{7}$  ab his remanet corpus a, d, b, c,  $259\frac{7}{21}$  & ita operaberis si a esset portio maior per residuum, nec tamen regula haec praecisa est ut nec vigesima prima.

Si vero esset cubus, tunc duc longitudinem in latitudinem, & productum in altitudinem, habebis corpus eius Exemplum sit cubus a, cuius longitudo sit 6. & latitudo 6. ducio 6. in se fit 36. ducio in 6. fit 216. & tantus erit cubus.

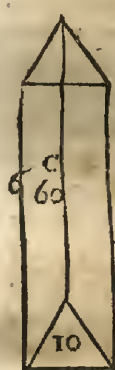
Cubus.



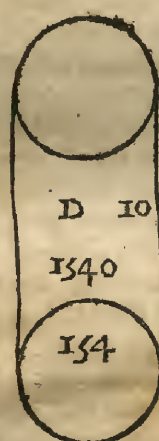
Et similiter si fuerit corpus aequidistantium superficialium stans super planum orthogonaliter, & fuerit ob longum, aut nimis altum, semper productum ex longitudine, latitudine, & profunditate, inuicem erit corpus illud: veluti sit corpus

b, ut vides longitudinem habens 10. latitudinem ut 5. altitudinem ut 6. ducio 10. in 5. fit 50. ducio 50. in 6. fit 300. & ut vniuersaliter dicam, omnium corporum quae constant ex omnibus lateralibus superficialibus aequidistantium laterum siue basis trigona fuerit, siue quadrata, siue circularis, siue pentagona, siue irregularis, siue fuerit columna quadrata, vel rotunda semper ex ductu superficie basis in altitudinem, producit corpus: & pro altitudine, intellige lineam venientem perpendiculariter a cacumine corporis ad basim.

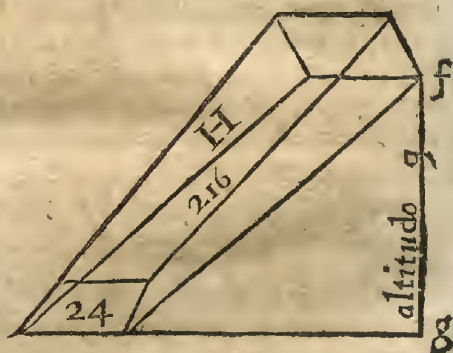
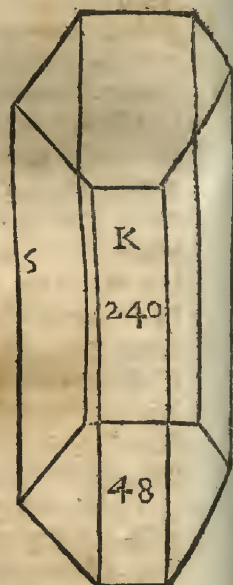
In omnibus his vna regula tenet quae in 29 cubo dicta est. Inuenies quantitatem basis, quam duces in altitudinem, quod producit corpus. Exemplum in ferratili quod constat ex duabus trigonis superficialibus, & tribus quadrilateralis, sit basis trigona 10. altitudo 6. in 10. ducio 6. fit 60.



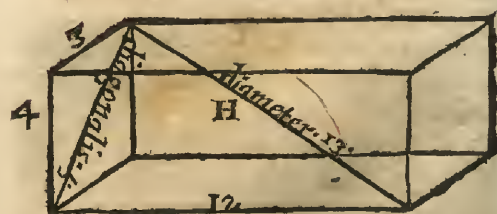
Corpus ferratile.



Columna rotunda.



Planum.



Bancum vel laterculus.

In columna rotunda d, sit basis 154. altitudo 10. ducio 10. in 154. fiunt 1540.

In

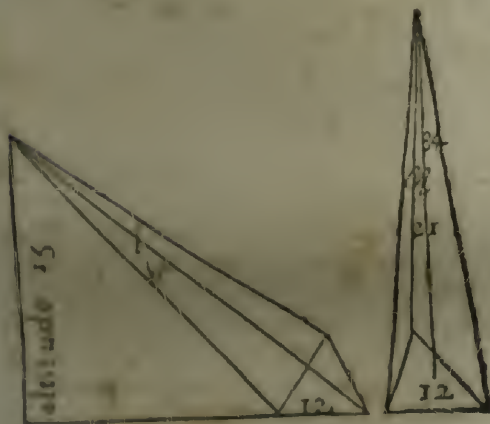


In trabe inclinata E, sit basis 24. latus 12. non ducam latus 12. in 24. sed altitudinem que sit 9. sunt 216. & tanta est trabs.

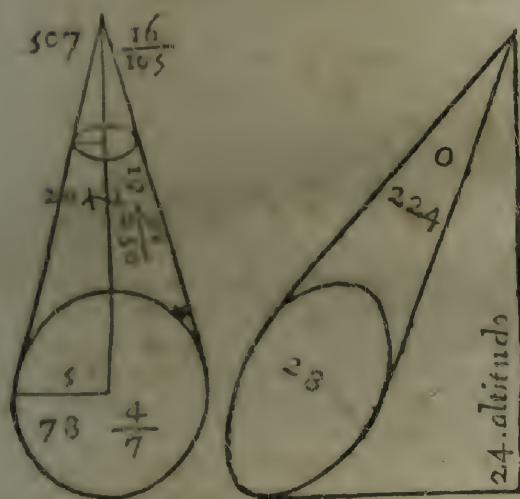
In bascho H, sit latitudo 3. longitudo 12. ducio inuicem & habeo basim 36. sit altitudo 4. ducio 4 in 36. sit 144.

In corpore irregulari cuius basis habet 6 latera inæqualia sit superficies basis 48. & altitudo 5. ducio 5. in 48. sunt 240. & tantum est corpus.

30 Si vero corpora uniformiter in acutum tendant, hoc est secundum genus ut pyramis rotunda, aut triangularis, & sint uniformes multiplica tertiam partem altitudinis in basim, & productum est quantitas corporis. Exemplum sit pyramis cuius basis sit 28. altitudo 24 capio tertiam partem de 24. & est 8. multiplico 8. in 28. producuntur 224. Et tanta est magnitudo pyramidis, o, & similiter.



Pirami      Pyramis      Pyramis  
Laterata      Laterata  
Inclinata      Recta



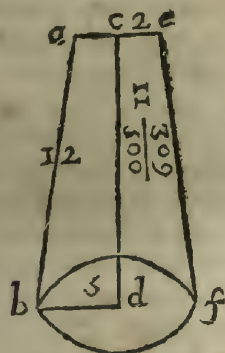
Pyramis      Pyramis  
Rotunda      Rotunda  
Recta      Inclinata

In pyramide N, cuius basis est  $78\frac{4}{7}$  : & katetus  $1\frac{16}{105}$  : accipimus tertiam partem de  $1\frac{16}{105}$  & est  $6\frac{16}{105}$  : & multiplicabimus eam in  $78\frac{4}{7}$  : & productum erit magnitudo pyramidis quæ est  $507\frac{16}{105}$  & sic de aliis.

In pyramide autem curta sciemus magnitudinem totius pyramidis, & partis deficientis, unde detracta parte deficiente

Tom. IV.

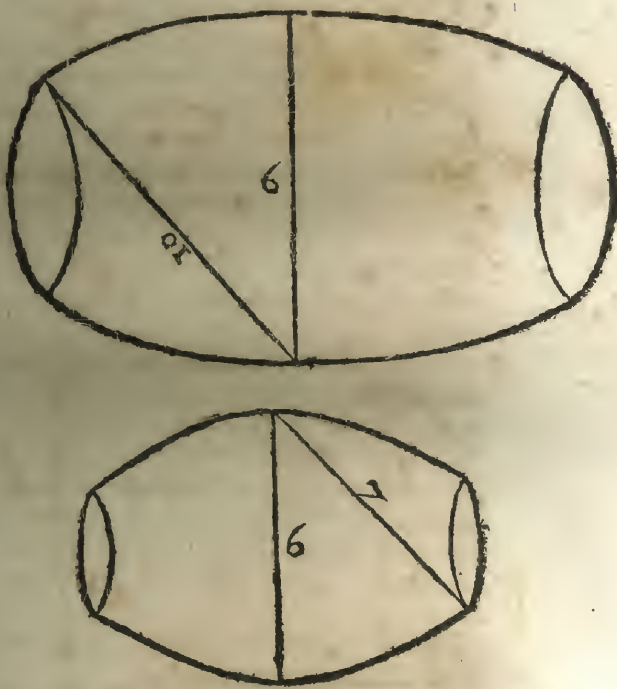
ciente a tota pyramide, remanebit pyramis curta. Exemplum sit pyramis curta cuius semidiameter basis sit 5. erit ergo area  $78\frac{4}{7}$  & katetus  $1\frac{16}{105}$ . quæ est  $29\frac{21}{25}$  cuius tertia pars est  $6\frac{16}{105}$ , ducio inuicem & sunt  $507\frac{16}{105}$  & hæc est quantitas totius pyramidis : similiter eo quod diameter



superioris partis est 4. igitur area erit 44. & quia katetus fuit  $1\frac{16}{105}$ . quæ est  $29\frac{21}{25}$  : ducimus tertiam partem de  $29\frac{21}{25}$  & est  $2\frac{16}{105}$  ferme, in 44 fient  $113\frac{11}{15}$ , detraho  $113\frac{11}{15}$  ex  $507\frac{16}{105}$  remanent  $393\frac{11}{15}$ , & tanta est pyramis curta.

Cum autem voluerimus mensurare vas vinarium, scias quod ipsum est duplum pyramidis curte, & ideo inuenies per præcedentem capacitatem medietatis, deinde duplabis eam & habebis continentiam Vasis.

Mensuratotes tamen capiant diametrum in medio vasis, & est magnitudo basis pyramidis vtriusque curte, deinde transuerso modo, deinde multiplicat transuersum in se, & post modum productum in basim, & quod exit semper respectu cuiusdam mensuræ certam seruat proportionem. Exemplum



sic vt Vas Vinarium parum contineat Bren-tam. 1. per veram mensuram nam hoc aliter haberi non potest : volo per ipsum cognoscere continentiam cuiuslibet Vasis Vinarij, cum solo baculo mensurabo vas paruum tranuersaliter vt vides, & sit 7. vlnarum, mensurabo itidem in medio & sit 6. vlnarum, multiplico 7. in se facit 49. deinde multiplico 6. in 49.

M &

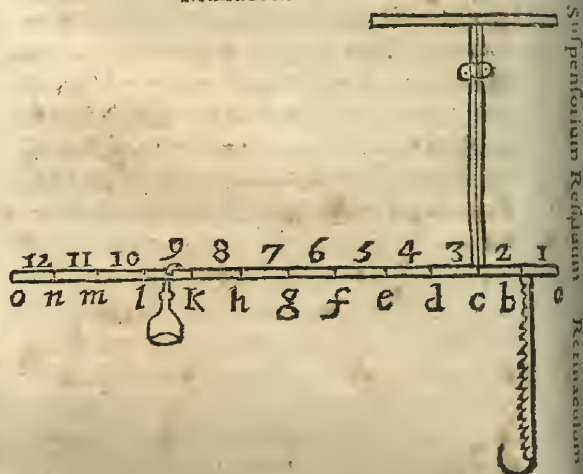


CAPVT LXVI.

De Ponderibus.

IN presenti capitulo demonstrabo tria  
Primum rationem statere secundo ordinem  
ponderum existentium in usu tertio ponde-  
rum & mensurarum antiquarum rationem.

Quantum ad primum, formabo stateram  
cum suis nominibus pro exemplo vt vides:  
Manubrium



Pirale.

& scias quod totum hoc negotium constat ex  
duabus regulis, quarum prima est quod se-  
cluso retinaculo, & pirali, talis est proportio  
manubrij sublato duplo residui ad duplum re-  
sidui qualis est ponderis annexi ad extremum  
residui per quod maneret manubrium in  
æquilibrio ad ipsum manubrium. Exemplum  
sit manubrium, A, O, ponderis librarum 12.  
& non adsit pirale, nec retinaculum, & po-  
natur primo suspendorium, C, vt vides, erit  
igitur residuum 2. dupla fit 4. aufer à 12. re-  
manet 8, dico igitur quantum proportio 8,  
ad 4, est dupla, quod si apponeretur duplum  
totius manubrij ad est libræ 24, tunc manu-  
brium remaneret in æquilibrio. Et similiter si  
suspendorium poneretur in puncto, B, tunc  
residuum esset. 1. igitur duplum residui esset, 2  
detraho 2. à 12. remanent 10. proportio 10.  
ad 2. est quintupla igitur requirentur libræ  
60. ad hoc quod manubrium staret in æqui-  
librio: tertio ponatur suspendorium in D, dico  
tunc quod residuum versus dextram erit 3.  
quare duplum erit 6. à 12. remanent 6. igitur  
cum proportio 6. ad 6. sit æqualitatis requi-  
rentur libræ 12. ad hoc vt manubrium stet  
in æquilibrio.

Ex hac regula sequitur quod si apponatur  
retinaculum in puncto B, & suspendorium in  
puncto C, tunc non considerabis pro residuo  
nisi B, C, & non totum A, C, quia pondus est  
suspendendum in directo B, & non A, mi-  
nuemus tamen pondus B, A, hoc modo, vt ca-  
piamus C, B, pro residuo, & est 1, dupla fit 2,  
subtrahe ex B, O, remanet. 9. igitur proportio  
9. ad 2. est quadrafexquialtera, igitur requi-  
rentur libræ 4. vnciæ 1. 2. nam pro nunc sup-  
ponimus baculum tantum B, O, non conside-  
rando longitudinem ab vltimo: aufero pon-  
dus A, B, & est vncia vna, igitur libræ 4. &  
vncia 1. æquabunt manubrium, suspendæ in  
retinaculo, computando tamen in hoc pon-  
dus retinaculi.

Et

& faciunt 294. dico igitur quod omnis mul-  
tiplicatio proueniens isto modo tot bre-  
tas demonstrabit quotiens numerus proueniens  
continebit 294. Exemplum in vase maiori  
sit linea tranuersalis 10. & directa 9. duco  
10. in se fit 100. duco 9. in 100. fit 900. di-  
uido per 294. exeunt  $3\frac{2}{3}$ : & ita continebit  
brentas 3. & bocalia 4. fere. Mensuratores ta-  
men quia Idiotæ sunt non multiplicant hoc  
modo, & ideo magnos committunt errores,  
verum modus quem dedimus est præcisus  
leuis & valde, pulcher. Alius modus talis est  
accipe altitudinem in medio & in extremi-  
tate & iunge simul & dimidium aggregati  
erit altitudo vera deinde quare longitudi-  
nem à foramine medio ad extremum deinde  
quadra altitudinem & productum multi-  
plica in longitudinem & hoc productum  
tot continebit brentas quotiens numerus  
hic continebit numerum productum vasis  
vnius brentæ veluti sit E, F, 4. E, H, 4. F, G,  
2. iungo E, H, & F, G, fiunt 6. capio dimidium  
quod est 3. multiplico 3. in se fit 9. multipli-  
co 9. in 4. fit 36. & hic est numerus vnius  
brentæ ponamus modo quod A, D, fit 9.  
B, C, 5. iunge fiunt 14. diuide 14. exit 7.  
duco 7. in se fit 49. ponamus autem quod A,  
B, fit 6. duco 6. in 49. fiunt 294. diuido 294.  
per 36. qui est numerus vnius brentæ exeunt  
 $8\frac{2}{3}$  & tot brentas continebit.

32 Pro corporibus autem regularibus duces  
tertiā partem kateti in ambitum eius, in-  
uentum per præcedentia, & quod producit  
est corpus. Exemplum katerus duodecedri est  
3974. posita diametro 10000. igitur posita  
diametro 3.700. erit  $10\frac{5}{100}$ . cuius tertia pars  
est  $3\frac{17}{100}$  quam duco in ambitum duodecedri  
qui fuit 1840. & fiet corpus duodecedri  $532\frac{1}{2}$ .  
Et ita in aliis.

33 Pro corporibus irregularibus fac vas cu-  
bum ligneum capiens corpus illud perfecte,  
deinde pone in eo corpus & contege ipsum  
aqua, donec vndeque tegatur, & signa-  
bis locum ad quem aqua attingit, post mo-  
dum extrahe corpus & signabis locum ad  
quem aqua decreuit, deinde multiplicabis  
differentiam primi loci à secundo in basim  
vasis, & quod producit est quantitas cor-  
poris.

34 Pro cognitione lapidum quæ requiruntur  
in ædificio sic facies, multiplica longitudi-  
nem, deinde productum in altitudinem,  
& productum serua: deinde cape vnum ex  
lapidibus, & mensura longitudinem, latitu-  
dinem, & profunditatem, & duc vnam  
per aliam, deinde diuide primum productum  
per secundum, quod exit est numerus lapi-  
dum.

Exemplum sit murus 40. brachiorum lon-  
gitudinis, & 16. altitudinis, &  
 $1\frac{1}{4}$  latitudinis, multiplica 16. 40. 16.  $1\frac{1}{4}$   
in 40. fit 640. multiplica 640.  
per  $1\frac{1}{4}$  fit 800. fit autem la-  
terculi longitudo  $\frac{2}{3}$  brachij,  
latitudo  $\frac{1}{4}$ , altitudo  $\frac{1}{6}$ . multi-  
plico  $\frac{2}{3}$  in  $\frac{1}{4}$  fit  $\frac{1}{6}$ , multiplico  
 $\frac{1}{6}$ , productum in  $\frac{1}{6}$  quod est  
altitudo, fit  $\frac{1}{36}$ , diuido 800. per  
 $\frac{1}{36}$  exeunt 28800. & tot lapi-  
des requiruntur.

|     |   |                |
|-----|---|----------------|
| 40. | 16.   | $1\frac{1}{4}$ |
|     | 640   |                |
|     | 800   |                |
|     | $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$ |                |
|     | $\frac{1}{36}$                                      |                |
|     | 800   |                |
|     | $\frac{1}{36}$                                      |                |
|     | 28800   |                |



femiun



|                              |                         |                             |
|------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| femincia<br>$\frac{1}{2}$    | duella<br>$\frac{1}{3}$ | ficilicus<br>$\frac{1}{4}$  |
| fexcula<br>$\frac{1}{6}$     |                         | dragma<br>$\frac{1}{8}$     |
| femissecla<br>$\frac{1}{12}$ |                         | tremissis<br>$\frac{1}{18}$ |
| scrupulus<br>$\frac{1}{24}$  |                         | obolus<br>$\frac{1}{48}$    |
| bissiliqua<br>$\frac{1}{72}$ |                         | ceraces<br>$\frac{1}{96}$   |
| siliqua<br>$\frac{1}{144}$   |                         | chalchus<br>$\frac{1}{192}$ |

Ciatus continet vncias 2. oxibaphus autem vncias  $3\frac{1}{4}$ , quartarius vncias  $3\frac{3}{4}$ , acetabulum vncias  $1\frac{7}{8}$ , denarius est vncia  $\frac{1}{7}$ .

10. Hæc ex ponderibus mensurarum quod si magnitudinem intelligere desideras hoc modo habent.

Sextarium continet Vncias 20. emina 10. quartarius 5, acetabulum  $2\frac{1}{2}$ , ciatus  $1\frac{1}{4}$  fere, chenix 80, congius 120. modus 320. vna 480, amphora 960, culeus 19200. & sunt libræ 1600. hæc tamen docte & copiosè pertractant, Budæus, Portius, Agricola, Alciatus, & alij viri clarissimi sed ita dissidentes vt nec ipsismet satis concordent more quodam temporum nostrorum optima ingenia potius in iacturam quam vtilitatem humani generis vertente, nam ex vetustate collapsis integris rationibus, æquiuocatione etiam verborum diuersa sentientes, in immensas ambages peruenerunt à quibus nec ipsi, nedum Lectores explicare se valeant, quamobrem magis laudandus in hoc erit Alciatus, quod compendio rem collegit ne plura perirent.

11. Iugeris autem antiqui mensura fuit pedum 120. in latitudine, & 240. in longitudine, vnde in superficie continebit pedes 28800.

Pedis longitudo vnus vt collectum est ex antiquis exemplis est talis, vt hic medietas describatur ob libelli angustiam, diuidebatur autem totus pes in Vncias 12. & in digitos 16, igitur quantum iugeris spatium hoc semipede in longitudine 480. in latitudine 240. repetito, antiquo tempore containeret, facile est comprehendere.

12. His igitur visis præstat videre quomodo paucissimis ponderibus, plurimæ libræ possint ponderari, constat autem proportionem tripla ab vno sumendo exordium. Exemplum volo pondera pro libris 100. cape pondus libræ vnus, & 3. & 9. & 27. habes igitur pondera 4. quorum summa est libræ 40. à 40. autem ad 100. sunt 60. libræ, facies igitur quintum pondus librarum 60. & ita cum 5. ponderibus ponderabis omnes libras ab 1. vsque ad 100. & ita si vellem vsque ad 300. sufficiunt pondera 6. primum 1. secundum 3. tertium 9. quartum 27. quintum 81. sextum potest poni quomodolibet dummodo non sit minus 179. libris quæ sunt residuæ, nec maius de 243. quod est triplum 81. librarum: si igitur vellem ponderare libras 200. & habeam ducta 6. pondera 1. 3. 9. 27. 81. 243. ponam

243. 27. 9. 3. ex vna parte, ex alia pondus quod vis esse librarum 200. & 81. & 1.

erunt igitur pondera hæc libræ 82. & illa 4. pondera faciunt 282. igitur remanent 200. semper igitur attendenda est in hoc tripla proportio & ex hoc sequitur quod cum 10. ponderibus potero ponderare à libra ad libram vsque ab 29524. Exemplum vsque ad 10. vides Infra. 1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2178. 6561. 198683. Et similiter in vnciis capies 1. 3. 8. & cum istis tribus ponderabis vsque ad libram. Exemplum si vis

1. habes eam si vis 2. pones 3. ab vna parte, & 1. ex alia, vis 3. habes eam si vis 4. pone 3. & 1. ab vna parte, si vis 5. pone 8. ex vna parte & 3. ex alia, si vis 6. pone 8. & 1. ex vna parte, & 3. ex alia si vis 7. pone ab vna parte 8. & 1. ex alia si vis 8. habes si vis 9. pone 8. & 1. ex vna parte si 10. pone 8. & 3. ex vna parte, & 1. ex alia, si vis 11. pone 8. & 3. ex vna parte, si vis 12. pone omnes, videlicet 8. 3. 1. ex vna parte: & ita de decem ponderibus librarum supradictis vt perficias omnem numerum ab 1. vsque ad 29524. veruntamen oportet esse exercitatum aliquid in hoc & est res satis pulchra.

|   |   |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 4 |
| 5 | 5 |
| 6 | 6 |
| 7 | 7 |
| 8 | 8 |

Semipedis Vncia.

## CAPVT LXVI.

### De Quæstionibus Arithmeticis super capitula præcedentia.

I Vnge tot  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$  quod faciant  $\frac{7}{8}$  aut  $\frac{9}{8}$ . casus est impossibilis quia 19. & 7. 1. numeratores sunt numeri primi, vnde  $\frac{7}{8}$  &  $\frac{9}{8}$  non possunt schissari cum igitur 8. sit maior de 2. & 3. & 4. ideo casus est impossibilis.

Iunge tot  $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7}$  quod faciant  $\frac{2}{3}$  casus est etiam impossibilis, quia denominatores qui sunt 5. & 7. primi ad 3. igitur cum 5. & 7. sint duo numeri oportet vt fractio aggreganda excedat 2. sed  $\frac{2}{3}$  est minor igitur quæstio est impossibilis.

Iunge tot  $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7}$  quod faciant  $\frac{22}{7}$ , quæstio est possibilis quia 6. & 5. sunt primi ad 7. &  $\frac{22}{7}$  sunt plusquam duo auferes igitur 2. ex  $\frac{22}{7}$  remanent  $\frac{8}{7}$  &  $\frac{5}{7}$  &  $\frac{6}{7}$ .

Iunge tot  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$  quod faciant  $\frac{13}{4}$ . eadem ratione quæstio est possibilis, & sunt aliqui in arte magni qui his friuolis facilliter implicantur.

Inferre tot  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$  quod faciant  $\frac{17}{8}$ , multiplica 2. 3. 4. inuicem faciunt 24 diuide 24. per



per 8. exit 3. multiplica 3. in 7. fit 21. di-  
de 21. per 4. exit 5. & supersunt 1. quem su-  
perpone ad 4. fit  $\frac{1}{4}$ , diuide postmodum 5. per  
3. exit 1. & supersunt 2.

superpone ad 3. fit  $\frac{2}{3}$ , vl-  
timo 1. quod exiit super-  
pone ad 1. fit  $\frac{1}{1}$ , & hic  
est complementum erunt igitur  $\frac{1}{1}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  infi-  
ta facientia  $\frac{1}{12}$ , si autem diuisio illa esse non  
possit tunc quæstio est impossibilis.

3. Cape  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{4}$  non est aliud quam multi-  
plicare, sunt igitur  $\frac{1}{8}$ . capere enim par-  
tem in fractis idem est quod multiplicare,  
est igitur sensus quod  $\frac{12}{16}$  sunt  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{1}{4}$ , id est  
quod diuidere  $\frac{1}{4}$  in partes quinque & cape-  
re tres ex eis illæ erunt  $\frac{12}{16}$ .

4. Reduces ad partem  $\frac{1}{12}$  in  $\frac{4}{7}$ , non est aliud  
reducere ad partem quam inuenire quæ pars  
fit  $\frac{1}{12}$  de  $\frac{4}{7}$ , hoc autem fit diuidendo  $\frac{4}{7}$  per  
 $\frac{1}{12}$ , & exit  $\frac{48}{7}$ , & sunt  $\frac{48}{7}$ , dicemus igitur quod  
 $\frac{48}{7}$  sunt  $\frac{1}{12}$  de  $\frac{4}{7}$ , in reducendo igitur ad par-  
tem est contrarium quod fit in capiendo par-  
tem, & diuiditur reducendus per fractionem  
ad quam volumus reducere, veluti diuido  $\frac{12}{15}$   
per  $\frac{2}{3}$  & diuersitas horum duorum à multi-  
plicatione & diuisione est in nomine, & in  
reductione etiam in permutatione diuisoris  
cum diuidendo: nam si dico diuide  $\frac{4}{7}$  per  $\frac{12}{16}$   
exit  $1\frac{2}{3}$  & si dico reduces  $\frac{12}{16}$  ad partem in  
 $\frac{4}{7}$  exit vt dixi  $\frac{48}{7}$  vnle patet diuersitas.

5. Diuide 60. per duos numeros differētes  
in 2. & producta differant in 2. capio igitur  
vnam diuidentem 1 co. igitur alius erit  
1 co. p. 2. diuide 60. per 1 co. & per 1 co. p. 2.  
erunt 120. & 30. p. 2. detrahe minorem à  
maiore per capitulum decimumquartum re-  
manent 1 co. p. 1 co. æqualia  $2\frac{1}{2}$ , multi-  
plicando igitur omnia per 2 co. p. 1 co. fient  
2 co. æqualia 5 co. p. 2 co. igitur 1 co. p. 2 co.  
æquatur 48. quare res valet 49. m. 1. & est  
6. & alia pars est 2. p. videlicet 49. p. 1.  
quod est 48. diuisor igitur 60. per 6. & 8. fient  
ex eam 10. &  $7\frac{1}{2}$  quorum differentia  
est  $2\frac{1}{2}$ .

6. Homo accepit uxorem & alternis annis  
laesepit masculam & feminam, & super-  
uixit annis 100. & filij eius eodem modo  
generauerunt masculi: tamen non ante 50.  
annos sed post singulis annis & ita nepotes,  
& pronepotes, quousque in 100. annis quot

|     |     |    |
|-----|-----|----|
| 120 | 50  |    |
| 150 | 25  | 50 |
|     | 1   |    |
|     | 26  |    |
|     | 13  |    |
|     | 351 | 50 |
|     | 1   |    |
|     | 350 |    |

generabuntur diuide 300. fit 150. diuide 50.  
fit 25. igitur in annis 50. erunt paria 26.  
& in 50. annis sequentibus erit progressio  
eius terminus maior erit 26. minor 2.  
igitur per capitulum 27. erit aggregatum  
350. paria & totum paria 176. vnde fiet  
progressio æqualiter augens cuius minimus  
terminus erit 28. terminus secundus 31.

Tom. IV.

maximis 376. igitur in 50. aliis annis fiet  
per capitulum 27. paria 3900. at in aliis 50.  
annis fiet progressio composita ex duabus  
æqualiter augentibus, igitur erit per capitu-  
lum 27. summa 41250. & in aliis 50. annis  
erit progressio similiter composita ex æqua-  
liter augentibus cuius summa erit 444380.  
at in vltimis 50. annis cum stationis prin-  
cipium sit vltimus terminus cum additione  
primi, cui si addatur primus alterius sta-  
tionis fit secundus terminus stationis secun-  
da: erunt igitur vltimæ stationis paria  
4069830. iunge omnia fient 5359736. igitur  
in annis 300. erunt omnes masculi &  
fœminæ duplicando paria. 5359736. capita  
10719472.

Patet igitur quod in annis 400. mundus  
repleretur ab vno masculo & vna fœmi-  
na gignentibus singulo anno masculum  
vel fœminam in tantum quod essemus si-  
cut formicæ & hoc pro nomine Abraham  
& Adam de quibus Biblia & Beatus Augu-  
stinus dixerunt generationes admirabiles  
hanc non intelligenti quæstionem.

Duo ambulabant primus mill aria 10. 7  
singulo die, secundus quantitatem millia-  
riorum in prima die, & in secunda  $\frac{1}{2}$  p. & in  
tertia die  $\frac{1}{3}$  p. quàm in secunda, & in quarta  
die  $\frac{1}{4}$  p. quàm in tertia die, & in quinta die  
 $\frac{1}{5}$  p. & ita alternando per sexquiterciam &  
sexquiquintam proportionem & in 19. die-  
bus attigerunt se in vltimo fine 19. diei,  
queritur quantum ambulauit secundus in  
prima die & similiter in vltima.

Dices igitur cum primus in 19. diebus  
peragat 190. millaria igitur secundus. In 19.  
diebus cum coniungatur primo exegit mil-  
liaria 190. capio proportionem  $\frac{4}{3}$  &  $\frac{6}{5}$  in tri-  
bus terminis & sunt 15. 20. 24. detraho 15.  
à 24. remanent 9. igitur per vigesimam-  
quintam regulam 27. Capituli erit propor-  
tio aggregati milliariorum quos perambulat  
secundus dempto primo termino ad maio-  
rem terminum dempto minore, est ve-  
luti 44. ad 9. pone igitur minorem termi-  
num 1 co. cum igitur aggregatum sit 190.  
erit 190. m. 1 co. ad terminum maiorem siue  
spatium quod pertransit in decimanona die  
m. 1 co. veluti 44. ad 9. igitur per regulam 3.  
multiplica 190. m. 1 co. in 9. sunt 1710. m.  
9 co. diuide per 44. exit  $38\frac{19}{22}$  m.  $\frac{9}{24}$  co. &  
& quia hic est maior terminus dempto mi-  
nore qui fuit 1 co. ex dicta regula igitur  
addito minore termino iterum fiet maior  
terminus, erit igitur terminus maior  $38\frac{19}{22}$   
p.  $\frac{15}{44}$  co. proportio autem  $\frac{4}{3}$  &  $\frac{6}{5}$  componunt  
proportionem  $\frac{8}{5}$  ex capitulo 37. via mul-  
tiplicationis, hanc duc in se fit  $\frac{64}{25}$  pro cen-  
su: pro multiplica in se fit  $\frac{4096}{625}$  pro censu  
censu: quadra etiam ce. ce. fit  $\frac{16777216}{390625}$  & est  
in 16. proportionibus & 17. terminis: duco  
in  $\frac{8}{5}$  pro complemento fit  $\frac{134217728}{1953125}$  diuido  
terminum maiorem per hanc proportionem  
exit  $\frac{73905539}{234217728}$  p.  $\frac{62559375}{5905580032}$  co. igitur resi-  
duum quod est  $\frac{587720657}{5905580032}$  co. æquale est illi  
fractioni numerorum: reduco ad vnam fra-  
ctionem sunt  $\frac{1669921875}{2952750016}$  igitur res ipsa idest  
primus terminus valet  $\frac{1632812500}{28537521207}$  tanto plus  
habuit terminus maior de  $38\frac{19}{22}$  m.  $\frac{9}{24}$  co.  
ambulauit igitur die vltima 39.  $\frac{627823510554}{627823510554}$

M 3

Quidam



8 Quidam fodiebat puteum brachiorū 34. pro libris 60. cum expensis duarum personarum, cum autem fodisset brachia 20. infirmatus est magister & rogauit Dominum vt solueret ei portionem debitam, quæritur quantum debuit dare. Scias quod expensæ quantum ad computandi rationem non faciunt variationem. nam in talibus proportionantur labori, dic igitur progressio de 34. est 595. & de 20. est 210. dic igitur si 595. soluitur 60. libris, quot soluitur 210. multiplica 210. per 60. fuit 12600. diuide per 595. exeunt. Libræ 21. solidi 3. nummi  $6\frac{42}{119}$ . & tantum debetur & ratio est quod in fodiendo terram secundum brachium habet laborem etiam primi, & tertium etiam duorum precedentium, quare &c.

9 Quidam promisit vni, granum frumenti prima die & secunda die grana 2. & tertia die grana 6. & quarta die grana 18. & quinta die grana 54. & ita vsque ad dies 30. duplando totum quod prius habuit, quæritur quot grana erunt, accipe summam aliquam quamuis vtpote 4. dierum & est 27. duc eam in se fiunt 729. & tot habebit grana in diebus 7 quod est in duplo 4. minus vno, deinde duc 729. summam 7. dierum in se fiunt 531441. & hæc erit summa 13. dierum idest dupli 7. dierum, minus vno, & ita procedes in reliquis: cum autem fueris ad 25. tunc capies reliquos terminos qui sunt quinque & quare augmentum in terminis 6. videlicet vno plus & sunt 243. multiplica in aggregatum 25. terminorum qui erat quadratum 531441. hoc est 282429536481. & productum erit numerus 30. dierum hic, 68630377364883. potest etiam fieri per regulam capituli 27. in qua docetur inueniri terminus maximus in proportionem tripla habito numero terminorum qui est 30.

10 Dixit ædificator Domino domus volo pro primo brachio muri solidos 10. per secundo brachio solidos 20. pro tertio 40. pro quarto 80. pro quinto 160. quid accedit cum ædificasset brachia 2  $\frac{1}{2}$  infirmatus est quæritur pretium: hæc plurimum differt ab octaua & est difficilior longè ea. Ratio in hac est quod ex æquali augmento crescit proportionaliter in duplo, igitur partes etiam debent esse continuæ proportionales sicut igitur 20. pretium secundi brachij, est duplum ad 10. pretium primi ita dimidium secundum brachij primi debet habere dimidium proportionis duplæ ad dimidium primum brachij primi & ita eandem proportionem debet habere dimidium primum brachij secundi ad dimidium secundum brachij primi & ita de reliquis, proportio autem dimidia duplæ est ille quam habet 2. ad 1. & eadem 2. ad 2. & eadem est 8. ad 2. & eadem 4. ad 8. non est igitur aliud dicere hoc quam facere ex vna dupla proportionem duas proportionem æquales componentem eam, & ita diuidere 10. & 20. & 40. in duas & duas & duas quantitates continuæ proportionales, dicam igitur fac ex 60. aggregato ex 40. & 20. quatuor, quantitates continuæ proportionales quarum primæ duæ faciunt 20. nam reliquæ duæ necessario faciunt 40. nam omnes supponuntur facere

60. tunc tu scis per dicta in capitulo regula 3. quod cum fuerint 4. quantitates continuæ vel incontinuas proportionales semper ex coniancta proportionalitate & permutata, erit prima talis pars tertiæ & secunda quartæ, qualis erit aggregatum primæ & secundæ pars aggregati tertiæ & quartæ: sed aggregatum primæ & secundæ est 20. ex supposito, & aggregatum tertiæ & quartæ est 40. ex supposito, & ita primum aggregatum est dimidium secundum igitur prima quantitas erit dimidium tertiæ & secunda quartæ, ponamus igitur quod prima quantitas sit 1 co. erit secunda 20. m. 1 co. & tertia duplum primæ videlicet 2 co. & quarta duplum secundæ videlicet 40. m. 2 co. & quia sunt continuæ proportionales ex supposito igitur ducta prima in tertiam fiet quadratum secundæ, duc 1 co. 1 co.

in 2 co. fit 2 ce. multiplica 20. m. 1 co. 20. m. 1 co. in se fit 400. p. 2 co. 1 ce. m. 40 co. æqua partes 40. m. 2 co. fient 400. æqualia 1 ce. p. 40 co. igitur per capitulum res valet 2. 800. m. 20. & tantum habuit prima pars, & secunda habebit 40. m. 2. 800. & tertia 2. 3200. 2. 800. m. 20. m. 40. & quarta 80. m. 40. m. 2. 800. 2. 3200. cum igitur primo brachio debeantur 80. 2. 3200. 10. pro secundo 20. pro tertio 40. igitur pro dimidio debetur tertia pars proportionalis quæ est 2. 3200. m. 40. iunge simul fiunt 2. 3200. m. 10. & est fere 46  $\frac{76}{125}$ . ita considera quod si primo brachio debentur 10. & secundo 20. & tertio 40. igitur primæ medietati primi brachij debentur 4  $\frac{71}{500}$ . & ita de aliis vt in Figura.

|  |
|--|
| 1   10                                 |
| 1   20                                 |
| $\frac{1}{2}$   2. 3100. m. 40         |
| 2. 3200. m. 10.                        |
| $\frac{1}{2}$   4 $\frac{71}{500}$     |
| 1   10. $\frac{7}{500}$                |
| 2   30.                                |
| 2 $\frac{1}{2}$   46. $\frac{71}{125}$ |
| 3   70.                                |

Et hæc ratio affimilatur intendentibus balistas nam ex æquali augmento duplicatur difficultas ita vt vltimus digitus maiorem exposcat laborem omnibus præcedentibus.

Canis sequebatur leporem: lepus autem antecedeat canem, passibus 60. canis, & pro omnibus 3. passibus canis, lepus faciebat 5. passus, tardams  $\frac{1}{10}$  temporis ad complementum, ita quod gratia exempli si canis faciebat passus 3. in 20. momentis, lepus faciebat passus 5. ex suis, in 21. momentis: & 3. passus canis exceduntur à 7. passibus leporis in  $\frac{1}{10}$  passus canis: quæritur quando canis attinget leporem hoc est in quanto spatio: similem ponit Frater Lucas, sed longe faciliorem, tamen falsam, & deficientem, vnde mirari contingit de homine illo: igitur primo reduces omnia ad vnum genus videlicet passus canis & spatium distantie ad passus leporis si igitur 7. passus leporis excedunt 3. passus canis in  $\frac{1}{10}$  passus canis, igitur 3  $\frac{1}{10}$  passus canis sunt 7. passus leporis si igitur 3  $\frac{1}{10}$  sunt 7. quid erunt 60. passus canis distantie, & erunt passus leporis 137  $\frac{43}{61}$ . & quia



qua in quibuslibet 3. passibus canis lepus facit passus 5. deficient per  $\frac{1}{5}$  temporis ad supplementum die igitur si 21. tempus dat 5. quod datus 20. die 20. in 5. fit 100. diuide per 21. ex 4. igitur dies quod in omnibus 3. passibus canis lepus facit passus 4.  $\frac{1}{5}$  & quia passus 3. canis sunt 7. leporis, igitur passus 1. canis erunt passus leporis  $6\frac{1}{5}$  cum igitur in scriptore in quo canis facit passus 3. ex suis & sunt  $6\frac{1}{5}$  leporis lepus faciat tantum  $4\frac{2}{5}$  igitur in omnibus  $4\frac{2}{5}$  passibus canis appropinquatur ei per  $2\frac{1}{5}$  die igitur si  $2\frac{1}{5}$  productur ex  $4\frac{2}{5}$  ex quibus productum passus 137  $\frac{4}{5}$  multiplica 136  $\frac{4}{5}$  in  $4\frac{2}{5}$  sunt  $\frac{10000}{11}$  quos diuide per  $\frac{11}{11}$  & est ac si diuideres 847000. per 2720. nam sunt fractiones eiusdem denominatoris, qui est 121. exhibunt igitur passus leporis 308  $\frac{1}{11}$  & in tot iunguntur.

11 Duo dilectebant Mediolano quorum prius ibat versus Romam milliaria 20. perficiens singulo die, alter prima die ibat 5. milliaria, secunda die 8. tertia die 11. & ita ascendendo per 3. quaeritur quando iungentur prout quod in 1 co. dierum, igitur primus facit 20 co. milliaria, secundus per secundam regulam 27. capituli, depto 1. a numero terminorum remanet 1 co. m. 1. multiplica in differentiam fit 3 co. m. 3. ad minorem terminum qui est 5. fit 3 co. p. 2. maior terminus. tunc per vltimam regulam eiusdem capituli adde primum terminum vltimo fit fit 1 co. p. 7. multiplica per dimidium terminum fit 1  $\frac{1}{2}$  co. aequalia 20 co. igitur 1  $\frac{1}{2}$  co. aequatur 16  $\frac{1}{2}$  co. quare 1 co. aequatur 11 co. igitur rei valet 11. & in tot diebus iungentur.

12 Duo loci erant quorum alter erat Romæ & veniebat Mediolanum prima die faciens milliaria 1. secunda 2. tertia 4. quarta 8. & ita duplans alter locus erat Mediolani & ibat Romam prima die ibat milliaria 1. secunda 4. tertia 6. quarta 9. quinta 13. & ita augendo milliaria vnum in progressionem facient a Roma Mediolanum milliaria 212. quorum quando iungentur, in talibus rebus impeditur progressio Geometrica sine cognatione numeri terminorum cogentur autem dici integri, ponamus igitur quod 1. diebus itaque ut primus per vigintiannam terminum regulam perambulauerit milliaria 212 co. quod progressio est primi modi, secundus autem milliaria 147. eo quod progressio est 12. modi, iunge sunt milliaria 402. igitur pertransierunt, quero in 7. diebus quantum perambulauerit eritque ut primus perambulauerit 127. milliaria secundas 17. iunge sunt 235. differentia à 330. est 95. & ab octava die 167. igitur si in vna die perambulauerit milliaria 167. in quanto tempore ambulauerit milliaria 95. superpone 95. ad 167. & fit  $\frac{262}{11}$  vnius diei, igitur in diebus 7  $\frac{262}{11}$  iungentur. Vnde nota quod in concursibus debent iungi itegra, & in progressionibus Geometricis in quibus termini sunt ignoti, debent queri termini integri, Frater autem Lucas talia frustra soluit per la co.

14 Dæ aues erant super eadem arbore & vna cepit volare versus Orientem prima die per 1. milliaria, secunda die 2. tertia die

3. quarta die 4. & sic continue. Altera versus Occidentem per eandem lineam die prima milliaria 1. die secunda milliaria 8. die tertia milliaria 27. & ita per cubos & fuit circuitus terræ ut creditum est à multis milliariorum 44310. quaeritur in quot diebus iungentur illæ aues pone quod in 1 co. dierum igitur per capitulum 27. primus ambulauit  $\frac{1}{3}$  co. p.  $\frac{1}{3}$  co. milliariorum, per idem capitulum in fine de cubis secundus ambulauit  $\frac{1}{3}$  co. ce. p.  $\frac{1}{3}$  co. iunge simul amborum progressum fient  $\frac{1}{3}$  co. ce. p.  $\frac{1}{3}$  co. cu. p.  $\frac{1}{3}$  co. iunge simul amborum progressum fient  $\frac{1}{3}$  co. ce. p.  $\frac{1}{3}$  co. cu. p.  $\frac{1}{3}$  co. p.  $\frac{1}{3}$  co. aequalia 44310. igitur quadruplum quadruplo erunt igitur 1 co. ce. p. 2. cu. p. 3. ce. p. 2 co. aequalia 177240. milliariis, adde 1. de comuni fient milliaria 177241. aequalia 1 co. ce. p. 2. cu. p. 3. ce. p. 2 co. p. 1. capias radicem vtriusque erit radix milliariorum 421. & 2. denominationum 1 co. p. 1 co. p. 1. detrahe 2. communiter quod addidisti fient 1 co. p. 1 co. aequalia 420. igitur dimidia 1 co. fit  $\frac{1}{2}$  multiplica in se fit  $\frac{1}{4}$  adde ad 420. fit  $420\frac{1}{4}$  cuius 2. est 20. a. qua auferre  $\frac{1}{2}$  quod fuit medium radicum remanet valor rei  $20\frac{1}{2}$  præcisè, & in tot diebus iungentur proba & inuenies quod prima volauit per milliaria 210. & secunda 44100. quæ iuncta sunt 44310.

Animaduerte quod Frater Lucas facit similem sed semper remanet in furdus exemplum ponamus quod 177241. non haberet radicem. Tunc diceret quod 1 co. p. 1 co. p. 1. essent aequalia 2. 177241. quare fieret 1 co. p. 1 co. aequalia 2. 177241. m. dimidia 1 co. & multiplica fit  $\frac{1}{4}$  adde ad 2. 177241. m. 1. sunt 2. V. 177241. m. 1. L. p.  $\frac{1}{4}$  a qua detrahe  $\frac{1}{2}$  pro dimidio radicum fiet valor rei 2. V. 177241. m. 1. L. p.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ . & est sensus cape Radicem 177241. m. 1. cui adde  $\frac{1}{4}$  & eius cape 2. a qua detrahe  $\frac{1}{2}$ . & hic erit valor rei, ex quo patet error maximus Fratris Lucæ qui detrahit  $\frac{1}{4}$  à m. 1. & facit m.  $\frac{1}{4}$  quod est falsissimum. Quodque plus est vigesima septima regula non intelligitur nec aliter vbi terminorum numerus non euadit integer quia si dicas cu.  $4\frac{2}{3}$  secundum regulam facerent  $174\frac{2}{3}$ , & tamen sunt  $183\frac{1}{3}$  ut patet per se nisi quis vellet procedere per modum quæstionis decimæ, & ideo non intellexit quæstionem ex quo credendum est paucas aut nullas difficultatum quæstionum esse eius proprias, sed sine intellectu transcriptas, & si veræ sunt potius fortuna quam aliter, hoc volui dixisse propter tria primo ne credas illius quæstionibus arduis quantum plerique ex his sunt falsæ, secundo ut intelligas quod quando ce. & co. æquantur 2. numeri per se aut cum numero addito per p. aut diminuto per m. quod tales etiam habent solutionem per capitula sua, sicut si ce. & co. æquarentur nu. tantum, tertio ut cognosceres quomodo fienda sit æquatio quia partes debent omnes manere separatæ eo quod valor rei fit 2. V. L.

Quidam ibat à Mediolano Brixiam prima die milliaria 1. die secunda 2. die tertia 4. die quarta 8. & ita deinceps ascendendo per duplam, alius veniebat Brixia prima die 2. milliaria secunda die 4. tertia die 6.

M 4 quarta



quarta die 8. & occurrerunt sibi in medio itineris. Quæro quando sibi occurrerunt & quot miliaria sunt à Mediolano ad Brixiam. Fac sic iunge tot dies vt vides quod primus superet secundum hoc fit in 5. diebus. Nam primus ambulauit miliaria 31. secundus 30. &

| primus secundus aggregatū primi secundi |    |                 |                 |
|---|----|-----------------|-----------------|
| primus                                  | 1  | 2               | 1               |
| secundus                                | 2  | 4               | 3               |
| tertius                                 | 4  | 6               | 7               |
| quartus                                 | 8  | 8               | 15              |
| quintus                                 | 16 | 10              | 31              |
| <hr/>                                   |    |                 |                 |
|   | 6  | 5               | 5               |
|   |    | $\frac{16}{6}$  | $\frac{5}{6}$   |
|   |    | 80              | 15              |
|   |    | 6               | $13\frac{1}{3}$ |
|   |    | $13\frac{1}{3}$ | $28\frac{1}{3}$ |
|   |    |                 | $56\frac{2}{3}$ |

in die præcedenti videlicet in 4. diebus primus ambulauit 15. secundus 20. igitur in 4. diebus secundus superabat primum & in 5. primus superabat secundum vt vides, auferes igitur iter quinti diei vnum ex alio remanent 6. aufer etiam aggregatum quartæ diei ab aggregato 4. diei alterius videlicet 15. à 20. remanent 5. multiplica 5. in iter quinti diei maius & est 16. fit 80. diuide per 6. exit  $13\frac{1}{3}$  adde ad 15. fit  $28\frac{1}{3}$  & tantum ambulauit quilibet illorum: igitur cum quilibet ambulauerit medietatem erunt à Mediolano ad Brixiam miliaria  $56\frac{2}{3}$ . & iuncti sunt in diebus  $4\frac{5}{6}$  quod est in diebus 4. horis 10. hora videlicet vigesima secunda diei dādo horas 12. pro die artificiali, nam dies 4. sunt perfecti, & diuisa 5. differentia aggregati per 6. differentiam diei quintæ, exit  $\frac{5}{6}$  ipsius quintæ diei.

16 Tres rustici ibant Romam & discubuerunt sub fago, & primus habuit panes 3. & amphoram vini sextariorum 4. & reliqui socij vt vides accessit antequam comederent socius quartus non habens nisi vnum panem comendit cum eis & soluit solidos 5. quos ille æqualiter diuisit primis tribus sociis videlicet solidum & denarios 8. pro singulis, quæro pretium panis & vini & piscium, dices igitur si omnes æqualiter habuerunt à quarto ex pecuniis, igitur tantum posuit vnus quantum alius ex primis tribus sociis detraho igitur vini 4. à vini 5. remanent panes 3. æquiuales 6. piscibus & 1 vini & ita factis detractiōibus confurgit secunda Figura. deinde reduco æquiualentiam ad vini

Prima æquiualentia.

|                 |                          |
|-----------------|--------------------------|
| primus socius   | panes 3. sextar. vini 4  |
| secundus socius | pisces 6. sextar. vini 5 |
| tertius socius  | pisces 7. panes 2        |
| quartus socius  | solidos 5. panem 1       |

Secunda.

|           |          |          |
|-----------|----------|----------|
| panes 3.  | vini 1   | pisces 6 |
| vini 5.   | pisces 1 | panes 2  |
| pisces 7. | panes 1  | vini 4   |

Tertia.

|          |                      |                     |
|----------|----------------------|---------------------|
| panis 1. | vini $\frac{1}{3}$   | piscis 2            |
| vini 1   | piscis $\frac{1}{3}$ | panis $\frac{2}{3}$ |

pisces 1. panis  $\frac{1}{7}$  vini  $\frac{4}{7}$

Quarta.

panes 3. panes  $\frac{2}{3}$  pisces  $6\frac{2}{3}$   
vini 5. vini  $\frac{4}{7}$  panis  $2\frac{2}{7}$   
pisces 7. pisces 2 vini  $4\frac{1}{7}$

Quinta.

panis 2  $\frac{2}{3}$  pisces  $6\frac{2}{3}$   
vini 4  $\frac{2}{7}$  panis  $2\frac{1}{7}$   
pisces 5 vini  $4\frac{1}{4}$

Sexta.

panes 13 pisces 31  
vini 31 panes 15  
pisces 15 vini 13

Septima.

vini 9 pisces 13 panes 2  
valent asses 20.

tatem & confurgit tertia Figura, d icendo si 3. panes æquivalent vini & 6. piscibus igitur 1. panis æquiualebit  $\frac{1}{7}$  vini & 2. piscibus & ita de aliis. Post dic si per secundam panes 3. valent vini 1. pisces 6. & vini 1. valet per tertiam panes  $\frac{2}{3}$  pisces  $\frac{1}{3}$ , igitur panes 3 valebunt panes  $\frac{2}{3}$  pisces  $6\frac{2}{3}$ , & ita ter repetendo formabis quartam Figuram, post subtrahes panes à panibus vinum à vino, pisces à piscibus, remanebit æquiualentia quintæ Figuræ veluti vides, cum igitur per quintam Figuram panes 2  $\frac{14}{5}$  æquiualeant piscibus  $6\frac{2}{3}$ , multiplicando omnia per 5. fiunt panes 13. æquiuales piscibus 13. & ita de aliis, vt in sexta Figura patet, quia igitur quartus habebat & panem & soluit solidos 5. igitur comedit valorem 1. panis & 5. solidorum quare omnes comederunt panes 4. & solidos 20. & quia quartus socius habuit panem igitur tres primi habuerunt panes 3. & solidos 20. in valore detractis igitur panibus 3. de communi erunt pisces 13. vini 9. panes 2. valentes 20. solidos, reduces igitur panes & pisces ad vinum per regulam & sextam Figuram fient vini  $24\frac{2}{3}$  æqualia 20. solidis quare deducendo per denominatorem fient 122. bochalia vini, æqualia 100. assibus, & 61. vini 50. assibus, vnus igitur Vini valet  $\frac{50}{61}$  assis & hoc nota extra & quia vini 13. sunt pisces 15. duc 13. in  $\frac{50}{61}$  fiunt  $\frac{650}{61}$  hic erit valor 15. piscium diuide igitur  $\frac{650}{61}$  per 15. du-cendo in denominatorem Vini 1 assis  $\frac{150}{61}$  fient  $\frac{650}{61}$  schissa fiunt  $\frac{150}{183}$ . & Piscis 1 assis  $\frac{150}{183}$  hic est valor vnus piscis Panis assis.  $\frac{310}{183}$  & quia pisces 31 sunt panes 13. duc igitur pisces 31. in  $\frac{310}{183}$  fient  $\frac{9610}{183}$ . & hic est valor 13. panum, igitur panis vnus valet  $\frac{310}{183}$  repone loco suo & quia quilibet tantum habuit quantum fuit illud quod quartus comedit & vltra tertiam partem solidorum 5 igitur valor cuiuslibet fuit solidorum quinque & vltra solidorum  $1\frac{5}{183}$  & vnus panis iunge simul fient solidi  $8\frac{25}{183}$  & tantum quilibet habuit & pro commoditate probationis. reduc omnia ad 183. & fiet  $8\frac{66}{183}$ . & Vini esset valor  $\frac{150}{183}$ . probatio facilis est primus habebat panis 3. igitur  $\frac{910}{183}$  & vini 4. igitur  $\frac{900}{183}$  iuncta sunt  $\frac{1810}{183}$  secundus habuit pisces 6. igitur  $\frac{780}{183}$  & vini 5. igitur  $\frac{750}{183}$  iuncta sunt  $\frac{1530}{183}$  tertius habuit pisces 7. igitur  $\frac{910}{183}$  & panes 2. igitur  $\frac{620}{183}$  iunge fiunt omnes  $\frac{4830}{183}$ . igitur omnes habent  $7\frac{66}{183}$  & primus habuit allem



# De Quæstionibus Arithmet.&c. 141

allem 1  $\frac{1}{11}$ . quia habuit panem & ideo quilibet comedit asses 6  $\frac{1}{11}$  & totum quod comestum fuit valuit asses 26. &  $\frac{1}{11}$ .

17 Detrahe 4. cu. à 7 ce. p. 3 co. in capitulo suo declaravi quod per modum multiplicationis sunt R. 49 ce. ce. p. 9 ce. p. 16. cu. ce. p. R. 1764. cu. ce. m. R. 3136. ce. Rel. P. m. 576 ce. ce. ce. non dixi tamen modum quia descriptus est in capitulo deductionis surdorum quia tamen in surdis operamur per modum radicum dispones vt vides deinde quadra vnum quodque perse sunt vt vides 49 ce. ce. quadratum de 7 ce. & 9 ce. quadra-

$$\begin{array}{r}
 7 \text{ ce. p. } 3 \text{ co.} \quad 4. \text{ cu.} \\
 49 \text{ ce. ce. p. } 9 \text{ ce.} \quad 16. \text{ cu. ce.} \\
 \quad \text{R. } 49 \text{ ce. ce.} \\
 \quad \text{R. } 9 \text{ ce.} \\
 \quad \text{R. } 441. \text{ cu. ce.} \\
 \quad \quad 4 \\
 \quad \text{R. } 1764. \text{ cu. ce.} \\
 \text{R. } 49 \text{ ce. ce. p. } 9 \text{ ce.} \\
 \text{R. } 16. \text{ cu. ce.} \\
 \text{R. } L. 784 \text{ ce. Rel. p. p. R. } 144. \text{ ce. ce. ce.} \\
 \text{R. } L. 3136 \text{ ce. Rel. p. p. R. } 576 \text{ ce. ce. ce.}
 \end{array}$$

18 de 3 ce. & 16. cu. ce. quadratum de 4 cu. est igitur ac si problema dixisset detrahe R. 16. cu. ce. à L. 49. ce. ce. p. R. 9 ce. quare iungenda essent & fieri 49 ce. ce. p. 9. ce. p. 16. cu. ce. deinde docenda est vna pars R. L. in alteram fit 441 cu. ce. & hoc est quadruplendum, erit igitur additum 49 ce. ce. p. 9. ce. p. R. 1764 cu. ce. deinde multiplica partes per suam R. idest R. 16. cu. ce. in 49 ce. ce. sunt 784 cu. Rel. P. & similiter 16. cu. ce. in 9 ce. sunt 144 cu. ce. ce. hoc totum debet quadruplari quia R. est sicut R. L. 3136 ce. Rel. P. p. p. 576 ce. ce. ce. detrahendū à priori & residui erit illud quod remanet: detrahis 4 cu. ab 7 ce. p. 3 co. est igitur dicere.

$$\begin{array}{r}
 7 \text{ ce. p. } 3 \text{ co.} \quad 4. \text{ cu.} \\
 49 \text{ ce. ce. p. } 9 \text{ ce.} \quad 16. \text{ cu. ce.} \\
 \text{p. } 16. \text{ cu. ce. p. } 42 \text{ cu.} \quad 7 \text{ ce.} \\
 \quad 4 \text{ cu.} \\
 702. \text{ p. } 3 \text{ co.} \quad 2.1 \text{ cu.} \\
 4 \text{ cu.} \quad 2 \\
 \text{R. Rel. P. p. } 12 \text{ cu. } 42. \text{ cu.} \\
 2 \\
 56. \text{ Rel. P. p. } 24. \text{ cu.} \\
 49 \text{ ce. ce. p. } 9 \text{ ce.} \quad \text{p. } 42. \text{ cu. p. } 16. \text{ cu. ce.} \\
 56. \text{ Rel. P. p. } 24. \text{ cu.} \\
 49 \text{ ce. ce. p. } 9 \text{ ce. p. } 18. \text{ cu. p. } 16. \text{ cu. ce.} \\
 \text{m. } 576. \text{ Rel. P.}
 \end{array}$$

Detrahe R. L. 3136 ce. Rel. P. p. 576. ce. ce. ce. 49 ce. ce. p. 9 ce. p. R. 1764 cu. ce. & residui radix est deductio & hoc fit sequendo capitulum.

Vnum potest abbreviari multum operatio nam postquam quadrati partes, vt vides, sufficiunt vt ducas ipsas inuicem, videlicet 7 ce. in 3 co. sunt 21. cu. erit igitur prima pars 49 ce. ce. p. 9 ce. p. 16. cu. ce. p. 42 cu. quia duplenda, nam in R. fuit quadruplenda,

& similiter ducas aliam partem in 7. ce. p. 3. co. & fient vt vides 28. Rel. P. p. 12. cu. duplenda similiter erunt igitur 56. Rel. P. p. 24. cu. minuenda ex 49 ce. ce. p. 9 ce. p. 16. cu. ce. p. 42. cu. remanebunt igitur vt vides 49. ce. ce. p. 9 ce. p. 18. cu. p. 16. cu. ce. m. 56. Rel. P. & huius R. V. est idem quod 7. ce. p. 3 co. m. 4. cu. & æquiualebunt. Et ponamus quod in numeris velim detrahere 5. à 7. p. 2. quadrabo singulos fient 49. p. 4. p. 25. deinde multiplica 7. in 2. sunt 14. duplica fit 28. erit igitur totum 106. deinde multiplica 5. in 7. fit. 35. & in 2. fit 10. dupla fiunt 70. & 20. iuncta faciunt 90. detrahe 90. à 106. remanent 16. cuius R. est 4. & tantum facit detrahendo 5. à 7. p. 2.

$$\begin{array}{r}
 7. \text{ p. } 2. \quad 5 \\
 49. \text{ p. } 4. \text{ p. } 25. \text{ p.} \\
 28. \text{ iuncta } 106. \\
 35. 10. \\
 70. 20. \text{ iuncta } 90 \\
 106 \\
 90
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 R. 16 \quad 4
 \end{array}$$

Cognitum est quod superiores planetae mouentur tantum in Epicyclo & Eccentrico quantum Sol in suo Eccentrico tantum, ex quo intelligitur proportionem motoris Eccentrici solis componi ex proportionibus motorum Eccentrici superiorum & Epicycli ad sua mobilia fit igitur virtus motoris Saturni R. 200. & Eccentrici R. 120. & si virtus motoris Solis R. 3500. & Eccentrici Solis R. 24. volo scire quanam est virtus Epicycli Saturni hic sunt quinque termini cogniti: videlicet primus, secundus, tertius, quartus, & quintus, & tertius, & quintus, sunt idem, quaritur autem sextus per capitulum igitur quadragesimum sextum multiplica secundum in tertium fit R. 4800. & hoc in

Primus Motor Solis, Secundus Eccentricus  
R. 3500 R. 24  
Tertius Motor Saturni, Quartus Eccentricus  
R. 200. R. 120.  
Quintus Motor Saturni, Sextus Epicyclus  
R. 200. R. 2  $\frac{2}{7}$

quintum fit R. 960000. multiplica primum in quartum fit R. 420000. diuide R. 960000. per R. 420000. erit R. 2  $\frac{2}{7}$ . & tanta erit virtus Epicycli Saturni in comparatione ad Motorem & Eccentricum, & per idem supposita proportionem Eccentrici ad Epicyclum possibile est scire proportionem motorum Eccentrici & Epicycli ad inuicem, & similiter ad motorem Solis, liquet etiam ex hoc intelligentiam Solis fortiorem esse omnibus intelligentiis cæterorum Planetarum.

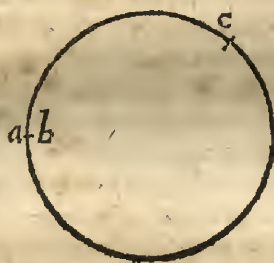
Quod si dicat volo quod spatia pertransita sint æqualia & est vt spatium quod præficit corpus Solis æquetur spatiis quæ prætransit Saturnus in Epicyclo & Eccentrico simul iunctis & est quod quarta & sexta quantitas iunctæ faciant secundam, tunc igitur diuide secundam quantitatem per algebra, ita quod tantibus motoribus proportio componatur, & fit Motor Primus 60. secundus 2. tertius 40. res mota 10. diuide 10. in 1. co. & 10. m. 1 co. duco secundum in tertium fit 20. & hoc in quitum fit 800. Primus.



|                         |                    |
|-------------------------|--------------------|
| Primus Motor Solis      | Secundus Epicyclus |
| 60.                     | 10                 |
| Tertius Motor Epicycli  | Quartus Epicyclus  |
| 2                       | 1 co.              |
| Quintus Motor Eccētrici | Sextus Eccētricus  |
| 40                      | 10. m. 1 co.       |

diende duco primum in quantum si 60 co. deinde in sextum fit 600 co. m. 60 ce. igitur 800. p. 60. ce. æquantur 600 co. quare  $13 \frac{1}{3}$  p. 1 census æquatur 10 co. sequere æquationem res valet 5. m. 2. i  $1 \frac{2}{3}$  & hæc est virtus Epicycli Id est sparium per transitum ex Epicyclo & virtus Eccētrici erit 5. p. 2. i  $1 \frac{2}{3}$ . & possent poni casus impossibiles in quibus virtus mobilis confurgeret maior virtute motoris vt si virtus tertij motoris poneretur 50. casus esset impossibilis.

Et hæc valde sunt vtilia volentibus contemplari magnitudines velocitates, virtutes, & tempora Motorum, mobilium, & Motuum cælestium, vt in Almagesto.



20 Si sint duo planetæ iuncti per centra Epicyclorum in puncto vno & sint A & B & moueatur A ita quod perficiat circulum totum in 2. 7. & B. in 2. 5. quæro quando eodẽ modo centra Epicyclorum iungentur in eodem puncto. Responde quod nunquam in æternũ, nam si sic igitur ab hoc tempore ad illud fuerũt circulationes perfectæ vtriusque, ponamus igitur quod A perfecerit 1000. circulationes, & B 1200. igitur proportio 1200. ad 1000. sicut temporis A ad B, sed 1200. est commensurabilis ad 1000. igitur 2. 7. est commensurabilis 2. 5. quod est impossibile quia sunt numeri surdi non proportionati, & quantitates surdæ diuersarum specierum, quod autem 1200. commensuretur ad 1000. patet ex initio 10. Euclidis.

Et ex hoc patet quod nunquam bis iungentur in eodem puncto vsque in æternũ, & fuit inuentum hoc Campani, Euclidis commentaris viri acutissimi.

21 Si sint duo planetæ quorum alter moueatur in 2. 18. alius in 2. 32. dico quod coniungentur semper in tertia parte circuli, ita quod in eisdem tribus punctis vsque in æternũ, & similiter si vnus in 2. 8. perficeret circulum alius in 2. 20. dico quod in oppositis punctis, & eisdem iungerentur vsque in æternũ, nam si non ponamus quod iungantur in C, qui non si A, nec punctus oppositus, igitur cum sit pportio motus vnus ad motum alterius, sicut 2. 20. ad 2. 8. & est sexquialtera igitur erunt reuolutiones vnus sexquialtera ad reuolutiones alterius: addita vtrique parte A, C, in qua secũdo coniungũtur sit igitur A. C.  $\frac{3}{4}$  gratia exempli, & pauciores reuolutiones sint 1.

co. igitur pertransiuit secundus 1 co. p.  $\frac{3}{4}$  quare primus pertransiuit  $1 \frac{1}{2}$  co. p. 1  $\frac{1}{8}$ ; reuolutionum, si igitur fuerunt pares reuolutiones abiectis integris fiet  $\frac{1}{2}$  circulationis, æquale  $\frac{1}{4}$  quod est impossibile, vel impares igitur abiectis integris erunt  $\frac{5}{8}$  reuolutionis æqualia  $\frac{3}{4}$  quod est impossibile.

Ponamus tertio quod duo Planetæ, vel 22 duo mobilia, sint iuncta in A & B, eodem puncto, & A perficiat circulum in 1000. annis & B, in 999. volo scire quando iterum conlungetur in A, patet enim ex vigesima quæstione quod iterum ibidem coniungentur Multiplica vnum in aliud sunt 999000. & in tanto tempore redibunt ad eundem punctum.

Ponamus quarto quod vnus reuoluatur in annis 1000. alius in 999. volo scire in quibus 23 locis poterunt iungi diuide productum vnus in alterum quod est 999000. per differentiam & est 1. exit idem, habes igitur tempus in quo primum iungentur fore 999000. multiplica 999000. in vnã reuolutionem sunt reuolutiones 999000. diuide per 1000. exeunt 99. igitur cum 1000. sit numerus integer non coniungentur nisi in vno puncto vsque in æternũ.

Exemplum aliud saturnus reuoluitur in annis 30. & Iupiter in 12. volo scire in quot annis iungentur, & vbi multiplico 12. in 30. fit 360. diuido per 18. & est differentia 30. & 12. exeunt 20. & in tot annis iungentur, volo scire vbi diuide 20. per 30. exit  $\frac{2}{3}$ . & in  $\frac{2}{3}$  reuolutionis coniungentur. Id est 8. signis semper distantes à primo loco, & ita si prima coniunctio sit in ariete infra 20. annos fiet in Sagittario, & infra alios 20. annos in Leone & infra 20. annos alios reuertetur ad Arietem verum postponit gra. 2. m. 59. fere, & hoc est quia Saturnus reuoluitur citius aliquantulum 30. annis.

Aliud exemplum Iupiter reuoluitur in 144. mensibus id est in annis 12. Mars in 23. mensibus volo scire tempus coniunctionis multiplico 23. in 144. sunt 3312. diuido per 121. differentiam exeunt 27  $\frac{1}{2}$  fere & in tot mensibus iungentur, volo scire quo in loco multiplico 27  $\frac{1}{2}$  in 360. gradus circuli sunt 9900. diuido per 144. reuolutionem, exeunt gradus 69. ferme, & tantum distabunt à præcedenti loco in secunda coniunctione. Et quia 4. multiplicatum in 27  $\frac{1}{2}$  facit 110. sequitur vt in 9. annis quasi reuertatur coniunctio ad idem, & sunt parum minus, nam Mars est velocior.

Aliud exemplum in surdis ponamus quod vnus reuoluatur in 2. 7. alius in 2. 5. duc 2. 5. in 2. 7. fit 2. 35. diuide per differentiam quæ est 2. 7. m. 2. 5. per capitulum vigesimum primum exibat 2. 61  $\frac{1}{4}$  p. 2. 43  $\frac{1}{4}$  & hoc tempore iungentur, pro habendo loco diuide 2. 61  $\frac{1}{4}$  p. 2. 43  $\frac{1}{4}$  p. 2. 7. exibat 2. 8  $\frac{3}{4}$  p. 2. 6  $\frac{1}{4}$ .

Et si vis scire reuolutionis partem, subtrahe reuolutiones integras & sunt 5. ex approximatione, remanebit pars circuli pertransita 2. 8  $\frac{3}{4}$  p. 6  $\frac{1}{4}$  m. 5.

Et ex hoc manifestum est quod si Planetæ mouentur in proportionem numeri ad numerũ non coniunguntur nisi in certis paucis punctis



Atque circuli figurarum, & infinita derelinquunt in quibus nunquam coniunguntur, si vero proportio motus ad motum non est velut numeris ad numerum, nunquam usque in aeternum bis in eodem puncto coniunguntur, cum igitur alterum horum sit necessarium erit etiam necessarium vel quod idem nunquam redat vel quod infinita possibilia nunquam eueniant declaratum autem est a nobis in libello *de mysteriis aeternitatis*, motus planetarum omnes esse in proportionem irrationali, quare nunquam idem bis eueniet, unde Platonis opinio de anno Magno destruitur. Verum similitudinem magnam post duos annos nihil repugnat, hisque praecellunt.

*Atque iterum ad Troiam magnus  
mysteretur achilles.*

Ponamus quanta quod sint tria mobilia, A. B. C. quorum A. moueatur perficiendo circulationem in 2.5. & sit Saturnus, & B. in 2.4. & sit Iupiter, & C. in 2.3. & sit Mars & sint nunc sancti in initio Aeternitatis in puncto A. hinc quod usque in aeternum non amplius coniunguntur in puncto A. nec in alio puncto, nam de puncto A. clarum est cum nec daretur ex ipsis per vigesimam questionem de alia item punctis ita demonstratur, ponamus igitur quod in puncto C. aliquando tangatur ut pote in 10000. annis, cum igitur Saturnus perficiat reuolutionem suam in 2.5. Iupiter in 2.4. & Mars in 2.3. igitur Saturnus perficit 2. 20000000. & Iupiter 25000. & Mars 33333333. reuolutionem sed partes hae sunt incommensurabiles, igitur abiectione reuolutionibus incommensurabilibus necessario sunt commensurabiles, reuolutionibus superfluo in commensurabile, quare si Saturnus fuit in C. cum Iupiter non erit ibi Mars, & si fuerit ibi Mars, non erit Iupiter, igitur posita etiam aeternitate mundi, nunquam in praeterito vel futuro erunt eadem tria Planetarum simul, nec iam plura praeterquam semel, nec conuenienter fuit Sol cum Luna usque in aeternum amplius existeret, ibidem, aut ab aeternum usque in eodem loco.

Supponamus magnitudinem terrae ut sit secundum Ptolemaeum 18000. miliarum siue 12500. miliaria ut in expositionibus Geographiae Ptolemaei declarauimus volo scire quanta ponderaret tota terra cum aqua si esset in aqua hic oportet supponere tria, primum quantum spatium continet milliaria secundum pondus vnius cubiti terrae mixtae cum aqua, Tertium uniformitatem corporis hinc scilicet totae terrae sphaeram in milliaria corporis hoc modo, nam cum circumferentia circuli sit 12500. miliaria igitur per capitulum sexagesimum quantum erit diameter miliaria 7159. igitur circumferentia terrae cum hac ducta diametro in circulum maiorem, ducto 7159. in 12500. fiet circumferentia terrae miliaria quadrata 161077300. quare per vigesimam sextam regulam 64. capituli ducemus superficiem in sextam diametri partem, & habebimus globum terrae miliaria quadrata idest longa

lata & profunda 192165457500. & quia vnum milliaria continet 1000. in longitudine latitudine & profunditate continebit igitur milliaria vnum passus quadratos. 1000000000. quare ducemus si in globum terrae, eritque globus terrae passus quadrati 192165457500000000000. habito igitur pondere vnius passus terrae, ex mediocri uniformitate supposita, Multiplicando per superscriptum numerum habebis quot libras ponderat mare, cum terra, non quidem omnino praecise cum adsint montes & reliqua, sed ita quod non accidet error ex 10000. partibus in vna.

Quaeritur cur in principio creauit deus 26 coelum & terram & hominem in sexta Die quiescens in septima, hic quinque maxima mysteria continentur.

Primum quantum actus creationis erat infinitus in vnitatem designatus est ob hoc omnia simul creauit, nam infinito, & Deo, nihil est similis vnitati, excepto quod vnitatem est potentia passiva infinita, deus autem actu infinitus, in reliquis nihil est similis ut nec nix niui, propterea in vnitatem est, in vnitatem creauit, ut cum perfectorum perfectissima sit, omnem creaturam non tantum creando excederet sed & in modo creandi excellentiam Creatoris ostenderet.

Porro creauit duo simul caelum & terram dualitatis perfectionem ostendens, quae in creatis est, mortale terram, immortale caelum, fixam terram, volubile caelum, masculinum caelum, feminam terram, spiritum caelum, opacum terram Deorum caelum sedem, hominum terram, supremum coelum, infimam terram, vides ut primo verbo infinitatis mysterium ostendit in Creatore, ita secundo summa perfectione rei creatae complexus est: agens ac patiens controuersiamque sequatrem ostendens, ac in extremorum virtute etiam cuncta intermedia complexus est hoc secundum mysterium fuit.

Tertium quantum in sex diebus cuncta disposuit, nam Senarii perfectionem in ordine ostendit, hic enim, primus est ab vnitatem perfectus, ubi enim ordo erat impossibile etiam fuit ipsi Deo numerum abesse: namque ordo plurium rerum est, quae autem plura sunt numerum habent, ex ipsis igitur numeris perfectissimus amplexandus fuit Senarius, cumque liceret cuncta simul ordinare magis quam creare, opificis enim finiti ordinatio est, creatio infiniti, ostendit per ipsum quidem licere infinitum esse, ac ex rebus ipsis minime concedi, ut summam assequerentur perfectionem quae est vnitatem, sed ipsas ad secundum locum declinasse perfectionis quae in Senario constituta est, ut igitur perfecto nihil deest, ita neque ordinationi aut rebus ordinatis quidquam melius aut addi tanquam diminuto, aut minui tanquam a superabundante potest, non quidem opificis potestate terminata, sed ipsa rerum seque sibi terminos praecribente, & fuit ac si dixisset per senarium illum eorum quae creata sunt ordo melior ac dispositio assignari non potuit, aut esse, propterea pluries addidit quod vidit Deus ea esse valde, bona.



Sexta autem die hominem creauit quid hoc est aliud, quam vt ostenderet omnium creatorum summam perfectionem in homine esse, ac longè calo anteposendum, nam extremum artificis opus consummatio est, & in ipsa sextæ diei præfiguratione cuncta propter ipsum creata ostendit, aut igitur Angelos multo prius creatos fuisse necesse est, aut Angelicam naturam etiam hominæ inferioriorem, quantum diuinæ capax erat, vnde & Deos homines nuncupari, Angelos nequaquam Scriptura Sacra sapius recipit, hoc igitur quartum mysterium est.

Septima autem die requieuit, quintum insinuat mysterium in Lege enim quies est quæ septenario ostenditur, nec extra perfectionem aliquid constitui aut potest aut debet, vnde sabbatum designatur atque quod in creatoris officio infinitas limites non recipit, cum ordinatoris vice fungitur, non ex sui potestate sed ex infirmitate creaturarum rerum modum sibi statuit ita vt Deo cuncta, homini non omnia licebant, coartata enim infinita vis rei creatæ legibus septa videtur. Deo enim licet ex lapidibus hominem perfectius creare, lapidem autem hominem perfectiorem creare non potest: non quia omnipotentia eius tollatur, sed quia iam supposita lege ipsarum rerum omnipotentia ab ipsomet det Deo coartatur.

Hæc quidem ad tertium librum de morte pertinebant, atque ibidem sunt luculenter explicata, hinc verò tantum vt ostederemus quod in principio Præfati sumus Testamenti veteris sacramenta numerorum mysteriis esse referta.

27 A perfide deferuntur Margaritæ ad Damascum, Sultanus posuit in qualibet ciuitate quæ erat inter Persidem & Damascum vectigal vnius vnciæ deferentibus Margaritas siue paucas siue multas, & fuerunt ciuitates 12. à Perside ad Damascum, & 12. vectigalia computato vectigali Damasci, Post certum tempus cum fuisset similtas inter Sultanum & regem Persarum, volens tacitè Sultanus prohibere ne mercatores ex Perside deferrent Margaritas, constituit ne quis puls, 10. vnciis Margaritarum in vna vice sub pena capitali ex loco ad locum deferret, existimans hoc cum 12. vnciæ pro vectigalibus sint persoluenda, non potuit deferre nisi vncias 10. plus soluendum erit in vectigalibus quam sit tota merces empta, ex qua lege ita viluerunt Margaritæ vt 100 libræ 10. aureis in perside distraherentur. qua de causa cum quidam 100. libras emisset 10. aureis, volens vitare periculum capitis & legem Sultani seruare, cum ex lege Damasci maximo essent in pretio Margaritæ quaritur an villo ingenio posset aliqua particula reseruari.

Respondeo quod sic hoc modo libræ 100. sunt 1200. vnciæ, & quia non possunt deferri nisi vnciæ 10. pro vice, igitur in 120 vicibus deferrentur ad primum vectigal, & remanebunt vnciæ 1080, deinde secundo incipient deferri vnciæ 1080. ad secundum vectigal, 10. pro vice, & deferrentur in 108. vicibus quare solutis 108. vnciis remanebunt in secundo vectigali vnciæ 972. quæ

eodem modo deferrentur in 98. vicibus, & persolutis 98. vnciis, manebunt vnciæ 874. in tertio vectigali & in quarto eadem ratione erunt 786. & ita de reliquis, vt in fine superfuerint vnciæ 335. videlicet libræ 27. vnciæ 11. & persoluit vectigalibus debitum & fuit libræ 72. vnciæ 1. cumque

| Vnciæ |                     |     |
|-------|---------------------|-----|
| 1200  | Vectigalia solutio  |     |
| 1080  | Primum              | 120 |
| 972   | Secundum            | 108 |
| 874   | Tertium             | 98  |
| 786   | Quartum             | 88  |
| 707   | Quintum             | 79  |
| 636   | Sextum              | 71  |
| 572   | Septimum            | 64  |
| 514   | Octauum             | 58  |
| 462   | Nonum               | 52  |
| 415   | Decimum             | 47  |
| 373   | Vndecimum           | 42  |
| 335   | Duodecimum damascus | 38. |
| 335   | Summa               | 865 |

semper maiores Margaritas sibi seruaret, licebat enim ex lege maximam lucratus est pecuniæ quantitatem hoc volui ponere vt ingenium exercerem tuum in talibus prouidentis nam res cum publicanis melius agitur actu quam computo.

18 Habui tres quantitates continue proportionales & per singulam illarum diuisi 25. & proventus tres aggregati fuerunt tantum quantum illæ tres quantitates & similiter tantum fuit illud quod fit ex prima in secundam & producto ducto in tertiam quaruntur quantitates illæ: tunc tu scis quod illud quod fit ex prima in secundam & producto in tertiam est æquale cubo secundæ quantitatibus erunt dictæ tres quantitates iunctæ cubus secundæ quantitatibus & quia tamē aliqua quantitas diuiditur per tres quantitates continue proportionales ita quod prouenientia iuncta sint æqualia diuidentibus tunc secunda ex illis quantitatibus est 2. numeri diuidenti quadrata: per regulam nonagesimam primam quadragesimi secundi capituli igitur secunda quantitas est 2. quadrata 25. hoc est 5. & ipsa erat 2. cuba aggregati igitur aggregatum est 125. igitur dempra secunda quantitate remanent reliquæ duæ 120. & quia ex prima in tertiam tantum fit quantum ex secunda in se per regulam 104. capituli 42. & ex secunda in se fit 25. igitur diuidemus 120. in duas partes quarum vna in aliam ducta faciat 25. eritque per capitulum 49. vna 60. p. 2. 3575. alia 60. m. 2. 3575. & media illarum fuit 5. & ita soluta est. Frater autem Lucas posuit eam & soluit cum magis difficultate & pluribus operationibus superfluis.

Diuide 101. in duas partes quarum quadrata differant in 40. tunc vna erit 119 co. alia 10. m. 1 co. quadrata sunt 1 ce. &



& 100. p. 1. ce. m. 20. co. differentia est 40. p. 1. ce. p. 40. aequatur 1. ce. p. 100. m. 20. co. aqua partes erunt 60. aequalia 20. co. igitur res valet 3. & reliqua pars est 7. igitur cum hoc soluat ex quadragesimo octavo capitulo, manifestum plura posse solui per regulas simplices algebrae, quae non possunt per caraym. vel aliter per regulam quadra 10. fit 100. subtrahere 40. remanent 60. dande per duplum 10. quod est 20. exit 3. & haec erit minor pars & reliqua erit 7.

30 Si quis dixerit inuenias duos numeros quorum quadrata sint 34. iuncta & vnus in alium ductus faciat 15. soluitur tripliciter per 50. capitulum vno modo & per quinquagessimum primum dupliciter, etenim per quantitatem surdam, & per duas quantitates.

31 Diuide 10 in duas partes quarum quadrata dempta ex 100. & 97. residuent duos numeros quarum 2. iunctae sint 17. in hac quaestione scias primo an sit possibilis casus hoc modo diuide 10. per aequalia sunt 5. & 5. aufer quadrata eorum ex 100. & 97. remanent 72. & 75. quorum quadrata iuncta sunt 17. si iterum quadra 10. fit 100. aufer à 100. remanet 97. alia pars cuius 2. est sine 10. igitur 10. est minus quod possit residuare & 17. minus quod possit residuare, si quoniam quoniam diceret quod residuarent plusquam 17. si aut minus quam 10. vel 2. 97. tunc esset impossibilis, quantum autem dicit 17. quare inter 10. & 17. ideo dico quod quaestio est possibilis, cognita possibilitate diuide 10. in 5. p. 1. co. & 5. m. 1. co. tali autem diuisione per medium semper vii debes in difficultibus quaestionibus aliter peruenientes ad aequationes quas difficile esset reducere, erunt igitur quadrata illarum partium 25. p. 10. co. p. 1. ce. & 25. m. 10. co. p. 1. ce. detrahe primum Maius à 100. remanent 75. m. 10. co. m. 1. ce. & minus à 97. remanent 72. m. 1. ce. p. 10. co. cum igitur 2. horum iunctae debeant facere 17. igitur detrahta vna ex his à 17. remanebit reliqua, detraho igitur quam volo utpote primum à 17. remanebit 17. m. 75. m. 1. ce. m. 1. ce. aequale 2. V. 72. m. 1. ce. p. 10. co. quadra vtrumque erit 72. m. 1. ce. p. 10. co. aequale 289. p. 75. m. 10. co. m. 1. ce. m. 2. V. 86700. m. 11560. co. m. 1156. ce. igitur 292. aequatur 20. co. p. 2. V. 86700. m. 11560. co. m. 1156. ce. pone igitur 2. separatas erit 292. m. 20. co. aequale 2. V. 86700. m. 1156. ce. quadra vtrumque partem sient 85264. p. 400. co. m. 11680. co. aequalia 86700. m. 11560. co. m. 1156. ce. quare facta aequatione sient 1416. aequalia 120. co. p. 1556. ce. igitur 1. ce. p. 10. co. aequatur  $\frac{1556}{120}$  reduc ad capitulum fit  $\frac{1556}{120}$  p. 2.  $\frac{1556}{120}$  valor rei 2. autem dicta est  $\frac{1556}{120}$  cui additis  $\frac{15}{120}$  fit  $\frac{1571}{120}$  quod est vntas, & quia vna pars fuit 5 p. 1. co. & alia 5. m. 1. co. erit vna pars 6. alia 4 quia 1. est valor 1 co. ut dictum est.

32 Si quis dicat census ductus in  $\frac{1}{4}$  fuisset producit 192. duc 192. in 4. fit 728. diuide per 3. exit 256. cuius 2. est 16. census quod proponitur, si autem volueris  $\frac{1}{4}$  256.

duc  $\frac{1}{4}$  in se fit  $\frac{9}{16}$  duc  $\frac{9}{16}$  in 259. fit 144. cuius 2. est 12. & hoc est  $\frac{1}{4}$  de 16. & haec est facilius operatio quae possit fieri in surdis, vnde fit. Exemplum census in  $\frac{2}{3}$  sui produxit 10. igitur in se ductus producit 15. duc  $\frac{2}{3}$  in se fit  $\frac{4}{9}$ . duc 15. in  $\frac{4}{9}$  fit 6  $\frac{2}{3}$  cuius 2. est  $\frac{2}{3}$  2. 15. ductaeque 2. 15. & 2. 6.  $\frac{2}{3}$  inuicem faciunt 10.

Duo fossiores inuenerunt vnam balsami vnciarum 8. & habebant duas ampulas secum vacuas quarum altera continebat vncias 5. altera 3. & volebant diuidere balsamum per aequalia dico implenda est ampula quae continet bochalia 5. & remanebunt 3. in prima, secundo cum ampula 5. imple ampulam 3. & remanebunt 2. in ampula 5. ut vides, tertio adde 3. quae continentur in ampula 5. ad 3. quae continentur in vna 8.

| Vrna, | Ampula, | Ampula, |
|-------|---------|---------|
| 8     | 5       | 3       |
| 3     | 5       |         |
| 3     | 2       | 3       |
| 6     | 2       |         |
| 1     | 5       | 2       |
| 1     | 4       | 3       |
| 4     | 4       |         |

& erunt 6. in vna 8. & 2. in ampula 5. deinde transfer 2. in ampulam 3. & remanebit ampula 5. vacua, quam imple cum vna 6. & erunt in ampula 3. vnciae 2. in ampula 5. vnciae 5. in vna 8. vncia 1. imple igitur ampulam 3. cum ampula 5. & remanebunt 4. in ampula 5. & in ampula 3. erunt 3. quae additae ad 1. in vna 8. remanebunt vnciae 4. in vna 8. & totidem in ampula 5. & ita diuisisti per aequalia, regula autem est ut procedas semper eodem ordine & quot volueris solves quaestiones, nam semper à maiore vna impletur maior ampula ab ea autem minor, à minore autem proiicitur in maiorem, nec ordo hic peruertitur.

Quidam discessit à gadibus per occidentem & fuit hoc in Kalendis Ianuarij 1517. & circuiuit terram ter, antequam reuerteretur domum, & computabat dies singulos existens in naui, & visum est ei in reuersionis die quod foret septima Maij 1526. quaeritur quae dies fuit illa in veritate in qua reuerli sunt multi non animaduertentes dicerent quod foret septima dies Maij, cum tamen non ita sit, nam cum ipsi processerint ad cursum solis necessarium fuit ut computarent in qualibet reuolutione diem vnum minus, quam foret in rei veritate, cum igitur perfecerint reuolutiones tres igitur computauerunt 3. reuolutiones solis minus, cum igitur finierint hoc in septima Maij erat tunc decima Maij, & ita sicut videbatur dies reuersionis dies Lunae, fuit dies Iouis, & è contrario accidit circuentibus ab Orientis parte nam circuitus eorum erit in die vno minus, pro singula reuolutione quam sit computum.

Quidam voluit emere 100. capita animalium 100. aureis, Asini vendebantur 3. porci 2. aureis, pecudes  $\frac{1}{2}$  aureo, quaeritur numerus cuiuslibet sortis.

N

Reducas



Reducas omnia ad  $\frac{1}{2}$  quia pecudes venduntur  $\frac{1}{2}$  aureo deinde subtrahe minorem

| Afni,          | Porci,         | Pecudes,          |
|----------------|----------------|-------------------|
| 3              | 2              | $\frac{1}{2}$ 100 |
| 6              | 4              | 1. 50             |
| $2\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ | 0. 100.           |

terminum à reliquis & est  $\frac{1}{2}$  remanebunt  $2\frac{1}{2}$  &  $1\frac{1}{2}$  deinde accipe dimidium 100. & est 50. detrahe ex 100. sunt 50. integra omnia ducenda in 2. sunt iterum 100. & 5. & 3. detrahe 5. totiens à 100. vt residuum numeretur à 3. unde detraho 5. à 100. bis remanet 90. & 3. in 90. ingreditur 30. vicibus erunt igitur Afni 2. Porci 30. Pecudes 68. & est residuum 32. ad 100.

36 Quidam deferebat vinum Domino suo in vase, & cum sitiret bibit primà die vrceos tres vini, deinde reposuit tantumdem aquæ, secunda autem die tantumdem ebibit, & impleuit aqua, tertia iterum die tantumdem bibit & repleuit aqua, atque iterum quarta die idem contigit cum autem attulisset Domino vas cognouit Dominus quoniam vinum non erat sincerum, apposuit igitur vinum ad examen & inuenit tantum adesse aquæ quantum vini, quæritur quot vrceos vas continebat. Tu scis quod detractio fuit proportionalis & quadruplicata & quod in fine remansit terminus minor subduplus maiori, pone igitur quod terminus minor idest vinum remanens sit 1. igitur vas continebat 2. multiplica vnum in aliud fiunt 2. cuius  $\frac{1}{2}$ . est medius terminus, duc in primum sit 2. duc in maiorem  $\frac{1}{2}$ . 2. sit 8. erunt igitur

| Primus,                           | Secundus,                         | Tertius,          |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------------|
| 1                                 | $\frac{1}{2}$ . $\frac{1}{2}$ . 2 | $\frac{1}{2}$ . 2 |
| Quartus,                          | Quintus,                          |                   |
| $\frac{1}{2}$ . $\frac{1}{2}$ . 8 | 2                                 |                   |

termini vt vides, & quia differentia ex supposito  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 8. ad 2. est 3. igitur  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 8.  $\frac{1}{2}$ . 3. est æqualis. 2. dic igitur per regulam 3. si 2. m.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 8. esset 3. quid esset 2. duc 2. in 3. sit 6. diuide per 2. m.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 8. exit per viam Recissi 48.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 1152.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 2654208.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 663552. diuidendum per 8. igitur vasis contentia fuit vrcei 6.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 18.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 648.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 162. & secundum propinquitatem 18  $\frac{1}{2}$ .

37 Quod si dicat quæstio quod biberat tantum ter & remansit medietas non est facilius se difficilius pone igitur vt prius quod vasis contentia sit 2. cuius dimidium est 1, quare ex quadragesimosecundo capitulo regula 62. erit primus terminus 1. secundus  $\frac{1}{2}$ . cu. 4. quartus 2. vt vides, & quia in continyæ proportionalibus terminis proportio quarti ad secundum est veluti differentia, quarti

| Primus, | Secundus,              | Tertius,               | Quartus, |
|---------|------------------------|------------------------|----------|
| 1       | $\frac{1}{2}$ . cu. 2. | $\frac{1}{2}$ . cu. 4. | 2.       |

ad tertium ad differentiam secundi ad primum ducemus 3. differentiam quarti ad tertium in  $\frac{1}{2}$ . cu. 2. & fiet  $\frac{1}{2}$ . cu. 54. quam diuidemus per 2. exhibit  $\frac{1}{2}$ . cu. 6.  $\frac{1}{2}$  & tanta est differentia inter secundum & primum ter-

minum: & similiter quia proportio quarti ad tertium est veluti excessus quarti supra tertium ad excessum tertij supra secundum ducemus 3. excessum quarti supra tertium, in  $\frac{1}{2}$ . cu. 4. & fiet  $\frac{1}{2}$ . cu. 108. quam diuidemus per 2. & exhibit  $\frac{1}{2}$ . cu. 13.  $\frac{1}{2}$  igitur differentia tres sunt 3. &  $\frac{1}{2}$ . cu. 13  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{2}$ . cu. 6  $\frac{3}{4}$  & quia hæ differentia sunt excessus quarti termini supra primum, & quia quartus terminus est duplus primo exposito, erit differentia prædicta dimidium continentia vasis igitur vas continebit duplum differentia quod est vrcei 6.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . cu. 108.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . cu. 54. poterat & aliter solui sed longe difficilius vt experienti patet.

Inuenias numerum quadratum cui additus 6. & diminutus faciat quadratum. Quære in congruentibus an sit aliquis numerus qui per 6. diuisus sit quadratus quod si non inueneris quæstio est impossibilis, si inueniatur vt 24. qui diuisus per 6. producit 4. quadratum de 2. quære igitur tunc congruum de 24. & est 25. diuide per exiens quod fuit 4. exit 6  $\frac{1}{4}$  quæsitus est enim quadratus de 2  $\frac{1}{2}$ . & additis 6. fit 12.  $\frac{1}{4}$ . quadratus de 3  $\frac{1}{2}$ . & detractis 6. remanent  $\frac{1}{4}$  quadratum de  $\frac{1}{2}$ .

Inuenias numerum quadratum à quo detractis 4. radicibus remaneat quadratus. Inuenias ex quadragesimosecundo capitulo numerum congruentem quemvis, puta 24. quem diuide per 4. numerum radicem detractarum propositum, exit 6. per hunc diuide congruentem de 24. estque 25. exit 4  $\frac{1}{4}$ . hunc quadra fit 17  $\frac{13}{16}$ . & hic est numerus propositus, est enim quadratus & ab eo detractis 4. radicibus remanent  $\frac{25}{16}$  & hic est quadratus de  $\frac{5}{4}$ , vt propositum fuit.

Inuenias numerum cui additus 8. & detractus 8. maneat quadratus, duc 8. in se fit 64. adde 4. pro regula idest semper fit 68. diuide per 4. semper exit 17. numerus quæsitus nam additis 8. fit 25. quadratus de 5. & demptis 8. remanet 9. quadratus de 3. & similiter si dixisset additis 3. & ablatis remaneat quadratus, duc 3. in se fit 9. adde 4. fit 13. diuide per 4. exit 3  $\frac{1}{4}$ . numerus quæsitus, nam addito 3. fit 6  $\frac{1}{4}$ . & diminutio fit  $\frac{1}{4}$ .

Inuenias numerum cui additus 10. fiat quadratus, & diminutis 7. fiat quadratus, iunge 10. & 7. fit 17. adde 1. pro regula fit 18. dimidium cape quod est 9. duc in se fit 81. detrahe 10. iungendum remanent 71. & hic est quæsitus numerus, nam additis 10. fit 81. quadratum, & diminutis 7. fit 64. quadratum.

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta faciant quadratum capies quadratum imparem veluti 25. à quo aufer vnitatem, & residui accipe dimidium quod est 12. & hic numerus cum  $\frac{1}{2}$ . 25. & est 5. est vt proponitur, & si assumpsissem 9. dimidium esset 4. &  $\frac{1}{2}$ . 3. quorum quadrata iuncta sunt 25. quadratum de 5.

Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta sit 22. & non sint 4. & 3. quare ex præcedente duos numeros, quorum quadrata iuncta sint quadratum, & sint gratia Exempli 8. & 15. duc ambos in  $\frac{1}{2}$ . 25. & est 5. sunt 40. & 75. diuide per



per se aggregati quatuordecim 15. & 8. & est 17 ex 17  $\frac{1}{2}$  & 4 = horum igitur quatuordecim meta faciunt 25.

44 Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta faciant 13. & non sint 2. & 3. hic differt a precedente quantum 25. erat quadratum, & 13. non est quadratus, ideo soluitur aliter quam precedens inuenias igitur duos numeros per quadragesimam quartam quæstionem quorum quadrata iuncta faciant quadratum, & sint 4. & 3. quorum quadrata iuncta sunt 25. quadratum de 5. dispone igitur hos duos cum duobus primis ut vides, multiplicando duos primos inuicem, & duos secundos 2. in 3. facit 6. & 3. in 4. facit 12. subtraha vnum ab alio remanent 6. Et similiter multiplica eos in cruce & sunt ut vides 8. & 9. quos iunge simul sunt 17. habes igitur duos numeros 6. & 17. provenien- 2 — 3 — 6  
tem ex deductione multipli- 3 — 4 — 12  
cationis directæ & 17. ex ag- 6  
gregatione multiplicationis  
in cruce, quorum verumque 2 3 — 9  
solum diuisiles per 5. radi- X  
cem aggregati quadratorum 3 4 — 9  
de 4. & 3. & exhibet 17. &

31. *Idem Vitroneus dicitur aucto Hieronem*  
Socrati dicens: *Tertium, vnde cor-*  
*nam Deo quam ingenti mole ex puro auro*  
*et ad quendam artificem fabricandam au-*  
*tem locavit, eamque factam Deo obtulit*  
*eumque iam obtulisse intellexit pro auro*  
*magna ex parte argentum esse suppositum,*  
*indignatus curam Archimedi mandat ut*  
*non talia curia neque enim tum ob ar-*  
*tificum tantum ob dedicationem licebat, cu-*  
*is cognoscere quantum argenti loco auri*  
*aurescens soluxisset: cunque multos iam dies*  
*frustrâ Archimedes his quæteret: casu eue-*  
*nit vas palmeum varianti hoc intelligeret*  
*nam tunc excutiebatur aquæ à labris*  
*balari, quanta fuit moles corporis Archi-*  
*medis, videretur è balneo exultans do-*  
*ctus innotebatur nescia an ob amorem*  
*veritatis potius laudandus quam ob impor-*  
*tantiam idè impediendi nullitatem vituperan-*  
*da. Igitur cum duas sphaeras ponderis co-*  
*rotæ alteram ex auro, alteram ex argento*  
*habuisset utraque imposita vasi à labris*  
*aquæ paræ pondus aquæ examinavit de-*  
*terminatum impleto vase coronaque impo-*  
*na melleat quantum argenti atque auri*  
*haberet.*

Si igitur exempli gratia corona ponde-  
ris librarum 120. Aurea pila librarum 120.  
argentea eundem, videlicet librarum  
120. & ponamus gratia exempli quod ex  
eodem valeat pleno aqua imposita aurea pila  
excutatur librarum 40. imposita corona  
excutatur aque librarum 47 imposito argen-  
to excutatur librarum 60. volo scire quan-  
tum argenti continet corona diuide 40.  
per 120. exit  $\frac{2}{3}$ . & similiter diuide 60 per  
120. exit  $\frac{1}{2}$ . deinde pone quod fuerit in co-

rona 1 co. argenti igitur erit residuum au-  
rum idem libræ 120. m. 1 co. multiplica 1  
co. in  $\frac{1}{2}$  fit  $\frac{1}{2}$  co. multiplica libras 120. m.

|          |     |               |               |     |                   |
|----------|-----|---------------|---------------|-----|-------------------|
| Aurum    | 40  | $\frac{1}{3}$ | 120.          | m.  | 1 co.             |
| Corona   | 120 | 47            | 40.           | m.  | $\frac{1}{4}$ co. |
| Argentum | 60  | $\frac{1}{2}$ | 1             | co. |                   |
|          |     |               | $\frac{1}{2}$ | co. |                   |

1 co. in  $\frac{1}{2}$  sunt libræ 40. m.  $\frac{40}{1}$  co. iunge si-  
mul sunt libræ 40. m.  $\frac{40}{1}$  co. p.  $\frac{1}{2}$  co. quod est  
libræ 40. p.  $\frac{1}{2}$  co. & hoc æquatur liqui 47.  
videlicet aquæ coronæ igitur subtrahat 40.  
ex 47. remanebunt libræ 7. æquales  $\frac{1}{6}$  co.  
igitur 1 co. valebit 42 & quia positum fuit  
quod ad esset 1 co. argenti igitur faber suppo-  
nit argenti libras 42. & tantundem auri  
subtrui, & reliquum fuit aurum videli-  
cet libræ 78. cuius probatio est nam pro  
omnibus 3. libris auri, excluditur lib. 1.  
aquæ, igitur pro 78. libris auri excluduntur  
libræ 26. quod est tertia pars, & pro omnibus  
duabus libris argenti, excluditur libra aquæ.  
Igitur pro 42. libris argenti excluduntur li-  
bræ 21. aquæ, quæ iunctæ ad 26. faciunt  
47. cum igitur tantundem excludatur co-  
rona, sequitur ut corona contineat lib.  
78. auri, & 42. argenti, & ita in omnibus  
casibus inuenies hoc modo veritatem. Po-  
test etiam fieri per positionem falsam sed  
non tam faciliter. Possumus etiam facere  
hoc accipiendo Sphæras auri & argenti  
longe minores ipsa corona. Non enim est  
necessarium eas accipere æquales coronæ,  
sed bene inter se exemplum sit corona li-  
brarum 100. facio duas sphæras alteram  
argenteam alteram auream ponderis vn-  
ciarum utpote 36. & ponamus quod ab  
aurea excludantur vnciæ 10. & ab argentea  
13. aquæ & à corona lib. 32. diuidemus igitur  
ut prius 10. per 26. & exit  $\frac{10}{26}$  & simi-

Aurum 36. vñz. ' 10  $\frac{10}{26}$  lib. 100.  
Corona 100 lib. 32 m. 1 co.  
Argentum 36 vñz. 13  $\frac{13}{36}$  1 co.

$$\frac{13}{36} \text{ CO.} \qquad 100 \frac{10}{36} \text{ m. I CO.}$$


---


$$\frac{13}{36} \text{ CO.} \qquad 27 \frac{7}{9} \text{ m. } \frac{10}{36} \text{ CO.}$$

liter 13 per 36. exit  $\frac{13}{36}$ . & pono quod fue-  
rit 1 co. argenti in corona igitur aurum fuit  
libræ 100. m. 1 co. multiplico 1 co. in  $\frac{13}{36}$  fit  
 $\frac{13}{9}$  co. multiplico 100. m. 1 co. in  $\frac{10}{36}$  fit 27  
 $\frac{7}{9}$  m.  $\frac{10}{9}$  co. iūgo fiūt 27  $\frac{7}{9}$  p.  $\frac{1}{12}$  & hoc æqua-  
tur 32 igitur libræ 4  $\frac{2}{3}$  æquantur  $\frac{1}{12}$  co. igitur  
res valet libras 50  $\frac{2}{3}$  quod est vnc. 8. & tan-  
tum in est argenti aurum autem est resi-  
duum, videlicet lib. 49. vñz. 4. & ita  
semper poteris scire in torquibus & anu-  
lis quantum auri sit defraudatum.

Quidam fundit aurum perfectionis 64  
d. 20. ponderis vñs. 10. & aurum ali-  
ud perfectionis d. 21. & aliud perfectionis  
d. 16. & facta fuit massa vnciarum 80 perfe-  
ctionis d. 18. queritur quantum fuit aurum  
perfectionis d. 16. & d. 21

Nota quod in similibus debes detrahere  
aurum cognitum ex cognito, videlicet vn-



# 148 Liber Vnicus. Cap. LXVI.

cias 10. perfectionis d. 20. ex vñz. 80. per-  
fectionis d. 18. & remanebunt vñz. 70. per-

igitur Floreni 10. valent lib. 31. & auri 6.  
exposito valent lib. 1. m. igitur valent libras

|  |                       |
|--|-----------------------|
| 10   | 80                    |
| 70   |                       |
| 20. 4  | 18. 6                 |
| 200 40   | 1440 480              |
|  | 200 40                |
| 1240   | 1240 440              |
| 440  |                       |
| 1680   | 10560                 |
| 440  | 1680                  |
| 24   | 24                    |
| 10560  | 6 $\frac{2}{7}$       |
|  | 17 $\frac{5}{7}$ 70   |
| 1 co.  | 70. m. 1 co.          |
| 21 d.  | 16 d.                 |
| 21 co.d.                                       | 1120 d.m. 16 co.d.    |
| 70   | 21 co.d.              |
| 17 $\frac{5}{7}$ d.                            | 1120 d.p. 5 co.d.     |
| 1240 d.  | 1240.                 |
| 1 co.vñz.                                      | 120.d.æqualia 5 co.d. |
| Valet 24.vñz.   $\frac{5}{11}$ d.valor 1 co.d. |                       |

fectionis d. 17.  $\frac{5}{7}$ . in duas partes vna sit per-  
fectionis d. 21. alia 16. & erit vna pars 1  
co. alia 70.m. 1 co. multiplica. In suas per-  
fectiones vt vides fiunt partes 21 co. d. &  
1120. d. m. 16 co. d. iungantur fiunt 1120. d.  
p. 5 co. d. æqualia 70. ductis in suam perfe-  
ctionem, quæ fuit d. 17  $\frac{5}{7}$  & fient 1240. d.  
æquales 1120.d.p. 5. co. d. igitur detrahen-  
do remanebunt 120. d. æqualia 5 co. d. igitur  
1 co. d. valet 24.d. igitur 1 co. vñz. valuit  
24. vñz. & nos posuimus 1 co.vñz. esse per-  
fectionis 21. d. igitur fuerunt vñz. 24. per-  
fectionis d. 21. & vñz. 46. quod est resi-  
duum de 70. perfectionis d. 16. & ita solu-  
ta est.

Vel aliter & longe breuius & facilius per  
modum secundæ regulæ 41. capituli sub-  
trahe vnam perfectionem ex altera & ex  
parte 21. remanent 1  $\frac{5}{7}$  & ex parte 16. re-  
manebit 3  $\frac{2}{7}$ . iunge simul fiunt 5. dic igitur  
per regulam 3. si 5. producit 70. quid pro-  
ducent 1  $\frac{5}{7}$  & 3  $\frac{2}{7}$ . & inueniens quod 1  $\frac{5}{7}$   
producet 24. & 3  $\frac{2}{7}$  producet 46. vt  
prius.

|                 |                             |                 |
|-----------------|-----------------------------|-----------------|
| 21              | 70                          | 16              |
| 1 $\frac{5}{7}$ | 17 $\frac{5}{7}$            | 3 $\frac{2}{7}$ |
|                 | 3 $\frac{2}{7}$             |                 |
|                 | 1 $\frac{5}{7}$             |                 |
|                 |                             |                 |
| 5.              | 70 1 $\frac{5}{7}$ 120. 24. |                 |
|                 | 3 $\frac{2}{7}$ 230. 46.    |                 |

Floreni 10. valent Scutos 6. & lib. 1. duo  
inierunt societatem primus posuit Florenos  
200. & secundus Scutos 100. contingit pri-  
mo lucrum Florenorum 24. plusquam secun-  
do perfectâ societate, quæruatur valor Scuti  
& Floreni ac lucrum.

Pone quod Florenus valeat lib. 3. asses 2.

|                      |                                   |
|----------------------|-----------------------------------|
| Aurei 100.           | Floreni 200.                      |
| lib. 500.            | lib. 620.                         |
|                      | lib. 74. v. 8.                    |
| 500.                 | 1 co. 620.                        |
| 620                  | 74 $\frac{2}{5}$ p. 1 co.         |
| 1 co.                |                                   |
| 620 co.              |                                   |
| 500.                 | æqualia 74 $\frac{2}{5}$ p. 1 co. |
| 1 $\frac{6}{15}$ co. | æquantur 74 $\frac{2}{5}$         |
| 6 co.                | æquantur 1860.                    |
|                      | 6                                 |
| Valor rei.           | lib. 310.                         |

30. igitur scutum valet lib. 5. igitur Floreni  
2000. valent lib. 620. & auræ 100. valent  
libras 500. lucrum plus erit lib. 74. asses 8.  
Adde igitur ad libras 74. asses 8. quantita-  
tem quæ se habeat ad 500. libras veluti ea-  
dem quantitas se habet cum lib. 74. assibus  
8. ad libras 620. multiplica per viam de la  
co. fient lucrum totum libræ 694. asses 8.  
quarum primo contingent libræ 384. secun-  
do libræ 310.

Duo posuerunt primus 300. cum persona, 48  
secundus 200. tantum & primo debebantur  
 $\frac{2}{3}$  lucri, secundo verò  $\frac{1}{3}$ . venit tertius & po-  
suit 400. & personam cessante primo à per-  
sona, quæruuntur partes, fac sic primus ha-  
buit duplum secundo igitur posuit duplum,  
sed secundus posuit 200. igitur primus po-  
suit 400. & quia posuit 300. in pecunia tan-  
tum igitur persona valuit supplementum,  
de 400. & est 1000. in secunda igitur socie-  
tate primus posuit 300. secundus 200. tertius  
400. & personam quæ valet 100. iunge fiunt

|        |          |                 |
|--------|----------|-----------------|
| Primus | Secundus | Tertius         |
| 300    | 200      | 400. & personam |

1000. dic igitur si 1000. capitale producit lu-  
crum puta 10. quid eueniet primo secundo &  
tertio & euenient primo  $\frac{3}{10}$  secundo  $\frac{2}{5}$ . tertio  
 $\frac{1}{5}$ . nam tales partes sunt 300. 200. & 500. de  
1000.

Hæc ratio ita communiter soluitur & est in  
vñz. verum non est totaliter vera nam perso-  
na non debet æqualiter æstimari in modica  
& magna summa nam in magna summa plus  
laboris, plus diligentia, plus impensæ, plus  
etiam periculi semper requiritur, potest igitur  
hæc solui hoc modo. In prima conuentio-  
ne debebantur primo  $\frac{2}{3}$  secundo  $\frac{1}{3}$  igitur pri-  
mus posuit 400. & secundus 200. & quia pri-  
mus posuit 300. in pecunia igitur persona  
æstimat 100. iunge omnia fiunt 600. igitur  
persona est  $\frac{1}{6}$  societatis, & similiter in secun-  
da societate erit  $\frac{1}{6}$  societatis, siue  $\frac{1}{6}$  pecunia-  
rum positarum: pecuniæ positæ fuerunt 900.  
igitur persona debet estimari 180. adde ad  
900. fiunt 1080. igitur primo debebuntur  $\frac{5}{12}$ .

|     |      |     |
|-----|------|-----|
| 300 | 200  | 580 |
|     | 1080 |     |

secundo  $\frac{5}{12}$ . tertio  $\frac{2}{12}$ . questio igitur debet solui  
2. modo aliter esset & falsissima & iniustissima.

Duo



# De Quæstionibus Arithmet.&c. 149

48 Duo inueni societatem ita vt primo de-  
beat  $\frac{1}{5}$  p. 5. & secundo  $\frac{1}{7}$  p. 7. lucrati sunt  
100. queruntur partes iunge  $\frac{1}{5}$  &  $\frac{1}{7}$  fiunt  
 $\frac{12}{35}$  iunge 7. & 5 fiunt 12. detrahe 12. a 100.  
remanent 88. die igitur si  $\frac{1}{5}$  dat 88. quid da-  
bunt  $\frac{1}{7}$  &  $\frac{1}{5}$ . & inuenies quod primo de-  
beantur ex illis 88  $37\frac{1}{7}$ . & secundo  $50\frac{1}{7}$ .  
adde p. 5. & secundo. 7. euenient  $42\frac{1}{7}$ .  
secundo autem  $57\frac{1}{7}$ . & similiter facies si  
diceret primo debetur  $\frac{1}{5}$  p. 5. & secundo  $\frac{1}{7}$   
p. 7. nam detractis 12. ex 100. remanent 88.  
iunge  $\frac{1}{5}$  &  $\frac{1}{7}$  fiunt  $\frac{12}{35}$ . diuide 88. per 5. exit  
 $17\frac{1}{5}$  igitur primo euenient additis 5. in to-  
tam 40. & secundo in totum 7. additis,  
 $59\frac{1}{5}$ .

50 Si autem dicat posuit vnus nostram  $\frac{1}{5}$   
p. 5. & alius  $\frac{1}{7}$  p. 7. & lucrati sumus 100. que  
erit pars vtrius cuiusque nostrum. Tunc adde  
denominatores  $\frac{1}{5}$  &  $\frac{1}{7}$  fiunt 5. adde 1. pro  
regula fient 6. multiplica in 12. quod est con-  
tentu 5. & 7. fiunt 72. cape huius  $\frac{1}{5}$  p. 5. &  
est 41. &  $\frac{1}{7}$  p. 7. est 31. qui iuncti faciunt 72.  
deinde die si 72. producit 41. & 31. quid pro-  
ducat 100. per regulam trium operare &  
inuenies quod primus habebit  $56\frac{1}{11}$ . & se-  
cundus  $43\frac{1}{11}$ . Unde differentia a primo est  
fere 3. idem animaduerte modum propo-  
nendo, in hac enim & quinquagesima secun-  
da quæstione, omnes Arithmetici nutant,  
& nota quod hoc ipso probatur per  
la co.

51 Duo posuerunt in societatem primus  
Ducatus 120. secundus 240. & primus de-  
ditur ex societate inter tempus & pecu-  
nia Ducatus 240. secundus autem Duca-  
tus 120. queruntur residuum quemodo de-  
beat dandi, & huc quæstio accidit in ef-  
fectu.

Nota quod aliqui solidi Arithmetici ita

|     |     |       |
|-----|-----|-------|
| 120 | 240 | 57600 |
| X   |     |       |
| 240 | 180 | 21600 |

soluant multiplicando vt vides in crucem  
primo remanens 21600. secundo autem  
3780. & ita p. 100. secundo  $\frac{1}{7}$ . totius  
lucris. In hoc modum est maximi erroris, ita  
vt possit adducere errorem 1000. aureorum,  
in hac parte ex temeritate eorum qui au-  
dunt impossibilem quæstionem dissoluere. Un-  
de duo & bene nota quod si non addatur  
lucrum factum aut illud quod remanet di-  
uidendum nunquam poterit bene solui nec  
per eos nec per aliam viam.

Ponamus igitur quod lucrum remanens  
diuidendum sit ad 100. iunge omnia si-

|          |     |     |
|----------|-----|-----|
| Primus   | 120 | 240 |
| Secundus | 240 | 180 |
|          | 360 | 500 |
|          |     | 920 |

mal vt vides videlicet capitalia per se &  
sunt 360. & lucra per se, & sunt 920.  
deinde die si 360. lucratur 920. quid lu-  
crabitur 120. & 240. & inuenies quod  
primo contingunt 306  $\frac{1}{11}$ , & secun-  
do 613  $\frac{1}{11}$ . quare cum primus iam ab-

Tom. IV.

stulerit 240. remanebunt ei dandi 66  $\frac{2}{11}$ .  
secundus autem cum habuerit 180. remane-  
bunt ei dandi 433  $\frac{1}{11}$  & ita vides quod se-  
cundo longè plus debetur respectu primi  
quam in prima computatione, videlicet  
plus  $\frac{1}{11}$  respectu  $\frac{2}{11}$ . Si vero ponatur lucrum  
ignotum respectu capitalis sic facies ponen-  
do vt prius 1 co. loco 100. aureorum, iunge  
fiet capitale 360. & lucrum 420. p. 1 co. igitur  
primus posuit  $\frac{1}{5}$ . & secundus  $\frac{2}{7}$  quare  
dabis primo  $\frac{1}{5}$  de 420. p. 1 co. & erit 140.  
p.  $\frac{1}{5}$  co. & secundo  $\frac{2}{7}$  & erit 280. p.  $\frac{2}{7}$  co.  
quare cum primus subtraxerit iam 240. &

|          |     |                           |
|----------|-----|---------------------------|
| Primus   | 120 | 240                       |
| Secundus | 240 | 180                       |
|          |     | 1 co.                     |
|          | 360 | 220 p. 1 co               |
| Primo    |     | 140 p. $\frac{1}{5}$ co.  |
| Secundo  |     | 280 p. $\frac{2}{7}$ co.  |
| Primo    |     | $\frac{1}{5}$ co. m. 100. |
| Secundo  |     | $\frac{2}{7}$ co. p. 100. |

secundus 180. remanebunt primo  $\frac{1}{5}$  co. m.  
100. & secundo  $\frac{2}{7}$  co. p. 100. quare habebis  
idem nam si lucrum fuit 500. ducatorum ca-  
pe  $\frac{1}{5}$  & est 166  $\frac{2}{3}$ . subtrahe 100. remanent  
66  $\frac{2}{3}$ . & similiter secundo dabis  $\frac{2}{7}$  co. igitur  
 $\frac{1}{5}$  de 500. & est 333  $\frac{1}{3}$ . adde 100. fient 433  
 $\frac{1}{3}$  vt prius non tamen potest solutio hoc  
modo distingui nisi cognito lucro vt prius.

Quidam dedit libras 100. ad caput anni 52  
ad 10. pro 100. pro 6. mensibus queritur  
quantum debet recipere in dictis 6. mensi-  
bus, animaduerte quod Frater Lucas posuit  
duos modos soluendi hanc quæstionem,  
vnum mercantilem in dis, nona. T. quinto  
C. primo alium autem verum & ex algebra  
in capitulo tertio quæstione decimasexta &  
cum essent ambo necessarij defecit tantum  
in hoc quod non distinxit inter vtrosque,  
veritas enim est in modo Algebra, sed facili-  
tas fuit necessarita pro mercatoribus ne-  
scientibus Algebra, ego autem soluam ipsam  
vtroque modo vt simul intelligas differen-  
tiam operandi & etiam solutionis, primum  
autem modum declarauit in capitulo quin-  
quagesimo septimo, copiose secundum autem  
in eodem capitulo quæstione quæ est in fine.

Pro primo modo soluitur sic promerere  
100. p. no anno vno & mensibus 6. deficien-  
tibus ad 10. pro 100. fiunt 115  $\frac{1}{5}$ . duc 110  
quod est meritum cum capitali primi ann  
in se fit 12100. diuide per 115  $\frac{1}{5}$ . exit 104  
 $\frac{16}{25}$ . & hic est prouentus mercantis.

Pro secundo modo pone quod in primis  
6. mensibus lucretur 1 co. igitur habebit  
100. p. 1 co. & quia in aliis sex mensibus ha-  
beret 110. ad 10. pro 100. in anno igitur 100. &  
100. p. 1 co. & 110. sunt continue proportio-  
nalia duc igitur 100. in 110. fit 1100. & hoc  
æquatur quadrato de 100. p. 1 co igitur 12. 1100  
est æqualis 100. p. 1 co. veniamus ad propin-  
quū 12. 1100. est 104  $\frac{22}{25}$ . differt autem hic pro-  
uētus à mercatili qui fuit 104  $\frac{16}{25}$ . in  $\frac{6}{25}$ . qui-  
bus, creditor fraudaretur. In prima ratione  
nam deberet recipere 104  $\frac{22}{25}$ . & non recipit  
nisi 104  $\frac{16}{25}$ . differentia est solidi 2. nummi  
4  $\frac{12}{25}$ . pro omnibus 100. libris capitalis & in

N 3 libris



libris 10000. aurei duo quasi quare aduerte.

53 Quidam accepit à Iudæo libi. 20. ad caput anni ad 40. pro 100. & in capite 21. mensium adiuit Hebræum vt reciperet pignus qui volib. 40. quæritur an deceperit & quantum plus recepit debito couentionis.

Soluitur sic si ex 20. fecit 40. in 21. mensibus, igitur ex 1. fecit 2. & si in 21. mensibus fecit ex 1. 2. igitur in mensibus 42. faceret ex 1. 4. & in 63. mensibus ex 1. 8. & in 84. mensibus qui sunt anni 7. faciet ex 1. 16. igitur in 7. capitibus annorum faceret ex 1. 16. igitur inter 1. & 16. sunt 6. termini contiue proportionales, quare vt dictum est sapius cum primus sit vnitas erit secundus quadrata tertij & cuba quarti & R. R. quinti & R. Rel. prima sexti & R. R. cu. septimi & R. Rel. secunda octaua qui est 16. si igitur 1. in primo anno fit R. Relata secunda 16. igitur quid fiet 100. duc 100. in Rel. secundum & fit ducendo primo ad cubum, deinde ad  $c^m$   $c^s$ , nam Rel. secundum fit ex cubo in cen. cen. fiet igitur cu. 100. ipsum 1000000. & census, census 100. ipsum 100000000. duc 100000000. in 1000000. fiet Relatum secundum de 100. ipsum 100000000000000. duc igitur hoc in 16. quod est Relatum secundum termini secundi ab vnitate fiet 1600000000000000 cuius R. Rel. secunda est prouentus de 100. in vno anno & est ferme  $148\frac{5}{7}$ . detractis 100. Remanet quod Iudæus accepit non ad rationem 40. pro 100. sed ad  $48\frac{5}{7}$  pro 100. soluitur autem longe facilius mercantiliter, licet non præcisius sic per modum præcedentis promerere 100. ad 40. pro 100. proueniunt in duobus annis 196. deinde promerere tres menses etiam quæ deficiunt & fient in 27. mensibus  $215\frac{1}{5}$ . multiplica 196. in se fit 38416. diuide per  $215\frac{1}{5}$  exeunt  $178\frac{28}{539}$ . igitur pro libris 20. qui sunt quinta pars de 100. debuit accipere tantum lib. 35. solidos 12. d. paruos  $8\frac{192}{539}$  quod igitur accepit plus facit contra debitum Animaduerte quod si velles scire mercantiliter quantum accepit pro 100. quod oportet soluere per secundam regulam kataim faciendo duas positiones veluti ad 40. pro 100. prouenit in 21. mensibus  $17\frac{28}{539}$  pone modo quod acceperit ad 50. pro 100. & inuenies quod in 21. mensibus persolueret 200. vt fuit propositum, accepit igitur ad 50. pro 100. & differt à superiore vt vides in  $1\frac{2}{7}$  pro 100. si igitur non euenisset 200. præcisè sed vt pote 210. dixisses per secundam regulam kataim ex 40. prouenit  $178\frac{28}{539}$ . ex 50. 210. nos autem volumus 200. operaberis per m. & p. vt doceris in illo capitulo, & est pulchra operatio & necessaria omni mercatori.

54 Quidam rex misit capitaneo suo generali aureos 128000. ea conditione vt 7000. equitum mercenariorum & 7000. peditum conduceret, pro omnibus autem 100. aureis quos In equites erogaret por aliis 100. conduceret 18. pedites plus quam equites veluti si conduxisset 20. equites 100. aureis volebat vt in 38. pedites 100. alios aureos erogaret venit ad Capitaneum quidam dux belli cum 1700. peditibus & 200. equitibus: quæritur quantum

stiquendij à Capitaneo promereri debet, hanc quæstionem mihi proposuit Magister Gabriel de Aratoribus.

Ego autem ita solui quia facilis solutio- nis est si memor es quintæ quæstionis supra positæ nam eodem modo præcisè soluitur, reduces 128000. ad centena quia per centena fit solutio, & erunt 1280. centena dicas igitur diuide 1280. in duas partes quarum vna multiplicata per 1 co. & alia per 1 co. p. 18. producant 7000. ambæ, igitur per conuersum diuisis 7000. per 1 co. & aliis 7000. per 1 co. p. 18. prouenient exeuntia talia vt quod iuncta facient 1280. diuido igitur 7000. per 1 co. fit  $\frac{7000}{1\text{ co. p. }18}$ . & 7000 per 1 co. p. 18 fiunt  $\frac{7000}{1\text{ co. p. }18}$  aggrega hos duos fractos per capitulum suum fiunt incrucian- do vt vides  $\frac{14000\text{ co. p. }18}{1\text{ co. p. }18\text{ co.}}$  & hoc debet esse æquale 1280. igitur multiplica vt- runque per denominatorem fient 14000 co. p. 126000. æqualia 1280 ce. p. 23040.

$$\begin{array}{r} 7000 \quad 7000 \\ 1\text{ co.} \quad 1\text{ co. p. }18. \end{array}$$

$$\text{co. }14000\text{ p. }126000.$$

$$1\text{ ce. p. }18\text{ co.}$$

$$\begin{array}{r} 1280 \\ 1\text{ ce. p. }18\text{ co.} \end{array}$$

$$1280\text{ ce. p. }23040\text{ co.}$$

$$14000\text{ co. p. }126000.$$

$$1280\text{ ce. p. }9040\text{ co.}$$

$$126000.$$

co. igitur detractis 14000 co. ex 23040 co. remanent 9040 co. p. 1280. ce. æqualia 126000. reduco ad vnum ce. fit 1 ce. p.  $7\frac{1}{16}$  co. æqualia  $28\frac{7}{16}$ . sequere capitulum, necro fiet valor rei R. L. 110  $\frac{222}{1024}$  m. 3  $\frac{17}{32}$ . R. au- tem 110.  $\frac{222}{1024}$  est 10  $\frac{17}{32}$ . detractis igitur 3  $\frac{17}{32}$ . remanet valor rei 7. & tot equos habuit pro 100. aureis, & 18. pedites plus, igitur habuit pedites 25. & habuit pro 28000. aureis pedites 7000. & pro 10000. aureis e- quites 7000. & pro 200. equitibus dabun- tur aurei  $2857\frac{1}{7}$ . & pro 1700. peditibus aurei 6800. igitur in totum dabuntur duci aurei  $9657\frac{1}{7}$ .

Quidā disposuit oua 100. singula per re- ctam lineam in distantia vnus ita quod vl- timus distabat à primo passibus 99. deinde collocauit cistulam distantem à primo ouo vno passu & iussit villicum quemdam colli- gere omnia hæc oua & reponere in cistu- lam ita tamen quod singulis vicibus tan- tum acciperet ouum vnum tantum, quæritur villicus ille quot faciet passus accipe distan- tiam vltimi oui à cistula & est 100. passus, adde ei 1. pro regula fit 101. multiplica 100. in 101. fit 10100. & tot passus faciat & sunt milliaria  $10\frac{1}{10}$  soluitur enim ex duplicata pro- gressionem vnde multi soluentes per simpli- cem progressionem dicunt quod facit passus 5050. & hoc est medietas tamen & causa quod oportet duplicare progressionem est quod in singulis ouis oportet ire à cistula & reuerti



# De Quæstionibus Arithmet. &c. 151

remittit ad eam & ita duplicare iter, quod si dixeris quid cistula distaret ab ovi primo tubus pallibus tunc minue à 100. quis 3. fit 99. addit 6. pallibus quibus cistula distat à primo ovi sunt pallibus 102. terminus maior & minor est 1. de terminis sunt 100. multiplica igitur 102. in 102. ut prius fuit 10506. pallibus à quibus detrahe 6. pro primis duobus terminis remanebunt 10500. videlicet millia 10  $\frac{1}{2}$  nam duplicata progressio de 2. facit 4.

36. Quæstio Cardancia hanc ita appellauimus quia non solum ut fere omnes reliquæ à nobis inuenta est, sed propter magnitudinem artificij in solutione, potest etiam variari mille modis de plus in omni genere quantitationum irrationalium & ideo sub hac forma possunt proponi 1000. quæstiones quas vix solvere est possibile nisi quis sciat solutorem huius & hac soluta soluitur omnes dñe veluti si quis dicit de binomis aut rectis aut binomialibus aut mulceat res maiores manifestum est enim innumera- biles eo modo posse formari quæstiones est quæ quæstionum talis.

Quidam perambulauit primâ die certam quantitatē spaciij & secunda die tanto plus proportionem quam diuina est maior contra si eorundem die tantum plus quanto secunda quantitas proportionem partio maior li- queat diuina & diuina excedit excedit mino- rem proportionem & quare dicit in proportio- ne ad certam ut in secunda ad primam & quare ad proportionem altera tanto plus quarta quanto in tertia plus secunda & ita alterna- tis certis in diebus v. perperit 9. millia quæstiones igitur quantum ambulauit die prima.

Tu scis quod in secunda die per ambulauit quantitas proportionem numerum rationalem primam quæ sit 2. nam cum hoc etiam p- r- uentum sit ad maximos numeros, si igitur dia- metrum est 1. latus quadrati erit 2. nam quadratum 2. sit 4. cuius medietas est 2. cuius medietas quadrati est igitur primus termi- nus huius proportionis 2. secundus au- tem 4. quod huius quadrato 2. in 4. quadra di- metrum 2. quadratum est 4. sit 1. addit ad 4. fit 5. igitur tertius terminus est 5. p. 1. qui est medietas secundi termini est enim hoc per regulam dictam in capitulo quantita- tionum irrationalium nam cum diuiseris 2. se- cundum huius proportionem exibat pro ma- iore partem 2. 5. id. 1. igitur addita maior

Primus 2.  
Secundus 4.  
Tertius 5. p. 1.  
Quartus 25. p. 10.  
Quintus 125. p. 50.  
Sextus 625. p. 250.  
Septimus 3125. p. 1250.

pallio totu facit eandem proportionem erit igitur ut dictum est primus terminus 2. secundus 1. tertius 5. p. 1. dices igitur si 2. sit 5. p. 1. quid sit 5. p. 1. multiplica 2. p. 1. in se sit 6. p. 2. dunde per 2. 2. erit 12. p. 2. pro quinto termino de- munde die si 2. sit 2. p. 10. quod

fiet 2. 18. p. 2. 10. multiplicabis ut prius 2. 18. p. 2. 10. in se sit 28. p. 2. 720. diui- de pro 2. 2. exit 2. 392. p. 2. 360. pro no- no termino deinde fac positionem dicendo si 2. 2. producit 1. co. quid producit 2. 392. p. 2. 360. multiplica 1 co. in 2. 392. p. 2. 360. fit 2. 392 ce. p. 2. 360 ce. diuide per 2. 2. exit 2. 396 ce. p. 2. 180 ce. est autem 2. 196 ce. 14 co. igitur vltimus terminus est 14 co. p. 2. 180 ce. deinde ingredere cum regula vigesimaquinta vigesimiseptimi capituli quæ generalis est in omni progressionem Geometri- ca etiam multiplicet eam posuerim tantum in illo non pone igitur quod primus termi- nus subtrahendus sit 1 co. igitur 9. m. 1. co. se habet ad maiorem terminum m. 1 co. sicut tertius & secundus terminus qui sunt 3. p. 2. 5. ad tertium dempto primo & est 2. 5. m. 2. p. 1. igitur multiplicando 9. m. 1. co. in 2. 5. m. 2. p. 1. fit ut vides si igitur hoc

$$\begin{array}{r} 2. 5. p. 1. m. 2. \\ \underline{5. m. 1. co.} \\ 2. 405 p. 9. p. 2. 2. ce. m. 162 \\ \underline{m. 2. 5. ce. m. 1. co.} \\ 3 co. p. 2. 5. ce \\ \underline{1 co. p. 2. 405. p. 9. p. 2. 2. ce.} \\ m. 2. 162. \\ \underline{14 co. p. 2. 180 ce.} \\ \underline{3. p. 2. 5} \\ 42 co. p. 2. 1620. ce. \\ \underline{p. 2. 900. ce. p. 2. 980. ce.} \end{array}$$

diuidat per 3. p. 2. 5. exibat maior terminus dempto primo id est 1 co. igitur ducemus 1 co. in 3. p. 2. 5. fit 3 co. p. 2. 5. ce. quod additum 3 ad supradictam multiplicationem facit ut vides, igitur illud totum diuisum per 3. p. 2. 5. producit 14 co. p. 2. 180 ce. nam & ille fuit vltimus terminus integer cum igitur multiplicauerimus 14 co. p. 2. 180. ce. in 3. p. 2. 5. non diuidendo reliquam extre- mum fient 72 co. p. 2. 1620 ce. p. 2. 980. ce. æqualia 2. co. p. 9. p. 2. 2. ce p. 2. 405. m. 2. 162. igitur æquando fient 70. co. p. 2. 1620 ce. p. 2. 980. m. 2. 2. c. æqualia 9. p. 405. m. 2. 162. igitur per capitulum simplex algebræ diuiso 9. p. 2. 405. m. 2. 162. per 70. p. 2. 1620. p. 2. 980. m. 2. 2. tanquam nu- merum exibat valor rei id est quantum am- bulauit prima die nam suppositum est quod prima die ambulauerit 1. co. diui- demus igitur trinomial per quadrinomial iuxta regulam quartam 21. capituli quæ est ut detrahas quadratum partis recisi hoc modo ut facias recisum in tot partibus contrarium quadrinomio in quot est si- mile, si enim faceres recisum solum per p. 2. 2. non eueniret trinomial sed iterum quadrinomial, deinde sepa- ra partes & quadra vtramque per se & fient

$$\begin{array}{r} 70. p. 2. 1620 | p. 2. 980. m. 2. \\ 70. p. 2. 1620 | m. 2. 980. p. 2. 2. \\ 4900. p. 1620 | m. 2. 980. m. 2. \\ \underline{p. 2. 317.52000} \quad \underline{p. 2. 7840.} \\ 5518. p. 31752000. p. 2. 7840 \end{array}$$

N 4 partes



partes similes 70. p. R. 1620. & 70. p. R. 1620. recisa autem, pars erit p. R. 980. m. R. 2. & m. R. 980. p. R. 2. quadra igitur vtramque partem per se per modum R. ligatae fient igitur iunctae hae duae productiones 5538. p. R. 31752000. p. R. 7840. cuius recisum ponatur R. 31752000. p. R. 7840. m. 5538. multiplica vt vides per eandem sunt vt vides quare tandet fiet productum R. 995742720000. p. 1090396. ponemus igitur recisum huius considerantes vt cadat m. super minorem terminum est autem R. minor numero nam 1090396. in se ductum producit plus quam 995742720000 ideo ponemus recisum 1090396. minus radice illa provt vides in Figura inferiore &

Secundum Rec.

R. 31752000. p. R. 7840 | p. 5538.  
R. 31752000. p. R. 7840 | m. 5538.  
317520000. p. R. 7840 | m. 30669444.  
p. R. 995742720000  
R. 995742720000. p. 1090396.

multiplicabis per eandem regulam, & fiet tandem diuisor detracto m. producto numerus hic detractis enim vt in aliis 995742720000. ex 1188963436816. remanent 193220716816. & hic est diuisor deinde habemus tria residua vt vides multiplicanda per 9. p. R. 405. m. R. 162. fiet igitur productum ex primo quadrinomio residuo in diuidendum 792. p. R. 131220. p. R. 162. p. R. 810. p. R. 158760. p. R. 1984500. m. R. 79380. m. R. 793800. m. R. 262440. nam tres aliae radices transeunt in numeros & ideo detrahimus 18. & 630. & addidimus 810. & facta est summa numeri 792. qui erat prius 630. totum igitur hoc constans

Tertium Rec.

1090396 | p. R. 995742720000  
1090396 | m. R. 995742720000  
1188963436816 | m. 995742720000  
99574272000 |  
193220716816. Diuisor

ex 9. partibus multiplicabimus in recisum quintum quod fuit R. 31752000. p. R. 7840. m. 5538. & fiet totum hoc R. 19916886328000. p. R. 5143824000. p. R. 63011844000000. p. R. 25719120000. p. R. 5040947520000. p. R. 1270080. p. R. 245662147440. p. R. 2456621474400. p. R. 1028764800. p. R. 8048888883360. p. R. 4917749760. p. R. 15558480000. m. 2940056. m. R. 25204737600000. m. R. 62233392000. m. R. 1982594880000. m. R. 4024444441680. m. R. 622339200. m. R. 4968449928. m. R. 24842249640. m. R. 4869080929440. m. R. 60863511618000. nam quinque radices transeunt in numerum ideo sunt partes tantum 22. e quibus vna est numerus caeterae sunt radices & ideo multiplicabimus hoc totum in recisum tertium quod fuit 1090396. m. R. 995742720000. & ideo facta multiplicatione in 2940056. reducemus totum hoc reci-

sum ad radicem & fiet R. 1188963436816. m. R. 995742720000. proveniet illud quod diuisum per 193220716816. producet illud quod ambulavit in prima die & est valor rei & quia excedit 5000. litteras facta diuisione ideo non pono hanc vltimam multiplicationem cum sua diuisione.

Si vero quis aliter soluat eueniet aequatio 5000. numerorum quorum singuli plusquam 20. litteris constarent impleteretque totum hunc librum nec forsitan bene sufficeret & ideo potest absolute alio modo operatio impossibilis appellari.

Nembrot voluit aedificare turrim babel vsque ad coelum quaritur Deo non resistente quomodo potuisset continuari vt nec coementum, nec lapides nec cibus defuisset aedicatoribus, nam in tanta altitudine non potuissent cibum etiam pro se tantum deferre nedum pro aedicatoribus, nam quanto plures fuissent portatores eo plures fuissent comestores, ponamus igitur quod quilibet homo sufficiat portare cibum pro 5. hominibus & vltra ex coemento & lapidibus lib. 10. & singulis diebus vel ascendendo vel descendendo possit perficere milliarum, 12. quod non parum esset tum ob assiduitatem tum ob ascensum tum ob obliquitatem viae & velim statuere iam turri alta 36. milliaribus quomodo possit augeri & perfici scias quod potest solui dupliciter vel per regulam vel per omnem numerum, per regulam ita soluitur vt non superfit nec defuit aliquid in toto magisterio nec de cibo nec de lapidibus nec de coemento: si vero soluatur ex numero obiter posito tunc superest aliquid nihil tamen deest. Ponamus igitur per regulam primo diuide 36. per dimidium millia-

| Altitudo     | Iter diei    | Gestatio             |
|--------------|--------------|----------------------|
| Turris       |              | pro cibo 5.          |
| Milliarum 30 | Milliarum 12 | pro cemento          |
| 6            | 2            | & lapidibus lib. 10. |
| 5            |              |                      |
| 1            | 1            | 4096   36            |
| 6            | 5            | 1024   30            |
|              | 25           | 1280   24            |
|              | 125          | 1600   18            |
|              | 625          | 2000   12            |
|              | 3125         | 2500   6             |
|              |              | 3125   Pes tur.      |
|              |              | 15625                |

riorum quae potest homo ambulare singulo die & est 6. exit 6. deinde quia quilibet gestat cibum pro 5. hominibus quare 6. terminos minimos in quintupla proportionem & sunt necessario inchoantes ab vnitatem & sunt vt vides vltimus igitur est 3125. & tot homines pones in pede turris deinde subtrahere quintam partem ex 3125. remanebunt 2500. & tot homines pones in primo solario turris vbi est alta milliarum, 6. & ibi manebunt, deinde ex 2500. auferes quintam partem & remanebunt 2000. & tot homines pones in secundo solario vbi turris est alta milliarum 12. & iterum a 2000. auferes quintam partem & remanebunt 1600. & tot homines pones in tertio solario vbi turris est



# De Quæstionibus Arithmet.&c. 153

est alta miliaria 18. deinde à 1600. auferes quantum posita remanebunt 1280. & tot homines ponas in quarto solario turris vbi est tanta altitudo miliaria 24. iterum subtrahes de 1280. partem quintam & est 256. remanent 1024. & tot homines ponam in quinto solario vbi turris est alta millia 30. pro vltimo autem termino vbi sunt laboratores est alia ratio subtrahere 1. à proportionem remanent 4. duc in 1024. fiunt 4096. & tot homines laborabunt in summitate turris quibus non deficiet vnquam cibus: pro cœmento multiplica 10. in 1024. penultimum terminum sicut libræ 10270. & tantum in summa qualibet die deferetur lapidum & cœmenti.

Probatio autem huius operationis talis est nam primi quod sunt in turris fundo deferunt cibaria pro 5. hominibus singuli & quia in vna die vadunt 6. miliaria & totidem reuertuntur igitur deferent ad primum solarium cibum pro 12500. hominibus subtrahat quintam partem quam comedunt & hoc est onus existentium in secundo solario, nam quinta pars de 12500. est 2500. hi autem postquam comederunt quintam partem reuertunt ad secundum solarium cibum pro hominibus 10000. & ita decrescendo per quantum partem erit cibus  
 altitudo in summitate turris 4096. 5120  
 quare tot homines poni poterunt 6400  
 prosperis laborantibus & ita cum 8000  
 17424. hominibus habebis in opere 10000  
 re aduenit pro edificatione hominum 4096. sunt plus quarta parte  
 & hæc regula tenet in infinitum quantumlibet ascendendo.

Si verò poneres in eodem casu altitudinem turris miliariorum 54. & homines in

|    |     |            |
|----|-----|------------|
| 8  | 8   | 54         |
| 2  | 10  | 48         |
| 4  | 15  | 42         |
| 4  | 20  | 36         |
| 5  | 25  | 30         |
| 7  | 35  | 24         |
| 6  | 45  | 18         |
| 12 | 60  | 12         |
| 16 | 80  | 6          |
| 20 | 100 | pes turris |

fundo 20. tunc detrahe quintam partem remanent 16. & tot homines ponas in primo solario detrahe quintam partem à 16. & est  $3\frac{2}{5}$  pone igitur 4. remanent 12. & tot ponas in secundo solario detrahe ex 12. quintam partem remanent  $2\frac{2}{5}$  pone 3. remanent 9. homines & tot ponentur in tertio solario & in quarto. 7. in quinto 5. in sexto 4. in septimo 3. in octauo 2. in vltimo vt dixi dante 1. ex proportionem siue ex numero cibi quem quilibet deferre potest fiet 4. multiplica in 2. fit 8. & tot homines poterunt laborare in summitate turris vbi est altitudo 54. miliariorum proba & videbis & hæc quæstio seruiet etiam regi volenti ducere exercitum in solitudines nam oportebit homines in certis collocare spatiis pro stationibus qui continuo vehent cibaria cunctes & reuertentes singulis diebus fun-

datur autem hæc solutio in quadragesimasecunda regula quadragesimisecondi capituli.

Duo posuerunt in societatem primus posuit ducatos 50. secundus 30. ea conditione vt lucrum diuideretur per æqualia quid accidit prima die euenit necessitas vtriue & detraherunt tantum ex societate quod primus reliquit in ea tantum ducatos vigesimo & secundus similiter ducatos vigesimo quæritur quæ portio vtriusque debetur scias quod Frater Lucas & alij cum eo litigant de lana caprina dantes multas solutiones cum verbis multis & assertis quibusdam probationibus suis.

Et pro hoc nota quod tales quæstiones quæ non sunt proportionate dicuntur irrationales, nam secundum proportionem antequam subtraherent, primo debebantur  $\frac{5}{8}$  & secundo  $\frac{3}{8}$  quia igitur lucrum est diuidendum per æqualia nec loquimur de persona præsumitur donum in dono autem præsumitur limitatio, quia benè homo donat 10. & non donabit 100. est igitur ac si diceret dono tibi lucrum de. 10. cum igitur ponat. 20. detrahe. 10. & adde alteri habebit. 30. & primus habebit 10. & ita  $\frac{1}{4}$  debebuntur secundo &  $\frac{3}{4}$  primo pro regula igitur in talibus sic facies si 80. lucratur 1. igitur 40. lucratur  $\frac{1}{2}$  & quia 50. lucratur  $\frac{1}{2}$  igitur 50. fit 40. & 30. fit 40. in dato tempore, detrahe igitur 10. & adde alteri semper & fiet vna pars 10. alia 30. & secundum hoc diuide lucrum, & hoc vbi lucrum solum fit diuidendum & non capitale.

Si verò lucrum & capitale sit diuidendum idem accidet quoniam habet rationem doni in omnibus igitur talibus non proportio sed donum est attendendum.

Duo faciunt societatem primus ponit ducatos 80. & debet habere  $\frac{2}{3}$  lucri secundus ponit 20. & debet habere  $\frac{1}{3}$  lucri venit tertius & posuit 120. quæritur sub conditione reliquorum quantum debet accipere iam intelligis hanc quæstionem esse irrationalem idè potius iudicalem quam Arithmeticam fac vt in priori iunge 80. & 20. fiunt 100. si igitur 100. lucratur 1. igitur 66  $\frac{2}{3}$  capitalis lucrabitur  $\frac{2}{3}$  lucri & 33  $\frac{1}{3}$  quia igitur cum 20. lucratur  $\frac{1}{3}$  quod debuit lucrari cum 33  $\frac{1}{3}$  igitur habuit secundus à primo in vsu donum 13  $\frac{1}{3}$  & tantum donat tertius, erit igitur ac si primus posuisset 66  $\frac{2}{3}$  & secundus

|               |               |     |
|---------------|---------------|-----|
| 80            | 20            | 120 |
| $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |     |

45  $\frac{2}{3}$  & tertius 106  $\frac{2}{3}$  & tunc diuide lucrum proportionem & euenient primo ex 500. aureis lucri  $\frac{10}{33}$  & secundo  $\frac{2}{33}$  & tertio  $\frac{16}{33}$  & ita primo aurei 151  $\frac{2}{33}$  secundo aurei 106.  $\frac{2}{33}$  tertio aurei 242  $\frac{16}{33}$ .

Et causa in hoc est quod ego benè dabo vsum aureorū. 100. & non 1000. & dabo vsum aureorum 10. & non 100. determinatio autem certa super hoc est quod conueniam tecum vt ponam 100. aureos & tu 200. & lucrum diuidatur



diuidatur pro medium in capite .5. annorum  
deinde tu nolles stare pacto ex iure saltem  
teneris ponere ducatos 50. quibus conditio  
mea melior fiebat propositionem ducato 32.  
200. nam diuidendo pro medium est ac si  
posuiffemus ducatos 150. Singuli igitur au-  
rei illi 50. pro vsu transeunt in ius meum:  
aliter sequeretur quod dato quod ego pone-  
rem ducatos 100. quos promisi & tu solum  
50. qui transeunt in ius meum quod tu de-  
beres habere aliquid ex lucro societatis quod  
est maximum inconueniens: si igitur tu ni-  
hil debes habere, igitur transferant in ius  
meum, quare cum ille secundus licet po-  
nat plus primo, non tamen plus minuit ex  
suo capitali quia non proportionaliter sed ex  
voluntate dat certam rem. Exemplum patet  
in patruis volentibus dirigere nepotem ad  
frugalem vitam per inuentionem ad merca-  
turam.

60 Tres fecerunt societatem primus posuit  
ducatos 20 secundus 23. tertius 29. ea con-  
ditione vt diuiderent lucrum per æqualia in  
5. annis accidit quod societas durauit tan-  
tum annis tribus & lucrati sunt ducatos  
216. quæritur quæ sit pars vniuscuiusque  
hæc quæstio est Ioannis Fortunati Senensis  
qui etiam in præcedentibus duabus quæ-  
stionibus multa dixit contra Fratrem Lucam  
verum nos retulimus veriorum solutionem  
hæc autem differt à præcedentibus quia do-  
num est conditionatum ad annos 5. & con-  
ditio non fuit impleta dic igitur si non ad-  
fuerit pactum primo deberentur ducati 60. se-  
cundo 69. & tertio 87. igitur si completum  
fuiſſet pactum cuilibet deberentur ducati 72.  
dic igitur pro primo si 12. quæ est differen-

Primus Secundus Tertius.

|                  |                  |    |
|------------------|------------------|----|
| 20               | 23               | 29 |
| 60               | 69               | 87 |
| 72               | 72               | 72 |
| 67 $\frac{1}{5}$ | 70 $\frac{4}{5}$ | 78 |
| ex 5. quid       |                  |    |

tia 72. & 60. sit ex 5. multiplica 3. in 12.  
sit 36. diuide per 5. exit 7.  $\frac{1}{5}$  adde ad 60.  
fient 67.  $\frac{1}{5}$  pro primo similiter pro secundo  
si 3. sit ex 5. quid fiet ex 3. duc 3. in 3. sit 9.  
diuide per 5. exit 1.  $\frac{4}{5}$  adde ad 69. sit 70.  $\frac{4}{5}$  pro  
secundo, similiter pro tertio si 15. sit ex 5.  
quid fiet ex 3. duc 3. in 15. sit 45. diuide per  
5. exit 9. substrahe de 87. remanent 78. &  
tot debentur tertio, ecce qualiter hæc sua  
solutio concordat rationi nostræ in aliis quæ-  
stionibus & bonum fuisset ei si mansisset  
in ea.

61 Duo homines volebant transmutationem  
facere primus habebat pannum valoris lib.  
8. pro brachio & volebat ponere 9. & ha-  
bere  $\frac{1}{5}$  in pecunia & lucrari 5. pro 100. alius  
habebat lanam valoris lib. 30. pro 100. quæ-  
ritur quo pretio debuit appretiarī lana à  
Domino panni vt sequerentur conditiones,  
capias igitur per sextam regulam quinquage-  
simi quinti capituli lucrum quod est 5. pro  
100. & adde ad 8. capitale primi & fiet 8  
 $\frac{2}{5}$  nam  $\frac{2}{5}$  sunt  $\frac{1}{10}$  de 8. deinde quia ponit  
8. valere 9. esset quantum quod valet 8.  $\frac{2}{5}$  va-  
lere 9. nam  $\frac{2}{5}$  iam adnumeratur capitali &

quia vult tertiam partem in pecunia cape per  
septimam regulam eiusdem capituli  $\frac{1}{3}$  de 9.  
est 3. detrahe ex 9. sit 6. detrahe ex 8  $\frac{2}{5}$  sit  
5  $\frac{2}{5}$  igitur ex 5  $\frac{2}{5}$  primus facit 6. quid igitur  
faciet 30. multiplica 6. in 30. sit 180. diui-  
de per 5.  $\frac{2}{5}$  exeunt 33  $\frac{1}{3}$  & tantum debuit  
appretiarī lana. Probatio autem est quod po-  
nendo brachium panni in transmutatione va-  
let lib. 9. & recipit  $\frac{1}{5}$  in pecunia igitur ha-  
bebit lib. 3. in pecunia & lib. 6. in lana &  
quia lana valet 33  $\frac{1}{3}$  pro 100. & 6. est  $\frac{18}{100}$  de  
33  $\frac{1}{3}$  igitur habebit lanæ libras 18. Primus  
igitur dedit secundo brachium panni quod  
valebat lib. 8. in capitali & recepit à secun-  
do lib. 3 in pecunia & 18. libras lanæ lana  
autem supponitur valere lib. 3. pro 100. igitur  
18. libræ valant lib. 5  $\frac{2}{5}$  recepit igitur  
primus à secundo in totum lib. 8.  $\frac{2}{5}$  & de-  
dit tantum lib. 8. igitur ex lib. 8. lucratur  $\frac{2}{5}$   
igitur ex 100. lib. lucrabitur 5. quare lucra-  
bitur 5. pro 100. quod erat probandum, si  
igitur lana debuit poni 33  $\frac{1}{3}$  non potuit be-  
ne poni 34  $\frac{1}{3}$  vt dicebat Frater Lucas. Et  
in hoc & aliis 5. quæstionibus sequentibus  
consimilibus optime reprehenditur à Ioanne  
Sfortunato, nam aliena inuenta nunquam  
mihi tribuo.

Diuide 20. in duas partes quarum vna 62  
tantum faciat multiplicata pro 2. quantum  
alia pro 13. tunc iunge 13. & 2. faciunt 15  
diuide 20. pro 15. exit  $\frac{4}{3}$  multiplica 1  $\frac{2}{3}$  per  
2. sit 2  $\frac{2}{3}$  & hæc est vna pars alia est 17  $\frac{1}{3}$  &  
ita in aliis.

Inuenias numerum quam diuisus per 2. 63  
per 3. per 4. per 5. per 6. semper supersit 1.  
per 7. autem nihil supersit. Nota quod vbi  
numerus vltimus qui est 7. fuerit numerus  
primus & numerus superfluous qui est 1. fue-  
rit idem tunc quæstio habet solutionem ge-  
neralem licet Ioannes Sfortunatus neget es-  
se & in hoc errauit largè, quare igitur mini-  
mum numerum numeratum à 6. 5. 4. 3. 2. &  
est 60. inuenitur autem multiplicando nu-  
meros maiores qui sunt 6. & 5. & faciunt 30  
deinde quia 30. numeratur ab omnibus præ-  
terquam à 4. quare maximum numerum  
numerantem 4. & 30. & est 2. diuide 4. per  
2. exierit 2. multiplica in 30. sit. 60. mini-  
mus numerus numeratus à 2. 3. 4. 5. 6. quo  
inuento diuide 60. per 7. exit 8. & super-  
fant 4. & nos volebamus vt superesset 1. &  
non 4. multiplica 4. in 7. sit 28. & scias  
quod infra 28. necessario inueniuntur duo nu-  
meri quorum alter numerabitur à 4. & alter  
à 7. & ille qui numerabitur à 4. excedet il-  
lum qui numerabitur à 7. in 1. & tales erunt  
8. & 7. nam 8. numeratur à 4. & excedit 7.  
qui numeratur à 7. in 1. diuide igitur 8. per  
4. exit 2. multiplica 60. per 2. exit 120. de-  
trahe quem volebas superesse remanet 119.  
& hic est numerus quæsitus & hæc regula est  
generalissima.

Inuenias numerum qui diuisus per 2. su- 64  
per sint 1. diuisus per 3. super sint 2. diuisus  
per 4. super sint 3. diuisus per 5. super sint 4.  
diuisus per 6. super sint 5. diuisus per 7. super  
sunt 6. hæc quæstio etiam ab eodem ponit-  
tur non habere regulam generalem adest  
tamen regula generalis vbi augmentum sit  
vni forme & vltimus terminus qui est 7. sit  
numerus



# De Quaestionibus Arithmet. &c. 155

numeros peruenit, tunc igitur ut in exemplo  
quatuor minimis numeratum à 2. 3. 4. 5.  
6. & 7. &c. divide per 7. exit 6. & super  
est 4. quatuor igitur numerum qui numerat  
est 7. excedat alium numeratum à 4.  
in 1. &c. hic exit 2. tunc numeratur à 7. &  
excedit 3. qui numeratur à 4. per unitatem  
divide quatuor 10. per 4. exit 5. multiplica  
ex 5. per 1. fit 5. adde. 1. fit 6. & hic est  
numerus quartus & regula est gene  
ralis.

Quidam bononotum reliquit filios ex  
illegitimo patre & viros nesciens quot &  
nulla cum primogenituræ reciperet  $\frac{1}{7}$   
tenus & 11. plus & secundus  $\frac{1}{7}$  residui &  
tercius plus & tertius  $\frac{1}{7}$  residui & 30. plus &  
ita de aliis & cum dividisset pecunias fue  
runt quatuor quatuordecim pecuniarum & filij  
subtrahere numerum legitimum qui est 1. de  
integro qui est 7. remanent 6. & tot sunt  
filij multiplica 7. in 6. fit 42.

multiplica 42. in 100. & est  $\frac{4200}{642}$   
differentia fit 4200. divide  
4200. per quatuordecim 1. &  
est 4200. exit de tot aurei  
factum videlicet 4200. per  
est etiam factum per algebra sic pone quod ha  
buit 100. detraherem detrahe  $\frac{1}{7}$  co. p.  
100. pro primo habebat penitus  $\frac{1}{7}$  co. p. 100  
de residuo. 70. de 100. residuo deinde  
quod est 70. de 100. & 11. & alibi 200. habet  
bat secundus & de p. 11. & de quatuor habuit  
tertium quatuordecim penitus igitur  $\frac{1}{7}$  co. p. 11  
de residuo. 70. de 100. detrahe igitur  $\frac{1}{7}$  co.  
ex residuo. 70. de 100. remanebunt  $\frac{1}{7}$  co.  
ex una parte &  $\frac{1}{7}$  co. de alia huiusmodi a qua  
litas quatuor multiplicando 85. in 40. fiunt  
4200 valor rei de tot aureis habuit ex quo  
patet numerum filiorum.

Quidam homo ambulabat milliaria 20.  
singula die una à Mediolano versus Nea  
polim aliam viam hora discedens ambula  
bat die prima milliaria 3. secunda 8. tertia  
11. quarta 18. & ita deinceps quæritur  
quantum iungentur leuæ quod in talibus in  
quibus numerus terminum non supponit  
et integer calidus in maximis & manife  
stissimis terminis si velles sequi regulas da  
tas in capitulo vigesima septimo, nam vl  
timum terminum deinde imperfectis ubi ter  
minus non fit integer, ut in exemplo pro  
posito supponitur terminus terminus inue  
nitur. multiplicata auctione in numerum  
terminum qui fit 4. de supra unitate per  
secundam regulam capituli vigesima septimi  
fit 1. multiplica in 5. fit 17.  $\frac{1}{5}$  adde  
1. numerum fit 18.  $\frac{1}{5}$  maximus terminus  
de terminum non 20.  $\frac{1}{5}$  sed 23. debuit ef  
fe quia iungitur Arithmetice & non propor  
tionate, & alibi nec in geometricis qua  
tionibus tenetur regere quando numerus  
terminum non sit integer & ideo ani  
maliter quod quæsto decima quarta huius  
capituli peccat nisi sit in integer prout nos  
fecimus nam non valet ratio de cubis  
in fractis prout in regula vigesima septima  
vigesima septima capituli ut diximus in  
quæstione decima quarta huius capituli  
pro talibus igitur negotiaberis hoc  
modo subtrahere primam iter unius quod est

3. ex itinere alterius quod est 30. fit 27. adde  
ad 30. fit 57. deme 3. à 57. remanent 54.  
divide per 5. differentiam exit ferme 11.  
vide igitur quod in 11. diebus vel circiter  
erunt propinqui primus autem in 11. dies  
bus ambulavit milliaria 330. secundus au  
tem per secundam & undecimam regulam  
vigesima septimi capituli ambulavit milliaria  
308. detrahe 308. ex 330. remanent 22. &  
quia secundus in die decima secunda am  
bulat milliaria 58. detrahe 30. ex 58. re  
manent 28. divide 22. per 28. exeunt  $\frac{11}{14}$  &  
tot partes diei addendæ sunt ad dies 11.  
integros igitur in diebus 11  $\frac{11}{14}$  iungentur &  
ambulabit quilibet milliaria 353  $\frac{1}{7}$  proba  
& inuenies.

Et ex hoc patet error Ioannis sfortuna  
ti in decima nona quæstione itinerum po  
nentis quod in diebus 11  $\frac{2}{3}$  iungentur &  
quod ultima die ibit milliaria sexaginta in  
qua quæstione licet videre hominis stupo  
rem tam magnum, ut non sit digna viro  
tali quæstio illa, imo nec minimo discipulo.

Quidam emit 100. assibus siue solidis  
100. capitæ avium Turturum Galeritarum,  
Turdorum, Passerum, pretium Turturum fuit  
f. 3. pro singulis pretium Turdorum fuit  
duo pro asse, pretium galeritarum fuit 3.  
pro pretium Passerum fuit 11. pro solido  
quæritur quot fuerunt ex unoquoque gene  
re sic facito ut in trigesima septima sed in  
genitius accipe minus pretium & est Pas  
serum nam habentur 11. pro solido divide  
100. per 11. exit 9  $\frac{1}{11}$  detrahe ex 100. re

| Turtures          | Turdi             | Galeritæ          | passeres         |
|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| 1<br>f. 3         | 2<br>f. 1         | 3<br>f. 1         | 11<br>f. 1       |
|                   |                   | 100               |                  |
|                   |                   | 11                |                  |
|                   |                   | 9 $\frac{1}{11}$  |                  |
|                   |                   | 90 $\frac{1}{11}$ |                  |
| $\frac{1}{11}$    | $\frac{2}{11}$    | $\frac{3}{11}$    | $\frac{1}{11}$   |
| 2 $\frac{10}{11}$ | $\frac{9}{11}$    | $\frac{8}{11}$    |                  |
| 192               | 27                | 16                | 6000             |
|                   |                   |                   | 192              |
| 192               | 48                | 27                | 31               |
| $\frac{27}{7}$    | 3 $\frac{27}{11}$ | $\frac{21}{6}$    | 6 $\frac{2}{29}$ |
|                   |                   |                   | $\frac{2}{3}$    |
| 28                | 16                | 12                | 44               |
| 84                | 8                 | 4                 | 4                |

manent 90  $\frac{10}{11}$  deinde vide per viam fra  
ctorum pretia nam turtures venduntur 3  
f. & Turdi  $\frac{1}{2}$  f. & Galeritæ  $\frac{1}{3}$  f. & Passeres  
 $\frac{1}{11}$  f. detrahe minus pretium quod est  $\frac{1}{11}$  ex  
singulis remanet pro turribus 2  $\frac{10}{11}$  pro Turdis  
 $\frac{9}{11}$  pro Galeritis  $\frac{8}{11}$  multiplica omnia per  
66 eo quod 66. continet 33. & 22. & 11.  
quæ sunt denominationes fractionum fient  
per turturibus 192. pro Turdis 27. pro  
galeritis 16. deinde multiplica 66. in resi  
duum pecuniarum & fuit 90.  $\frac{10}{11}$  fit 6000.  
detrahe totiens 192. ex 6000. quod resi  
duum possit diuidi per 27. & 16. ut nihil  
superfit pro quo nota quod 16. numerat  
192. nam 12. in 16. facit 192. diuide igitur



tur 6000. per 192. exit 31. & supersunt 48. diuide 192. per 27. exeunt 7. & supersunt 3. detrahe 27. ex 48. remanent 21. detrahe 21. ex 27. remanent 6. diuide 6. per 3. exeunt 2. detrahe 2. ex 31. remanent 29. cum igitur duxeris 29. in 192. & productum detraxeris à 6000. remanebit numerus minor numeratus à 27. & erit 16. nam 192. in 92. facit 5568. & 16. in 27. facit 432. qui iuncti faciunt 6000. habemus igitur 29. & 16. & quia non habemus nisi turtures & turdos & non Galeritas diuidemus vnam turturem quæ continet hoc modo 12. galeritas quia 192. continet 16. duodecies in 12. galeritas & remanebunt turtures 28. Turdi 16. vt prius galeritæ 12. quæ omnes sunt 56. anes & quia debuerunt esse 100. igitur passerēs erant 44. proba & inuenies nam 28. turtures valent s. 84. turdi 16. valent 8. galeritæ 12. valent s. 4. passerēs 44. valent s. 4. summa est s. 100. vt voluimus & est regula Ioannis Sfortunati pulchra & vniuersalis.

68 Aureus valet 10. Florentinos & 7. Ambrosinos atque etiam valet 4. Florentinos & 14 Ambrosinos venio ad campforem & cambio & recipio 11. Florentinos 5. Ambrosinos & 5. solidos quaritur valor aurei in Florentinis & Ambrosinis & solidis per se idest quot Florentinos valet aureus & quot Ambrosinos etiam valet aureus & ita quot solidos & ita Ambrosinus quātū valet & Florentinus fac vt vides supponendo Ambrosinos Ambrosinis Florentinos Florentinis deinde subtrahe minorem

|  | Aureus       |              |
|--|--------------|--------------|
|  | Floren       | Amb.         |
| de maiore remanent 6. Florentini æquivalentes 7. Ambrosinis dic igitur per regulam | 10<br>4<br>6 | 7<br>14<br>7 |
| 3. si aureus valet   |              |              |

10. Florentinos & 7. Ambrosinos & 7. Ambrosini sunt 6. Florentini igitur aureus valet 16 Florentinos & tantum valuit, item si aureus valet 14. Ambrosinos & 4. Florentinos & 6. Florentini sunt 7. Ambrosini dic igitur si 6. sunt 7. quid erunt 4. & erunt 4  $\frac{2}{3}$  iunge 4  $\frac{2}{3}$  ad 14. fiunt 18. & aureus valebit 18.  $\frac{2}{3}$  Ambrosinos, deinde quia dixit quod habuit 11. Florentinos & 5. Ambrosini per regulam 3. Florentini 4  $\frac{2}{7}$  adde ad 11. fiunt Florentini 15  $\frac{2}{7}$  igitur est ac si diceret quod aureus valet Florentinos 15  $\frac{2}{7}$  & 5. solidos & iam valebat 16. Florentinos detrahe igitur 15  $\frac{2}{7}$  de 16. remanent  $\frac{5}{7}$  Florentini & hi æquivalent 5. solidis igitur Florentinus valet solidos 7. & quia 6. Florentini sunt Ambrosini 7. & Florentini 6. valent solidos 42. igitur Ambrosinus valet solidos 6. & quia aureus valet 16. Florentinos & Florentinus solidos 7. igitur aureus valebit solidos 112 & ita in reliquis 69 omnibus aliis.

Quidam vendit oua & habuit tot grossos quot oua, dedit pro grosso, & cum hoc si vendidisset 2. minus pro grosso habuisset grossos 4  $\frac{2}{5}$  plusquam fuissent oua quæ vendidit pro grosso; hæc quæstio pulchra est & facilius propositionem soluitur, sicut & omnes tales pone igitur quod dederit 1 co. ouorum pro grosso & grossi etiam ex proposi-

tione tua erunt 1. co. quia æquatur ouis & oua fuerunt 1 ce deinde quia si dedisset 2. m. igitur dedisset 1 co. m. 2. ouorum pro grosso & quia habuisset grossos 4  $\frac{2}{5}$  plus ouis pro grosso, igitur cum iam haberet, 1 co. ouorum m. 2. habuisset grossos 1 co. p. 2.  $\frac{2}{5}$  & quia dedisset oua 1 co. m. 2. pro grosso igitur 1 co. p. 2.  $\frac{2}{5}$  in 1 co. m. 2. producit 1 ce. ouorum multiplica in crucem fiunt 1. ce. p.  $\frac{2}{5}$  co. m. 4.  $\frac{4}{5}$  æqualia 1 ce. igitur  $\frac{2}{5}$  co. æquatur 4  $\frac{4}{5}$  igitur res valet 12. & tot oua dabuntur pro grosso igitur cum grossi essent æquales ouis erunt grossi 12. igitur oua in totum erunt 144. hæc solutio est generalis. regulæ aut quæ dantur in talibus aut non satisfaciunt aut sunt infinitæ ideo solueres eodem modo 1 co. m. 2. sit diceret vendidi oua 1 plus 1 co. p. 2.  $\frac{2}{5}$  quam collegerim grossos 1 ce. p.  $\frac{2}{5}$  co. m. 4.  $\frac{4}{5}$  quod si vendidisset duo minus m. 4.  $\frac{4}{5}$  pro grosso quam vendidi collegissem grossos 7. plusquam fuissent oua quæ dedissem pro grosso, soluitur vt præcedes ponæ quod dederit 1 co. ouorum pro grosso & quia colligit grossos 1. m. igitur collegit 1 co. m. 1. grossorum igitur vendidit 1 ce. m. 1. co. ouorum deinde quia dicit si dedisset 2. oua minus pro grosso dedisset 1. co. m. 2. ouorum pro grosso & collegisset grossos 7. plusquam fuissent oua quæ dedisset, dabat autem oua 1 co. m. 2. igitur detrahe 2. a 7. remanent 5. habuisset igitur grossos 1 co. p. igitur ducendo 1. co. m. 2. in

| oua                    | grossi         |
|------------------------|----------------|
| 1 co. ———              | 1 co. m. 1 ——— |
|                        | 1 ce. m. 1 co. |
| 1 co. m. 2             | 1 co. p. 5     |
| 1 co. p. 5.            |                |
| 1 co. p. 3. co. m. 10. |                |
| 1 ce. m. 1 co.         |                |
| 4 co. m. 10.           |                |

1 co. 5. fit 1 ce. p. 3. co. m. 10. & hoc debet æquari 1. ce. m. 1. co detrahe vnum ex alio remanent 4. co. m. 10. idest 4. co. æquales 10. igitur res valet 2.  $\frac{2}{5}$  & tot oua dabat pro grosso & habuit grossum 1. minus ouis quæ dabat pro grosso igitur habuit grossum 1  $\frac{1}{5}$  igitur habuit in totum oua;  $\frac{4}{5}$  & si dedisset 2. oua minus quam dabat pro grosso dedisset  $\frac{1}{5}$  ouum pro grosso & collegisset grossos 7.  $\frac{1}{5}$  igitur collegisset 7. grossos plusquam fuissent oua quæ dabat pro grosso.

Quidam volebat ædificare domum & congregauit calcem lapides & sabulum euenit autem vt non potuerit ædificare domum & vendebat materiam sub certo pretio veni igitur emptor & emit currus 2. lapidū currus 3. calcis currus 7. sabuli libris 34. venit & alius emens hanc materiam eodem pretio & habuit currus 3. lapidum currus 4. calcis currus 12. sabuli libris 46. venit & alius emens eodem pretio currus 4. lapidum currus 1. calcis currus 13. sabuli libris 42. querit pretium cuiuslibet, soluitur hæc per modum quæstionis decimæ sextæ præcisè & inuenies quod lapides venduntur lib. 14. pro curru & calx lib. 5.  $\frac{1}{2}$  pro curru & sabu



# De Quaestionibus Arithmet.&c. 157

tabulam nihil venditur unde Dominus tabulam suam lib. 1. emptori aliarum rerum pro viroqueque curru ut amoveat ipsum e domo in talibus autem oportet esse valde cautum ubi non omnia venduntur.

71. Auri lib. 3. contexti Damasci lib. 4. veluti lib. 5. venduntur scutis 32. item eodem pretio auri lib. 7. Damasci lib. 6. veluti lib. 11 venduntur scutis 69. item eodem modo pretio auri lib. 4. Damasci lib. 8. veluti lib. 3. venduntur scutis 112. soluntur hæc ut præcedens per modum decimæ sextæ quaestiois & inuenies aurum valere scutos  $5\frac{1}{2}$  Damascum  $1\frac{1}{4}$  velutum  $2\frac{1}{4}$  & ita in

Aurum Damas Vela Scuti.

|   |   |    |     |
|---|---|----|-----|
| 3 | 4 | 5  | 32  |
| 7 | 6 | 11 | 69  |
| 4 | 8 | 16 | 112 |

aliis & possunt formati casus innumerabiles magistrales viles & fortes.

72. Quantur regula numerorum planetariorum hæc autem duplex est Prima volo summam laterum vapore figuræ Iouis quæ constat ex 4. locis in se & sunt 16. inuenias igitur progressionem de 16. & est 136. diuide per 4. & est 34. exit 34. & hic numerus similiter martis quia quadratorum est 25. erit 325. diuide per 5. radicem 25. exit 61. & tamus est numerus lateralis.

Ratio secunda est talis in imparibus differe numerus sciatum ut vides deinde transpone ipso ad contrariam partem excludens angularem & perficies tabulam in pari-

|                      |
|----------------------|
| 11                   |
| 61 21                |
| 11 24 7 20 3         |
| 16 4 12 25 8 16 4    |
| 21 17 5 13 21 9 15   |
| 22 10 18 11 24 22 10 |
| 23 6 19 12 15        |
| 24 20                |
| 25                   |

bus autem obseruare conuenit etiam contrarias positiones posui autem numeros paruos qui transpositi intelliguntur est igitur idem modus in omnibus etiam si mille numerorum sint, excepto quod in maioribus plures excludere oportet videlicet duos minores semper quam sit series numerorum ut in 3. excluditur 1. in 5. excluduntur 3. ut hic & in 7. excluduntur 5. & ita in aliis, in paribus etiam lateralem transpositionem ultra eam quæ sit in imparibus à sursum deorsum, & a deorsum sursum, & à dextro in sinistram, & à sinistro in dextrum motu oportet, ad aduersam positionem cum mutatum declinando ceterum figuræ in reliquis omnino tibi sunt similes.

Tres zelotipi habebant secum suas coniuges & volebant transire flumen de nocte ita quod nunquam vxores eo & essent sine coniuge cum alio homine, & habebant

Tom. I P.

cimbam tantum capientem duos quaeritur quo modo debuerunt facere, primo ingrediuntur duæ mulieres & transeunt flumen & vna earum regreditur, secundo illa assumit tertiam mulierem & transit flumen & regreditur tertio illa quam regreditur exit è cimba & associat se viro suo & reliqui duo ingrediuntur cimbam & transeunt flumen accedentes ad vxores suas, deinde vnus eorum assumit vxorem & regreditur cum ea quarto ambo viri transeunt flumen dimissis vxoribus & descendunt è cimba & ascendit mulier sola & in duabus vicibus transfert alias duas mulieres & ita in 6. vicibus transferuntur omnes sine suspitione, aliqua potest autem formati talis quaestio multis modis.

Quidam habebat pannum sericum, & talem alius habebat lanam & volebant transmutare, pannus valebat 10. & ponebat 11.

Pannus Sericum Tela.

|                                       |               |   |
|---------------------------------------|---------------|---|
| $\frac{1}{3}$                         | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{5}$                           |
| 10                                    | 5             | 3                                       |
| 11                                    | 6             | 4                                       |
| $\frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5}$ | 8             | $\frac{1}{2} \frac{3}{12} \frac{2}{12}$ |
| 12 12 12                              | 3             |   |
| 8 3 2                                 | 2             |   |
|                                       | 13            |   |
| 10 11 6                               | 66            | $6\frac{2}{13}$                         |
| 5 6 6                                 | 36            | $7\frac{1}{13}$                         |
| 3 4 6                                 | 24            | 8                                       |

sericum quod valebat 5. ponebat 6. tela quæ valebat 3. ponabatur 4. ille volebat  $\frac{2}{3}$  summæ in panno &  $\frac{1}{4}$  summæ in serico &  $\frac{1}{5}$  summæ in tela quaeritur quantum debuit ponere lanam quæ valebat aureos. 6. pro 100. iunge  $\frac{2}{3} \frac{11}{40}$  & faciunt  $\frac{11}{12}$  accipe igitur  $\frac{1}{3}$  de 12 & sunt 8. & posse supra 13. & fient  $\frac{11}{12}$  accipe etiam  $\frac{1}{4}$  de 12. & sunt 3. pone supra 13. & fient  $\frac{11}{12}$  accipe etiam  $\frac{1}{5}$  de 12 & sunt 2. pone supra 13. fient  $\frac{11}{12}$  & hæc sunt portiones eius quis vult ex vna quaque re videlicet  $\frac{2}{3}$  ex panno  $\frac{1}{4}$  ex serico  $\frac{1}{5}$  ex tela, post dices pro panno si 10. ponitur 11. quid ponemus 6. valorem lanæ & fiet per regulam 3 pretium lanæ  $6\frac{2}{5}$  & similiter dicemus si 5. ponitur 6. in serico ponemus lanam  $7\frac{1}{5}$  per regulam 3. & per eandem ponemus telam 8. deinde multiplicabimus  $6\frac{2}{5}$  per 8. & est pars quota de 13. & fiet 52.  $\frac{4}{5}$  & similiter multiplicabimus pro serico  $7\frac{1}{5}$  per 3. & fient 21.  $\frac{3}{5}$  & similiter multiplicabimus 8. per 2. & fient pro tela 16. deinde iungemus has tres multipli-

Pannus Sericum Tela.

|                 |                  |              |
|-----------------|------------------|--------------|
| $6\frac{2}{5}$  | $7\frac{1}{5}$   | 8            |
| 8               | 3                | 2            |
| $52\frac{4}{5}$ | $21\frac{3}{5}$  | 16           |
| $52\frac{4}{5}$ | $90\frac{2}{5}$  |              |
| $21\frac{3}{5}$ | 13               |              |
| 16              | $6\frac{62}{65}$ | Pretium lanæ |
| $90\frac{2}{5}$ |                  |              |

cationes & fient 90.  $\frac{2}{5}$  & hoc diuidemus per 13. & est totum siue denomiator & exhibit  $6\frac{62}{65}$  & tot aur eis debet poni lana similis ponit Frater Lucas d. nona t. tertio q. vigesima quinta sed ita difficilè solutione adducit

O vt



vt etiā expertū grauet tot fractorū aggregatio  
& multiplicatio, intelligitur autem hæc quæ-  
stio de partibus illis in pretio & non in re.

Quod si dicat volo  $\frac{2}{3}$  in panno &  $\frac{1}{4}$  in  
serico &  $\frac{1}{5}$  in tela & sit in brachiis & non  
in pretio tunc dices igitur  
pro omnibus 8. brachiis 80 15 6  
Panni vult lib. 3. serici & 88 18 8  
lib. 2. Telæ multiplicabis 101 114 6  
igitur brachia in pretium  
suum & pones pro panno  
80. pro serico 15. pro tela  
6. & pretia aucta similiter,  
deinde iunges 80. 15. & 6.  
& fiunt 101. iunge etiam

75 pretia appretiata & sunt 88. 18. & 8. &  
fiunt 114 dic igitur si 101. ponitur 114.  
quid ponetur lana quæ valet 6. multiplica  
per regulam 3. ipsum 6. in 114. fit 684. diui-  
de per 101. exit  $\frac{78}{101}$  & tantum ponetur lana.  
Quidam ludit die prima & vicit ducatos  
9. die secunda vicit proportionaliter die autem  
tertia vicit etiam proportionaliter &  
vicit ducatos 16. quæritur cum quot aureis  
cepit ludere & quantum lucretus est quia  
igitur proportionaliter vicit igitur etiam lu-  
cra fuere proportionalia ex dictis in quadra-

Prima 1 co. 9  
Secunda  $\frac{2}{3}$  co.  $\frac{1}{3}$  ce.  $\frac{2}{3}$  144.  
Tertia 16

9.  $\frac{2}{3}$  144. 1 co. co.  $\frac{2}{3}$  144.

gesimo secundo capitulo igitur die secunda lu-  
cratus est quantitate mediomodo proportio-  
nalis inter 9. & 16. duc igitur 9. in 16. fit 144.  
&  $\frac{2}{3}$  144. quæ est 12. erit lucrum secundæ  
diei pone igitur quod prima die habuerit 1  
co. igitur secunda die habebit tantum quod  
erit proportionale ad 1 co. sicut  $\frac{2}{3}$  144. ad  
9. die igitur si 9. producit  $\frac{2}{3}$  144. quid pro-  
ducet 1 co. multiplica 1 co. in  $\frac{2}{3}$  144. fit  $\frac{2}{3}$   
144. ce. diuide per 9. exit quadrando 9.  
fit 81. diuide 144 ce. fiunt  $\frac{2}{3}$  144. ce. quare  
per 9. regulam 51. capituli secunda quan-  
titas est co.  $\frac{2}{3}$  144. & quia secunda differ-  
t à prima in 9. nam in prima die habebat 1 co.  
in secunda die 1 co. p. 9. qua lucratus est 9.  
igitur co.  $\frac{2}{3}$  144. æquantur 1 co. p. 9. pone  
igitur per regulam octauam 51. capituli  $\frac{2}{3}$   
144. m. 1. & per ipsum diuide 9. per regu-  
lam diuisionis fardorum & exhibit  $\frac{2}{3}$  238  
 $\frac{2}{3}$  p. 11  $\frac{4}{7}$  & hic est valor rei videlicet 27.

$\frac{2}{3}$  144. m. 1. 9  
 $\frac{2}{3}$  144. p. 1.  $\frac{2}{3}$  144. p. 1.  
 $\frac{2}{3}$  144. p. 9.  
 $\frac{2}{3}$  238  $\frac{2}{3}$  p. 11  $\frac{4}{7}$

& tantum habuit prima die nam  $\frac{2}{3}$  238  
 $\frac{2}{3}$  est 15  $\frac{3}{7}$  quibus additis 11  $\frac{4}{7}$  fit valor  
rei 27. vel aliter vt facit Frater Lucas dic  
prima die habuit 1 co. p. 9. multiplica in  
crucem 1 co. p. 81. item multiplica  $\frac{2}{3}$  144.  
in 1 co. fit  $\frac{2}{3}$  144 ce. & hæc debent esse æ-  
qualia quadra vtrunque partem fiunt 144.  
ce. æquales 81 ce. p. 1458 co. p. 6561. reduc  
ad 1 ce. fit 1 ce. æqualis 23  $\frac{4}{7}$  co. p. 104  $\frac{4}{7}$

sequere æquationem cerno & fiet valor rei  
prius  $\frac{2}{3}$  238  $\frac{2}{3}$  p. 11  $\frac{4}{7}$ .

Est piscis cuius caput est lib. 12. corpus 76  
est  $\frac{2}{3}$  capitis & caudæ at cauda est  $\frac{2}{3}$  corporis  
& capitis quæritur quanta est cauda & quā-  
tum est corpus & quantum est totum pone  
quod corpus sit 1 co. cum igitur sit  $\frac{2}{3}$  residui  
erit residuum 1  $\frac{1}{3}$  co. & totum 2  $\frac{1}{3}$  co. & quia  
cauda est  $\frac{2}{3}$  residui residuum autem fuit 1 co.  
p. 12. igitur cauda est  $\frac{2}{3}$  co. p. 2.  $\frac{2}{3}$  iunge om-  
nia simul videlicet caput quod est 12. & cor-  
pus quod est 1 co. & caudam quæ est  $\frac{2}{3}$  co. p.  
2.  $\frac{2}{3}$  fiet totus piscis 1  $\frac{2}{3}$  co. p. 14.  $\frac{2}{3}$  & quia  
etiam totus piscis fuit 2  $\frac{1}{3}$  co. igitur 1  $\frac{2}{3}$  co.  
p. 14.  $\frac{2}{3}$  æquantur 2  $\frac{1}{3}$  co. quare detrahendo  
fiunt 1  $\frac{2}{3}$  co. æqualia 14  $\frac{2}{3}$  integra fiet 29  
co. æquales 312. quare res valet 10  $\frac{22}{29}$  & tan-  
tum fuit corpus igitur corpus cum capite fuit  
22  $\frac{22}{29}$  & quia totus piscis erat 2  $\frac{1}{3}$  co. igitur  
erit 26  $\frac{22}{29}$  quare cauda fuit 4  $\frac{22}{29}$  fuit igitur  
caput 12. corpus 10  $\frac{22}{29}$ . Aliter & facilius in  
talibus pone vt vides in Figura deinde quia  
sunt partes residui per regulam trigessimam  
quadragesimi secundi capituli addes deno-  
minatori numeratorem & fiunt corpus  $\frac{2}{3}$  to-

Corpus , Cauda , Caput ,  
 $\frac{2}{3}$  lib. 21.  
 $\frac{2}{3}$  lib. 12.  
 $\frac{2}{3}$  29  
 $\frac{2}{3}$  15  
 $\frac{2}{3}$  780

tius sicut erat  $\frac{2}{3}$  residui & cauda  $\frac{2}{3}$  totius  
quia erat  $\frac{2}{3}$  residui, iunge per modum incru-  
ciationis & fiunt corpus & cauda  $\frac{2}{3}$  totius  
quare caput erit  $\frac{2}{3}$  totius & quia caput est 12.  
libra igitur libra 12. sunt  $\frac{2}{3}$  totius multiplica  
12. in 65. fiunt 780. diuide per 29. exeunt 26  
 $\frac{22}{29}$  & tantus fuit piscis quo cognito habes  
partes eius quia cauda est  $\frac{2}{3}$  totius igitur  
erit 4  $\frac{22}{29}$  & corpus est  $\frac{2}{3}$  totius igitur 10  $\frac{22}{29}$ .

76 Diuide 10. in partes 3. continue propor-  
tionales ita quod diuiso 10. per vnāquāque  
earum & congregatis prouenientibus fiat to-  
tum 20. soluitur hæc facilliter ex nonagesima  
regula 42. capituli, nam  $\frac{2}{3}$  20. necessario erit  
prouentus 10. diuisi per secundam partem  
proportionalem igitur diuiso 10. per  $\frac{2}{3}$  20.  
exit  $\frac{2}{3}$  5. pars proportionalis secunda, dices  
igitur diuide 10. m.  $\frac{2}{3}$  5. in duas partes inter  
quas cadat medio modo proportionalis  $\frac{2}{3}$  5  
& hoc per algebra vel per 116. regulam hoc  
modo dimidia 10. m.  $\frac{2}{3}$  5. fit 5. m.  $\frac{2}{3}$  1  $\frac{4}{7}$  duc  
in se fit 26  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{2}{3}$  125. detrahe 5. ex hoc  
quadrato fit 21  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{2}{3}$  125. huius  $\frac{2}{3}$  V. ad-  
dita & diminuta à medietate quæ fuit 5. m.  $\frac{2}{3}$   
1  $\frac{4}{7}$  ostendit partes, erit igitur pars maior 5.  
m.  $\frac{2}{3}$  1  $\frac{4}{7}$  p.  $\frac{2}{3}$  V. 21  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{2}{3}$  125. media autē  
 $\frac{2}{3}$  5. minor 5. m.  $\frac{2}{3}$  1  $\frac{4}{7}$  m.  $\frac{2}{3}$  V. 21  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{2}{3}$  125.

Diuide 14. in tres partes continue proportio-  
nales ita quod prima multiplicata per 2. secū-  
da per 3. tertia per 4. faciant multiplicationes  
hæc iunctæ 36. pone quod pars media sit 1 co.  
igitur residuum est 14. m. 1 co. diuide 14. m. 1  
co. in duas partes proportionales inter quas  
cadat 1 co. in medio per regulam centesimā  
decimam sextam quadragesimi secundi ca-  
pituli & erit vna pars 7. m.  $\frac{2}{3}$  co. p.  $\frac{2}{3}$  V. 49.  
m.  $\frac{3}{4}$  cen. m. 7 co. & alia erit 7. m.  $\frac{1}{4}$  co. m.  
 $\frac{2}{3}$  V. 49. m.  $\frac{3}{4}$  cen. m. 7 co. multiplica has  
partes vt vides infra & iunge.

Prima



# De Quæstionibus Arithmet. &c. 159

2

14 m. 1 co. p. r. V. 196 m. 3 ce. m. 28 co.  
 Tertia. 7. m. 1 co. m. r. V. 49. m. 1 co. m. 7 co.  
 Secunda.  
 1 co.  
 3  
 3 co.  
 Prima.  
 7. m. 1 co. p. r. V. 49. m. 1 co. m. 7 co.  
 4  
 18. m. 2 co. m. r. V. 784. m. 12 ce. m. 112 co.  
 28. m. 2 co. m. r. V. 784. m. 12 ce. m. 112 co.  
 14. m. 1 co. p. r. V. 196. m. 3 ce. m. 28 co.  
 p. 1 co.  
 42. m. r. V. 196. m. 3 ce. m. 28 co.  
 æqualia 36

Talis autem additio est quantum habes 3 co. p. in secunda parte & 3 co. m. in reliquis duabus igitur remanet solus numerus & quia r. V. inferior per p. est quarta pars secundum omnes partes r. V. superioris quæ est m. igitur inferior r. V. est dimidium superieris igitur detracta à superiore remanebit ipsa r. inferior præcisè per m. igitur habens 42. m. r. V. 196. m. 3 ce. m. 28 co. æqualia 36. igitur 6. æquantur r. V. 196. m. 3 ce. m. 28 co. igitur quadrando fient 36. æqualia 144. m. 28 co. m. 3 ce. igitur 160. æquantur 28 co. p. 3 ce. igitur 1 ce. p. 9. 1 co. æquantur 53. 1 co. quare res valet r. 75. 1 m. 4. 1 co. autem 75. 1 co. est 8. 1 co. igitur detractis 4. 1 co. ex 8. 1 co. remanent 4. & hic est valor secunde quantitatis unde per centesimamdecimam sextam regulam quadragesimisecondi capituli habebis reliquas partes.

79 Diuide 14. in 3. partes continuè proportionales ita quod prima ducta per 2. secunda per 3. iunctæque har multiplicationes æquantur tertiæ multiplicatæ in 7. pone quod secunda sit 2 co. erit residuum 14. m. 2 co. diuide 14. m. 2 co. fit 7. m. 1 co. quadra sit 49. m. 14 co. p. 1 ce. detrahe quadratum partis medix & est 4 ce. remanebit 49. m. 14 co. m. 3 ce. huius r. Vniuersalis addita & detracta à 7. m. 1 co. facit partes quatuor sequere propositum multiplicando.

Prima

7. m. 1 co. p. r. V. 49 m. 14 co. m. 3 ce.  
 Secunda.  
 12 co.  
 3  
 6 co.  
 2  
 14 m. 2 co. p. r. V. 196. m. 56 co. m. 12 ce.  
 Tertia. 7. m. 1 co. m. r. V. 49. m. 14 co. m. 3 ce.  
 7  
 49. m. 7 co. m. r. V. 2401. m. 686 co. m. 147 ce.

iunge primam & secundam & detrahe tertiam, vt vides, & ex parte numeri & co. clara est detractio ex parte autem r. V. vides quod sunt eadem, sed vna fuit multiplicata per 2. alia per 7. & quia vna est p. alia m. iungi debent hoc modo quadra 7. fit 49. iunge 7. & 2. sunt 9. quadra 9. fit 81. deinde dic per regulam 3. si 49. fit 81.

Tom. IV.

Prima, & Secunda, | 14. p. 4 co. p. r. V. 196.  
 m. 56 co. m. 12 ce.  
 Tertia, | 49. m. 7 co. m. r. V. 2401. m. 686  
 co. m. 147 ce.  
 Prima, & Secunda, | 11 co. p. r. V. 3969. m.  
 1134 co. m. 243 ce.  
 Tertia, | 35  
 1225. p. 121 ce. m. 770 co.  
 3969. m. 243 ce. m. 1134  
 2744. æqualia 364 ce. p. 364 co.

quod fiet r. V. 2401. m. 686 co. m. 147 ce. multiplica per 81. & fit r. V. 194481. m. 55566 co. m. 11907 ce. diuide per 49. & exit r. V. 3969. m. 1134 co. m. 243 ce. & hoc est coniunctum ex illis radicibus vniuersalibus, vel aliter vt facit Frater Lucas.

Multiplica omnia per suos numeros deinde pro r. V. quia vna est p. quæ multiplicatur per 2. alia m. quæ multiplicatur per 7. ideo sufficet illam quæ est m. multiplicare per 9. nam addito 2. & 7. fiunt 9. quadra igitur 9. fit 81. duc in r. V. 49. m. 14 co. m. 3 ce. fit 3969. m. 1134 co. vt prius & est leuior modus m. 243 ce. hoc igitur æquatur cum 35. m. 11 co. quadra vtramque partem & fit 1225. p. 121 ce. m. 770 co. æqualia quadrato r. V. & est 3969. m. 1134 co. m. 243 ce. detrahe vnum ex alio vt vides in Figura & reduc ad 1 ce. fiet 1 ce. p. 1 co. æqualia 7. 1 co. sequere capitulum (necro) fiet valor rei r. L. 7. 1 m. 1 co. & quia posuimus secundam quantitatem 2 co. erit secunda quantitas r. L. 31. 1 m. 1. habita secunda quantitate habebis per centesimam regulam quadragesimisecondi capituli reliquas nec credas aliquam quæstionem in Fratre Luca huic esse similem, licet videatur 7. q. tract. 6. d. sexta huic similis multum, tamen illa leuior est, quia non operatur per regulam hanc tertio, à me inuentam in similibus casibus sed ipse præsupponit numeros multiplicatores primæ & tertiæ partis esse æquales.

Diuide 14. in 3. partes continuè proportionales ita quod quadrata primæ & secundæ æquantur quadrato tertiæ diuide 14 secundum proportionem habentem medium & duo extrema per secundam regulam quadragesimiquarti capituli & fient partes r. 245. m. 7. & 21. m. r. 245. multiplica vnam in aliam & fiunt per regulam præcedentis quæstionis r. 192080. m. 392. igitur r. V. r. 192080. m. 392. est quantitas secunda & quadratum huius cum quadrato minoris partis æquabuntur quadrato maioris per regulam trigessimamsecundam quinquagesimi primi capituli quadra vnamquamque vt vides.

Prima minor.

Par. 21. m. r. 245.  
 Quadr. 686. m. r. 432180.  
 Secunda media.  
 r. V. r. 192080. m. 392.  
 Quadr. r. 192080. m. 392.  
 Tertia maior.  
 r. 245. m. 7.  
 Quadr. 294. m. r. 48080.

O 2

Deinde



Deinde iunges quadratum primæ & secundæ per regulam præcedentis capitulis & fiet 294. m. 3. 58020. habes igitur quæsitum, sed hæ partes iunctæ non sunt 14. sed 14. p. 3. 192080. m. 392. quod est diceretur 3. 192080. m. 378. dic igitur per regulam 3. si 3. 192080. m. 378. foret 14. quid esset v. 245. m. 7. & 3. 192080. m. 392. & 21. m. 3. 245. multiplica omnia per 14. & diuide per 3. 192080. m. 378. per regulam tertiam vigesimi primi capituli & prodeuntia erunt partes quæsitæ & per hanc sciuntur latera trigoni. orrogonij cuius tria latera sunt continue proportionalia nam erunt in proportionem trium quantitatum inuentarum.

81 Quidā locauit domum ad 5. annos per lib. 200. singulo anno locator vult omnes pecunias in initio locationis ille qui vult eas exbursare Quia res procedit pro 100. pone quod exbursat 100 co. igitur in fine primi anni habebit 100. co. p. 10 co. quia lucratur ad 10. pro 100. dico igitur quod promereri debes 100 co. In 5. annis cum 6. terminis vt vides & huius accipe vltimum terminum

|                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| 100 co.                 | lib. 200                |
| 110 oo.                 | lib. 220                |
| 121 co.                 | lib. 242                |
| 133 $\frac{1}{10}$ co.  | lib. 266 $\frac{1}{10}$ |
| 146 $\frac{1}{100}$ co. | lib. 292 $\frac{1}{50}$ |
| 161 $\frac{1}{1000}$    | lib. 322 $\frac{1}{50}$ |

qui est 161  $\frac{141}{1000}$  co. item promerere lib. 200. ad caput anni in 4. annis vno videlicet minus & in 5. terminis vt vides ad 10. pro 100. & fient, vt vides iunge omnes terminos & fient lib. 1221  $\frac{1}{50}$  reduc omnia ad integra & hoc multiplicando per 1000. fient 161141 co. æquales lib. 1221020. & quia in initio posuisti 100 co. multiplica per numerum lib. ipsum 100. & fient 122102000. lib. æquales 161141 co. diuide lib. per co. exit libi 757  $\frac{118263}{101141}$  proba & inuenies. Quidam volunt facere redditum pecuniarum simplicem sed non intelligunt quia lib. 200. excedunt libras redditus pecuniæ mutuatæ. Et idè euenit postmodum res absurda si tamen velis hoc facere fiet præcisè eodem modo nisi quod le co. promerentur simpliciter & fiunt in 5. annis 150 co. deinde lib. 1221  $\frac{1}{50}$  multiplicatum per 100. & sunt 122102. per 150. & exit numerus pecuniæ, sed vt dixi in probatione oportet te multum esse cautum propter absurditatem aut enim faciliter errares aut solutio tibi videretur falsa cum tamen esset vera.

Frater Lucas in consimili grauiter errat vt solet in tractatu de Domorum appensionibus dicit enim quod in 5. annis ad 10. pro 100. posito quod domus soluat lib. 10. pro anno & ex consequenti in 5. annis lib. 50. quod debet exbursare lib. 33  $\frac{2}{3}$  videlicet  $\frac{2}{3}$  totius quod falsissimum est, nam ad caput anni haberet exbursare plus quam 37. 37. libras & ferè 38. & ad redditum simplicem plusquam 40. libras quare patet error proba tumet & inuenies ipsum conuictum vltimis verbis & hic est error ad 8. pro 100. ad minus cogita modo in alijs.

In regula autem de modo sic facies promerere 100. numerum semper ad caput anni si pactum sit ad caput anni vel simpliciter si sit simpliciter in terminis vno plus annis vtpote si sint anni 5. in 6. terminis & si sint anni 3. in quatuor terminis vt vides in exemplo, deinde in vtroque casu promerere pensionem vnus anni ad modum qui dicitur ad caput anni siue primum meritum sit ad caput anni siue primum meritum sit ad caput anni siue simpliciter & hoc in tot terminis quot sunt anni, deinde aggrega summam omnium terminorum & hanc summam multiplica per 100. semper & prouentum diuide per vltimum terminum numeri promeriti & quod exit sunt pecunie exbursandæ.

Exemplum quidam accepit agrum à locatore 400. librarum persolueudarum singulis annis computo, & pro annis 5. ille vult pecunias omnes initio locationis ille vult dare ad rationem librarum 7. pro anno vtilitatis ad caput anni quia vt res confusa aliter apparet promerere 100. ad 7. pro 100. ad caput anni in 6. terminis pro quo nota hunc modum promerere 100. pro vno anno & fit 107. deinde multiplica 107. in se fit 11449. diuide per 100. exit 114  $\frac{49}{100}$  deinde multiplica 114  $\frac{49}{100}$  in

|  |
|--|
| 100  |
| 107  |
| 114 $\frac{49}{100}$                       |
| 122 $\frac{539601}{1070000}$               |
| 131 $\frac{79601}{100000}$                 |
| 140 $\frac{35953813239201}{1070000000000}$ |

se & fit 13107  $\frac{9601}{10000}$  hoc diuide per 107. exit quartus terminus 122  $\frac{539601}{1070000}$  diuide etiam idem productum per 100. exit quintus terminus 131  $\frac{79601}{100000}$  deinde multiplica quantum terminum in se quod est 122  $\frac{539601}{1070000}$  & producit 15015  $\frac{953813239201}{1070000000000}$  diuide per 107. exit 140  $\frac{35953813239201}{1070000000000}$  habes igitur 6. terminos & vltimus est diuisor deinde quadrupla

|                                   |
|-----------------------------------|
| 400                               |
| 428                               |
| 457 $\frac{106}{100}$             |
| 490 $\frac{18404}{1070000}$       |
| 524 $\frac{318404}{1000000}$      |
| 2300 $\frac{31629628}{107000000}$ |

5. primos terminos fiunt vt vides nam si 100. producit 107. & 114. & reliqua igitur 400. qui est redditus producit 428. & 457. & reliqua dimittendo vltimum terminum ex illis 6. habebis quadruplando 5. primos terminos vt vides quinque alios terminos in eadem proportionem quos iunges vt vides & fiunt 2300  $\frac{31629628}{107000000}$  hoc totum multiplica in 100. quia assumpsisti 500. fit 230029  $\frac{599628}{1070000}$  hoc igitur diuide per 140  $\frac{35953813239201}{1070000000000}$  exit 1638  $\frac{8515308357094181}{1250658143140000000}$  & tot libras dabit probata est.

Quidam emit croci lib. 1. cinnamomi lib. 8. 2. piperis lib. 5. pro aureis & fuit pretium 1. lib. croci talis pars pretij 2. lib. cinnamomi qualis pars fuit pretium lib. 2. cinnamomi, 5. lib. piperis. Eodem autem pretio emit croci lib. 30. piperis lib. 40. cinnamomi lib. 50. aureis



# De Quaestionibus Arithmet. &c. 161

est 100. quantitas pretium vniuersumque  
totum quod licet Frater Lucas dicat qua-  
estione esse difficilem ac vix inextricabilem

Croci Cinnamomum Piper.

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 5  | 6   |
| 30 | 50 | 40 | 100 |
| 30 | 25 | 8  | 100 |

non est tamen difficilior fere sua, sed ipse  
non intellexit radices Arithmetice, nam  
cum dicit quod pretia 5. 2. 1. sunt continue  
proportionalia vbi diuersa vnumqueque per  
suum quatuor ut vides erunt etiam respectu  
5. 2. 1. pretia continue proportionalia &  
id est non accidunt alia difficultas nisi quod di-  
citur lib. 30. croci per lib. 1. croci & li-  
bras 50. cinnamomi per lib. 2. cinnamo-  
mi 3. lib. 40. piperis per lib. 5. pi-  
peris exstant igitur lib. 30. croci liquidi 25.  
cinnamomi liquidi 8. piperis est igitur ac si  
diceret lib. 1. croci lib. 1. cinnamomi lib.  
1. piperis valent 6. ducatos & pretia sunt  
continue proportionalia quid igitur si vale-  
bunt lib. 30. croci & lib. 25. cinnamomi &  
lib. 8. piperis eodem pretio ducatos 150.  
quantum valeret crocus piper & cinnamo-  
mum ex quo quod quando pones valorem  
in equacione lib. 3. croci inuenies quod  
lib. 1. croci sed quantum pones valo-  
rem lib. 2. cinnamomi inuenies quod illud  
pretium non est 1. lib. cinnamomi sed  
2. sic similiter croci inuenies pretium 1.  
lib. piperis inuenies quod tale pretium  
3. lib. piperis & non vnius tantum ideo  
cum volueris scire pretium vnius lib. cin-  
namomi diuides pretium inuentum per 2. &  
cum volueris scire pretium 1. lib. piperis  
diuides pretium inuentum per 5. soluamus  
igitur nam sic, pone quod secunda pars  
proportionalis & est pretium cinnamomi  
in 2. co. denarie 2. co. ex 6. pretio aureo-  
rum primo remanet 6. m. 2. co. diuide  
fient 3. m. 1. co. quadra sit 9. p. 1. ce. m.  
8. ex deinde quadratum secundum quod est  
4. ce. remanet 3. m. 3. ce. m. 6. co. cuius  
radix addita & dimidiat a dimidio ostendit  
partem fuit dimidium 3. m. 1. co. igitur vna

Croc.

3. m. 1. co. m. 3. V. 9. m. 3. ce. m. 6. co.  
30  
30. m. 50. co. m. 2. V. 8100. m. 1700. ce. m.  
5400. co.  
Cinnamomum 2. co. 25. 50. co.  
Piper  
3. m. 1. co. p. 2. V. 9. m. 3. co. m. 6. co.  
8  
24. m. 8. co. p. V. 576. m. 192. ce. m. 384. co.

pars erit 3. m. 1. co. p. 2. V. 9. m. 3. co. m.  
6. co. alia 3. m. 1. co. m. 2. V. 9. m. 3. ce. m.  
8. co. multiplica vnum quodque per id quod  
provenit ex diuisione videlicet pretium cro-  
ci per 30. & cinnamomi per 25. & piperis  
per 8. & in hoc animaduerte quod maior  
quantitas est multiplicanda per numerum  
minorem media per medium & minor per  
maionem si intendis augere pretium at hic  
econtra maior quantitas est multiplicanda

Tom. IV.

per minorem numerum & minor per maio-  
rem nam minor est proportio 100. pretij se-  
cundi ad 63. aggregatum ex croco cinnamo-  
mo & pipere in secunda emptione quam  
6. pretij primi ad 3. aggregatum ponderum  
in prima emptione post deductionem & hoc  
bene nota secunda autem quantitas semper  
manet suo loco & fient vt vides hoc facto  
iunge hæc pretia & quia radix vniuersalis  
vna est p. & est minor & alia m. & est ma-

90. m. 30. co. m. 2. V. 8100. m. 2700. ce. m.  
5400. co. 50. co.  
24. m. 8. co. p. V. 576. m. 192. ce. m. 384. co.  
114. p. 12. co. m. 2. V. 4356. m. 1452. ce. m. 2904  
co.

ior ideo adiungendo detrahemus p. à m. &  
remanebit m. & quia vna fuit multiplicata  
per 30. alia per 8. ideo se habebunt in pro-  
portione 30. ad 8. detrahe igitur 8. à 30. re-  
manet 22. igitur radices tales se habebunt  
in proportione 30. ad 22. quare quadrata  
in proportione quadratorum & sunt 900.  
& 484. multiplicabimus igitur 2. vniuersa-  
lem quæ est maior per 484. & fiet 2. V.  
3920400. m. 1306800. ce. m. 2613600.  
co. hoc diuide per 900. exit 2. V. 4356. m.  
1452. ce. m. 2904. co. & hæc 2. est m. & cum  
toto vt vides æquatur 100. numero suppo-  
sito transfert 2. V. per se & fiet detrahen-  
do numerum à numero 14. p. 12. co.  
æqualia 2. vniuersali 4356. m. 1452. ce.  
m. 2904. co. quadra vtramque partem fient  
196. p. 336. co. p. 144. ce. æqualia 4356.  
m. 2904. co. m. 1452. ce. quare æquando  
fient 4160. æqualia 3240. co. p. 1596. ce.  
igitur 2.  $\frac{242}{100}$  æquantur 1. ce. p.  $\frac{2}{100}$  co. se-  
quere capitulum *nece dami* fiet valor rei  
2. 3  $\frac{4484602}{7057911}$  m. 1  $\frac{2}{133}$  & quia secunda quan-  
titas posita est 2. co. igitur valor media

406. p. 336. co. p. 144. ce.  
4356. m. 2904. co. m. 1452. ce.

4160. æqualia 3240. co. p. 1596. ce.

quantitatis esset duplus ad hoc scilicet quia  
diximus quod valor 2. co. est valor in cin-  
namomum fuit lib. 2. igitur valor 1. lib.  
cinnamomi est 2. 3  $\frac{4484602}{7057911}$  m. 1  $\frac{2}{133}$  & valor  
lib. 2. Erit duplum quo habito habebis re-  
liqua per centesimamdeciman regulam de-  
trahendo duplum valoris idest 2. 14.  
 $\frac{3262585}{7057911}$  m. 2  $\frac{4}{133}$  ex 6. & remanet 8.  $\frac{4}{133}$  quæ  
inuicem ductæ producant quadratum 2.  
supra dictæ idest quod producant in nume-  
ro 14  $\frac{3825286}{7057911}$  proba & inuenies & est pul-  
chra quaestio.

| Prima | Secunda | Tertia |
|-------|---------|--------|
| 1     | 1 co.   | 1 ce.  |
|       | 1       |        |
|       | 1 co.   | 1 ce.  |
| 1     |         | 1 ce.  |
| 1 co. |         |        |
| 1 co. |         | 1 co.  |

O 3 Inuenias



# 162 Liber Vnicus. Cap.LXVI.

|  |                |                      |
|--|----------------|----------------------|
| 1  | 1 co.          |                      |
| 1 ce.                                      |                |                      |
| 1  | 1              |                      |
| 1 ce.                                      | 1 co.          |                      |
| 1 ce. p. 2 co. p.                          | 2              | p. 1   13            |
|  | 1 co.          | 1 ce.                |
| 1 ce. ce. p. 2 cu.                         | p. 2 co. p. 1. | 13 ce.               |
|  | 3 ce.          | 3 ce.                |
| 1 ce. ce. p. 2 cu. p. 3 ce. p. 2 co. p. 1. |                | 16 ce.               |
|  | Rz.            | Rz.                  |
| 1 ce. p. 1 co. p. 1.                       |                | 4 co.                |
| Prima                                      | Secunda        | Tertia               |
| 1  | 1 p. Rz. 1 1/4 | 3 1/2 p. Rz. 11. 1/4 |

83 Inuenias 3. numeros continuè proportionales quorum aggregatum secundi & tertij diuifum per primum item aggregatum primi & tertij diuifum per secundum item aggregatum primi & secundi diuifum per tertium iunctaque omnia faciant 13 pone 1. primam quantitatem & 1 co. secundam & 1 ce. tertiam diuide secundam & tertiam per primam exit 1 ce. p. 1 co. diuide 1 ce. p. 1. per 1 co. videlicet primam & tertiam per secundam exit 1 co. p. 1 co. diuide etiam 1 co. p. 1 per 1 ce exit 1 co. p. 1 ce. iunge omnia fiunt 1 ce. p. 2 co. p. 1 co. p. 1 ce. æqualia 13. ex fupposito multiplica omnia per 1 ce. fit 1 ce. ce. p. 2 cu. p. 2 co. p. 1. æqualia 13. ce. adde communiter 3 ce. fiunt 1 ce. ce. p. 2 cu. p. 3 ce. p. 2 co. p. 1. æqualia 16 ce. accipe radicem vtriusque partis & fiet 1 ce. p. 1 co. p. 1. vna alia vero 4 co. & erunt æqualia quod si non haberet Rz. 16 ce. nihil refert, quia efflet co. Rz. 16. vt patet per regulam nonam quinquagesimiprimi capituli, sed posui 13. vt fierent 16 ce. qui habent radicem discretam potest enim fieri in omni numero vt etiam fequens : aufer igitur æquando partes habebis 1 ce. p. 1. æqualia 3 co. quare res valet per capitulum Rz. 1 1/4 p. 1 1/2 erunt igitur partes vt vides.

84 Inuenias 5. numeros continuè proportionales quorum quatuor aggregatum semper per reliquum diuifum atque ille 20. diui-

|           |       |       |       |           |
|-----------|-------|-------|-------|-----------|
| 1         | 1 co. | 1 ce. | 1 cu. | 1 ce. ce. |
| 1         | 1 co. | 1 ce. | 1 cu. | 1 ce. ce. |
| 1 ce. ce. | 1 cu. | 1 ce. | 1 co. |           |
|           | 1 cu. | 1 ce. | 1 co. | 1         |
|           |       |       |       | 1 co.     |
|           | 1 ce. | 1 co. |       |           |
|           | 1     | 1     |       |           |
|           | 1 co. | 1 ce. |       |           |
|           |       | 1 co. |       |           |
|           | 1     | 1     | 1     |           |
|           | 1 co. | 1 ce. | cu.   |           |
|           | 1     | 1     | 1     |           |
|           | 1 co. | 1 ce. | cu.   | 1 ce. ce. |

|                             |           |
|-----------------------------|-----------|
| 1 ce. ce. 2 cu. 3 ce. 4 co. |           |
| 4                           | 3         |
| 1 co.                       | 1 ce.     |
|                             | 1 ce. ce. |
|                             | 1 ce. ce. |

1 ce. ce. ce. | 2. Rel. Sec. 3 ce cu.

4. Rel. Pri. | 4. cu. 3 ce. | 2 co. | 1 |  
356 ce. ce.  
5 ce ce. | ce ce.

1 ce. ce. ce. | 2. Rel. Sec. | 3 ce. cu. | 4. Rel. Pri.  
5 ce. ce. 4 cu. | 3 ce. | 2 co. | 1.

1 ce. ce. p. 1 cu. p. 1 ce. p. 1 co. p. 1. | 19 ce.  
1 1/4 ce. | 1 1/4 ce.

1 ce. ce. p. 1 cu. p. 2 1/4 ce. p. 1 co. p. 1. | 20 1/4 ce.

1 ce. p. 1 co. p. 1. | 4 1/2 co.

1 ce. p. 1. æquatur 4. co.

|                |                |              |
|----------------|----------------|--------------|
| Prima.         | Secunda.       | Tertia.      |
| 1              | 1 p. Rz. 3.    | 4 p. Rz. 12. |
| Quarta.        | Quinta.        |              |
| 10 p. Rz. 108. | 28 p. Rz. 768. |              |

fiones siue potius 5. iunctæ simul faciant 356. potest etiam fieri vt dixi de quolibet numero pone primum 1 secundum 1 co. tertium 1 ce. quartum 1 cu. quintum 1 ce. ce. diuide prout vides vnâquamque partem per reliquam ordinatim incipiendo ab 1. deinde ab 1 co. deinde ab 1 ce. & fiet tandem summa quam vides æqualis 356. multiplica vtramque partem per 1 ce. ce. fient vt vides adde vtrique parti 5 ce. ce. & fient tandem 1 ce. ce. ce. p. 2. Rel. Sec. p. 3 co. cu. p. 4. Rel. Pri. p. 5 ce. ce. p. 4 cu. p. 3 ce. p. 2 co. p. 1. æqualia 361. ce. ce. quare accipe Rz. vtriusque partis seorsum & fient 1 ce. ce. p. 1 cu. p. 1 ce. p. 1 co. p. 1. æqualia 19 ce. iterum adde vtrique parti, 1 1/4 ce. fient 1 ce. ce. p. 1 cu. p. 2 1/4 ce. p. 1 co. p. 1. æqualia 20 1/4 ce. accipe Rz. vtriusque & est 1/2 co. p. 1. & alia est 4 1/2 co. & hæ sunt æquales inuicem igitur 1 ce. p. 1. æquatur 4. co. quare per capitulum fiet valor rei 1 p. Rz. 3. vel Rz. 3. m. 1. in vtroque enim verificatur posita igitur prima parte 1. secunda 1 p. Rz. 3. erit tertia quadratum secundæ expositione quia tertia pars ponitur 1 ce. vnde ducta tertia in secundam habebimus quartam quæ supponitur 1 cu. & ducta etiam tertia in se fiet cognita quinta quæ est 1 ce. ce. ex fupposito & sunt vt vides.

Fac ex 8. partes duas quarum assumptis 85 quadratis atque iunctis similiter assumptis cubis & iunctis ductoque vno aggregato in alterum fiat numerus perfectus quæstio hæc potest etiam fieri dicendo quod ex ductu vnus in alterum fiat 6000. aut 10000. & ita de aliis in hoc autem oportet considerare an quæsitum sit possibile an non nam datur minimum quo minus non potest fieri & maximum quo non maius minimum autem sit diuidendo 8. per æqualia & fit 4. cubi igitur sunt 64. & 64. qui iuncti faciunt 128. & quadrati sunt 16. & 16. qui iuncti faciunt 32. ducto autem 32. in 128. fit 4096. & hic est minimus numerus qui potest produci maximus



## De Quæſtionibus Arithmet.&amp;c. 163

|       |    |           |
|-------|----|-----------|
| 4     | 4  |           |
| 16    | 16 | 32        |
| 46    | 46 | 128       |
|       |    | 1296      |
| <hr/> |    |           |
|       |    | 0         |
|       |    | 0         |
| 812   |    | c. 32768. |

maxima autem sic inuenitur quadra totum  
quadrate 8. fit 64. cuba totum fit 512. duc  
512 in 64. fit 32768.

Et hoc est maximus quem non potest  
tamen producere ex tali divisione sed om-  
nem numerum ita usque ad 1096. nam si-  
cut videtur 32751. producere non potest  
talis divisio ne nec minorem 1096. hoc  
f. d. igitur quare aliquis numerus perfe-  
ctus sit inter 1096. & 32768. per tertiam  
quadraginta secundi capituli & inuenies  
quod talis inter eos 8128 quod si non cade-  
ret quartus non esset possibilis cum igitur  
8128 sit maior de 1096. & minor de  
32768. constat eam esse possibilem, quo  
facto deinde 8 in 4. p. 1 co. & 4. m. 1 co.  
quod utriusque partem ut vides & sicut  
10. p. 5. co. p. 1 co. & 10. m. 8 co. p. 1 co.  
congruis inuenitur 8. co. m. nihil faciunt  
eius quod 1. f. 1 co. cuberiam viranque  
poterit ut videtur de f. 10. 4. p. 4. co. p. 12  
co. p. 1 co. & 14 m. 4. co. p. 12 co. 1. co.  
videtur de f. 10. 12. p. 14 co. nam cu-  
p. 12 co. 1. co. & 14 m. 4. co. p. 12 co. 1. co.

[illegible]

sumitur igitur summa cuborum partium  
 $113 \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ ce. } 82 \text{ quadratorum } 32. \frac{p. 2 \text{ ce.}}$   
 multiplicata inter se & sunt  $4096. \frac{p. 1024 \text{ ce.}}$   
 $\frac{p. 4 \text{ ce. ce.}}$  & hæc æqualuntur  $8128.$   
 igitur detractæ  $4096.$  ex  $8128.$  remanent  
 $4032.$  æqualia  $1024 \text{ ce. } p. 48. \text{ cen. cen.}$  reduc  
 ad  $1 \text{ ce.}$  sunt  $84$  æqualia  $21 \frac{1}{2} \text{ ce. } \frac{p. 1 \text{ ce. ce.}}$   
 sequitur compositionem de compositorū *neuro* dimi  
 dia  $21 \frac{1}{2}$  numerum censuū sunt  $10 \frac{3}{4}$  multi  
 plicata in se fit  $113 \frac{1}{2}$  adde ad  $84.$  sunt  $197 \frac{2}{3}$   
 cuius detractis  $10 \frac{3}{4}$  dimidio censuū fit *R.*  
*L.*  $197 \frac{2}{3} \cdot \frac{m. 10 \frac{3}{4}}$  huius *R. V.* est valor te igitur  
 restat *R. V.*  $L. 197 \frac{2}{3} \cdot \frac{m. 10 \frac{3}{4}}$  & hæc detrac  
 ta & addita ad  $4$  dimidium  $8.$  ostendit partes  
 pars igitur una est  $4. \frac{p. R. V. R. L. 197 \frac{2}{3} \cdot \frac{m. 10 \frac{3}{4}}$   
 & alia est  $4. \frac{m. R. V. R. L. 197 \frac{2}{3} \cdot \frac{m. 10 \frac{3}{4}}$   
 $10 \frac{3}{4}.$

Est statutum Mediolani in usu quod maritus non potest relinquere uxori nisi quartam partem bonorum suae relinquenteam totam in stabilibus siue in usufructu non potest transgredi, verum illius quartae potest relinqui domina in totum ita quod percipit etiam fructus pro illa portione, quid accidit quidam moriens reliquit uxorem usufructuariam omnium bonorum ex quo sequitur quod in longo tempore gaudet plus quam possit habere per statutum, quaeritur igitur in quanto tempore extinguetur hic usufructus quaestio sic soluitur quasi per modum octuagesimae primae sciendo quod usus fructus in his causis & aliis fere omnibus praeter quam in causa dotis, intelligitur ad  $\frac{1}{5}$  pro 100. Pone quod habeat 6400000000. igitur quarta pars est 1600000000. & quia capitale remanet firmum igitur fructus sunt semper 320000000. id est  $\frac{1}{20}$  totius hereditatis &  $\frac{1}{5}$  quartae partis est igitur ac si diceret promerere ad caput anni 1600000000. pro  $\frac{1}{20}$  & semper detrahe  $\frac{1}{5}$  in quot annis finietur & idem reducitur ad regulam generalem quod si dimisisset fructus medietatis quia fructus medietatis sunt  $\frac{1}{10}$  quartae partis capitalis idem promererebis aliquam

|               |            |
|---------------|------------|
| Quar. far. c. | 1600000000 |
| Fr. quat.     | 80000000   |
| Aggreg.       | 1680000000 |
| Fruc. ca.     | 320000000  |
|               | Primus     |
| Refid.        | 1350000000 |
| Fruc. re.     | 68000000   |
| Aggreg.       | 1428000000 |
| Fruc. ca.     | 320000000  |
|               | Secundus   |
| Refid.        | 1108000000 |
| Fruc. re.     | 55400000   |
| Aggreg.       | 1163400000 |
| Fruc. ca.     | 320000000  |
|               | Tertius    |
| Refid.        | 843400000  |
| Fruc. re.     | 42170000   |
| Aggreg.       | 885570000  |
| Fruc. ca.     | 320000000  |
|               | Quartus.   |
| Refid.        | 565570000  |
| Fruc. re.     | 28278500   |
| Aggreg.       | 593848500  |
| Fruc. ca.     | 320000000  |
|               | Quintus.   |
| Refid.        | 273848500  |
| Fruc. re.     | 13692825   |
| Aggreg.       | 287541325  |
| Fruc. ca.     | 320000000  |

quantitatem quam pro commoditate as-  
sumpsi 1600000000. & est quarta pars cu-  
ius quinta pars est 320000000. fructus totius  
capitalis fac igitur vt vides adde continue  
 $\frac{1}{10}$  deinde subtrahere  $\frac{1}{2}$  & inuenies quod in  
annis 5. diebus  $327 \frac{2100569}{2560000}$  consumetur vo-  
luntas



luntas testatoris à statuto nec amplius remanebit usufructuaria siue velis dicere quod percipiet 5. vsus fructus integros &  $\frac{11}{12}$  <sup>61651</sup> <sub>8000</sub> vsus fructus sextianni habent tamen in vsu terminare talem vsufructum in 7. annis quia raro redditus sunt ad 5. pro 1000. esset tamen melius neminem fraudari sequendo regulam.

Pro regula igitur ita facies pone quod promereatur 1600000000. vt prius deinde pone partem redditus siue fructuum secundum portionem vt pote si sit totius  $\frac{1}{5}$  idest 320000000. & si sit medietatis usufructuaria pone  $\frac{1}{10}$  idest 160000000. & si sit tertiæ partis  $\frac{1}{15}$  & est 106666666  $\frac{2}{3}$  deinde promerere vtramque ad caput anni ad 5. pro 100. videlicet 160000000. & 320000000. vel aliam portionem pro eisdem terminis, deinde iunge portiones quas promeruisti & quartam partem accipe secundum vltimum terminum per modum octuagesimæ primæ quæstioni & detrahe vnum ab altero si remanet minus portione tot habebit annos integros & quod superest est portio.

87 Quidam moriens reliquit vxorem gravidam & nesciens an haberet masculum an feminam reliquit in testamento si pepererit masculum filius habet  $\frac{4}{5}$  bonorum & vxor  $\frac{1}{5}$  si vero feminam puella habeat  $\frac{1}{5}$  & vxor  $\frac{2}{5}$  bonorum quod accidit pepererit vxor masculum & feminam eodem partu quærentur partes fac sic tu scis quod masculus debuit habere quadruplum vxori & vxor duplum filix inuenias igitur tres numeros quorum maior sit quadruplus medio & medius duplus minori tales sunt 8. 2. & 1. iunge fiunt 11. igitur filio dabis  $\frac{8}{11}$  matri  $\frac{2}{11}$  & filix  $\frac{1}{11}$  eoque modo proportionaliter distribuatur hereditas ex voluntate si non saltem proximius verbis testatoris & est communis opinio Arithmetorum quia hæc quæstio est etiam posita ab aliis.

88 Nauta recepit tres viatores tribus aureis ea conditione vt si alius reciperetur in naui dimidia pars lucri esset nautæ alia dimidia pars diuideretur inter socios, quid accidit, aduenit vnus qui hac conditione ingressus est nauim quod solueret eā conditione, quā tres primi quæritur quantum quilibet debebat soluere ponē quod quartus debeat soluere 1 co. igitur Nauta debet habere  $\frac{1}{4}$  co. & quia habuit 3. aureos igitur tota solutio fuit aurei tres p.  $\frac{1}{4}$  co. & quia omnes æqualiter solunt, diuide aureos 3. &  $\frac{1}{4}$  co. in quatuor partes exeunt  $\frac{3}{4}$  aurei p.  $\frac{1}{4}$  co. Et quia quartus soluit 1 co. igitur 1 co. æquatur  $\frac{3}{4}$  aurei p.  $\frac{1}{4}$  co. quare  $\frac{7}{4}$  co. æquantur  $\frac{3}{4}$  aurei quare res valet  $\frac{6}{7}$  vnus aurei. Et tantum quilibet perfoluit.

Et similiter soluitur si essent plures. Datur tamen exemplum sub alia forma, verum redit ad idem & est tale. Duo conducunt nauim viginti libris eā conditione vt si Nauta alios receperit dimidium lucri sit nautæ reliquum diuidatur inter socios venerunt denuo tres alij dantes libra 30. nautæ eā conditione vt ad ratam primorum retrò det. Et omnes æqualiter sol-

uant fac sic pone quod primi debeant recipere 1 co. pro singulo igitur tres alij debent recipere 3 co. Et quia nauta debet recipere tantum quantum primi duo igitur debet recipere 2 co. omnes igitur debent recipere 7 co. Et quia 30. est diuidendum diuide 30. per 7. exit 4  $\frac{2}{7}$ . & tantum quilibet debet recipere primi ergo receperunt 8  $\frac{4}{7}$  alij tres receperunt 12  $\frac{6}{7}$  quorum summa est 21  $\frac{3}{7}$  Nautæ autem remanserunt 28  $\frac{4}{7}$  Et quilibet eorum soluit 5  $\frac{5}{7}$  quare, &c.

Duo mercatores conduxerunt nauim 89 primus imposuit modios 40. frumenti Et perfoluit modios duos Nautæ. Et recepit à Nauta solidos 50. secundus imposuit modios 25. & perfoluit Nautæ modium vnum

| Primus              | Secundus                       |
|---------------------|--------------------------------|
| 40                  | 25                             |
| 2. m. 50            | 1. p. 20.                      |
| 1 $\frac{3}{5}$ 32. | $\frac{5}{35}$ $\frac{20}{35}$ |

& solidos 20. quæritur quantum valuit frumentum fac sic quasi per modum exempli regulæ de modo diuide 1. p. 20. per 25. exit  $\frac{1}{5}$  p.  $\frac{20}{25}$  multiplica per 40. fit 1  $\frac{3}{5}$  p. 32. & hoc debet esse æquale 2. m. 50. quare iunge 50. & 32. fiunt 82. detrahe 1  $\frac{3}{5}$  ex 2. remanent  $\frac{2}{5}$  reduc ad integra multiplica 82 in 5. fit 410. diuide per 2. exit 205 & tantum valuit modius frumenti. Et quia 40. modij perfoluebant modios 1. minus 50. solidis & modij 2. valebant 410. solidos igitur modij 40. soluebant 360. solidos quare solidos 9. pro modio.

Tres habebant diuidere quandam quantitatem primus debuit habere medietatem 90 secundus  $\frac{1}{3}$  tertius  $\frac{1}{6}$  quid accidit irati sunt & quilibet violenter abstulit quicquid rapere potuit post reconciliati deposuerunt primus  $\frac{1}{3}$  secundus  $\frac{1}{4}$  tertius  $\frac{1}{5}$  eius quod habebat deinde diuiserunt per æqualia totum depositum. Et habuit quisque portionem suam primus  $\frac{1}{2}$  secundus  $\frac{1}{3}$  tertius  $\frac{1}{6}$  sicut propositum fuerat Et in omnibus istis diuisionibus non cecidit fractio aliqua sed fuerunt omnes numeri integri quæritur igitur quantus fuit aceruus. Et quantum quilibet rapuit, ista quæstio potest formari mille modis Et dicitur quæstio ludorum quia per hanc quæstionem habito. aceruo possumus scire quantus sit Et etiam si habeamus tres aceruos faselorum, cicerum & fabarum poterimus scire per transpositionem partium quantitatem cuiuslibet eorum Et ita poterunt fieri mille ludi certè valde mirabiles solue igitur hoc modo qui dicitur reuersio, pone quod aceruus totus depositus fuit 1 co. igitur cum quilibet accipiat tertiam partem igitur quilibet accipit  $\frac{1}{3}$  co. & quia postquam receperit primus  $\frac{1}{3}$  habebit medietatem pone igitur quod habeat 6. quod est medietas de 12. secundus cum receperit  $\frac{1}{3}$  co. habebit 4. quod est  $\frac{1}{3}$  de 12. tertius receperit  $\frac{1}{3}$  co. habebit 2. quod est



# De Quæstionibus Arithmet.&c. 165

est  $\frac{1}{2}$  de 12. igitur primus antequam receperit  
12. co. habuit 6. m.  $\frac{1}{2}$  co. secundus 4. m.  $\frac{1}{2}$   
tertius 2. m.  $\frac{1}{2}$  co.

Primus. Secundus. Tertius.  
 $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$

1 co.  
6. m.  $\frac{1}{2}$  co. 4. m.  $\frac{1}{2}$  co. 2. m.  $\frac{1}{2}$  co.  
 $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$   
3. m.  $\frac{1}{2}$  co. 1. m.  $\frac{1}{2}$  co.  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$  co.

Et quia primus deposuerat  $\frac{1}{2}$  eius quod  
habebat igitur deposuit  $\frac{1}{2}$  eius quod reman-  
sit sed remansit ei. 4. m.  $\frac{1}{2}$  co. igitur deposuit  
1. m.  $\frac{1}{2}$  co. & quia secundus deposuit  $\frac{1}{2}$  eius  
quod habuit igitur deposuit  $\frac{1}{2}$  eius quod re-  
mansit igitur deposuit 1. m.  $\frac{1}{2}$  co. & simi-  
liter tertius deposuit  $\frac{1}{2}$  eius quod habebat  
igitur deposuit  $\frac{1}{2}$  eius quod remansit, re-  
mansit autem 2. m.  $\frac{1}{2}$  co. igitur deposuit  $\frac{1}{2}$

3. m.  $\frac{1}{2}$  co.  
Deposita 1. m.  $\frac{1}{2}$  co.  
 $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$  co.  
4. m.  $\frac{1}{2}$  co.

ita  $\frac{1}{2}$  co. longo minus simul & fiet totum  
depositum 4. m.  $\frac{1}{2}$  co. & hoc aequatur ad  
1. co. cum suppositum est quod deposuerint  
1. co. igitur 4. m.  $\frac{1}{2}$  co. aequatur ad 1. co. reduc  
ad unum multiplicando per 3. fiet 174.  
equale 4. m. igitur res valet.  $\frac{1}{2}$  sed quia  
suppositum non ingredi fractos multiplica-  
bimus 174. in 4. & fiet 174. Et hoc est  
depositum. Et similiter multiplicabimus 49.  
in 12. quod supposuimus fuisse aggregatum  
fise accitum primum & fiet 588. & fuit  
hic accitum primus. Et primus debuit habe-  
re 2. 4. secundus 196. tertius 98. primus

| 588       |           |          |
|-----------|-----------|----------|
| Primus.   | Secundus. | Tertius. |
| 114       | 184       | 50       |
| 114       | 46        | 10       |
| 236       | 138       | 40       |
| 118       |           |          |
| 46        |           |          |
| 10        |           |          |
| 174       |           |          |
| 58        | 58        | 58       |
| 174. 136. |           | 98       |

igitur rapuit 354. secundus 184. tertius 50.  
Et primus deposuit  $\frac{1}{2}$  videlicet 118. secun-  
dus  $\frac{1}{2}$  videlicet 46. tertius  $\frac{1}{2}$  videlicet 10.  
que multa fiunt 174. quorum pars tertia  
est 118. remanserunt igitur primo 236. se-  
cundo 138. tertio 40. Quibus additis 58. ter-  
tia accitum primum & fiet primo  $\frac{1}{2}$  secundo  $\frac{1}{2}$  ter-  
tio  $\frac{1}{2}$  totum aggregatum

Tres habebant ita rapuerunt pecunias  
suas & altera cum autem per amicam qui-  
culissent primus dedit secundo 10. p.  $\frac{1}{2}$  resi-  
dui, secundus dedit tertio 7. p.  $\frac{1}{2}$  residui &  
tertio iam remanserant 5. nummi & primus  
habuit  $\frac{1}{2}$  secundus  $\frac{1}{2}$  tertius  $\frac{1}{2}$  queritur  
summa omnium, & quantum habuit quili-

bet, pone quod primus habuerit 1 co. secun-  
dus 1 quan, & tertius supponitur habere 5.  
& quia primus dedit secundo 10. p.  $\frac{1}{2}$  rema-  
nentis igitur detrahe 10. ex 1 co. remanet 1  
co. m. 10. accipe  $\frac{1}{2}$  & est  $\frac{1}{2}$  co. m. 3  $\frac{1}{2}$  de-  
trahe 3  $\frac{1}{2}$  ex 10. remanent 6  $\frac{2}{3}$  primus igitur

Primus. Secundus.  
1 co. 1 quan.  
 $\frac{1}{2}$  co. m. 6  $\frac{2}{3}$   $\frac{1}{2}$  co. p. 6  $\frac{2}{3}$   
 $\frac{1}{2}$  co. m. 6  $\frac{2}{3}$   $\frac{1}{2}$  co. p.  $\frac{3}{4}$  quan. m.  $\frac{3}{4}$   
1  $\frac{1}{2}$

Tertius  
5  
7  
 $\frac{1}{4}$  quan. p.  $\frac{1}{12}$  co. m.  $\frac{1}{12}$   
 $\frac{1}{4}$  quan. p.  $\frac{1}{12}$  co. p. 11  $\frac{11}{12}$   
1  $\frac{1}{2}$  3

$\frac{1}{2}$  co. m. 6  $\frac{2}{3}$   $\frac{1}{2}$  co. p. 1.  $\frac{1}{8}$  quan. m.  $\frac{3}{8}$   
 $\frac{1}{4}$  quan. p.  $\frac{1}{4}$  co. p. 35  $\frac{3}{4}$

tur dedit secundo  $\frac{1}{2}$  co. p. 6  $\frac{2}{3}$  igitur reman-  
serunt primo  $\frac{1}{2}$  co. m. 6.  $\frac{2}{3}$  & secundus ha-  
buit. 1. quan. p.  $\frac{1}{4}$  co. p. 6  $\frac{2}{3}$  aufer 7. & re-  
manebit  $\frac{1}{4}$  co. p. 1. quan. m.  $\frac{1}{3}$  aufer  $\frac{1}{4}$  &  
est  $\frac{1}{4}$  quan. p.  $\frac{1}{4}$  co. m.  $\frac{1}{12}$  remanebit  $\frac{1}{4}$  co.  
p.  $\frac{1}{4}$  quan. m.  $\frac{1}{4}$  adde tertio habebit tertius  
11  $\frac{11}{12}$  p.  $\frac{1}{4}$  quan. p.  $\frac{1}{12}$  co. & quia primus ha-  
bet  $\frac{1}{2}$  secundus  $\frac{1}{2}$  tertius  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{8}$  est tertia  
pars de  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{8}$  est  $\frac{1}{8}$  de  $\frac{1}{4}$  idem si multiplica-  
uerimus  $\frac{1}{8}$  per 3. &  $\frac{1}{8}$  per 1  $\frac{1}{2}$  fiet tantum  
quantum habet primus multiplicabimus  
igitur  $\frac{1}{4}$  co. p.  $\frac{1}{4}$  quan. m.  $\frac{1}{4}$  per 1  $\frac{1}{2}$  &  
fiet  $\frac{1}{4}$  co. p. 1.  $\frac{1}{8}$  quan. m.  $\frac{1}{8}$  & similiter mul-  
tiplicabimus  $\frac{1}{4}$  quan. p.  $\frac{1}{12}$  co. p. 11  $\frac{11}{12}$  per  
3. & fiet  $\frac{1}{4}$  quan. p.  $\frac{1}{4}$  co. p. 35  $\frac{3}{4}$  aequalia  
in vicem videlicet hæc tria ut vides detra-  
he  $\frac{1}{4}$  co. ex omnibus fiet  $\frac{1}{12}$  co. m. 6.  $\frac{2}{3}$  æ-  
qualia  $\frac{1}{4}$  co. m.  $\frac{1}{2}$  p. 1  $\frac{1}{8}$  quan. item ad 35  
 $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$  quan. adde m. ex numero ad p. &  
circa hoc nota quod maius m. quod est

$\frac{1}{2}$  co. m. 6  $\frac{2}{3}$   
 $\frac{1}{4}$  co. m.  $\frac{1}{8}$  p. 1  $\frac{1}{8}$  quan.  
 $\frac{1}{4}$  co. p. 35  $\frac{3}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$  quan.

$\frac{1}{12}$  co. m. 6  $\frac{2}{3}$   
 $\frac{1}{8}$  co. m.  $\frac{1}{4}$  p. 1.  $\frac{1}{8}$  quan.  
35  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$  quan.

$\frac{1}{8}$  co.  
 $\frac{1}{8}$  co. p. 6  $\frac{2}{3}$  p. 1  $\frac{1}{8}$  quan.  
42  $\frac{1}{12}$  p.  $\frac{1}{4}$  quan.

10. co.  
3 co. p. 151. p. 27. quan.  
1018. p. 18. quan.

7 co. æquales 151. p. 27. quan.  
10 co. æquales 1018. p. 18. quan.

1 co. æqualis 21.  $\frac{4}{9}$  p. 3.  $\frac{6}{7}$  quan.  
1 co. æqualis 102.  $\frac{4}{9}$  p. 1  $\frac{4}{9}$  quan.

80  $\frac{8}{15}$  æqualia 2  $\frac{2}{35}$  quan.  
35



2008. æqualia 72. quan.

39. Valor quan.

6  $\frac{3}{4}$  addes vtrique adde igitur ad 35.  $\frac{3}{4}$  p.  
 $\frac{3}{4}$  quan. fiet 42.  $\frac{5}{12}$  p.  $\frac{3}{4}$  quan. adde 6.  $\frac{3}{4}$   
ad  $\frac{1}{2}$  co. m.  $\frac{3}{8}$  p. 1.  $\frac{1}{8}$  quan. fiunt  $\frac{1}{8}$  co. p.  
6.  $\frac{2}{24}$  p. 1.  $\frac{1}{8}$  quan. & hoc est quia ex 6  $\frac{2}{3}$  au-  
ferre oportet  $\frac{3}{8}$  nam m. de m. aufertur fient  
igitur  $\frac{5}{12}$  co. æqualia  $\frac{1}{8}$  co. p. 6  $\frac{7}{24}$  p. 1.  $\frac{1}{8}$   
quam item ad 42.  $\frac{5}{12}$  p.  $\frac{3}{4}$  quan. igitur  
detrahe  $\frac{1}{8}$  co. ex  $\frac{5}{12}$  co remanent  $\frac{7}{24}$  co &  
hoc æquualet 6.  $\frac{7}{24}$  p. 1.  $\frac{1}{8}$  quan. quare 7.  
co. æquualet 151. 151. p. 27 quan. qua-  
re 1 co. æquualet 21  $\frac{4}{7}$  p. 3  $\frac{6}{7}$  quan. & quia  
 $\frac{5}{12}$  co æquualet etiam 42  $\frac{5}{12}$  p.  $\frac{3}{4}$  quan.  
igitur 5. co. æquualet 509. p. 9. quan.  
quare 1 co. æquualet 101  $\frac{4}{5}$  p. 1.  $\frac{4}{5}$  quan.  
igitur cum etiam æquualet 21  $\frac{4}{7}$  p. 3.  $\frac{6}{7}$   
quan. erunt 21.  $\frac{4}{7}$  p. 3.  $\frac{6}{7}$  quan. æqualia  
101  $\frac{4}{5}$  p. 1.  $\frac{4}{5}$  quan. igitur tandem detrahen-  
do quan. ex quan. & numerum ex nume-  
ro fiet valor quantitatis 39. & tantum ha-  
buit secundus: quia 5 co. æquualet 509.  
p. 9. quan. & 9. quan. sunt 351 igitur 5  
co. æquualet 860 quare res valet 172. &  
tantum rapuit primus & secundus rapuit 39.  
& tertius. 5. cum igitur primus dedit secundo  
10.  $\frac{1}{5}$  residui dedit in totum 64 & reman-  
serunt ei 108 & secundus habebat 103.  
dedit igitur 7. &  $\frac{1}{4}$  residui dedit igitur 31  
& remanserunt ei 72. & tertius habuit 36  
summa igitur erat 216. cuius 108. est me-  
dieras 72. est  $\frac{1}{3}$  & 36. est  $\frac{1}{6}$  vt propone-  
batur.

Et hæc est longe melior etiam prece-  
dente pro ludis faciendis. Alij tamen pro lu-  
dis faciunt multas mutatione addendi & mi-  
nuendi vltimò rogant quid remanserit vni-  
cuique & ponamus quod primus habeat  
 $\frac{1}{2}$  p. 7. totius secundus  $\frac{1}{4}$  p. 13. tertius au-  
tem  $\frac{1}{2}$  m. 28. iunge  $\frac{1}{24}$  fiunt  $\frac{13}{12}$  igitur ha-

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{4} \text{ p. } 7 \\
 \frac{1}{4} \text{ p. } 13 \\
 \frac{1}{2} \text{ m. } 28. \\
 \hline
 \frac{13}{12} \text{ 8 m.} \\
 \hline
 \frac{1}{12} \text{ 8 96} \\
 39 \text{ } \frac{1}{3} \text{ p. } 7 \\
 37 \text{ } \frac{1}{4} \text{ p. } 13 \\
 20 \text{ } \frac{1}{2} \text{ m. } 28.
 \end{array}$$

bet  $\frac{1}{12}$  p. integro iunge etiam numeros fiunt  
8. m. igitur cum semper p. in numero  
æquetur m. in parte & m. in numero æqua-  
tur p. in parte igitur  $\frac{1}{12}$  totius summa  
æquatur 8. diuide 8. per  $\frac{1}{12}$  fit 96. & hæc est  
summa & quia primus habet  $\frac{1}{4}$  p. 7. habe-  
bit 39. & quia secundus habet  $\frac{1}{4}$  p. 13 ha-  
bebit 37 & tertius habebit 20. quod est  $\frac{1}{2}$   
m. 28.

92 Fac de 10. tres partes continue propor-  
tionales ita quod quadrata omnium iun-  
cta faciant 60. hæc soluitur Geometricè si  
vis adiuvante decimasexta sexti Euclidis &  
& quadragesima secunda primi faciendo  
quadratum totius quod est 100. & circa  
eandem diametrum tria quadrata quæ  
æquantur 60. deinde complebis superficies  
9. complentes quadratum totius & erunt

omnes æqui distantium laterum & erit qua-  
drato æqualistribus superficiebus medijs  
quæ fiunt ex tota linea in mediã illarum  
partium cum igitur ille quasi gnomo sit  
20. erit illa superficies 20. quare pars me-  
dia erit 2. oblatio igitur 2. ex 10. remanet  
8. fac de 8. duas partes ex quarum multi-  
plicatione fiat 4. per centesimam de-  
cimam sextam regulam & habebis quæ-  
situm.

Aliter & non minus pulchrè per regu-  
lam de medio in fine 51. capituli positam  
pone quod media ex illis quantitibus sit  
 $\frac{1}{2}$  co igitur residuum erit 10. m.  $\frac{1}{2}$ , diuide  
10. m.  $\frac{1}{2}$  induas partes ita quod  $\frac{1}{2}$  co. sit me-  
dio modo proportionalis inter illas partes &  
hoc per centesimam sextam decimam regu-  
lam quadragesimi secundi capituli & erunt vt  
vides & postquã quadraveris fient quadrata

$$\begin{array}{l}
 \text{Prima } 5 \text{ m. } \frac{1}{4} \text{ co. m. } \text{R. V. } 25 \text{ m. } \frac{3}{10} \text{ ce. m.} \\
 \quad \quad \quad 2 \frac{1}{2} \text{ co.} \\
 \quad \quad \quad 5 \text{ m. } \frac{1}{4} \text{ co. m. } \text{R. V. } 25 \text{ m. } \frac{3}{10} \text{ ce.} \\
 \quad \quad \quad \text{m. } 2 \frac{1}{2} \text{ co.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Quadr. } 25 \text{ p. } \frac{1}{16} \text{ ce. m. } 2 \frac{1}{2} \text{ co. p. } 25 \text{ m.} \\
 \quad \quad \quad \frac{1}{16} \text{ ce. m. } 2 \frac{1}{2} \text{ co.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Secunda} \\
 \text{Quadr. } \quad \quad \quad \frac{1}{4} \text{ co.} \\
 \quad \quad \quad \frac{1}{4} \text{ ce.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Tertia } 5 \text{ m. } \frac{1}{4} \text{ co. p. } \text{R. V. } 25 \text{ m. } \frac{3}{10} \text{ ce.} \\
 \quad \quad \quad \text{m. } 2 \frac{1}{2} \text{ co.} \\
 \quad \quad \quad 5 \text{ m. } \frac{1}{4} \text{ co. p. } \text{R. V. } 25 \text{ m. } \frac{3}{10} \text{ ce.} \\
 \quad \quad \quad \text{ce. m. } 2 \frac{1}{2} \text{ co.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Quad. } 25 \text{ p. } \frac{1}{16} \text{ ce. m. } 2 \frac{1}{2} \text{ co. p. } 25 \text{ m.} \\
 \quad \quad \quad \frac{1}{16} \text{ ce. m. } 2 \frac{1}{2} \text{ co.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 100 \text{ p. } \frac{1}{8} \text{ ce. m. co. p. } \frac{1}{4} \text{ ce. m. } \frac{1}{8} \text{ ce.}
 \end{array}$$

$$100 \text{ m. } 10 \text{ co.}$$

partium vt vides nam quatuor multiplicatio-  
nes in crucem annihilant se, nam duæ sunt p.  
& duæ m. & quantitates multiplicatæ æqua-  
les quare iungendo fient tandem 100. m.  
10 co. æqualia 60. quia  $\frac{1}{4}$  ce. p. quod est  
quadratum secundæ partis &  $\frac{2}{16}$  p. cum  $\frac{6}{16}$   
m. nihil faciunt igitur per capitulum sim-  
plex detrahendo 60. ex 100. remanebit 40.  
æqualia 10. co igitur res valet 4. & quia  
posuimus mediam quantitatem  $\frac{1}{2}$  co. erit  
media quantitas 2. potest etiam solui per  
positionem simplicem sed feci exercitationis  
causa

Aliter sciendo hanc regulam quod si ex  
aggregato primæ & tertiæ quantatis pro-  
portionalis auferatur secunda quantitas re-  
siduum talem ad vnitatem habebit propor-  
tionem qualem habet aggregatum quadra-  
torum trium quantitatum ad aggregatum  
ipsarum quantitatum ex quo sequitur quod  
ducto aggregato trium quantitatum in ag-  
gregatum primæ & tertiæ detracta secunda  
producit aggregatum quadratorum si igitur  
diuideris aggregatum quadratorum per  
aggregatum quantitatum primæ & tertiæ  
quantitatis dempta secunda, igitur si hoc  
detrahatur ex aggregato quantitatum resi-  
duum erit duplum secundæ quantitatis igitur  
dimidium erit secundæ quantitas in casu  
igitur diuide 60. per 10. exit 6. detrahe 6.  
à 10. remanent 4. diuide 4. per æqualia exit  
2. secunda quantitas.



De Quaestionibus Arithmet.&c. 167

Invenitur hanc numerum quoniam d. te-  
 nentia danda ut differentiam quadratorum  
 hanc p. & aggregationem numero am in  
 aggregationem quadratorum multiplicatum  
 tenet et habet illam intelligendi regulam  
 de ratione nam sua ponit vn in numerum  
 & de illius unitate illa unitas genit lo-  
 cutus quantitas in equatione & iteo habet  
 equationem per capitula algebre posita in 48.  
 & in 6. p. capitulo & quia ponere 1 co. &  
 talibus confusum & non possim in fuge-  
 re unitatem in quantitate surda idco co-  
 gnoscere potuit et in alia numero quam in  
 unitate & quia 1 genit illi videri numeri &  
 co. d. l. b. p. ut videri numerum per se facili-  
 tatem operationum d. l. b. p. ponere 1 co.  
 quia 1 est alia fractionibus simplicibus vel  
 igitur ponere 1 co. & 1. quoniam vel 1 quan-  
 & 1. ut ponere videri 1 co. & 1. quoniam in  
 multiplicationibus ponere confusum ali-  
 quando tamquam cogatur ut hoc in hac qua-  
 estione d. l. b. p. ponere igitur quod vnus ex his  
 numeris sit 1 co. alius 1. quoniam hoc vnitas  
 est igitur differentia 1 co. n. 1. quadra  
 utriusque ponere & hoc 1 co. & 1. horum  
 quadratorum differentia est 1 co. m. 1. mul-  
 tiplicata in differentia numerorum que fuit  
 1 numerus p. & 21 m. & quoniam 1 co. p. 1. & hoc  
 debet esse equalis vni de p. ut multiplicata ag-  
 gregationem numerorum d. est 1 co. p. 2. ut ag-  
 gregationem quadratorum & est 1 co. p. 2. p. 1.  
 m. p. 1. ut p. 1. m. p. 1. de hoc debet esse e-  
 qualis 1. igitur videri 1 co. si d. p. ut ad m.  
 ut m. p. 1. ut p. 1. co. p. 2. duplum ad 1.

|       |             |   |
|-------|-------------|---|
| 1 cc. | differentia | 1 |
|       | 1 cc. m. l. |   |
| 1 cc. | differentia | 1 |
|       | 1 cc. m. l. |   |

[illegible]

ca. m. i. co. p. i. quare cum subtaxe-  
ra vnam ex altero est i. ce. p. i. co. additum  
vni de duobus aut altero faciat vnam  
est alteri duplum si ipse dicitur 9. p. 3. est  
duplum ad 9. m. 1. conuenit vt 3. sit  $\frac{1}{3}$  de 9.  
de 1. dicitur vt 3. est tripulum ad 1. m. 5. igitur  
oponitur 1. ad 3. ut medietas 1. de duplum  
3. de equale 1. ad 3. dicitur 15. p. 9. est quadru-  
plum ad 1. m. 9. oporiet oporiet quod 9. sit  
 $\frac{1}{9}$  de 18. de 18. 6. dicitur 1. ad lex qui al-  
terum ad 5. m. i. oportet quod 1. sit  $\frac{1}{5}$  de 5.  
de 18. de alio quod igitur i. ca. p. i. ce. p. i. co.  
p. i. est duplum ad i. ca. m. i. co. m. i. co. p. i.  
oponitur quod i. ce. p. i. co. sit  $\frac{1}{2}$  de i. co. p. i.  
igitur i. ca. p. i. co. æquantur i. ca. p. i. 16. quare  
assumpto communium diuisione qui est i. co. p. i.  
fit per regulam 27. capituli 5. vt diuisione  
facta procedunt i. ce. m. i. co. p. i. æqualia 3.

co. quare i ce. p. 1. æquatur 4 co. igitur res  
valet p. 3. p. 2.

|                      |                |
|----------------------|----------------|
| 1 cu. p. 1.          | 3 ce. p. 3 co. |
| 1 co p. 1.           | 1 co. p. I.    |
| <hr/>                | <hr/>          |
| 1 ce. m. I co. p. I. | 3 co.          |

Posito igitur minore numero. 1. erit maior qui est valor rei 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 3. fac igitur secundam positionem dicendo inuenias duos numeros in proportionem 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 3. ad 1. qui iungit & multiplicati in aggregatum quadratorum faciant 20. pone quod primus sit 1. co. igitur secundus erit co. 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 3. quadra fient 1. co. & 7 co.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 24. quod est dicere co. 7.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 24. iunge numeros fient co. 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 3. iunge quadrata fient co 8.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 24. multipli-

1 co. 2. p. R. 3. co.  
 1 ce. 7 ce. p. ce. R. 24.  
 ce. 8. p. R. 24.  
 co. 3. p. R. 3.  


---

 cu. 24. p. R. 72 p. R. 192 p. R. 216

ca inuicem sunt cu. 24.  $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  72.  $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  192.  $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  216. aequalia 20. diuide 20. per modum 56  
questionis per 24.  $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  72.  $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  192.  $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  216. & proventus  $\bar{R}.$  cubica vniuersalis erit  
iter quzita, idest portio minor, maior autem  
inuenitur multiplicando eam per 2.  $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  3.  
nam hoc quadrinomialium ex cubis habet om-  
nes tamen  $\bar{R}.$  quadratas & non cubas ideo  
faciliter per recisa sit diuisio potest & maior  
portio facilius inueniri per iteratam positio-  
nem ita vt 1 co. sit maior portio & co. 2. m.  
 $\bar{R}.$  3. sit minor & tunc valor 1 co. erit nume-  
rus maior, nam in rancor eueniunt duæ equa-  
tiones.

Inuenias duos numeros quorum differentia in se ducta æquet productioni vnus in alterum & eorum quadrata iuncta sint 20. certum est quod tale quæsitum facilliter soluitur ex capitulo quadragesimoquarto quia tales numeri essent in proportionem habente medium & duo extrema verum tamen soluitur per regulam de medio, pone igitur quod maior sit  $\frac{1}{2}$  co. minor 1. quoniam differentia igitur est  $\frac{1}{2}$  co. m. 1. quoniam quare quadratum differentie est  $\frac{1}{4}$  co. p. r. m. 1 co. & hoc æquatur productioni vnus in alterum & est  $\frac{1}{2}$  co. nam  $\frac{1}{2}$  co in 1. quoniam facit  $\frac{1}{2}$  co. eo quod 1. quoniam habet locum unitatis vt dictum est quare  $\frac{1}{4}$  co. p. r. æquatur 1  $\frac{1}{2}$  co. & 1 co. p. 4. ad 6 co. igitur per rancor res valet 1. p. 4. & quia posuimus quod maior quantitas esset  $\frac{1}{2}$  co. erit maior quantitas 1  $\frac{1}{2}$  p. 4. 1  $\frac{1}{4}$  fac igitur secundam positionem dicendo pone quod minor numerus sit 1 co. maior co. 1  $\frac{1}{2}$  p. 4. 1  $\frac{1}{4}$  horum quadrata debent æquari ad 20. id est cen. 4.  $\frac{1}{2}$  p. 4. 7  $\frac{1}{2}$  æquantur 20. duc in recisum quod est 4  $\frac{1}{2}$  m. 4. 7  $\frac{1}{2}$  fiet 90. m. 4. 3000. diuidendum per 12  $\frac{1}{6}$  quod est productum recisi in diuidentem fit 7  $\frac{1}{17}$  m. 4. 18  $\frac{394}{867}$  & hic est valor census igitur 4. V. 7  $\frac{1}{17}$  m. 4. 18  $\frac{394}{867}$  est valor rei & minor numerus, maiorem habebis iterando positionem ita quod ma-  
ior



ior numerus sit 1 co. 1 minor co. 1  $\frac{1}{2}$  m.  
R. 1  $\frac{1}{4}$ .

95 Diuide 10. in quatuor quantitates continue proportionales quarum quadrata iuncta faciant 60. scias primo quod si diceret 100. aut plus quæstio esset impossibilis, quia esset plus quadrato totius quod est 10. item si diceret quorum quadrata iuncta sint 20. esset etiam impossibilis, quia esset minus quadruplo quadrati quartæ partis quarta pars 10. est 2  $\frac{1}{2}$  quadratum 6  $\frac{1}{4}$  & idè quadruplum est 25. non igitur potest esse maius 100. nec minus 25. nunquam autem in diuisione quadrata possunt excedere quadratum totius nec esse minora producto numeri partis vnde non possunt si sint 3. esse minus triplo quadrati tertie partis & si sint 5. partes non possunt esse minus quintuplum esset 20. igitur non posset esse minus 20. nec maius 100. cum igitur dixerit 60. quod est minus 100. & maius 25. quæstio est possibilis hoc cognito nota has duas regulas.

Omnium quatuor quantitatuum continue proportionalium proportio aggregati quadratorum ex illis ad omnes quatuor quantitates simul iunctas est veluti producti ex prima in secundam item producti ex tertia in quartam iunctorum ad aggregatum se-

Aggrega: quadratorum. 1261.

Aggrega: numerorum. 65.

Aggrega: ductuum Primæ in Secundam & Tertie in Quartam.

582.

Aggrega: Secundæ & Tertie 30

cundæ & tertie quantitatibus. Exemplum sit 8. 12. 18. 27. quadrata iuncta sunt 1261. quantitates autem sunt 65. quod fit ex prima in secundam est 96. quod fit ex tertia in quartam est 486. aggregatum est 582. aggregatum secundæ & tertie est 30. dico igitur quod proportio 1261. ad 65. est veluti 582. ad 30. & est vtrique vt 19  $\frac{2}{5}$  ad 1.

Secunda regula quæ Geometrice differentiari potest per modum nonagesimatertie est quod talis est proportio aggregati quadratorum quatuor quantitatuum ad aggregatum quatuor quantitatuum qualis est subtrahendo aggregatum quadratorum ex quadrato aggregati 4. quantitatuum & residui capiendi medietatem & ab hac medietate detrahendo quadratum aggregati secundæ & tertie dico quod proportio residui ad aggregatum secundæ & tertie est eadem dico igitur in exemplo quod proportio 1261. ad 65. vt prius est veluti quadrando aggregatum 4. quantitatuum & est 56. fit 4225. & ab hoc detrahe 1261. remanet 2964. huius cape dimidium quod est 1481. & ab hoc detrahe 900. quadratum aggregati secundæ & tertie quantitatibus remanet 582. proportio igitur 682. residui ad 30. aggregatum secundæ & tertie quantitatibus est veluti 1261. aggregati omnium quadratorum ad 65. aggregatum 4. quantitatuum vt declaratum est prius quia vtrique est veluti 19  $\frac{2}{5}$  ad 1.

His visis suppono quod secunda & tertia quantitas sint 1 co. cum igitur 60. aggregatum quadratorum contineat 10. aggrega-

tum numerorum sex vicibus igitur proportio residui ad 1 co. quod est aggregatum secundæ & tertie est sexcupla & idè quadrata 10. aggregatum 4. quantitatuum fit 100. detrahe 60. fit 40. diuide 40. fit 20. detrahe quadratum secundæ & tertie quod est 1 ce. fit 20. m. 1 ce. & hoc est sexcuplum ad 1 co. quod est aggregatum secundæ & tertie igitur 6 co. æquantur 20. m. 1 ce. igitur 1 ce. p. 6. co. æquatur 20. igitur res valet per capitulum R. 29. m. 3. & hoc erit aggregatum secundæ & tertie quia posuimus tale aggregatum fore 1 co. quare residuum de 10. erit 13. m. R. 29. & hoc erit aggregatum primæ & quartæ vnde ex regula decimatertia 51. capituli sciemus secundam & tertiam quantitatem hoc modo cuba R. 29. m. 3. fit R. 90944. m. 288. diuide per totam summam addito duplo aggregati secundæ & tertie quæ est 4. p. R. 116. & exit R. 1054  $\frac{9504}{10000}$  p. 11  $\frac{13}{15}$  m. R. 145  $\frac{504}{10000}$  m. R. 962  $\frac{1504}{10000}$  quadrata dimidium aggregati & est R. 7  $\frac{1}{4}$  m. 1  $\frac{1}{2}$  fit 9  $\frac{1}{2}$  m. R. 65  $\frac{1}{4}$  ex hoc detrahe dictum quadrinomial habebis R. 145  $\frac{129}{625}$  p. R. 962  $\frac{94}{625}$  m. 2  $\frac{1}{50}$  m. R. 1054  $\frac{594}{625}$  m. R. 65  $\frac{1}{4}$  & huius R. vniuersalis detracta & addita ad R. 7  $\frac{1}{4}$  m. 1  $\frac{1}{2}$  facit secundam & tertiam quantitates vnde quadrata tertia & diuiso producto per secundam habebimus quartam qua detracta ab aggregato primæ & quartæ remanebit prima.

Frater autem Lucas consimilem ponit quæstionem, in solutione autem tantum abest vt nihil magis est autem quæstio pulchra & fortis.

Inuenias duos numeros qui tantum faciant aggregati quantum multiplicati & eorum quadrata iuncta cum numeris ipsis sint. 20. potest hæc solui pluribus modis & casus possunt formari plures vt pote quod addito maiore, aut minore tantum aut quod vnus in alterum multiplicatus faciat 20. sed pulchrum est per regulam de medio soluere in vna positione pone igitur quod ambo numeri iuncti siue productum vnus in alterum fit  $\frac{1}{2}$  co. diuide  $\frac{1}{2}$  co. fit  $\frac{1}{4}$  co. quadrata fit  $\frac{1}{16}$  ce. aufer illud quod vis produci & est  $\frac{1}{2}$  co. nam partes tantum faciunt multiplicata quantum iuncta igitur fiet  $\frac{1}{16}$  ce. m.  $\frac{1}{2}$  co. huius accipe radicem & est R. V.  $\frac{1}{16}$  ce. m.  $\frac{1}{4}$  co. eam adde & minue à dimidio  $\frac{1}{4}$  co. & fient partes  $\frac{1}{4}$  co. p. R. V.  $\frac{1}{16}$  ce. m.  $\frac{1}{2}$  co. &  $\frac{1}{4}$  co. m. R. V.  $\frac{1}{16}$  ce. m.  $\frac{1}{2}$  co. quadrata igitur vtramque partem per modum nonagesimatertie quæstionis eo quod in crucia-

Far.  $\frac{1}{4}$  co. m. V.  $\frac{1}{16}$  ce. m.  $\frac{1}{4}$  co.

Quadr.  $\frac{1}{16}$  ce. p.  $\frac{1}{16}$  ce. m.  $\frac{1}{2}$  co.

Par.  $\frac{1}{4}$  co. m. R. V.  $\frac{1}{16}$  ce. m.  $\frac{1}{2}$  co.

Quadr.  $\frac{1}{16}$  ce. p.  $\frac{1}{16}$  ce. m.  $\frac{1}{2}$  co.

Summa quadrata  $\frac{1}{4}$  ce. m. 1 co.

p.  $\frac{1}{2}$  co.

tiones cadunt fient vt vides iunge quadrata sūt  $\frac{1}{4}$  ce. m. 1 co. & quia quadrata iuncta numeris faciunt 20. & numeri sunt  $\frac{1}{2}$  co. ex supposito igitur adde  $\frac{1}{2}$  co. ad  $\frac{1}{4}$  ce. m. 1 co. fiet totum  $\frac{1}{4}$  ce. m.  $\frac{1}{2}$  co. æqualia 20. igitur  $\frac{1}{2}$  ce. æquatur 20. p.  $\frac{1}{2}$  co. igitur 1 ce. æquatur



# De Quaestionibus Arithmet.&c. 169

equatur 2. p. 2. co. quare res valet 2. 81.  
 1. quod est 10. & quia posuimus aggregatum 5. igitur aggregatum erit 5. & quod est 10. igitur quadratorum erit 25. m. 5. quod est 15. & quia maior pars est  $\frac{1}{2}$  co. p. re. V. 10. m. 1. co. & co. de 10. est 100. cum  $\frac{1}{2}$  co. 5. igitur quod detracto  $\frac{1}{2}$  co. quod est 5. remanet 1. huius igitur re. addita ad  $\frac{1}{2}$  co. quod est 5. ostendit maiorem partem  $\frac{1}{2}$  p. re. 1. & minor erit per idem  $\frac{1}{2}$  m. re. 1. & ita de aliis. Probatio autem talis est nam primo unctae hae partes faciunt 5. quare pte & m. nihil faciunt, item quadrata ambaram iuncta faciunt 15. per regulam multiplicandi binomia dictam in capitulo de multiplicatione surdorum, ad  $\frac{1}{2}$  p. re. 1.  $\frac{1}{2}$  5. dicitur aggregato fit 20. quantum aggregatum erat 5. ideo 15. & 5. faciunt 20. & hoc est secundum propositum, nam multiplicationes quae accidunt quadrando nihil faciunt, tertiam est quod ex multiplicatione unius in alterum fit 5. etiam ut propositum fuerat. Fuerunt quatuor homines quorum primus, secundus, & tertius habuerunt 14. Item primus, secundus, & quartus habuerunt 71. Item primus, tertius, & quartus habuerunt 72. Item secundus, tertius, & quartus habuerunt 88. queritur quantum habuit quilibet, dico possit fieri per la co. sed longe facilius per regulam iunge summam illorum ut vides sunt 267. diuide

1 | Primus. Secundus. Tertius.  
 14 | 89 | 55. Quartus.  
 4 | Primus. Secundus. Quartus.  
 71 | 89 | 16. Tertius.  
 1 | Primus. Tertius. Quartus.  
 72 | 89 | 17. Secundus.  
 3 | Secundus. Tertius. Quartus.  
 88 | 89 | 1. Primus.  
 267

Summa  $\frac{1}{29}$

per 1. m. numero hominum hoc est quia homines sunt 4. diuide per 3. & si fuissent 3. diuides per 2. & si fuissent 5. diuidisses per 4. diuide igitur per 3. exit 89. & haec est summa earum quod habent omnes detrahe igitur 34. & est summa trium priorum ex 89. remanet 55. & tantum habet quartus & simili detrahe 73. ex 89. remanent 16. pro tertio qui non est connumeratus inter illos tres, & ita detrahe 172. ex 89. remanent 17. pro secundo. Item detrahe 88. ex 89. remanet 1. pro primo & haec est regula generalis Fratris Luca tenens in omnibus terminis. Ita tamen quod assumantur omnes semper dimisso vno veluti si sint 6. dicas omnes praeter sextum habuerunt 50. & omnes praeter quantum habuerunt 70. & ita de aliis.

98 Et ex praecedente soluitur alia questio tres viri inuenerunt burfam & volentes equum emere primus & secundus poterant emere cum  $\frac{1}{2}$  denariorum burfa, & secundus, & tertius cum  $\frac{1}{3}$  denariorum burfa, & primus & tertius poterant emere equum cum  $\frac{1}{2}$  denariorum burfa, queritur quantum habuit quilibet quot nummos contigit burfa

Tom. IV.

& quantum valuit equus, pone quod burfa habeat 1. co. igitur primus & secundus habuerant valorem equi m.  $\frac{1}{2}$  co. Item secundus & tertius habuerunt idem m.  $\frac{1}{3}$  co. Item primus & tertius habuerunt idem m.  $\frac{1}{3}$  co. igitur per praecedentem iunge summam eorum fit 3. quan. m.  $\frac{1}{3}$  co. diuide per 1. m. numero hominum quod est 2. exit  $1\frac{1}{2}$  quam m.  $\frac{1}{6}$  co. & haec est summa quae debet aequari valori equi, sed equus valet 1. quam igitur  $1\frac{1}{2}$  quam m.  $\frac{1}{6}$  co. aequantur 1. quan. quare detrahe 1. quam, ex  $1\frac{1}{2}$  quam remanebit  $\frac{1}{2}$  quam aequiualens  $\frac{1}{6}$  co. igitur 1. quam aequiualeat duplo quod est  $\frac{1}{3}$  co. igitur dabis ex fracto valorem denominatoris qui est 30. ad co. & numeratorem ad quam igitur

|                    |  |
|--------------------|--|
| Primus. Secundus.  | 1. quam m. $\frac{1}{2}$ co.             |
| Secundus. Tertius. | 1. quam m. $\frac{1}{3}$ co.             |
| Primus. Tertius.   | 1. quam m. $\frac{1}{3}$ co.             |
|                    | 3. quam m. $\frac{1}{2}$ co.             |
|                    | 2  |
|                    | $1\frac{1}{2}$ quam m. $\frac{1}{6}$ co. |
|                    | $\frac{1}{3}$ co. igitur dabis           |
|                    | ex fracto valorem denominatoris qui est  |
|                    | 30. ad co. & numeratorem ad quam igitur  |

|                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| Primus. Secundus.  | $\frac{150}{215}$ |
| 31 16              | Tertius 15        |
| Primus. Tertius.   | $\frac{1}{3}$ 10  |
| 31 21              | Secundus. 10      |
| Secundus. Tertius. | $\frac{1}{5}$ 6   |
| 31 25              | Primus. 6         |
| <hr/>              |                   |
| 62                 |                   |
| 2                  |                   |
| 31                 |                   |

valor co. est 30. & valor quantitatis est 31. sed valor co. est pecunia burfa & valor quam est valor equi igitur equus valuit 31. & in burfa fuere 30. dixit igitur primus & secundus quod si darent dimidium burfa id est 15. quod haberent valorem aequi igitur habuerunt 16. & ita primus tertius habuerunt 21. & secundus & tertius habuerunt 25. quare per praecedentem primus habuit 6. secundus 10. tertius 15. omnes 31. & tantum etiam valuit equus & in burfa 30. fuere nummi.

99 Et ex praecedentibus soluemus hanc questionem tres posuerunt in societate primus & secundus 200. primus & tertius 300. secundus & tertius 400. & lucrati sunt 1600. primus vult ad rationem 10. pro 100. secundus ad rationem 12. pro 100. tertius vult ad rationem 15. pro 100. queritur quantum quilibet habere debet ex nonagesimo octaua apparet quod capitale primi fuit 50. secundi 150. tertij 250. quia igitur primus debet habere 10. pro 100. igitur quia posuit 50. habebit 5. secundus debet habere 12. pro 100. & posuit 150. igitur habebit 18. tertius debet habere ad 15. pro 100. igitur habebit pro

|                    |                          |
|--------------------|--------------------------|
| Primus. Secundus.  | 200 450                  |
| 250                | Tertius.                 |
| Primus. Tertius.   | 300 450                  |
| 150                | Secundus.                |
| Secundus. Tertius. | 400. 450                 |
| 50                 | Primus.                  |
| 900                | Primus 5                 |
| 2                  | Secundus 18              |
| 450                | Tertius 37 $\frac{1}{2}$ |
|                    | 60 $\frac{1}{2}$         |
| P                  | 150. 940 $\frac{1}{2}$   |



250. quos posuit  $37\frac{1}{2}$  igitur 1. habebit 5.  
 2. 18. tertius  $37\frac{1}{2}$  totius summa iunge sunt  
 60.  $\frac{1}{2}$  dic igitur si 60.  $\frac{1}{2}$  dat 1600. quid da-  
 bit 5. & multiplica 5. in 1600. fit 8000. di-  
 uide per 60.  $\frac{1}{2}$  exit 132.  $\frac{28}{121}$  & tantum ha-  
 bebit primus & secundus habebit 476.  $\frac{4}{121}$   
 & tertius 991.  $\frac{59}{121}$

100 Quidam famulus aptauit se cum Domino  
 pro duobus annis in primo anno dabat ei li-  
 bras 20. & in secundo 30. stetit autem per  
 tempus duorum annorum, deinde iterum  
 stetit per alios duos annos ad ratam primo-  
 rum quaritur quantum debet habere. Nota  
 quod in hoc errat, & in similibus grauitur  
 Frater Lucas vt patet in capitulo decimi trac-  
 disp. nona de salariis famulorum volens pro-  
 cedere propter proportionem dicendo si se-  
 cundo anno dedit dimidium plusquam in pri-  
 mo igitur in tertio dabit dimidium plus quam  
 in secundo & ita daret 45. & ita in quarto  
 dimidium plus & ita daret 67.  $\frac{1}{2}$  & hoc mo-  
 do solueret Frater Lucas & quod hoc non sit  
 verū intellige ex suo exem-  
 plomet nam dicit quod si 20 Primus  
 pactus fuerit dare 10. in 1. 30 Secundus  
 anno & 60. in quarto anno 45 Tertius  
 quod in secundo dabit 32. 67  $\frac{1}{2}$  Quartus  
 cu. 6000. & in tertio 32. cu.  
 36000. videlicet proportionaliter hoc au-  
 tem est falsum quis enim sane mentis credat  
 Dominos pacisci cum famulis in 32. cu. aut res  
 tam planas ad tam occultos sensus trahi,  
 deinde sequeretur quod frequenter in vfu  
 euenit quod si quis pacisceretur cum  
 famulo dare primo anno libras 4. se-  
 cundo anno libras 12. deinde ad ratā  
 famulus permaneret 7. annis quod  
 oporteret dare ei 4372. libras salarij  
 plus forte quam haberet Dñs in bo-  
 nis, & ideo oportet vltra scientiā ha-  
 bere iudicium in talibus igitur vbi  
 augmentum hominis aut indoltriae  
 non fit proportionaliter, sed pro-  
 gressiue etiam oportet talia intelligere pro-  
 gressiue quando igitur Dominus dedit 10. in  
 in primo anno & 60. in quarto anno detrac.  
 10. ex 60. remanet 50. diuide per annos au-  
 gmentique sunt tres exeunt 16.  $\frac{2}{3}$  dabit igitur  
 primo anno 10. secundo 26.  $\frac{2}{3}$  tertio  
 43  $\frac{1}{3}$  quarto 60. & ita intelliguntur æqualia  
 augmenta & non proportionalia & ideo in  
 quæst. principali dico quod primo anno ha-  
 bebit 20. secundo anno 30. tertio anno 40.  
 quarto anno 50. & hoc nota quantum acci-  
 dit frequenter & solutio Fratris Luca est ri-  
 dicula etiam neotericis.

101 Quidam emit oua 12. tot solidis minus de  
 10. quot eodem pretio emit oua 5. solidis  
 minus de 11. hoc est si prius emit 12. oua  
 7. solidis qui sunt 3. minus quam 10. eodem  
 pretio emit oua 5. solidis 8. qui etiam sunt  
 3. minus de 11. pro solutione igitur fac per  
 quadragesimum octauum capitulum pone  
 quod ouum valeat 1. co. solidorum igitur  
 12. oua valent 12. co. solidorum detrahe ex  
 10. solidis remanent solidi 10. m. 12. co. &  
 hæc est diff. pretij 12. ouorum à 10. solidis  
 deinde dic 5. oua valent 5. co. solidorum igitur  
 cum hoc sit tanto minus de 11. solidis  
 quantum est illa differentia igitur detrahen-

do 5. co. ex 11. solidis erit hæc differentia  
 æqualis superiori quæ est 10. solidi m. 12.  
 co. habes igitur 11. solidos m. 5. co. æqua-  
 les 10. solidis m. 12. co. adde viceversa  
 m. ad aliam partem sient 11. sol. p. 12. co.  
 æquales 10. f. p. 5. co. detrahe vnum ex  
 alio & fiet 1. f. p. 7. co. & hoc debet esse  
 nihil igitur 1. f. in p. debet æquialere 7. co.  
 in m. ita quod ipsa res valet  $\frac{1}{7}$  f. per capi-  
 tulum, sed hoc est m. id est quod qui dat  
 oua cogitur pro singulo ouo dare  $\frac{1}{7}$  vnus  
 solidi qui igitur emit oua 12. habuit cum  
 12. ouis  $\frac{12}{7}$  solidi & ita habuit cum solidis  
 10. quos habebat solidos.  
 11.  $\frac{5}{7}$  & qui emit oua 5. ha-  
 buit vltra oua  $\frac{5}{7}$  solidi &  
 quia habebat 11. solidos igitur  
 habuit solidos 11.  $\frac{5}{7}$  vt  
 alter & hæc quæstio melius  
 ponitur in sabulo & lapidi-  
 bus quam in ouis & conuenientius.

Aliter autem explicatur hæc quæstio & fa-  
 cilis dicendo hoc modo & est idem quidam  
 dedit 12. oua cum pretio tali qui iunctus 10.  
 solidis tantum fecit quantum si dedisset oua  
 5. eodem pretio & iunxisset pretium 11. so-  
 lidis, & in his desideratur ingenium Arith-  
 metici potius quam ars & perfecta verbo-  
 rum explicatio interrogantis.

Quidam emit 10. oua m. solidis 2. pro so-  
 lidis 3. m. 12. ouis quaritur valor ouorum  
 in similibus adiunge m. ad reliquam partem  
 & sient 22. oua valentia solidos 5. & ita  
 ouum valet  $\frac{5}{22}$  solidi & 10. oua valent soli-  
 dos 2.  $\frac{1}{11}$  detrahe solidos 2. remanent  $\frac{1}{11}$  so-  
 lidi vero 3. m. 12. ouis sunt  $\frac{1}{11}$  solidi.

Quod si dicat 10. oua m. solidis 3. æqui-  
 ualent 12. ouis minus solidis 4. in hoc casu  
 detrahe vnum ex alio & erunt 2. oua æqui-  
 ualentia solidi 1. igitur  
 ouum valet  $\frac{1}{2}$  solidum Oua 10. m. solidis 3.  
 & 10. oua minus 3. so- Oua 12. m. solidis 4.  
 lidis valent 2. solidos  
 & tantundem valent Oua 2. m. solidi 1.  
 12. oua minus 4. solidis.

Quidam emit velutum aureo 1. & aurum  
 contextum aureis 5. & in totum emit pro au-  
 reis 100. deinde vendidit velutum aureis 2.  
 aurum contextum aureis 3. & lucratus est 2.  
 pro 100. quaritur quantum emit ex vtroque  
 pone quod emerit 1. co. veluti & quia emit  
 aureo 1. igitur emit velutum 1. co. aureo-  
 rum detrahe ex 100. remanent aurei 100.  
 m. 1. co. aureorum & hoc est presentium  
 auri contexti, & quia aurum contextum va-  
 luit 5. aureos igitur brachia auri contexti  
 fuerunt  $\frac{1}{5}$  pretij sui & pretium fuit auri  
 100. m. 1. co. igitur brachia auri contexti  
 sunt 20. m.  $\frac{1}{5}$  co. habes igitur auri contexti  
 brach. 20. m.  $\frac{1}{5}$  co. & veluti brach. 1. co.  
 vende velutum pro aureis 2. pro brachio fit  
 2. co. aureorum vende aurum contextum  
 pro 3. aureis fit 60. aurei m.  $\frac{1}{5}$  co. iunge  
 pretia veluti & auri contexti fiunt aurei 60.  
 plus 1.  $\frac{2}{5}$  co. & hoc æquatur 102. nam ille  
 eo quod lucratur 2. pro 100. facit ex 100.  
 aureis 102. aureos igitur detrahe 60. ex  
 102. remanent 42. diuide per 1  $\frac{2}{5}$  exit 30.  
 & hic est valor rei emit igitur veluti br. 30.  
 & auri contexti br. 14.

Quidam



174 Quidam carum in solidis 10 & emit si-  
cuti quatuor vendidit 100. dando 5. minus  
proinde quam habuerat & scias qui su-  
perfluum cum solidis 100. solum vendi-  
tione illa in numero fuerunt 100.

Quæritur prout solum & quot sicut  
superfluum vnde quod habuerit 1 co. si-  
cuti pro solidis 10. pro solidis 10. habuit  
ex emptione si quæ vendidit 100. & dabat  
5. inquam habuit 2. habuerat 5. inquam  
recepit & receperat 1 co. solum pro soli-  
dis 10. unde de 1 co. in 5. solum pro soli-  
dis 10. unde per 1 co. in 5. exit 1 co. in 5.  
& habuit illud & quia vendidit 300. sicut  
& habuit 10. ex. tunc inquit reman-  
entis sunt 10. in 10. 100. & hoc cum soli-  
dis qui sunt 100. in 10. 100. ut pro-  
prie tunc reducere ad integram multiplicando  
per 1 co. in 5. sicut 100. p. 10. et in 350  
co. p. 100. æqualia 100 co. in 5. sicut. reducere  
ad remanentem & de hac de hac de hac  
sunt 100. p. 100. æqualia 45 co. igitur res  
sunt 45 p. 100. 276. & tot sicut habuit  
pro solidis

175 Quidam vendidit br. 10. veluti pro qua-  
dam quantitate aureorum deinde eodem  
pretio tribuit aureos 15. emens velutum  
& sic quantitas aureorum pretij 10. brachia  
quæ superflua exburfatis 15. aureis  
sunt pro quantitate brachiorum veluti  
recepti 15. aureos 15. quæ facta diuisione  
quantitas veluti 10. veluti recepti pro  
15. aureis per aureos qui superfluum ex-  
burfatis 15. aureorum de pretio 10. br. ve-  
luti veluti quæritur igitur valor veluti.

Cum hæc omnia hæc regulam fratris  
Lucæ notabile quod cum voluit inuenire  
duos numeros ex quorum diuisione maio-  
ris per minorem poterat 1. gratia exem-  
pli plus quam ex diuisione minoris per ma-  
iorem. Vnde deinde illud plus quod est 1. &  
de 1. quæ sit 1. adde ei unitatem sem-  
per per regulam sit 2. huius 2. quæ est 1. &  
de 1. quod est medium differentie est minor  
quantitas de illa est 1. p. 1. vna erit igitur  
1. adde 1. ad est quod maior habebit du-  
plum proportionem ad minorem, & minor  
subduplam ad maiorem igitur quod illi numeri  
erunt in proportionem dupla & 1. & 2. erunt  
numeri residui 1. & 2.

Ex hoc facilius soluitur quæstio diuide  
igitur per regulam 1. in 1. adde in se sit 2.  
adde unitatem sit 3. adde ipsam radicem quæ  
est 1. erit 4. unde dimidium quod fuit 1. sit  
1. & deinde in quod numeris aureorum  
superfluum ad brachia est in proportio-  
ne 1. ad 1. hincognito pone quod vendide-  
re velorum 1 co. aureorum pro brachio igitur  
receptis 10 co. aureorum quare cum  
emetur velutum pro 15. aureis eodem pretio  
igitur si 1 co. aureorum valet 1 brach. veluti  
quod valebant 15. aurei & valebunt  $\frac{15. br.}{1 co.}$   
& tot brachia habebit & quia supponitur  
ipsum habuisse 10 co. aureorum & exburfa-  
uit 15. aureos igitur remanserunt ei 10 co.  
in 15. & hoc debet esse in proportionem 1. &  
ad 1. cum illo fracto videlicet  $\frac{11. br.}{1 co.}$  quare  
multiplica  $\frac{11. br.}{1 co.}$  per 1. fit  $\frac{15. br.}{1 co.}$  & hoc

T. m. I F.

æquatur 10 co. in 15. multiplica partes per  
1 co. & habebis 25. æqualia 10 co. in 15 co.  
quare 10 co. quare 10 co. æquatur 25. p. 15  
co. & 1 co. æquabitur  $2\frac{1}{2}$  p. 1. co. igitur res  
valet  $2\frac{1}{2}$  p. 1. quod est dicere  $2\frac{1}{2}$  & tan-  
tum valuit velutum pro brachio videlicet  
aureos  $2\frac{1}{2}$ .

Quidam stante statuto Mediolani vt in 106  
octuagesima septima quæstione reliquit vxori  
vsumfructum medietatis omnium bonorum  
quæritur in quot annis extinguetur hic  
vsumfructus scias quod stante supposito reddi-  
tus ad 5. pro 100. in toto vsumfructu extingue-  
retur vt dictum est in annis 5. & mensibus  
10. diebus 27. & parte illa verum quia fru-  
ctus non colliguntur nisi in capite anni idem  
melius est dicere quod habebit vsumfru-  
ctum 5. annorum &  $\frac{11. co. 165}{12800000}$  sexti anni & est  
qualis quia legistæ Mediolanenses habentes  
considerationem quod fructus non sunt  
æquales nec communiter attingunt ad 5.  
pro 100. ideo pensatis omnibus reduxerunt  
terminationem vsumfructus ad 7. annos  
ita quod habent in communi vsu vt in  
7. annis completis bona redeant ad hære-  
des.

Est etiam aliud sciendum quod quantum  
statuta sunt stricti iuris & lex semper fauet  
iuri communi idem licet tota hæreditas non  
gaudere intelligatur fructibus ad 5. pro 100.  
vt apparet ex illorum obseruatione attamen  
quarta vxoris gaudet vsumfructu ad 5. pro  
100. quæritur igitur his stantibus primo  
vsumfructus hæreditatis ad quantum pro 100.  
dicitur stare supposito quod finiatur in 7. an-  
nis quarta vxoris trahente ad 5. pro 100.

Sic facito posse quod quarta pars capi-  
talis sit 16000000000 & prouentus totius  
capitalis sit 16000000000 co. igitur pro-  
uentus quartæ erit  $\frac{1}{4}$  totius adde ad quar-  
tam fiet 16800000000. à quo detrahe red-  
ditum primi anni & est vt dictum est igitur  
primo anno relinquetur creditum vxori  
16800000000. in 16000000000 co. pro-  
merere secundo anno hoc ad 5. pro 100.  
& fiet totum 17640000000. in 16800000000  
co. & ita subduces prouentum totius hære-  
ditatis & residuum vbi inscribitur secun-  
dus annus est creditum mulieris & ita in 7.  
annis cum tunc nihil debeat habere æqua-  
buntur infra scripta 22513606762. &  
130272135250 co. quare integrando fient  
45027213535. æqualia 260544270500 co.  
quare solutando fient 9005442707. æqua-  
lia 52108854100 co. igitur res valet  
 $\frac{52108854100}{52108854100}$  & quia capitale supponitur  
64000000000. quia quarta pars supponi-  
tur 16000000000. ideo cum ex capitali tra-  
hat 16000000000 co. trahit igitur  $\frac{1}{4}$  in  
numero dele co. quare ex 100. trahet etiam  
 $\frac{1}{4}$  in numero de co. trahet igitur 25 co.  
vel si non intelligis dic si ex 64000000000.  
trahuntur 16000000000 co. quod tra-  
hetur ex 100. & inuenies quod red-  
ditus erit 25 co. & quia 1 co. valet  $\frac{2005442707}{52108854100}$   
multiplica hoc per 25. & fiet  $\frac{668022651}{52108854100}$  pro  
100. dicemus igitur quod vsus interpretan-  
tium statutum quod vsumfructus extin-  
guatur in 7. annis, præsupponit quod  
fructus hæreditatis respondeant ad ratio-  
nem



|                     |                 |
|---------------------|-----------------|
| Quarta pars         | 1600000000      |
| Proventus quartæ    | 800000000       |
| Aggrega.            | 1680000000      |
| Proventus her.      | 1600000000 co.  |
| Primus annus        | 1680000000      |
| m. 1600000000 co.   |                 |
| Proventus quartæ    | 840000000       |
| m. 800000000 co.    |                 |
| Aggrega.            | 1764000000      |
| m. 1680000000 co.   |                 |
| Proventus her.      | 1600000000 co.  |
| Secundus annus      | 1764000000      |
| m. 3280000000 co.   |                 |
| Proventus quartæ    | 882000000       |
| m. 1640000000 co.   |                 |
| Aggrega.            | 1852200000      |
| m. 3444000000 co.   |                 |
| Proventus her.      | 1600000000 co.  |
| Tertius annus       | 1852200000      |
| m. 5044000000 co.   |                 |
| Proventus quartæ    | 926100000       |
| m. 2522000000 co.   |                 |
| Aggrega.            | 19448100000     |
| m. 52962000000 co.  |                 |
| Proventus her.      | 16000000000 co. |
| Quartus annus       | 19448100000     |
| m. 68962000000 co.  |                 |
| Proventus quartæ    | 972405000       |
| m. 3448100000 co.   |                 |
| Aggrega.            | 20420505000     |
| m. 72410100000 co.  |                 |
| Proventus her.      | 16000000000 co. |
| Quintus annus       | 20420505000     |
| m. 88410100000 co.  |                 |
| Proventus quartæ    | 1021025250      |
| m. 4420505000 co.   |                 |
| Aggrega.            | 21441530250     |
| m. 92830605000 co.  |                 |
| Proventus her.      | 16000000000 co. |
| Sextus annus        | 21441530250     |
| m. 108830605000 co. |                 |
| Proventus quartæ    | 1072076512½     |
| m. 5441530250 co.   |                 |
| Aggrega.            | 22513606762½    |
| m. 114272135250 co. |                 |
| Proventus her.      | 16000000000 co. |
| Septimus annus      | 22513606762½    |
| m. 230272135250 co. |                 |

nem  $4\frac{66802651}{4208154164}$  pro 100. siue approximando  $4\frac{3}{25}$  pro 100. muliere trahente ad 5. pro 100. ex sua quarta.

Hoc viso venio ad questionem principalem & dico quod si hereditas præsupponitur reddere  $4\frac{3}{25}$  pro 100. igitur pro 10000. reddet 432. & quattuor reddit 5. pro 100. igitur pro 2500. qui sunt quarta pars de 10000

reddet 125. & quia ipsa gaudet tantum medietate quæ est 5000. trahet tantum 216. singulo anno ponemus igitur quartam 2500000000000. & redditum quartæ 1250000000000. & redditum medietatis hereditatis 2160000000000. & perficiemus questionem per modum 87. questionis præcisæ & inueniemus quod finietur talis vsusfructus in annis  $17\frac{13}{15}$  fere & tunc illa medietas quam possidebat mulier etiam redibit ad hæredes.

Fac de 5. & 6. quatuor quantitates continue proportionales ita quod 5. diuidatur in primam & tertiam & 6. in secundam & quartam, hanc soluit & bene Frater Lucas per positionem, sed longe melius & pulchrius soluitur per regulam quia, ut alias dixi, regula non impedit positionem, sed bene positio positioni impedimento est. Eac igitur sic quadra 6. fit 36. quadra 5. fit 25. diuide 36. per 25. exit  $\frac{36}{25}$  huic adde 1. pro regula fit  $2\frac{11}{25}$  diuide 5. per  $2\frac{11}{25}$  exit  $2\frac{3}{61}$  & hæc est minor pars tertia erit residuum de 5. videlicet  $2\frac{58}{61}$  & similiter diuide 6. per  $2\frac{11}{25}$  exit  $2\frac{28}{61}$  & hæc erit secunda pars & quarta erit residuum ad 6. videlicet  $3\frac{33}{61}$  & causa ex qua ego inueni regulam est quoniam aggregatum primæ & teritiæ est talis pars aggregati secundæ & quartæ qualis est prima secundæ ex coniuncta proportionalitate igitur prima est talis pars teritiæ qualis est aggregatum primæ & teritiæ aggregati secundæ & quartæ duplicata, igitur diuidendo illa aggregata per proportionales duplicatas existentes inter ipsa aggregata exhibunt partes, sed diuidere per proportionales duplicatas non est nisi diuidere per proportionem quadratorum ut in 51. capitulo regula duodecima proportio autem quorumlibet numerorum inuicem est. Veluti eius quod exit diuiso vno per alterum ad vnitatem, igitur per regulam 3. multiplicato numero per vnitatem & diuiso per illud adueniens diuisionis quadratorum p. 1. prouenient partes sed multiplicare per 1. nihil addit vel minuit igitur sufficit diuidere numerum per adueniens vnitatem addita, additur autem vnitatem per regulam societatum nam in vtroque quaruntur partes per aggregatum.

Fac ex 5. & 6. quatuor quantitates continue proportionales ita quod prima & secunda aggregent 5. & tertia & quarta aggregent 6. has soluit Frater Lucas per positionem, melius autem soluuntur per regulam diuide 6. per 5. exit  $1\frac{1}{5}$  accipe 32. eius quæ est 32.  $1\frac{1}{5}$  adde vnitatem pro regula & fit 32.  $2\frac{1}{5}$  p. 1. diuide 5. & 6. per 32.  $1\frac{1}{5}$  p. 1. & habebis partes primam 32. 750. m. 25. secundam 30. m. 32. 750. tertiam 32. 1080. m. 30. quartam 36. m. 32. 1080. soluitur etiam ex trigesima regula 51. capituli.

Inuenias quatuor numeros continue proportionales quorum productum primi in tertium sit 5. & productum secundi in quartum sit 10. dico quod tales numeri necessario erunt in proportionem. 32. 2. quæ aduenit diuidendo 10. per 5. & si prouenisset 3. essent in proportionem 32. 3. & similiter idem est præcisè si dicat quod quadrata primæ &







lateris angulum rectum respicientis potentiam, ortogoniorum autem genera duo sunt aut quod duo latera habet æqualia & Isocele vocat ex vi nominis, aut omnia latera habet inæqualia quod scalenum appellat; his igitur dimetitur corporum ambituum prout vnum quodque corpus in vniuersa superficie potest in trigonos distribui, circa quod sciendum est vt in præfenti figura pater vnum-



quemque trigonum non orthogonium in sex orthogonios resolui cum igitur pyramis contineat 4. trigonos continebit 24. orthogonios, octocedron quantum continet 8. trigonos æquilatetos continebit 48. orthogonios. Iccedron quantum 20. trigonos continet habebit 120. orthogonios cubi autem superficies in 4. trigonos orthogonios & duorum laterum æqualium distribuitur quare in 24. trigonos partiatur, duodecedron autem ex omni superficie in 5. trigonos non orthogonios sed bene duorum laterum æqualium diuiditur æquales quæ inuicem hoc enim supponitur in omni diuisione vt areæ trigonorum partialium inuicem sint æquales.

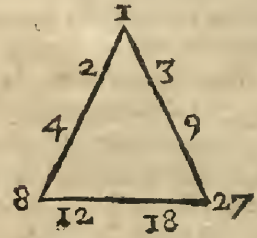
Cum igitur vnusquisque ex his trigonis in 6. orthogonios licet non omnino æquales diuidatur erunt in omni pentagono 30. orthogonij trigoni quare in duodecedro 360.

|            |     |
|------------|-----|
| Pyramis    | 24  |
| Octocedron | 48  |
| Cubus      | 24  |
| Iccedron   | 120 |
| Duocedron  | 360 |

erunt trigoni orthogonij, ad instar graduum ob quod etiam duodecedrum celo configuratum est summa igitur horum trigonorum est 576. estque hic numerus tanquam mundi anima cuius radix est 24. qui numerus terre pro infimis igni pro supremis tribuitur tot enim trigonis & pyramis & cubus est sed quia vt dictum est cubi trigoni ysoceles sunt ideo etiam conuenientius vim fundamenti sumpserunt quamobrem erit vniuersi terra quæ cubo repræsentatur tanquam fundamentum vnde etiam à theologis scabellum pedum Dei ab Astrologis mundi centrum à Philosophis medium appellatur, erit igitur quod ad elementa continue quantitatis attinet mundi anima 576. ac eius radix 24. quia ex illi tanta proportionem constitutus est vt nec maximus liber horum numerorum admirabiles proprietates capere posset, est autem & in compositione numeri partium qui narij perfectio quantum hic dimidijs est denarij perfectissimi atque in eo, & naturæ & dimensionis partes ac principia compleuisse Videtur.

Porro quod ad discretum attinet genus ex minimis perfectissimisque componitur porro inter minimas Figuras triangulus est inter numeros vnitas duplam igitur ex vno latere constitue proportionem vtpote mi-

nimam paremque & triplam ex altero minimam imparem si igitur quatuor terminos vtrinque perfeceris fient ex dupla 1. 2. 4. 8. ex tripla 1. 3. 9. 27. in quibus præter cætera tres perfectiones maximè continentur Prima est quantum vtrinque quaternario numeri constant qui numerus est perfectissimus tum quia eius progressionem denarius perficitur tum quia elementa quatuor sunt & totidem primæ qualitates quadrata enim propositio temperatior est nec dispar nec nimis contracta nec exuperans nam solus 4. ex suis medietatibus producit nam 2. in 2. faciunt 4. & 2. cum 2. faciunt 4.



& hoc nulli alteri ex omni infinita numerorum serie conuenit igitur termini perfecti sunt est & perfectio agregatinam septenarium omnes implent 1. 2. 4. 8. 3. 9. 27. verum septenarius ipse perfectus est numerumque refert Planetarum ita etiam sacer apud leges est hic numerus & faustus sed tertia perfectio impletur exactis quatuor dimensionum principiis vnitate quæ punctum quasi indiuisibilem refert dualitate quæ lineam cuius termini sunt duo puncta de recta loquor & quaternario qui quadratum & superficiem Et octonario qui cubum refert quantum tot solidis angulis constat idem & in serie imparium ternarius lineam nouenarius superficiem 27. cubum significat porro inter 27. & 8. continuè proportionalia cadunt 12. & 18. vt ita trigonus vnde quaque constet ex numeris continuè proportionalibus cuius tres apices omnes quasi firmiores solidi sunt 1. 8. 27. tota etiam ipsa basis solida est nam 8. 12. 18. 27. omnes solidi sunt igitur constat hic nihil nisi apprimè perfectum esse omnes autem numerinouenarium aggregant vt triplicata triplex perfectio videretur nouem, igitur numeros 9. Sphæræ Coelestes coæquare videntur quod tamen Platoni defuit cuius tempore tantum octo cognita fuerant sic igitur mundi anima hoc perfectissimo trigono erit constituta cum igitur duxeris numeros vnus lateris fient 64. ex alio aut. 719. ex tertio latere 46656. quo perfecto numero non 36000. vt plato existimabat mundus finem accipiet expleta basis potestate, ducto enim 27. in 18. & producto in 12. & reliquo in 8. fiet numerus reuolutionis stellarum 46656. licet Alphonsus ob motus tarditatem 49000. annos crediderit in 46656. igitur annis mundus ab initio secundum hanc Platonis constitutionem finem habebit, porro mutationes totidem quot in singulis firmas quidem & fixas in cubis inferiorum videlicet maximam in 19683. annis qui est cubus 27. mediocrem in 5832. annis quod spatium cataclisma aut



agnum orbis deolationes ostendit. Cubus autem 12. minorem mutationem de-  
clarat in qua leges finiuntur aut reforman-  
tur et toto & est in 1728. minime autem  
mutationes finiunt principatus & lineas  
destructionis & sunt in 512. annis qui est  
eodem modo alia lœtera nec sua virtute ca-  
ret sed cubus & quadratus distinguntur, nam  
81. qui est quadratus de 9. vitam & fortitu-  
dinem hominibus terminat, iuxta illud dies no-  
lly ad plurimum octoginta cubus autem  
omnes mutationes regionum ostendit, ita tan-

| Simplices, | Quadrati, | Cubi,  |
|------------|-----------|--------|
| 1          | 1         | 1      |
| 2          | 4         | 8      |
| 3          | 9         | 27     |
| 4          | 16        | 64     |
| 5          | 25        | 125    |
| 6          | 36        | 216    |
| 7          | 49        | 343    |
| 8          | 64        | 512    |
| 9          | 81        | 729    |
| 10         | 100       | 1000   |
| 11         | 121       | 1331   |
| 12         | 144       | 1728   |
| 13         | 169       | 2197   |
| 14         | 196       | 2744   |
| 15         | 225       | 3375   |
| 16         | 256       | 4096   |
| 17         | 289       | 4913   |
| 18         | 324       | 5832   |
| 19         | 361       | 6859   |
| 20         | 400       | 8000   |
| 21         | 441       | 9261   |
| 22         | 484       | 10648  |
| 23         | 529       | 12167  |
| 24         | 576       | 13824  |
| 25         | 625       | 15625  |
| 26         | 676       | 17713  |
| 27         | 729       | 19683  |
| 28         | 784       | 21952  |
| 29         | 841       | 24389  |
| 30         | 900       | 27000  |
| 31         | 961       | 29791  |
| 32         | 1024      | 32768  |
| 33         | 1089      | 35937  |
| 34         | 1156      | 39304  |
| 35         | 1225      | 42875  |
| 36         | 1296      | 46656  |
| 37         | 1369      | 50653  |
| 38         | 1444      | 54868  |
| 39         | 1521      | 59319  |
| 40         | 1600      | 64000  |
| 41         | 1681      | 68811  |
| 42         | 1764      | 73824  |
| 43         | 1849      | 79069  |
| 44         | 1936      | 84568  |
| 45         | 2025      | 90425  |
| 46         | 2116      | 96656  |
| 47         | 2209      | 103273 |
| 48         | 2304      | 110288 |
| 49         | 2401      | 117713 |
| 50         | 2500      | 125000 |
| 51         | 2601      | 132651 |
| 52         | 2704      | 140672 |
| 53         | 2809      | 149073 |
| 54         | 2916      | 157854 |
| 55         | 3025      | 167025 |
| 56         | 3136      | 176584 |
| 57         | 3249      | 186537 |
| 58         | 3364      | 196892 |
| 59         | 3481      | 207657 |
| 60         | 3600      | 218880 |
| 61         | 3721      | 230471 |
| 62         | 3844      | 242432 |
| 63         | 3969      | 254763 |
| 64         | 4096      | 267472 |
| 65         | 4225      | 280569 |
| 66         | 4356      | 294064 |
| 67         | 4489      | 307967 |
| 68         | 4624      | 322288 |
| 69         | 4761      | 337029 |
| 70         | 4900      | 352180 |
| 71         | 5041      | 367741 |
| 72         | 5184      | 383712 |
| 73         | 5329      | 399993 |
| 74         | 5476      | 416584 |
| 75         | 5625      | 433485 |
| 76         | 5776      | 450696 |
| 77         | 5929      | 468217 |
| 78         | 6084      | 486048 |
| 79         | 6241      | 504189 |
| 80         | 6400      | 522640 |
| 81         | 6561      | 541401 |
| 82         | 6724      | 560472 |
| 83         | 6889      | 579853 |
| 84         | 7056      | 599544 |
| 85         | 7225      | 619555 |
| 86         | 7396      | 639886 |
| 87         | 7569      | 660537 |
| 88         | 7744      | 681508 |
| 89         | 7921      | 702809 |
| 90         | 8100      | 724440 |
| 91         | 8281      | 746401 |
| 92         | 8464      | 768692 |
| 93         | 8649      | 791313 |
| 94         | 8836      | 814264 |
| 95         | 9025      | 837545 |
| 96         | 9216      | 861156 |
| 97         | 9409      | 885097 |
| 98         | 9604      | 909368 |
| 99         | 9801      | 933969 |
| 100        | 10000     | 958900 |

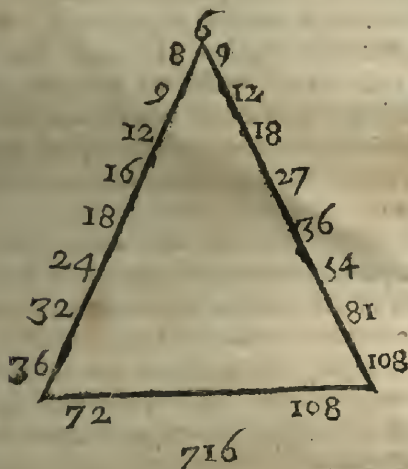
dem ne prolixior sim quam deceat ultima  
& brevis, nam mutatio ad 1. qui est cubus sui-  
met terminatur, annua enim solis reuerfio-  
ne cuncta reuoluantur aut flaccescunt, erunt  
igitur numeri consideratione digni 27. no-  
uimus simplices nouem quadrati & nouem  
cubi, utrumque licet ordinum duodecim ali-  
qui eodem conueniant, manet tamen solida  
numerationis, &que multitudo didi-  
bimus igitur cum in tres ordines tribus  
quaterdecim numero distinctus, ut vides ac  
ordine circulo sibi inferuientes, colliges au-  
tem & mundi animam ex priorum 9 coacer-  
uatione numerorumque erit 84. & numerum  
quendam ex omnium multiplicatione pro-  
ducentem in quo nihil prioris sæculi tanquam  
omnino non fasset relinqueretur & hic est.  
46656.

Planitærum autem circuitus in imparium  
latere constat. Nam primo numero qui est  
1. circuitus Solis, Veneris, & Mercurij  
circuitus singulis enim annis reuertuntur.  
Mars autem secundum locum possidet, nam  
tertio anno reuertitur Porro si addas 3. ad 9.  
qui tertio loco est Iouis cursus conficitur  
qui in duodecimo anno perficitur. Adde 3.  
etiam ad 27. fit 30. qui est annus in quo Sa-  
turnus ad locum suum reuertitur. Sed si 1.  
& 27. iungamus Lunæ perficitur Cursus 28.  
enim diebus Lunæ ad locum eundem retro-  
cedit, & igitur motus Iouis pronicha pro-  
ductio minor de 3. quæ est 12. Saturni pro-  
nicha media quæ est 30. mundi anima pro-  
nicha maior productio quæ est 84. propterea  
in quinquagesimo primo capitulo exemplifica-  
uimus.

Verum id in quo Senarium numerum  
principem constituit ac per 8. & 27. dedu-  
cto extrema disponit 48. & 162. ad musicam  
pertinet consonantiam. Vnde interualla per  
voces replet exoritur enim musica propor-  
tionalitas ut visum est tum ex Geometrica  
tum Arithmetica proportionalitate.

Verum nec illud prætereundum erit  
46656. quadratum esse cubi 6. cum iterum

216. cubum 6. in 46656. duxeris tunc fiet  
completus omnium sæculorum ordo atque  
ad pristinum cuncta redibunt aut denud  
mundus generabitur aut omnino interibit  
posito sine vicissitudinis, nam tunc cubus  
cubi 6. perfectissimi numeri ac primi ab vni-  
tate mundumque hunc referentis absolutus  
erit.



Tertius autem ordo quo mundi anima  
constat ex omnibus numeris consonantibus  
perficitur per 6. facta priorum multiplica-  
tione in hoc mundi anima harmonicè con-  
sistit, nam & tonus & diatessaron & diapen-  
te & diapason quatergeminatum inuenitur  
fundamento, Arithmeticè consistente in  
proportionalitate continua vnde quaque au-  
tem denarius perficitur vnum, vnde inter-  
ualla nouem. Porro aggregatum ipsum erit  
716. anima eadem igitur Harmonicè est  
716. Geometricè 576. Arithmeticè 84.

Inuenias quatuor quantitates continue  
proportionales quarum prima ducta in se-  
cundam & productum in tertiam & pro-  
ductum in quartam faciat 81. & ex produ-  
cto primæ in secundam fiat 6. tunc regula  
est quia tu scis quod productum primæ in  
secundam & in tertiam & in quartam est  
æquale quadrato producti secundæ in ter-  
tiam igitur productum secundæ in tertiam  
est 9. quod est 3. 81. & iam productum se-  
cundæ in primam est 6. igitur talium quan-  
titarum videlicet tertiarum & primarum est pro-  
portio veluti 9. ad 6. per vigesimam octauam  
regulam quadragesimisecondi capituli &  
quia secunda est medio modo proportionalis  
igitur secunda erit veluti 3. 54. multiplican-  
do 9. in 6. fit 54. & quia ex secunda in pri-  
mam fit 6. accipias igitur primam 6 co. &  
secunda erit co. 3. 54. multiplica inuicem  
fiunt ce. 3. 1944 & hoc est æquale 6. igitur  
diuide 6. per 3. 1944. exeunt 3. 1/3 & hic est  
valor census & ideo la co. valet 3. 1/3 &  
quia posui 6 co. in positione igitur prima  
quantitas est 3. 24. & quia ex prima in  
secundam fit 6. igitur diuiso 6. per 3. 24.  
exit 3. 54. & tertia erit diuiso. 9. per  
3. 3. 54. 12 1/2 & ita inuenies quar-  
tum.

Inuenias quatuor numeros continue pro-  
portionales quorum primus in secundum  
ductus deinde productum in tertium & ite-  
rum productum in quartum faciat 64. &  
primus cum quarto faciat iunctus 9. tu scis.



ex præcedente regula quod tale productum æquatur quadrato producti secundæ in tertiam vel primæ in quartam, nam hæc sunt æqualia igitur productum primæ in quartam est 36. igitur diuide 9. aggregatum primæ & quartæ in duas partes ex quarum multiplicatione producat 8. & hoc fiet per centesimam regulam quadragesimifecundi capituli inuenta autem prima & quarta habebis secundam & tertiam quantitatem per decimam sextam regulam § 1. capituli licet Frater Lucas in tali quæstione magnum laborem exigit quia caruit hac decimasexta regula quinquagesimi primi capituli quam nos inuenimus & coactus est operari per Algebram.

114 Inuenias numerum qui diuidi possit in duas partes quarum differentia sit 7. & quadrata iuncta partium sint 169. dico similis proponitur in rectangulis à Fratre Luca & soluitur magno negotio, sed hoc modo sequitur quæstio etiam rectangulis pone igitur quod una pars sit 1 co. alia erit 1 co. p. 7. quadra seorsum sunt 1 ce. & 1 ce. p. 14 co. p. 49. æqualia 169. igitur 2 ce. p. 14 co. p. 49. æquantur 169. & ideo 2 ce. p. 14 co. æquantur 120. quare 1 ce. p. 7 co. æquabitur 60. quare res valet 3. 72  $\frac{1}{4}$  m. 3  $\frac{1}{5}$  id est 5. & hæc est minor pars & maior igitur erit 12. quia est 7. p. & non meruit hæc quæstio poni in hoc libro nisi quia Frater Lucas facit eam in Figura confusam.

115 Fac ex 10. quatuor quantitates continue proportionales ita quod aggregatum primæ & secundæ in aggregatum tertiarum & quartarum multiplicatum faciat 16. tu scis pro regula quod productum aggregati primæ & secundæ in aggregatum tertiarum & quartarum est æquale quadrato aggregati secundæ & tertiarum igitur quadratum aggregati secundæ & tertiarum est 16. igitur tale aggregatum est 4. igitur cum omnes iunctæ sint 10. erit aggregatum primæ & quartæ 6. quare per decimam tertiam regulam § 1. capituli erit secunda quantitas 1  $\frac{1}{3}$  tertia 2  $\frac{2}{3}$  igitur prima erit  $\frac{2}{3}$  & quarta erit  $\frac{5}{3}$ .

116 Quidam miscuit vnc. 1. medicinarum calidarum in tertio gradu & medicinarum vnc. 3. calidarum in primo gradu & medicinarum vnc. 4. frigidarum in secundo gradu & medicinarum vnc. 5. calidarum in secundo gradu & vnc. 2. medicinarum temperatarum, & medicinarum frigidarum in quarto gradu vnc. 1. & medicinarum frigidarum in primo vnc. 13. & fermentatæ sunt & ita quod est facta una complexio ex eis quæritur in quo gradu caliditatis vel frigiditatis erit hæc Medicina.

|         |                 |
|---------|-----------------|
| Vnc. 1  | Calid. tertio   |
| Vnc. 3  | Calid. primo    |
| Vnc. 5  | Calid. secundo  |
| Vnc. 2  | Calid. quarto   |
| Vnc. 2  | Temperata       |
| Vnc. 4  | frigid. secundo |
| Vnc. 1  | frigid. quarto  |
| Vnc. 13 | frigid. primo   |

Scias quod quæstio hæc Physica est & principium eius ad Medicum pertinet & in hoc discordant, alia enim est opinio Galeni alia

Auerrois alia Alchindi Medici qui fecit de proportionibus inter 6. quantitates ut in capitulo quadragesimosexto dictum est positum autem principium tunc solutio pertinet ad Arithmeticum.

Secundum positionem igitur Alchindi quia ipsa ponit quod primus gradus sit duplus temperamento, & secundus primo, & tertius secundo, & quartus tertio esset quartus gradus sex decuplus medicinarum temperatarum, deinde admiscet in temperamento dimidium frigidum, & dimidium calidum, & in primo gradu caliditatis dimidium frigidum & duo dimidia calidi, id est ut facilius intelligas in primo temperamento est gradus unus caliditatis & alius frigiditatis. In primo gradu est unus frigiditatis & duo caliditatis. In secundo gradu est unus frigiditatis & 4. caliditatis. In tertio gradu est unus frigiditatis & 8. caliditatis. Et in quarto est unus frigiditatis & 16. caliditatis ut vides & hæc positio ultra id quod est falsa est etiam con-

|                   | Frigid. Calidit. |    |
|-------------------|------------------|----|
| Temperata         | 1                | 1  |
| Calida in primo   | 1                | 2  |
| Calida in secundo | 1                | 4  |
| Calida in tertio  | 1                | 8  |
| Calida in quarto  | 1                | 16 |

fusa in additione simplicium quia provenit error necessario in hoc tamen modo oportet ut multiplices pondera per virtutes, nam licet non consequatur virtus pondus medicinarum est tamen pondus proximius ad declarandum virtutem quam magnitudo & etiam si scias veram virtutem applica eam distinguendo pondus veluti si vncia Sandalorum æquivalet duabus vncis mellis dato quod mel sit æquale calidum ut sandali frigidum. Rediges pondera ad virtutem & ita loco unius vncie mellis & unius vncie sandali scribes mellis vnciam mediam sandalorum vnciam unam quantum virtutes sunt in hac proportionem deinde collige multiplicando ut vides virtutes per quantitatem & inuenies quod totum compositum habebit caliditatis 86. frigiditatis 71. sed hæc proportio est prior primo gradui igitur totum erit in initio

|  | Calid. | Frigidit. |
|--|--------|-----------|
| primi gradus secundum Alchindum.   | 8      | 1         |
| Opinio autem Galeni & Auerrois sunt quod Medicinarum distant per æqualia interna vide licet gradus primus à secundo tantum secundus à tertio & tertius à quarto & vult Galenus quod Medicina calida in primo reducit calidam in tertio ad secundum gradum, & potest quasi demonstrari sic supposito quod gradus sint æquales in distantia, cum igitur vncia una piperis sit calida in tertio igitur si illa caliditas diuideretur totum calidum in medio secundi gradus, & similiter si caliditas primi gradus existentis in vncia squinanti diffunderetur ad duas vncias illæ duæ vnciæ essent tantum calidæ in medio primi | 6      | 3         |
|  | 20     | 5         |
|  | 32     | 2         |
|  | 2      | 2         |
|  | 4      | 16        |
|  | 1      | 16        |
|  | 13     | 26        |
|  | 86     | 71        |



primi gradus, igitur iunctis illis medicinis simul fiet totum calidum in secundo quia  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{2}$  faciunt 1. si simul iungantur contra hoc dicit Auerrois igitur medicina frigida in primo gradu mixta calida in tertio reducet ad secundum gradum vel ad minus puta ad primum si reducit ad secundum igitur tantum remitteretur medicina calida in tertio à medicina calida in primo sicut à frigida in primo & hoc est inconueniens maximum si verò reducet ad primum gradum igitur medicina calida in tertio & frigida in secundo component temperatam secundum Galenum autem quilibet gradus habet tres mansiones initium medium finem erunt igitur duodecim mansiones cum igitur volueris scire in via Galeni temperamentum non multiplica gradus in quantitates vt prius, sed sequendo principia Galeni & non fundamenta conciliatorum sic facito multiplica vnumquodque pondus in suum gradum vt vides & pones seorsim calida à frigidis, temperata autem nulli addes nisi pondus earum. Deinde iunge gradus caliditatis & frigiditatis seorsum

|                    |         |                |
|--------------------|---------|----------------|
| Calida in Tertio   | Vnc. 1  | 3              |
| Calida in Primo    | Vnc. 3  | 3              |
| Calida in Secundo  | Vnc. 5  | 10             |
| Calida in Quarto   | Vnc. 2  | 8              |
| Temperata          | Vnc. 2  | 24             |
| Frigida in Secundo | Vnc. 4  | 8              |
| Frigida in Quarto  | Vnc. 1  | 4              |
| Frigida in Primo   | Vnc. 13 | 13             |
|                    |         | 31             |
|                    |         | 25             |
|                    |         | 24             |
|                    |         | $\frac{1}{11}$ |

& subtrahere vnum ab altero & residuum diuide per aggregatum ponderis omnium medicinarum tam calidarum quam frigidarum & temperatarum & gradus proueniens est quod queris diuidendo per mansiones, exemplum vides caliditas iuncta est 24. frigiditas est 25. detrahe vnum ex alio remanet frigiditas 1. diuide 1. per 31 quod est pondus omnium medicinarum exit  $\frac{1}{31}$  & idè erit hæc medicina frigida in prima mansione primi gradus & propinqua temperamento & ex hoc sequitur quod secundum mentem Galeni medicina multum composita rectissime excedit secundum gradum temperamenti & ad id quod dicit Auerrois igitur medicina frigida in primo gradu si remittit calidam in tertio ad secundum gradum medicina frigida in secundo remittit calidam in tertio ad temperamentum dico quod nec consequentia valet sed medicina frigida in primo reducit calidam in tertio ad primum gradum quod patet multiplicando vt vides in Figura sicut gradus 1. caliditatis diuidendi per vncias duas & ita bene fiet medicina calida in primo gradu in ultimo tamen tertie mansionis verum frigida in secundo reducit calidam in tertio ad medium primi gradus in secunda mansione nec hoc est inconueniens, quia multitudo materie tollit intentionem & dato quod esset nos nolumus nunc tu-

|                  |        |   |
|------------------|--------|---|
| Calida in Tertio | Vnc. 1 | 3 |
| Figura in Primo  | Vnc. 1 | 1 |
|                  | 2      | 2 |
|                  | 2      |   |
|                  | 1      |   |

|                   |               |   |
|-------------------|---------------|---|
| Calida in Tertio  | Vnc. 1        | 3 |
| Figura in Secundo | Vnc. 1        | 2 |
|                   | 2             | 1 |
|                   | 2             |   |
|                   | $\frac{1}{2}$ |   |

tari Galenum sed modum computi secundum eius opinionem ostendere & dictum Galeni vltra hoc quod est naturale concordat cum experimento.

Opinio autem Auerrois est quod medicina frigida in primo remittit calidam in quarto ad tertium & calidum in tertio ad secundum & calidam in secundo ad primum & quod tres vncie medicinæ frigidæ in primo cum Vnc. vna calidæ in tertio component medicinam temperatam & quod duplicata portio medicinæ calidæ in tertio faceret medicinam vel opus medicinæ calidæ in quarto & esset venenum & quod medicina calida in primo remittit calidam in tertio minus quam temperata & multo minus quam frigida & idè non remittit eam ad secundum gradum præcisè sed ad secundum cum dimidio vel circa & quod calida in secunda etiam remittit calidam in tertio parum tamen & minus quam calida in primo.

Sed hæc positio est etiam repugnans veritati nam si duplum calidi in tertio æquatur in operatione calidæ in quarto igitur vncia vna succari aut Maluæ aut rei calidæ in primo gradu erit venenum patet quia per ipsum duplum tertij æquatur quarto duplum secundi tertio & duplum primi, secundo igitur octuplum primi æquatur quarto sed dragma euforbij est venenum igitur etiam vncia succari tantundem enim continet caliditatis vnum quantum aliud & est ex principiis eius, secundo repugnat sibi in dictis nam si Vnc. tres frigidi æquivalent vncie vni calidi vbi frigidum sit in primo & calidum in tertio igitur non oportebit duplicare calidum in tertio vt æqualeat calido in quarto sed sufficiet ponere ex calido in tertio Vnc. 1.  $\frac{1}{3}$  & æqualebit Vnc. 1. calidæ in quarto, præterea non est verum vniuersaliter quod gradus æqualiter distent nam vt in experimento apparet longè plus aqua feruens excedit aquam calentem quam calens tepidam, & tepida tepentem, & tepens coæqualem; nam licet modi operandi sint tantum 5. differentiarum tamen non sunt æquales sicut ætates sunt tres tantum non tamen æqualiter extenduntur vt tamen modum exponam, dico quod secundum Auerroem computari debent frigidæ calidis & licet in hoc non sibi met congest quinimo recidat in opinionem Alchindi quam impugnatur volens quod duplicata portio tertij gradus æqualeat intensiue vni portioni ex quarto gradu stando tamen in eius principiis opponens calida frigidis vt vides & pro singulis pones suam contrarietatem



tionem sciendo quod medecina frigida in primo reducit calidam in tertio ad secundum gradum in fine & temperata reducit ad  $2\frac{1}{4}$  & calida in primo reducit eam ad  $2\frac{1}{2}$  & calida in secundo ad  $2\frac{3}{4}$  & duplum calidæ in primo reducit calidam in tertio ad  $2\frac{1}{2}$  & ita de aliis, multiplica igitur Vnc. in gradus quod fit diuide per alias Vnc. à quibus vis facere subtractionem & exiens subtrahe veluti in exemplo vides sequente pone igitur in directo particulas singulas cum ponderibus & duces Vnc. 2. medecina temperatæ in temperamentum fit 2. temperati & quia vnc. 1. temperatæ reducit vnc. calidæ in tertio ad  $2\frac{1}{4}$  igitur vnc. 2. medecina temperatæ reducet medicinam calidam in tertio ad 1.  $\frac{1}{2}$  fient igitur vnc. 3. calidæ in  $1\frac{1}{2}$  & similiter volo iungere medicinam calidam in primo vnc. 3. frigidam in secundo vnc. 4. multiplico 3. in 1. fit 3. diuido per 4. exit  $\frac{3}{4}$  detra-

|   |   |
|---|---|
| Temperata Vnc. 2                                | 2   |
| Cal. Tertio Vnc. 1                              | $\frac{1}{2}$                             |
| <hr/>   |   |
| 1 $\frac{1}{2}$                                 | $\frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 1 \frac{1}{2}$ |
| <hr/>   |   |
| 3. 1 $\frac{1}{2}$ Cal.                         |   |
| <hr/>   |   |
| Vnc. 3. Ca. Primo 3                             |   |
| Vnc. 4. Frig. Secundo 4                         |   |
| <hr/>   |   |
| 2 $\frac{3}{4}$ 1 $\frac{1}{4}$                 | 7. 1 $\frac{1}{4}$ Frig.                  |
| <hr/>   |   |
| Vnc. 1 Frig. Quarto 4                           |   |
| Vnc. 5 Cal. Secundo 5                           |   |
| <hr/>   |   |
| 2 $\frac{4}{5}$                                 | $\frac{4}{5}$                             |
| <hr/>   |   |
| 6. 1 $\frac{1}{5}$ Cal.                         |   |
| Vnc. 2. Cal. Quarto 8                           |   |
| Vnc. 13. Frig. Primo 13                         |   |
| <hr/>   |   |
| 1 $\frac{8}{13}$                                | $\frac{8}{13}$                            |
| <hr/>   |   |
| 15 $\frac{5}{13}$ Frig.                         |   |
| Vnc. 13. Cal. 1 $\frac{1}{2}$                   | 4 $\frac{1}{2}$                           |
| Vnc. 7. Frig. 1 $\frac{1}{4}$                   | 7   |
| <hr/>   |   |
| 1 $\frac{1}{4}$                                 | $\frac{9}{14}$                            |
| <hr/>   |   |
| $\frac{17}{23}$ Vnc. 10. Frig. $\frac{17}{28}$  |   |
| <hr/>   |   |
| Vnc. 15. Frig. $\frac{5}{13}$ 5 $\frac{10}{13}$ |   |
| Vnc. 6. Cal. 1 $\frac{1}{5}$ 6                  |   |
| <hr/>   |   |
| 1 $\frac{1}{5}$                                 | $\frac{25}{26}$                           |
| <hr/>   |   |
| $\frac{13}{110}$ Vnc. 21. Cal. $\frac{31}{110}$ |   |
| <hr/>   |   |
| Vnc. 21. Cal. $\frac{31}{110}$ 5.               |   |
| Vnc. 10. Frig. $\frac{17}{28}$ 10               |   |
| <hr/>   |   |
| $\frac{17}{28}$                                 | $\frac{1}{2}$                             |
| <hr/>   |   |
| $\frac{3}{28}$ Vnc. 31. Frig. $\frac{3}{28}$    |   |

ho  $\frac{3}{4}$  ex 2. qui sunt gradus medecinae frigidae remanent  $1\frac{1}{4}$  & ita compositum erit vnc. 7. medecinae frigidae in  $1\frac{1}{4}$  gradus id est in initio secundi gradus habebis igitur tandem vnc. 3. calidæ in  $1\frac{1}{2}$  item vnc. 7. frig. In  $1\frac{1}{4}$  item vnc. 6. Cal. in  $1\frac{1}{2}$  item vnc. 15. frig. in

$\frac{5}{13}$  iterum igitur Complicabis vt vides vnc. 3. Cal. In  $1\frac{1}{2}$  & vnc. 7. Frig. in  $1\frac{1}{4}$  & confurget medecina vnc. 10. Frig.  $\frac{17}{28}$  & similiter complicabis vnc. 15. Frig.  $\frac{5}{13}$  & Vnc. 6. Cal.  $1\frac{1}{5}$  & fient vnc. 21. Cal.  $\frac{31}{110}$  prius igitur reduxisti 8. medicinas ad 4. & 4. ad duas vltimo reduces ad vnam vt vides in vltima operatione multiplicando 21. in  $\frac{31}{110}$  fit 5. &  $\frac{1}{10}$  sed fractiones has tam subtiles dimittere bonum est diuido 5. per 10. exit  $\frac{1}{2}$  detraho  $\frac{1}{2}$  ex  $\frac{17}{28}$  & est frigiditas 10. vnciarum & tandem remanebunt vnc. 31. frigida in  $\frac{3}{28}$  primi gradus, hoc est dicere in prima mansione primi gradus nam  $\frac{3}{28}$  est  $\frac{1}{9}$  ferè quare erit in prima mansione.

Et licet aliquis diceret quod Medici circa medicinarum dosim ita subtiles sint Sophistæ vt dicit Auenzoar, dico intelligit in casibus particularibus non in graduatone compositorum.

Et si dicas Auerrois non deducit se ad hanc subtilitatem imò paruipendit operationem numerorum in rebus naturalibus dico quod non ponit numerum quia nesciuit, multa enim in generalibus dixit quæ nunquam postmodum sciuit explicare & deducere ad effectum sicut animæ vnitatem, motum celestem sine eccentricis & epiciclis, & hanc compositionem, ad id de numeris dico quod non paruipendit computationem, ad quid enim esset utilis compositio si non possemus scire tandem gradum medecinae compositæ nam medecina est propter particularia & non vniuersalia bene autem paruipendit sumentem principia compositionis ex numeris & in hoc bene dicit patet igitur quod hæc medecina secundum Alchindum erit calida in  $\frac{86}{71}$  secundum Galenum autem erit frigida in  $\frac{1}{30}$  & secundum Auerrorem erit frigida in  $\frac{1}{28}$ .

Fuit trigonus cuius basis fuit 8. p. catheto & pars basis maior ex vna patre tripla patri minori & quadratum lateris respicientis partem minorem & cathetum cum ipso latera iunctum fuit 182. quarantur reliqua ex illo trigono.

Debes primo scire quod hæc quæstio licet videatur Geometrica adnumeratur tamen inter Arithmeticas tum quia potest fieri perfectè in numeris tum quia soluitur per la. co. simpliciter sine alia productione lienarum, scias secundo quo hæc quæstio potest solui per regressum dicendo si latus trigoni cum suo quadrato est æquale 182. igitur 1. ce. p. 1. co. æquatur 182. igitur res est  $\sqrt{182\frac{1}{4}}$  m.  $\frac{1}{2}$  igitur quadratum eius est  $182\frac{1}{2}$  m.  $\sqrt{182\frac{1}{4}}$  deinde pones basim id est partem illam quæ est  $\frac{1}{3}$  alterius partis quare  $\frac{1}{4}$  totius est 1. co. p. 2. nam posita basi 4. co. p. 8. erit eius quarta pars 1. co. p. 2. Et qui cathetus est 8. m. basi erit cathetus 4. co. multiplica in se vtramque partem fient 16. ce. & 1 ce. p. 4. co. p. 4. quæ iuncta simul faciunt 17. ce. p. 4. co. p. 4. Et hoc debet æquari  $182\frac{1}{4}$  m.  $\sqrt{182\frac{1}{4}}$  Et ideo solutio est clara sed dicitur per regressum. Volo modo solvere eam directè per tertium genus positionis à me inuentum & dicitur propositio per p. & m. proportionata.

Quia



# De Quæstionibus Arithmet. &c. 179

Quia igitur dicitur quod pars basis est  $\frac{1}{4}$  reliquæ partem & est  $\frac{1}{2}$  tertius & tota basis est  $\frac{3}{4}$  p. quoniam cathetus igitur pars basis est  $\frac{1}{4}$  p. 1. igitur cathetus quæ habet pro regula mensurabili multiplica denominatorem  $\frac{1}{4}$  in se & el adde 1. deinde multiplica eundem denominatorem in numerum qui est p. & hoc quod prouenit diuide per numerum partem tertiam & quod exit minuit ex 1 co. deinde hunc prouentum quem minuiti multiplica per denominatorem & prouentum

$$1 \text{ co. } \frac{1}{4} \text{ co. p. 2}$$

$$16 \quad 8$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ co. m. } \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \text{ co. p. } \frac{1}{4} \\ 1 \text{ co. m. } \frac{1}{4} \\ 1 \text{ co. m. } \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ co. m. } \frac{1}{4} \text{ co. p. } \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \text{ co. p. } \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \text{ co. p. } \frac{1}{4} \end{array}$$

$$1 \text{ co. p. } \frac{1}{4} \text{ co. p. } \frac{1}{4}$$

adde partem de 1 co. ut pote ad  $\frac{1}{4}$  co. & habebis partem ut in exemplo 4 est denominatorem de  $\frac{1}{4}$  quæda 4 fit 16. adde 1. fit 17. deinde multiplica 4 in 2. fit 8. diuide 8. per 17. exit  $\frac{8}{17}$  & hoc quod ex 1 co. fit 1 co. m.  $\frac{8}{17}$  per multiplica  $\frac{1}{4}$  per 4. fit 2. hoc adde ad  $\frac{8}{17}$  co. habebis igitur quod cathetus est 1 co. m.  $\frac{8}{17}$  & pars lateris minor est  $\frac{1}{4}$  co. p.  $\frac{1}{4}$  quadra igitur utranque partem fit ut vides 1 co. m.  $\frac{8}{17}$  co. p.  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{4}$  co. p.  $\frac{1}{4}$  co. p.  $\frac{1}{4}$  iunge simul fiunt 1  $\frac{1}{4}$  co. p.  $\frac{1}{4}$  & ita habes ce. & numerum sine robur quare addendo ei radicem habebis 1  $\frac{1}{4}$  co. p.  $\frac{1}{4}$  p. V. 1  $\frac{1}{4}$  co. p. 3.  $\frac{1}{4}$  aqua- lia 1. quare transfrendo. sequitur quod 17. m. 1  $\frac{1}{4}$  co. m. 3.  $\frac{1}{4}$  & est dicere 178.  $\frac{1}{4}$  m. 1  $\frac{1}{4}$  co. aqua- luntat re. V. 1  $\frac{1}{4}$  co. p. 3.  $\frac{1}{4}$  quadra igitur utranque partem & habebis ex vna parte co. co. & ce. & numerum simul co. & numero aqua partes de 17. fit 17. co. habebis tandem rem valere 17. & quia cathetus est 1 co. m.  $\frac{8}{17}$  auferet  $\frac{8}{17}$  ex 17. remanebit cathetus 12. quare cum pars basis sit  $\frac{1}{4}$  catheti p. 2. erit illa pars. 1. & later erit & reliqua pars habebit 17. relatu 17. semper igitur obsequat prout 1 co. m. numero, meminerit auferre numerum ut hic posuisti cathetum 17. m.  $\frac{8}{17}$  postquam inuenisti valorem de later & est 12  $\frac{8}{17}$  aufer  $\frac{8}{17}$  relinquetur val- lor catheti.

Inuenias duos numeros quorum quadra- tum primi diuisum per secundum & qua- dratum secundi diuisum per primum & pro- uenientia iuncta faciant duplum maioris nu- meri, scias quod intelligitur numeros illos iniquales esse aliter problema esset vanum cum omnes numeri aequales hoc faciunt po- ne igitur ut vides æqualitatem vnam par- tem 1 aliam 1. p. 1 co. quadra partes & fiunt ut vides, diuide quadratum primi per numerum, secundum fit ut vides, diuide quadratum secundi per numerum primum

fracti & fit ut vides hoc æquatur duplo ma- ioris quantitatis quod est 2 co. p. 2. quare re- duc. ad integra multiplicando per 1 co. p. 1. partes habebis cu. p. 3. ce. p. 3. co. p. 2.

exit ut vides iunge per modum  
1 co. plu. 3. ce. plu. 3. co. plu. 2. &

$$1 \text{ co. plu. 1.}$$

$$1 \quad 1. \text{ p. } 1 \text{ co.}$$

$$1 \quad 1. \text{ p. } 2. \text{ co. p. } 1 \text{ ce.}$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ p. } 2. \text{ co. p. } 1 \text{ ce.} \\ 1 \\ 1 \text{ cu. p. } 3. \text{ ce. p. } 3. \text{ co. p. } 2. \end{array} \quad \begin{array}{r} X \\ 1 \text{ co. p. } 1 \end{array}$$

$$1 \text{ co. p. } 1.$$

$$2 \text{ co. p. } 2.$$

$$1 \text{ co. p. } 1.$$

$$2 \text{ ce. p. } 4 \text{ co. p. } 2.$$

æqualia 2. ce. p. 4. co p. 2. quare detrahe 2 ce. p. 4. co. p. 2. ex 1. cu. p. 3. ce. p. 3. co. p. 2. relinquentur 1. cu. p. 1 ce. æqualia 1 co. schisa per 1 co. habebis. 1 ce. p. 1 co. æqualia 1. igitur res valet per capitulum re. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$  & quia posuimus maiorem quantitatem 1 co. p. 1. & minorem 1. erit igitur maior quantitas addito 1. ad 1 co. hoc videlicet re. 1  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$  & minor 1. qua- dra utranque partem fiunt 1  $\frac{1}{4}$  p. re. 1  $\frac{1}{4}$  & alia 1. diuide 1  $\frac{1}{4}$  p. re. 1  $\frac{1}{4}$  per 1. exit 1  $\frac{1}{4}$  p. re. 1  $\frac{1}{4}$  diuide, 1. per  $\frac{1}{4}$  p. re. 1  $\frac{1}{4}$  exit re. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$  iunge re. 1  $\frac{1}{4}$  p. 1  $\frac{1}{4}$  & re. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$  fiunt re. 5. p. 1. & hoc est duplum maioris quod est re. 1  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ .

Circa hoc nota quod posses ponere ma- iorem 1. & minorem re. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$  & sequi- tur idem effectus, nam ex diuisione proue- nit 2. quod est duplum 1. maioris nu- meri.

Inuenias quatuor numeros quorum duo 119 primi iuncti tantum faciant quantum duo ultimi & multiplicatio primi in secun- dum sit sub quadrupla multiplicationi tertij. in quartum cape primum pro libito & sit 5. hunc semper multiplica per 1. p. duc. igitur 5. in 5. fit 25. duc etiam 5. in qua- dratum denominatoris proportionis quod est 16. nam quadratum 4. est 16. igitur dicemus quod tertius 5 25 numerus est 25. & quartus 80. 100 80 iunge ambos fiunt 105. detra- he 5. ex 105. remanet 100. & ita 5. & 100. faciunt 105. & 25. & 80. faciunt 105. & productum 80. in 25. quod est 2000. est quadruplum ad 500. productum de 5. in 100.

Et hæc quæstio dicitur Vallæ quantum Georgius Vallā proponit eam & tenet in Figuris & Fenestris quod si habeas fene- stram cuius vnum latus sit 2. aliud sit 20. & velis facere aliam que sit dupla huic cu- ius latera etiam iuncta faciant 22. facies hoc per positionem, nam duplum de 40. est 80. igitur diuidemus 22. in duas partes ex quarum multiplicatione in- uicem



uicem producat 80. per Algebra.

- 120 Item sit dicat diuide 20. in duas partes atque in alias duas ita quod productum primarum sit subtripulum producto reliquarum duarum ponemus primam quantitatem 1. co. igitur secunda erit 20. m. 1 co. deinde per regulam præcedentem duc 1. co. in 4. quod est 1. p. denominatore proportionis sit 4. co. duc etiam 1. co. in 9. & est

$$18 \frac{6}{15} \quad 6 \frac{1}{15}$$

$$1 \frac{7}{15} \quad 15 \frac{11}{15}$$

$$28 \frac{63}{169} \quad 85 \frac{35}{169}$$

quadratum dedominatoris triplæ sit 9. co. igitur cum tertia & quarta faciant 20. erit 13. co. æqualia 20. & res valebit  $1 \frac{7}{15}$  erunt igitur vt vides.

- Quod si dicat inuenias quatuor numeros quorum duo primi iuncti sint tantum quantum duo vltimi & primus sit 2. secundi aut tertij aut quarti aut sit cubus aut census & productum primi in secundum sit subtripulum aut sub quadruplum producto tertij in quartum ponamus quod dicam quod primus sit 2. cubica quarti & quod productum primi in secundum sit subtripulum producto tertij in quartum ita facies pone primum 1 co. igitur tertius erit 4 co. & quartus erit 9 co. & quia quartus est cubus primi igitur 9 co. æquantur 1. cu. igitur 9. æquantur 1 ce. schifando per 1. co. igitur si census est 9. erit la co. 3. erit igitur prima quantitas, secunda 36. tertia 12. quarta 27. & ita prima est 2. cu. quarta, & prima & secunda faciunt 39. sicut & tertia & quarta & productum tertiæ in quartam est 324. quod est triplum producto primæ in secundam quod est 108. & hæc regula tenet in non multiplicibus & in omnibus.

1. cu. p. 12. æquatur 3. co. p. 4. ce igitur sequitur eo quod productum partium est idem & aggregatum etiam idem quod partes sunt etiam idem igitur cubus æquualet 4. ce & 12. æquualet 3. co igitur res est 4. & ce. 16. & cubus 64. & aggregatum 76. quod si dicat etiam 1. cu. p. 12. æquualet 3. ce. p. 4. co. adhuc partes erunt æquales necessario nam productum est 12. cu. in utroque & iam erant aggregata ipsa æqualia igitur cubus æquatur 3. ce. & 12. æquatur 3. co. igitur res est 3. & ce. 9. & cubus 27. & aggregatum. 39.

- Duo habebant pecunias dixit primus secundo si dederis talem tuorum partem qualis 5. est meorum habebam 7. plusquam tu dixit secundus primo si dederis mihi talem tuorum partem qualis 16. est meorum habebam 7. plusquam tu iunge semper eas partes quas habebant

| Primus | Secundus |
|--------|----------|
| 5 Pars | 16 Pars  |
| 7      | 29. p.   |

$$\begin{array}{r} 29 \quad 16 \\ 7 \quad 5 \\ \hline 36 \quad 80 \\ 2 \\ \hline 18 \end{array}$$

bunt plus & sunt 7. & 29. fit 36. diuide fit 18. deinde multiplica partes quas petunt inuicem & sunt 5. & 16. fiunt 80. diuide 18. in duas partes ex quarum multiplicatione proueniat 80 per Algebra aut per regulam centesimam quadragesimi secundi capituli & erunt 10. & 8. iunge 10. cum 5. fit 15. & tantum habuit primus iunge 16. & fit 24. & tantum habuit secundus.

Dixit primus secundo & tertio si dederis  $\frac{1}{4}$  vestrorum p. 6. habebam 25. dixit secundus reliquis si dederis  $\frac{1}{5}$  vestrorum habebam triplum residui p. 10. dixit tertius secundo & primo si dederis 28. ex vestris habebam duplum residui m. 8. dico soluntur hæc per Algebra similem proponit Frater Lucas quaestione vigesima quinta disputationis nonæ tractatus noni, talis soluitur etiam per quinquagesimum primum capitulum, in principio. Soluere igitur sic, si primus recipiendo  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{5}$  reliquorum haberet 25. igitur recipiendo  $\frac{1}{4}$  tantum non haberet nisi 19. pone igitur quod secundus habeat 1. co. & tertius 1. quam igitur primus habebat 19. m.  $\frac{1}{4}$  co. m.  $\frac{1}{4}$  quam, & quia tertius dixit secundo & primo si dederis 28. habebam duplum residui m. 8. igitur tertius tunc habebat 1. quam p. 28. & quia defuit 8. igitur si haberet 1. quam p. 36. haberet duplum residui igitur illorum residuum est  $\frac{1}{2}$  quam p. 18. & quia primus habebat 19. m.  $\frac{1}{4}$  co. m.  $\frac{1}{4}$  quam & secundus habebat 1 co. & detraxi ab eis 28. igitur residuum secundi & primi est  $\frac{1}{4}$  co. m. 9. m.  $\frac{1}{4}$  quam & hoc æquatur  $\frac{1}{2}$  quam p. 18. igitur detrahendo simile à simili fiet  $\frac{1}{4}$  co. æqualia 27. p. 3. quam reduc ad integrum erit 1 co. æqualis 1. quam p. 36. quia igitur secundus habuit 1 co. & tertius 1. quam faciemus iterum positionem dando tertio 1. co. & secundo 1. co. p. 36. & quia primus dicit si dederis  $\frac{1}{4}$  vestrorum p. 6. habebam 25. igitur petit  $\frac{1}{5}$  co. p. 15. nam 9. est  $\frac{1}{5}$  de 36. cui additis 6. fit 15. & tunc habebat 25. igitur prius habuit 10. m.  $\frac{1}{5}$  co. igitur omnes habent  $1 \frac{1}{5}$  co. p. 46. nam iungendo 2. co. p. 36. cum 10. m.  $\frac{1}{5}$  co. fit  $1 \frac{1}{5}$  co. p. 46. & quia secundus dixit primo & tertio si dederis  $\frac{1}{5}$  vestrorum habebam triplum residui p. 10. igitur cum primus & tertius habeant  $\frac{1}{5}$  co. p. 10. eo. quod secundus habebat 1 co. p. 36. igitur dando  $\frac{1}{5}$  & auferendo 10. habebat secundus  $1 \frac{1}{5}$  co. p. 28. & hoc est triplum de  $\frac{1}{5}$  co. p. 8. igitur  $1 \frac{1}{5}$  co. p. 24. æquatur  $1 \frac{1}{5}$  co. p. 28. igitur  $\frac{1}{5}$  co. æquatur 4. igitur 1 co. æquatur 40. & primus habuit 10. m.  $\frac{1}{5}$  co. igitur habuit 10. debiti & nihil crediti & secundus habuit 1. co. p. 36. igitur habuit 76. & tertius habuit 1. co. igitur habuit 40.

Est vas vinarium habens quatuor canulas à prima canula supra continetur  $\frac{1}{4}$  totius vini à secunda ad primam continetur  $\frac{1}{4}$  à tertia canula ad secundam  $\frac{1}{6}$  à quarta canula ad tertiam residuum est, autem vltima canula in fundo vasis prima canula effundit suam partem in horis 4. secunda in 3. tertia in 2. quarta in 1. quod possibile est ex canularum diuersâ latitudine queritur aperiendo omnes canulas in quanto tempore effunderetur vinum.

Debes



Debetur autem considerari quod secundum  
de canula utatur primam & non e contra  
& tunc ab hac secundam & primam & non  
e contra & quare ad hanc primam secundam  
de tunc de nulla illarum utatur pone  
igitur ad hanc secundam quod vas continet  
brentas 14. & quia ad primam canulam  
ad hanc primam canula effundet brentas  
2. in hora 4. & a prima ad secundam con-  
tinuatur brentas 2. quia  $\frac{1}{2}$  igitur brentas 6.  
effundetur in hora 3. & similiter a secun-  
da ad tertiam continetur  $\frac{1}{2}$  igitur brentas 4.  
que capite effundetur in hora 2. & a  
tercia canula ad quartam continentur brentas  
2. que effundetur in hora 1. fac igitur  
in hora 1. prima canula vacat 2. secunda 2.  
tertia 3. quarta 4. itaque simul sunt 12. brentas  
& non volumus eorum 8. igitur in  $\frac{1}{2}$  ho-  
re effundatur itaque pariter similiter se-  
cunda per modum modo in

|  |               |      |   |
|--|---------------|------|---|
| hora vacat secunda canula vacat                | 8             | hōr. | 4 |
| canula 1. vacat 2. quarta 6. igitur            | 6             | hōr. | 3 |
| in hora 1. vacat brentas                       | 4             | hōr. | 2 |
| brentas 10. & non volumus                      | 6             | hōr. | 1 |
| tantum 6. igitur vacat                         | $\frac{2}{1}$ |      |   |
| igitur vas est $\frac{1}{2}$ de m.             | $\frac{1}{1}$ |      |   |
| pro tertia parte in hora 1. par-               | $\frac{1}{1}$ |      |   |
| te in hora canula vacat 2.                     | 1             |      |   |
| quarta 4. igitur 8. & non vo-                  | $\frac{1}{1}$ |      |   |
| lumus tantum 4. igitur in                      | $\frac{1}{1}$ |      |   |
| hora vacat brentas tertia parte de hora quarta |               |      |   |
| vacat in hora 1. expulsa igitur totum          |               |      |   |
| vas vacat in hora 2.                           |               |      |   |

11) Et hoc ligat de his terminis habentibus  
canulas quoniam prima per se impletur for-  
tem in hora 1. secunda in 2. tertia in 3.  
similiter habet per canulas effundentes  
a quartam prima vacat in hora 1. se-  
cunda in hora 2. tertia in  $\frac{1}{2}$  hora apertum  
igitur omnes canule tunc in fundentes  
quoniam effundentes quoniam in quanto tem-  
pore impletur vas sic facit ut prius vide in  
hora 1. quod infunderetur & invenit quod  
prima canula impletur tunc secunda  $\frac{1}{2}$  ter-  
tia  $\frac{1}{2}$  itaque  $\frac{1}{2}$  sunt  $\frac{1}{2}$  similiter fac de  
effundentibus prima canula quia in hora  
4. effunditur totum equum igitur in hōr.  
effundit  $\frac{1}{2}$  de secunda  $\frac{1}{2}$  & tertia  $\frac{1}{2}$  iunge  
sunt  $\frac{1}{2}$  effunditur igitur in hora una  
sunt  $\frac{1}{2}$  & impletur  $\frac{1}{2}$  de tertia  $\frac{1}{2}$  ex  
 $\frac{1}{2}$  remanent  $\frac{1}{2}$  & tantum implebitur de  
fuerit in hora igitur in 2. hōris implebitur  
vas & vbi  $\frac{1}{2}$  id est maius parte infusa  
nunquam implebitur vas in perpetuum quia  
plus effundetur quam infunderetur.

12) Quidam dedit libras 60. mutuo alteri ad  
1. menses cum lucro d. 4. pro libra omni  
mense: talem autem die premituit eum qui  
deditur ex necessitate quadam & reperit  
postmodum alio qui mutuavit dixit ille qui  
repperat videri retro dare eas sine lucro &  
concordati sunt ut recompensarentur ad 2.  
d. pro libra omni mense queritur quantum  
debet restituere tu scis quod 2. d. pro men-  
se in 3. mensibus sunt s. 1. d. 4. igitur li-  
bra 60. fuerit 64. die igitur si 64. fieret  
60. quid fiet 60. multiplica 60. in 60. fit  
3600. divide per 64. exit 56  $\frac{1}{4}$  id est libras  
56. s. & tot retro dabit mutuatōri, nam  
si iterum daret lib. 56 s. 5. ad 2. d. pro

Tim. 117.

libra omni mense usque ad 8. fierent in  
dictis 8. mensibus lib. 60. igitur recompen-  
sata sunt lib. 60. ad 2. d. pro libra hæc est  
Frattis Luca & sequens.

Quidam dedit lib. 60. ad 10. pro 100. 12  
tribus annis & voluit ut redderentur in tri-  
bus annis æqualiter ita quod tantum recipe-  
ret primo anno quantum in secundo & se-  
cundo quantum in tertio & quod in tertio  
esset complete satisfactus, promerere lib.  
60. primo anno ad 10. pro 100. sunt lib.  
66. aufer 1. co. remanebunt lib. 66. m. 1.  
co. promerere pro secundo anno ad 10. pro  
100. lib. 66. m. 1. co. sunt lib. 72  $\frac{1}{5}$  m. 1.  
 $\frac{1}{5}$  co. aufer 1 co. sunt lib. 72  $\frac{1}{5}$  m. 2  $\frac{1}{10}$   
co. promerere tertio lib. 72  $\frac{1}{5}$  m. 2  $\frac{1}{10}$  co. ad  
10. pro 100. sunt lib. 79  $\frac{43}{100}$  m. 2  $\frac{34}{100}$  co.  
aufer 1 co. & remanent 79  $\frac{43}{100}$  m. 3  $\frac{34}{100}$  co.  
& hoc æquatur nihil igitur 79  $\frac{43}{100}$  æquan-  
tur 3  $\frac{11}{100}$  co. diuide numerum per co.  
exit valor rei 24  $\frac{43}{111}$  & tantum dabit singu-  
lo anno.

Quando aureus valebat mozenighos ali- 139  
quot & triplum valebat ambroxinorum ac  
3. p. & columbinas valebat quadruplum &  
4. p. dedit cambiator mozenighos 7. ambro-  
xinis 16. columbetas, queritur quantum  
valuit aureus pone quod valeret 1 co. moze-  
nighorum igitur valebat 3 co. p. 3. ambroxi-  
norum & 4. co. p. 4. columbinarum & quia  
3 co. p. 3. sunt  $\frac{1}{2}$  de 4 co. p. 4. igitur per re-  
gulam 104. capituli quadragesimi secundi  
erit columbina  $\frac{1}{4}$  ambroxini, accipe igitur  
 $\frac{1}{4}$  de 16. & est 12. si igitur cambiator de-  
dit mozenighos 2. ambroxinos 7. columbi-  
nas 16. est ac si diceret cambiator dedit mo-  
zenighos 2. ambroxinos 19. eo quod 16. co-  
lumbina æquivalent 12. ambroxinis habuit  
igitur a cambiatore 2. mozenighos & 19.  
ambroxinos & hæc æquivalent vni aureo hæ-  
bemus igitur petitionem quasi dixisset aureus  
valet 1. co. mozenighorum & 3 co. p. 3. am-  
broxinorum, veni ad campforem & habui  
2. mozenighos & 19. ambroxinos queritur  
valor aurei disponit igitur ut vides 3 co. p.  
3. sub 19. & 1 co. sub 2. id est valorem mo-  
netæ receptæ sub numero eiusdem monetæ  
& multiplica per modum addendi fractos

$$\begin{array}{r} 19 \qquad 2 \\ 3. co. p. 3. \qquad 1 co. \\ \hline 25 co. p. 6. \\ 3. co. p. 3. co. \end{array}$$

in crucem habebis 25 co. plu. 6. & h. æqua-  
bitur unitati aurei multiplica igitur omnia  
per diuisorem habebis 3. co. p. 3. co. æqualia  
25. co. p. 6. quare 1. co. æquatur 7  $\frac{1}{2}$  co. p.  
2. igitur per capitulum res valet 3  $\frac{1}{2}$  p. 2.  
15  $\frac{1}{2}$  & tantum valuit ex mozenighis & ex  
ambroxinis valuit triplum p. 3. & est 14. p.  
2. 139.

Et nota in hac quaestione duo primum  
quod si 3. co. p. 3. non fuisset pars de 4. co.  
p. 4. ut pote quod dixisset 4. co. p. 5.  
aut 4. co. p. 6. ita quod non fuisset pro-  
portio co. ad co. veluti numeri ad numerum

Q tunc



tunc quæstio redditur admodum difficilis sed si dixisset quod valuit triplum p. 6. & quadruplum p. 8. adhuc fuisset solubilis quia 3. est talis pars de 4. qualis est 6. de 8.

Secundo nota quod si dixisset aureus valet solidos 110. & valet mozenighos nescio quot & triplum p. 6. in ambroxinis & quadruplum p. 8. in columbinis veni ad campforem & recepi 2. mozenighos 7. ambroxinos 16. columbinas & retinuit solidum 1. pro cambico, quæritur valor etiam aurei, dico quod soluitur ut præcedens & est facilius licet videatur magis confusa & ita in talibus semper procedes & hoc est initium tentandi aliquem si aliquid intelligat in Arithmetica si verò proponantur valores non proportionati soluitur alio modo & pulcherrimo ingenio veluti si quis dicat aureus valet testones nescio quot & carlinos duplum p. 4. & grossetos quincuplum p. 2. tunc veni ad campforem & dedit mihi pro aureo vno testones 3. carlinos 4. grossetos 8. quæritur valor aurei soluitur & inuenies quod valet testones 6. vel carlinos 16. vel grossetos 32. solue modo & experiaris ingenium tuum quia ex hoc libro qui rectè sciuerit operari nihil desiderabit frustra quantum ad practicam Arithmetice aut Geometricæ.

190 Duo mercatores fecerunt societatem primus posuit duc. 1200. secundus 800. & acceperunt factorem cui dabant 12. pro 100. de lucro in capite autem trium annorum lucrati sunt duc. 600. quæritur quantum debet habere quilibet illorum sic facies de lucro quod est 600. duc. aufer 12. pro centum & sunt 72. & dabis factori deinde remanebunt ducati 528. lucrum dic igitur si 2000. summa capitalis producit 528. quid producat 1200. primi & producent 316  $\frac{4}{5}$  & tantum habebit primus & secundus habebit residuum quod est 211  $\frac{1}{5}$ .

131 Duo ineunt societatem primus posuit duc. 300. & debuit habere  $\frac{1}{4}$  lucrum secundus posuit 700. & debuit habere  $\frac{3}{4}$  lucrum primus autem vult ponere tantum ut habeat  $\frac{2}{5}$  lucrum & secundus  $\frac{3}{5}$  quæritur quantum debet addere sic facito quia primus posuit 300. & debuit habere  $\frac{1}{4}$  igitur 300. est  $\frac{1}{4}$  capitalis igitur capitale totum est 1200. & persona æstimatur duco 200. qui sunt residuum de 1000. ad 1200. vel secundum opinionem meam æstimatur persona  $\frac{1}{6}$  totius societatis secundum igitur communem opinionem quæ semper existimat personam 200. ducatos secundus posuit in prima vice duc. 900. & debet trahere  $\frac{1}{3}$  igitur oportet ut totum capitale sit 2700. nam 900. sunt  $\frac{1}{3}$  de 2700. sed capitale iam fuit 1200. igitur supra ponendi erunt duc. 1500. à primo & tunc trahet primus  $\frac{2}{5}$  & secundus  $\frac{3}{5}$  & hæc est solutio communis.

Solutio verò nostra est quod licet non sit in usu est tamen malè in intellecta hæc quæstio, & dico quod secundus semper debet trahere  $\frac{1}{6}$  pro persona & quia debet habere  $\frac{1}{3}$  in totum detrahe  $\frac{1}{6}$  ex  $\frac{1}{3}$  remanet  $\frac{1}{6}$  & tantum debet habere pro duc. 700. igitur si 700. sunt  $\frac{1}{6}$  capitalis erit totum capitale duc. 4200. & quia primus debet habere  $\frac{2}{5}$  lucrum igitur poni-

tur  $\frac{2}{5}$  capitalis qui sunt 2400. duc. & iam posuerat duc. 300. superaddet, duc 2100. & tunc trahit  $\frac{2}{5}$  lucrum & secundus  $\frac{1}{3}$  & hoc intelligitur ubi non sit aliud pactum.

Duo ponunt in societatem primus 131 ponit duc. 400. & debet trahere  $\frac{1}{4}$  lucrum secundus ponit 300. & debet habere  $\frac{1}{4}$  post hæc secundus vult tantum superaddere ut trahet  $\frac{1}{4}$  totius lucrum soluitur hæc ex quinquagesima nona quæstione nam eo quod primus trahit  $\frac{1}{4}$  lucrum igitur habet dono à secundo usum residui diuide igitur 700. per 3. exit 233  $\frac{1}{3}$ . & quia secundus trahit pro  $\frac{1}{4}$  est ac si secundus posuisset 233  $\frac{1}{3}$  & primus 466  $\frac{2}{3}$  si igitur detraxeris 233  $\frac{1}{3}$  ex 466  $\frac{2}{3}$  remanebunt 233  $\frac{1}{3}$  qui debent addi à secundo vel supponi & trahet  $\frac{1}{2}$  primus igitur ponit ducatos 400. secundus 533  $\frac{1}{3}$  & trahent pro dimidio & hoc est quia secundus dat primo usum duc. 66  $\frac{2}{3}$  Frater autem Lucas in quæstione 59. dicit quod secundus debet supraponere ducatos 420. & ita differentia est ducatorum 186  $\frac{1}{3}$  quos plus supraponendos existimat Frater Lucas quam debeat quæstio tamen ut dixi est potius iudicialis quam Arithmetica & idè assimilatur solutio eius solutionibus iuristarum.

Quidam habebat lib. 5. argenti cuiusdam perfectionis & lib. 6. alterius perfectionis & lib. 7. etiam alterius perfectionis & perfectiones istæ erant continuè proportionales fusione facta massa facta est perfectionis 10. vnc. pro libra quorum perfectiones argenti fusi, hæc soluitur pluribus modis per cathaim & per algebra simplicem & per regulam sed leuissimè per algebra ita tamen ut obserues quod proportio sit quasi similis ponderibus & perfectione, pone igitur quod prima perfectio sit co. secunda 6. co. tertia necessario erit 7  $\frac{1}{5}$  co. igitur multiplica per pondera perfectiones & iunge habebis 111  $\frac{2}{5}$  co. diuide per summam ponderum quæ est 18. erit perfectio 6  $\frac{17}{90}$  co. quare cum hoc sit æquale 10. diuidemus 10. per 6  $\frac{17}{90}$  exhibunt 1  $\frac{343}{557}$  & quia posuimus quod lib. 5. haberent perfe-

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 6 \quad 7 \\
 5 \text{ co. } 6 \text{ co. } 7 \frac{1}{5} \text{ co.} \\
 \hline
 25 \text{ co. } 36 \text{ co. } 50 \frac{2}{5} \text{ co.} \\
 \hline
 50 \frac{2}{5} \text{ co.} \quad 7 \\
 36 \text{ co.} \quad 6 \\
 25 \text{ co.} \quad 5 \\
 \hline
 111 \frac{2}{5} \text{ co.} \quad 18 \\
 18 \\
 \hline
 6 \frac{17}{90} \text{ co.}
 \end{array}$$

ctionem 5. co. & lib. 6. de 6. co. & lib. 7. de 7  $\frac{1}{5}$  co. multiplicabimus 1  $\frac{343}{557}$  per. 5. 6. 7. & habebimus perfectionem 5. librarum 8  $\frac{44}{557}$  & librarum 6. perfectio erit 9.  $\frac{327}{557}$  & librarum 7. perfectio erit 11  $\frac{173}{557}$  & ita possemus esset ponere maiorem perfectionem in mino-



repondere & remanent in maiore & soluere  
etiam lib. 10. sunt alii proportionibus quia  
quaestio est indeterminata.

- 114 Quidam habet argenti perfectionis  
vnc. 2. & argenti perfectionis vnc. 5. &  
argenti perfectionis vnc. 6. & pondera il-  
lorum erant in continua proportionem deinde  
mixta ea & facta est massa ponderis lib. 10.  
perfectioris vnc. 4. pro libra quantuntur  
pondera argenti hae quaestio ac si diceret di-  
uide 10. in 3. partes continuas proportionales  
ita quod multiplicata prima per 2. secun-  
da per 5. tertia per 6. summa illarum multi-  
plicationum fit 40. & sunt vnc. argenti fini  
essentes in lib. 10. dando vnc. 4. pro libra  
& illud est soluta in septuagesima octaua  
quaestio. verum potest solui etiam alio modo sic.

Pone quod prima quantitas sit 1. secunda  
1. co. tertia 1. ce. & quia dicis quod prima  
quantitas est perfectionis vnc. 2. secunda 5  
tertia 6. est ac si diceret quod primae quanti-  
tatis perfectio est  $\frac{2}{1}$  secundae  $\frac{5}{1}$  tertiae  $\frac{6}{1}$  multi-  
plica igitur vnamquamque partem in suam  
perfectionem igitur habebis  $\frac{2}{1}$  p.  $\frac{5}{1}$  co. p.  $\frac{6}{1}$   
ce. & h. aequabitur  $\frac{1}{1}$  de 1 p. 1 co. p. 1. ce.  
quod possumus est quod libra continet vnc.  
4. argenti fini quae sunt  $\frac{1}{1}$  de 12. vnc. vnius  
librae igitur  $\frac{1}{1}$  p.  $\frac{1}{1}$  co. p.  $\frac{6}{1}$  ce. aquantur  
ad 12. p.  $\frac{1}{1}$  ce. & est  $\frac{1}{1}$  totius summae  
mixtae & quare multiplicando omnia per 12.  
habebis 12. p. 5. co. p. 6. ce. aequalia 4. p. 4.  
co. p. 6. igitur detrahendo fient 2. ce. p.  
1. co. p. 1. quare 5. ce. p.  $\frac{1}{1}$  co. erit  
aquantur ad 10. igitur res valet 2.  $\frac{1}{1}$  m.  $\frac{1}{1}$  &  
quod aggregatum quantatum est lib. 10 &  
quantum sunt in proportionem 1. & 2. 1.  
p. 1. co. p. 1. ce. iunge igitur simul fient 2  
p. 1. co. p. 1. ce. igitur per modum societa-  
tis ut 2. p. 1. co. p. 1. ce. essent 10. quid esset & quid  
2.  $\frac{1}{1}$  m.  $\frac{1}{1}$  & quid  $\frac{1}{1}$  m. 2.  $\frac{1}{1}$  m. multiplica  
has quantitates per 10. & diuide per 2  $\frac{1}{1}$  p.  
2.  $\frac{1}{1}$  & prouentus erunt lib. argenti per-  
fectionis 2. 5. 6. circa quam multiplicatio-  
nem nota quod debes pro facilitate diuidere  
10. per 2  $\frac{1}{1}$  p. 2.  $\frac{1}{1}$  & prouentum multiplica-  
bo per 10. & per 2. 1.  $\frac{1}{1}$  m.  $\frac{1}{1}$  & per 1  $\frac{1}{1}$  m. 2.  
& prouentus erunt quaesita & hic mo-  
dus est in virtute regulae de medio si recte con-  
sideretur.

- 115 Dux inuenias numeros in proportionem 3.  
de 2. & quoniam multiplicatione proueniat  
ad 20. igitur. In talibus quaestionibus solu-  
endo quia oportet ut perueniat 20. aggre-  
gata igitur oportet ut aggregatum sit homi-  
nis 20. fit igitur aggregatum 1 ce. diuide in  
duas partes quarum proportio sit vt 3. ad 2  
& erunt  $\frac{3}{5}$  &  $\frac{2}{5}$  vnius census & hae inuicem  
multiplicata debent producere 1. co. quod  
est 20. aggregati multiplica igitur  $\frac{3}{5}$  ce in  $\frac{2}{5}$   
ce fit  $\frac{6}{25}$  ce. ce. & hoc est aequale 1 co. igitur  
6. ce. ce. aquantur 25 co. igitur 6. cu. aquan-  
tur 25. igitur 1. cu. est  $\frac{4}{5}$  igitur cen. est  
census 2. cu. 4.  $\frac{4}{5}$  & est 2. cu. 17.  $\frac{11}{16}$  huius  
cape  $\frac{4}{5}$  &  $\frac{4}{5}$  & hoc modo cuba 2. cu. 4.  $\frac{4}{5}$   
fit  $\frac{4}{5}$  cuba 5. quia vis diuidere per 5. ha-  
bes 125. si igitur diuideres  $\frac{4}{5}$  per 125. ha-  
beres prouentum cuius 2. cu. essent  $\frac{4}{5}$  2. cu.  
4.  $\frac{4}{5}$  sed quia vis  $\frac{4}{5}$  census ideo quadra  $\frac{4}{5}$   
fit 17  $\frac{11}{16}$  diuide 17.  $\frac{11}{16}$  per 125. exit  $\frac{4}{5}$  & 2. cu.

Tem. IV.

$\frac{4}{5}$  est  $\frac{4}{5}$  ce. 2. cu. 4.  $\frac{4}{5}$  sed quia nos volumus  
 $\frac{4}{5}$  &  $\frac{4}{5}$  ideo duplicanda erit & triplicanda cu-  
ba igitur 2. & 3. fiunt 8. & 27. multiplica  
in numeritorem de  $\frac{4}{5}$  & habebis quod vna  
pars fuit 2. cu. 17.  $\frac{11}{16}$  & hae est 2. quadrata  
census aggregati nam census aggregati est  
2. cu. 17  $\frac{11}{16}$ .

136 Quidam dixit multiplicauit numerum quen-  
dam in se deinde in productum & quod pro-  
uenit addito 1 diuisi per illum numerum m.  
1. & similiter diuisi eundem cubum detra-  
hendo 1. per primum numerum 1. & pro-  
uenientia iunxi & fuerunt 10. pone quod  
primus numerus sit 1. co. cuba igitur fit 1. cu.  
detrahe 1. fit 1. cu. m. 1. diuide per 1. exit  
per decimam quartam regulam vigesima se-  
cundi capituli 1 ce. p. 1. m. 1. co. m. 1. co. plu. 1.  
& similiter diuide 1. cu. p. 1. per 1. co. m. 1.  
exit 1. ce. p. 1. co. p. 1. co. me. 1. iunge si-  
mul per viam fracti fient 2. ce. p. 2. p. 1. ce. me. 1.  
per duodecimum capitulum, multiplica om-  
nia per denominatorem fient 2. ce. ce. p. 2.  
aqualia 10. ce. m. 10. quare 1. ce. ce. p. 6.  
aquantur 5. ce. igitur per capitulum res valet  
2. 2. cuba eam fit 2. 8. p. 1. diuide per 2. 2.  
m. 1. exit 5. p. 2. 8. similiter diuide 2. 8. m.  
1. per 2. 2. p. 1. exit 5. m. 2. 8. iunge 5. p.  
2. 8. cum 5. m. 2. 8. fiunt 10. praecise &  
est pulchra & ingeniosa operatio & super  
illud capitulum formabis quaestiones mira-  
biles.

137 Inuenias vnum numerum qui ductus in  
se deinde productum etiam in se ductum &  
detraeto 1. & residuo diuiso per primum  
numerum p. 1. & per eundem m. 1. aggre-  
gata faciant 10. vel residuata faciant 6. po-  
ne quod numerus ille sit 1. co. ductus in se  
fit 1 ce. duc. 1. ce. in se fit 1 ce. ce. detrahe 1.  
fit 1 ce. ce. m. 1. diuide per 1. co. m. 1. & est  
primus numerus exit 1. cu. p. 1. ce. p. 1. co.  
p. 1. diuide etiam 1. ce. ce. m. 1. per 1. co.  
p. 1. exit 1. cu. m. 1. cen. p. 1. co. m. si igitur  
aggregaueris hos duos prouentus fient 2.  
cu. p. 2. co. aqualia 10. quare 1. cu. p. 1. co.  
erit aqualis 5. igitur res est 2. pronica me-  
dia 5. vt dictum est in capitulo quinquagesi-  
mo primo, si vero dicat vt residuata faciant  
6. detrahe 1. cu. m. 1. ce. p. 1. co. m. 1. ex 1.  
cu. p. 1. ce. p. 1. co. p. 1. remanent 2. ce. p. 2.  
aqualia 6. igitur 1. ce. p. 1. aquantur 3. igi-  
tur 1 ce. aquantur 2. & 2. 2. est valor rei &  
ita de aliis.

138 Inuenias 2. cubam de 20. iam scinisti quod  
potest, inueniri per regulam quintam ca-  
pituli vigesima tertij si recte illa regula intel-  
ligatur secundo potest inueniri addendo nul-  
lationes plures ternatim vt 3. vel 6. vel 9.  
vel 12. nullationes & quanto plures addi-  
deris tanto praecisorem radicem habe-  
bis vt patet ex sexta regula supradicti ca-  
pituli.

Circa hoc etiam nota quod 2. 1. 2. 3. lit-  
terarum est vna littera & 2. 4. 5. 6. litterarum  
est duae litterae & 2. 7. 8. 9. litterarum sem-  
per est 3. litterae, & ita pro quibuscumque ordini-  
bus trium litterarum semper addenda est vna  
littera, exemplum si quis dicat 2. cubica  
129. quot litterae sunt dices vna quia litterae  
cubi non excedunt tres & si dicat 2. cubica  
1129. quot litterae sunt dices duae quia

Q 2 cubus



cubus excedit tres literas & si dicat  $\mathcal{R}$ . cubica 172935. quot literæ sunt dices duæ quia cubus qui est 172935. est sex literæ tantum & si dicat  $\mathcal{R}$ . cubica 729857214. quot literæ sunt dices 4. quia literæ sunt 10. diuide igitur numerum litterarum per 3. vt pote 10. litteras exit  $3\frac{1}{3}$  igitur dices quod  $\mathcal{R}$ . cubica sunt 4. literæ quia semper fractio in hoc casu debet poni pro integro.

Per idem  $\mathcal{R}$ . quadrata est semper dimidium litterarum veluti  $\mathcal{R}$ . 17397. est 3. literæ quia 5. diuisum per medium producit  $2\frac{1}{2}$  & ideo erunt tres literæ &  $\mathcal{R}$ . quadrata de 1479253711. est 5. literæ quia dimidium 10. litterarum quæ sunt in numero cuius vis accipere  $\mathcal{R}$ . est 5.

Per idem  $\mathcal{R}$ . quorumlibet quatuor litterarum est vna littera diuidendo igitur numerum cuius vis accipere  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . per 4. quod exit est numerus litterarum radice computando fractos pro integris veluti dicemus quod  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 1374256721481. est 5. literæ quia 17. literæ diuisæ per 4. producant  $4\frac{1}{4}$  & est regula Leonardi Pisani vera.

Ex hac regula facilius cognoscet median-  
tibus terminationibus an numerus maximus habeat  $\mathcal{R}$ . quadratam aut cubicam aut  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . integram au non habeat vtendo iudicio & discretione.

Est etiam tertius modus approximationis qui elicitur ex vigesima tertia regula 51. capituli in  $\mathcal{R}$ . cuba talis, capere primo  $\mathcal{R}$ . cubam integram de 20. quæ est 2. cuius cubus est 8. detrahe 8. ex 27. remanent 12. suppone 12. ad 19. fiunt  $\frac{12}{19}$  detrahe  $\frac{12}{19}$  ex 12. remanent  $11\frac{7}{19}$  diuide semper hoc per 3. exit  $3\frac{12}{19}$  deinde adde  $\frac{12}{19}$  ad 2. radicem primam fit  $2\frac{12}{19}$  multiplica in primam radicem quæ fuit 2. fit  $5\frac{5}{19}$  diuide  $3\frac{12}{19}$  per  $5\frac{5}{19}$  exit  $\frac{18}{19}$  adde ad 2. fit  $\mathcal{R}$ . cuba 20. satis proxima  $2\frac{18}{19}$  & similiter volo  $\mathcal{R}$ . cubam de 80.  $\mathcal{R}$ . cuba integra est 4. cuius cubus est 64. detraho 64. ex proximo cubo qui est 125. exit 61. detraho ex 80. remanent 16. superpono 16. ad 61. fit  $\frac{16}{61}$  detraho ex 16 remanent  $15\frac{45}{61}$  diuide semper vt dixi per 3. exit  $5\frac{15}{61}$  deinde adde  $\frac{16}{61}$  prius inuentos ad 4. fit  $4\frac{16}{61}$  multiplica 4. priorem radicem in  $4\frac{16}{61}$  secundam radicem fit  $17\frac{3}{61}$  diuide  $5\frac{15}{61}$  prius seruatos per  $17\frac{3}{61}$  exit  $\frac{4}{13}$  adde ad 4. fit  $\mathcal{R}$ . cuba 80. hoc  $4\frac{4}{13}$  cuius cubus est 79.  
 $\frac{2053}{2197}$

139 Inuenias duos numeros in proportionem 3. ad 2. ex quorum multiplicatione fiat vnitas hæc potest solui per algebra ponendo vnam 1. co. alium  $1\frac{1}{2}$  co. deinde multiplicare habebis  $1\frac{1}{2}$  ce. æqualem vnitati, sed longè pulchrius est inuenire hoc modo.

Scias hanc regulam quod cum duo numeri mutuo se diuidunt semper prodeuntia inuicem multiplicata producant vnitatem. Item scis ex regula vigesima nona capituli 42. quod quotiens duo numeri se mutuo diuiserint prodeuntia habebunt proportionem duplicatam quam habent numeri mutuo se diuidentes igitur tales erunt assumendi in proportionem quæ est medietas sexquialteræ vt post modum mutuo diuisi producant exeuntia in proportionem sex qui altera dictum igitur est vt essent in proportionem

2. ad 3. multiplica 2. in 3. fit 6. &  $\mathcal{R}$ . 6. cum 2. sunt in proportionem quæ est medietas sexquialteræ, diuide igitur  $\mathcal{R}$ . 6. per 2. exit  $\mathcal{R}$ .  $1\frac{1}{2}$  diuide 2. per  $\mathcal{R}$ . 6. exit  $\mathcal{R}$ .  $\frac{2}{3}$  &  $\mathcal{R}$ .  $1\frac{1}{2}$  &  $\mathcal{R}$ .  $\frac{2}{3}$  sunt numeri quæsi qui sunt in proportionem 3. ad 2. & inuicem multiplicati producant vnitatem.

Casus nuper accidit quidam vendidit apothecam librorum aureis 600. in termino annorum 10. soluendis ita quod in fine primi anni soluat 60. & in fine secundi anni alios 60. aureos vsque ad decem annos venit vnus qui vult exbursare omnes pecunias à principio computando interesse temporis ad 5. pro 100. ad caput anni queritur quot aureos debet potentialiter exbursare & est dicere quanti dicitur ad contatos vendidisse dictam apothecam, scias primo quod oportet scire reducere dictos terminos solutionum ad vnum terminum & licet possit hoc fieri per tertiam regulam quinquagesimi octau capituli nihilominus quia solutio est æqualis videlicet 60. aurei pro singulo anno fit longè facilius in talibus casibus per hanc regulam præsentem seruientem omnibus solutionibus æqualibus capias numerum annorum qui est 10. eius accipe progressionem vnitatum quæ est 55. diuide 55. per ipsum 40. exit  $5\frac{1}{2}$  & in tot annis deberet soluere vniuersam pecuniam idest 600. aureos vbi in vna solutione soluendi essent & ita si fuisset in 9. annis solutio eius progressio esset 45. quare diuiso 45. per 9. exit 5. & in quinque annis esset reductio solutionis ad vnum terminum & si exbursasset à principio ducatos 120. deinde reliquos 480. in 8. annis ad 60. pro anno tunc caperes progressionem de 8. quæ est 36. deinde diuide 600. per 60. qui sunt aurei soluendi singulo anno exit 10. diuide 36. per 10. exit  $3\frac{3}{5}$  & in tot annis assent exbursandi 600. aurei volo dicere quod tantum valet & non accedit damnum danti nec recipienti dare alicui 120. aureos de præsentem deinde 60. aureos singulo anno vsque ad 8. annos vsque ad complementum 600. aureorum quantum esset nihil exbursare præsentialiter & in capite annorum  $3\frac{3}{5}$  exbursare omnes 600. aureos hac igitur regula generali intellecta bene quæ est valde bona dictum est quod solutio cadit in annis  $5\frac{1}{2}$  quare per regulam septimam capituli quinquagesimi septimi promerere aliquem numerum pro an-

2560000000

128

2688000000

Primus.

1344

2822400000

Secundus.

14112

2963520000

Tertius.

148176

3111696000

Quartus.

1555848

3267280800

Quintus.



Quintus.

16336404

343064840

Sextus.

85766121

3516410961

Septimus.

nam vno videlicet plus ad 5. pro 100. & hoc facies per modum centesimæ sextæ regule ubi facilitatem nam 5. pro 100. sunt 2. & quia non promeretur septimum annum nisi pro medietate quæ est  $\frac{1}{2}$  ideo multiplicabis 20. sexies in se & fit 64000000. hoc multiplica semel 14. fit 256000000. promeretur igitur hoc pro sex annis addendo tempus  $\frac{1}{2}$  & fit ut vides 3530644840. hoc igitur est meritum pro 6. annis integris promerere modo pro 6. mensibus habebis hoc 3516410961. dic igitur si 3516410961. fit ex 3430644840. ex quo fiet per dictam regulam 3430644840. multiplica hunc numerum in se & productum diuide per 3516410961. & erit  $\frac{64000000}{3516410961}$  dic igitur si hoc fit ex 256000000. in annis  $5\frac{1}{2}$  ex quo fiet 600. multiplica 600. 12560000000 fit 15600000000. diuide per supra dictam fractionem & erit 458.  $\frac{64000000}{3516410961}$  & tot annos debet. ille exhibere præfentialiter, & faciliatur operatio dimittendo diuisionem præfata, ut vides deinde diuidendo per modum regule octauæ capituli 31. sic enim faciliatur operatio hæc & abbreviatur.

Amicus est Mediolanilib. 4. secundum valorem lib. 1. fol. 12. Venetiis aureus est lib. 6. fol. 2. scutum valet lib. 6. fol. 15. in Sicilia scutum valet calumæ 15. fol. 3. Mediolanenses intra ciuitatem est scutum 500. quidam enim rimas tot Venetiis librorum ad lib. 4. venetas quod valor fuit ducatorum venetorum 42. venit Mediolanum & permutauit eum alio dando 12. ex suis libris pro auro veneto quilibet lib. 1. erat folia 36. expensæ conducendi libros ex Venetiis Mediolanum sunt  $\frac{1}{2}$  valoris librorum Venetiis, recipit autem in permutatione libros Mediolani ad lib. 4. Mediolanenses pro risma: conductio librorum ex Mediola 10 in Siciliam est  $\frac{1}{2}$  pretij aut valoris Mediolani: libri quos accepit in cambiū faciunt trium modorum quidam 30. scutum quidam 40. quidam 60. quantitas valendo vendere dictos libros in Sicilia aduocatus ut lucraret ultra omnes expensas pro 100. quomodo debet apreciari dictos libros.

Hæc quæstio sicut præcedens fuit in effectum præcise ut ponitur & est quæstio compoſita sicut præcedens nam ut vides præcedens soluitur per quinquagesimum septimum & quinquagesimum octauum capitulum quia habet merita & recompensationem & reditorem ad vnum terminum & ita hæc præponit capitulum quinquagesimum sextum de cambiis & capitulum quinquagesimum quintum de permutationibus & capitulum quinquagesimum nonum de lucris & damnis propter expensas & propter ventilationem & pretia ad terminatum lucrum & tales quæstiones sunt valde pulchræ & utiles & beatus est mercator qui bene scit eas explicare nam nihil magis dicit homi-

Tern. IV.

nem quam bene intelligere tales per tractationes commercia & fere nulli inueniuntur his temporibus qui rectè sciant se bene in illis exercere sed postmodum exercent se in execranda vsura quia lucra licita nesciunt bene intelligere. Ideo posui hæc duo exempla ut per illa possis omnes compositas quæstiones intelligere, ibi enim iacet lepus, & quidam qui sunt magis fortunati quam solertes existimant se esse peritissimos in his & admittunt errores ad 15. pro centum & in damnum suum quod est stultitia, & in damnum alterius quod est peccatum.

Do autem tibi tria præcepta in omnibus istis quæstionibus soluendis compositis quorum primum positum est in capitulo de cambiis quod debes reducere omnia ad valorem scuti & non alterius monetæ fixæ nam hæc est maxima pars erroris, secundum quod debes exquisitè inuenire capitale tuum & ad ipsum habere oculos, nam quandoque homini videtur lucrari multum & perdit eo quod non ponit mentem ad capitale & in capitali intelligantur omnes expressæ vsque quo homo disposuerit merces in loco in quo vult vendere ita quod non deficiat nisi emptor. Tertium quod soluendæ sunt à parte ad partem tales quæstiones in pluribus viribus nam hi qui volunt breuiter soluere & transgredi operantur cum maxima difficultate & committunt errores magnos in damnum proprium quia si minus apreciant quam oportet non lucrantur expensas victus si autem nimis non inueniunt emptorem & merces remanent ibi ideo aduerte diligenter, dic igitur primo risma valet Venetiis lib. 4. & duc. valet lib. 6. fol. 4. igitur duc. vno habebis rismas  $1\frac{17}{25}$  nam 124. continent totiens 80. igitur pro 40. duc. habebis rismas 40  $\frac{420}{25}$  & sunt risma 62. & quia vnus liber habet folia 36. igitur vna risma continet libros  $13\frac{2}{5}$  & quia habuit 62. rismas igitur habuit libros 861. & quia dat libros 12. pro ducato igitur habebit ducatos  $71\frac{1}{4}$  Venetos & quia ducatus valet lib. 6. fol. 4. igitur ducati  $71\frac{1}{4}$  erunt solidi Veneti 9177. quos diuide per valorem scuti qui est 135. igitur habebit valorem scutorum 68. minus 3. solidis Venetis quare scuti 68. minus duobus solidis Mediolanensibus ferè sunt lib. 380. fol. 14. Mediolanenses dando solidos 112. pro scuto, & quia pro quolibet 4. libris Mediolanensibus habet vnâ risma papiri igitur pro libris 380. fol. 14. habebit diuidendo per 4. rismas 95  $\frac{1}{4}$  siue rismas 95. folia 88. & quia pretium Venetiarum est duc. 40. & crescit ex expensis  $\frac{1}{2}$  igitur capitale est duc.  $46\frac{2}{3}$  & sunt scuti 42.  $\frac{117}{135}$  & quia expensæ à Mediolano in Siciliam sunt  $\frac{1}{2}$  pretij appretiati Mediolani & pretium appretiatum fuit scutorum 68. minus duobus solidis Mediolanensibus igitur expensæ erunt scuti 34. minus solido vno, quos adde scutis capitalis qui fuerunt 42.  $\frac{117}{135}$  & fient scuti 76. solidi 96. Mediolanenses ferè & sunt scuti 76.  $\frac{6}{7}$  & quia volumus lucrari 20. pro 100. & est  $\frac{1}{5}$  capiemus  $\frac{1}{5}$  de 76.  $\frac{6}{7}$  & est 15  $\frac{13}{35}$  & addemus ad  $76\frac{6}{7}$  fient

Q 3 scuti



scuti  $92\frac{8}{35}$  & tantum oportebit vendere dictas rismas, 95. folio 88. pro quo reduc scutos ibi ad valorem suæ monetæ & est carlini. 15. s. 3. & carlinus valet solidos  $7\frac{1}{2}$  igitur scutum valebit solidos  $115\frac{1}{2}$  sed tu in vendendo pone semper valorem scuti aliquid plus quia in redimendo scutos per monetam oportet aliquando aliquid dare campforibus. Pone igitur quod scutum valeat solidos 116. multiplica 116. in  $92\frac{8}{35}$  fiunt solidi 1698.  $\frac{18}{35}$  quos diuide per 95.  $\frac{2}{50}$  ferme exeunt solidi  $112\frac{1017}{4750}$  deinde dic si folia 500. vnius rismæ venduntur solidis 112. nummis 5. ferme: nam in talibus minutissima omnino præcisio magis parit periculum errandi in mercatore, quam vtilitatem vbi fractiones nummi cadunt supra summam & non supra particulare, nam sic possent tales minutie quantumcumque minimè magnum parere errorem & hoc habeas pro regula dicces igitur quid valebunt folia 30. & 40. & 60. & pro facilitate diuide omnia per 10. dicendo si 50. valet solidos 112. nummos 5. quid valebunt 3. 4. & 6. multiplica  $112\frac{5}{12}$  per 3. & per 4. & per 6. & fiunt  $337\frac{1}{4}$  &  $449\frac{2}{3}$  &  $674\frac{1}{2}$  diuide per 50. habebis valorem libri 30. foliorum solidi  $6\frac{149}{200}$  & 40. foliorum solidi  $8\frac{119}{250}$  & foliorum 60. solidi  $13\frac{42}{100}$  totum autem quod plus vendet erit vltia institutum lucrum, quamuis librarij ponunt minimum lucrum 50. pro 100. eo quod tota summa librorum non videtur nec in spacio decem annorum & victus & aliæ expensæ plurimum important in tãto tempore.

Inuenias quatuor quantitates continuè proportionales quarum productum primæ in secundam sit 10. & productum aggregati primæ secundæ & tertiæ in aggregatum primæ & quartæ dempta tertiæ & dempto quadrato primæ sit 30. scias hanc regulam in 4. quantitatibus cõtinuè proportionalibus quod semper illud quod producit ex aggregato primæ secundæ & tertiæ in aggregatum primæ & quartæ dempta tertiæ si ab eo producto auferatur quadratum primæ residuum erit æquale productioni primæ quantitatis in secundam & tertiæ in quartam simul iunctis exemplum capio 4. quantitates continuè proportionales quas volueris & sint 8. 12. 18. 27. & iungo primam secundam & tertiam & fiunt 38. iungo primam & quartam & fiunt 35. aufero tertiam quæ est 18. remanent 17. duco 17. in 38. fiunt 646. aufer quadratum primæ quantitatis & est 64. remanent 582. dico quod si multiplicaueris primam in secundam & fiunt 96. & tertiam in quartam & fiunt 486. quod hæ multiplicationes faciunt 582. simul iunctæ & ita est, quia igitur in petitione debent facere 30. igitur multiplicatio primæ in secundam & tertiæ in quartam simul iunctæ faciunt 30. sed quia in petitione supponitur quod multiplicatio primæ in secundam faciat 10 igitur multiplicatio tertiæ in quartam faciet residuum quod est 20. quare per centesimam nonam quæstionem ipsa res siue prima quantitas erit  $\mathcal{R}.\mathcal{R}.\mathcal{R}.$  5000. & secunda erit in proportionem ad eam vt est  $\mathcal{R}.\mathcal{R}.$  2. ad 1. quare erit  $\mathcal{R}.\mathcal{R}.\mathcal{R}.$  20000. & tertia erit  $\mathcal{R}.\mathcal{R}.\mathcal{R}.$  80000. & quarta erit  $\mathcal{R}.\mathcal{R}.\mathcal{R}.$

320000. & ita mediantibus his regulis soluntur quæstiones quæ videntur impossibiles solutione pro quo volo alias 7. regulas hic subiungere per quas poterunt formari infinitæ quæst. pulchræ & mirabiles & difficiles.

Prima est cum fuerint 4. quantitates quomodolibet continuè proportionales quod productum ex aggregato primæ secundæ & tertiæ in aggregatum primæ & quartæ dempta tertiæ & ab hoc producto dempto quadrato primæ residuum æquatur ei quod sit capiendū aggregatum 4. quantitatū & quadrando & ab hoc quadrato auferendo quadrata omnia 4. quantitatū & residui capiendū dimidium & ab hoc dimidio detrahendo quadratū aggregati secundæ & tertiæ veluti posuimus in præcedente exemplo quod tale residuum esset 582. quadratum aggregati 8. 12. 18. & 27. est quadratum de 651. quod est 4225. ab hoc aufero quadrata singularum 4. quantitatū remanent 2964. huius capio dimidium quod est 1482. ab hoc detraho 900. quod est quadratum 30. quod est aggregatum secundæ & tertiæ remanent 582. vt dictum est.

Secunda omnium 4. quantitatū continuè proportionalium proportio primæ ad aggregatum secundæ tertiæ & quartæ est veluti quadrati secundæ ad productum ex tertiæ in aggregatum secundæ tertiæ & quartæ veluti 8. 12. 18. 27. ponatur 8. prima proportio 8. ad 57. aggregatum reliquarum est veluti 144. ad 1026. productum ex 18. quæ est tertia quantitas in 57. aggregatum secundæ tertiæ & quartæ quantitatis, & similiter posito 27. prima quantitate proportio 27. ad 38. aggregatum reliquarum est veluti 324. quadrati secundæ ad 456. productum ex 12. quantitate tertiæ in 38. aggregatum secundæ tertiæ & quartæ, nam in primo exemplo 18. multiplicat ambas quantitates & in secundo exemplo 12. multiplicat ambas quantitates igitur producta erunt in proportionem multiplicatorum.

Tertia omnium 4. quantitatū continuè proportionalium productum omnium earum est æquale quadrato quartæ producto in quadratum primæ exemplum capio 8. 12. 18. 27. quadratum 8. est 64. quadratum 27. est 729. & 729. in 64. facit 46656. & tantum facit ducendo 27. in 18. & productum in 12. & productum post modum in 8. producit enim 46656.

Quarta omnium 4. quadratū continuè proportionalium productum primæ in differentiam tertiæ & quartæ æquatur producto ex secunda in differentiam secundæ & tertiæ exemplū sint quantitates 8. 12. 18. 27. productum ex prima quæ est 8. in differentiam tertiæ & quartæ quæ est 9. est 72. & tantum facit ducendo 12. quantitatem secundam in 6. differentiam secundæ & tertiæ quantitatis nam producit 72. & similiter productio secundæ in differentiam tertiæ & quartæ æquatur productioni tertiæ quantitatis in differentiam secundæ & tertiæ veluti in exemplo secunda fuit 12. in differentiam tertiæ & quartæ est 9. & 12. in 9. faciunt 108. & tantum fit ducta 18. quantitate tertiæ in 6. differentiam secundæ & tertiæ quantitatis.

Quinta



Quinta in omnibus quantitatibus 4. continue proportionabilibus ab unitate semper proportio aggregati omnium quadratorum quatuor quantitatium ad aggregatum ipsarum quantitatium est veluti 1. ce. p. 1. ad 1. co. p. 1. in eadem proportionem veluti capio 1. 2. 4. 8. aggregatum quadratorum est 85. aggregatum quantitatium est 15. proportio 85. ad 15. est 67 ad 1. & talis est proportio 17. qual est 1. ce. co. p. 1. ad 3. quod est 1. co. co. p. 1. ad 3. quod est 1. co. p. 1. nam secunda quantitas quæ est 2. semper supponitur esse est la co. quando quantitates habent initium ab unitate & hoc est quia secunda est 2. quadrata tertia & cubica quater.

Sexta proportio aggregati omnium quadratorum 4. quantitatium continue proportionabilium ad quadratum vniuersale aggregati 4. quantitatium de pto aggregato quadratorum 4. quantitatium & residui sumpto dimidio veluti 1. ce. co. p. 1. ad 1. cu. p. 1. co. p. 1. co. veluti in exemplo quantitates fuerit 1. 2. 4. 8. aggregatum quadratorum est 85. quadratum de 15. aggregati 4. quantitatium est 225. detrahe 85. remanent 140. cuius dimidium est 70. proportio 85. ad 70. est veluti 17. qual componitur ex 1. ce. co. p. 1. ad 14. quod componitur ex 1. cu. p. 1. co. p. 1. co. nam 8. est cubus 4. census 2. la co. quæ simul iuncta faciunt 14.

Septima proportio dimidij residui quadratorum aggregati 4. quantitatium dictarum dempto aggregato quadratorum 4. quantitatium ad ipsas quantitates iunctas est veluti 1. cu. p. 1. co. p. 1. co. ad 1. co. p. 1. exemplum quadratorum aggregati fuit 225. dempto aggregato quadratorum quod fuit 85. remanent 140. cuius dimidium est 70. proportio 70. ad 15. aggregatum 4. quantitatium est veluti 14. ad 3. est autem 14. ut dixi 1. cu. p. 1. co. p. 1. co. in proportionem dupla inchoando ab unitate & 3. est 1. co. p. 1. quare cum ita sit in omnibus aliis proportionibus siue multiplicibus siue non siue etiam inationalibus patet propositum.

143 Quidam habebat argenti marchas 50. vnc. 6. ad ligam vnc. 7. d. 8. pro libra siue ad ligam d. 7. granorum 8. pro qualibet media vncia quod fuit 11. & voluit affinare vnam partem habes argenti ita quod addita residua non affineret fieret totum argentum ad ligam voc. 10. d. 16. pro libra, queritur quantum portionem argenti debet affinare & quantum reuertetur totum argentum sic affinatum, scias quod in capitulo quadragesimo primo dictum est duplicem esse affinationem vnam in qua additur argentum purum argento de liga, & in tali affinatione argentum carcit, & ita dico de auro & de tali supra exemplificauimus, alia in qua nihil additur, sed ponitur argentum vel aurum ad ignem, & consumitur aes quod est in eo

|       |      |      |                     |
|-------|------|------|---------------------|
| Mār.  | 50   | Vnc. | 6                   |
| Liga. | Vnc. | 7    | d. $8\frac{11}{16}$ |
| Liga. | Vnc. | 18   | d. $16\frac{2}{3}$  |
| Mār.  | 34.  | Vnc. | $7\frac{1}{2}$      |

& hæc vocatur ad copellam, & in hac ar-

gentum minuitur in pondere, & de tali affinatione est proposita quæstio nunc quam solues per regulam demon generalem in omnibus talibus sic. Vide ligam vnc. 7. d. 8. qualis pars est de vnc. 12. & est  $\frac{11}{16}$  vide similiter ligam de vnc. 10. d. 16. qualis pars sit de vnc. 12. & est  $\frac{8}{9}$  diuide primam per secundam id est  $\frac{11}{16}$  per  $\frac{8}{9}$  exit  $\frac{11}{16}$  multiplica  $\frac{11}{16}$  in mār. 50. vnc. 6. fiunt mār. 34. vnc.  $7\frac{1}{2}$  & tantum erit totum argentum ad ligam vnc. 10. d. 16. pro libra postquam fuerit affirmatum & hoc est secundum propositum: deinde subtrahit  $\frac{11}{16}$  de unitate per regulam remanent  $\frac{5}{16}$  deinde detrahe mār. 34. vnc.  $7\frac{1}{2}$  ex mār. 50. vnc. 6. remanent mār. 15. vnc.  $6\frac{7}{8}$  diuide hoc per  $\frac{5}{16}$  exeunt mār. 40. vnc.  $6\frac{1}{4}$  & tanta pars debuit affinari de mār. 50. vnc. 6. & ita mār. 40. vnc.  $6\frac{1}{4}$  rediguntur in copella ad mār. 24. vnc.  $7\frac{7}{8}$  quæ additæ ad mār. 9. vnc.  $7\frac{1}{4}$  residuum de mār. 50. vnc. 6. quod non fuit affinatum conficiunt massam argenti mār. 34. vnc.  $7\frac{1}{8}$  ad ligam vnc. 10. d. 16. quod fuit primum propositum.

Inuenias tres numeros continue proportionales ex quorum ductu primi in secundum 144 producat tertius & quadrata primi & secundæ sequentur quadrato tertij, debes scire quod si ex ductu primi in secundum producit tertius quod primus erit 2. cubica tertij & 2. quadrata secundi; nam sic ex primo in secundum producit tertius, igitur ponemus primum 1. co. secundum 1. ce. tertium 1. cu. quadra vnumquemque per se sient 1. ce. & 1. ce. ce. & 1. cu. ce. erunt 1. ce. p. 1. ce. ce. æqualia quadrato tertij quod est 1. cu. ce. quare schifando per 1. ce. sient 1. ce. p. 1. æqualia 1. ce. ce. quare per capitulum quinquagesimum res valet 2. V. 2.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  quare ce. erit 2.  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  & cubus erit 2. V. 2. 5. p. 2. prima igitur quantitas est 2. V. 2.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  secunda 2.  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  tertia 2. V. 2. 5. p. 2. & ex prima in secundam producit tertia & quadratum tertiæ est 2. p. 2. 5. & hoc æquatur quadratis duarum primarum quæ sunt 2.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  & 2.  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  quæ simul iuncta faciunt 2. p. 2. 5.

Habeo corpus 24. basium triangularem 145 & 48. quadrilaterarum vellem scire quot habebit latera & angulos, fac sic quia dicit quod habet 24. superficies trigonas multiplica 24. in 3. fit 72. deinde quia dicit quod habet 48. superficies quadrangulas multiplica 4. in 48. fiunt 192. iunge cum 72. fiunt 264. huius semper accipe dimidium quod est 132. & tot habebit latera, & similiter si dicat corpus 20. basium triangularem quod habebit latera multiplica 20. in 3. fiunt 60. huius dimidium est 30. & tot habebit latera, & similiter corpus 13. basium exagonarum habebit latera 39. quia 13. in 6. facit 78. cuius dimidium est 39.

Pro angulis ita facies multiplicabis superficies per numerum laterum ut prius ut in corpore 20. basium triangularem multiplicabis 20. in 3. fiunt 60. & in corpore duodecim basium pentagonarum multiplicabis 12. in 5. fiunt 60. sicut fecisti in inuentione laterum, deinde vide quot anguli plani constituunt solidum veluti in Figura 20. basium quinque anguli plani faciunt vnum solidum diuide



diuide igitur 60. per 5. & exeunt 12. & tot erunt anguli solidi corporis 20. basium triangularium, & ita in corpore duodecim basium pentagonarum tres anguli plani constituunt solidum diuide igitur 60. per 3. exit 20. igitur tale corpus 12. basium pentagonarum habebit 20. angulos solidos, & ita in corpore 72. basium quarum 24. sunt trigone & 48. quadrangulæ fuit summam multiplicationis 264. & quia omnes anguli solidi in eo constant ex 4. angulis planis exceptis duobus extremis qui constant ex 12. planis singuli multiplica 2. in 12. fiunt 24. aufer à 264. remanent 240. diuide 240. p. 4. quia constant ex 4. angulis planis exeunt 60. anguli solidi quibus additis 2. qui constant vt dictum est ex 12. planis singuli fiunt omnes anguli solidi corporis 72. basium 62. & hæc est regula generalis pro omnibus corporibus siue regularibus siue non, siue æquilateris siue non, quam posuit Hipsiclyus Alexandrinus Philosophus Græcus & est verissima.

146 Auferas ex 7. & 5. duos numeros in proportionem 13. ad 9. ita quæ residua remaneant æqualia, scias duo primum quod necessarium est vt numeri auferendi sint in proportionem maiore quam illi à quibus auferitur quare erunt 13. ad 9. in proportionem maiore quam 7. ad 5. & hoc vbi detractio fienda sit ex ordine videlicet vt maior à maiore & minor à minore si detrahendus & hoc est quia duorum numerorum quorum differentia est eadem cum differentia aliorum duorum proportio minorum maior est & maiorum minor, nota secundo quod hæc quæstio potest solui per algebra facilliter, & per regulam de modo verumtamen admiror stupiditatem illorum quibus videtur inuenisse quod magnum cum inuenerint regulas nullius utilitatis, fac igitur vt vides detrahendo 5. à 7. remanent 2. detrahendo 9. à 13. remanent

$$\begin{array}{r}
 7 \qquad \qquad \qquad 13 \\
 2 \quad \text{---} \quad \text{---} \quad 4.2 \\
 5 \qquad \qquad \qquad 9 \\
 13 \qquad \qquad \qquad 9 \\
 2 \qquad \qquad \qquad 2 \\
 \hline
 6\frac{1}{2} \qquad \qquad \qquad 4\frac{1}{2} \\
 \\
 7 \qquad \qquad \qquad 5 \\
 6\frac{1}{2} \qquad \qquad \qquad 4\frac{1}{2} \\
 \hline
 \frac{1}{2} \qquad \qquad \qquad \frac{1}{2}
 \end{array}$$

4. diuide 4. per 2. exeunt 2. diuide igitur per hoc exiens quod est 2. ipsum 13. exit  $6\frac{1}{2}$  & similiter diuide 9. per 2. exit  $4\frac{1}{2}$  detrahe igitur  $6\frac{1}{2}$  à 7. &  $4\frac{1}{2}$  à 5. remanent  $\frac{1}{2}$  ex vtraque parte quod est propositum, & ita detraixisti  $6\frac{1}{2}$  &  $4\frac{1}{2}$  qui sunt in proportionem 13. ad 9. & à 7. & 5. remanserunt quantitates æquales videlicet  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{2}$

Posses etiam dicere detrahe eandem quantitatem ex 7. & 5. vt residua sint in proportionem 13. ad 9. nam cum inuenisti quod detractis  $6\frac{1}{2}$  &  $4\frac{1}{2}$  vtrique remanent  $\frac{1}{2}$  igitur detracto  $\frac{1}{2}$  ab vtraque remanebunt  $6\frac{1}{2}$  &  $4\frac{1}{2}$  quæ sunt in proportionem 13. ad 9. quod est propositum & est quasi controuersum.

Diuide 10. per 3. p. 3. cu. 5. in capitulo

quingagesimo primo regula decimasepti- 147  
ma demonstratum est qualiter diuiditur 10.  
per 3. m. 3. cu. 5. hic autem queritur, quomodo per 3. p. 3. cu. 5. inuenias igitur suum recisum quod est 3. m. 3. cu. 5. deinde proportionale quod est quadrando 3. cu. 5. fit 3. cu. 25. diuide per 3. cubatum quod est 27. exit proportionale 3. cu.  $\frac{25}{27}$  vt prius hoc adde semper reciso fiet recisum 3. m. 3. cu. 5. p. 3. cu.  $\frac{25}{27}$  multiplica igitur recisum per diuidendum exit 30. m. 3. cu. 5000. p. 3. cu.

Diuidendus 10.

Diuisor 3. p. 3. cu. 5.

Recisum 3. m. 3. cu. 5 p. 3. cu.  $\frac{25}{27}$

30. m. 3. cu. 5000. p. 3. cu. 925.  $\frac{25}{27}$

9. p. 3. cu.  $\frac{125}{27}$  quod est 10  $\frac{2}{3}$

925  $\frac{25}{27}$  multiplica in diuisorem fit abiectis superfluis productum 9. p. 3. cu.  $\frac{125}{27}$  & hoc necessario semper habet 3. cubicam quæ est  $1\frac{2}{3}$  quare diuisor est 10  $\frac{2}{3}$  & hoc differt necessario tantum ab. 9. quadrato 3. quantum differt  $7\frac{1}{3}$  vbi diuisio esset fienda per 3. m. 3. cu. 5. & similiter diuidendum est 30. m. 3. cu. 5000. p. 3. cu. 925.  $\frac{25}{27}$  & differt tantum à diuidendo alio, quia hic ponitur 3. cu. 5000. m. & ibi ponitur p. diuide igitur 30. m. 3. cu. 5000. p. 3. cu. 925.  $\frac{25}{27}$  per 10.  $\frac{2}{3}$  vt fecisti in regula decimaseptima & exiens est quod preuenit diuiso 10. per 3. p. 3. cu. 5.

Quidam iuic in mercaturam cum quantitate balarum serici & lucratus est duas radices eius quod attulit, deinde dedit mutuo alteri dimidium lucri, & ille lucratus est cubum & censum census eius quæ mutuo accepit, facta autem restitutione secundum habuit 2. p. quam primus, & valor omnium balarum setæ lucratarum fuit ducati mille, hic animaduerto duo ne hallucineris, primum quod cum dico quod secundus habuit 2. p. quam primus, non intelligo quod habeat ducatos 2. plus sed duas balas setæ quod se habent ad rem per modum vnitatis secundo animaduerte quod cum dico lucrum totum excipio capitale primi, cum igitur secundus habuerit 1. cu. p. 1. ce. ce. & habuit 2. p. quam primus, habebat autem primus 1. ce. p. 2. co. igitur 1. ce. ce. p. 1. cu. æquatur 1. ce. p. 2. co. p. 2. igitur transponendo fiet 1. cu. m. 1. æqualis 1. ce. p. 2. co. p. 1. m. 1. ce. ce. quia illud 2. p. diuiditur dando vnitatem alteri parti quæ sit m. quare quares communem diuisorem qui est 1. ce. p. 1. co. p. 1. diuiso igitur 1. cu. m. 1. per dictum diuisorem exit 1. co. m. 1. diuiso etiam 1. ce. p. 2. co. p. 1. m. 1. ce. ce. per 1. ce. p. 1. co. p. 1. exit 1. co. p. 1. m. 1. ce. igitur dicta exeuntia sunt æqualia videlicet 1. co. m. 1. & 1. co. p. 1. m. 1. ce. quare de-

1. cu. m. 1.

1. ce. p. 1. co. p. 1. | 1. co. m. 1.

1. ce. p. 2. co. p. 1. m. 1. ce. ce.

1. ce. p. 1. co. p. 1. | 1. co. p. 1. m. ce.

trahendo vnum ex alio fiet 1. ce. æqualis 2. igitur la. co. valet 3. 2. primus igitur habuit primo censum id est 2. & lucratus est duas 3. eius quod est 3. 8: habebat igitur in totum 3. 8. p. 2. & quia secundus habuit 2. p.



præquam primus igitur habuit  $2\frac{1}{2}$ .  $2\frac{1}{2}$ .  $4$ . & ita est, nam habuit cen. cen.  $2\frac{1}{2}$ . & est  $4$ . & cubum  $2\frac{1}{2}$ . quod est  $8$ . quod bene se habet: ambo igitur habuerunt  $6\frac{1}{2}$ .  $2\frac{1}{2}$ . & quia capitale fuit  $2$ . qui est census igitur latus est  $4$ .  $2\frac{1}{2}$ .  $3\frac{1}{2}$ . & quia posui quod latus  $1000$ . datati dices si  $4$ .  $2\frac{1}{2}$ .  $3\frac{1}{2}$ . foret  $1000$ . quid esset  $2$ . capitale, duc  $2$ . in  $1000$ . fit  $2000$ . diuide per  $4$ .  $2\frac{1}{2}$ .  $3\frac{1}{2}$ . exit  $163265\frac{1}{2}$  m.  $285\frac{1}{2}$ . & tantum fuit capitale & eius  $2\frac{1}{2}$ . non sunt latus primum, sed reliqua ueniens iterando regulam  $3$ . & bala una setæ ualuit ducatos  $2\frac{1}{2}$ .  $40816\frac{1}{2}$  m.  $142\frac{1}{2}$ .

Posui etiam hanc ut intelligeres quæstionem de medio & duplo cum omni potestate quantitatis surdæ, nam bala setæ habet rationem quantitatis surdæ.

- 14) Inuenias tres numeros continue proportionales ita quod primus sit  $2\frac{1}{2}$ . quadrata secundi, &  $2\frac{1}{2}$ . cubica tertij. ita quod ex primo in secundam producat tertius, & ex primo & secundo iunctis simul fiat tertius, hæc est facilis quantam eo quod dicit quod primus & secundus iuncti simul æquantur tertio igitur cum sint continue proportionales erunt tales quantitates in proportionem habente medium & duo extrema, & quia primus est  $2\frac{1}{2}$ . secundi &  $2\frac{1}{2}$ . cubica tertij igitur erunt ab unitate continue proportionales, & primus erit igitur  $1$ . co. secundus erit necessario  $1$ . co. & tertius  $1$ . co. & quia primus & secundus æquantur tertio igitur  $1$ . co. æquatur  $1$ . co.  $2\frac{1}{2}$ . igitur scilicet per  $1$ . co. erit  $1$ . co. æqualis ad  $1$ . co.  $2\frac{1}{2}$ . quare valor rei id est prima quantitas erit  $1\frac{1}{2}$ .  $2\frac{1}{2}$ . & secunda quadratum eius uidelicet  $1\frac{1}{2}$ .  $2\frac{1}{2}$ . & tertia  $2\frac{1}{2}$ .  $2\frac{1}{2}$ .

- 150) Dixit primus secundo si dederis  $2\frac{1}{2}$ . tuorum habebis  $3$ . plus quam tu dixit secundus primo si dederis  $2\frac{1}{2}$ . tuorum habebis  $5$ . plus quam tu queritur quantum habebat quilibet illorum, quia igitur dicunt quod detur  $2\frac{1}{2}$ . suppose quod secundus habeat  $1$ . co. dando  $2\frac{1}{2}$ . dabit  $1$ . co. & remanebit cum  $1$ . co. m.  $1$ . co. & quia tunc habebit  $3$ . m. quam primus, igitur primus habebit  $1$ . co.  $3$ . m.  $1$ . co. & quia accepit  $1$ . co. igitur primus habebat de per se  $1$ . co.  $2\frac{1}{2}$ . m.  $2$ . co. & quia dando  $2\frac{1}{2}$ . tuorum secundo ipse secundus habebit  $5$ . p. igitur cum tunc  $2$ . habeat  $1$ . co.  $2\frac{1}{2}$ . V.  $1$ . co.  $3$ . m.  $2$ . co. erit ut detracta tali  $2\frac{1}{2}$ . a primo & additis  $5$ . partes sint æquales, igitur  $1$ . co.  $2\frac{1}{2}$ . V.  $1$ . co.  $3$ . m.  $2$ . co. æquabitur  $1$ . co.  $2\frac{1}{2}$ . m.  $2$ . co. m. V.  $1$ . co.  $3$ . m.  $2$ . co. quare detrachendo censum ex utraque parte remanebit  $2\frac{1}{2}$ . V.  $1$ . co.  $3$ . m.  $2$ . co. æqualis  $8$ . m.  $2$ . co. m. V.  $1$ . co.  $3$ . m.  $2$ . co. quare adde hanc radicem quæ est m. alteri parti & fient duæ  $2\frac{1}{2}$ . V.  $1$ . co.  $3$ . m.  $2$ . co. & sunt per regulam duplandi radices  $2\frac{1}{2}$ . V.  $4$ . co.  $2\frac{1}{2}$ . m.  $12$ .  $3$ . co. æquales  $8$ . m.  $2$ . co. quadra partes habebis  $64$ . p.  $4$ . co. m.  $32$ . co. æquales  $4$ . co.  $2\frac{1}{2}$ . m.  $8$ . co. auferes ab utraque parte  $4$ . co. & numerum detrahe a numero & res transpone habebis  $24$ . co. æquales  $52$ . quare res ualeat per  $48$ . capitulum  $2\frac{1}{2}$ . & quia secundus ponitur habere  $1$ . co. igitur secundus habebit  $4\frac{1}{2}$ . & quia detracta ei radice & data primo primus habet  $3$ . p. aufer  $2\frac{1}{2}$ . quæ fuit ut dictum est  $2\frac{1}{2}$  ex  $4\frac{1}{2}$  remanent  $2\frac{1}{2}$  adde  $3$ . fit  $5\frac{1}{2}$  &

tantum habuit primus accepta  $2\frac{1}{2}$ . secundi igitur detrahe  $2\frac{1}{2}$  ex  $5\frac{1}{2}$  remanent  $3\frac{1}{2}$  & tantum habuit primus, igitur primus habuit  $3\frac{1}{2}$  & secundus habuit  $4\frac{1}{2}$ .

Si quis dicat diuide  $10$ . in tres partes continue proportionales quod media ducta in aggregatum primæ & tertiæ faciat puta  $21$ . diuide  $10$ . in duas partes ex quarum multiplicatione producat  $21$ . per regulam vel per Algebra & erunt  $7$ . &  $3$ . deinde dic fac ex  $7$ . duas partes in quarum medio cadat  $3$ . per Algebra, vel per regulam suam erit igitur pars minor  $3\frac{1}{2}$  m.  $2\frac{1}{2}$ .  $3\frac{1}{2}$  & media  $3$ . & maior  $3\frac{1}{2}$  p.  $2\frac{1}{2}$ .  $3\frac{1}{2}$  pariformiter faciemus de  $10$ . partes tres continue proportionales ita quod ex prima in aggregatum secundæ & tertiæ fiat puta  $21$ . diuide primo  $10$ . in duas producentes  $21$ . & erunt  $7$ . &  $3$ . deinde diuide  $7$ . in duas partes in continua proportionalitate existentes cum  $3$ . per regulam vel per Algebra, & erit pars maior  $8\frac{1}{2}$  m.  $2\frac{1}{2}$ .  $23\frac{1}{2}$  & media  $23\frac{1}{2}$  m.  $1\frac{1}{2}$  & minor  $3$ .

Fac de  $10$ . quinque partes continue proportionales quarum quadrata iuncta faciant  $40$ . pro hac nota has duas regulas quas ego inueni, prima cum fuerint  $5$ . quantitates continue proportionales erit ut dimidium residui remanentis facta detractio omnium quadratorum  $5$ . quantitatum, ex quadrato aggregati dictarum  $5$ . quantitatum æquetur productioni aggregati dictarum  $5$ . quantitatum in aggregatum secundæ & quartæ quantitatis, secunda quod quadratum aggregati secundæ & quartæ quantitatis æquatur producto ex tertia quantitate in se ipsam & etiam in aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis simul iunctis & ambæ hæ regulæ possunt demonstrari Geometricæ.

His uisus quadra  $10$ . fit  $100$ . detrahe aggregatum quadratorum  $5$ . quantitatum quod dicis esse  $40$ . remanet  $60$ . cape dimidium quod est  $30$ . igitur productum ex aggregato  $5$ . quantitatum in aggregatum secundæ & quartæ facit  $30$ . igitur diuiso  $30$ . per  $10$ . aggregatum  $5$ . quantitatum exibat  $3$ . aggregatum secundæ & quartæ quantitatis, quare detracto  $3$ . à  $10$ . remanent  $7$ . aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis, & hoc per primam regulam.

Deinde dic habeo  $3$ . aggregatum secundæ & quartæ quantitatis &  $7$ . aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis igitur per secundam harum regularum quadratum de  $3$ . quod est  $9$ . est æquale productioni tertiæ quantitatis in se ipsam & in aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis, posita igitur tertia quantitate  $1$ . co. multiplica in se fit  $1$ . co. multiplica in  $7$ . fit  $7$ . co. igitur  $1$ . cen.  $21$ . co. æquatur  $9$ . quare valor rei est  $2\frac{1}{2}$ .  $3\frac{1}{2}$  & hæc est tertia quantitas, quadra eam fit  $33\frac{1}{2}$  m.  $2\frac{1}{2}$ .  $1041\frac{1}{4}$  fac igitur ex  $10\frac{1}{2}$  m.  $21\frac{1}{4}$  residuo & similiter ex  $3$ . duas partes quarum multiplicatio unius in alteram faciat  $33\frac{1}{2}$  m.  $2\frac{1}{2}$ .  $1041\frac{1}{4}$  dimidia  $3$ . fit  $1\frac{1}{2}$  quadra fit  $2\frac{1}{4}$  auferas  $33\frac{1}{2}$  m.  $2\frac{1}{2}$ .  $1041\frac{1}{4}$  fit  $2\frac{1}{4}$  m.  $1041\frac{1}{4}$  m.  $31\frac{1}{4}$  & huius  $2\frac{1}{4}$ . uniuersalis addita & detracta ab  $1\frac{1}{2}$  ostendit secundam & quartam quantitates, similiter diuide  $10\frac{1}{2}$  m.  $21\frac{1}{4}$  sunt  $5\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$  quadra sunt  $32\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$   $585\frac{1}{4}$  detrahe



trahe ex hoc quadratum tertiæ partis id est  $33\frac{1}{2}$  m. R. 1041  $\frac{1}{4}$  remanent R. 1041  $\frac{1}{4}$  m. R. 585  $\frac{45}{64}$  m.  $\frac{5}{8}$  & huius R. vniuersalis addita & detracta à  $5\frac{1}{4}$  m. R. 5  $\frac{5}{16}$  ostendit primam & quintam quantitatem erunt igitur quantitates vt infra.

Prima  $5\frac{1}{4}$  m. R. 5  $\frac{5}{16}$  m. R. V. R.  
 1041  $\frac{1}{4}$  m. R. 585  $\frac{45}{64}$  m.  $\frac{5}{8}$   
 Secunda  $1\frac{1}{2}$  m. R. V. R. 1041  $\frac{1}{4}$  m.  $31\frac{1}{4}$   
 Tertia R. 21  $\frac{1}{4}$  m.  $3\frac{1}{2}$   
 Quarta  $1\frac{1}{2}$  p. R. V. R. 1041  $\frac{1}{4}$  m.  $31\frac{1}{4}$   
 Quinta  $5\frac{1}{4}$  m. R. 5  $\frac{5}{16}$  p. R. V. R.  
 1041  $\frac{1}{4}$  m. R. 585  $\frac{45}{64}$  m.  $\frac{5}{8}$

Nota etiam ad similitudinem secundæ regulæ supradictæ in 4. quantitibus continue proportionalibus quod si ex quadrato aggregati omnium 4. quantitatum detrahatur aggregatum quadratorum dictarum 4. quantitatum & residui sumatur dimidium tale dimidium producet ex aggregato secundæ & quartæ quantitatis in aggregatum primæ secundæ & tertiæ vel ex aggregato primæ & tertiæ in aggregatum secundæ tertiæ & quartæ quantitatis exemplum sint quantitates 8. 12. 18. 27. quadratum aggregati est 4225. aggregatum quadratorum 1261. residuum est 2964. huius dimidium est 1482. hoc igitur producit ex aggregato secundæ & quartæ & est 39. in aggregatum primæ secundæ & tertiæ quod est 38. nam ex 38. in 39. fit 1482. & similiter idem 1482. producit ex aggregato primæ & tertiæ & est 26. in aggregatum secundæ tertiæ & quartæ quod est 57. nam 26. in 57. facit 1482.

153 Fac de 29. partes 5. continue proportionales ita quod media illarum sit 1. hæc patet ex præcedenti, habeas tamen pro regula ad facilius operandum vt addas illum numerum quem vis esse mediam quantitatem proportionalem & est 1. ad 29. fit 30. item minue ab eo 1.00. fit 30. m. 1. co. hoc semper multiplica in dictum numerum quem vis vt sit media quantitas & est 1. fit 30. m. 1. co. & hoc semper est æquale 1. ce. igitur si 1. ce. p. 1. co. æquatur 30. res valebit 5. per capitulum, & hoc semper est aggregatum secundæ & quartæ quantitatis, igitur aggregatum primæ tertiæ & quintæ est 24. & quia 1. est tertia quantitas igitur 23. erit aggregatum primæ & quintæ quantitatis, & per præcedentem quæstionem habebis quantitates hoc modo diuidendo 5. & 23. in duas partes reducentes 1. Et ita si diceret fac de 33.

Prima  $11\frac{1}{2}$  m. R. 131  $\frac{1}{4}$   
 Secunda  $2\frac{1}{2}$  m. R. 5  $\frac{1}{4}$   
 Tertia 1  
 Quarta  $2\frac{1}{2}$  p. R. 5  $\frac{1}{4}$   
 Quinta  $11\frac{1}{2}$  p. R. 131  $\frac{1}{4}$

partes 5. continue proportionales ita quod media sit 3. addde 3. ad 33. fit 36. minue 1. co. fit 36. m. 1. co. multiplica in 3. quod vis vt sit tertia quantitas fit 108. m. 3. co. & hoc æquatur 1. ce. igitur res valet 9. & hoc est aggregatum secundæ & quartæ quantita-

tis quare aggregatum primæ & quintæ est 21. ideo solue vt supra.

Quidam famulus fugiebat à Mediolano iens Neapolim & ibat ita quod singulo die 154

| Primus         | Secundus       |
|----------------|----------------|
| $\frac{1}{10}$ | $\frac{3}{10}$ |
|                | 2 Dies         |
|                | 14             |
|                | 3              |
|                | $4\frac{2}{3}$ |

perficiebat  $\frac{1}{10}$  totius itineris Dominus cognouit hoc infra biduum, & ita tertia die incepit sequi famulum & insecutus est eum ita quod qualibet die perficiebat  $\frac{1}{7}$  totius itineris, & nescio quot millaria sint à Mediolano Neapolim quæro igitur quando & vbi iunget eum, sic facies detrahe 7. à 10. fit 3. deinde multiplica 2. dies itineris primi anticipantis in 7. denominatorem secundi sunt 14. diuide 14. per 3. exit  $4\frac{2}{3}$  adde ei 2. dies fient dies  $6\frac{2}{3}$  & in tot diebus coniungentur probatio est quantum primus in diebus  $6\frac{2}{3}$  perfecit  $\frac{20}{3}$  totius itineris præcise, sed secundus in diebus  $4\frac{2}{3}$  perfecit  $\frac{14}{3}$  totius itineris, sed  $\frac{20}{3}$  &  $\frac{14}{3}$  sunt  $\frac{34}{3}$  totius itineris igitur erunt iuncti.

Posses per hoc facere quæstionem de situlis quarum vna post aliam descendit: item euntibus à Neapoli Mediolanum & à Mediolano Romam vbi coniungentur & est pulchra interrogatio, sed facilius soluitur per la co.

Quidam iuit peregre cum quantitate pecuniarum & lucratus est cubum decimæ partis capitalis & fuit lucrum 3. p. quam capitale quærentur capitale & lucrum, dices igitur quia 1. cu. m. 3. æquatur 10. co. adde 30. de communi fient 1. cu. p. 27. æqualia 10. co. p. 30. diuide per 1. co. p. 3. quinquagesimum primum capitulum sunt 1. ce. m. 3. co. p. 9. æqualia 10. quare 1. ce. æquatur 3. co. p. 1. igitur res valet  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $3\frac{1}{4}$  cape igitur 10. co. erunt 15. p. R. 325. & hoc fuit capitale, & quia lucrum fuit 3. p. igitur lucrum debet esse 18. p. R. 325. & tantus erit cubus,

$1\frac{1}{2}$  p. R.  $3\frac{1}{4}$   
 $5\frac{1}{2}$  p. R.  $29\frac{1}{4}$   
 $8\frac{3}{4}$  p. R.  $95\frac{1}{16}$   
 p. R.  $98\frac{5}{16}$  p. R.  
 $65\frac{13}{16}$

cuba igitur  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $3\frac{1}{4}$  primo Quadra fit  $5\frac{1}{2}$  p. R.  $29\frac{1}{4}$  multiplica igitur hoc in  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $3\frac{1}{4}$  fit vt vides  $8\frac{1}{4}$  p. R.  $95\frac{1}{16}$  p. R.  $98\frac{5}{16}$  p. R.  $65\frac{13}{16}$  sed R.  $95\frac{1}{16}$  est  $9\frac{1}{4}$  igitur additis  $8\frac{1}{4}$  &  $9\frac{1}{4}$  fiet hic cubus 18. p. R.  $65\frac{13}{16}$  p. R.  $98\frac{5}{16}$  & hoc æquatur 18. p. R. 325. igitur R. 325. æquatur duabus radicibus quæ sunt R.  $65\frac{13}{16}$  & R.  $98\frac{5}{16}$  quod scies quadrando R. 325. fit 325. Quadra R.  $65\frac{13}{16}$  p. R.  $98\frac{5}{16}$  fit 325. quod est propositum.

Diuide 10. per talem numerum quod 154 exeat 6. plus diuifore, fac sic semper cape dimidium 6. quod est 3. Quadra fit 9. adde ad 10. fit 19. cape R. 19. est R. 19. huic adde & minue dimidii numeri differentia quod est



est 3. fit  $\mathfrak{R}$ . 19.  $\mathfrak{m}$ . 3. vna pars, alia  $\mathfrak{R}$ . 19.  $\mathfrak{p}$ . 3. etenim diuiso 10. per  $\mathfrak{R}$ . 19.  $\mathfrak{m}$ . 3. exit  $\mathfrak{R}$ . 19.  $\mathfrak{p}$ . 3. quæ est 6.  $\mathfrak{p}$ . quam  $\mathfrak{R}$ . 19.  $\mathfrak{m}$ . 3. & est regula demodo in qua latet vis Algebræ ideo proposita non habenti algebra dum conuaret homo facere per viam fractionum induceret desperationem.

157 Diuide 12. in 4. partes continue proportionales ita quod quadrata primæ & quartæ partium sint duplum quadratorum secundæ & tertiæ partis, scias quod hæc posita est propter duo primum propter errorem 120. regulæ quadragesimisecondi capituli, nam illa regula deficit, nam si sane intelligatur ipsa est vniuersalis & tenet in conuertis & aliis fractis & surdis & est sensus cum fuerint 4. numeri quomodolibet tales quod differentia secundi à tertio sit æqualis primo & quod secundus & tertius æquantur quarto & est dicere cum fuerint 4. numeri quorum primus & secundus iuncti æquantur tertio atque secundus & tertius æquantur quarto tunc semper quadrata primæ & quartæ quantitatis sunt duplum quadratorum secundæ & tertiæ quantitatis, & hoc semper verum est pone igitur quod prima quantitas sit 1. co. igitur residuum erit 12.  $\mathfrak{m}$ . 1. co. & hoc æquabitur secundæ tertiæ & quartæ quantitati igitur per regulam quarta quantitas est 6.  $\mathfrak{m}$ .  $\frac{1}{2}$  co. adde ei 1. co. fit 6.  $\mathfrak{p}$ .  $\frac{1}{2}$  co.

|         |                                       |
|---------|---------------------------------------|
| Prima   | 1. co.                                |
| Secunda | 3. $\mathfrak{m}$ . $\frac{1}{2}$ co. |
| Tertia  | 3. $\mathfrak{p}$ . $\frac{1}{4}$ co. |
| Quarta  | 6. $\mathfrak{m}$ . $\frac{1}{2}$ co. |

|  |
|--|
| 6. co. $\mathfrak{m}$ . $\frac{1}{2}$ cen.                                   |
| 9. $\mathfrak{m}$ . 1 $\frac{1}{2}$ co. $\mathfrak{m}$ . $\frac{1}{16}$ cen. |

|         |  |
|---------|--|
| Prima   | 12. $\mathfrak{m}$ . $\mathfrak{R}$ . 115. $\frac{1}{2}$ |
| Secunda | $\mathfrak{R}$ . 64 $\frac{1}{2}$ $\mathfrak{m}$ . 6.    |
| Tertia  | 6. $\mathfrak{m}$ . $\mathfrak{R}$ . 7 $\frac{1}{2}$     |
| Quarta  | $\mathfrak{R}$ . 28 $\frac{1}{2}$                        |

cape dimidium quod est 3.  $\mathfrak{p}$ .  $\frac{1}{2}$  co. & hoc erit tertia quantitas detrahe eam à quarta remanet secunda 3.  $\mathfrak{m}$ .  $\frac{1}{2}$  co. cum igitur sint continue proportionales due primæ in quartam sunt 6. co.  $\mathfrak{m}$ .  $\frac{1}{2}$  co. due secundam in tertiam sunt 9.  $\mathfrak{m}$ . 1  $\frac{1}{2}$  co.  $\mathfrak{m}$ .  $\frac{1}{16}$  cen. quare tandem sunt 1. co.  $\mathfrak{p}$ . 28.  $\frac{1}{4}$  æqualia 24. co. quare tria valet 12.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 115  $\frac{1}{2}$  & hæc est prima quantitas hanc detrahe ex 12. remanent  $\mathfrak{R}$ . 115  $\frac{1}{2}$  cuius dimidium est  $\mathfrak{R}$ . 28  $\frac{1}{2}$  quantitas quarta, huic adde primam fit 12.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 28.  $\frac{1}{2}$  huius cape dimidium quod est 6.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 7  $\frac{1}{2}$  tertia quantitas, hanc detrahe ex quarta remanet  $\mathfrak{R}$ . 64.  $\frac{1}{2}$   $\mathfrak{m}$ . 6. hæc igitur quantitates sunt continue proportionales & quadratum primæ & quartæ sunt duplum quadratorum secundæ & tertiæ quod est propositum. Similiter si dicat inuenias 4.

|         |                            |
|---------|----------------------------|
| Prima   | 1. co.                     |
| Secunda | 4.                         |
| Tertia  | 4. $\mathfrak{p}$ . 1. co. |
| Quarta  | 8. $\mathfrak{p}$ . 1. co. |

|         |  |
|---------|--|
| Prima   | $\mathfrak{R}$ . 20. $\mathfrak{m}$ . 2. |
| Secunda | 4.                                       |
| Tertia  | $\mathfrak{R}$ . 10. $\mathfrak{p}$ . 2. |
| Quarta  | $\mathfrak{R}$ . 20. $\mathfrak{p}$ . 2. |

quantitates continue proportionales quod secunda sit 4. & quadrata primæ & quartæ sint duplum quadratorum secundæ & tertiæ tunc habes 4. secundam quantitatem. pone primam 1. co. igitur tertia quia componitur ex secunda & prima erit 4.  $\mathfrak{p}$ . 1. co. & 4. erit 8.  $\mathfrak{p}$ . 1. co. quia componitur ex secunda & tertia: sequere æquationem habebis primam & reliquas vt vides, & ita plures potes formare casus.

158 Diuide 10. in 3. partes continue proportionales ita quod quadrata primæ & tertiæ simul iuncta faciant 40. ex nonagesima secunda quæstione, hoc modo, quadra 10. fit 100. duplica semper fit 200. auferas numerum quem vis vt aggregent quadrata & est 40. remanent 160. accipe  $\mathfrak{R}$ . fit  $\mathfrak{R}$ . 160. ab ipsa detrahe numerum diuidendum & est 10. fit  $\mathfrak{R}$ . 160.  $\mathfrak{m}$ . 10. & hæc est secunda quantitas deinde, aufer eam ex 10. remanet 20.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 160. aggregatum primæ & tertiæ, diuide igitur 20.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 160. in duas partes ex quarum multiplicatione inuicem producat 260.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 64000. per centesimam vel centesimamdecimam sextam regulam quadragesimisecondi capituli, diuide igitur 20.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 160. per æqualia fit 10.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 40. quadra fit 140.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 16000. detrahe 260.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 64000. fit  $\mathfrak{R}$ .  $\mathfrak{R}$ . 16000.  $\mathfrak{m}$ . 120. cuius  $\mathfrak{R}$ . vniuersalis addita & diminuta à 10.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 40. ostēdit partes erunt, igitur partes vt vides probationem. Nā probatio facilis est quia omnes incruitationes radices vniuersalis cadunt, tam in aggregatione quam etiam in multiplicatione, productum enim primæ partis est 140.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 16000.  $\mathfrak{p}$ .  $\mathfrak{R}$ . 16000.  $\mathfrak{m}$ . 120. productum tertiæ est 140.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 16000.  $\mathfrak{p}$ .  $\mathfrak{R}$ . 16000.  $\mathfrak{m}$ . 120. co quod incruitationes cadunt vtrinque igitur aggregatum primæ & tertiæ est

|         |   |
|---------|---|
| Prima   | 10. $\mathfrak{m}$ . $\mathfrak{R}$ . 40. $\mathfrak{m}$ . $\mathfrak{R}$ .                     |
| V.      | $\mathfrak{R}$ . 16000. $\mathfrak{m}$ . 120.   |
| Secunda | $\mathfrak{R}$ . 160. $\mathfrak{m}$ . 10.  |
| Tertia  | 10. $\mathfrak{m}$ . $\mathfrak{R}$ . 40. $\mathfrak{p}$ . $\mathfrak{R}$ . V. $\mathfrak{R}$ . |
|         | 16000. $\mathfrak{m}$ . 120.  |

280.  $\mathfrak{m}$ . 240.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 64000.  $\mathfrak{p}$ .  $\mathfrak{R}$ . 64000. igitur hoc totum est 40. præcise. Dux enim  $\mathfrak{R}$ . 4000. faciunt  $\mathfrak{R}$ . 16000. & dux  $\mathfrak{R}$ . 16000. faciunt  $\mathfrak{R}$ . 64000. & similiter multiplicatio primæ in tertiam est 140.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 16000.  $\mathfrak{p}$ . 120.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 16000. quod est dicere igitur 260.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{R}$ . 64000. & hoc est quadratum de  $\mathfrak{R}$ . 160.  $\mathfrak{m}$ . 10.

Cum fuerint 6. quantitates continue proportionales, si aggregatum quadratorum 6. quantitatum minuatur ex quadrato aggregati dictarum quantitatum & residui sumatur dimidium & tale dimidium diuidatur per aggregatum omnium detracta prima quantitate exhibet aggregatum primæ tertiæ & quintæ quantitatis, si vero diuidatur per aggregatum omnium detracta sexta quantitate, exhibet aggregatum secundæ quartæ & sextæ quantitatis, & hæc regula est vniuersalis vt reliquæ & inuenta geometricæ, demonstratur enim ex quadragesimatercia primi elluatorum vt & omnes reliquæ exemplum capio 1. 2. 4. 8. 16. 32. aggregatum est 63. quadratum eius 3969. summa quadratorum



torum 1365. detracta à 3969. remanent 2604. diuide per aequalia exit 1302. diuide 1302. per 62. quod est aggregatum omnium dempto 1. prima quantitate exit 21. aggregatum primæ tertie & quintæ quantitatibus & similiter si diuideris 1302. per 31. quod est aggregatum omnium dempta sexta quantitate exhibit 42. aggregatum secundæ quartæ & sextæ quantitatibus.

Primum Exemplum.

|     |     |    |    |            |     |    |
|-----|-----|----|----|------------|-----|----|
| Rz. | cu. | 3. | p. | Rz.        | cu. | 2. |
| Rz. | cu. | 9. | m. | Rz.        | cu. | 6. |
|     | cu. | 4. |    |            |     |    |
| 3.  | p.  |    | 2. | productum. |     |    |

Secundum Exemplum.

|     |     |    |    |     |            |    |
|-----|-----|----|----|-----|------------|----|
| Rz. | cu. | 3. | m. | Rz. | cu.        | 2. |
| Rz. | cu. | 9. | p. | Rz. | cu.        | 6. |
|     | cu. | 4. |    |     |            |    |
| 3.  |     |    | m. | 2.  | productum. |    |

Tertium Exemplum.

|     |     |      |    |     |            |     |
|-----|-----|------|----|-----|------------|-----|
| Rz. | cu. | 10.  | p. | 2.  |            |     |
| Rz. | cu. | 100. | m. | Rz. | cu.        | 80. |
|     |     |      | p. | 4.  |            |     |
| 10. |     |      | p. | 8.  | productum. |     |

Quartum Exemplum.

|     |     |      |    |     |            |     |
|-----|-----|------|----|-----|------------|-----|
| Rz. | cu. | 10.  | m. | 2.  |            |     |
| Rz. | cu. | 100. | p. | Rz. | cu.        | 80. |
|     |     |      | p. | 4.  |            |     |
| 10. |     |      | m. | 8.  | productum. |     |

Quintum Exemplum.

|     |     |      |          |          |      |     |
|-----|-----|------|----------|----------|------|-----|
| Rz. | cu. | Rz.  | 100.     | p.       | 2.   |     |
| Rz. | cu. | 100. | m.       | Rz.      | cu.  | 80. |
|     |     |      | p.       | 4.       |      |     |
| Rz. | cu. | Rz.  | 1000000. | quod est | 10.  |     |
|     |     |      | p.       | 8.       | pro. |     |

Sextum Exemplum.

|     |     |      |         |          |      |     |
|-----|-----|------|---------|----------|------|-----|
| Rz. | cu. | Rz.  | 100.    | m.       | 2.   |     |
| Rz. | cu. | 100. | p.      | Rz.      | cu.  | 80. |
|     |     |      | p.      | 4.       |      |     |
| Rz. | cu. | Rz.  | 100000. | quod est | 10.  |     |
|     |     |      | m.      | 8.       | pro. |     |

159. Diuide 10. per Rz. cu. 3. p. Rz. cu. 2. item per Rz. cu. 3. m. Rz. cu. 2. Item per Rz. cu. 10. p. 2. Item per Rz. cu. 10. m. 2. Item per Rz. cu. Rz. 100. p. 2. Item per Rz. cu. Rz. 100. m. 2. Item per Rz. cu. 24. p. Rz. cu. 6. p. Rz. cu. 1½. Item multiplica Rz. 10. m. Rz. cu. 10. m. 2. hæc sunt 8. petitiones euacuantes totam rem Rz. cu. & quadratarum, & nihil aliud volunt nisi quod inuenias recisa & binomia sua aut trinomia id est tales numeros qui multiplicati per dictos diuifores faciant numeros integros aut factos non surdos, tales enim sunt diuifores boni.

Pro primis 6. casibus dico quod procedunt eodem modo ferme quadra vtrunque extremum & pone pro extremis, deinde multiplica vnum quadratum per alterum & producti accipe Rz. & pone eam in medio per p. si diuifor est recisum, vel per m. si est binomium, & tale trinomium simplex, aut trinomium recisum si multiplicetur in diuiforem producit numerum sanum, qui ponitur pro diuifore: deinde multiplicabis idem trinomium per 10. numerum diuidendum & producet trinomium diuidendum.

In primo igitur casu quadra Rz. cu. 3. fit Rz. cu. 9. quadra Rz. cu. 2. fit Rz. cu. 4. multiplica Rz. cu. 9. in Rz. cu. 4. fit Rz. cu. Rz. 36. quod est

Rz. cu. 6. hanc pone m. quia Rz. cu. 3. p. Rz. cu. 2. fuit binomium.

Et nota quod productum erit illud quod producit ex extremis tantum inuicem, nam alie cruciationes cadunt quare multiplica Rz. cu. 3. in Rz. cu. 9. fit Rz. cu. 27. quod est 3. multiplica Rz. cu. 2. in Rz. cu. 4. fit Rz. cu. 8. p. quod est 2. igitur productum erit 3. p. 2. quod est 5. & ita vides in exemplo secundo quod trinomium est per p. quia diuifor fuit Rz. cu. 3. m. Rz. cu. 2.

Et ita in tertio exemplo quadra Rz. cu. 10. fit Rz. cu. 100. quadra 2. fit 4. multiplica 4. in Rz. cu. 100. cuba 4. fit 64. multiplica 64. in 100. fit 6400. cape Rz. 6400. quæ est 80. & Rz. cu. 80. est media quantitas erit igitur hæc minuenda & fiet trinomium recisum Rz. cu. 100. m. Rz. cu. 80. p. 4. quare in quarto exemplo erit etiam idem, sed per p. & ita productum exit ex extremis in tertio exemplo 18. & in quarto erit 2.

Pro quinto exemplo similiter quadra Rz. cu. Rz. 100. fit Rz. cu. 100. quadra 2. fit 4. multiplica vnum per aliud cubando 4. fit Rz. cu. Rz. 6400. quod est Rz. cu. 80. vt prius & ita fit trinomium Rz. cu. 100. m. Rz. cu. 80. p. 4. & posui Rz. cu. Rz. 100. quia idem est quod Rz. cu. 10. vt videres veritatem, & ita dicemus in sexto exemplo quod trinomium recisum erit Rz. cu. 100. p. Rz. cu. 80. p. 4. sunt & in his sex modis alie regulæ inueniendi recisa veluti recisum de Rz. cu. 3. p. Rz. cu. 2. est Rz. cu. 243. m. Rz. cu. 162. p. Rz. cu. 108. m. Rz. cu. 72. p. Rz. cu. 48. m. Rz. cu. 32. & productum est ex extremis videlicet Rz. cu. 729. quod est 9. m. Rz. cu. 64. quod est 2. & ita est 7.

Modus inueniendi tale recisum est vt inuenias primum relatum de 3. & est 243. quia fit ex cubo 3. quod est 27. in quadratum 3. quod est 9. & ita inuenies primum relatum de 2. quod est 32. deinde interpone 4. numeros continuè proportionales inter eos quorum primus est ex ce. ce. 3. in 2. secundus ex cubo 3. in quadratum 2. tertius ex cu-

|     |     |          |    |     |     |             |
|-----|-----|----------|----|-----|-----|-------------|
| Rz. | cu. | 3.       | m. | Rz. | cu. | 2.          |
| Rz. | cu. | 243.     | m. | Rz. | cu. | 162.        |
|     |     | cu. 108. |    |     |     |             |
| m.  | Rz. | cu. 72.  | p. | Rz. | cu. | 48.         |
|     |     | cu. 32.  |    |     |     |             |
| Rz. | cu. | 729.     | m. | Rz. | cu. | 64.         |
|     |     |          |    |     |     | quod est 7. |

bo 2. in quadratum 3. quartus ex ce. ce. 2. in 3.

Est & alius modus in his 6. exemplis talis accipe Rz. 3. tanquam 3. non sit cubus deinde dic si 3. esset 2. quod esset Rz. 3. multiplica Rz. 3. in 2. fit Rz. 12. diuide per 3. quadratum, exit Rz. 4. & similiter dic si 3. fieret 2. quod esset Rz. 1. & fiet Rz. 16. his tribus numeris habitis qui sunt Rz. 3. Rz. 1. Rz. 16. adde eis Rz. cu. fient Rz. cu. Rz. 3. Rz. cu. Rz. 1. Rz. cu. Rz. 16. & hoc est conuersum de Rz. cu. 3. p. Rz. cu. 2. vel de Rz. cu. 3. m. Rz. cu. 2. ponendo Rz. cu. Rz. 1. & contrario vt vides in exemplis, hic tamen modus est confusior & producit ad Rz. quadratam.

|     |     |            |    |     |     |        |
|-----|-----|------------|----|-----|-----|--------|
| Rz. | cu. | 3.         | p. | Rz. | cu. | 2.     |
| Rz. | cu. | Rz. 3.     | m. | Rz. | cu. | Rz. 1  |
|     |     | cu. Rz. 16 |    |     |     |        |
|     |     |            |    |     |     | Rz. 3. |



1. R. 1.  $\frac{1}{2}$  productum.  
 hic inter faciunt 8

2. R. 3. m. R. cu. 2.  
 R. cu. 1. p. R. cu. R. 1  $\frac{1}{2}$  p. R.  
 cu. R.

3. m. R. 1  $\frac{1}{2}$  productum  
 hic inter faciunt 8

4. R. cu. 14. p. R. cu. 6. p. R. cu. 1  $\frac{1}{2}$   
 R. cu. 576. m. R. cu. 144.

5. m. 6. productum.  
 quod est 18.

6. R. cu. 24. m. R. cu. 6. p. R. cu. 1  $\frac{1}{2}$   
 R. cu. 576. p. R. cu. 144.

7. p. 6. productum  
 quod est 36.

Et ex hoc patet quod infinita sunt eius-  
 dem generis binomia recta, siue quadrati si-  
 ne cubi atamen primus modus est facilior  
 & etiam abulior quandoque tamen indi-  
 gemus alio.

Ex hoc tamen ultimo modo elicitur faci-  
 lius locum de R. cu. 24. p. R. cu. 6. p. R. cu. 1.  
 nam quadrata 24. fit 576. & eius R. cu. est  
 primus numerus deinde multiplica 24. in 6.  
 fit 144. & huius R. cu. est numerus secundus  
 p. R. cu. 6. est p. vel e contra  
 ut videtur in figura nam si recisum de R. cu.  
 576. fit R. cu. 144. est per ultimum modum R.  
 cu. 24. p. R. cu. 6. p. R. cu. 1. sed  
 R. cu. 576. p. R. cu. 6. p. R. cu. 1. est  
 R. cu. 24. p. R. cu. 6. p. R. cu. 1. igitur bino-  
 mia de R. cu. 24. p. R. cu. 6. p. R. cu. 1. est 1  
 R. cu. 576. m. R. cu. 144. quod erat manife-  
 standum.

R. cu. 10. m. 2.

R. cu. 10. m. 2.

R. cu. 100. p. 4. m. R. cu.

80. m. R. cu. 80. quod est.

R. cu. 640.

Quid si velis multiplicare R. 10. in R. cu.  
 10. m. 2. tunc quadrata utramque partem & pri-  
 mo quadrato 10. m. 2. fit 10. & hoc est clarum  
 deinde quadrata R. cu. 10. m. 2. multiplicando  
 quatuordecim partem in se fiet primo R. cu. 100.  
 p. 4. deinde multiplica in crucem cubando  
 2. habebis m. R. cu. 80. bis, hoc autem est  
 æquale multiplicationi per 8. nam duplicare  
 R. cu. 80. est multiplicare per 8. igitur ex tali  
 quadratura proveniet R. cu. 100. p. 4. m. R.  
 cu. 640. quare multiplicando hoc per 10. fiet  
 productum R. quadrata V. 40. p. R. cu. 100000.  
 m. R. cu. 64000.

160 Massa auri de liga ponderis dragmarū 10.  
 & habentis argenti R. cu. 10. valet ducatos  
 10. & alia massa eiusdem ponderis videlicet  
 dragmarum 10. habens argenti R. 10. eadem  
 ratione valet ducatos 9. queritur valor auri  
 & argenti hac soluitur per vigesimam quar-  
 tam regulam 5. capitali 1. exemplo finali  
 abbreviando ipsum, pone ut vides & diuide  
 R. 10. per R. cu. 10. exit R. cu. R. 10. & hoc  
 multiplica per 10. m. R. cu. 10. & per 10. &  
 exiunt R. cu. R. 1000000. m. R. 10. & R. cu.  
 R. 1000000. nam hoc est ac si diuisses per  
 R. cu. 10. & post multiplicasses prouenientia  
 per R. 10. ab his igitur per dictam regulam

Tom. IV.

auferes 10. m. R. 10. & 9. quæ sunt posita in-  
 ferius habebis igitur pro diuifore R. cu. R.  
 10000000. m. 10. & pro diuidendo R. cu. R.

|                   |               |    |
|-------------------|---------------|----|
| 10. m. R. cu. 10. | R. cu. 10.    | 10 |
| 10. m. R. 10.     | R. 10.        | 9  |
|                   | R. cu. R. 10. |    |

R. cu. R. 10000000. m. R. 10.

R. cu. R. 10000000.

10. m. R. 10. 9

R. cu. R. 10000000. m. 10.

R. cu. R. 10000000. m. 9.

R. cu. 10000000. p. R. cu.

R. 10000000000000. p. 100.

Productum R. 10000000. m. 1000.

Recisum R. 10000000. p. 1000.

Productum 9000000. & est diuifor.

10000000. m. 9. quadra igitur per sextum  
 exemplum R. cu. R. 10000000. fit R. cu.  
 10000000. p. R. cu. 10000000000000. p. 100.  
 igitur productum erit ex extremis videlicet  
 R. 10000000. m. 1000. quare recisum etiam  
 eius erit R. 10000000. p. 1000. & productum  
 erit 9000000. quod est diuifor, & ideo multi-  
 plicabimus primum recisum quod fuit trino-  
 mium videlicet R. cu. 10000000. p. R. cu. R.  
 10000000000000. p. 100. in R. 1000000000. p.  
 1000. & productum multiplicabimus per R.  
 cu. R. 10000000. m. 9. & quod producit di-  
 uidemus per 9000000. & exiens est valor  
 vnius dragmæ auri puri.

|                               |                         |
|-------------------------------|-------------------------|
| 11 10. 200                    | 181 $\frac{9}{11}$      |
| 11 10. 181 $\frac{9}{11}$     | 165 $\frac{121}{11}$    |
| 11 10. 165 $\frac{121}{11}$   | 150 $\frac{1331}{11}$   |
| 11 10. 150 $\frac{1331}{11}$  | 136 $\frac{14641}{11}$  |
| 11 10. 136 $\frac{14641}{11}$ | 124 $\frac{161051}{11}$ |

Quidam locauit agrum pro lib. 200. singu-  
 lis annis ad 5. annos & vult omnes pecunias  
 in initio locationis, emphiteota vult dare ad  
 meritum 10. pro centum queritur quantum  
 debet esbursare, hæc posita fuit in quæstio-  
 ne octuagesimaprima & vtraque regula sol-  
 uendi est bona atamen quia cecidit modicus  
 error in operando licet leuissimus, & quia hic  
 modus est facilior visum est vt ponerem ip-  
 sum quia igitur lucratur 10. pro 100. igitur  
 ex 10. facit 11. multiplica igitur 10. in 200. fit  
 2000. diuide per 11. exit 181  $\frac{9}{11}$  & hoc potest  
 pro primo, deinde multiplica idem 181  $\frac{9}{11}$   
 in 10. fit 1818  $\frac{9}{11}$  diuide per 11. exit 165  $\frac{35}{11}$   
 hoc pone pro secundo, & similiter multipli-  
 ca 165  $\frac{35}{11}$  in 10. fit 1652  $\frac{108}{11}$  diuide per 11  
 exit 150  $\frac{133}{11}$  pro tertio, similiter hoc multi-  
 plica per 10. habebis 1502  $\frac{833}{11}$  diuide per  
 11. exit 136  $\frac{8824}{11}$  pro quarto, similiter pro  
 quinto multiplica 136  $\frac{8824}{11}$  in 10. fit 1366  $\frac{394}{11}$   
 diuide per 11. exhibit 124  $\frac{29876}{11}$  pro 5.  
 tot enim sunt anni locationis iunge hos  
 quinque redditus vt vides & habebis lib.  
 758  $\frac{25343}{11}$

Inuenias R. de 9. p. R. 80. item R.  
 de 8. m. R. 60. item R. de R. 20. m. 4.  
 item de R. 20. p. R. 8. superius in  
 capitulo vigesimoquinto declarauimus  
 R quod

161

162



Et similiter pro tertio exemplo diuide 4. per æqualia fit 2. quadra fit 4. diuide  $\mathcal{R}.$  20. in duas partes ex quarum multiplicatione producat 4. & fient  $\mathcal{R}.$  5.  $\mathcal{M}.$   $\mathcal{R}.$  1. &  $\mathcal{R}.$  5.

m. R. V. L. R. 5. m. R. I.

m. R. V. L. R. 5. m. R. i.

Ḥ. Ḥ. Ḥ. L. ʔ. 5. m. ʔ. 1.

Inuenias 3. quantitates continuè proportionales quarum secunda sit 2. cu. aggregati primæ & tertiæ & summa quadratorum omnium sit tripla ei quod sit ex secunda quantitate in aggregatum omnium, pone quod secunda sit 1. co. igitur aggregatum primæ & tertiæ est 1. cu. igitur summa omnium est 1. cu. p. 1. co. pro inuenienda autem summa



Prima quadratorum trium quantitatum  
continua proportionalium nota hanc regu-  
lam. Quod a aggregatum primæ & tertie  
trium quantitatum continua proportionalium  
& a productio superes quadratum secundæ  
quantitatis residuum est quod queris: qua-  
drata igitur 3. cu. quod est aggregatum primæ  
& tertie 1. ce. 1. ce. 1. ce. quadratum  
1. remanet 1. ce. cu. in. 1. cen pro aggrega-  
to trium quadratorum hoc autem debet esse  
triplicum productio secundæ in totum aggrega-  
tum tale autem productum est 1. ce. ce. p.  
1. ce. igitur 1. ce. cu. in. 1. ce. æquatur 3. ce.  
ce. p. 3. ce. quare 1. ce. cu. æquatur 3. ce. ce.  
p. 4. ce. scilicet igitur per 1. ce. fiet 1. ce.  
ce. æquatur 3. ce. p. 4. quare res valet 8. V.  
8. 6. p. 1. quod est 1. & hæc est secunda  
quantitas primam & tertiam inuenies esse 8.  
quia est cubus de 2. igitur fac de 8. duas  
partes in quatum medio cadat 2. per cente-  
simam regulam habebis igitur. Primam 4.  
165 in. 12. Secundam 2. Tertiam 4. per 8. 12.

Queritur quomodo inueniantur duo mo-  
tores qui nunquam iungentur in eisdem  
punctis vsque in æternum & dimittent infi-  
nita puncta in quibus non coniungentur &  
vltra hoc dimittent infinita puncta  
in quibus non coniungentur hæc sunt tres  
conditiones, & dicitur quæstio hæc quæstio  
inveniendi de infinito, & est ex libro de myste-  
riis æternitatis. Respondeo igitur quod si  
sint duo motus qui perficiant resolutiones  
in temporibus inueniuntur incommensurabili-  
bus quod talibus evenit prædicta omnia,  
quod enim non coniungantur in eodem pun-  
cto vsque in æternum patet ex vigesima  
quæstione & hoc est primum, secundum, sic  
sit quod vnum moueatur in 8. 7. reliquum  
in 8. 5. dierum & primum vocetur A secun-  
dam b, & patet quod talia tempora etunt in-  
commensurabilia quia 7. in 5. non producit  
numerum quadratum sint igitur iuncta in  
puncto A dico quod non coniungentur in  
aliquo puncto distante ab A per partem toti  
commensurabilem id est nec per medietatem  
circuli aut tertiam partem aut quartam & sic  
in infinitum cum igitur sint infinita puncta  
distantia ab A per partes commensurabiles  
& in nullo eorum coniungentur patet secun-  
dam propositum: ex hoc patet tertium nam  
cum semper coniungantur in punctis diuer-  
sis vsque in infinitum per primam condi-  
tionem & cuilibet puncto correspondent infinita  
puncta in quibus non coniungentur igitur  
dimittent infinites infinita puncta in qui-  
bus vsque in æternum non coniungentur,  
nec potest dici quod commensurabilia pun-  
cta vnus coincidunt commensurabilibus  
alicuius alterius nam sic sequeretur quod  
puncta principalia distarent per partes com-  
mensurabiles quod est contra positum, patet  
sequela ex octaua decimi Euclidis: quod  
autem non possint coniungi in aliquo pun-  
cto commensurabili amplius patet: nam si sic  
coniungantur in c. distante ab a. per tertiam  
partem circuli in annis 1000. igitur in annis  
3000. iterum coniungentur in A quod est  
contra posita in vigesima quæstione quæ fū-  
datur super decimam sextam decimi Euclidis.

Patet igitur conclusio quod a & b moue-

Tom. I V.

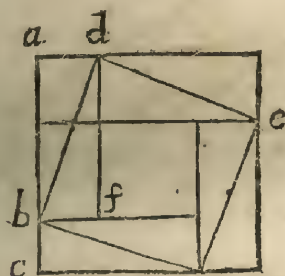
bantur vniformiter in aliquo circulo, &  
nunquam coniungentur in eodem puncto,  
sed coniunctio eorum erit diuersa in infini-  
tum ita quod in infinitis punctis coniun-  
gentur diuersis & quod infinita erunt puncta  
in quibus non coniungentur, & quod infini-  
ties infinita puncta erunt omnino diuersa  
in quibus non coniungentur, & ita erit in-  
finitum triplicatum. Ex quo sequitur quarta  
quod si essent infinita mobilia in eodem  
puncto quorum quodlibet moueretur tem-  
poribus incommensurabilibus alteri, quod  
vltra prædicta nullum eorum vnquam con-  
iungeretur cum duobus ex aliis vsque in  
æternum neque in vno eodem tempore ne-  
que in diuersis & hoc fere transcendit cogi-  
tationem humanam.

Ex his liquet infinites infinita esse possi-  
bilia secundum causas materias & secundum  
efficientes in vniuersali quæ tamen nunquam  
erunt vsque in æternum, & tamen vsque in  
æternum nunquam idem aliquid redibit in  
quo opus abyssus diuinæ sapientiæ laudatur.

## C A P V T LXVII.

De Geometricis quæstionibus.

Cum dixerit duos habeto numeros qui  
tantum aggregant quantum multipli-  
cent & eorum quadrata iuncta sint 24. geo-  
metricæ, accipe igitur lineam maiorem a. b.  
& minorem b. c. & ponatur a. d. æqualis b. c.  
igitur b. d. est 8. 24. æquatur enim quadra-  
tis a. b. & a. d. quare quadratum b. e. est 24.  
& quadratum a. c. superat quadratum b. e.  
in quatuor trigonis a, b, d, quare in duabus



superficiebus a, d, b, f, sed hæc supponitur in  
numero æqualis a, c, lineæ propterea quod  
tantum aggregant quantum multiplicat a,  
b, & b, c, ideo a, c, est 8. V. 24. plus du-  
plo suimet, & est 6. quia census æquatur  
24. & duabus radicibus, ditide igitur 6. in  
duas partes quarum quadrata sint 24. & erit  
per quadragesimum nonum capitulum a. b,  
maior 3. p. 8. 3. & b, c, minor 3. m. 8. 3. &  
per hunc modum solves alias innumerabiles  
quæ sunt in duobus numeris querendis.

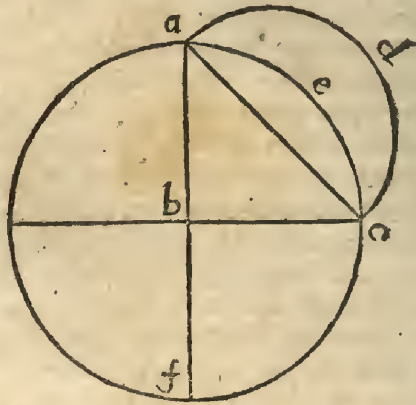
Cum dixerit quis habita diametro alicuius  
circuli da mihi aream & latera circumscrip-  
tibilium figurarum tunc ex diametro habes  
latera consimilis figuræ inscriptibilis ex capi-  
tulo sexagesimotertio, deinde quære katetū  
ad latus figuræ inscriptibilis qui cognoscitur  
per capitulū 63. verum ad maiorem facilita-  
tem descripsi katetū a centro circuli circums-  
cribentis ad latus cuiuslibet figuræ vt vidēs.

R 2

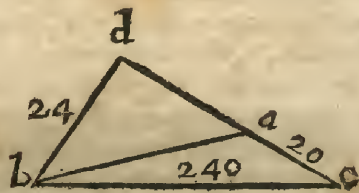
Semi



|                          |      |
|--------------------------|------|
| Semidiameter circuli.    | 5000 |
| Katetus trigoni.         | 2500 |
| Katetus quadrati.        | 3536 |
| Katetus pentagoni.       | 4045 |
| Katetus exagoni.         | 4330 |
| Katetus eptagoni.        | 4504 |
| Katetus octogini.        | 4619 |
| Katetus nonagoni.        | 4698 |
| Katetus decagoni.        | 4750 |
| Katetus vndecagoni.      | 4797 |
| Katetus duodecagoni.     | 4829 |
| Katetus tredecagoni.     | 4854 |
| Katetus quatuordecagoni. | 4874 |
| Katetus quindecagoni.    | 4890 |

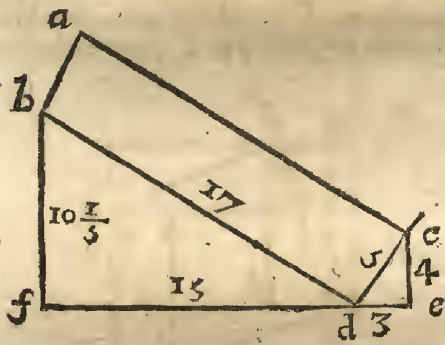


Sit Castellum a. b. c. aqua cinctum cuius  
vnum latus a. c. cognoscam & sit 20. pedum  
sit autem formæ triangularis reliqua autem



Eo igitur inuento duc semidiametrum cir-  
 culi in latus figuræ inscriptibilis : & produ-  
 ctum diuide per chatetum : quod exit est la-  
 tus figuræ circumscripibilis quo inuento ha-  
 bes aream per sexagesimumtertium capitu-  
 lum, exemplum volo aream eptagoni cir-  
 cumscripibilis circulo cuius diameter est 10.  
 igitur per sexagesimumtertium capitulum  
 erit latus eptagoni inscriptibilis  $4\frac{31}{100}$  & ka-  
 tetus  $4\frac{63}{125}$  duco igitur semidiametrum in  $4\frac{31}{100}$   
 fiunt 21  $\frac{119}{200}$  diuido per  $4\frac{63}{125}$  exeunt  $4\frac{31}{100}$   
 & tantum erit latus circumscripibilis  
 eptagoni quo habito habes aream.

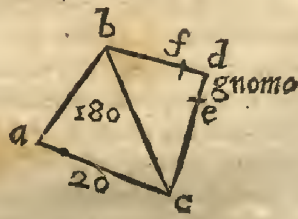
3 Fuit superficies a.b.c.d. paralelograma la-  
tus b.d. 17. d.e. 5. c.e. chatetus 4. quaritur b.  
f. quanta sit, erit igitur angulis c.d.f. aequalis  
duobus d.e.c. & d.c.e. per trigessimam secundam  
primi euclidis, & quia b. d. c. & c.



funt rectj erit angulus d.c.e. æqualis b. d. f.  
quare trigoni similes b.d.f. & c.d.e. & ex his  
proportio b.d.ad b. f. vt c. d.ad d.e. est autem  
d.e. per quadragesimam sextam primi 3. du-  
cta in b. d. fit 51. diuide per c. d. quæ est 5.  
exit b.f. 10  $\frac{1}{5}$

4 Si sit a. c. latus quadrati inscripti circulo  
a. c. f. volo cognoscere. Figuram lunarem a.  
d. c. e. erit enim æqualis area trigoni a. b. c. eo  
quod tam semi circulus a. d. c. quam superfi-  
cies a. b. c. e. est quarta pars circuli a. f. c. Vn-  
de detracta de communi superficie a. e. c. re-  
manebit trigonus a. b. c. æqualis lunari super-  
fici a. d. c. e. sit igitur diameter a. f. 10. igitur  
quadratum inscriptibile erit 50. quare trigo-  
nus a. b. c. erit  $12 \frac{1}{2}$  & superficies linaris a. d.  
c. e. erit etiam  $12 \frac{1}{2}$  præcise.

duo latera a.b. & b.c. nesciam quanta sint ;  
nec possum mensurare, volo scire quantæ sit  
magnitudinis area a. b. c. ponam oculum  
meum in directo lineæ a. c. ita quod murus  
a.c. possit simul per longitudinem suam vi-  
deri deinde elongabo me tantum donec  
gnomo positus super d.c. respiciat altero la-  
tere punctum b. & sit punctus ille d. in quo  
gnomo vno latere stat super d. c. & reliquo  
respiciat punctum b. deinde mensurabo d.b.  
vt docebo infra quæ sit 24. gratia exempli  
cuius medietatem videlicet 12 multiplicabo  
in a. c. sit 240. & tanta est area trigoni a. b.  
c. quæ sita. Est autem gnomon Figura capiens  
rectum angulum qua lignarij omnes vtun-  
tur ad quadrandas asseres & tabulas.



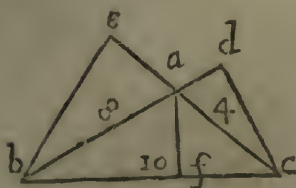
Si autem trigonus ille esset acutorum angulorum constitue gnomonem iuxta angulum oppositum lateri cognito ita quod de directo talem angulum respiciat vno latere at altero perpendiculariter respiciat latus, cognitum in extremitate & talem lineam mensurabis cuius dimidium multiplicabis in latus cognitum veluti in trigono a. b. c. latus a. c. sit 20. passus pono gnomonem in d. & ita quod per vnum latus perpendiculariter respiciat a. c. per aliud punctum b. & mensurabo d. c. quæ sit 18. exempli gratia capio dimidium 18. & est 9. duco in 20. sit 180. area trigoni.

Sit



## De Geometricis quaestionibus. 197

In triangulo a. b. c. qualescunque formae  
colorum a vultu lateris sic tot. aliud 8. aliud 4.  
vultu lateris in quibus locis cadant kateti per  
vultum regulam solam & est centesima qua-  
dragesima sexa quadragesimasecundi capitu-  
li de primo a puncto a super lineam b. c.  
quales latera continentia punctum & sunt  
a. b. 64. & c. 16. sunt 64. & 16. subtrahite mi-



100 de maiore remanet 48. dūde 48. per  
 basim quæ est 12. exit  $4\frac{1}{2}$  & quia  $4\frac{1}{2}$  est  
 minus quam 12. detrahe  $4\frac{1}{2}$  de 10. reman-  
 ent 5  $\frac{1}{2}$  dū de 5  $\frac{1}{2}$  per medium exit  $2\frac{1}{4}$  &  
 tantum distans cader katerus a. f. a latere  
 minore continentium punctum à & est a. c.  
 ut igitur f. c.  $2\frac{1}{4}$  & nota quando  $4\frac{1}{2}$  quod  
 est exiens ex prima diuisione est minus basi  
 quæ opponitur angulo. a. à quo trahis kate-  
 tum tūper katerus cadit intra trigonum,  
 si vero exit æqualis latus minus ex conti-  
 nentibus erit præter katerus, si vero exiens  
 est maior basi katerus cadet extra trigo-  
 num latius distans a minore latere conti-  
 nentium quam a. c. est medietas excessus ex-  
 currens supra basim. Exemplum volo katerum  
 a puncto b. super a. c. quadro latera  
 continentia b. d. sunt 100. & 64. detraho  
 64. ex 100. & remanet 36. diuido per  
 basim id est latus oppositum angulo. b. à  
 quo volo ducere katerum & est a. c. quod est  
 4. uti a. c. quæ 10. est maior quam 4. kate-  
 rum cadit extra trigonum detrahe igitur 4. ex  
 9. remanet 5. dūde per medium exit  $2\frac{1}{2}$  &  
 tantum distans cader katerus a puncto à.  
 Et non minus volo ducere katerum a puncto c.  
 super a. b. quadro latera continentia pun-  
 ctum c. & sunt 100. & 16. detraho 16. ex  
 100. remanet 84. diuido per basim super  
 quam volo ducere katerum & est a. b. quæ  
 est 8. exit  $10\frac{1}{2}$  & quia hoc excedit 8. cadet  
 katerus extra trigonum subtrahe igitur 8. ba-  
 sim ex  $10\frac{1}{2}$  excurrere producit  $2\frac{1}{2}$  cuius me-  
 dietas est  $1\frac{1}{4}$  & tantum erit distans katerus  
 c. d. a puncto. a. & erit a. d.  $1\frac{1}{4}$

Te ex hoc habebitur quilibet katerus  
quatuor fit nam detracto quadrato a.d. quod  
est  $16\frac{1}{2}$  ex quadrato a. e. quod est 16. relin-  
quunt quadratum c.d.  $14\frac{1}{2}$  igitur e. d. est  $3\frac{1}{2}$ .  
Ita  $3\frac{1}{2}$  ex quadrato detracto quadrato f. e. quod  
est  $16\frac{1}{2}$  ex quadrato a. e. quod est 16. reman-  
et quadratum a. f.  $9\frac{1}{4}$  quare katerus a. f. est  
 $3\frac{1}{4}$ . Ita similiter detracto quadrato a. e.  
quod est  $16\frac{1}{2}$  ex quadrato b. lateris con-  
teruntur trigoni quod est 64. remanet quadra-  
tum b. e.  $57\frac{1}{4}$  cuius  $2\frac{1}{2}$  est b. e. katerus vi-  
delicet  $2\frac{1}{2}$ .

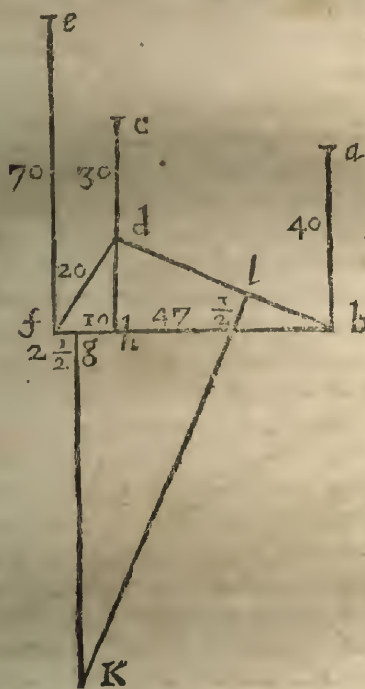
Ex hoc habebitur, area trigoni nam  
 binae ducta multiplicare basis super quam  
 cadit haec uti katetum quod producitur est  
 super hoc trigoni veluti katetus a. f. est 2.  
 9 = ducta in dimidium b. c. fit 2. 23 1. & 2.

Tom. 117.

231. est area trigoni similiter capio katetum  
c. d. qui fuit  $R. 14 \frac{7}{10}$  & duco in dimidium  
a. b. basissuper quam cadit & fit  $R. 231$ . vt  
prius & similiter duco katetum b. e. qui fuit  
 $R. 57 \frac{1}{4}$  in dimidium a. c. & est 2. fit  $R. 231$ .  
vt prius & hic est alius modus mensurandi  
trigonos alius à sexagesimotertio capitulo.

|     |    |      |
|-----|----|------|
| 30  | 50 | 40   |
| 900 | 50 | 1600 |
|     | 14 | 9    |
|     | 36 | 700  |
|     | 2  | 50   |
|     | 18 | 2714 |

Sint duæ turres vna altitudinis pedum 40.  
alia 30. distantes pedibus 50. & duæ aues ab  
earum summitatibus æqualiter volantes def-  
cendant super planum quærò vbi iungentur



& est dicere inuenire punctum inter eas  
æqualiter distans ab vtraque summitate,  
hæc similiter fit per centesimam trigesi-  
mam sextam quadragesimisecondi capituli  
quadra 40. fit 1600. quadra 30. fit 900.  
subtrahe 900. de 1600. remanent 700. diuide  
per 50. exit 14. detrahe 14. ex 50. remanet  
36. accipe dimidium quod est 18. & tantum  
distabit punctus ille à pede maioris turris.

Sint tres turres a. b. c. d. e. f. quarum a. b. 10  
 altitudo sit 40. pedes c. d. 30. e. f. 70. distan-  
 tia autem a. b. & c. d. sit pedum 50. distancia  
 autem a. b. & e. f. sit pedum 60. distancia au-  
 tem C. D. & E. F. sit pedū 20. volo proten-  
 torio extendendo innenire punctum æquali-  
 ter distantem à summitatibus illarum trium  
 turrium in plano. In hoc considera maius la-  
 tus in trigono, b. d. f. & scis quod ex suppo-  
 sito maius latus est b. f. quia est 60. quare  
 igitur per modum 10. quæstionis præcedentis  
 punctum in linea f. b. æqualiter distantem à  
 summitatibus turrium a. b. & e. f. & erit di-

R 3

Itans







# De Geometricis quaestionibus. 199

latus panni planum vocat p. ut pro-  
portio hoc p. & super reducitur ad al-  
titudinem p. tunc.

Quidam itaque vestem ex panno cuius la-  
titudinis br. 2. vestis longitudo br. 2. lati-  
tudo in fundo br. 1. in latitudine br. 1.  
modis sequens & multi, fac igitur ut colligi-  
tur ex demonstracione nostra super decimam  
etiam quam Euclidem libro secundo an-  
notauimus super Euclidem hoc modo quod  
generatim est omnibus vestibus existentibus  
in latitudine per latum id est quae non habent  
latus ut dicunt vulgare valet igitur huc  
ratio in totum ut sunt vestes Venetorum &  
panni & licet & generaliter in omnibus

$$\begin{array}{r} 10 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \\ \frac{1}{2} \quad 1 \quad 2 \quad \frac{1}{2} \\ 2 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \\ \hline 5 \\ \hline 11 \quad \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \hline 11 \end{array}$$

vestibus longis & breuibus quas homines  
partant extra domum detraho, 1. ex 10. re-  
manet 9. dico per virgulam si 9. facit 1.  
quid facit 2. & facit  $\frac{1}{2}$  ad 10 ad 2. quod est  
longitudo fit 2.  $\frac{1}{2}$  multiplico 2.  $\frac{1}{2}$  in diuisionem  
ita quod est 1. fit 12. & similiter multi-  
plicat in diuisionem 1. quod est  $\frac{1}{2}$  id est fit  
latitudo superius fit  $\frac{1}{2}$  detraho 1. ex 11. re-  
manet 10. deinde 10. per 2. & est latitu-  
do panni exeat 4. & tantum panni inest  
panni in vestibus br. 4.

Si vera sit vestis composita ut petasus ex  
parto quadrata supra coracem & rotunda  
infra quare partem inferiorem per viam de-  
scriptam & superiorem per viam quadrati  
id est multiplicando longitudinem in latitudi-  
nem deinde unge omnia & diuide per latitu-  
dinem panni.

Exemplum petasus ex panno latitudinis  
br. 2. in parte inferiore latus br. 9. in superio-  
re ubi autem dicitur cingulo & reliqua parti  
thoracis latitudo est br. 5. longitudo autem  
a cingulo ad finem est br. 1. pars autem su-  
perius ex utraque parte lata br. 2. & longa  
vult scire quantum panni contineat pro

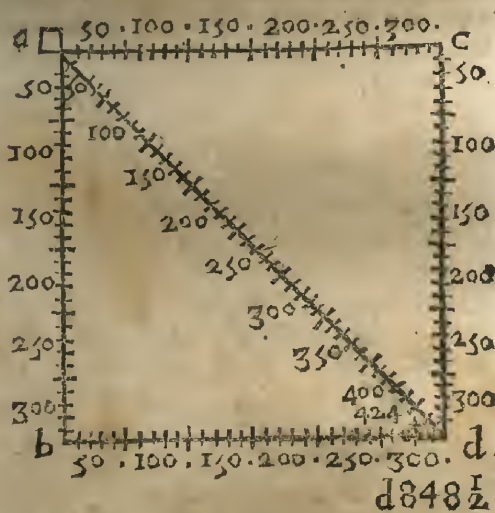
$$\begin{array}{r} 9 \quad 5 \quad 1 \quad 2 \\ 4 \quad 5 \quad 1 \quad 1\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \quad 1\frac{1}{2} \\ \hline 10\frac{1}{2} \quad 3\frac{1}{2} \\ 3\frac{1}{2} \\ \hline 7 \\ 7 \quad \frac{1}{2} \\ 1\frac{1}{2} \quad 2 \\ \hline 8\frac{1}{2} \quad 1\frac{1}{2} \\ 2 \\ \hline \text{br. } 4\frac{1}{2} \end{array}$$

inferiore fac ut in precedente detrahe 5. a  
9. remanet 4. deinde dic. si 4. producit 5.  
quid producit 1. producit  $1\frac{1}{4}$  adde ad 1.

Tom. IV.

fit 2.  $\frac{1}{4}$  multiplica 2.  $\frac{1}{4}$  in 4.  $\frac{1}{4}$  fit 10.  $\frac{1}{8}$  mul-  
tiplica 1.  $\frac{1}{4}$  in 2.  $\frac{1}{2}$  fit 3.  $\frac{1}{4}$  detrahe 3.  $\frac{1}{4}$  ex 10.  
 $\frac{1}{4}$  remanet 7. s. inferiore parte deinde pro  
superiore multiplica 2. quod est latitudo in  
 $\frac{1}{4}$  quod est longitudo fit 1.  $\frac{1}{2}$  adde ad 7. fit  
8.  $\frac{1}{2}$  diuide per 2. quod est latitudo panni  
exit 4.  $\frac{1}{2}$  & tot brachia habet petasus  
ille.

Quidam volebat scire latitudinem flumi-  
nis non potens pertransire eum, scias quod  
mensura per instrumenta in hoc & aliis  
tribus sequentibus quaestionibus fit per astro-  
labium & per quadrantem & per umbram so-  
lis & per speculum & per virgulam & per  
baculum Iacob sed nihil melius nihil certius  
nihil facilius aut exactius aut plurimum uti-  
litate quam instrumentum dictum gnomo-  
niacum appellari debet sic quantum & qua-  
dratus est & per se stat forma igitur eius talis  
est facias quadratam tabulam perfectam  
longitudinis vnus passus vel dimidij passus  
vel  $\frac{1}{4}$  nam aliter indigeres laboriosa suppu-  
tatione & fit ille a. b. c. d. diuidemus latera  
omnia gnomonis in quotquot voluerimus  
partes ut pote 120. vel 300. vel 600. si fit  
magnus in 600. id est si fit vnus passus vel  
duorum si  $\frac{1}{2}$  passus diuidemus in 300. si exi-  
guus in 120. partes aequales deinde in latere  
opposito in puncto c. figemus lineam a. d.  
rectissimam ex calibe ita quod medium talis  
lineae sit praecise in linea a. c. & ideo oportet  
ut clauus quo intigitur sit fundatus pro di-  
midio in additamento quodam paruo extra  
lineam a. c. ut vides pro dimidio in quadra-  
to a. b. c. d. & sit linea a. d. lata parum ut  
non flectatur & sint super eam pinnulae duae  
altera super a. altera super d. & sint sicut  
pomoliacus, & sit diuisa in partes aequales  
etiam ut sunt b. d. & c. dita quod si c. d.  
ponitur 120. ponemus a. d. 169.  $\frac{1}{2}$  si fit c.  
d. 300. ponemus a. d. 424.  $\frac{1}{4}$  si vero ponatur  
c. d. 600. ponemus a. d. 848. & sint signatae di-  
uisiones a puncto versus d. & a. b. versus d.

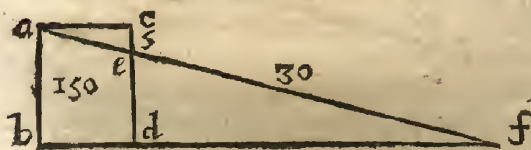


ad 5. ad 5. per numeros suos ita ut 5. fit iuxta  
c. & 120. vel 300. vel 600. fit iuxta pun-  
ctum d. & similiter ab a versus b. & c.  
procedant & faciam in punctis a. b. c. d.  
prominentiam ad modum exiguam cui pos-  
sit annecti filum cum modico plumbi ita  
ut si figam ipsum super planum ut iacet po-

R 4 nam

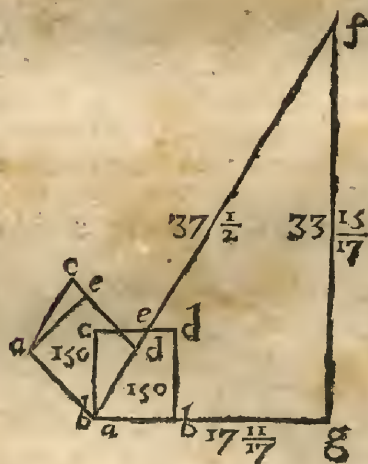


nam filum in puncto A si igitur filum haret lateri a. b. tunc gnomo viuens est erectus perpendiculariter super planum si autem non haret æquidistanter sed in vna parte magis remouetur filum à linea a. b. quam in alia tunc non stat perpendiculariter super planum & operatio tua erit falsa adde etiam tabulam à parte posteriore vt possit quiescere super ipsum à lateribus b. d. & a. b. Hoc facto volo scire latitudinem fluminis pono gnomonem in plano per lineam b. d. & pono oculum seu per ad punctum a & moueo regulam a. d. versus c. donec per ambas pinulas videam ripam alteram fluminis & noto numerum vbi est regula & per hunc diuido nume-



rum in medio quadrantis & exiens sunt tot passus. Exemplum sit gnomo prædictus longitudinis  $\frac{1}{2}$  passus diuisus in partes 300. secundum duo latera prædicta quare cum 300. in  $\frac{1}{2}$  ductum faciat 150. signabimus 150. in medio gnomonis & ita si fuisset longitudo  $\frac{1}{2}$  passus & diuisio in 300. partes signaremus in medio 75. & ita de reliquis cadat igitur a. d. linea super 5. in puncto, e. quando video ripam fluminis diuido 150. per 5. exit 30. quarum tot passus erit idest passus 30. latitudo fluminis.

23 Et ponamus quod velis scire altitudinem turris f. g. te existente in puncto b. & absque cognitione distantie b. g. a. pede turris qui posses scire si velles per præcedentem sed ad quid post possumus facere vnum absque altero & etiam quia accedit quod non possumus videre pedem turris tunc igitur fige punctum b. super planum vt pote super tripodem ita vt linea c. d. respiciat cacumen turris nam hoc est generale vt semper latus c. d. respiciat rem quam volumus cognoscere siue alta sit siue profunda deinde inclina-

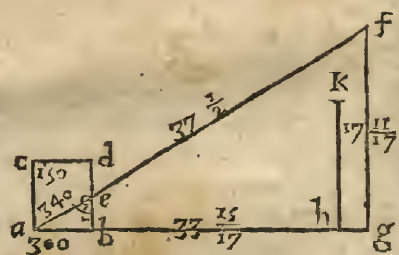


bo latus b. d. ita vt per ipsum possim videre summitem turris posito oculo in b. deinde fixo instrumento pono oculum in a & moueo a. d. donec per pinulas eius videam summitem turris f. & sit tunc regula in e diuide igitur 150. per c. e. quæ sit 4. gratia exempli habebis b. f. passus  $37 \frac{1}{2}$ .

Pono iterum gnomonem in plano b. g. ita vt punctus a cadat super punctum b. & linea a. b. cadat super lineam b. g. & videbo per ad punctum f. videbo quanta sit b. e. quæ sit gratia exempli 340. dicam igitur si 340. producit  $37 \frac{1}{2}$  quid producet 300. & est a. c. duc  $37 \frac{1}{2}$  in 300. fiunt 11250. diuide per 340. exit  $33 \frac{15}{17}$  & tanta erit altitudo turris f. g. ponemus etiam a. g. cognitam detracto quadrato f. g. ex quadrato a. f. relinquatur quadratum a. g. vel per regulam 3. dicendo si a. e. quæ est 340. producit. a. f. quæ est  $37 \frac{1}{2}$  quid producet c. e. quæ sit 160. duc.  $37 \frac{1}{2}$  in 160. fit 6000. diuide per 340. exeunt  $17 \frac{11}{17}$  & tanta erit a. g. & ita venatus es altitudinem turris & distantiam vnica operatione.

Animaduerte quod semper a. c. vel b. d. referunt altitudinem turris quoniam sunt æqui distantes ei, a. b. vero & c. d. longitudinem plani a. g. siue distantiam a. turri quia lineæ a. b. & c. d. sunt vna cum linea a. g. vel æqui distantes ei.

Animaduerte secundo quod linea a. d. cadit aliquando non super lineam c. d. sed super lineam b. d. & hoc est quando distantia a. g. maior est altitudine f. g. vt vides hic quandoque cadit supra punctum d. præcisè & tunc a. g. distantia æqualis est f. g. altitudini si vero altitudo f. g. sit maior distantia a. g. tunc a. d. linea cadit super lineam c. d. si igitur caderet vt hic linea a. d. super e &



foret b. e. 160. dicam vt prius vbi a. e. sit 340. si 340. producit  $37 \frac{1}{2}$  vbi a. f. si  $37 \frac{1}{2}$  quid producet b. e. quæ est 160. duc 160. in  $37 \frac{1}{2}$  fit  $\frac{1}{2}$  6000. diuide per 340. exit  $17 \frac{11}{17}$  & tanta erit altitudo turris, & similiter dices si 340. producit  $37 \frac{1}{2}$  quid producet a. b. quæ est 300. multiplica 300. in  $37 \frac{1}{2}$  & fiet 11250. diuide per 340. exit  $33 \frac{15}{17}$  & tanta erit distantia a. g.

Et ex hac sciemus distantiam aut altitudinem turris supra montem existentis quare altitudinem montis per hanc altitudinem turris cum monte per eandem subtrahere primam à secunda & remanebit altitudo turris.

Et similiter per hanc scies duas turres quarum non vides nisi summitem quantum distent ab imo nam pones te in vna linea recta cum illis & visa summite cognosces distantiam vt pote a. g. quantà sit & a. h. quanta sit per eandem vnde detracta a. h. ex a. g. remanebit g. h.

Et similiter cognosces hoc facilius expendente decima tertia quæstione, vbi puncta h. & g. videri possent.

Et si quis existens in summite montis videat aliquem lacum velit cognoscere latitudinem







|          |          |
|----------|----------|
| f. l. 50 | l. a. 56 |
| h. K. 42 | a. K. 32 |
| <hr/>    |          |
| f. m. 8  | a. a. 30 |
|          | <hr/>    |
|          | a. k. 62 |
|          | l. a. 56 |
|          | <hr/>    |
|          | K. l. 6  |

f. m. 8                      64  
K. l. 6                      36

---

100  
R. 100. ē 10. f. h.

f. m. 8                      f. g. 3906  $\frac{3}{4}$   
f. l. 50                      f. l. 2500

---

f. h. 10                      1406  $\frac{1}{4}$

---

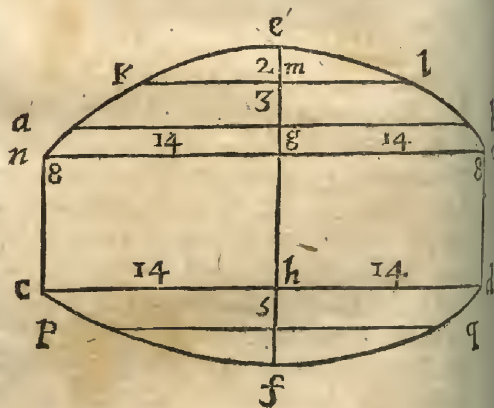
500                      g. l. 37  $\frac{1}{2}$   
8

---

f. g. 62  $\frac{1}{2}$

19 Pro summa siue defectu vasorum vinatio-  
rum id est quantum deficit vini in vase ad  
implendum ipsum sic facito sit gratia exem-  
pli vas vinarium a. b. c. d. & sit longitudo

Sit igitur primò e. m. 2. volo scire deff-  
ctum e. K. l. primò scies quantitatẽ dia-  
metri circuli a. e. b. hoc modo multiplica  
a. g. in g. b. quod est 14. in fit 196. diuide  
per e. g. quæ est 5. exit  $39\frac{1}{5}$  & huic adde  
e. g. fit  $44\frac{1}{5}$  & tanta est diameter, habetur  
autem longitudo a. b. non mensurando vas  
sed terminos ipsius in terrâ planâ ne propter  
conuexitatem incideres in errorem: habita dia-



metro subtrahæ e. m. & residuum quod est  
 $42 \frac{1}{5}$  multiplica in e. m. quæ est 2. & fient  
 $84 \frac{2}{5}$  cuius R. est quasi  $9 \frac{3}{10}$  & est linea m.  
 l. igitur tota K. l. est  $18 \frac{3}{8}$  post cape dimi-  
 dium e. f. & est 9. quadra fit 81. item cape  
 dimidium e. f. & est 9. detrahe e. m. quæ est  
 2. fit 7. quadra 7. fit 49. detrahe 49. ex  
 81. remanet 32. huius R. est quasi  $5 \frac{3}{4}$  &  
 hæc sagitta quæ cadit à puncto m. perpen-  
 dicularis super K. l. cuius duplum est linea  
 transversalis super k. l. & est  $11 \frac{1}{4}$  quasi dia-  
 meter



metri altera superficiem vini nam una est li-  
rea E. I. & est  $18 \frac{1}{2}$  & alia est  $11 \frac{1}{2}$  trans-  
uersalis. Ex hoc quare diametrum utriusque  
Figuræ ovalis hoc modo quadra m. l. fit vt  
dictum est  $84 \frac{1}{2}$  diuide per  $5 \frac{1}{2}$  exit  $14 \frac{1}{2}$   
huc adde  $5 \frac{1}{2}$  & habebis diametrum circuli  
maximum Figuram ovalem & est  
 $20 \frac{1}{2}$  ferme quæ habita quare in capitulo  
trigésimo tertio regula quadragésima se-  
ptima arcum talis superficiem ovalis ponendo  
vt dictum est in Figura illa lineas secundum  
magitudinem descriptam hic, habes  
igitur arcum dimidiæ Figuræ ovalis circum-  
ambientem vni superficiem pro medietate  
 $67.33$ . deinde dic si  $60$ . producit  $67.33$ .  
quid producit  $20 \frac{1}{2}$  multiplica & diuide &  
habebis arcum  $22 \frac{1}{2}$  & est quali  $\frac{1}{2}$  multi-  
plica dimidium eius quod est  $11 \frac{1}{2}$  in dimi-  
dium diametri quæ est  $10 \frac{1}{2}$  fit  $114 \frac{1}{2}$  de-  
trahere esset  $5 \frac{1}{2}$  ex dimidio b. f. fiet sagittæ  
residuum e. d.  $4 \frac{1}{2}$  hanc multiplica in dimi-  
dium a. c. habebis  $41 \frac{1}{2}$  ferme detrahe  $41 \frac{1}{2}$   
ex  $114 \frac{1}{2}$  remanebit area dimidiæ su-  
perficiem vini idest vacui  $73 \frac{1}{2}$  quare tota  
superficiem erit duplum eius videlicet  $146 \frac{1}{2}$   
hanc semper multiplica per altitudinem  
vacui quæ est e. m. & fuit 2. fiet corpus  
vacui erectum  $292 \frac{1}{2}$  hoc habito multipli-

Figuram 63. capituli regula qua-  
dragésima septima vide.

|       |                  |
|-------|------------------|
| b. f. | $20 \frac{1}{2}$ |
| a. c. | $18 \frac{1}{2}$ |
| b. d. | $5 \frac{1}{2}$  |

Conuersiones per tabulam ibidem.

|       |       |
|-------|-------|
| b. f. | 60    |
| a. c. | 54.9  |
| Arcus | 67.33 |

Vide Figuram eandem vt hic  
ponendo magnitudines.

|       |                  |
|-------|------------------|
| b. f. | $20 \frac{1}{2}$ |
| a. c. | $18 \frac{1}{2}$ |
| Arcus | $22 \frac{1}{2}$ |
| c. d. | $4 \frac{1}{2}$  |

ca lineæ Figuræ ovalis & sunt K. l. est  $18 \frac{1}{2}$   
& alia quæ posita est  $11 \frac{1}{2}$  in m. c. quæ  
est 2. & sunt vt vides  $36 \frac{1}{2}$  &  $22 \frac{1}{2}$  mul-  
tiplica vnâ per aliam fit  $833$ . & hoc ser-  
uâ pro diuisione, deinde quare arcus k. e. l.  
quæ est dictam regulam  $24 \frac{1}{2}$  ferme deinde  
quare aream transversalem portionis vnus  
cuius corda est  $11 \frac{1}{2}$  & diameter est 18. nam  
illâ portio est portio circuli maximi ipsius  
vasis cuius diameter est e. f. multiplica igitur  
 $11 \frac{1}{2}$  in  $60$ . & diuide per 18. & exhibet  
 $37 \frac{1}{2}$  & sunt  $37.47$ . quos quare in tabu-  
la & habebis arcum  $40.53$ . dic igitur ite-  
rum si  $60$ . producit 18. quid producit  $40.53$ .  
tu scis quod 18. est  $\frac{1}{3}$  de  $60$ . cape  $\frac{1}{3}$   
de  $40.53$ . habebis talem arcum  $12.16$ .  
multiplica dimidium eius quod est 6.8. in  
9. dimidium diametri fient  $55 \frac{1}{2}$  nam 6.8.  
sunt gradus & minuta multiplica 7. residuum  
semidiametri dempta m. e. in  $5 \frac{1}{2}$  dimidium  
cordæ transversalis fit  $39 \frac{1}{2}$  detrahe ex  $55 \frac{1}{2}$   
remanent  $15 \frac{1}{2}$  multiplica igitur  $15 \frac{1}{2}$   
aream circuli transversalis in  $24 \frac{1}{2}$  aream  
circuli k. e. l. & fient  $383 \frac{1}{2}$  habes tres

numeros corpus vacui quasi conforme &  
est ovalis Figuræ æqualis tamen altitudinis  
& est  $292 \frac{1}{2}$  & diuisorem & est corpus  
quadrilaterum cuius altitudo est e. m. longitu-  
do K. l. latitudo linea transversalis & est  $833$ .  
& corpus productum ex duabus portionibus  
& est  $383 \frac{1}{2}$  multiplica igitur  $383 \frac{1}{2}$  in  $292 \frac{1}{2}$   
& fit  $112296 \frac{1}{2}$  diuide per  $833$ . exit  $135$ . fer-  
mè & quia brenta supponitur esse in nume-  
ro 676. igitur erit vacuum hoc  $\frac{135}{676}$  vnus  
brentæ si vis scire quot bocalia sit multi-  
plica 135. in bocalia vnus brentæ quæ po-  
nuntur Mediolani 96. sunt  $12960$ . diuide per  
676. exeunt bochalia  $19 \frac{1}{2}$ .

Et hic modus est valde præcisus & pul-  
cher verum quia est laboriosus oporteret  
volenti vt sicut in reliquis rebus difficilibus  
facere tabulas & aliqui faciunt eas verum  
non sunt secundum hunc modum, & etiam  
quia sunt de re vili idè dimissi eas est ta-  
men inuentio satisfaciens volenti scire ve-  
ritatem, nota quod hic supponuntur tres  
portiones circularum vna ovalis & est su-  
perficiem vini & illam probauimus esse  $146 \frac{1}{2}$   
secunda est per longum posita super il-  
lam orthogonaliter & eius corda est linea  
K. m. l. & arcus est K. c. l. & ipsam probaui-  
mus esse  $24 \frac{1}{2}$  tertia est portio cuius corda  
est linea transversalis secans superficiem oua-  
lem per medium vbi ipsa est latissima &  
ipsa corda est  $11 \frac{1}{2}$  & ipsa portio stat su-  
per superficiem vini orthogonaliter & est  $15 \frac{1}{2}$ .

Aliqui etiam ob facilitatem diuidunt per  
modum pyramidis corpus quod est  $292 \frac{1}{2}$   
semper per 3. & exit  $97 \frac{1}{3}$  & sunt bocha-  
lia 14. ferme & manifestum quod errant er-  
rore magno cum sint  $19 \frac{1}{2}$  videlicet plus  
vnâ tertiâ parte plus & hoc est quia credunt  
eam esse pyramidem & non est pyramis sed  
corpus tale componitur ex multiplicatione  
basis quæ est superficies ovalis in talem par-  
tem lineæ e. m. qualis pars est multiplicatio  
duarum portionum circularum perpendicularium  
super dictam superficiem ovalem vnus  
numeri producti ex vtraque corda ducta in  
altitudinem deinde inuicem multiplicatis pro-  
ductis & hoc est quia proportio illa vacui  
ad corpus nauiculare æquale componitur ex  
duabus proportionibus quarum vnâ est por-  
tionis longitudinalis ad parallelogrammum  
cui inscribitur & portionis transversalis ad  
suum parallelogrammum cui etiam ipsa in-  
scribitur.

Pro reliquis autem modis habes portio-  
nes omnes vsque ad a. e. b. eodem modo  
& similiter in proportione c. f. d. scies eodem  
modo vt puta portionem p. f. q. sicut sciisti  
portionem K. e. l. sed sicut dixisti portionem  
K. e. l. esse vacuum & residuam continen-  
tiam vasis esse vinum ita dices hic E. con-  
so videlicet portionem P. F. Q. esse vinum  
residuum autem vasis esse totum vacuum &  
idè vnum vinum est supra lineam mediam  
vasis semper computabis vacuum & ex hoc  
scies vinum quod est in vegeta si vero sit  
infra dimidium vas scies vinum quod est  
in vase quo cognito residuum ad totalem  
vasis continentiam erit vacuum vasis & tan-  
tundem dices fuisse consumptum ex vino vs-  
que ad horam illam.

Super



Supereſt igitur vt cognoscas vacuum à linea A. B. ad lineam C. D. & ſcies illud vſque ad medium vaſis pro vacuo, & infra eodem modo ſcies pro pleno: nam ſicut portio A. E. B. reſpondet portioni C. F. D. ita medietas A. B. C. D. ſuperior reſpondet ſuæ inferiori ſit igitur gratia exempli vacuum N. A. E. B. O. portio & ſit N. O. 28. vt ſupponitur quia ipſa eſt ſemper æqualis A. B. & C. D. ſi vas ſit bene factum & non malicioſe & ſit E. G. gratia exempli 7. primo ſcies per præcedentem modum portionem A. E. B. quæ ſit exempli gratia 800. nam de hoc non curo veritatem quia ſcis modum inueniendi eam oportet ſcire portionem A. B. N. O. nam eā cognita cum addideris ei 800. vacuum portionis N. A. E. B. O.

Pro habendâ igitur continentia portionis A. B. N. O. ſic facito detrahe 7. quæ eſt quantitas E. G. ex tota altitudine quæ eſt 18. remanet 11. ibi ſumpta altitudine à terra 11. adiectâ etiam craſſitudine aſſeris in directo puncti N. menſurabis latitudinem vaſis & poſſes etiam inuenire eam hoc modo detrahe C. A. ex E. F. remanet 10. diuide 10. ſit 5. detrahe 5. ex 7. remanet 2. detrahe 2. ex 8. remanet 6. multiplica 6. in 2. ſit 12. & hoc quadrupla ſemper ſit 48. accipe 32.

$$\begin{array}{r} \text{A.} \quad | 16 \frac{3}{5} | 16 \frac{3}{5} | 8 \frac{3}{5} \\ \text{N. } 6 \frac{23}{100} | 17 \frac{29}{50} | 24 \frac{51}{100} | 12 \frac{51}{200} \\ \hline 20 \frac{63}{200} \\ \hline 10 \frac{63}{400} \end{array}$$

quæ eſt  $6 \frac{23}{100}$  & poſt quære eandem latitudinem in medio in directo A. & N. multiplicando 5. in 13. ſit 65. quadrupla ſit 260. eius 32. eſt  $16 \frac{3}{5}$  & ſimiliter multiplica 7. in 11. ſit 77. videlicet partem diametri in directo N. ſuperiorem in inferiorem quadrupla eam ſit 308. accipe 32. quæ eſt  $17 \frac{29}{50}$  accipe dimidium ſuperioris in directo a. quia in extremitate caret latitudine & habebis  $8 \frac{3}{5}$  item  $6 \frac{23}{100}$  cum  $17 \frac{29}{50}$  ſit  $24 \frac{51}{100}$  diuide per æqualia ſit  $12 \frac{51}{200}$  iunge hoc cum  $8 \frac{3}{5}$  habebis  $20 \frac{63}{200}$  huius cape dimidium quod eſt  $10 \frac{63}{400}$  hoc multiplica in 28. id eſt in A. B. ſit  $284 \frac{41}{100}$  hoc multiplica in altitudinem quæ eſt 2. differentia videlicet 7. A. 5. ſunt  $568 \frac{41}{50}$  & hic erit numerus continentia cui adde 800. vacuum A. E. B. habebimus totum vacuum N. A. E. B. O.  $1368 \frac{41}{50}$  quem numerum ſi diuiferis per 676. habebis brentas  $2 \frac{4}{100}$  ferme & ſi quis dicat quod hæc ratio non eſt omnino præciſa reſpondeo quod eſt verum at nec verum eſt quod vas vinarium componatur ex duabus pyramidibus curtis nam curtæ pyramides habent omnes lineas à ſummitate ad baſim rectas licet ſint rotundæ & circulares, vaſa autem vinaria non habent lineas rectas à medio ad extrema ſed & illæ ſunt partes circumferentiarum circulorum & tamen Orontius credit bene feciſſe demonſtrare continentiam vaſis vinarij per duplum pyramidis curtæ & id eſt in talibus cum præſtamus poſſibile eſt in tali re & non ſequitur error qui comprehendere poſſit tunc laudandi ſumus & non

vituperandi non eſt enim in tota Geometria & Arithmetica res magis anomala & difficilis quam conſtructio vaſis vinarij etiam optimè compoſiti ſi diligenter conſideretur.

Pro menſuratoribus autem accipe regulam non præciſam ſed ſatis propinquam veritati cape dimidium continentia vaſis & dimidium diametri & eius progreſſionem & progreſſionem deficientia vaſis ſi ſit ſupra medium vel altitudinis vini ſi ſit infra medium & hanc multiplica per dimidium continentia vaſis, & productum diuide per progreſſionem dimidia diametri & quod exit eſt vacuum ſi fuit ſupra dimidium vel eſt vinum ſi fuit infra dimidium.

$$\begin{array}{r} 18.9. \quad 45 \\ 4 \quad 10 \\ \quad 3 \frac{1}{2} \\ \hline 35 \\ \hline 45 \end{array}$$

Exemplum ſit vas prædictum cuius altitudo ſit vlnæ 18. eius igitur dimidium eſt 19. igitur progreſſio eſt 45. continentia ſit brentarum 7. cape dimidium quod eſt  $3 \frac{1}{2}$  deficientia igitur vinum per vlnas 4. cape progreſſionem de 4. quæ eſt 10. multiplica in dimidium continentia vaſis quod eſt brentæ  $3 \frac{1}{2}$  ſit 35. diuide per 45. progreſſionem dimidij diametri exit  $\frac{35}{45}$  vnius brentæ quod eſt  $\frac{7}{9}$  & tantum dices deficere de vino in vaſe illo vinario & ſimiliter ſi vinum haberet altitudinem 6. vlnarum eius progreſſio eſſet 21. multiplica 21. in  $3 \frac{1}{2}$  ſit  $73 \frac{1}{2}$  diuide per 45. exit  $1 \frac{10}{100}$  & tantum vini dices eſſe in vaſe illo & ita de omnibus aliis nota tamen quod omnibus formis vaſorum conuenit progreſſio propria, vt pote vaſis Mediolanenſibus competet progreſſio de 1. 2. 3. 4. aliis de 3. 4. 5. 6. ita quod non inchoabunt ab vnitae aliis de 3. 5. 7. 9. aliis de 1. 2. 4. 8. & tamen ſunt vniformes vel æqualiter augentes cognita autem progreſſione vaſorum vinariorum vnius loci poteris poſtmodum menſurare vacuum omnium vaſorum illius regionis cum maxima facilitate vt vides. Cognosces autem progreſſionem vaſis hoc modo ſcias continentiam totius vaſis & vſque ad  $\frac{1}{2}$  diametri & ad  $\frac{1}{4}$  & ad  $\frac{3}{4}$  diametri quorum habita comparatione inter ſe & ad continentiam dimidij vaſis inuenies progreſſionem.

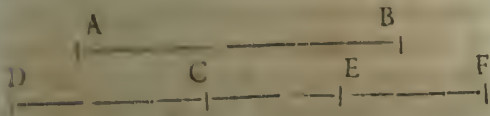
Quod ſi quis dicat in vaſe vinario cuius medietas eſt pyramis curta quomodo faciemus nam ibi ſupponitur A. E. & E. B. eſſe rectas id eſt pro inuenienda linea K. L. ſic facies multiplica E. M. in G. B. ſit 28. diuide per E. G. quæ eſt 5. exit  $5 \frac{3}{5}$  & tanta eſt K. M. & duplum eius erit K. L. videlicet  $11 \frac{1}{5}$  & tarum erit etiam ſuperficies K. E. L. directa ſuper ſuperficiem oualem linea autem tranſuerſalis Figuræ oualis manet eandem videlicet  $11 \frac{1}{5}$  ſicut prius quibus cognitis ſcies quantitatem Figuræ oualis eodem modo excepto quod K. L. quæ ſupponitur  $18 \frac{3}{5}$  ſupponetur  $11 \frac{1}{5}$  habita Figura ouali multiplica eam in altitudinem vt prius videlicet in E. M. tale autem productum ſerua. Deinde multiplica altitudinem



non videtur lineas ut prius quae sunt  $11 \frac{1}{2}$  &  $11 \frac{1}{2}$  sunt  $22 \frac{1}{2}$  &  $22 \frac{1}{2}$  deinde inuicem & sunt  $57 \frac{1}{2}$  & hoc serua pro diuisione.

Deinde quare aream Figuræ latitudinalis non minus videtur videlicet  $15 \frac{1}{2}$  & aream  $k. E. L.$  quae est ut dictum est  $11 \frac{1}{2}$  eo quod sit ex multiplicatione  $E. M.$  in  $M. L.$  eo quod  $K. E. L.$  est trigonus rectarum linearum multiplica igitur  $11 \frac{1}{2}$  in  $15 \frac{1}{2}$  fit  $173 \frac{1}{2}$  hoc multiplicabis in productum ex Figura onali in altitudinem & quod producat sit diuidendum per  $507 \frac{1}{2}$  prius seruatum & remansit est quantitas vacui continens tot breuitas aut talem partem breuitatis quotiens interpositi exierunt continetur aut continet 676. aut aliam numerum sub quo statueris continentiā breuitatis. Inter lineas autem  $A. B.$  &  $C. D.$  ratio eadem manet ut prius & verior nam citius confurgit medium per aggregationem in rectis quam in obliquis ideo operaberis ibi ut dictum est ibi, pro habenda continentiā portionis,  $A. B. N. O.$  regula autem progressionis communis & melius ac praecius inferunt huc modo quam primo in quo ponitur linea  $A. E. B.$  portio circuli.

20. Fac Geometricè ex  $A. B.$  diuidendo tres lineas continere proportionales quae iunctae componant trigonum ortogonum fac, sic capere lineam  $C. D.$  quantum & eam diuide secundum proportionem habentem medium & duo extrema per viam secundam Euclidis in proposito  $E.$  deinde per doctrinam nostram frangi iunctis lineam  $C. F.$  medio modo proportionalem inter  $D. E.$  &  $E. C.$  hanc



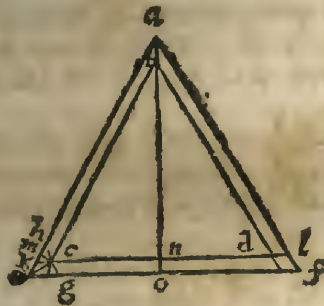
range in dictam cum linea  $C. D.$  & fiet recta linea  $D. F.$  deinde diuide  $A. B.$  in partes habentes eandem proportionem quam habent  $D. E. E. C.$   $C. F.$  per doctrinam duodecimæ sexti quare per decimam septimam huius & quadragesimam primi elementorum erunt illae partes omnes proportionales & anguli eorum omnes datæ continebunt similitudinem igitur trigonum ortogonum proportionalem dictam.

21. Si aliorum quilibet anguli cuius area sit 120. aggregatum ex lateribus duobus & diametro in 4. secundum latera per regulam Geometricam aliam quadra 40. aggregatum fit 1600. diuide per equalia fit 800. detrahe 120. remanent 680. quod per 40. erit 17 & hic est diameter residuum igitur est 23. fac de 23. duas partes quarum quadra a iuncta æquatur quadrato 17. & trahentes vnum latus fore 6. aliud 15. & ita de omnibus aliis.

22. Si trigonus ex nullo  $A. E. F.$  æquilaterus in 12. 36. per singulo latere Volo introducere numerum crassitudinis 2. 36. vnde quaque volo scire quantum erit latus intrinsecum &  $A.$  quibus pandis debeo producere murum protracta  $A. O.$  perpendicularatem super  $E. F.$  erit quæ  $A. O.$  36. quadrati  $A. F.$  quare 36. 108. ea 36. in decima regula sexagesimi tertij

rem. 17.

capituli nam Katetus trigoni æquilateri inuenitur quadrato latere vno & assumptis  $\frac{1}{2}$  36. eius est katetus est igitur  $A. O.$  36. 108. & ex hac aufero  $O. N.$  quæ est 2. remanet  $A. N.$  36. 108. m. 2. produco ex puncto  $N.$  æquidistantem  $K. N. L.$  eritque per quartam sexti elementorum proportio  $O. A.$  ad  $N. A.$  veluti  $E. F.$  ad  $k. L.$  multiplica igitur  $N. A.$  quæ est 108. m. 2. in  $E. F.$  fit 36. 15552. m. 24. diuide per  $A. O.$  & est 36. 108. exibat 12. m. 36. 5. 1/2 & quia producta  $H. G.$  æquidistanti  $A. F.$  fiet trigonus  $E. H. G.$  æqualiterus & similis totali trigono  $A. E. F.$  per vigesimam



nonam primi Euclidis quare cum  $k. L.$  æquidistat  $E. F.$  erit ex eadem vigesima nona trigonus parvus  $C. H. k.$  æquilaterus & similis trigono  $A. E. F.$  quia est æquiangulus & quia Katetus  $C. M.$  est 2. quia tanta est crassitudo muri igitur quadra 2. fit 4. adde ei tertiam partem semper fit  $5 \frac{1}{3}$  & 36.  $5 \frac{1}{3}$  est longitudo laterum trigoni  $C. h. K.$  est igitur  $C. K.$  36.  $5 \frac{1}{3}$  & tanta est  $L. D.$  igitur deme bis 36.  $5 \frac{1}{3}$  ex 12. m. 36.  $5 \frac{1}{3}$  fiet 12. m. triplo 36.  $5 \frac{1}{3}$  & triplum eius per suas regulas est 48. nam 9. quadratum 3. in  $5 \frac{1}{3}$  facit 48. igitur longitudo laterum trigoni  $B. C. D.$  est 12. m. 36. 48. & est quasi parum plus, 5. & Frater Lucas errauit grauitur in hac quaestione ponens in  $D.$  octaua q. 45. de Geometricis quod latus  $C. D.$  esset 36. V. 69.  $\frac{1}{3}$  m. 36. 1365  $\frac{1}{3}$  & esset quasi 6. & accidit ei error in hoc quod posuit  $C. H.$  2. quod est falsum quia crassitudo muri attenditur penes perpendicularem &  $C. H.$  non est perpendicularis & hæc sunt de de suis cum igitur  $H. G.$  fit 36. 21  $\frac{1}{3}$  quia duplum ad  $C. H.$  &  $E. H. G.$  trigonus æquilaterus, erit igitur  $E. C.$  36. 16. præcisè quod est 4. igitur  $A. B.$  etiam erit 4. &  $D. F.$  & ita inchoabitur murus in punctis distantibus ab  $A. E. F.$  per 4. & producendo æqualiter murum fiet vbique crassitudinis 36. 2.

Pro regula aut ita facito quadra 2. crassitudinem muri fit 4. multiplica per 12. semper fit 48. huius 36. aufer à latere trigoni propositi quod fuit 12. remanet longitudo laterum trigoni interioris 12. m. 36. 48. linea vero  $A. B.$  & reliquæ angulares semper sunt duplum crassitudinis muri.

Sit iterum trigonus  $A. O. F.$  ortogonius cuius 23  
ius area cum latere  $A. F.$  sit 11. &  $A. O.$  sit 1. p. quæ  $O. F.$  quæritur quantitas laterum pone quod  $A. O.$  sit 1. co. p.  $\frac{1}{2}$  &  $O. F.$  sit 1. co. m.  $\frac{1}{2}$  & erit differentia 1. ut proponitur multiplica inuicem fient 1. ce. m.  $\frac{1}{2}$  & hoc erit duplum areae erit igitur area  $\frac{1}{2}$  ce. m.  $\frac{1}{2}$  quadra etiam 1. co. p.  $\frac{1}{2}$  fit 1. ce. p. 1. co. p.  $\frac{1}{4}$  quadra 1. co. m.  $\frac{1}{2}$  fit 1. ce. m. 1. co. p.  $\frac{1}{4}$  iunge simul fient  
S 2. ce.



2. ce.  $\bar{p}.$   $\frac{1}{2}$  & huius radix est A. F. per 46. primi Euclidis, adde igitur cum area fiet  $\frac{1}{2}$  ce.  $\bar{m}.$   $\frac{1}{8}$   $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  V. 2. ce.  $\bar{p}.$   $\frac{1}{2}$  æqualia 11. detrahe conuertendo fiet 11  $\frac{1}{8}$   $\bar{m}.$   $\frac{1}{2}$  ce. æqualis  $\bar{R}.$  V. 2. ce.  $\bar{p}.$   $\frac{1}{2}$  quare quadrando vtramque partem per se fiet, 2. ce.  $\bar{p}.$   $\frac{1}{2}$  æquale 123  $\frac{19}{64}$   $\bar{p}.$

11. æqualis  $\frac{1}{2}$  ce.  $\bar{m}.$   $\frac{1}{8}$   $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  V. 2. ce.  $\bar{p}.$   $\frac{1}{2}$   
11  $\frac{1}{8}$   $\bar{m}.$   $\frac{1}{2}$  ce. æqualis  $\bar{R}.$  V. 2. ce.  $\bar{p}.$   $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$  ce. ce.  $\bar{m}.$  11  $\frac{1}{8}$  ce. hoc  $\bar{m}.$  adde ad alteram partem fiet 13  $\frac{1}{8}$  ce. æquale  $\frac{1}{4}$  ce. ce.  $\bar{p}.$  123  $\frac{19}{64}$  reduc ad 1. ce. ce. fit 1. ce. ce.  $\bar{p}.$  493  $\frac{19}{16}$  æqualia 52  $\frac{1}{2}$  ce. sequere capitulum de compositorum fiet valor rei  $\bar{R}.$  V. 26  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  196. & quia posuimus A. O. 1. co.  $\bar{p}.$   $\frac{1}{2}$  & O. F. 1. co.  $\bar{m}.$   $\frac{1}{2}$  erit A. O.  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  V. 26  $\frac{1}{4}$   $\bar{R}.$  196. & O. F.  $\bar{R}.$  V. 26  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  196.  $\bar{m}.$  L.  $\frac{1}{2}$ .

Probatio operationis talis est multiplica  $\bar{R}.$  vniuersales dimittendo in cruciationes cum  $\bar{p}.$   $\frac{1}{2}$  &  $\bar{m}.$   $\frac{1}{2}$  quia  $\bar{p}.$  &  $\bar{m}.$  annihilant se fiet

$$\begin{array}{r} \bar{R} \cdot V. 26 \frac{1}{4} \bar{m} \cdot \bar{R} \cdot 196 \cdot \bar{p} \cdot \frac{1}{2} \\ \bar{R} \cdot V. 26 \frac{1}{4} \bar{m} \cdot \bar{R} \cdot 196 \cdot \bar{p} \cdot \frac{1}{2} \\ \hline 26 \frac{1}{4} \bar{m} \cdot \bar{R} \cdot 196 \cdot \bar{p} \cdot \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bar{R} \cdot V. 20 \frac{1}{4} \bar{m} \cdot \bar{R} \cdot 196 \cdot \bar{m} \cdot \frac{1}{2} \\ \bar{R} \cdot V. 26 \frac{1}{4} \bar{m} \cdot \bar{R} \cdot 196 \cdot \bar{m} \cdot \frac{1}{2} \\ \hline 26 \frac{1}{4} \bar{m} \cdot \bar{R} \cdot 196 \cdot \bar{p} \cdot \frac{1}{4} \end{array}$$

quadratum primæ 26  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  196. & quadratum secundæ 26  $\frac{1}{4}$   $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  196. igitur ambobus iuncta erunt 53.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  784. & huius  $\bar{R}.$  vniuersalis est latus A. F. deinde quære aream per multiplicationem in cruciatiā quæ erit 26.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  196. nam aliæ in cruciationes cadunt huius cape dimidium quod est 13.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  49. igitur area cum latere erit 13.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  49.  $\bar{p}.$   $\bar{R}.$  V. 53.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  784. & hoc est æquale 11. igitur detrahe vnam partem  $\bar{R}.$  L. illius ex 11. & fit illa pars recisum videlicet 13.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  49. detrahe igitur 13.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  49. ex 11. fit  $\bar{R}.$  49.  $\bar{m}.$  2. & hoc debet esse æquale  $\bar{R}.$  V. 53.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  784. eo quod ab æqualibus æqualia subtraxisti erit igitur quadratum  $\bar{R}.$  49.  $\bar{m}.$  2. hoc videlicet 53.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  784. sed idem fit ex capitulo suo multiplicando  $\bar{R}.$  V. 53.  $\bar{m}.$   $\bar{R}.$  784. quare idem sunt & hanc extraximus à Fratre Luca in quadragesima nona quæstione octauæ dist. & est pulchra, erit igitur vnum latus trigoni A. O. 4. & O. F. 3. & superficies 6. & latus A. F. 5. quæ iuncta faciunt 11.

14 Est Paralelogramum rectangulum cuius productum diametri in latus maius est 80. & latus minus est 6. quæritur quantitas diametri & lateris maioris, idem quæsitum in ortogonio trigono fieri potest pone quod latus maius sit 1. co. habes igitur latus maius 1. co. & minus 6. quadra vtrūque fient 1. c.  $\bar{p}.$  36. & huius  $\bar{R}.$  est diameter vel latus oppositū angulo recto mul-

$$\begin{array}{r} 1 \text{ co.} \quad 6 \\ 1 \text{ ce.} \quad 36 \\ \bar{R} \cdot 1 \text{ ce.} \cdot \bar{p} \cdot 36 \\ \hline 1 \text{ co.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bar{R} \cdot V. 1 \text{ ce. ce.} \cdot \bar{p} \cdot 36 \text{ ce.} \cdot 80. \\ 1 \text{ ce. ce.} \cdot \bar{p} \cdot 36 \text{ ce.} \cdot 6400. \end{array}$$

tiplica igitur diametrum in latus maius id est  $\bar{R}.$  1. ce.  $\bar{p}.$  36. in 1. co. fit  $\bar{R}.$  V. 1. ce. ce.  $\bar{p}.$  36. ce. & hoc æquatur 80. igitur quadra vtrumque habebis 1. ce. ce.  $\bar{p}.$  36. ce. æqualia 6400. lequere capitulum de compositorum (necro) & habebis rem valere  $\bar{R}.$   $\bar{R}.$  V. 8724.  $\bar{m}.$  18. quod est dicere 8. & hoc est latus maius & diagonalis erit 10. quia ducta in 8. facit 80.

Pro Rubis diuidendis & sunt Figuræ æqualium laterum sed non æqualium angulorum & sunt quadrilateræ & ipsæ diuisæ per duas diametros resoluuntur in quatuor trigonos ortogonios æquilateros inuicem & æquiangulos non tamen ipsi constant ex æquis lateribus est enim hoc impossibile in ortogonio trigono quare si bene intellexisti quæ de ortogoniis trigonis diximus per Algebra solues quæstiones de Rubris si igitur dicat est Rumbus cuius area est 120. & diametri iunctæ sunt 34. dices igitur diuidendo aream per 4. est trigonus ortogonius cuius area est 30. & latera continentia angulum rectum sunt 17. & quia ex lateribus trigoni ortogoniij angulum rectum continentibus semper producitur duplum areæ trigoni dices igitur diuide 17. in duas partes ex quarum multiplicatione fiat 60. duplum areæ trigoni & erunt partes 12. & 5. per centesimam regulam quadragesimi secundi capituli quare latus Rumbi erit. 13. radix aggregati quadratorum laterum contentium rectum angulum.

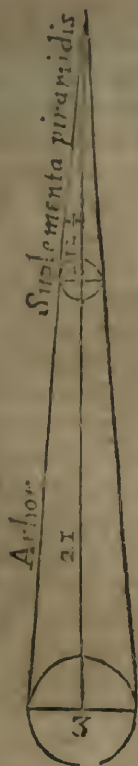
Est arbor nauis pyramidalis Figuræ rotundæ cuius basis est  $\bar{t}b.$  3 diametri: summitas est  $\bar{t}b.$  1. longitudo per katetum est  $\bar{t}b.$  25. volo diuidere per medium tū scis quod est Pyramis curta quare inuenies eius complementum per vndecimam capituli sexagesimi quarti animaduertendo tamen quod ibi supponitur tantum cognita linea A. B. quæ est exterior hic supponitur vera longitudo per katetum id est linea C. D. pro altitudine igitur semper aufer latitudinem superiorem quæ est 1. ex inferiore quæ est 3. remanet 2. deinde multiplica 25. altitudinem per 3. fit 75. diuide per 2. exit 37  $\frac{1}{2}$  & hæc est altitudo tota vbi arbor completeretur: quare per trigessimam regulam eiusdem capituli habebimus corpus totius Pyramidis 88  $\frac{13}{28}$  vbi esset completa & eadem ratione corpus Pyramidis deficientis 3  $\frac{23}{84}$  quare arbor erit 85.  $\frac{1}{42}$  huius cape dimidium quod est 42  $\frac{47}{84}$  & adde ei Pyramidem deficientem quæ est 3  $\frac{23}{84}$  fiet 45  $\frac{1}{2}$  & quantum tu scis quod in omni Pyramide proportio partis axis ad suam basim tanta est quanta totius axis ad suam basim axis autem continet basim per 12  $\frac{1}{2}$  nam  $\frac{1}{2}$  in 3. facit 37  $\frac{1}{2}$  ponam igitur diametram basis Pyramidis vbi fienda est sectio 1. co. quare axis erit 12  $\frac{1}{2}$  co. & area circuli  $\frac{11}{14}$  ce. per decimam tertiam sexagesimi quarti capituli quare multiplica aream in axem fiet 9  $\frac{13}{28}$  cu. cuius accipe  $\frac{1}{3}$  ex regula 30. capituli sexagesimi quarti habebimus corpus Pyramidis superioris 3  $\frac{23}{84}$  cu. Et vniuersaliter vbi posueris diametrum tot co. qualis est numerus diametri arboris in superiore semper habebis tot cubos pro Pyramide abscindenda quantus est numerus pyramidis deficientis veluti hic fuit diameter



ment superior 1. & proue-  
re Pyramis efficiens  $3\frac{1}{2}$   
igitur quia posuimus dia-  
metrum Pyramidis abscin-  
denda 1. cu. erit Pyramis  
abscindenda  $1\frac{1}{2}$  cu. habes  
igitur  $1\frac{1}{2}$  cu. equalia, 45  
reducet ad 1. cu. fit valer  
1 et 6 cu. 14. & quia axis  
conuenit diametrum per 12  
igitur multiplica 12 in  
cu. 14. fit 32. cu. 27343  
a quo aufer 12  $\frac{1}{2}$  pro  
axe deficientis Pyramidis  
erit sectio facienda in di-  
stantia a capite subliori  
vbi axis par interceptitur  
per 32. cu. 27343  $\frac{1}{2}$  in. 12  
vel si vis capere a latere  
crassitie dices quod fiet sec-  
tio in distantia  $37\frac{1}{2}$  in. 32.  
cu. 27343  $\frac{1}{2}$  ut autem scias  
a parte exteriori vbi sectio  
est hœda quadra 32. cu.  
27343  $\frac{1}{2}$  in. 12  $\frac{1}{2}$  & qua-  
drato adde quadratum di-  
midij diametri hui absci-  
ndendi & est 32. cu.  $3\frac{1}{2}$  &  
rotam accipe 32. & secundum proximum  
di. quod est totum 27343  $\frac{1}{2}$  est quasi  $30\frac{1}{2}$   
milia 12 remanet 17  $\frac{1}{2}$  & tanta est di-  
stantia in vtriusque eorum est parum ma-  
ior quia 32 cu. 2 addita illi summa parum  
magis & reliqua pars erit  $7\frac{1}{2}$  & error Fra-  
tio Licet in quo per se uera sit in sexagesima  
quinta quæstione ostendit dist. a medio qua-  
drato utque in finem non computatur à me  
quia est error operationis & non modi, &  
idcirco ista solutio est tota falsa.

27 Est rota habens diametrum pedum 5.  
quatuor uoluntatem auferendo æqualiter con-  
stante sed ita quod pes vnus circa centrum  
præ nihilo habeatur queritur quantum qui-  
libet debet consumere quadra 5. fit 25. mul-  
tiplica per 14 fit 35. diuide per 14. exit 19  
fit & hæc est area deinde quare aream eius  
quod non cadit in usum & est  $\frac{1}{2}$  detrahe ex  
19. remanet 18  $\frac{1}{2}$  & hoc debet diuidi in  
4. partes æquales quare quilibet consumet  
de tota  $4\frac{1}{2}$  adde igitur  $4\frac{1}{2}$  ad  $\frac{1}{2}$  quod est il-  
lud quod est inutile fit  $5\frac{1}{2}$  multiplica per 14.  
fit 77. diuide per 11. exit 7. 32. 7. est dia-  
meter quando ultimus recipiet eam consu-  
mendam siquiter adde  $4\frac{1}{2}$  ad  $5\frac{1}{2}$  fit 10  
multiplica per 14. fit 143. diuide per 11. exit  
13. & 3. 13. est diameter rotæ quando ter-  
tio recipiet ut utatur ea pro secundo adde  
 $4\frac{1}{2}$  ad 10  $\frac{1}{2}$  fit 14  $\frac{1}{2}$  multiplica in 14. fit  
203. diuide per 11. exit 19. & 3. 19. erit ro-  
tæ diameter quando primus recipiet eam  
consumendam primus igitur consumet eam  
ab initio quando diameter est 5. donec rema-  
neat 19. secundus consumet donec rema-  
neat 13. tertius donec remaneat 7. &  
quartus donec remaneat 1. vel facilius aufer  
partem diametri quadratam quam vis aufer-  
re a quadrato diametri & residuum diuide  
per personas accipiendo 32. exemplum pon-  
amus quod velim relinquere pedes 2. inuti-  
lis & diameter sit 5. quadra 2. fit 4. quadra

Tom. IV.



5. fit 25. detrahe 4. remanet 21. diuide 21.  
in 4. quoniam sunt personæ 4. igitur exit 5  
 $\frac{1}{4}$  detrahe  $5\frac{1}{4}$  ex 25 remanet 19  $\frac{3}{4}$  & pri-  
mus habebit rotam vsque quo diameter sit  
32. 19.  $\frac{1}{4}$  secundus habebit donec diameter  
sit 32. 14  $\frac{1}{4}$  tertius habebit donec diameter  
sit 32. 9  $\frac{1}{4}$  quartus habebit donec diameter  
sit 32. 4. & tunc supponitur inutilis & ita si  
essent tantum tres, & totæ diameter esset  
pedum 4. & deberet consumi tota quadra  
4. fit 16. diuide per 3. exit  $5\frac{1}{3}$  igitur primus  
habebit donec diameter rotæ sit 32. 10  $\frac{2}{3}$  se-  
cundus donec diameter sit 32. 5  $\frac{1}{3}$  tertius vs-  
que in finem.

Ego volo facere pallium 35. 5. longitudi-  
nis & tantæ latitudinis ut plicatum habeat  
eandem proportionem longitudo ad latitu-  
nem quam prius habuerat, tu scis quod cum  
plicatur latitudo fit longitudo & illud quod  
fuit longitudo dimidiatur & fit latitudo igitur  
hoc est dicere inuenias medium propor-  
tionale inter 5 & 2  $\frac{1}{2}$  quod est eius medietas  
& hoc habetur ex decima sexta regula quin-  
quagesimi primi capituli & erit 32. 12  $\frac{1}{2}$  eius  
latitudo: & similiter, si diceret quod plicato  
 $\frac{2}{3}$  remaneret in eadem proportionem igitur  
plicato  $\frac{1}{3}$  de 5. remaneret  $3\frac{1}{3}$  quare mul-  
tiplica ut prius  $3\frac{1}{3}$  in 5. fit 16  $\frac{2}{3}$  & huius 32.  
est latitudo.

Est tentorium altitudinis 35. 8. rotundum 29  
cuius diameter basis est 35. 12. factum ex pan-  
no altitudinis 35. 1  $\frac{1}{2}$  queritur quantum pā-  
ni inest quadra 8. fit 64. quadra 6. dimi-  
dium diametri sit 36. iunge simul fiunt 100.  
accipe 32. quæ est 10. eam multiplica in 18  
 $\frac{2}{3}$  dimidium circumferentiæ basis fit 188  $\frac{2}{3}$   
diuide per 1  $\frac{1}{2}$  altitudinem panni exit 125  
 $\frac{2}{3}$  & tot brachia panni requiruntur ad fa-  
ciendum tentorium tale, quia est Pyramis  
rotunda ideo habetur hoc modo eius super-  
ficies ex regula vigesima quinta sexagesimi  
quarti capituli.

Est cumulus frumenti aut feni Pyramida-  
lis ita enim solet constitui & eius circuitus  
est 35. 44. altitudo in medio 35. 2  $\frac{1}{2}$  & 1 35.  
per longum latum & profundum solet con-  
tinere  $\frac{1}{2}$  modium frumenti vel in ferio va-  
let solidos 2. volo scire frumentum quan-  
tum sit aut fenum per vigesimam nonam re-  
gulam sexagesimi tertij capituli quadra 44.  
fit 1936. multiplica per 7 fit 13552. diuide  
per 88. exit 153. & hæc est area basis fru-  
menti vel feni, duc in altitudinem quæ est  
2  $\frac{1}{2}$  fit 385. accipe  $\frac{1}{3}$  huius quod est 128  
 $\frac{1}{3}$  & tot  $\frac{1}{3}$  modij frumenti erunt aut tot 2.  
solidos valebit fenum.

Ponamus quod duæ naues sint in portu  
Alexandriæ quæ est in Ægipto & vna va-  
dat versus Constantinopolim quæ est in Græ-  
cia per austrum Africum distantem ab Ale-  
xandria milliaria 950. singulo die milliaria  
60. Alia verò vadat pro nothum Venetias  
distansque Venetiæ ab Alexandria milliaribus  
1700. singulo die 100. milliaribus, & hoc  
est quasi necessarium quod inæqualiter mo-  
ueantur quia & si eodem vento moueantur  
quia eodem die discedunt è portu nihil  
minus quia ventus vni est directior quam  
alteri poterit moueri vna nauis ad vnā  
partem omni die 100. milliaribus & alia

S 2 tan



## Anemographia.



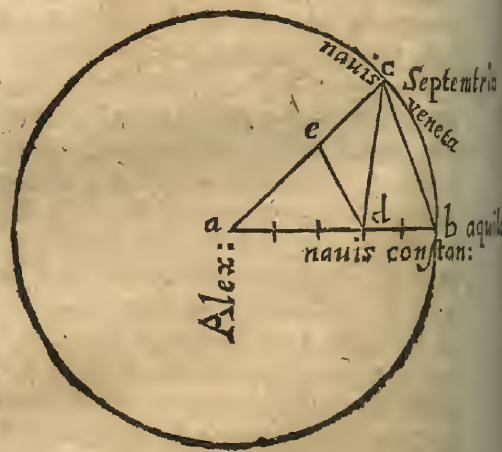
tantum 60. Imo vni erit quasi contrarius alteri propitius hoc posito quæritur in 10. diebus quantum distabunt & si vna naus vt pote

Prima deberet ire ad aliam in quo vento deberent firmari vela & temo dirigi, hæc quæstio est mota à pluribus, sed confusè soluta, sequens autem quæ est valde fortior non est scripta ab aliquo licet sit vtilior, pro hoc igitur sciendo oportet præsupponere tria, Primum quod quando dicimus nauim ire tali vento aut oportere ire eo vento, non est quod talis ventus sit necessarius aut quod tunc fiat ille ventus, sed volumus dicere quod temo & vela ita aptata sunt vt dirigant nauim ad eam viam, ad quam dirigeret ille ventus si flaret, nam ventos adducere non est in nostra potestate vela autem & temonem dirigere, ita vt nauis mota à Græco dirigatur, ac si flaret subsolanus hoc est artis periti gubernatoris. Cum igitur dicimus quo vento debet ire vult dicere, quomodo debent aptari vela & temo id est ad modum cuius venti debent dirigi licet ille ventus non flauerit tunc.

Nota secundo quod vela & temo non aptantur flante Euro dato quod velis dirigere per leuantem sicut quando vis dirigere per leuantem flante leuante, ideo quilibet ventus respectu cuiuslibet alterius ad cuius iter dirigitur habet proprium modum aptandi vela & temonem.

Tertio nota quod oportet scire alterum duorum vel quibus ventis itur ab vno loco ad alium per cartam navigationis, aut scire longitudinem & latitudinem cuiuslibet loci propositi, scire autem hoc per viam longitudinis & latitudinis est difficile per variationem poli mundi à polo Calamittæ. His stantibus licet non ignorem nomina à Vitruvio & numerum anemographiæ esse variatum, quia

tum res concordat & numerus 32. ventorum est in viridi obseruantia & nomina à recentioribus pleraque hoc modo sunt in vsu malui vtilitati hominum consulere, quam vanè de antiquis nominibus iactantia indulgere. Ponam igitur punctum A. Alexandriam & centrum circuli B.C. & multiplicabo dies itineris qui sunt 10. in maius iter quod est 100. millia versus Venetias & fit 1000. & ponam A. B. 1000. quæ est semidiameter, deinde subtraho 236.  $\frac{1}{4}$  qui sunt in directo austri Affrici A 281  $\frac{3}{4}$  qui sunt in directo noti remanent 45. qui sunt  $\frac{1}{8}$  totius circuli signabo igitur punctum C. in circulo B.C. distantem per totius circuli à puncto B. & protraham A. C. deinde considerabo ex duobus punctis quis sit propior Orienti aut Occidenti, & video



quod punctus B. est propior, quare signabo ibi verum oppositum austro Africo & est Aquilo quia auster Africis propior est Occidenti quam nothus & signabo in puncto C. septentrio qui opponitur notho & vniuersa

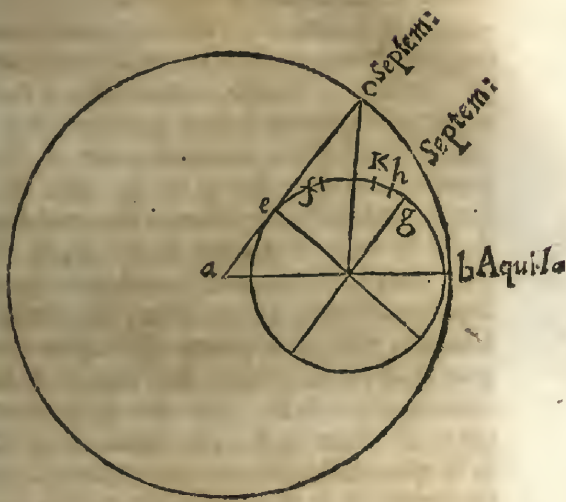


universaliſer faciam circuleum B. C. ſimilem  
circulo ventorum, & ſupponam ſemidiamete-  
trum 1000. id eſt iter maius quod fecit nauiſ  
quia igitur A. B. eſt linea vadens ab Alexan-  
dria per austrum Africum ad Aquilonem, igitur  
etiam iter ab Alexandria Conſtantinopo-  
lim ſit per austrum Africum vt ſupponitur  
eſſe Conſtantinopolitana nauiſ in linea A. B.  
& Veneta in linea A. C. & quia Veneta diſtat  
1000. milliaria à puncto A. erit Veneta na-  
uiſ in puncto C. præciſè hoc poſito mul-  
tiplica 10. per 60. ſit 600. Nam peragra-  
uit ſingulo die 60. milliaria igitur. nauiſ  
Alexandrina diſtat à puncto A. in linea A. B.  
milliaribus 600. qui ſunt  $\frac{1}{5}$  de 1000. qua-  
re  $\frac{1}{5}$  etiam lineæ A. B. cum A. B. & A.  
C. ſint æquales ſignabo igitur punctum D.  
in linea A. B. diſtans per  $\frac{1}{5}$  totius A. B.  
à puncto A. & producam lineam D. C.  
quam meſurabo cum compaſſu & inue-  
nio eam ſerre plus  $\frac{1}{5}$  lineæ A. B. igitur à  
puncto C. ad punctum D. ſunt pluſquam millia-  
ria 600. ſed oportet in talibus meſurare val-  
de præciſè.

Per Arithmeticam autem ſcitur quantitas  
D. C. hoc modo per regulam quadrilateri  
Ptolomæi etiam a nobis differentiam in libro  
ſuper Euclidem fiat A. E. æqualis A. D.  
erit igitur A. E. 600. milliaria & quia qua-  
drilaterum C. D. æquatur ei quod ſit ex E. D.  
in E. B. & ex E. C. in D. B. eſt autem E.  
C. & D. B. 200. quare productum 40000.  
Item quia arcus B. C. eſt 45. gradus erit C.  
B. & E. D. cognitæ per tabulam de corda &  
autem ſuper Ptolemæi vel per tabulam Ptolomæi  
quæ in hoc caſu ubi arcus non quaeruntur eſt fa-  
cilior eſt igitur corda arcus 45. graduum 45.55.  
20. ſerme ſuppoſita diametro 120. ſed hic ſup-  
ponitur in vna 2000. quia A. C. eſt 1000. & in  
alia 1200. quia A. D. eſt 600 igitur per regu-  
lam trium inuenies D. E. 459. 13. 20. & B.  
C. 765. 22. 13. multiplica igitur vnā in  
alterā ſient 351494. 23. 13. quibus addan-  
tur 40000. ſient 391494  $\frac{1}{4}$  ſerme cuius radix  
eſt vera diſtantia 6257.

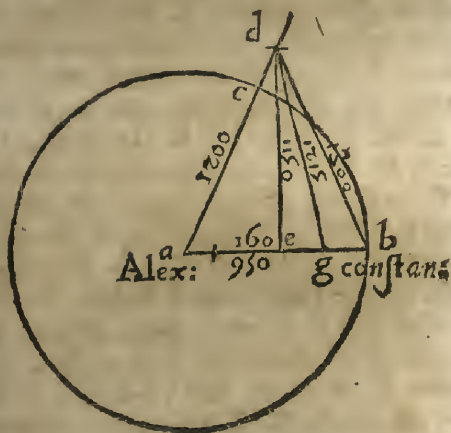
Hoc viſo ſciendum eſt quomodo, & quo  
vento vna debeat ad aliam peruenire hoc mo-  
do faciemus circuleum iterum B. C. cuius cen-  
trum ſit A. & ponemus B. C. 45. in ſuo arcu  
& faciemus circuleum B. C. maiorem quam  
prius, deinde protraheamus D. C. ſuper A.  
C. perpendicularē cum omni diligentia poſ-  
ſibili & poſt ſecundum quantitatem lineæ D.  
E. ſemidiametri faciemus, circuleum E. G. &  
ſi excidat extra punctum B. producemus A.  
D. B. & punctus in quo A. D. B. interſecat  
circuleum eſt æquilonis ventus veluti in circulo  
magno deinde diuidemus circuleum E. G.  
B. in 32. partes æquales ſicut prius & ca-  
det ſeptentrio ſuper lineam D. G. æquidiſtan-  
tem E. C. & perpendicularē ſuper E. D.  
habitis igitur duobus ventis ſeptentrione &  
aquilone habebimus per ordinem vt in  
Figura prima Anemographiæ quod linea  
C. D. cadit inter ventum qui vocatur Cir-  
cius ac Fauonium quare per ventos op-  
poſitos deferretur nauiſ Conſtantinopolitana  
ex D. in C. per ventum inter Euro-No-  
tham & Euro-Auſtrum adhærebit tamen ma-  
gis Euro Norho quam Euro-Auſtro quia linea

Tom. IV.



C. D. propinquior eſt puncto K. Circij quam  
F. Fauonii vt vides.

Vna nauiſ diſcedebat ex Alexandria & ibat  
Conſtantinopolim per austrum Africum ſin-  
gulo die faciens 60. milliaria peruenit nun-  
tius ad Andreā Dautienſem per ſcapam  
in fine tertiæ diei is erat Corciræ ſiue ad  
Corſu diſtat autem Corcira ab Alexandria  
milliaribus 1200. & Corcira à Conſtantino-  
poli milliaribus 1300. & Alexandria à Con-  
ſtantinopoli vt dictum milliaribus 950. itur  
autem ab Alexandria Conſtantinopolim per  
ventum Auſtrum Africum & à Corcira in  
Alexandriam per Trachiam & à Corcira  
Conſtantinopolim per Libonem quaeruntur  
igitur quatuor primum dato quod in fine  
tertiæ diei ſequerentur ipſam an poſſit attinge-  
re antequam perueniat ad portum. Secun-  
dum dato quod poſſit attingere vbi eaſ at-  
tinget. Tertium in quanto tempore. Quar-  
tum quo vento debet dirigere naues vt eaſ  
attingat. Et nota quod hæc ponuntur gra-  
tia exempli non quod ita ſit, item nota quod  
nautæ & pilotæ ſicut homines rudes aliter  
ſcire per ordinem, ad effectum autem vo-  
lenti venire oportet cognoscere vera itinera



& diſtantias quæ habentur in carta nauigationis  
bonum etiam eſt ſcire itinera quo vento agatur  
faciam

S 3



faciam igitur circulum B, C, super centro A, & ponam A, Alexandria & B, Constantinopolim eritque A, B, linea austri Africi 950. milliario- rum deinde quia A, Corcira itur Alexandriam per Trachiam : Trachias autem distat à Vul- turno qui opponitur Liboni gradibus  $67 \frac{1}{2}$  versus Occidentem faciemus arcum B, C, graduum  $67 \frac{1}{2}$  & sunt  $\frac{3}{4}$  de 90. quia sunt quarta circuli, deinde ducemus lineam donec A, D, sit 1200. in partibus quibus A, B, est 950. nam A, Corcira in Alexandriam suppo- sita sunt milliaria 1200. & erit D, punctus Corcira, vide igitur quanta esset katetus tri- goni A, D, B, nam latera sunt cognita A, B, 950. ad 1200. B, D, 1300. erit igitur kate- tus ex D, super A, B, 1150. primo igitur vi- de in quot diebus illæ naues peruenient Con- stantinopolim & manifestum est quod in 16. diebus ferè à quibus aufer 3. dies quibus iam discesserat ante nuntium receptum remanent 13. dies vide igitur an possit peruenire à pun- cto D. ad punctum B, idest à Corcira ad Con- stantinopolim in paucioribus diebus quam 13. si non numquam poterit assequi eas eo quod perpendicularis est valde longa & prop- inqua puncto A, secus ubi esset breuis oport- teret considerare an per tres dies ante perue- niremus ex D, in E, quam ex A, in E, & ita possent iungi aliter non.

Ponamus igitur quod ex Corcira in Cōstan- tinopolim naues faciant milliaria 150. singu- lo die & ex D, in E, faciant 100. quæritur ubi iunget eas scies A, E, quæ est 1340. fermè nam in his negligimus 3. aut 4. mil- liaria & E, B, erit 610. & signabo pun- ctum F, locum in quo hora nuntij naues erant, & distabit ab A, 180. milliariis pone igitur quod debeat attingere eas in G, quia igitur ex D, in E, peruenitur in die- bus  $11 \frac{1}{2}$  faciendo milliaria 100. singulo die & in eo tempore naus quæ est in F, facit 690. quia 60. milliaria singulo die igitur detracta F, E, quæ est 160. remanebit, iter ultra E, 530. milliaria si igitur naus veniret per D, E, remaneret 530. milliaria retrò : ponamus modo quod iret per D, B, cum igitur vadat 150. milliariis singulo die perueniret ad B, in diebus  $8 \frac{2}{3}$  & in eo tempore naus quæ est in F, perambulare 520. milliariis quare cum tota F, B, sit 770. milliaria, igitur naus Alexandrina non- dum attigisset punctum B. imo distaret ab eo 250. milliariis, pro sciendo igitur quan- titatem F, G, ita facies reduces omnia ad minores numeros diuidendo per 10. & erit F, E, 56. E, B, 61. D, E, 115. D, B, 130. iter ex D, in E, 10. milliaria singulo die iter ex D, in B, 15. milliaria singulo die iter ex F, in B, milliaria 6. singulo die ut hic vides pone igitur quod vadat in 1. co. dierum ex F, in G, igitur cum vadat 6. singulo die ibit 6. co. & erit F, G, co. 6. quare detrahe F, E, quæ est 16. remanebit E, G, co. B. m. 16. quadra 6. co. m. 16. fiet 36. ce. p. 256. m. 192. co. quadra D, E, fiet 13225. adde ad 36. ce. p. 356. m. 192. co. fiet quadratum D, G, 36. ce. p. 13481. m. 192. co. & sup- ponitur quod eundo versus B, ex E, propor- tionaliter qualis pars est E, G, ipsius E, B, talis est portio addenda ad iter per D, E, quod

|                  |     |
|------------------|-----|
| f. b             | 77  |
| f. e             | 16  |
| e. b             | 61  |
| d. e             | 115 |
| d. b             | 130 |
| Iter ex F, in 6. | 6   |
| Iter ex D, in E, | 10  |
| Iter ex D, in 6. | 15  |

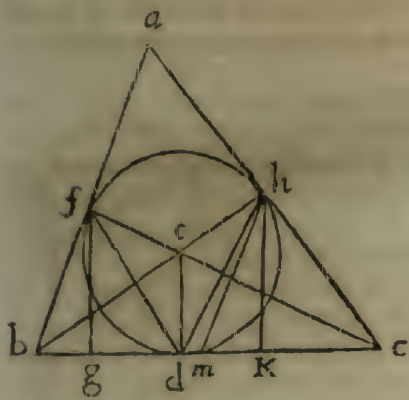
est 10. vsque ad 15. differentia autem est 5. dicemus igitur si E, B, quæ est 61. producit E, G, quæ est 6. co. m. 16. quid producit 5. differentia multiplica 5. in 6. co. m. 16. fiet 30. co. m. 80. diuide per 61. exit  $\frac{30}{61}$  co. m. 1  $\frac{19}{61}$  & tantum ibit ultra 10. milliaria, adde 10. ad  $\frac{30}{61}$  co. m. 1  $\frac{19}{61}$  fiet iter singulo die 8  $\frac{42}{61}$  p.  $\frac{30}{61}$  co, & quia peruenit ex D, in G, in 1. co. dierum igitur multiplica 1 co in 8  $\frac{42}{61}$  p.  $\frac{30}{61}$  co. fiet  $\frac{30}{61}$  cen. p. 8  $\frac{42}{61}$  co. & tanta erit D, G, & quia D, G, fuit 36. V. 36. ce. p. 13481. m. 192. co. igitur quadrando  $\frac{30}{61}$  ce. p. 8  $\frac{42}{61}$  co. fiet productum æquale 36. ce. p. 13481. m. 192. co. quadra igitur  $\frac{30}{61}$  ce. p. 8  $\frac{42}{61}$  co. fiunt  $\frac{900}{3721}$  ce. ce. p.  $\frac{1800}{3721}$  cu. p.  $\frac{280900}{3721}$  co. multi- plica omnia per 3721. fiet 900. ce. ce. p. 31800. cu. p. 280900. ce. æquales 133956. ce. p. 50162801. m. 714432. co. quare 900. ce. ce. p. 31800. cu. p. 146944. ce. p. 714432 co. æquantur 50162801. reduc. ad 1. ce. ce. fiet 1. ce. ce. p. 35  $\frac{1}{3}$  cu. p. 163  $\frac{61}{323}$  ce. p. 793  $\frac{61}{75}$  co. æqualia 55736.  $\frac{401}{900}$  & quia hoc non habet capitulum, inuenies per viam a- proximationis ponendo quod 1. co. valeat 8. igitur census eius est 64. cubus 512. & cen- sus, census est 4096. multiplica igitur 8. in 793  $\frac{61}{75}$  fiet 6350.  $\frac{38}{75}$  multiplica 64. in 163  $\frac{61}{225}$  fiunt 10449  $\frac{79}{225}$  multiplica 512. in 35  $\frac{1}{3}$  fiunt 18090  $\frac{2}{3}$  multiplica 4096. in 1. fiunt 4096. iunge simul fiunt 38986.  $\frac{118}{225}$  nos au- tem volebamus 55736  $\frac{401}{900}$  differentia igitur est minor 16749  $\frac{829}{900}$  capiemus igitur quod 9. sit la co. igitur 81. est census & 729. cu- bus & 6561. census census multiplicabimus igitur ut prius & fiet 7144  $\frac{8}{25}$  & 13224.  $\frac{216}{225}$  25758. & 6561. quæ iuncta simul sunt 52688  $\frac{2}{25}$  & hoc etiam est minus 55736  $\frac{408}{900}$  in 3048  $\frac{140}{900}$  per vnitatem igitur additam supra 8. aquisita est differentia 13701  $\frac{34}{45}$  di- uide igitur semper minorem numerum qui est 8. per maiorem qui est 9. sit  $\frac{8}{9}$  dic igitur si 13701  $\frac{34}{45}$  sit ex  $\frac{8}{9}$  ex quo fiet 3048  $\frac{140}{900}$  multiplica hoc in  $\frac{8}{9}$  fiunt 2709  $\frac{971}{2025}$  hoc di- uide per 13701  $\frac{34}{45}$  exit  $\frac{271}{1370}$  diei ferme adde ad dies 9. fiet dies 9  $\frac{271}{1370}$  nam in his exqui- sita præcisio non requiritur multiplica igitur dies 9  $\frac{271}{1370}$  in 60. milliaria habebis F, G, mil- liaria 552. ferme habito puncto G, habebis D, G, 1215, ferme quare cum E, G, sit  $\frac{39}{61}$  fer- me ipsius E, B, igitur capiemus  $\frac{39}{61}$  de 50. & sunt 32. ferme quos addemus ad 100. fiet iter per D, G, 132. milliaria singulo die diui- de 1215. per 132. exibat 9  $\frac{27}{132}$  numerus die- rum & hoc ferme est idem cum 9  $\frac{271}{1370}$  in sensibilibiter differens quare ratio est bona non enim quæ in surdos terminantur vnquam precisionem sortiri possunt, dicemus igitur quod iungentur in diebus 9. horis 5. ferme & quo in puncto G, & distanter milliariis 732. à puncto A, Alexandria & quod D, G, erit



aut 12. & 16. quibus ibi ferme mouebitur 132. multatibus ex D, in G, quibus habitis scies quæ vnto ibitur ex fine trigefimæ secundæ quæstionis sunt & nonnisi faciliores sed longius erant hic solus parcellus est.

Ex hoc habet modos per capita ignota bene notati ubi sunt ce. ce. cu. ce. Rel. P. & ce. & numerus & talia perueniendi ad maximam propinquitatem cum leuitate & ad vltimum in rebus mercantilibus & rebus in quibus peruenire oportet ad actum practicum nam quantum est de actu practico ferme ex hac regula tantam suscipies vtilitatem in capitulis ignotis quantum in notis cum sua regula æquationis modus est igitur vt capias numerum proxime minorem & alium vnitatem minorem & vide differentiam deinde diuide minorem per maiorem & quod erit multiplica in differentiam vltimam quæ remanet & prouentum diuide per differentiam quæ prouenit ex additione vnitatis & quod erit est pars addenda numero maiori exemplum 1. ce. ce. p. 2. cu. æquatur 200. pone quod res sit 2. igitur ce. ce. p. 2. cu. erit 32. item pone quod sit 3. igitur 1. ce. ce. p. 2. cu. erit 135. & differentia primi à secundo est 103 per vnitatem deinde differentia secundæ est 65. diuide igitur 2. per 3. exit  $\frac{2}{3}$  dic si 103. fit ex  $\frac{2}{3}$  ex quo fiet 65. multiplica 65. in  $\frac{2}{3}$  fit  $\frac{130}{3}$  diuide per 103. exit  $\frac{130}{103}$  adde ad 3. fiet valor rei proximus  $3\frac{130}{103}$  & licet hoc sit modico maius quam oportet quanto tamen la. fit maior temper euadit præcisior, veluti si dicam de 8000. loco quod dixi de 200. est regula aurea.

43 Sit trigonus A, B, C, cuius basis sit B, C, 14. & sit in eo circulus D, F, H, cuius semidiameter sit 4. & sit portio B, D, 6. quare



D, C, erit 8. hoc totum supponitur volo scire quanta sit A, C, & quanta sit A, B. producā perpendiculares E, H, & E, F, quæ cadent in punctis contactuum & producā perpendiculares E, D, F, G, H, K, & producā E, C, & E, B, & producā F, D, & D, H, vt vides & erunt duo trigoni F, E, B, & B, E, D, æquilateri quare F, B, erit 6. vt est B, D, & similiter H, C, erit 8. vt est D, C, & quia anguli ad D, sunt recti quadrabo B, D, fiet 36. quadrabo E, D, fiet 16. iungam simul fiet 52. & R. 52. est B, E, & similiter quadrabo C, D, fit 64. & D, E, fit 16. iunge simul sunt 80. & R. 80. est E, C, & quia anguli ad D, & H, & F. omnes sunt recti erunt duo anguli F, E, D, & B, æquales duobus rectis & similiter duo anguli H, E, D, & C, æquales

duobus rectis, quare vterque duorum quadrilaterorum F, E, D, B, & H, E, D, C, esset in scriptibile circulo per conuersam vigesimæ primæ tertij Euclidis cumque B, D, & B, F, sint æquales item F, E, &

E, D, erit duplum eius quod fit ex B, D, in E, F, æquale ei quod fit ex F, D, in E, B, duco igitur B, D, in F, E, fit 24. duplico 24. fit 48. diuido per B, E, fit F, D, R. 44.  $\frac{4}{11}$  per idem duco D, C, in H, E, fit 32. duplico fit 64. diuido 64. per E, C, quæ, est R. 80. exit D, H, R.  $51\frac{1}{5}$  & quia vt sepe dictum est cum producitur perpendicularis ab angulo trigoni ad basim differentia quadratorum partium basis est tanta quanta est differentia quadratorum laterum continentium angulum à quo deducitur perpendicularis quadrato igitur F, D, fit  $44\frac{2}{3}$  quadrato F, B, fit 36. differentia est  $8\frac{2}{3}$  diuide igitur per vigesimū nonam quæstionem sexagesimi sexti capituli B, D, quæ est 6. ita quod quadrata partium differant in  $8\frac{2}{3}$  & inuenies quod B, G, est  $2\frac{4}{11}$  & G, D,  $3\frac{9}{11}$  & similiter inuenies quia differentia quadrati H, C, super quadratum H, D, est  $12\frac{4}{5}$  quod D, K, est  $3\frac{1}{5}$  & K, C,  $4\frac{4}{5}$  quare detrahendo quadratum B, G, ex quadrato F, B, remanebit F, G, R.  $30\frac{14}{165}$  & est  $5\frac{2}{11}$  & similiter detrahendo quadratum K, C, ex quadrato H, C, remanebit H, K, R.  $40\frac{24}{25}$  quod est  $6\frac{2}{5}$  post dices si F, G, perpendicularis quæ est  $5\frac{2}{11}$  vult G, B, basim quæ est  $2\frac{4}{11}$  quid volet H, K, perpendicularis quæ est  $6\frac{2}{5}$  multiplica  $6\frac{2}{5}$  in  $2\frac{4}{11}$  fiunt  $\frac{260}{55}$  diuide per  $5\frac{2}{11}$  exit  $2\frac{2}{3}$  & tantam faciam k, M, erit igitur proportio H, k, ad K, M, veluti F, G, ad G, B, sed anguli G, & k, sunt similes igitur pro tracta H, M, erunt duo trianguli H, K, M, & F, G, B, similes quare angulus H, M, C, est æqualis angulo B, igitur duorum triangulorum A, B, C, & H, M, C, duo anguli B, & C, æquantur duobus angulis H, & C, igitur reliquis reliquo & trigoni sunt similes & quia C, k, est  $4\frac{4}{5}$  & K, M,  $2\frac{2}{3}$  igitur tota C, M, est  $7\frac{2}{15}$  dic igitur si  $7\frac{2}{15}$  producit 14. quid producit 8. & est H, C, multiplica 8. in 14. fiunt 112. diuide per  $7\frac{2}{15}$  exeunt 15. & tanta est A, C, similiter quadra K, M, fit  $7\frac{1}{9}$  quadra H, k, fit  $40\frac{24}{25}$  iunge simul fiunt  $48\frac{16}{25}$  R. huius est  $6\frac{14}{15}$  & tanta est H, M, dic igitur si  $7\frac{2}{15}$  foret 14. quid essent  $6\frac{14}{15}$  multiplica 14. in  $6\frac{14}{15}$  fit  $97\frac{14}{15}$  diuide  $97\frac{14}{15}$  per  $7\frac{2}{15}$  exit 13. & tanta est A, B, quod est propositum hæc eriam ponitur in vltimo libri de diuina proportionem à Fratre Luca.

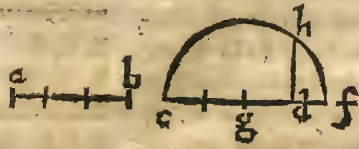
Reducas omnes operationes Arithmeticas ad Geometricam, ita quod cum compassu ac linea possunt deduci ad effectum, hoc non est aliud dicere quam illas radices scire deducere ad actum practicum cum compassu & sit exemplum.

E, D, 4.  
D, B, 6  
B, C, 14.  
D, C, 8.  
F, B, 6.  
E, H, 8.  
B, E, R. 52.  
E, C, R. 80.  
F, D, R.  $44\frac{2}{3}$   
D, H, R.  $51\frac{1}{5}$   
B, G,  $2\frac{4}{11}$   
G, D,  $3\frac{9}{11}$   
F, G,  $5\frac{2}{11}$   
C, K,  $4\frac{4}{5}$   
K, D,  $3\frac{1}{5}$   
H, K,  $6\frac{2}{5}$   
K, M,  $2\frac{2}{3}$   
C, M,  $7\frac{2}{15}$   
H, M,  $6\frac{14}{15}$   
A, C, 15.  
A, B, 13.



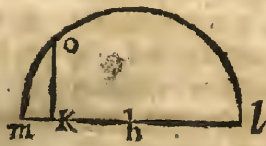
# 212 Liber V nicus. Cap. LXVIII.

Volo ponere  $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot \frac{3}{2} \cdot 3$  in Figura ponamus enim quod  $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot \frac{3}{2} \cdot 3$  sit latus tetragonum alicuius Figuræ multilateræ cuius latus sit 4. exempli gratia: volo igitur inuenire  $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot \frac{3}{2} \cdot 3$  in Figura cū igitur A.B. latus sit 4. diuido ipsum in vnitates per vndecimam sexti Euclidis vel pratice diuidendo eam

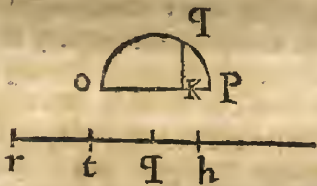


in 4. partes æquales quo facto accipe lineam C. D. quæ sit 5. adde ei vnitatem id est vnā partē ex A.B. diuisa in quatuor & hoc pro regula & fiat C. F. diuide C.F. per æqualia in pūcto G. & lineabis semicirculum C.H. F. & eriges perpendicularem à pūcto contactus inter vnitatem & lineam cuiusvis radicem accipe videlicet lineam D.H. & erit D.H.  $\frac{3}{2} \cdot 5$  siue  $\frac{3}{2} \cdot C$ . D. post capio eadem ratione. 7. cuius

Volo  $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$  accipere accipiendo totam A.B. &  $\frac{3}{4}$  eius cum compassu & sit linea K. huic addo vnitatem vt prius & fiat linea L.M. hanc diuido per æqualia in N. & lineabo semicirculū, vt



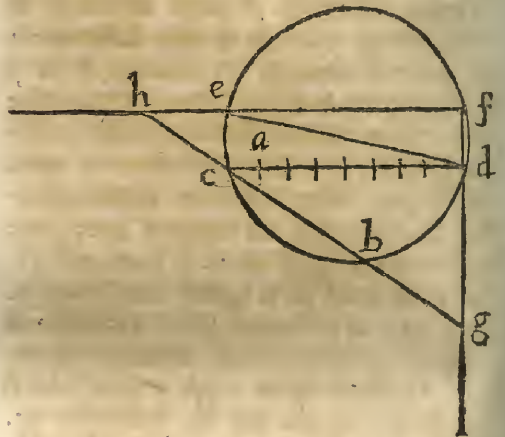
prius M.O.L. & producam à pūcto k. & perpendicularem vt prius k.O. eritque k.O.  $\frac{3}{2} \cdot 7$ . capiam igitur K.O. & addam ei vnitatem sumptam ex A.B. vt prius & fiet O.P. & educam ex pūcto contermino vnitatis & K. O. lineam ad semicirculum vt prius factum secundum medietatem O. P. quæ sit perpendicularis k. Q. eritque K.Q.  $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7$  siue k.L. habes igitur D.



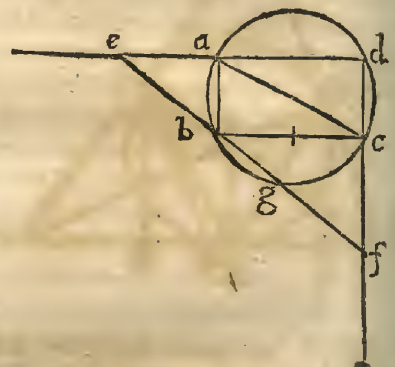
H.  $\frac{3}{2} \cdot 5$  & K.Q.  $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7$ . pone igitur R.T. 3. & iunge ei per tertiam primi Euclidis protrahēdo lineam R.T. in continuum & directum lineas k.Q. & D.H. & erit tota linea R. H. composita  $3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7$ .

Quod si velles extrahere  $\frac{3}{2}$  cubicam, gratia exempli de 8. scias quod dictum est in capitulo quadragesimo secundo regula sexagesima secunda quod cum fuerint quatuor numeri continue proportionales ab vnitatem secundus est R. cubica quarti sit igitur linea C. D. 8. cuius volo  $\frac{3}{2}$  cubicam quia igitur est 8. diuide eam in 8. partes æquales quarum vna sit C. A. igitur C.A. est vnitatis & ita si C.D. fuisset 10. cuius voluisset accipere  $\frac{3}{2}$  cubicam diuideret C.D. in 10. partes æquales quarum vna esset C. A. efferetque C.A. vnitatis & ita semper inuenio vni-

tatem, erigo igitur C.E. æqualem C.A. vnitati perpendiculariter super C. D. & produco D.E. & diuido D.E. per æqualia & in eius medio facto centro circumscribo trigono C. D.E. circulum vt vides qui necessario pertransibit per pūctum C. eo quod angulus C. rectus est deinde protraham. E.F. æquidistantem C. D. & producam eam multum extra. versus H. & producam F.D. in directum multum versus G. vt vides eritque quadrilaterum C.D.E.F. rectorum angulorū ex vigesima nona & quadragesima secunda primi Euclidis & hoc dico, vt cognoscas an benè protraxeris dictas lineas deinde pone



regulam super pūctum C. circunvoluens eam tantum quod mensurando à pūcto H. ad pūctum C. æquetur lineæ à pūcto B. ad pūctum G cumque hoc inueneris circunvoluendo regulam circa pūctum C. produces lineam H. C. G. eritque E.H.  $\frac{3}{2}$  cubica C.D. eo quod quatuor lineæ C. D. & D. G. & E. H. & E. C. sunt continue proportionales & E.C. est vnitatis igitur secūda quantitas quæ est H.E. est  $\frac{3}{2}$  cubica quartæ quæ est C.D. quod erat probandum.



Et ex hoc si quis tibi ponat vnā lineā puta A. B. & dicat inuenias aliā lineam per hanc quæ faciat cubum vt pote duplum aut triplum cubo ipsius A. B. vt fuit in themate platonis pone quod semper A.B. sit 1. eius cubus igitur est 1. & quia volo cum duplum igitur ille cubus erit 2. accipienda igitur est linea B.C. quæ erit dupla ad A. B. & iungemus eas ad rectos angulos vt prius & producemus A.C. & circumscribemus circulum deinde circunvoluendo regulam super pūctum B. faciemus B. E. æqualem F. G. cumque hoc fuerit producta linea E. B. G. F. habebimus A. E.  $\frac{3}{2}$  cubicam. B. C. ex qua facto cubo perueniet cubus



# De Geometr. Quæstionibus, &c. 2

cubus depur. ad cubum factum ex A.B.

Ex præsentimento in omnibus si proponatur  
nisi quantitas vt eam ponas, pro vnitatē  
deinde operate arithmetice & inuentis qua-  
drato vel cubis, nam regula generalis est in-  
uenire post modum re. earum quantitatum cu-  
bicam vel quadratam & habebis intentum re.  
cubicam vel quadratam vel re. re. prout volueris  
si vero proponatur quantitas maior reduces  
eam ad cubicam, aut quadratam prout vis, & se-  
cundum numerū illius lineæ inuenies vnitatē  
quā inuenta per modos prædictos elicies re.  
quadrata vel cubicam vel re. re. vt si velles tripla-  
re cubum de 4. pone lineam quæ est 4. pro vni-  
tate & assume ei lineam triplam deinde qua-  
dra duas lineas medio modo proportionales  
& earum minor est linea quæ sita & similiter  
si velles inuenire lineam quæ faceret quadra-  
tum triplum ad aliquam lineam puta A. B. ad-  
iunge ad A. B. in directum triplam lineam de-  
inde semicirculum super totam lineam con-  
iungam & a puncto vbi coniunguntur ille  
dux lineæ, erige perpendicularem ad ipsum  
circulum id est ad circumferentiam talis, lineæ  
quadratum erit triplum quadrato lineæ A. B.

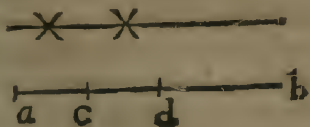
45 B. proposita.

Hic volo docere quadam necessaria ad  
exercitium geometricum, vt comodius fiat &  
memorari & reliqua talia & primo linea  
recta ducitur cum regula calibea parum sub-  
tilitate, sed longe exactius, cum capillo,  
vel filo leni & bene extenso tincto en-  
caustro vnde accipitur hoc modo longe me-  
lius extrahitur quam cum regula & reliqua in  
quibus subtilitas & rectitudo magna deside-  
ratur.

Circulus fit cum circino leuiter & subtiliter  
cauto in vna summitate: fit etiā cum regula  
sobuli fixa cum clauicula & circumducta nam  
non inclinetur tantū & subtilior euadit. Linea  
perpendicularis sic educitur continua rectam  
lineam parum veluti volo ex linea A. B. ex  
puncto B. educere perpendicularem continua-  
bo A. B. sine encaustro, puta ad punctum C. di-  
recte vt vides deinde mensurabo cum com-  
passu B. C. & tantundem faciam B. D. deinde  
aperto compassu penam in puncto D. & ex-  
tendam versus directum B. lineando modicam



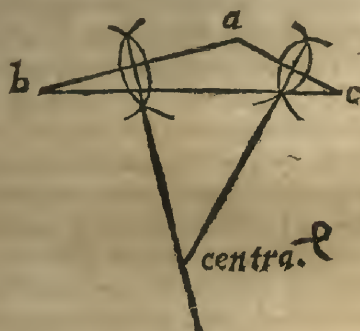
partem circuli sine encaustro & similiter figam  
in puncto C. cum eadem latitudine & exten-  
dam ad directum B. & vbi lineando modicam  
portionem circuli sine encaustro se interseca-  
bunt ab eo puncto deduces lineam ad pun-  
ctum B. & erit perpendicularis super eum ego  
tamen feci circulos cum encaustro vt posses  
videre.



Cum volueris ducere æquidistantem A. B.

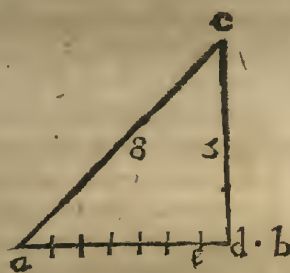
pone pedem circini in A & procedi  
eadem latitudine sine encaustro si  
puncta quæ sunt C. & D. & circuli  
circum eadem latitudine vt  
do 4. portiones circulorum bin-  
secantes sine encaustro & per  
num educes lineam æquidistantem.

Cum volueris circa datum trigonum circulum  
describere vt pote circa trigonum A. B. C.  
describere circulum pones pedem circini in  
puncto C. & lineabis portionem circuli versus  
A. sine encaustro & cum eadem latitudine po-  
nes in puncto A. & lineabis versus punctum  
C. portionem circuli ita vt se intercerent vt



vides ex quo patet quod oportet circulum esse  
latiorem medietate lineæ A. C. hoc idem facies  
in altero latere puta A. B. cum eadem vel alia  
latitudine si oportuerit cum qua fecisti in A.  
C. tamen quod circuli descripti super latus A.  
B. licet non concordent in latitudine circini  
cum latitudine circini super A. C. attamen  
concordabunt inuicem videlicet circulus ex  
A versus B. & ex B. versus A. deinde lineabis  
sine encaustro duas lineas per quatuor puncta  
sectionum circulorum & vbi se interfecabunt  
ibi erit centrum circuli circumscribentis.

Cum volueris facere trigonum cuius puta  
vnum latus sit 8. aliud 5. & basis sit 6. lineabis  
A. sine encaustro in qua facies sectiones se-  
cundum numerum lateris maioris puta 8. de-  
inde protrahes lineam cum encaustro ad con-  
tinentem. 6. ex illis sectionibus quia tot debet  
esse basis & signabis ibi punctum D. & post  
habebis duos circinos alterum aperies secun-



dum quantitatem AB. videlicet 8. sectionum  
alterum secundum quantitatem A. E. quæ est  
5. sectionum deinde pones vnum in A. alterum  
in D. & circumuoluens donec se tangant &  
punctus qui est C. est ille à quo deductis li-  
neis C. A. & C. D. vna erit 8. alia 5. his sex au-  
xiliis inferues tibi in actu practico in omni-  
bus quæ volueris & etiam in aliis quibuscun-  
bet faciendis.

Cap.



## CAPVT VLT.

## De erroribus Fratris Luca.

**N**on causa reprehensionis, aut lactantia, sed ne quis aut frustra labore quærendo veritatem in rebus falsis, aut decipiatur grauius, non sine lactura: tantum manifestiores & periculosos recensebo errores, quos vel transferendo non diligenter examinavit, vel describendo per incuriam preterit, vel inueniendo deceptus est.

1. Est in distinctione nona tractatu secundo capitulo de appensionibus ibi enim siue errore calcographi, siue proprio, dixit quod decima pars 16.  $\frac{25}{25}$  est 1  $\frac{78}{125}$  debet dicere 1  $\frac{76}{25}$  vt patet. & hoc errore perseverat vsque in finem: deinde dicit quæ 17.  $\frac{88}{125}$  sunt  $\frac{5197}{6600}$  de 20. quod est absurdissimum, nam accipere quotientem non est nisi multiplicare per denominatorem fractionis vnde dato quod sint 17.  $\frac{88}{125}$  ducemus 20. per 129. & fient 2500. & ducto 125. in 17. fiunt 2125. adde 88. vel verius 86. fiunt 2211. & ita 17.  $\frac{86}{125}$  vel  $\frac{16}{125}$  erūt  $\frac{2211}{2500}$  de 20. his sunt errores qui forte imponi possent, impressori, licet in ea impressione iple affuerit, & etiam factis operationibus additionum, manent: quod non accidit in transcriptione, verum vltimus est error nimis grauis, nam accipit totum redditum vnus anni in censu, vel vsura, & eam tribuit proportionali temporis, nam sicut menses 10. dies 29.  $\frac{241}{100}$  sunt pars 12. mensium, ita luerum debuit esse lucri, & ideo illa quæstio est valde falsa, & ab eo male soluta.

2. Error est in eodem casu, ibidem in quinto exemplo, nam asses 14. pro totius anni redditu vult augeri. Cum tamen finem in tempore solutionis consequantur: Verum hic error aliquo modo ex conditione alleuari potest, deffendi non potest, Vnde existimo non plene hanc perdocuisse rationem.

3. Est cum existimauerit. D. sexta T. sexto gemmas augeri eodem pretio, proportionem geometrica, cum hoc sit falsum & si gemmarij hæc in vsum ducerent, in maxima detrimenta incurrerent: nam si margarita ponderis k. 2. valeat aureos 4. & alia k. 4. valeat aureos 8. dicit quod tertia quæ sit k. 16. valebit 32. eo quod dupla proportionem semper pretium augetur quod tamen falsum est: nam talis valebit aureos 96. supposita æquali bonitate: & in hoc sciendum est quod in gemmis quæ magnitudinem frequenter assequuntur vt Crystallus, & Topatius, & Ballassius, nulla potest assignari ratio, nisi auctionis extimatiuè supposita semper æquali perfectione secundum proportionem duplam, ad augmentum duplum, & secundum triplum ad triplum: in his vero quæ rara magnitudine sunt, veluti carbunculus, smaragdus, margarite, adamas, licet etiam perfectione æquali supposita nō possit haberi firmū pretium, decimus tamen in talibus rem propinquiorem & est: singulis auctionibus æqualibus, adde sequentem proportionem geometricam, veluti sit margarita ponderis k. 2. valens aureos 5. alia ponderis k. 4. valens aureos 10. dico quod his stantibus margarita

ponderis k. 16. valebit aureos 120. nam k. 8. valebit triplum. 10. & K. 16. quadruplum 30. igitur casu supposito valebit 120. de his tamen præcisam reddere rationem, cum hominum consuetudine non natura consent est impossibile.

Est in distinctione nona tractatu quinto capite primo & cap. tertio, quæstionibus. 17. 18. 19. 20. & pluribus aliis: nam easdem quæstiones soluit in capite primo per compensationem, & in tertio per algebra, ita quod resultat differentia valde sensibilis, dato etiam quod solutio primi capituli est confusa, & ideo debuit adicere quod modus primi capituli est secundum propinquum, secundus autem modus est verus pro quo vide in capite sexagesimo sexto in quæstionibus super 57. capitulum.

Et errauit ludorum determinatione errore, manifestissimo, & a pueris etiam cognoscibili, dum alios arguit & suam laudat exquisitā opinionem; vnde ludentibus ad 6. & habenti 5. alteri 2. dat post multas superfluas supputationes partes 5. & 2. ita quod totam summā diuidit in 7. ponamus igitur quod duo ludant ad 19. & vnus habeat 18. alius tantum 9. habet igitur primo  $\frac{1}{3}$  totius summe, & secundo  $\frac{1}{3}$ . sit igitur depositum aurei 12. summæ amborum erit 24. quibus 16. primo & 8. secundo contingunt: non igitur ille qui habet 18. ludos lucratus est nisi aureos 4. & ex aduersario, qui sunt tertia pars depositi, & tam ad cōplendum non deest nisi vnus ludus, secundo autē defunt 10. hoc autē est absurdissimū præterea illā partē quæ isque debet assumere, quam æqua ratione deponere posset ea conditione, sed habens 18. cum habente 9. potest eundo ad 19. deponere 10. contra 1. imo 20. contra vnum: igitur in diuisione debet habere partes 20. & ille tantum vnus, tertio si ludimus ad 19. & vnus habeat 2. alter nullum, per suam rationem qui habet 2. debet acquirere totum depositum, patet ex suo computo, hoc autem quale sit inconueniens non est dubitandum, cum ex tam modica superatione, cum tantā remotione a fine debeat acquirere tantum, quantum si lucratus fuisset 19. ludos: secundo quia ad deterius ille non potest venire qui perdit depositum, sed dato quod haberet 18. ludos primus, & secundus nullos, adhuc non debentur emnes, quia vltimus esset superfluus, quanto igitur minus debet habere totum per duos tantum acquisitos, quarto ad principale si vnus habeat 3. alius 1. eundo ad 13. primo contingunt partes si secundo 1. & si primus haberet 12. secundus 9. darentur primo  $\frac{4}{7}$ , & secundo  $\frac{1}{7}$ , & ita multo deterius esset conditio primi in secundo casu, quam in primo, quod est absurdissimum, cum in secundo casu non continget primo perdere. in sex vicibus semel, & in primo non sit magna disparitas & hoc iam declarauimus in capitulo sexagesimo primo.

Et errauit in distin. nona trac. octauo, quæstione decimanona grauissime: quoniam licet solutio quæstionis sit vera, est tamen in illo casu tantum & nullo alio.

Et errauit in dist. septima, trac. secundo, articulo quarto c. vndecimo quoniam dixit quæstionem de porcis, asinis, capris, & pecudibus, posse solui per secundam positionem cathaim & non est verum.



- 8 Et errauit in dist. nona tract. tertio, a capite trigesimo primo inchoando, vsque ad caput 43. ita quod omnes illæ transmutationes cum maxima iactura partium sunt & hoc declarauit in suo capitulo.
- 9 Et errauit in distinctione octaua capitulo quinquagesimo septimo grauitur, credens probare quod superficies ambiens spheram sit quadrupla circulo maximo ipsius spheræ, nam non concludit vt bene intelligenti patet.
- 10 Et errauit in distinctione secunda tractatu quinto, in solutione 30. questionis, pro quo vide c. sexagesimo septimo in fine questionis supra trigelimum capitulum.
- 11 Et errauit in distinctione 9. T. 3. questionibus 13. 14. 15. 16. 17. 18. prout demonstraui in questione sexagesima sexta, sexagesimi sexti capitulo.
- 12 Et errauit in distinct. sexta tract. questione vigesima sexta dum dixit quod talis æquatio habet capitulum, cum nec ipse assignauerit nec credat esse possibile, nam cū dixit 1275. p. 170. corquantur 2. ce. p. 225. m. 30. co. p. 1. en. facta æqualitate sūt 1050. p. 200. co. æquales 2. ce. p. 1. en. & tale capitulum ab ipso non est positum ratio etiam falsa est nam cum 1. co. sit 6. in illo calu erit 1. cu. p. 2. ce. tantum 288. & non 225. & ideo fuit duplicatus error.
- 13 Et errauit in distinctione 9. T. secūdo capitulo de appensionibus domorum questione tertia & quarta errore in regula si intelligatur ad caput nona regula est falsa plusquam ad 8. pro 100. si intelligatur regula de reditu simplici error est ad 16. pro 100. ita ille non cogitat quod cum dicitur domus debet soluere domino locator sicut annualem singulis annis & quod pro tali portione postquam soluit non tenetur soluere vlturam de eo quod non possidet sed recipit non ne locationis exemplū si accipiat libras 1000. ad 10. pro 100. siue ad caput anni siue simpliciter & tu possideas domum de qua soluas mihi lib. 200. singulis annis in fine primi anni certum est quod debeo dare lib. 110. sed quia tu teneris postmodum dare vel recompenſare lib. 200. pro ficto annuā domus quam possides detractis lib. 200. ex 100. certum est quod in secundo anno non debes trahere nisi vlturā de lib. 900. id est 90 libras & non 110, prout explicauit in questione octauagesima prima propterea homo hic bonus in scientia verissima construxit in fin. tas falsitates & graues ita quod in 200. libris annuæ pensionis potest accedere et vno modo 80. librarum & plus in 5. annis & alio modo librarum plusque 160. & ita ut est in fin. animaduertenda cogitando suporem viii.
- 14 Et errauit in questione vigesima prima D. 6. T. 6. de malliciis croci & cinamomo dupliciter primo quia posuit primam quantitatem cinamomum quæ est secunda quantitas nam ponit pretium croci cinamomi & mallicie continet proportionalia & ideo cinamomum est secunda quantitas & post facit eam primam vnde questio sit falsa necessario.
- 15 Secundus error est quia dicit non refert quæ ponatur prima quantitas aut secunda aut tota 100. max. de refert vt patet in questione nostra octuagesima tertia nam si di-

cam quod pretium primæ sit minimum & velim facere quantitatum magnam oportet vt maior numerus multiplicetur per tertiam & non per primam & econtra si quæramus paruum quantitatem de secunda aut certum est quod non potest vnquam mutare locum quin questio sit postmodum falsa.

Et errauit in dist. nona. 10. capitulo trigesimo quarto cum dixit quod  $\frac{1}{2}$ . censuum &  $\frac{1}{2}$ . co. habent æquationes similes numeris nam declaratum est in quinquagesimo primo capitulo regula octaua & nona quod bene co. & cen. numero  $\frac{1}{2}$ . designatæ habet simile capitulum sed non  $\frac{1}{2}$ . ce. &  $\frac{1}{2}$ . co. imo vt ibi dictum est  $\frac{1}{2}$ . censuum habet æquationem in capitulo co. numero  $\frac{1}{2}$ . illius numeri sed  $\frac{1}{2}$ . co. non habet capitulum cum comparatur censui & numero sed sit res improporcionata tanto minus cum adest etiam co. nam vt ibi dictum est  $\frac{1}{2}$ . cen. est co. &  $\frac{1}{2}$ . co. est denominatio separata ab omnibus.

Et errauit in capitulo de salariis famulorum eiusdem tractatus in questione de salariis famulorum quoniam debent intelligi progressiue & non propotionaliter vt apparuit questione centesima prima.

Et errauit in questione quadragesima quinta distinctione octaua de muro triangulari in  $\frac{1}{5}$  totius longitudinis fere sicut apparet questione vigesima tertia 67. capitulo.

Et errauit in assignatione quantitatum irrationalis alium super decimum Euclidis eo quod credidit omnem quantitatem irrationalem esse medialem quod est omnino falsum & super hoc fundamēto fecit innumero errores & voluit quod productū tale  $\frac{1}{2}$ . 40. p. 3. vel simile binomium esset superficies medialis quod est omnino repugnans Euclidi: nam Euclides vult quod superficies medialis sit tantum illa quæ potest designari per  $\frac{1}{2}$ . numeri simplicis surdi veluti  $\frac{1}{2}$ . 5. vel  $\frac{1}{2}$ . 15. sicut declarauimus nos in libello qui dicitur supplementum practice in quo ostendi omnia capitula algebre possibilis & impossibilis vsque in infinitum & quæ sint generalia & quæ non ita quod non est aliquid desiderabile in tota arte quantumcumque difficile quod non habeat radicem dantem cognitionem in illo libro & addidi plura capitula noua in ipso & non potui edere ipsum propter nimiam magnitudinem huius libelli eo quod est impressus in forma parua licet liber ille non transcendit tria aut quatuor folia & est consummatio totius artis & est extractus ex decimo Euclidis & ita reuertendo ad propositum assignauit vnā irrationalem compositam ex talibus partibus  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 80. p.  $\frac{1}{2}$ . 48. &  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 80. m.  $\frac{1}{2}$ . 48. & non considerat quod tales partes non possunt esse in actu nam  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 80. est fere 3.  $\frac{1}{2}$ . 48. est fere 7. quando igitur ponemus  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 80. m.  $\frac{1}{2}$ . 48. est ac si diceret 3. m. 7. si vero intelligitur ad hunc sensum  $\frac{1}{2}$ . V.  $\frac{1}{2}$ . 80. m.  $\frac{1}{2}$ . 48. tunc male disposuit & si bene consideras tota illa pars est ita falsa & confusa quod etiam valde peritū in Euclide deiciet ex recta ratione quam obrem supra totum illa pars est dimittenda quoniam cum in aliis errauerit frequentissime & grauitur ibi tandem superat omnem humanum lapsum cum totum peruerterit Euclidem ita



vt dixi vt non solum nihil ibi vtile possis dicere sed & si iam eruditus sis deiciet te ex eruditione quam habes, hæc certe non ex odio illius dixi qui fuit & amator virtutum & laboriosus & qui si non fuisset ego forte non potuissem complere artem ad modum quem feci, sed ne quisquam studeret illi parti quoniam in æternum non exiret ex illa confusio-

ne & adduceretur in desperationem & ignorantiam rectæ doctrinæ & tandem caderet necessario in opinionem Euclidis errasset in sua compositione quia necessario ex interpretatione illius cadit in infinitas contrarietates & hæc sufficiant prælibasse ex infinita illa congerie errorum quæ patrauit in suo opere.

*Finis Libri Practicæ Arithmetica.*



# LIBELLVS QVI DICTVR, COMPVTVS MINOR.



**Q**UOT libras lucratur aliquis in anno, si multiplicaueris per 2. & diuideris per 3. quod exit, est numerus denariorum in die exemplum librarum 80. in anno lucratur libras 7. duc 7. in 2. fit 14. diuide per 3. fit  $4\frac{2}{3}$  & tot nummos paruos lucratur librarum 100. in die videlicet d.  $4\frac{2}{3}$ .

**2** QUOT libras lucratur aliquis in anno si per 18. diuideris tot solidos, lucratur idem in die Exemplum librarum 60. lucratur in anno libras 7. diuide 7. per 18. exit  $\frac{7}{18}$  &  $\frac{7}{18}$  vnus solidi lucratur librarum 100. in die sunt autem  $\frac{7}{18}$  vnus solidi d.  $4\frac{2}{3}$  & est idem cum priore in re.

**3** QUOT libras lucratur aliquis in anno, si multiplicaueris per 5. & diuideris per 3. tantum lucratur ex solidis in mense exemplum lib. 100. in anno lucratur lib. 7. multiplica in 5. fit 35. diuide per 3. exit  $11\frac{2}{3}$  & tot solidos lucrabuntur lib. 100. in mense & sunt solidi 11. d. 8.

**4** QUOT solidos lucratur aliquis in anno totidem d. lucratur in mense Exemplum lib. 100. lucratur solidos 17. in anno, igitur lucrabuntur d. 17. singulo mense idem tenet etiam si lucrum non sit ex 100. veluti ducatus lucratur 13. solidos in anno igitur ducatus lucrabitur d. 13. in singulo mense.

**5** QUOT d. lucratur aliquis in mense tot solidos lucratur in anno veluti 70. librarum lucratur 37. d. omni mense igitur lucrabuntur 37. solidos omni anno. Et nota quod hic intelliguntur omnes menses æquales dierum 30. quasi annus constaret 360. diebus.

**6** QUOT solidos lucratur aliquis in mense multiplica per 3. & diuide per 5. tot libras lucrabitur in anno veluti lib. 100. lucratur 17. solidos in mense multiplica 17. per 3. fit 51. diuide per 5. exit  $10\frac{1}{5}$  & tot lib. lucrabitur 100. librarum in anno videlicet lib. 10. f. 4.

QUOT denarios lucratur aliquis in mense, diuide per 20. tot lib. lucratur in anno veluti lib. 70. lucratur denarios 47. in mense diuide per 20. exit  $2\frac{7}{20}$  & tot libras lucrabuntur dictæ librarum 70. in vno anno.

**8** QUOT libras lucratur aliquis in anno si multiplicaueris per 20. tot d. lucrabitur in mense veluti

aliquis habet 170. lib. in anno stipendij multiplica per 20. sunt 3400. d. & tot habebit in mense siue solidos 283. d. 4. siue lib. 14. f. 3. d. 4.

QUOT solidos lucratur aliquis in die, multiplica per 18. tot libras lucratur in anno veluti aliquis lucratur solidos 13. in die multiplica 13. in 18. sunt 234. & tot libras lucratur in anno dico præsupponitur quod lucratur etiam in diebus festis.

QUOT nummos lucratur in die multiplica per 3. & diuide per 2. quod exit est numerus librarum quas lucratur in anno veluti quidam lucratur nummos. 15. in die multiplica per 3. fit 45. diuide per 2. exit  $22\frac{1}{2}$  & tot libras lucratur in anno, & nota quod omnis d. in die producit lib. 1. f. 10. in anno & f. 2. d. 6. in mense.

QUOT nummos lucratur in mense librarum, multiplica per 5. tot libras lucratur librarum 100. in anno veluti lib. vna lucratur 7. d. in mense multiplica per 5. fit 35. & 35. libras lucrabuntur lib. 100. in anno & ita omnis d. in mense pro libra importat lib. 5. pro 100.

QUOT nummos lucratur libra in mense, multiplica per 10. & diuide per 3. quod exit erit lucrum d. quos lucratur lib. 100. in die veluti libra in mense lucratur d. 7. multiplica 7. in 10. fit 70. diuide per 3. exit  $23\frac{1}{3}$  & tot nummos lucrabuntur lib. 100. in die.

QUOT nummos lucratur lib. 100. in die multiplica per 3. & diuide per 10. quod exit est numerus d. quos lucratur lib. 1. in mense veluti lib. 100. lucratur d. 15. in die multiplica 15. in 3. fit 45. diuide per 10. exit  $4\frac{5}{10}$  & denarios  $4\frac{1}{2}$  lucratur libra omni mense.

QUOT libras lucratur lib. 100. in anno si autem uidatur numerus per 5. tot solidos lucratur lib. in mense exemplum lib. 100. lucratur lib. 7. in mense diuide 7. per 5. exit  $1\frac{4}{5}$  & tot solidos lucratur libra vna in mense quod est f. 1. d.  $4\frac{4}{5}$ .

In tot annis reduplicatur capitale quantus est numerus qui exit diuiso 20. per nummos quos lucratur libra in mense veluti si libra lucratur d. 4. in mense reduplicabitur capitale in 5. annis nam diuiso 20. per 4. exit 5. & si lucratur d. 6. reduplicabitur in annis  $3\frac{1}{3}$  nam diuiso 20. per 6. exit  $3\frac{1}{3}$  & ita de aliis.

QUOT d. venditur libra tot f. 8. d. 4. venditur 16



100. veluti vendo libram ferri 13. denarius igitur vendo 100. ferri solidis 108 d. 4.
- 17 Quot s. venditur libra tot 5. libris venditur 100. veluti piper venditur 32. solidi pro libra igitur venditur lib. 160. pro 100.
- 18 Quot d. venditur libra tot lib. 4. s. 3. d. 4. venditur milliare veluti libra calcis venditur d. 5. igitur milliare venditur lib. 20. s. 15. d. 20. & sunt lib. 20. s. 16. d. 8.
- 19 Quot solidis venditur libra tot 50. lib. venditur milliare veluti libra zinziberis venditur 47. solidis & d. 4. igitur milliare venditur 2360. libris &  $\frac{2}{11}$  vnius libræ nam d. sunt  $\frac{1}{11}$  vnius solidi igitur 4. d. sunt  $\frac{4}{11}$  igitur  $\frac{1}{11}$  vnius libræ sunt lib.  $16\frac{2}{11}$  venditur igitur milliare zinziberis libris 2366. s. 13. d. 4. vel fac de denariis per decimam octauam regulam.
- 20 Quot d. venditur vntia tot solidis venditur libra veluti vntia cinamomi valet 34. d. igitur libra cinamomi valet s. 34.
- 21 Quot d. valet vntia tot 5. libre valet 100. librarum veluti vntia cinamomi valet d. 34. igitur libre 100. valent lib. 170.
- 22 Quot d. valet vntia tot 50. lib. valet milliare. Patet per se.
- 23 Quot solidos valet vntia multiplica per 3. & diuide per 5. quod exit est valor libræ in lib. 10. Exemplum crocus valet 13. solidos pro vntia multiplica per 3. sunt 39. diuide per 5. exit  $7\frac{4}{5}$  & ita valebit lib. 7. s. 16. pro libra.
- 24 Quot solidos valet vntia multiplica per 60. tot libras valet 100. librarum veluti crocus valet solidos 13. pro vntia multiplica per 60. fit 780. & tot libras valet 100. librarum croci.
- 25 Quot solidos valet libra tot d. valet vntia. Patet per se.
- 26 Quot solidos valet 100. librarum multiplica per 3. & diuide per 25. tantum valebit lib. 10. d. Exemplum calx valet 13. solidos pro 100. libris multiplica 13. per 3. fit 39. diuide per 25. exit  $1\frac{4}{5}$  & ideo libra calcis valet d.  $1\frac{4}{5}$ .
- 27 Quot solidos valent lib. 100. tot  $\frac{1}{100}$  d. valet vntia veluti 100. libræ calcis valent 13. solidos igitur vntia calcis valet  $\frac{13}{100}$  vnius denarii, nam diuiso 13. numero solidorum per 100. exit numerus d.
- 28 Quot libras valet 100. librarum tot  $2\frac{1}{2}$  d. valet libra. Exemplum 100. libræ carnis valent 7. libras d. igitur libra carnis valet 14. d. & ita valet d.  $16\frac{1}{4}$ .
- 29 Quot libras valet 1000. libræ multiplica per 6. & diuide per 25. quod exit valet libram denariis. Exemplum lib. 1000. zucari valent 220. libras, multiplica 220. per 6. sunt 1320. diuide per 25. exeunt  $52\frac{4}{5}$  & tot d. valebit libra zucari.
- 30 Quot libras valet 100. librarum si diuiseris per 5. habebis valorem vntiæ in d. Exemplum 100. libræ zucari valent libras 23. igitur vntia valet d.  $4\frac{1}{5}$  diuiso enim 23. per 5. exit  $4\frac{1}{5}$ .

Tom. IV.

Circa operationem igitur mercaturæ proponitur tale Exemplum. Milliare æris valet lib. 127. s. 13. d. 5. quæritur quantum valent lib. 4727. onz. 7. æris.

Nota quod potest solui hæc quæstio tripliciter primo regulatiter per regulam 3. hoc modo reduces totum pretium quod fuit lib. 127. s. 13. d. 5. ad denarios item totum æs ad vntias & milliare æris ad vntias hoc modo. Primo multiplico lib. 127. 127 per 2. fiunt 254. adde 0. quia libra componitur ex s. 20. & tu non multiplicasti nisi per 2. fiunt igitur solidi 2540. quibus adde solidos 13. quos habebas vltra 127. lib. fiunt solidi 2553. hos multiplica in 12. & fient tot numeri videlicet 30636. d. quibus adde d. 5. quos habuisti vltra solidos 13. & lib. 127. fient igitur d. 30641. & hi sunt valor vnius milliariis.

Deinde resolue lib. 4727. onz. 7. in vnt. multiplicando per 12. & fiunt 56724. quibus si addantur onz. 7. vltra lib. 4727. habitæ fiet summa æris cuius pretium quæritur onz. 56731. deinde resolues vnum milliare æris & sunt lib. 1000. in vntias multiplicando per 12. nam lib. continet onz. 12. fient igitur vntiæ 12000. & hoc est vt operatio sit inter res eiusdem naturæ.

Post hec dices per regulam 3. si onz. 12000. valent d. 30641. quid valebunt onz. 56731. multiplica secundum per tertium idest 30641. per 56731. & fiunt vt vides 1738294571. quem numerum diuide per primum & fuit

|   |             |                       |
|---|-------------|-----------------------|
| 12000. abscindendo  | 56731       | 1000                  |
| 000. à diuifore remanet diuifor 12. & totidem litteras à dextra   | 30641       | 12                    |
| similiter diuidendi auferendo remanet diuidendus  | 56731       |                       |
| 2738294. vnde diuifus per 12.   | 226924      |                       |
| exit 14485. & super sunt 10. quos ante ponas ad 571. iam abscissum fient  | 340386      |                       |
| $\frac{10571}{12000}$ erūt igitur denarii 144857.   | 00000       |                       |
| hos reduces ad solidos diuidendo per 12. exeunt solidi 12071  | 170193      |                       |
| & supersunt nummi 5. aufer igitur primam litteram à dextra solidorum & remanent 1207. quos diuide per 2. exeunt libræ 603. & superest 1. quem ante pone ad 1. seruatum fient solidi 11. est igitur pretium lib. 603. s. 11. d. 5. $\frac{10571}{12000}$ . Alius modus per practicam seruans in omnibus talibus leuior est hic. Pone libras 4727. onz. 7. superius & lib. 27. s. 13. d. 5. infra & quia hoc est pretium vnius milliariis capies 4. qui est numerus | 1738294 571 |                       |
|   | 12 000      |                       |
|   | d. 144857   | $\frac{10571}{12000}$ |
|   | 12          |                       |
|   | s. 12071    | 5                     |
|   | 1207        |                       |
|   | 2           | 11                    |
|   | 603         |                       |

T

tus



# 218 Liber Vnicus. Cap. LXIV.

lib. 4727. onz. 7.

lib. 127. f. 13. d. 5.

4.

4000. lib. 510. f. 13. d. 8.  
500. lib. 63. f. 16. d. 8.  
200. lib. 25. f. 10. d. 8.  
20. lib. 2. f. 11. d. 0.  
5. lib. 0. f. 12. d. 9.  
2 1/2 lib. 0. f. 6. d. 4.  
onz. 1. lib. 0. f. 0. d. 2.

lib. 603. f. 11. d. 5.

6000.

rus milliariorum & multiplicabis in pretium & fiet pretium 4. milliariorum lib. 510. f. 13. d. 8. deinde capies 500. libras quod sunt dimidium milliaris, & valebunt etiam 60. dimidium lib. 127. f. 13. d. 5. & est lib. 63. f. 16. d. 8. & hoc suppones precedentibus lib. 510. f. 13. d. 8. vt vides iam igitur sustulisti lib. 4000. & 50. sunt 4500. ex libris 4727. onz. 7. remanebunt igitur lib. 227. onz. 7. capias igitur 200. libras qui sunt quinta pars vnius miliaris & pro his capies etiam quintam partem de lib. 127. f. 13. d. 5. & est lib. 25. f. 10. d. 8. & suppones predictis. Remanserunt igitur lib. 29. onz. 7. ex quibus capio 20. qui sunt decima pars de 200. & ita capio etiam decimam partem valoris 200. librarum qui proximè descriptus est & fuit lib. 25. f. 10. d. 8. & erit eius decima pars lib. 2. f. 11. d. 4. deinde quia remanserunt lib. 7. onz. 7. capio libras 5. & sunt quarta pars de lib. 20. & ita capio etiam quartam partem pretij librarum 20. proximè positi quod fuit lib. 2. f. 11. d. 4. & erit eius quarta pars f. 12. d. 9. remanserunt igitur lib. 2. onz. 7. quæ sunt plus quam medietas de lib. 5. proximè acceptarum; capio igitur lib. 2. onz. 6. & sunt medietas lib. 5. proximè acceptarum, quare capio etiam dimidium pretij 5. librarum & erit f. 6. d. 4. remansit onz. 1. tantum & est trigesima pars de lib. 2. onz. 6. vnde capiam trigesimam partem pretij proximè assignati lib. 2. onz. 6. & erit d. 2. iunge etiam hæc simul & primò fractos sed sunt aliqui qui non curant eos, sed si vis cape maiorem denominationem & semper diuide eam per reliquos denominatores, & multiplica per numeratorem fiet igitur summa fractorum 34571. & sunt denarij 2. & 10571/12000 suppone igitur 2. ad reliquos & erit summa vt vides lib. 603. f. 11. d. 5. Et hæc ratio est longè facilius primà & securior quia homo videt operationem per partes & mihi placet facere vtamque.

Tertius modus est per regulasuprascriptas dicendo sic milliare valet lib. 127. f. 13. d. 5. igitur lib. 4000. valent lib. 510. f. 13. d. 8. deinde dices igitur 100. lib. valent decimam partem de lib. 127. f. 13. d. 5. & sunt lib. 12. f. 15. d. 4. & quia sunt lib. 700. supra 4000. fient lib.

lib. 167. f. 13. d. 5. | lib. 4727. onz. 7.

|         |      |     |             |
|---------|------|-----|-------------|
| 4000.   | 510. | 13. | 8.          |
| 700.    | 89.  | 7.  | 4 7/10      |
| 27.     | 3.   | 8.  | 11 30/100   |
| onz. 7. |      | 8.  | 5 1000/1000 |

lib. 603. f. 11. d. 5.

12. f. 15. d. 4 1/10 multiplicandæ per 7. fiunt lib. 89. f. 7. d. 4 7/10 deinde quia 100. lib. valent lib. 12. f. 15. d. 4 1/10 igitur per vigesimam octauam & vigesimam sextam regulam libra valet f. 2. d. 11 307/1000 multiplica in 27. fiunt lib. 3. f. 8. d. 11 107/1000 & quia libra valet f. 2. d. 6 641/1000 igitur vntia valet d. 2 6541/12000 per vigesimam quintam regulam: multiplica per 7. nam tot vntiæ supererant fiet valor vnt. 7. f. 1. d. 5 10487/12000 manifestum est quod hic modus est etiam bonus & brevis, vnde facta summa prouenit idem.

Modus multiplicandi per cruetam valens in pluribus maximè vbi litteræ multiplicatoris & multiplicandi sint pares sic fit, multiplica primò litteras primas à dextra videlicet 7. in 9. fit 63. deponere 1. & serua 6. deinde multiplica 7. in 7. fit 49. & 9. in 5. fit 45. iunge fit 94. adde 6. fit 100. multiplica 4. in 3. fit 12. adde ad 100. fit 112. deponere 2. vltimam litteram & serua 11. deinde multiplica 7. in 3. fit 21. & 2. in 9. fit 18. iunge fiunt 39. adde 11. fit 50. multiplica etiam 3. in 7. fit 21. & 4. in 5. fit 20. totum est 41. adde ad 60. fit 91. deponere 1. & serua 9. deinde multiplica 3. in 3. fit 9. & 4. in 2. fit 8. iunge fiunt 17. ad 9. prius seruatos fiunt 26. deinde multiplica 5. in 7. fit 35. adde ad 26. fiunt 61. deponere 1. & serua 6. deinde multiplica 5. in 3. fiunt 15. & 2. in 7. fiunt 14. iunge cum 6. prius seruatis fiunt 35. deponere 5. & serua 3. vltimo multiplica 3. in 2. extremas litteras à sinistra fiunt 6. adde ad 3. fiunt 9. deponere 9. & est perfecta. Bonum autem est scire multiplicare vsque ad 20. memoriter & pro hoc feci in fine hunc libellum vt homo nullius alterius auxilio indigeat nam in 20. comprehenduntur lib. & solidi & reliqua necessaria.

|   |    |   |   |    |   |
|---|----|---|---|----|---|
| 0 | 0  | 0 | 0 | 13 | 0 |
| 0 | 1  | 0 | 0 | 14 | 0 |
| 0 | 2  | 0 | 0 | 15 | 0 |
| 0 | 3  | 0 | 0 | 16 | 0 |
| 0 | 4  | 0 | 0 | 17 | 0 |
| 0 | 5  | 0 | 0 | 18 | 0 |
| 0 | 6  | 0 | 0 | 19 | 0 |
| 0 | 7  | 0 | 0 | 20 | 0 |
| 0 | 8  | 0 |   |    |   |
| 0 | 9  | 0 | 1 | 0  | 0 |
| 0 | 10 | 0 | 1 | 1  | 1 |
| 0 | 11 | 0 | 1 | 2  | 2 |
| 0 | 12 | 0 | 1 | 3  | 3 |



## De Mensura corporum.

319

|   |    |    |   |    |     |    |    |     |     |    |     |
|---|----|----|---|----|-----|----|----|-----|-----|----|-----|
| 1 | 4  | 4  | 4 | 8  | 32  | 7  | 12 | 84  | 10  | 16 | 160 |
| 1 | 5  | 5  | 4 | 9  | 36  | 7  | 13 | 91  | 10  | 17 | 170 |
| 1 | 6  | 6  | 4 | 10 | 40  | 7  | 14 | 98  | 10  | 18 | 180 |
| 1 | 7  | 7  | 4 | 11 | 44  | 7  | 15 | 105 | 10  | 19 | 190 |
| 1 | 8  | 8  | 4 | 12 | 48  | 7  | 16 | 112 | 10  | 20 | 200 |
| 1 | 9  | 9  | 4 | 13 | 52  | 7  | 17 | 119 | 11  | 0  | 0   |
| 1 | 10 | 10 | 4 | 14 | 56  | 7  | 18 | 126 | 11  | 1  | 11  |
| 1 | 11 | 11 | 4 | 15 | 60  | 7  | 19 | 133 | 11  | 2  | 22  |
| 1 | 12 | 12 | 4 | 16 | 64  | 7  | 20 | 140 | 11  | 3  | 33  |
| 1 | 13 | 13 | 4 | 17 | 68  | 8  | 0  | 0   | 11  | 4  | 44  |
| 1 | 14 | 14 | 4 | 18 | 72  | 8  | 1  | 8   | 11  | 5  | 55  |
| 1 | 15 | 15 | 4 | 19 | 76  | 8  | 2  | 16  | 11  | 6  | 66  |
| 1 | 16 | 16 | 4 | 20 | 80  | 8  | 3  | 24  | 11  | 7  | 77  |
| 1 | 17 | 17 |   |    |     | 8  | 4  | 32  | 11  | 8  | 88  |
| 1 | 18 | 18 | 5 | 0  | 0   | 8  | 5  | 40  | 11  | 9  | 99  |
| 1 | 19 | 19 | 5 | 1  | 5   | 8  | 6  | 48  | 11  | 10 | 110 |
| 1 | 20 | 20 | 5 | 2  | 10  | 8  | 7  | 56  | 11  | 11 | 121 |
|   |    |    | 5 | 3  | 15  | 8  | 8  | 64  | 11  | 12 | 132 |
| 2 | 0  | 0  | 5 | 4  | 20  | 8  | 9  | 72  | 11  | 13 | 143 |
| 2 | 1  | 2  | 5 | 5  | 25  | 8  | 10 | 80  | 11  | 14 | 154 |
| 2 | 2  | 4  | 5 | 6  | 30  | 8  | 11 | 88  | 11  | 15 | 165 |
| 2 | 3  | 6  | 5 | 7  | 35  | 8  | 12 | 96  | 11  | 16 | 176 |
| 2 | 4  | 8  | 5 | 8  | 40  | 8  | 13 | 104 | 11  | 17 | 187 |
| 2 | 5  | 10 | 5 | 9  | 45  | 8  | 14 | 112 | 11  | 18 | 198 |
| 2 | 6  | 12 | 5 | 10 | 50  | 8  | 15 | 120 | 11  | 19 | 209 |
| 2 | 7  | 14 | 5 | 11 | 55  | 8  | 16 | 128 | 11  | 20 | 220 |
| 2 | 8  | 16 | 5 | 12 | 60  | 8  | 17 | 136 |     |    |     |
| 2 | 9  | 18 | 5 | 13 | 65  | 8  | 18 | 144 | 12  | 0  | 0   |
| 2 | 10 | 20 | 5 | 14 | 70  | 8  | 19 | 152 | 12  | 1  | 12  |
| 2 | 11 | 22 | 5 | 15 | 75  | 8  | 20 | 160 | 12  | 2  | 24  |
| 2 | 12 | 24 | 5 | 16 | 80  |    |    |     | 12  | 3  | 36  |
| 2 | 13 | 26 | 5 | 17 | 85  | 9  | 0  | 0   | 12  | 4  | 48  |
| 2 | 14 | 28 | 5 | 18 | 90  | 9  | 1  | 9   | 12  | 5  | 60  |
| 2 | 15 | 30 | 5 | 19 | 95  | 9  | 2  | 18  | 12  | 6  | 72  |
| 2 | 16 | 32 | 5 | 20 | 100 | 9  | 3  | 27  | 12  | 7  | 84  |
| 2 | 17 | 34 |   |    |     | 9  | 4  | 36  | 12  | 8  | 96  |
| 2 | 18 | 36 | 6 | 0  | 0   | 9  | 5  | 45  | 12  | 9  | 108 |
| 2 | 19 | 38 | 6 | 1  | 6   | 9  | 6  | 54  | 12  | 10 | 120 |
| 2 | 20 | 40 | 6 | 2  | 12  | 9  | 7  | 63  | 12  | 11 | 132 |
|   |    |    | 6 | 3  | 18  | 9  | 8  | 72  | 12  | 12 | 144 |
| 3 | 0  | 0  | 6 | 4  | 24  | 9  | 9  | 81  | 12  | 13 | 156 |
| 3 | 1  | 3  | 6 | 5  | 30  | 9  | 10 | 90  | 12  | 14 | 168 |
| 3 | 2  | 6  | 6 | 6  | 36  | 9  | 11 | 99  | 12  | 15 | 180 |
| 3 | 3  | 9  | 6 | 7  | 42  | 9  | 12 | 108 | 12  | 16 | 192 |
| 3 | 4  | 12 | 6 | 8  | 48  | 9  | 13 | 117 | 12  | 17 | 204 |
| 3 | 5  | 15 | 6 | 9  | 54  | 9  | 14 | 126 | 12  | 18 | 216 |
| 3 | 6  | 18 | 6 | 10 | 60  | 9  | 15 | 135 | 12  | 19 | 228 |
| 3 | 7  | 21 | 6 | 11 | 66  | 9  | 16 | 144 | 12  | 20 | 240 |
| 3 | 8  | 24 | 6 | 12 | 72  | 9  | 17 | 153 |     |    |     |
| 3 | 9  | 27 | 6 | 13 | 78  | 9  | 18 | 162 | 13  | 0  | 0   |
| 3 | 10 | 30 | 6 | 14 | 84  | 9  | 19 | 171 | 13  | 1  | 13  |
| 3 | 11 | 33 | 6 | 15 | 90  | 9  | 20 | 180 | 13  | 2  | 26  |
| 3 | 12 | 36 | 6 | 16 | 96  |    |    |     | 13  | 3  | 39  |
| 3 | 13 | 39 | 6 | 17 | 102 | 10 | 0  | 0   | 13  | 4  | 52  |
| 3 | 14 | 42 | 6 | 18 | 108 | 10 | 1  | 10  | 13  | 5  | 65  |
| 3 | 15 | 45 | 6 | 19 | 114 | 10 | 2  | 20  | 13  | 6  | 78  |
| 3 | 16 | 48 | 6 | 20 | 120 | 10 | 3  | 30  | 13  | 7  | 91  |
| 3 | 17 | 51 |   |    |     | 10 | 4  | 40  | 13  | 8  | 104 |
| 3 | 18 | 54 | 7 | 0  | 0   | 10 | 5  | 50  | 13  | 9  | 117 |
| 3 | 19 | 57 | 7 | 1  | 7   | 10 | 6  | 60  | 13  | 10 | 130 |
| 3 | 20 | 60 | 7 | 2  | 14  | 10 | 7  | 70  | 13  | 11 | 143 |
|   |    |    | 7 | 3  | 21  | 10 | 8  | 80  | 13  | 12 | 156 |
| 4 | 0  | 0  | 7 | 4  | 28  | 10 | 9  | 90  | 13  | 13 | 169 |
| 4 | 1  | 4  | 7 | 5  | 35  | 10 | 10 | 100 | 13  | 14 | 182 |
| 4 | 2  | 8  | 7 | 6  | 42  | 10 | 11 | 110 | 13  | 15 | 195 |
| 4 | 3  | 12 | 7 | 7  | 49  | 20 | 12 | 120 | 13  | 16 | 208 |
| 4 | 4  | 16 | 7 | 8  | 56  | 10 | 13 | 130 | 13  | 17 | 221 |
| 4 | 5  | 20 | 7 | 9  | 63  | 10 | 14 | 140 | 13  | 18 | 234 |
| 4 | 6  | 24 | 7 | 10 | 70  | 10 | 15 | 150 | 13  | 19 | 247 |
| 4 | 7  | 28 | 7 | 11 | 77  |    |    |     | T 2 |    | 13  |



# 220 Liber Vnicus. Cap. LXIV.

|    |    |     |    |    |     |    |    |     |    |    |     |
|----|----|-----|----|----|-----|----|----|-----|----|----|-----|
| 13 | 20 | 260 | 15 | 15 | 225 | 17 | 10 | 170 | 19 | 5  | 95  |
|    |    |     | 15 | 16 | 240 | 17 | 11 | 187 | 19 | 6  | 114 |
| 14 | 0  | 0   | 15 | 17 | 255 | 17 | 12 | 204 | 19 | 7  | 133 |
| 14 | 1  | 14  | 15 | 18 | 270 | 17 | 13 | 221 | 19 | 8  | 152 |
| 14 | 2  | 28  | 15 | 19 | 285 | 17 | 14 | 238 | 19 | 9  | 171 |
| 14 | 3  | 42  | 15 | 20 | 300 | 17 | 15 | 255 | 19 | 10 | 190 |
| 14 | 4  | 56  |    |    |     | 17 | 16 | 272 | 19 | 11 | 209 |
| 14 | 5  | 70  | 16 | 0  | 0   | 17 | 17 | 289 | 19 | 12 | 228 |
| 14 | 6  | 84  | 16 | 1  | 16  | 17 | 18 | 306 | 19 | 13 | 247 |
| 14 | 7  | 98  | 16 | 2  | 32  | 17 | 19 | 323 | 19 | 14 | 266 |
| 14 | 8  | 112 | 16 | 3  | 48  | 17 | 20 | 340 | 19 | 15 | 285 |
| 14 | 9  | 126 | 16 | 4  | 64  |    |    |     | 19 | 16 | 304 |
| 14 | 10 | 140 | 16 | 5  | 80  | 18 | 0  | 0   | 19 | 17 | 323 |
| 14 | 11 | 154 | 16 | 6  | 96  | 18 | 1  | 18  | 19 | 18 | 342 |
| 14 | 12 | 168 | 16 | 7  | 112 | 18 | 2  | 36  | 19 | 19 | 361 |
| 14 | 13 | 182 | 16 | 8  | 128 | 18 | 3  | 54  | 19 | 20 | 380 |
| 14 | 14 | 196 | 16 | 9  | 144 | 18 | 4  | 72  |    |    |     |
| 14 | 15 | 210 | 16 | 10 | 160 | 18 | 5  | 90  | 20 | 0  | 0   |
| 14 | 16 | 224 | 16 | 11 | 176 | 18 | 6  | 108 | 20 | 1  | 20  |
| 14 | 17 | 238 | 16 | 12 | 192 | 18 | 7  | 126 | 20 | 2  | 40  |
| 14 | 18 | 252 | 16 | 13 | 208 | 18 | 8  | 144 | 20 | 3  | 60  |
| 14 | 19 | 266 | 16 | 14 | 224 | 18 | 9  | 162 | 20 | 4  | 80  |
| 14 | 20 | 280 | 16 | 15 | 240 | 18 | 10 | 180 | 20 | 5  | 100 |
|    |    |     | 16 | 16 | 256 | 18 | 11 | 198 | 20 | 6  | 120 |
| 15 | 0  | 0   | 16 | 17 | 272 | 18 | 12 | 216 | 20 | 7  | 140 |
| 15 | 1  | 15  | 16 | 18 | 288 | 18 | 13 | 234 | 20 | 8  | 160 |
| 15 | 2  | 30  | 16 | 19 | 304 | 18 | 14 | 252 | 20 | 9  | 180 |
| 15 | 3  | 45  | 16 | 20 | 320 | 18 | 15 | 270 | 20 | 10 | 200 |
| 15 | 4  | 60  |    |    |     | 18 | 16 | 288 | 20 | 11 | 220 |
| 15 | 5  | 75  | 17 | 0  | 0   | 18 | 17 | 306 | 20 | 12 | 240 |
| 15 | 6  | 90  | 17 | 1  | 17  | 18 | 18 | 324 | 20 | 13 | 260 |
| 15 | 7  | 105 | 17 | 2  | 34  | 18 | 19 | 342 | 20 | 14 | 280 |
| 15 | 8  | 120 | 17 | 3  | 51  | 18 | 20 | 360 | 20 | 15 | 300 |
| 15 | 9  | 135 | 17 | 4  | 68  |    |    |     | 20 | 16 | 320 |
| 15 | 10 | 150 | 17 | 5  | 85  | 19 | 0  | 0   | 20 | 17 | 340 |
| 15 | 11 | 165 | 17 | 6  | 102 | 19 | 1  | 19  | 20 | 18 | 360 |
| 15 | 12 | 180 | 17 | 7  | 119 | 19 | 2  | 38  | 20 | 19 | 380 |
| 15 | 13 | 195 | 17 | 8  | 136 | 19 | 3  | 57  | 20 | 20 | 400 |
| 15 | 14 | 210 | 17 | 9  | 153 | 19 | 4  | 76  |    |    |     |

Potes etiam si vis diuidere per hanc Tabulam querendo diuidendum in tabula diuisoris quod est in directo erit exiens.





HIERONYMI  
CARDANI,  
ARTIS MAGNÆ,

*SIVE*

DE REGVLIS ALGEBRAICIS,  
LIBER VNVS.

ANDREÆ OSIANDRO

viro eruditiss.

S. P. D.

**N**ihil tam animo vnquam versaui, Andrea doctiss. quàm vt eorum, qui de bonis litteris bene merentur, nomina posteritati commendarem. Tum verò præcipuam quandam diligentiam adieci, si tales cum eruditione humanitatem coniunxissent. Quamobrem cum te non solum Hebræarum, Græcarum ac Latinarum litterarum scientiam haud mediocrem, sed etiam Mathematicarum habere intelligam, humanissimum quoque semper expertus sim, visum est, hoc meum Opus nulli melius posse dedicari, quàm tibi, à quo possit & emendari, ( si manus mea imperium mentis transgressa fefellisset ) & legi cum voluptate, & intelligi, tum verò etiam cum autoritate commendari. Hoc exemplum, nisi fallor, & alij sequentur, ac opera sua, non nisi in ea quam tractant arte eruditus dedicabunt. Accipe ergo amoris erga te mei, & officij in me tui, tum præclaræ simul eruditionis tuæ perpetuum testimonium. Et quanquam tu talis sis, quem tua virtus omnibus notum faciat, tamen cum Alexander, & Cæsar, factis suis notissimi, aliorum monumentis inscribi desiderauerint, cumque Plato, qui mira illa per sese conderet, aliorum tamen scriptis laudari concupiuerit, spero meum hoc qualecunque officium tibi quoque non ingratum esse futurum, quòd & in his fortuna quædam dominetur, pereantque meliora sæpè seruatis deterioribus. Et sit modo de hoc qualecunque iudicium tuum, certum mihi tamen



est, officio meo me satisfacere debere. Atque utinam contingat illustriore exemplo, animum meum erga omnes ostendere, qui eo animi candore sunt, quo te in studiosos nostri temporis fuisse semper agnoui. Sed dabitur forsan occasio melior, etsi non detur, hanc tamen, qualiscunque sit, periisse mihi nolim. Vale.  
5. Idus Ianuarias, M. D. XLV. Papiæ.

## LECTORI.



*ABES in hoc libro, studiose Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Cos-  
sa vocant) nouis adinventionibus, ac demonstrationibus ab Authore ita lo-  
cupletatas, ut pro pauculis antea vulgò tritis, iam septuaginta euase-  
rint. Neque solum, ubi vnus numerus alteri, aut duo vni, verumetiam,  
ubi duo duobus, aut tres vni aequales fuerint, modum explicant. Hunc  
autem librum idcò de nouo edere placuit, partim ut hoc abstrusissimo, & planè in-  
exhausto totius Arithmetica thesauro in lucem eruto, & quasi in theatro quodam om-  
nibus ad spectandum opposito, Lectores incitarentur, ut reliquos Operis Perfecti li-  
bros, tanto avidius amplectantur, ac minore fastidio perdiscant: partim quia ab  
Authore recens diligenter recognitus & auctus sit.*

## CAPVT PRIMVM.

*De duabus equationibus in singulis  
capitulis.*

**H**Æc Ars olim à Mahomete, Moysi Arabis filio initium sumpsit. Etenim huius rei locuples testis Leonartus Pisanus. Reliquit autem capitula quatuor, cum suis demonstrationibus, quas nos locis suis ascribemus. Post multa verò temporum interualla, tria capitula deriuatiua addita illis sunt, incerto authore quæ tamen cum principalibus, à Luca Pacciolo posita sunt. Demum etiam ex primis, alia tria deriuatiua, à quodam ignoto viro inuenta legi, hæc tamen minime in lucem prodierant, cum essent alijs longe utiliora nam cubi & numeri & cubi quadrati æstimationem docebant. Verùm temporibus nostris, Scipio Ferreus Bononiensis, capitulum cubi & rerum numero æqualium inuenit, rem sanè pulchram & admirabilem. Cum omnem humanam subtilitatem, omnis ingenij mortalis claritatem ars hæc superet, donum profectò cœleste, experimentum autem virtutis animorum, atque adedò illistre, ut qui hæc attigerit, nihil non intelligere possit se credat. Huius æmulatione Nicolaus Tartalea Brixellensis, amicus noster, cum in certamen cum illius discipulo Antonio Maria Florido venisset, capitulum idem, ne vinceretur, inuenit, qui mihi ipsum multis precibus exoratus tradidit. Deceptus enim ego verbis Luca Paccioli, qui ultra sua capitula, generale nullum aliud esse posse negat (quanquam tot iam antea rebus à me inuentis, sub manibus esset) desperabam tamen inuenire, quod querere non audebam. Inde autem, illo habito, demonstrationem

venatus, intellexi complura alia posse haberi. Ac eo studio, auctaque iam confidentia, per me partim, ac etiam aliqua per Ludouicum Ferrarium, olim alumnum nostrum, inueni. Porro quæ ab his inuenta sunt, illorum nominibus decorabuntur, cætera, quæ nomine carent, nostra sunt. At etiam demonstrationes, præter tres Mahometis, & duas Ludouici, omnes nostræ sunt, singulæque capitibus suis præponentur, inde regula addita, subiicietur experimentum. Et quanquā longus sermo de his haberi posset, ac longa capitulorum series subiungi, finem tamen exquisitæ considerationi in cubo faciemus, cætera, etiam si generaliter, quasi tamen per transfennam tractantes, namque cum positio lineam, quadratum superficiem, cubus corpus solidum referat, nã utique stultum fuerit, nos ultra progredi, quò naturæ non licet. Itaque satis perfectè docuisse videbitur, qui omnia, quæ usque ad cubum sunt, tradiderit, reliqua quæ adijcimus, quasi coacti aut incitati, non ultra tradimus. In omnibus autem præcedentium, ac maxime librorum tertij ac quarti, meminisse operæ precium fuerit, ne vel iterum tradendo nugax efficiar, aut obscurior prætermittendo.

Iam enim docuisse nos meminimus, quæ sint impares, aut pares denominationes. Namque quadratum, & quadratum quadrati, cubumque quadrati, ac deinceps una semper intermissa pares, rem autem seu positionem, cubum, primum ac secundum. Relatum, impares vocamus denominationes. At vero quòd tam ex 3. quàm ex m. 3. fit 9. quoniam minus in minus ductum producit plus. At in imparibus denominationibus eadem seruatur natura: seu quòd dicimus debitum, expositione ulla numeri veri produci potest, iam meminisse oportet dilucidius explicatum.

Si igitur par denominatio, numero æqua-  
lis



# Cap. I. De duabus æquat. &c. 223

lis sit, rei æstimatio duplex est,  $\bar{m}$ . &  $\bar{p}$ . alteraque alteri æqualis, velut, si quadratum æquetur 9. res est 3. vel 3.  $\bar{m}$ . & si æquetur 16. res est 4. vel  $\bar{m}$ . 4. & si quadratum quadrati æquetur 81. rei æstimatio est 3. vel  $\bar{m}$ . 3. Componere autem pares denominationes non est admodum necessarium, quia quadrati quadratum ad derivatiua capitula pertinet, verum si diligenter hæc, quæ scribam, animaduerteris, cum hac regula etiam voto tuo satisfacies, nam cum quadratum & quadrati quadratum numero æquantur, eadem erit ratio quæ in simplici, duplex æquatio scilicet, altera  $\bar{p}$ . altera  $\bar{m}$ . inuicemque æquales, velut 1. quadrati quadratum  $\bar{p}$ . 3. quadratis æquantur 28. positio valet 2. vel 2.  $\bar{m}$ . At vñro, si quadrati quadratum & numerus, æqualia sint quadratis, demonstrabimus sanè cap. 8. duas esse rei æstimationes veri numeri, totidem autem habebit per  $\bar{m}$ . singulas singulis correspondentibus æquales, velut si dicam 1. quadrati quadratum  $\bar{p}$ . 12. æquatur 7. quadratis, positionis æstimatio est, vel 2. vel  $\bar{m}$ . 2. vel  $\bar{p}$ . 3. vel  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 3. & sic sunt quatuor æquationes. Quod si caruerit æstimatione vera, carebit etiam ea, quæ est per  $\bar{m}$ . velut 1. quadrati quadratum  $\bar{p}$ . 12. æquatur 6. quadratis, quia non potest æquationem verã habere, carebit etiam ficta, sic enim vocamus eam, quæ debiti est seu minoris. At vero si quadrati quadratum numero & quadratis æquale sit, una semper est rei vera æstimatio, altera ei æqualis, ficta, vel per  $\bar{m}$ . velut 1. quadrati quadratum æquatur 2. quadratis  $\bar{p}$ . 80. rei æstimatio est 2. vel  $\bar{m}$ . 2. Eadem igitur ratio in cæteris paribus omnibus denominationibus inter se, cum numero iunguntur, at hoc per depressionem quomodo fiat, in quarto libro plenè docuimus.

4 Ac imparium denominationum, una tantum æquatio vera est, nulla ficta, cum solæ numero comparantur, velut duæ res æquantur 16. æstimatori rei est 8. duo cubi æquantur 16 æstimatori rei est 2. semper autem numerus cui comparantur denominationes, in hoc capitulo verus, non fictus supponitur. Quid enim tam stultum, quàm fundamentum ipsum infirmare, quanquam tamen ratio opposita in oppositis esset obseruanda, eadem igitur est ratio, ubi plures denominationes numero comparantur, etiã si nulle forent, una erit æstimatio rei vera, & nulla ficta, velut 1. cubus  $\bar{p}$ . 6. positionibus, æquatur 20. rei æstimatio nulla est præter 2. neque vera neque ficta.

5 Cum verò duæ denominationes cum numero comparantur, aut ambæ impares, & comparatio fiet ad extremam, vel ad medianam, (nam de ea quæ fit ad numerum, iam in præcedenti regula dictum est), vel altera impar, altera par, (nam de utraque pari in tertia regula generaliter diximus). Si igitur extrema denominatio, cubus scilicet, cum numero mediæ, id est positionibus comparatur, vide an ex duabus tertijs numeri rerum in radicem tertiæ partis eiusdem numeri fiat dicendo, numerus propositus aut maior, aut minor, si igitur fiat numerus propositus ad vnguem, æstimatio rei est duplex, & una

vera, scilicet  $\bar{p}$ . ipsa, quæ ducta est. Exemplum, cubus  $\bar{p}$ . 16. æquatur 12. positionibus, ducto igitur 8. quod est  $\frac{2}{3}$  de 12. numero rerum in 2. radicem 4. qui est  $\frac{1}{3}$  numeri rerum, fit 16. numerus æquationis propositus, æstimatio igitur est 2. radix 4. & alia est æstimatio ficta, & est correspondens veræ, cubi æqualis eisdem rebus, & eidem numero, ut in exemplo, si cubus æquatur 12. rebus  $\bar{p}$ . 16. numero, vera æstimatio est 4. igitur si cubus  $\bar{p}$ . 16. æquatur 12. positionibus, æstimatio rei est  $\bar{m}$ . 4. nam 12. res sunt  $\bar{m}$ . 48. & cubus  $\bar{m}$ . 4. est  $\bar{m}$ . 64. cui addito 16. fit  $\bar{m}$ . 48. Quod si productum ex  $\frac{2}{3}$  numeri rerum in  $\bar{p}$ . tertiæ partis eiusdem numeri, superet numerum æquationis propositum, tunc capitulum habebit tres æquationes, duas veras, & tertiam fictam. Exemplum, 1. cubus  $\bar{p}$ . 9. æquetur 12. rebus, una æquationum vera est 3. alia  $\bar{p}$ .  $5\frac{1}{4}\bar{m}$ .  $1\frac{1}{2}\bar{m}$ , tertia ficta ex his semper aggregatur, & respondet æstimationi cubi æqualis eisdem rebus & eidem numero veræ, & est  $\bar{p}$ .  $5\frac{1}{4}\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}\bar{p}$  & ita reliqua ficta, de qua diximus, in alio exemplo, aggregatur ex duabus veris, sed quia veræ sunt inuicem æquales, ideo ficta semper dupla est veræ. Manifestum est igitur, quod falsæ æquationes seu fictæ, capituli cubi & numeri æqualium rebus, respondent æquationibus veris capituli cubi æqualis rebus & numero, ubi res & numerus sint idem. At verò ubi ex tali multiplicatione  $\bar{p}$ . tertiæ partis numeri rerum, in duas tertias eiusdem numeri fiat minus numero proposito, tunc nulla erit æquatio vera sed una ficta, æqualis veræ capituli cubi æqualis totidem rebus! & eidem numero, velut 1. cubus  $\bar{p}$ . 21. æquatur 2. rebus, quanquam cateat vera æquatione, ficta tamen est  $\bar{m}$ . 3. & hæc est æstimatio vera cubi æqualis duabus rebus ac numero viginiti uno.

Ex his non difficile est verari, quot æquationes habeat capitulum cubi æqualis rebus & numero. Si igitur ex  $\frac{2}{3}$  numeri rerum in radicem tertiæ partis eiusdem, fit numerus propositus, capitulum habet duas æquationes, veram æqualem fictæ præcedentis regulæ, & fictam æqualem veræ, ideo vera est dupla fictæ, quia ibidem ficta est dupla veræ, ut 1. cubus æquatur 12. rebus & 16. numero, æquatio vera est 4. & ficta est  $\bar{m}$ . 2. quia si 1. cubus  $\bar{p}$ . 16. æquatur 12. positionibus, æstimatio vera est 2. & ficta  $\bar{m}$ . 4. Quod si ex dicta multiplicatione proueniat plus numero æquationis, æstimatio vera erit una respondens falsæ præcedentis regulæ, & falsa duplex, utraque respondens veræ præcedentis regulæ, ut si cubus æquetur 12. positionibus  $\bar{p}$ . 9. æstimatio falsa utraque est  $\bar{p}$ .  $5\frac{1}{4}\bar{m}$ .  $1\frac{1}{2}\bar{m}$ . & 3.  $\bar{m}$ . & vera est  $\bar{p}$ .  $5\frac{1}{4}\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}\bar{p}$  & ita vides, qualiter falsæ veris, & veræ falsis sibi inuicem respondent, ex ambabus autem falsis conflatur vera, nam ex  $\bar{p}$ .  $5\frac{1}{4}\bar{m}$ .  $1\frac{1}{2}\bar{m}$  & 3. fit  $\bar{p}$ .  $5\frac{1}{4}\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}\bar{p}$ . Quod si ex tali producto fiat minus numero æquationis, æstimatio est una tantum, & vera, sicut in præcedenti regula est una tantum & ficta, velut si cubus æqualis sit duabus rebus & 21. numero, æquatio est 3. sicut in cubo  $\bar{p}$ .



# 224 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

21. æquali duabus rebus æstimatio ficta est m. 3.

7 In capitulis autem in quibus æquantur inuicē numerus & denominatio par & impar, aut par est extrema, vt quando quadratum & positio & numerus æquantur inuicē, aut denominatio extrema est impar, ut quando cubus & quadratum æquantur numero, si igitur quadratum æquatur positionibus & numero, habebit duas æquationes, unam veram æqualem fictæ, capituli quadrati & rerum earundem æqualium eidem numero, & aliam fictam æqualem veræ alterius capituli. Exemplum, si quadratum & 4. positiones æquantur 21. æstimatio vera est 3. & ficta m. 7. & si quadratum æquatur 4. positionibus, & 21. æstimatio vera est 7. & ficta m. 3. ideo habitis veris, mutuo habentur fictæ, quemadmodum in præcedenti regula, sed diuerso modo, nam hic extrema extremis, ibi media extremis comparantur. Nam ibi capitulum cubi & numeri æqualis rebus, comparatur capitulo cubi æqualis rebus & numero, hic capitulum quadrati & rerum æqualium numero, comparatur capitulo quadrati æqualis rebus & numero. At quando quadratum & numerus æquantur rebus, & casus est possibilis, tunc sunt duæ solutiones veræ, vt dicendo quadratum p. 12. æquatur 7. positionibus, positio potest esse 4. vel etiam 3. nam in utroque verificatur, nisi quando numerus est æqualis quadrato dimidij numeri radicem, nam tunc solum est vna æquatio, scilicet dimidium numeri ipsarum radicem. In hoc autem capitulo nunquam potest esse solutio ficta, nec æquatio per minus, sed vbi est solutio per verum numerum, est duplex, vbi caret solutione verâ, non tamen magis potest solui per æquationem fictam.

8 Si verò æquatio queratur in capitulis cubi, quadratorum & numeri, tunc si cubus æquatur quadratis & numero, tunc est vna tantum solutio vera: velut si dicam, cubus æquatur tribus quadratis p. 16. res valet 4. & non potest alia inueniri.

*Notandum.* NOTANDVM, quod in omnibus capitulis in quibus est vna tantum solutio, æquatio est facilius inuentu, & nitidior, velut in capitulo cubi & rerum æqualium numero, & cubi æqualis quadrato & numero, & in capitulo cubi æqualis rebus & numero, vbi productio illa ex  $\frac{2}{3}$  numeri in re. tertia partis est minor numero. Idem dico, vbi cubus cum numero æquatur rebus, & non potest haberi nisi ficta æquatio, reliquæ autem in quibus multiplex est æstimatio rei, sunt difficiliore & confusæ.

Si igitur cubus & quadratum æquantur numero, tunc æstimatio rei est vna tantum per plus, vbi ex  $\frac{1}{2}$  numeri quadrati in quadratum duarum tertiarum eiusdem numeri fiat minus numero æquationis, & hæc æstimatio eadem est fictæ, correspondenti capitulo cubi & numeri æqualium quadratis sub eadem quantitate. Exemplum. Cubus & tria quadrata æquantur 20. tunc quia ex 1. tertia parte numeri quadratorum, in 4. quadratum duarum tertiarum fit minus

quàm 20. dico quod non est nisi vna æquatio, & res valent 2. & hæc est æstimatio per m. cubi p. 20. æqualis tribus quadratis. Vbi verò ex ea multiplicatione talis numerus possit produci, erit vna æstimatio vera, & duæ fictæ, & vera correspondebit fictæ alterius capituli, & rursus fictæ veris. Exemplum, Si dico, cubus & 11. quadrata æquantur 72. res est re. 40. m. 4. pro vera æstimatione, sed pro ficta est 3. m. vel re. 40. p. 4. m. Et si cubus cum 72. æqualis sit 11. quadratis, æstimaciones veræ sunt 3. vel re. 40. p. 4. & ficta est re. 40. m. 4. m. Ideo querendo fictam semper querimus veram, & correspondentem alterius capituli.

Notum est autem ex hoc, quod capitula quedam habent duas, quedam vnam æstimacionem, & quando habet tres, in vna parte capituli, habent postmodum vnam tantum in reliqua, velut capitulum cubi æqualis rebus & numero in parte inferiore, & capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, & capitulum cubi & numeri æqualium quadratis aut rebus, nam in vna parte habent tres æquationes, in alia vnam tantum, & similiter capitulum quadr. quadrati, & numeri æqualium quadrato in vna parte habet quatuor æquationes, in alia postmodum nullam. Quedam verò habent duas per totum, vt capitulum quadrati & rerum æqualium numero, aut capitulum quadrati æqualis rebus & numero: quæ verò habent vnam, sunt, vt capitulum cubi & rerum æqualium numero, & capitulum quadrati & numeri æqualium rebus, quod habet duas æquationes in vna parte, in alia postmodum nullam.

Et scias, quod æquationes capitulorum, cubi & quadratorum æqualium numero, item cubi & numeri æqualium quadratis, sic se habent, quod differentia æquationum verarum & fictarum semper est numerus quadratorum, velut, si cubus & 72. æquantur 11. quadratis, æquatio ficta est re. 40. m. 4. veræ sunt re. 40. p. 4. & 3. differentia, re. 40. m. 4. & 7. p. re. 40. est 11. numerus quadratorum, & ita, si cubus & 11. quadrata æquantur 72. numero.

In his autem capitulis, quæ duplici denominatione, impari & vnâ pari ac numero constant, si cubus & res, æquales sint, quadratis & numero, æquationes possunt esse tres, & omnes veræ, & nulla ficta, quia vt dictum est, minus cum ad solidum deducitur, fit minus, & ita minus æquale esset plus, quod esse non potest.

Vbi verò cubus, quadratum & res, æquales sint numero, tunc tres etiam erunt æquationes, altera p. duæ m. & hoc, si sub eisdem denominationibus quadrata æquari possunt rebus numero & cubo, & æquationes veræ hic, sunt fictæ in illo exemplo, 1. cubus p. 6. quadratis, p. 3. rebus, æquatur 8. tunc rei vera æstimatio habetur ex capitulo suo, deinde habet æstimaciones fictas capituli, 1. cubus p. 3. rebus p. 18. æqualium 5. quadratis, & vna earum est 3. alia re. 8  $\frac{1}{4}$  p. 1  $\frac{1}{2}$ , igitur m. 3. vel m. re. 8  $\frac{1}{4}$  p. 1  $\frac{1}{2}$  est æstimatio ficta, 1. cubi p. 6. quadratis

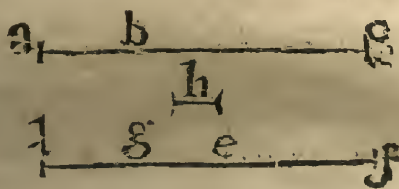


Ex hoc habentur tres æquationes capituli, cubi, rerum, & numeri æqualium quadratis, ubi æquatio possibilis, cognoscitur autem hoc ex suis capitulis, earum igitur duæ veræ sunt & æquales, vt dictum est, æquationibus capituli totidem quadratorum & rerum & cubi æqualium numero eidem, vt in exemplo dicto, tertiæ autem veræ respondet alterius capituli, & est ficta, ideo æquatio capituli 1. cubi p. 6. quadrati p. 3. positionibus, vera est æquatio per m. capituli, 1. cubi p. 3. rebus p. 18. æqualium 6. quadratis. At ubi quadratorum numerus minor sit quàm vt possit æquari cubo rebus & numero, tunc vna est æquatio vera, nulla ficta, at in capitulo quadratorum æqualium cubo rebus & numero vna ficta, nulla vera, velut dicendo, 1. cub. p. 1. quadrato p. 2. rebus æquantur 16. rei vera æstimatio est 2. & hæc est ficta æquatio cubi & duarum rerum & 16. æqualium 1. quadrato. Manifestum igitur est, capitula cubi quadratorum, rerum, æqualium numero: etiam cubi rerum & numeri, æqualium quadratis inuicem sibi respondere.

11 Eadem ratione capitula cubi & quadratorum æqualium rebus & numero, & cubi ac numeri æqualium quadratis & rebus, sibi invicem respondent. Vbi igitur capitulum cubi & numeri æqualium rebus & quadratis non habet æquationem veram, habebit vnā tantū fictā, æqualem veræ alterius capituli. Exemplum, 1. cubus p. 72. æquatur 6. quadratis p. 3. rebus, rei ficta æstimatione est, m. 3. rebus, rei ficta æstimatione est, m. 3. & hæc est vera, vnius cubi & 9. quadratorum æqualium 3. rebus & 72. Et sicut capitulum 1. cubi p. 72. æqualium 6. quadratis p. 3. rebus, caret verā æstimatione, sic capitulum 1. cubi p. 6. quadratis æqualium 3. rebus p. 72. caret ficta: ubi capitulum cubi & numeri æqua-

Est etiam manifestum, quod si quadrati  
quadrata & res & numerus comparentur,  
regula septima in eis ad vnguem locum ha-  
bebit, sicut in quadrato rebus & numero;  
conferendo capitula capitulis, eadem ratio  
in reliquis deriuatiuis.

Et iam opportunum est, vt ostendamus i  
hæc demonstratione, quod etiam in toto  
hoc libro facturi sumus, vt rebus tam ad-  
mirabilibus, vltra experientiam, fidæ ratio



Et cum fuerint numerus & extrema de-  
nominationis æqualia, mediæ aut mediis dua-  
bus aut quotquot, habebit capitulum duas  
æstimationes. Nam cum sub aliquo numero

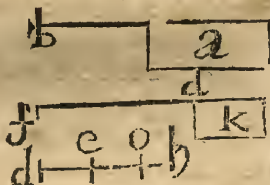


mediæ possint excede-  
re extremas, vt 100.  
quad. 1. cu. p. sit  
a. b. rei æstimatio.

a — c b d

Cum igitur contingat æqualem fieri 1. cubi centum quadratis diminuta æstimatione & stante numero vt sit a. c. vel aucto cubo, & sic augebitur æstimatio, vt sit a. d. igitur 100. quoad æqualia 1. cu. p. 1. habent duas æstimationes. Et pariter si fuerint denominationes mediæ plures, etiam si centum forent, quia subeunt rationem vnus, quoniam æstimatione mutata omnes pariter denominationes mediæ augentur aut diminuuntur. Sed si, extremæ denominationes inuicem

æquales sint cum medijs alternatis, vt cubus & res sint æquales quadratis & numero, dico



quod poterunt esse tres æstimationes. Sic enim a. numerus cum b. numero quadratorum, æqualis, cum res est de cubo k. & numero rerum f. Et ponatur F. magna, igitur posita d. e. parua poterit consistere æquatio, quia quadrata & cubus minora redduntur ob d. e. paruitatem. At si quadrata exuperent cubum, & res iuxta ea quæ dicta sunt, habebunt æquationes duas, vel aucta propter cubi magnitudinem, vel diminuta ob incrementum rerum igitur erunt tres.

## C A P V T II.

### *De numero omnium Capitulorum.*

**A**T capitula, quæ generaliter scire conuenit, vsque ad solidum extenduntur cubum, simplicia verò, quoniam vnus sunt generis, in vnum contraximus, quanquam ipsum vsque in infinitum extendatur. Quæ verò cum numero quadratum & positionem habent, tria sunt, & quamuis duas sortiatur æstimationes vnum eorum, quia tamen simul illæ coniunctæ sunt, tria tantum dicemus esse capitula. At verò cubi & rerum & numeri tria, verum cum vnum illorum duas habeat æquationes, in quatuor euadunt, totidem sunt ex cubo quadratis & numero, iam igitur duodecim. At cubi quadratorum positionum ac numeri, septem, in eorum autem quatuor geminæ æquationes, quare vndecim fient capitula omnia, igitur prima & generalia viginti tria, horum primo prætermisso, quodlibet deriuatiua duo sibi iungit, alterum quadrati, alterum

cubi ratione, erunt igitur generalia deriuatiua quadraginta quatuor. Post hæc duo alia sunt ignotæ quantitatis, alterum cum multiplicatur, alterum cum sumitur. Est præterea vnum generale mediorum. Omnium igitur primorum notabilium numerus viginti sex, deriuatiuorum quadragintaquatuor, omnium collectio septuaginta. Post hæc autem plura alia etiam singularia adiecimus, sed eorum maior voluptas quam necessitas, ea igitur non inter hæc numerabimus.

Horum autem necessitas sic colligitur, cum lineæ superficibus, aut superficies lineis cognoscuntur, quadratorum, positionum, ac numeri capitula opportuna sunt, at si ex latere Tetragonico aut Solido, capitulum simplex, cum vero trium ignota duo supponuntur, eaque ad superficies ac lineas pertinent, quantitatis ignotæ, & rei capitula exploranda erunt, atque ea simpliciter, si lineæ lineis comparantur, producta vero, cum superficibus, at si lineis corpora comparanda, cubi rerum & numeri, sin autem superficierum & corporum & linearum ratio sit querenda, capitula cubi quadratorum positionum & numeri sunt utiliora. Porro in his omnibus ad numerum semper comparatio fiet. Hæc ratio præcipua est, quanquam persæpe omnibus in vnoquoque horum vti necessarium sit, operæ precium tamen fuerit, singula hæc describere, deriuatiuaque suis adiungere primitiuis: sunt autem hæc,

### *Capitula primitiua carentia deriuatiua.*

Numerus æqualis rebus, vel numerus æqualis quadratis, vel numerus æqualis cubis, vel numerus æqualis quadratis quadratorum, vel numerus æqualis nomini seu relato primo, ac ita deinceps comparando numerum cuiusque denominationi.

Numerus & quadrata æqualia rebus, vel numerus & cubus æqualia rebus, vel numerus & cubus æqualia quadratis; vel numerus & quadrati quadrata æqualia rebus, vel numerus & quadrati quadrata æqualia quadrato, vel numerus & quadrati quadrata æqualia cubis, vel numerus & nomen primum æqualia rebus aut quadratis aut cubis & sic absque fine.

Numerus & positio, & ignota quantitas.

Numerus & quadratum positionis, ignota quantitas, seu numerus & quadratum quantitatis ignotæ & positio, seu numerus cum quadrato positionis quantitatis ignotæ, seu numerus & productum ex positione in quantitatem ignotam, cum altera earum, vel cum quadrato vnus earum.

### *Capitula primitiua.*

- 1 Numerus æqualis quadrato & rebus.
- 2 Numerus & res æqualia quadrato.
- 3 Numerus & quadratum æqualia rebus.

### *Capitula deriuatiua.*

- 1 Numerus æqualis quad. quad. & quad.
- 2 Numerus æqualis cub. quad. & cub.
- 3 Numerus & quadrata æquales quadr. quad.
- 4 Numerus & cubus æquales cubis quadrat.
- 5 Numerus & quadratum quadrati æqualia quadrat.
- 6 Numerus & cubus quadrati æqualia cubis.



# Cap. II. De Numero omn. capit. 227

- 4 Numerus æqualis cubo & rebus.
- 5 Numerus & res æqualia cubis.
- 6 Numerus & cubus æqualia rebus æquatio prima.
- 7 Numerus & cubus æqualia rebus æquatio secunda.
- 8 Numerus æqualis quadrato & cubo.
- 9 Numerus & quadratum æqualia cubo.
- 10 Numerus & cubus æqualia quadrato æquatio prima.
- 11 Numerus & cubus æqualia quadrato æquatio secunda.
- 12 Numerus æqualis rebus quadrato & cubo.
- 13 Numerus & res æqualia quadrato & cubo.
- 14 Numerus & res & quadratum æqualia cubo.
- 15 Numerus & quad. æqualia rebus & cub. æquatio prima.
- 16 Numerus & quad. æqualia rebus & cubo æquatio secunda.
- 17 Numerus & cubus æqualia rebus & quad. æquatio prima.
- 18 Numerus & cubus æqualia rebus & quad. æquatio secunda.
- 19 Numerus & res & cubus æqualia quad. æquatio prima.
- 20 Numerus & res & cubus æqualia quad. æquatio secunda.
- 21 Numerus quad. & cubus æqualia rebus æquatio prima.
- 22 Numerus & quadrat. & cubus æqualia rebus æquatio secun.
- 23 Numerus æqualis quad. & cubus quad.
- 24 Numerus æqualis cub. & cubo cubi.
- 25 Numerus & quadratum æqualia cubo cubi.
- 26 Numerus & cubus quad. æqualia quad. æquat. pri.
- 27 Num. & cub. cubi æqualia cubo æquatio prima.
- 28 Num. & cubus quad. æqualia quad. æquat. secun.
- 29 Num. & cub. cubi æqualia cubo æquatio secunda.
- 30 Numerus æqualis quad. quad. & cub. quadrati.
- 31 Numerus æqualis cubo quadrati & cubo cubi.
- 32 Num. & quadratum quad. æqualia cubo quadrati.
- 33 Num. & cubus quadrati æqualia cubo cubi.
- 34 Num. & cub. quad. æqualia quad. qd. æquat. prim.
- 35 Num. & cub. cubi æqualia cubo quad. æqu. prima.
- 36 Num. & cub. quad. æqu. quad. quad. æquat. sec.
- 37 Num. & cub. cubi æqual. cu. quad. æquat. secun.
- 38 Num. æqualis quad. & quadrat. quad. & cub. quad.
- 39 Numerus æqualis cubo & cub. quad. & cub. cubi.
- 40 Num. & quad. æqualia quad. quad. & cub. quad.
- 41 Num. & cubus æqualia cubo quadrati & cub. cubi.
- 42 Num. & quad. & quad. quad. æqualia cubo quad.
- 43 Num. & cubus & cubus quad. æqualia cubo cubi.
- 44 Nu. & quad. quad. æqual. qd. & cu. quad. æquat. p.
- 45 Num. & cu. quad. æqual. cub. & cub. æquat. pri.
- 46 Num. & quad. quad. æqu. qd. & cu. qd. æquat. sec.
- 47 Num. & cub. quad. æqual. cub. & cu. cu. æqu. sec.
- 48 Num. & cub. quad. æqual. quad. qd. æquat. prim.
- 49 Num. & cub. cu. æqual. cu. & cub. quad. æqu. pri.
- 50 Nu. & cu. quad. æqu. quad. & quad. qd. æquat. sec.
- 51 Nu. & cu. cu. æqual. cu. & cu. quad. æquatio sec.
- 52 Nu. & quad. & cu. quad. æqual. quad. qd. æqu. pri.
- 53 Nu. & cub. & cub. cu. æqual. cu. quad. æquat. pri.
- 54 Nu. & quad. & cu. quad. æqual. qd. qd. æquat. sec.
- 55 Nu. & cu. & cu. cu. æqual. cu. quad. æquatio sec.
- 56 Nu. & quad. qd. & cub. qd. æqual. qd. æquat. pri.
- 57 Nu. & cu. quad. & cu. cu. æqual. cu. æquatio pri.
- 58 Nu. & quad. qd. & cu. quad. æqual. qd. æquat. sec.
- 59 Nu. & cu. quad. & cu. cu. æqual. cu. æquatio sec.

## C A P V T III.

### De æquationibus capitulorum simplicium.

**A**ESTIMATIO rei, est quantitas. in qua veritatem experimur propositorum in capitulo & quæstione. Exemplum est, cum quis dixit, feci ex 10. duas partes, & dixi earum singulas in se, & fuit productorum differentia 60. quia igitur nescimus quæ quantitas sit maior aut minor, ponemus minorem esse rem ignotam, quam vocamus positionem, erit igitur pars maior

|                                      |                              |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 1. positio.                          | 1. quadratum.                |
| 10. m. 1. posit.                     | 1. quad. p. 100. m. 20. pos. |
| 1. quadrat. p. 20. position.         | 1. quad. p. 100.             |
| 60. p. 20. positionibus æqualia 100. |                              |
| 20. positiones æquales 40.           |                              |

residuum ad 10. scilicet 10. m. 1. positione, tunc sequemur quod est propositum, & dumus partes in se, & fiet quadratum minoris 1. quadratum & maioris 1. quadratum p. 100. m. 20. positionibus, adde quod est m. alteri parti, fiet 1. quadratum p. 100. ex vna parte, & 1. quadratum p. 20. positionibus, horum differ-

rentia fuit 60. ex supposito, addemus igitur 60. minori parti, & tunc fient æquales 1. quadratum p. 100. & 1. quadratum p. 20. positionibus, p. 60. abiciemus 1. quadratum & 60. ex vtraque parte, remanebunt igitur 20. positiones æquales 40. quia si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquantur sunt æqualia, diuidendo igitur 40. per 20. numerum positionum, exhibet 2. æstimationem positionis, in hoc itaque 2. veritatem propositæ quæstionis experimur, nam si eius quadratum quod est 4. ex 64. quadrato 8. residui 2. & 10. abiciatur, relinquetur 60. propositus numerus. Est etiam verum de 2. quod proponitur in capitulo, scilicet quod quadratum eius quod est 4. cum 100. æquatur quadrato positionis, quod est iterum 4. & 20. positionibus, quæ sunt 40. & 60. simul iunctis, nam vtroque modo colliguntur 104. dicemus igitur merito, propter duo, quod 2. est rei æstimatione, & cum rectè operatus fueris, in æstimatione seu æquatione, vtraque experientia succedit.

### DEMONSTRATIO.

Vt verò rei veritas apertius deprehendatur, atque cum ea ratio, scire enim est per demonstrationem, vt dicunt, intelligere, sint gratiâ exempli, cubi tres æquales



# 228 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

24. & ponatur a c latus vnus cubi, & c d alterius, & d b tertij: quia igitur cubi sunt



æquales inuicem, erunt & lineæ a c, c d, d b æquales. Cùm igitur secundum numerum, secundum quem a c est in a b, qui est 3. diuiditur 24. quod est cuborum quantitas & fiet ex 19. quinti vel 17. septimi Elementorum, & 31. vndecimi eiusdem, cubus a c æqualis 8. igitur a c latus, erit 2. æstimationis rei, ex quo colligitur generalis regula.

## REGVLA.

3 Deprime propositas duas denominationes ad numerum, si numerus non adsit, æqualiter deducendo, cùmque altera fuerit denominatio, altera numerus, diuide numerum per numerum denominationis, exiens est æstimationis denominationis. Quæ denominatio si positio est, positionis habes æstimationem: si alia denominatio, sume latus seu radicem illius numeri pro denominationis qualitate, si quadratum, quadratum, si cubus, latus cubicum, si quadratum quadrati, radicem radicis, atque ita deinceps, & latus illud seu radix, est positionis vera æstimationis. Exemplum, cubi 20. æquantur 180. relatis primis. Quia igitur non est hic numerus, infimam denominationem cuborum, pones pro simplici numero, scilicet 20. & maiorem seu altiore relatorum, per cubos deprimis, & fient 180. quadrati, diuide igitur 20. numerum, per 180. numerum quadratorum, exit  $\frac{1}{9}$  æstimationis quadrati. Verùm nos quærimus positionis æstimationem, non quadrati, sume igitur radicem quadratam  $\frac{1}{9}$ , & est  $\frac{1}{3}$ , pro vera æstimatione. Aliud exemplum, 7. quadrati æquantur 21. cub. quadrati, deprime ad numerum æqualiter, fient 7. æqualia 21. quadr. quadrati, diuide 7. per 21. exit  $\frac{1}{3}$ , & 3. 3.  $\frac{1}{3}$ , quæ est latus quadr. quadrati, est rei æstimationis. Aliud, 2. cubi æquantur 20. quadr. quadrati, peruenient ad positiones, igitur 20. positiones æquantur 2. diuide 2. per 20. exit  $\frac{1}{10}$ , & quia diuisti cum numero positionum, erit positionis æstimationis,  $\frac{1}{10}$ . Aliud, 20. æquantur 5. quadratis, diuide 20. per 5. exit 4. æstimationis quadrati, igitur rei æstimationis est 2.

4 Et vt omnibus etiam capitulis futuris satisfaciam, maioris denominationis numero reliquos omnes ac numerum diuides, maiorem intelligo altiore, & cum minore denominatione deprimis, postmodum regulam capituli sequeris. Sint gratia exempli 4. cubi æquales 12. quadratis & 8. positioni-

|          |  |               |                     |
|----------|--|---------------|---------------------|
| 4. cubi  |  | 12. quadrata  | p. 8. positionibus. |
| 4.       |  |               |                     |
| 1. quad. |  | 3. positiones | p. 2.               |

bus, minor denominatio est positio, maioris numerus est 4. diuides omnia igitur per 4. & habebis 1. quadratum æquale 3. posit. p. 2.

Ex his etiam patet, quod simplex positio, longè magis patet falsis positionibus. Nam & ad quadrata, & ad cubos, & reliquas extenditur denominationes, ideoque æstimationes habet in radicibus, quarum in falsa positione nullus omnino est vltus. Quod verò pertinet ad ouerum positionibus æqualem, adhuc vtraque falsa positione generalius est, vt in primo exemplo patuit, nulla enim falsa positione licet venari, quæ nam partes decem quadrata faciant, quorum differentia sit 60. vt ibi propositum est.

## CAPVT IV.

De subiectis æquationibus generalibus & singularibus.

SINGVLARES dicuntur æquationes, in quibus nullum capitulum perfecte potest absolui, & tales sunt numerus integer, vel fractus, latus etiam omne numeri, seu quadratum seu cubicum vel alterius generis, atque vt ita dicam, omnis simplex quantitas: item constantes ex duabus radicibus omnes, quarum altera sit quadrata, vel 2. 2. & generaliter radix par, vnde quæ ex duobus constant nominibus, & apotome seu vt dicunt recisa tertij ac sexti generis, non apta sunt æquationi generali.

Omne etiam capitulum, quod ex numero quadrato, cubo, & positionibus constat, eas habet generales æquationes, quæ ex capitulo, ad quod deducuntur, deriuatæ sunt, addita vel detracta tertia quadratorum numeri parte, vt suo loco ostendetur.

Generales autem æstimationes, sunt in capitulis quadrati æqualis rebus & numero, secundi generis, constans ex nominibus duobus, vt 2. 19. p. 3. capituli autem quadrati & rerum æqualium numero, secundà apotome, vt 2. 19. m. 3. capituli autem quadratorum & numeri æqualium rebus, apotome, & constans ex duobus nominibus primi generis, vt 3. p. 2. & 3. m. 2. Vbi autem primum genus dico, quartum etiam etiam intelligo, sic & vbi secundum, etiam quintum, tam in apotome quàm in ea quæ ex duobus nominibus constat.

At vnus radicis vniuersalis æquatio, deriuatis conuenit capitulis, seu cubica seu quadrata, hisque quorum principalibus quadratum aut cubus radicis pro æquatione fuerat, velut si quadrato æquali rebus & numero æstimationis hæc conueniabat, 2. 19. p. 3. capitulo cub. quadrati æqualis cubis & numero sub eadem quantitate, æquatio erit, 2. v. cubica 2. 19. p. 3.

Et sicut radix quadrata, nulli præterquam numero iungi potest, vt æquationem efficiat generalem, sic è diuerso, cubica cubica iuncta efficere potest, numero non potest. Cùm igitur iungitur cubi æqualis rebus & numero, æquationem producit, non integram tamen, at detracta inuicem, efficiunt æquationem capituli cubi & rerum æqualium numero, velut 2. cubica 4. p. 2. cubi-



# Cap. V. Ostendit æstim. Cap. &c. 229

cubica 2. est æquatio capituli, cubi æqualis rebus & numero, & 2. cubica 4. m. 2. cubica 2. est æquatio capituli cubi & rerum æqualium numero.

6 At capitulum cubi æqualis quadratis & numero habet æquationem quæ constat ex tribus quantitibus in continua proportionne, quarum duæ extremæ sunt radices cubicæ, media est numerus, vt 2. cubica 16. p. 2. p. 2. cubica 4. sed capitulum cubi & quadratorum æqualium numero, habet similem in omnibus præcedenti æquationem, excepto quod numerus est m. velut 2. cubica 16. m. 2. p. 2. cubica 4.

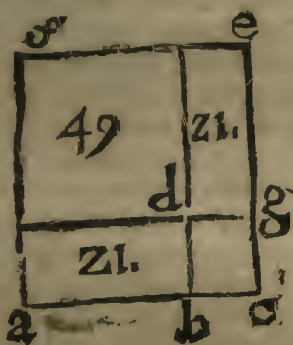
7 Illud etiam intelligendum est, radices simplices pro generalibus æquationibus haberi, vt tamen etiam simplicia sint capitula, velut 2. cubica inseruit capitulo numeri æqualis cubo: & quadrata numeri æqualis quadrato, & relata, capitulo relati æqualis numero: & sicut hæ simplices compositis capitulis conuenire nequeunt, sic nec vllum compositum ex pluribus radicibus incommensi capitulo simplici potest conuenire.

## C A P V T V.

*Ostendit æstimationem Capitulorum compositorum minorum, quæ sunt quadratorum, numeri, & rerum.*

### DEMONSTRATIO.

1 SIT quadratum f d & 6. res (gratiâ exempli) æquale 91. tunc producam d b & d g, quæ sint 3. dimidium 6. numeri rerum, & complebo quadratum d g b c, indeque productis c g & c b perficiam quadratum a f e c, prout in quarta secundi Elementorum, quia igitur d b ducta in a b ex diffinitione secundi Elementorum producit a d, & ex numero quolibet in rei æstimatione.



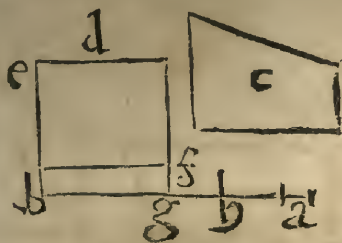
nem producit æstimatione illarum rerum velut si res est 4. & sint quinque reserunt 5. res 20. & tantum producit ex 4. æstimatione rei in 5. numerum rerum, vt ostendimus in capitulo tertio, igitur cum b d sit 3. & a b æstimatio rei, erit superficies a d tribus rebus æqualis, seu æstimatio trium rerum, at superficies d e æqualis est a d, per 43. primi Elementorum. Igitur & ipsa est æstimatio trium aliarum rerum, duæ igitur superficies, a d & d e, sunt æquales 6. rebus, quare ipsæ cum quadrato f d sunt 91. at

Tom. IV,

quadratum c d est 9. quia b d est 3. igitur a c quadratum est 100. quare latus eius a c est 10. cum igitur b c sit 3. detracta b c ex a c, relinquitur a b latus d e 7.

### ALIA DEMONSTRATIO.

Sit modo a b numerus rerum quarundam æqualium c numero & quadrato d, & faciam quadratum b g dimidij a b, quod sit g e, à quo auferam c numerum, vt e f superficies æqualis sit numero c, & ponam la-



tus quadratum, f b superficiem, quod sit g h, dico vtranque lineam b h & h a esse latus quadrati d, vnde sequitur duas fore veras æstimationes huius capituli, quare aggregatum est æquale numero rerum, videlicet a b, constat enim quod rectangulum ex a h in h b, vna cum quadrato h g est æquale quadrato b g, per 5. 2. Elementorum. Quadratum autem h g æquale fuit f b superficiem, rectangulum igitur ex a h in h b, æquale est e f, quare & c numero: quod autem sit ex a b in h b, ex tertia secundi Elementorum, æquale est quadrato h b & rectangulo a h in h b, igitur quod sit ex numero rerum a b in æstimationem rei quæ est h b, æquale est numero c, & quadrato h b, quod fuit probandum. Et similiter eadem ratione rectangulum ex a b in a h, æquale est quadrato a h, & ductui a h in h b, sed ex a h in h b vt probandum est, sit c numerus, igitur rectangulum ex a b in a h, scilicet ex numero rerum in rerum æstimationem, æquatur quadrato rei & numero proposito.

Ex hoc patet, quod illi falluntur qui dicunt (quod si b h, gratiâ exempli) sit æstimatio rei, & g f 3. quod rectangulum ex b h in g f erit 3. g h, seu triplum g h, hoc enim esse non potest, scilicet quod superficies contineat lineam aliquam, neque numero, nec aliâ proportionem, cum infinitæ lineæ possint esse in superficie, quantitas enim continua nullum suæ diuisionis recipit terminum, sed veritas est, quod si g f contineat tres monades (gratiâ exempli) id est partes tres lineæ b h, diuise in tot partes, quot monades sunt in numero quem dicitur continere, veluti quod b h ponatur 12. erit g f 3. vbi g f sit quarta pars b h, & tunc verum est, quod ex b h in g f sit superficies continens 36. superficies quadratas, quarum vniuscuiusque tetragonum latus est vnitas, id est, vna ex partibus illis, secundum quas b h est diuisa in 12. & g f in 3. Hoc autem tam in rheris quàm alogis pulchrè ostendit Plato in Memnone.

Nec admireris, hanc secundam demonstrationem, aliter quàm à Mahumete, explicatâ,

V nam

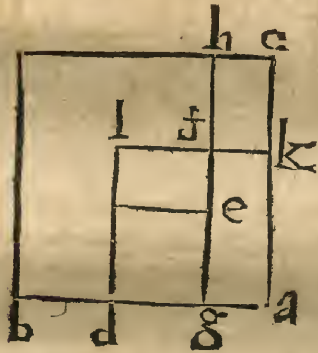


# 230 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

nam ille immutata figura magis ex re ostendit, sed tamen obscurius, nec nisi vnam partem, eamque pluribus. Vnde nos facilitati & breuitati consulentes, tum vt vtrique æstimationi vnâ demonstratione satisfacereamus, hac vtimur.

## ALIA DEMONSTRATIO.

- 3 Sit modò quadratum a c in tertia figura, æquale 6. rebus & 16. numero, & ponatur a d numerus rerum, scilicet 6. igitur superficies a h est 6. positiones, quare d c residuum erit præcise 16. diuidatur a d per æqualia in g, & fiant quadrata g b & g d,



quæ sint g k & g e. Quia igitur b c æqualis est b a, & b k æqualis b g, erit k c æqualis g a, quare etiam g d & f l, & quia d e & d g sunt æquales, item d f & b g, erit f e æqualis d b, quare etiam æqualis f k, duæ igitur lineæ f k & f h, æquales sunt f l & f e, & anguli a d f recti, igitur f c superficies æqualis est l e, sed f c cum f b fuit 16. igitur l e cum f b fuit 16. addito quadrato g e quod est 9. nam g d fuit 3. erit g k quadratum 25. igitur latus g b 5. addita igitur g a, quæ est 3. fiet a b tota 8. rei æstimationo.

- 4 Secundum hæc formabimus regulas tres, pro quarum memoria subiungemus carmen hoc,

Querna, da bis. Nuquer, admi. Requan,  
Minue dami.

## REGVLA I.

Est autem vnicuique horum capitulorum commune, vt dimidium numeri rerum in se ducatur. Quando igitur quadratum æquatur rebus & numero, quod significatur per Querna siue primam tantum intelligas litteram, seu adnumeret sequentes à prima vocali consonantes, vt Querna, quadratum æquale rebus & numero significet, & Nuquer, Numerum quadrato ac rebus æqualem, & Requan, res quadrato & numero æquales. In hoc Querna igitur, seu capitulo quadrati æqualis rebus & numero addet quadrato dimidij rerum numerum æquationis, & totius accipe radicem quadratam, cui adde dimidium numeri rerum, & aggregatum est rei æstimationo. Exemplum, sit vnum quadratum æquale 10. rebus p. 144. duc 5. in se fit 25. quadratum dimidij rerum, adde 144. fit 169. cuius r. est 13. huic adde 5. dimidium numeri rerum, fit 18. æstimationo rei. Rursus sit 1. quadratum

æquale  $\frac{2}{3}$  rei p. 11. duc  $\frac{1}{3}$  dimidium numeri rerum in se, fit  $\frac{1}{9}$ , adde ei 11. fit 11  $\frac{1}{9}$ , accipe r. quæ est 3  $\frac{1}{3}$ , cui adde  $\frac{1}{3}$  dimidium numeri rerum, fit 3  $\frac{2}{3}$ , rei æstimationo. Rursus, sit 1. quadratum æquale 10. rebus p. 6. duc 5. in se dimidium numeri rerum, fit 25. adde ei 6. fit 31. huius r. adde 5. dimidium numeri rerum, erit rei æstimationo, r. 31. p. 5. Rursus sit 1. quadratum æquale rebus r. 12. p. 22. duc r. 3. in se fit 3. quadratum dimidij numeri rerum, adde ei 22. fit 25. huius r. est 5. cui adde r. 3. quod est dimidium numeri rerum, fiet rei æstimationo 5. p. r. 5. & si in hoc casu numerus fuisset 20. esset rei æstimationo r. 23. p. 3. & si fuisset numerus 9. esset æstimationo rei r. 12. p. r. 3. quod est dicere, r. 27. & si fuisset 1. quadratum æquale rebus r. 12. p. r. cub. 10. numeri, duc vt prius r. 3. dimidium numeri rerum in se, fit 3. adde ei r. cub. 10. fit 3. p. r. cub. 10. huius accipe radicem, quæ est r. v. 3. p. r. cub. 10. cui adde dimidium numeri rerum & fiet æstimationo rei r. 3. p. r. v. 3. p. r. cub. 10. & hac varietate exemplorum hinc vsi sumus, vt in reliquis idem fieri posse intelligas, tum etiam in duabus sequentibus regulis experire, quando quidem nos duplici exemplo contenti erimus. Manifestum est igitur, quod hinc bis addimus, scilicet numerum quadrato dimidij rerum, & dimidium rerum radici aggregati, & hoc est, quod in carmine diximus, da, bis, quasi, bis iunge.

## REGVLA II.

Si autem numerus quadrato & rebus æqualis sit, quadrato dimidij numeri rerum adicies numerum æquationis, & totius aggregati accipe radicem, à qua minue dimidium numeri rerum, & residuum est rei æstimationo. Exemplum, 144. æquatur 10. rebus & 1. quadrato, duc 5. dimidium 10. numeri rerum, in se, fit 25. huic adde 144. fit 169. huius r. est 13. à qua abiice 5. dimidium numeri rerum, relinquetur rei æstimationo 8. Rursus, sit 6. æqualis 10. rebus p. 1. quadrato, ducto 5. dimidio rerum in se fit 25. adde 6. fit 31. ex huius radice abiice 5. dimidium numeri rerum, fit r. 31. m. 5. æquatio.

Ex hoc patet, quod hæc regula à præcedenti solum differt, quod minuat dimidium numeri rerum ab aggregati radice, vbi illa iungebat, & hoc est, quod in carmine diximus. Ad mi, quasi, adde primo, deinde minue, scilicet, adde numerum quadrato, & minue dimidium numeri rerum postmodum ab aggregati radice.

Ex quo patet quod differentia æstimationo- nis quadrati, æqualis rebus & numero, & numeri æqualis rebus & quadrato, est numerus rerum ad vnguem, vbi in eisdem rebus & numeris statuatur, velut æstimationo quadrati æqualis 10. rebus p. 144. est 18. & æstimationo 144. æqualis quadrato & 10. rebus est 8. & differentia 18. & 8. est 10.



# Cap.V. Ostendit æstim. Cap.&c. 231

## REGULA III.

## QVÆSTIO II.

Si verò res æquales sint quadratis & numero, ducto, ut prius, dimidio numeri rerum in se, & ab eo detracto numero æquationis, radicem residui minue ex dimidio numeri rerum, aut adde, & tam aggregatum quam residuum est rei æstimatio. Exemplum, 1. quadratum p. 16. æquatur 10. rebus, ducto 5. in se fit 25. ut prius deinde minue 16. ex 25. relinquitur 9. cuius 3. quæ est 3. addita vel detracta à 5. dimidio numeri rerum, ostendit rei æstimationes, 8. addita, & 2. detracta, si igitur 10. res sumantur quæ sint 2. erunt 20. & tantum erit quadratum 2. cum 16. item si sumantur 10. res quæ sint 8. erunt 80. & tantum est quadratum 8. addito ei 16. Rursus si dicam, 10. res, æquantur 1. quadrato p. 6. ducto 5. dimidio numeri rerum in se, fit 25. detracto autem 6. relinquitur 19. cuius 3. addita vel detracta ex 5. ostendit rei æstimationes, maiorem quidem 5. p. 3. 10. minorem verò 5. m. 19.

*Respondetur.* Quod si detractio ipsa numeri, à quadrato dimidij numeri rerum fieri nequit, quæ sit ipsa est falsa, nec esse potest quod proponitur, si tamen autem pro regula generali in hac præceptum est observandum, quòd cum ex ipse præceptum fieri non possunt, nec illud quod proponebatur fuit, nec esse possunt. Nunc autem subiungemus aliquas quæstiones, dæ ex Mahumete, reliquas nostras ex omnibus his, quæ nec multiplici positione, nec propria utuntur regula, difficillimas.

## QVÆSTIO I.

*Quæst. 1.* Est numerus, à cuius quadrato si abieceris  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{4}$  ipsius quadrati, atque insuper 4. residuum autem in se duxeris, fiet productum æquale quadrato illius numeri, & etiam 12. Potes itaque quadratum numeri incogniti quæ quæris, esse 1. rem, abiece  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{4}$  eius insuper 4. fiet  $\frac{1}{11}$  rei m. 4. duc in se fit  $\frac{1}{121}$  quadrati p. 16. m.  $\frac{3}{4}$  rebus, & hoc est æquale vni rei, & 12. abiece similia, fiet 1. res æqualis  $\frac{1}{121}$  quadrati p. 4. m.  $\frac{3}{4}$  rebus, redde quod est minus, alteri parti, pro vniuersali regula, erunt res 4. æquales  $\frac{25}{121}$  quadrati p. 4. quare per 4. regulam tertij capituli, diuisi numerum rerum & 4. per  $\frac{25}{121}$  numerum quadrati, & fient res 24  $\frac{24}{121}$  æquales 23  $\frac{1}{121}$  p. quadrato, quare per tertiam regulam, dices 12  $\frac{1}{121}$  in se, fiet 155  $\frac{469}{121}$ . minue 23  $\frac{1}{121}$  fient 132  $\frac{469}{121}$ , huius 32. est 11  $\frac{13}{121}$ , quam adde à 112  $\frac{1}{121}$  dimidium numeri rerum, fiet æstimatio rei quæ sita 24. scilicet quadrati cuius radix, est numerus ille qui quæritur. Ex hoc docemur per principalia capitula vitæ derivatiua, nam in positione rei pro prima numero, fuisset quadratum eius operationis fundamentum, & peruenisses ad 1. quod quadratum p. 23  $\frac{1}{121}$  æqualia 24  $\frac{1}{121}$  quadrato, quare hæc sit tibi pro exemplo, nunc sequamur secundam illius.

Tom. IV.

Fuerunt duo duces quorum vnusquisque *Quæst. 2.* diuisit militibus suis aureos 48. Porro vnus ex his habuit milites duos plus altero, & illi qui milites habuit duos minus, contigit vt aureos quatuor plus singulis militibus daret, quæritur quot vnicuique milites fuerint? Pone numerum militum minorem 1. rem, maior erit 1. positio p. 2. quia igitur summa distribuenda æqualis fuit, manifestum est, quòd quantitates erunt proportionales similes, est autem 4. duodecima pars 48. multiplica igitur  $\frac{1}{12}$  in 1. positionem p. 2. fit  $\frac{1}{6}$  positionis p.  $\frac{1}{6}$ , hoc multiplica per numerum priorum hominum, fit  $\frac{1}{12}$  quadrati p.  $\frac{1}{6}$  positionis, duc verò omnia ad 1. quadratum, fiet 1. quadratum p. 2. positionibus, æqualia 24. accipe dimidium numeri rerum & est 1. duc in se, fit 1. adde ad 24. fit 25. ab huius 32. minue 1. dimidium numeri rerum, fit 4. numerus hominum minor, & 6. maior, & primis obtigerunt aurei 12. pro singulo, aliis 8. pro singulo. Multiplicatio autem illa, quando reducitur quadrati pars ad integrum fit per excessum hominum, scilicet 12. per 2. Et causa in hoc est, quòd proportio differentie secundæ ad primam, est vt aggregati quod diuidi debet ad productum ex numero hominum inuicem, velut proportio 48. ad 24. productum ex 4. in 6. est velut 4. differentie aureorum ad 2. differentiam hominum, & per hanc docuit modum operandi in quæstionibus proportionum, & præcipue quando volumus numerum integrum, vt in hominum numero, in quibus perabsurdum esset intelligere medium hominem, nedum quantitatem aliquam alogam seu latum.

## QVÆSTIO III.

Nunc autem proponamus quæstiones nostras, quarum prima est similis præcedenti. *Quæst. 3.* Duæ societates hominum, quarum vna continebat 3. homines plusquam altera, diuiserant æquales aureorum numeros, qui erant 93. plus numero hominum ipsorum vtriusque societatis simul iunctorum, & pro singulis hominibus societatis minoris, contigerunt aurei 6. plus, quàm hominibus singulis maioris societatis. Pones numerum primæ societatis rem vnâ, habebit igitur secunda societas rem & 3. p. quare summa aureorum, quæ est 93. p. vtraque societate, est 69. p. duabus rebus, proportio autem ex-

1. pos.

1. pos. 3. p.

93.

2. pos. p. 96.

6-3

2. pos. p. 48.

1. quad. p. 3. pos.

1. quad. p. 2. pos. æqu. 48.

excessus aureorum 6. qui contingunt societati minori, ad excessum hominum, scilicet ad 3. est vt summæ aureorum, ad productum



ex numero hominum primæ societatis, in  
 numerum hominum secundæ societatis, pro-  
 portio autem 6. ad 3. dupla est, igitur pro-  
 portio 2. positionum p. 69. ad 1. quadratum  
 p. 3. positionibus productum ex 1. positione  
 in 1. positionem p. 3. est dupla, igitur di-  
 midium 2. positionum p. 96. quod est æ. po-  
 sitio p. 48. æquale est, 1. quadrato p. 3.  
 positionibus, abiecta itaque 1. positione ex  
 vtraque parte, fiet 1. quadratum p. 2. posi-  
 tionibus æquale 48. ducito dimidium 2. in  
 se, fit 1. nam dimidium 2. est 1. huic adde  
 48. fiet 49. huius radix est 7. à qua minue  
 1. dimidium numeri positionum, habebis  
 æstimationem positionis, & numerum pri-  
 mæ societatis 6. ideo numerus hominum se-  
 cundæ societatis, est 3. p. scilicet, horum si fiat  
 collectio, addanturque insuper 93. fiet nu-  
 merus aureorum 108. primis igitur aurei  
 18. secundis 12. per capita contingere. Aliter  
 & facilius expertis in operationibus, posi-  
 tio fiat vt prius, eritque summa aureorum  
 2. positiones p. 96. diuide per positionem p.  
 3. habebis  $\frac{2. \text{pos. p. } 96.}{1. \text{pos.}}$  æqualem 6. p.  $\frac{2. \text{pos. p. } 66.}{1. \text{pos. p. } 3.}$  igitur detracto  $\frac{2. \text{pos. p. } 96.}{1. \text{pos. p. } 3.}$  ex  $\frac{2. \text{pos. p. } 96.}{1. \text{pos.}}$ , relinquatur  
 6. at ex tali detractioe fit  $\frac{6. \text{pos. p. } 288.}{1. \text{quad. p. } 3. \text{pos.}}$  igitur  
 hoc est æquale 6. diuisis igitur 6. positioni-  
 bus p. 288. per 6. exibat 1. quadratum p. 3.  
 positionibus, nam si diuiso 10 per 2. exit 5.  
 diuiso 10. per 5. exibat 2. igitur diuisis 6.  
 pos. p. 288. per 6. exit 1. positio p. 48. &  
 hæc æqualia sunt 1. quadrato p. 3. positio-  
 nibus, quare vt prius, res valet 6.

QVÆSTIO IV.

*Quæst. 4.* Est numerus, cui si addantur duæ radices, aggregato verò iterum addantur duæ radices ipsius aggregati, fiet totum 10. tunc dices, 10. æqualis est secundo numero & duabus eius radicibus, ponemus igitur numerum aggregatum secundum, 1. quadratum, & hic, cum duabus radicibus, æqualis est 10. igitur rei æstimatione per secundam regulam, est  $\frac{1}{2}$ . 11.  $\frac{1}{2}$ . igitur abice duplum huius ex 10. relinquetur aggregatum 12.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 44. hoc autem ex supposito constat ex quadrato & duabus radicibus, igitur 1. quadratum  $\frac{1}{2}$ . 2. positionibus, æquatur 12.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 44. ducito 1. dimidium numeri rerum in se, fit 1. adde ei numerum fit 13.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 44. accipe radicem, & ex ea minue 1. dimidium numeri rerum, habebis  $\frac{1}{2}$ . v. 13.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 44.  $\frac{1}{2}$ . 1. hanc igitur duplicatam, si detraxeris ex aggregato, relinquetur numerus primus propositus, 14.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 44.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . v. 52.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . 704. & ita

14. m. B. 44. m. B. v. 52. m. B. 704.  
duc radices eius B. v. 52. m. B. 704. m. 2.

aggregatum 12. m. R. 44.  
duc radices huius R. 44. m. 2.

aggregatum 10.

posses regrediendo quantumlibet procedere,  
ab ultimo semper inchoando termino. Pro-  
lixior autem ero hic in exemplis, quoniam  
hæc capitula mercatura maxime conue-  
niunt, tum quia tyrones in his introducun-

tur, velut & paruos pueros sulent magistri  
 diligentius minuta quæque docere, tum ve-  
 rò quòd eadem in reliquis postmedum fa-  
 bricare possumus.

QVÆSTIO V.

Inuenias numerom, à quo detracta  $R.$  244  
cubica, & residuo addita sua quadrata radi-  
ce, perficiatur primus numerus. Pones ita-  
que residuum illud à quo detraxisti radicem  
cubicam esse  $1.$  quadratum, addemus itaque  
ei radicem quadratam & fiet  $1.$  quadratum  
 $p. 1.$  positione, & hoc æquale est  $1.$  cubo.  
nam ex eo quod addito ad  $1.$  quadratum tan-  
tum, fit quantum erat prius, igitur quod ad-  
ditur æquale est ei quod minuitur, minuitur  
autem  $R.$  cubica totius quantitatis, igitur  
positio est radix cubica aggregati, quare ag-  
gregatum est cubus, & hic æqualis est  $1.$   
quadrato  $p. 1.$  pos. deprime per  $1.$  pos. ha-  
bebis  $1.$  quadratum  $x.$  | cubus  $R. 5. p. 2.$   
quale  $1.$  pos.  $p. 1.$  pos. | quad.  $1 \frac{1}{2} p. R. 1 \frac{1}{4}$   
tio igitur est  $R. 1 \frac{1}{4} p.$  | pos.  $R. 1 \frac{1}{4} p. \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$ , at numerus primus fuit cubus positionis,  
igitur primus numerus est  $R. 5. p. 2.$

QVÆSTIO VI.

Quidam ter iuit ad nundinas, in primo itinere retulit duplum eius quod attulerat, in secundo cum detulisset tale duplum secum, rediit cum eisdem pecuniis, & radice earum & duobus aureis plus, hoc totum autem seruauit, rediitque cum eo ad nundinas tertio, & superlucratus est tantum, quantum esset illud quod produceretur ex pecuniis quas secum attulerat in se ductis, ac etiam quatuor aureos plus, reuersus est autem cum 310. aureis, quæro igitur, quantum attulit secum pecuniarum, in primo itinere? Dices, retulit aureos 310. & hoc fuit æquale pecuniis secundi itineris & quadrato earum & 4. p. igitur pecuniæ quas attulit secum in tertio itinere, quadratum æquatur 306. aureis, abiecto communiter numero 4. ponemus igitur pecunias quas secum attulit 1. positionem, & habebimus 1. quadratum p. 1. positione æquale 306. igitur ex secunda regula, res valet  $\frac{306}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ , quod est dicere 17. & tot aureos detulit secum tertio itinere, & tot habuerat in secundo itinere quos seruauerat, dictum est autem, quod in secundo itinere lucratus est radicem eorum quos attulerat & 2. p. & retulit 17. igitur si lucratus fuisset radicem tantum, retulisset 15. igitur positis pecuniis quas secum attulit 1. quadratum, habebimus 1. quadratum p. 1. pos. æqualia 15. igitur ex secunda regula, res valet  $\frac{15}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ , & hoc est quod lucratus est in secundo itinere, & cum hoc etiam lucratus est aureos 2. lucrum igitur totum fuit eius itineris  $\frac{15}{4}$  p. 1  $\frac{1}{2}$ , ipse autem retulit domum aureos 17. igitur iuit cum aureis  $15\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ , hæc pecuniæ sunt quas in primo itinere seruauerat, & fuerant duplum eius quod attulerat, primo igitur itinere attulit ad nundinas dimidium  $15\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{15}{4}$  aureorum, quod est  $7\frac{3}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{15}{8}$  aureorum.

QVÆ.



# Cap. V. Ostendit æstim. Cap. & c. 233

## QVÆSTIO VII

*Quæst.* Quidam rex proconsuli ducenti exerci-  
7 tum aureis milit 128000. vt 7000. equi-  
tum & 7000. peditum conduceret ea erat  
stipendi; ratio, vt pro singulis 100. aureis,  
semper 18. pedites plusquam equites con-  
duceret, venit tribunus quidam militum ad  
proconsulem cum 1700. peditibus & 200.  
equitibus, quantitas stipendi; ratio. Hæc ter-  
tia quæstioni affinis est, considera quod  
128000. sunt 1280. centena, quia dictum  
est quod pro singulis centum aureis diffe-  
rentia numeri peditum à numero equitum  
sit 18. diuide igitur 1280. in duas partes,  
quarum vna ducta per viam quantitatem  
producat 7000. & similiter reliqua ducta per  
eandem quantitatem p. 18. producat etiam  
7000. igitur posita quantitate equitum pro  
100. res, quantitas peditum res & 18. p. diui-  
sis igitur 7000. per harum singulas, proue-

| 7000.       | 7000.          |
|-------------|----------------|
| 1. pos.     | 1. pos. p. 18. |
| pos. 14000. | p. 126000.     |
| 1. quad.    | p. 18. posit.  |
| pos. 14000. | p. 126000.     |
| 1280.       |                |
| 1. pos.     | 1. pos. p. 18. |
| 1. quad.    | p. 18. posit.  |
| 1. pos.     | 1. pos. p. 18. |
| 1. quad.    | p. 18. posit.  |
| 1. pos.     | 1. pos. p. 18. |
| 1. quad.    | p. 18. posit.  |

niens aggregata 1280. nam si ex partibus  
1280. ducti in rem, & rem p. 18. sunt  
7000. & 7000. igitur diuisis 7000. per rem,  
& 7000. per rem p. 18. exuentia iuncta fa-  
ciunt 1280. & talium igitur diuisione ag-  
gregantur  $\frac{14000}{18}$  & hoc cum sit æ-  
quale 1280. igitur diuiso numeratore per  
1280. erit 1. quadratum p. 18. pos. facta  
propter tali diuisione, prodit  $10\frac{1}{18}$  positioni-  
bus p. 18. hocque est æquale 1. quadra-  
to p. 18. positionibus igitur 1. quadratum  
p. 72. positionibus æquatur  $98\frac{1}{18}$ , igitur res  
vales  $10\frac{1}{18}$  m.  $3\frac{1}{18}$ , sed  $110\frac{21}{18}$  est  
 $10\frac{1}{18}$ , igitur deductis  $3\frac{1}{18}$ , relinquetur rei  
æstimatio 7. & tot equites 100. aureis con-  
duceret, & pedites 25. igitur pro 1700. pe-  
ditibus stipendium debuit esse 6800. aurei,  
& pro 200. equitibus aurei  $2857\frac{1}{7}$ .

## QVÆSTIO VIII.

*Quæst.* Fac de 20. tres quantitates anagolas,  
& quarum secunda æqualis sit radicibus prime  
& tertie simul iunctis, pone secundam esse  
positionem, reliquam erit 20. m. 1. posi-  
tione, quia igitur ex hoc facere oportet partes  
duas, inter quas positio cadat proportionem  
mediam, utque vt ex vna in aliam fiat qua-  
dratum positionis, quare per 16. sexti Ele-  
mentorum. Ex quinta 2. Elementorum vel  
Reg. sexti libri, ducemus dimidium 20. m.  
1. positionem in se, & fiet 100. m. 10. posi-  
tionibus p.  $\frac{1}{4}$  quadrati, a quo auferemus  
Tom. II.

quadratum positionis, & fiet 100. m. 10.  
positionibus m.  $\frac{1}{4}$  quadrati, huius radicem  
adde, & minue à medietate 20. p. 1. posi-  
tione, & habebis partes quas vides, vt igi-

|  |  |
|--|--|
| 10. m. $\frac{1}{4}$ pos.                | p. 2. v. 100. m. 10. pos. m. $\frac{1}{4}$ qd. |
| 10. m. $\frac{1}{4}$ pos.                | p. 2. v. 100. m. 10. pos. m. $\frac{1}{4}$ qd. |
| 20. m. 1. pos.                           | aggregatum quan.                               |
| 100. m. 10. pos.                         | p. $\frac{1}{4}$ quad. m. 100. p. 10. pos.     |
| p. $\frac{1}{4}$ quad.                   | productum quan.                                |
| æquiualens 1. quad.                      |  |
| producti radix 1. pos.                   |  |
| duplum radicis 2. pos.                   |  |
| aggregatū ex quātitatibus & producto 20. |  |
| p. 1. pos.                               | cuius radix est æqualis positioni.             |

tur iungas radices vniuersales harum, fac vt  
in tertio libro te docui, iunge primo quan-  
titates & habebis 20. m. 1. posit. deinde  
multiplica quantitates ipsas inuicem, &  
iunge cum aggregato quantitatum earum  
duplum, & fit totum 20. p. positione, huius  
radix æquatur 1. positioni, igitur 1. qua-  
dratum æquatur 20. p. 1. positione, quare  
per primam regulam ducemus  $\frac{1}{2}$  dimidium  
numeri rerum in se, & sit  $\frac{1}{4}$ , adde ad 20.  
sit  $20\frac{1}{4}$ , accipe radicem quæ est  $4\frac{1}{2}$ , & ei  
adde  $\frac{1}{2}$  dimidium numeri rerum sit 5. rei  
æstimatio, quantitas scilicet media, quare  
faciemus ex residuo ad 20. duas partes in-  
ter quas cadat 5. & erunt alia positione in-  
staurata, vel per regulas sexti libri,  $7\frac{1}{2}$  p.  
2.  $31\frac{1}{4}$  &  $7\frac{1}{2}$  m. 2.  $31\frac{1}{4}$ , harum radices  
simul iunctæ sunt 5.

## QVÆSTIO IX.

Fac de 10. duas partes, quarum maior, de-  
tractis duabus suis radicibus, æqualis sit mi-  
nori additis duabus suis radicibus constat igitur  
quod differentia maioris & minoris, est  
duæ radices maioris, & duæ minoris, ponat-  
ur igitur differentia hæc radix 4. positio-  
num, & ponatur pars vna 5. p. 2. 1. posi-  
tionis, & alia 5. m. 2. 1. positionis, & sumat-  
ur aggregatum radicum harum partium, &  
est ex libro quarto, 2. tota (quam vniuer-  
salissimam appellare solent) 10. p. 2. v.  
100. m. 4. positionibus, & hoc æquatur dupli-  
catum 2. 4. positionum, quare dimidium di-  
midio scilicet, 2. 1. positionis, huic 2. vl-  
timi, quare quadratum quadrato, scilicet  
1. positio æquabitur 10. p. 2. v. 100. m. 4.  
positionibus igitur 1. pos. m. 10. æquatur 2.  
v. 100. m. 4. positionibus, quare quadrata  
quadratis, quæ sunt, 1. quadratum p. 100.  
m. 20. positionibus, & 100. m. 4. pos. igitur  
1. quadratum est æquale 16. positioni-  
bus, igitur positio æqualis 16. & nos volui-  
mus differentiam partium esse 2. 4. posi-  
tionum, igitur differentia partium fuit 2.  
64. quæ est 8. & sic effugisti quadratum  
quadrati, ponendo 2. positionum.

## QVÆSTIO X.

Fuerunt homines in tribus societatibus, *Quæst.*  
& numeri illorum analogi ductoque nume-  
ro secundæ societatis, in numerum tertie,

V 3 confur-



confurgit aggregatum omnium, cum cubo numeri primæ. Debes in hoc considerare, quod perabsurdum est, ut tales numeri sint alogi, aut fracti, nam non conuenit ponere hominis partem, vide igitur in qua proportionem quadratum dimidij producti ex secunda in tertiam superat aggregatum omnium in numero aliquo quadrato, & inuenies quod in dupla, capiendo 1. 2. 4. productum ex dimidio 8. qui fit ex 2. in 4. & est 4. in se, excedit 7. aggregatum in 9. numero quadrato, & hoc venaberis ex alia positione simplici. Pones igitur totidem res pro his numeris, scilicet 1. positio 2. positiones 4. positiones, harum aggregatum est 7. positiones, adde his cubum 1. positionis, & fiet 1. cubus p. 7. positionibus, & hoc æquatur 8. quadratis, producto secundæ in tertiam, deprime partes per positiones, fit 1. quadratum p. 7. æquale 8. positionibus, quare per tertiam regulam, duc. 4. dimidium numeri positionum

1. pos. cubus p. 1. cub.

2. pos. aggreg. 7. pos.

4. pos. produc. 3. in 2. 8. quid

in se fit 16. abijce 7. numerum, relinquitur 9. huius 2. addita vel detracta à 4. dimidio numeri rerum, ostendit 7. & 1. æstimationes rei, sed quia 1. non est numerus societatis, ideo dicemus quod res fuit 7. & hic est numerus societatis, secunda igitur habebit homines quatuordecim, tertia 28. constat autem quod cubus 7. cum aggregato numerorum est 392. & tantum producitur ex 14. secundo numero in 28. tertium.

## C A P V T VI.

### *De modis inueniendi capitula noua.*

**C**VM verò diligenter considerassem in his, visum est mihi, ut etiam ultra transgredi liceret, itaque exemplo deriuatiuorum, quæ iam inuenta fuerant, quadrati & quadrati æqualium numero, tum etiam cubus quadrati & cubi æqualium numero, ac reliquorum quatuor, capitulum constituerem quad. quad. quadrati, & quad. quadrati & numeri, inuicem æqualium, indeque æstimatio rei 2. 2. est æstimationis principalium eis correspondentium, velut si 1. quadratum p. 2. positione est æquale 12. & æstimatio rei est 3. si 1. quad. quad. quadratum p. 1. quad. quadrato æquantur 12. æstimatio rei erit 2. 2. 3. indeque ad excogitanda reliqua deriuatiua animus appulimus.

**M**ox verò ad alia me transuli, visumque opportunum, ut æquationum naturam spectarem, cumque & primi coniuncti (sic enim binomium) & apotomæ primæ (sic enim recisum vocamus) originem intuerer, visum est, ut in his duæ essent diuersorum generum quantitates, numerus, & aloga pars, seu radix. porro cum ad quadratum deducitur, numerus quidem fit ex quadratis partium in se, radix ex ductu unius partis in alteram bis,

res 2. p. 2. 3.

quadratum 7. p. 2. 48.

cu. 26. p. 2. 67. 5.

cubus verò constituitur in parte aloga, ex triplo quadrati numeri, cum quadrato radice in radicem. Igitur proportio partis alogæ in cubo, ad partem alogam in quadrato, est velut tripli quadrati partis, quæ est numerus, cum quadrato partis quæ est radix, ad duplum numeri, at proportio tripli quadrati numeri, ad duplum numeri, est ipse numerus cum dimidio. Proportio etiam quadrati radice, ad duplum numeri, est quæ prouenit diuiso tali quadrato per idem duplum, igitur ipsa proportio, est numerus ipse cum dimidio sui, & tali prouentu, quate assumptis totidem quadratis, erunt partes alogæ æquales, quare tot quadrata æquabuntur cubo & numero. Velut in hoc casu, diuido 3. quadratum radice, per 4. exit  $\frac{3}{4}$  cui addo 3. qui est æqualis numero & dimidio, fit  $3\frac{3}{4}$  dico igitur quod in hac æstimatione  $3\frac{3}{4}$  quadrati æquabuntur cubo & alicui numero, & est numerus ipse  $\frac{1}{4}$ .

Demum volens diligentius rem persequari, posui 10. quadrata æqualia cubo, & alicui numero, & posui partem primam binomij (sic enim vsus gratia appellabo coniunctum) esse, gratia exempli, 3. & constitui partem secundam 1. positionem, &

3. p. 1. pos.

9. p. 1. quadratum p. 6. pos.

27. pos. p. 1. cu.

1. cu. æqualis 33. pos.

hæc est radix, quadratum igitur, est 9. p. 1. quadrato, & hoc totum est numerus & 6. positiones, & hoc est radix, at in cubo ut dictum est fit pars aloga ex triplo quadrati 3. & est 27. & quadrato 1. positionis quod est 1. quadratum, in partem quæ est aloga id est in positionem, igitur 27. positiones p. 1. cubo, æquantur 10. quadratis, in parte aloga id est decuplo 6. positionum quod est 60. positiones, igitur dicemus, quod cubus æquatur 33. positionibus, igitur deprimendo per positiones, quadratum æquatur 33. igitur reseat 2. 33.

## R E G V L A.

Ex his tandem hæc formatur regula breuissima. Adde primo numero dimidium sui, & totum abijce ex numero quadratorum residuum duces in duplum prioris numeri, & producti 2. est secunda pars coniuncti. Exemplum, est cubus qui cum numero æqualis est 12. quadratis, & prima binomij pars est 5. adde dimidium 5. ad 5. fit  $7\frac{1}{2}$  abijce ex 12. fit  $4\frac{1}{2}$  duc.  $4\frac{1}{2}$  in 10. duplum 5. prioris numeri, fit 45. cuius 2. est secunda pars coniuncti, igitur 12. quadrata & 5. p. 2. 45. æqualia sunt cubo & 40. Eadem ratione inueni, quod numerus æquationis, scilicet 40. producti ex differentia primi numeri, & numeri quadratorum, in quadratum primi nume-



# Cap. VI. De Modis inuen.&c. 235

numeri, & producti tripli primi numeri, & numeri quadratorum in quadratum radice, est differentia.

Post hæc deuolui consilium ad explorandum qualitatem capitulorum cub. quadrati, rerum & numeri, vidique quod si dixerem, cubus & 3. quadrata, æqualia sunt 14. rebus, & 20. numero, & ponatur quantitas quædam intellecta, æstimatio rei, cuius prima pars sit numerus, secunda verò quantitas, alia pars irrationalis. Et sit gratia exempli, hic 1. p. 8. 5. constat autem quod coniungendo partes irrationales cubi & quadrati, quod illæ sunt ex duplo numeri quadratorum, in primam numeri partem,

|    |    |     |     |     |
|----|----|-----|-----|-----|
| 5. | p. | 8.  | 45. |     |
| 5  | —  | 12  | —   | 15  |
|    |    | 7   |     | 3   |
|    |    | 25  |     | 45  |
|    |    | 175 | —   | 135 |
|    |    |     |     | 40  |

res 1. p. 8. 5.  
quadratum 6. p. 8. 20.  
cub. 16. p. 8. 320.

seu ex numero quadratorum, in duplum numeri, itemque ex triplo quadrati numeri, & quadrato irrationalis partis, hoc est autem æquale, in capitulo cubus quadrati, & numeri, etiam numerorum rerum conuenit, requirit ut in utroque pars rationalis talis sit, ut hinc angantur, duplum numeri quadratorum, & etiam tripulum sui quadrati, cum quadrato alterius partis, constituat numerum rerum. Et si pars rationalis vel numerus esset minus, oporteret ut esset differentia dupli numeri quadrati, & tripli quadrati partis, quæ est 12. cum quadrato partis quæ est numerus, ipse numerus rerum. Exemplum, si 1. cubus p. 6. quadratis p. numero, æquenter 30. rebus, & pars vna apotomæ, sit m. 2. tunc ducemus 6. numerum quadratorum in 4. duplum 2. & fiet 24. huic addemus 30. numerum rerum, & fiet 54. & hoc debet æquari triplo quadrati, quod est 12. & quadrato alterius partis, igitur abicto 12 ex 54 relinquitur 42. & 42. est pars prima apotomæ, quare res valet 42. m. 2.

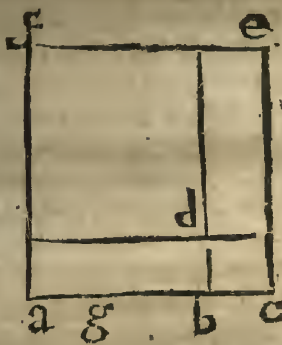
Est & modus alius, qui similitudinis dicitur, atque hic quadruplex A natura æquationis, velut cum capitulum cubi æqualis rebus & numero, extrahitur ex capitulo cubi & rerum æqualium numero. Ab augmentis æquationum, sicque capitula non vniuersalia inuenimus quad. quad. quadrati, rerum: ac numeri. A conuersione æquationum in naturam ei æquivalentem, ut exponemus infra. A modo procedendi ad æquationes per cuborum vel quadratorum generationem, aut per proportionem ut dupli vel dimidij, aut per additionem vel diminutionem, tres enim sunt modi in vniuersum.

Est etiam transmutationis via, qua ante demonstrationem vniuersalia capitula multa inueni, atque inter reliqua. cubi æqualis quadratis & numero, & cubi cum quadratis, æqualis numero, velut cum conamur hanc soluere quæstionem, duos inuenias numeros, quorum aggregatum æquale sit al-

terius quadrato, & ex uno in alterum ducto, producat 8. una enim via peruenies ad 1. cubum æqualem 1. quadrato p. 8. alia ad 1. cubum p. 8. rebus æqualem 64. hæc igitur inuenta æstimatione, si diuideris 8. per eam, prodibit reliqua æquatio, ex qua in capitulo illius cogitationem perueni. Quæstiones igitur alio ingenio cognitæ ad ignotas transfer positiones, nec capitulorum inuentio finem est habitura, non tamen extra hæc, ex vna quæstione, generalia poteris assequi.

Cum autem intellexissem capitulum, quod Nicolaus Tartalea mihi tradiderat, ab eo fuisse demonstratione inuentum Geometrica, cogitavi eam viam esse regiam, ad omnia capitula venanda. Itaque ad eam tria supposita maximè utilia præmittere institui, quorum dilucidæ declaratione, reliqua, quæ & ipsa demonstrabuntur, facile erit intelligere, est autem horum hoc primum.

Si quantitas in duas partes diuidatur, cubus totius æqualis est, cubis ambarum partium, triploque productorum, uniuscuiusque earum, vicissim in alterius quadratum. Quamuis hoc & reliqua duo quæ sequuntur alibi à nobis in 7. Elem. Geom. ostensa sint, ne tamen huic operi quicquam deesset, placuit hic denuo demonstrare. Sic



igitur A. C. diuisa in puncto B. & sit cubus totius A. E. sint etiam in basi eius superficies distinctæ D. A. D. C. D. F. D. E. manifestum est autem ex 4. 2. Elementorum, C. D. esse quadratum B. D. & D. F. quadratum A. B. & duo rectangula A. D. & D. E. fieri ex A. B. in B. C. singula, cubus autem totus constat ex A. C. linea, in quadratum A. E. quare ex A. C. in superficies D. A. D. C. D. E. D. F. componentes A. E. quare cum A. C. constet ex A. B. & B. C., constabit cubus A. E. ex octo corporibus, quorum quatuor constant ex A. B. linea in superficies D. A. D. C. D. E. D. F. reliqua quatuor, ex B. C. linea, in easdem quatuor superficies. At ex A. B. in F. D. fit cubus A. B. & ex B. C. in C. D. cubus B. C. constat igitur cubus A. E. ex cubis A. B. & B. C. & ex eo quod fit ex A. B. in D. A. D. C. D. E. & eo quod fit ex C. B. in D. A. D. F. & D. E. at quod fit ex A. B. in C. D. æquale est ei quod fit ex B. C. in D. A. & quod fit ex B. C. in D. F. æquale ei quod fit ex A. B. in A. D. eò quod altitudines & bases eadem sunt, parallelepeda etiam ex A. B. in A. D. vel D. E. æqualia sunt inuicem, similiter ex B. C. in A. D. vel D. E. inuicem æqualia, eò quod D. A. & D. E. sunt æquales superficies, per 43. primi Elementorum,



torum, igitur cubus a c constat ex cubis a b & b c, & triplo a b in quadratum b c, & triplo b c in quadratum a b, quod erat probandum.

7 Ex hoc patet secundum, scilicet, quod cubus a b, cum triplo a b in quadratum b c, superat cubum b c, cum triplo b c in quadratum a b, in cubo differentie a b & b c, sit igitur a g æqualis b c, & erit differentia a b & b c, linea g b, constat autem ex præcedente cubum a b, æqualem esse cubis a g & g b, & triplo a g in quadratum g b, & triplo g b in quadratum a g, quare cubus a b cum triplo a b in quadratum b c, æqualis est cubis a g & g b, & triplo a b in quadratum g b, & triplo g b in quadratum a g, & triplo a b, in quadratum g b, & triplo g b, in quadratum a g, & triplo a b, in quadratum b c. verum cubus a g, æqualis est cubo b c, & triplum b g in quadratum a g, æquale est triplo b g, in quadratum b c, & triplum a g in quadratum g b, æquale est triplo b c in quadratum b g, eò quod b c æqualis est a g, cubus igitur a b, & triplum a b, in quadratum b c, æqualia sunt cubo b c & b g, & triplo b g, in quadratum b c, & triplo b c, in quadratum b g, & triplo a b, in quadratum b c, at ex b g, in quadratum b c, fit quantum ex b c in rectangulum ex b g, in b c ter, igitur ex b g in quadratum b c, æquale ei quod fit ex b c, in rectangulum ex b c, in b g ter, eadem ratione, quod ex a b in b c quadratum ter æquale ei quod ex b c in rectangulum ex a b in b c ter, cubus igitur a b, & triplum a b in quadratum b c, æqualis est cubis b g & b c, & triplo b c in rectangulum b c in a b, & triplo b c, in rectangulum ex b c in b g, & triplo b c in quadratum b g, at ex quarta secundi Elementorum, rectangulum ex b c in b a, & ex b c in b g, cum quadrato b g æquantur quadrato a b, igitur cubus b g cum cubo b c, & triplo a b in quadratum b c, quare cubus a b, cum triplo a b in quadratum b c, excedunt cubum b c, cum triplo b c in quadratum a b, in cubo differentie b g.

*Corm. primum.*

Ex hoc patet, quod si b c ponatur m. quod cubus a b constabit ex cubo a c, & triplo a c in quadratum b c, addito per m. cubo b c, & triplo b c in quadratum a c, nam si b c fuisset p. differentia cubi a c cum triplo a c in quadratum b c, à cubo b c, & triplo b c in quadratum a c, fuisset cubus a b, ex demonstratis. Sed posita b c m. tantum est quod aggregatur, quanta est differentia posita b c p. igitur cubus a b, est aggregatum cubi a c & tripli a c, in quadratum b c, & tripli b c in quadratum a c m. & cubi b c m. Et eodem modo, si a b poneretur m. cubus b c constaret ex cubo a c, & triplo a c in quadratum a b, & triplo a b, in quadratum a c per m. & cubo a b per m.

*Corm. 2.*

Eodem modo, si a b ponatur m. cubus eius componetur ex cubo b c, & triplo b c in quadratum a c, & cubo a c per m. & triplo a c in quadratum b c per m. nam ut dictum est, cubus a b, est differentia talium partium per p. ex primo corollario, igitur detracta maiore ex minore, fiet tantundem

m. sed cubus a b m. est æqualis cubo a b p. in numero, ut enim 27. p. est cubus 3. p. ita 27. m. est cubus 3. m. igitur cubus a b m. est æqualis cubo b c, & triplo b c, in quadratum a c, & cubo a c m. & triplo a c in quadratum b c m.

Ex primo autem supposito, ostenditur<sup>8</sup> etiam hoc tertium, quod est, proportionem aggregati ex cubis a b & b c, ad triplum productorum a b in quadratum b c, & b c in quadratum a b esse, ut aggregati primæ & tertiæ detracta secunda trium quantitatum analogarum in proportionem a b ad b c ad triplum secundæ earum. Constat enim ex 32. 11. Elementorum, quod proportio cubi a b ad corpus ex a c in quadratum a b, est ut quadrati a b ad a d superficiem, quare ex prima sexti Elementorum, ut a b ad b c, eadem ratione parallelepipedum ex b c in quadratum a b ad parallelepipedum ex a b in quadratum b c, proportio, ut a b ad b c, atque rursus parallelepipedum, ex a b in quadratum b c ad cubum b c, ut a b ad b c. Quatuor igitur corpora, scilicet cubus a b, parallelepipedum ex b c in quadratum a b, parallelepipedum ex a b in quadratum b c, & cubus b c, sunt in continua proportionem linearum a b & b c. Statuamus ita hæc corpora breuitatis causa in quatuor literis h, k, l, m, ita ut

h, sit cubus a b, & k, h, k, l, m, parallelepipedum ex b

c, in quadratum a b, & l, parallelepipedum ex a b, in quadratum b c, & m sit cubus b c, igitur cum ratio. m, ad l, sit eaque l, ad k, ut probatum est, item k ad l, ut h ad k, erit per 24. 5. Elementorum, k m ad l, ut h l, ad k, quare ex duodecima eiusdem, h k l m, ad k l, ut h l ad k, quare ex decimanona eiusdem, h m ad k l, ut h l detracto k, ad k, quare per 22. eiusdem, h m ad triplum k l, ut h l dempto k ad triplum k, at cum h k l, sint in proportionem a b ad b c, ut probatum est, erit per 11. eiusdem quinti Elementorum, cuborum a b & b c, simul iunctorum, ad triplum a b in quadratum b c, & b c in quadratum a b, velut primæ & tertiæ trium linearum proportionalium in proportionem a b & b c, detracta media ipsarum, ad triplum ipsius mediæ.

*Corm. 3.*

Ex hoc patet, quod proportio tripli b c in quadratum a b, ad triplum a b in quadratum b c, est ut a b c, ex duodecima quinti Elementorum.

*Corm. 4.*

Et quod proportio cuborum a b & b c, cum duplo b c in quadratum a b, & a b in quadratum b c, ad residuum totius cubi a c, est ut trium superficialium d c, d a, d e, ad d e superficiem, seu ut trium quantitatum proportionalium in proportionem a b ad b c, ad mediam ipsarum, ac multa alia quæ breuitatis causâ omitto.

## CAPVT VII.

### *De capitulorum transmutatione.*

CV M fuerit numerus & denominatio media, extremæ æqualis, conuertetur capi-



# Cap. VII. De Capitul. transm. 237

capitulum in duas denominationes easdem, & sub eadem magnitudine numero æquale, velut si dicam, quadratum æquatur 6. radicibus & 16. dicemus igitur etiam, quadratum & 6. radices, æquantur 16. manetque conuersa ratio, inde habita prima æquatione, detrahimus numerum radicem, & est 10. & habebimus secundam, vel secundam habita, addemus 6. numerum radicem, & fit æquatio prima, verum in ceteris denominationibus regula generalis dari non potest.

2. Vtrum generalis est regula, cum media denominatio, numero & extremæ denominationem æquatur, tunc conuertetur in aliam median denominationem, tantundem a numero distantem: quantum prior media ab extrema denominatione distabat. Sic pro exemplo, si cubus & numerus æquales sint rebus, cubus cum eodem numero, quadratus etiam æquabitur, sed non sub eodem numero. Ratio verò habendi modum denominationem est, deprime maximam denominationem ex mediis, per minorem, & radicem numeri æquationis, sumptam secundum naturam denominationis extremæ, radices ad denominationem quæ cubus, & eum eo numero, multiplicabis numerum denominationis medix proximioris maxime denominationi extremæ, aut ad eum numerum proximioris numero, & quæ cubus, numerus est denominationis extremæ, velut si cubus & 16. æquantur 6. quadrato, tunc dictus cubus & 16. æqualis rebus. Hanc numerum sic venabimur, deprime quadratum per res, exeunt res, accipe 16. cub. 16. nam cubus est extrema denominatio, & eam reduce ad naturam rei, cum 16. fit 16, quod prouenit diuiso quadrato per rem, fit igitur 16. cub. 16. quoniam res non augt nec minuit igitur ducemus 16. cub. 16. in 6. numerum quadratorum, qui sunt proximiores cubo, quam numero, & sunt res 16. cub. 3456. æquales 1. cub. p. 16. Exemplum aliud. cubus & 8. æquantur 18. rebus, dices igitur, cubus & 8. æquantur quadrato, diuide igitur quadratum per rem exit 18, accipe 16. cubicam 8. quia cubus est maxima denominatio, & est 2. ea non est deducenda aliter, cum res sit denominatio exiens, fit igitur 2. diuisor 18. numeri rebus, quia res sunt proximiores numero, quam cubo, & exibat 9. numerus quadratorum æqualium cubo p. 8. eodem modo, si dicamus 1. quadr. quadratum p. 64. æquatur 10. cubis, cadet transmutatio

|                         |          |
|-------------------------|----------|
| 1. quadr. quad p. 64.   | 10. cub. |
| 1. quadr. quadr. p. 64. | rebus.   |
| 16. 8. quadr. 8.        |          |
|                         | 10.      |
|                         | res 80.  |

rebus in 1. quadr. quadratum p. 64. æquale rebus, diuide igitur cubum per rem exit quadratum, duc 16. 16. 64. quæ est ex natura quadr. quadrati, & est 16. 8. ad naturam quadrati, scilicet denominationis exeuntis, fit 8. quem duc in 10. numerum cuborum,

quia sunt proximiores maximæ denominationis, & sunt res 80. contra diuide res 80. per 8. ad habendum numerum cuborum.

Eadem ratio tenet, vbi denominatio media cum numero, æquatur extremæ, seu duæ denominationes extremæ, numero æquales fuerint, nam eadem regula vnâ æquationem in aliam transmutabimus. Vt pro exemplo, cubus æquetur 9. rebus p. 10. dicemus igitur, cubus p. quad. 12. cubica 72900. æquantur 10. & si cubus æquatur 6. quadratis p. 16. erit cubus & res 12. cubus 3456. æqualis 19. Et si cubus p. 18. rebus, æquatur 8. erit cubus æqualis 9. quadratis & 8. numero. Et cum relatum primum p. 6. cubis æquatur 80. erit relatum primum æquale quadratis p. 80. diuide igitur cubum per quadratum, exir res, sume

|                                |                         |
|--------------------------------|-------------------------|
| r. 1 <sup>m</sup> p. 6. cub.   | 80.                     |
| r. 1 <sup>m</sup> quadr. p.    | 80.                     |
| r. rel. 80. — res 12. rel. 80. |                         |
|                                | 6.                      |
|                                | quadr. 12. rel. 922080. |

12. relati 80. & eam reducito ad naturam rei, remanet 12. relati 80. quam ducito in 6. numerum cuborum, fit 12. relata 622080. numerus quadratorum igitur p. æquatur quadratis 12. relata 622080. p. 80. numero, eadem ratione, si 1<sup>m</sup> 1<sup>m</sup> p. 30. rebus æquale sit 32. numero, tunc erit r. p. æquale quadr. quadrato & 32. numero, diuide quadr. quadratum per rem, exit cubus, reducito 2. 12. relatum 32. ad cubum, fit 8. diuide 24. numerum rerum per 8. exit 3. numerus quadr. quadratorum, qui cum 32. æquantur relato primo.

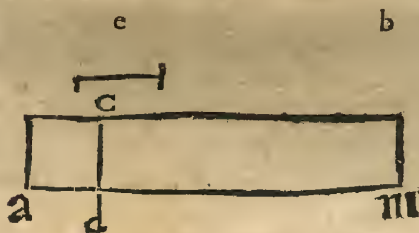
Sed pro habenda æstimatione in singulis, diuides quadratum radicis numeri æquationis, sumpta ipsa radice: secundum naturam maximæ denominationis, per æstimationem quam habes, quod exit est æstimatione conuersi capituli. Exemplum, dictum est, quod si cubus & 8. æquatur 18. rebus, cubus & 8. æquabitur 9. quadratis. In prima autem æquatione res valet 4. vel 16. 6. m. 2. dico, quod si acceperis 16. cubicam 8. quæ est 2. & duxeris eam in se fit 4. & diuiseris per priores æstimationes, scilicet 4. vel 16. 6. m. 2. exhibunt 1. vel 16. 24. m. 4. æstimationes cubi p. 8. æqualium 9. quadratis. Et eodem modo dictum est, quod si 1<sup>m</sup> 1<sup>m</sup> p. 6. cubis, æquatur 80. quod 1<sup>m</sup> 1<sup>m</sup> æquabitur 12. 1<sup>a</sup>, 622080. quadratorum p. 80. & in prima æquatione æstimatio rei manifestè est 2. duc igitur 12. 1<sup>m</sup> 80. in se, fit 12. 1<sup>a</sup> 6400. diuide per 2. æstimationem relati & 6. cuborum æqualium 80. exibat 12. 1<sup>a</sup> 200. æstimatio rei quando 1<sup>m</sup> 1<sup>m</sup> æquatur 12. 1<sup>c</sup> 622080. quadratorum p. 80. vt verò facilior intellectus omnium horum sit, viginti quatuor transmutationes subiungam, ex quibus alias discere licebit. Hic namque duodecim sunt conuersiones, totidemque e contra, velut si cubus & quadratum æquantur numero, conuertetur capitulum in cubum æqualem rebus & numero, at e contra,



contrà, si cubus æqualis sit rebus & numero: cubus & quadrata numero etiam æqualia erunt.

DEMONSTRATIO.

5. Ut verò eiusmodi sit aliqua, exempli cau-  
sa, demonstratio, ponatur parallelepipedum  
a b constans ex a c cubo, & d b numero,



A rectangle is shown with vertices labeled k (top-left), h (bottom-left), a (top-right), and g (bottom-right). A horizontal line segment connects the two left vertices, k and h.

proportionalis, igitur per 32. 11. & 17. 6. Elementorum erit  $g h$  ad  $a c$ , vt  $m d$  ad  $h k$ , vtraque enim duplicata ei, quæ est  $f h$ , ad  $a d$ , quare quod ex  $d$  in  $a c$  quadratum secundæ, æquale est ei, quod ex  $k h$  prima in  $g h$  quadratum quartæ. Igitur corpus  $k o$  est numerus propositus, & cum cubo  $b g$  æquatur rebus totidem, quot sunt in superficie  $g k$ , at  $g k$  æqualis est superfici ei ex  $c$  in  $a m$ , est autem  $e$  radix cubica numeri  $d b$ , propositi, ex 34. 11. Elementorum, &  $a m$  numerus quadratorum, vt propositum est. Igitur numerus rerum  $g k$  fit ex radice cubica numeri æquationis in numerum quadratorum, & numerus æquationis manet idem scilicet corpus  $k o$  &  $b d$ , quorum vnum alteri æquale esse demonstrauimus. Superest itaque, vt ostendamus æstimationem rei quæ est  $a d$  in vno, &  $f g$ , in altero esse, quales proponuntur, cadit enim inter eas proportionalis media  $e$  radix cubica numeri propositi, igitur ex 16. 6. Elementorum diuiso quadrato e per vnâ earum exhibit reliqua. Eodem modo probarem reliquam partem regulæ, & generaliter, sed breuitati consulendum est in his quæ ordinem habent eum, vt vnum ex altero cognoscatur.

REGVLA.

Est & alius transmutandi modus, ma-  
nente quidem denominationum numero,  
variato autem æquationis numero, verum  
in reliquis eandem habet rationem, regula  
igitur est. Accipe radicem numeri æqua-  
tionis, secundum naturam denominationis  
mediæ quam habes; & eam reduces multi-  
plicando ad naturam denominationis me-  
diæ, quam vis æquari extremis in conuer-  
sione, & hic est numerus in secunda æqua-  
tione. Exemplum, si dico, cubus & 8. æ-  
quatur 18. rebus, tu scis ex tabula supra-  
posita, quæ huic seruit regulæ, quod trans-  
mutatur in cubum & numerum æqualia  
quadratis, at ex hac regula liquet, quod nu-  
merus quadratorum æquatur numero re-  
rum, erunt igitur cub. & numerus æquales  
18. quadratis, pro numero igitur æquatio-  
nis accipe 8. quia res non habent radicem,  
& duc in se fiet 64. numerus æquationis,  
duxisti autem in se quia denominatio me-  
dia in quam fienda est transmutatio, est  
quadratum. Eadem ratione, fidicatur, 1.  
quad. quadratum p̄. 8. æquatur 12. rebus,  
traducetur in quadr. quadratum & nume-  
rum æqualia cubis, quare reducemus 8. ad  
cubum & fiet 1. quad. quadratum p̄. 512.  
æquale 12. cubis. Et ita, si dicatur 1. p<sup>m</sup> 1<sup>m</sup>  
p̄. 8. æquatur 5. cubis, transmutatio fiet in  
1<sup>m</sup> p<sup>m</sup> p̄. numero, æquale 5. quadratis, ex  
tabula vel regula, igitur pro numero (quia  
denominatio media in proposito est cubus)  
sumemus 8. cub. 8. quæ est, & eam dedu-  
cemus ad naturam quadrati, quia quadra-  
tum est denominatio media in transmuta-  
tione, fiet igitur 4. quare erit 1<sup>m</sup> p<sup>m</sup> p̄. 4.  
æquale 5. quadratis.

Eadem ratio tenet, cum numerus & media  
denominatio extremæ æquantur, vt trans-



# Cap. VII. De Capitul. transm. 239

transmutatur in capitulum denominationum æqualem numero. Exemplum, si dicamus,  $1^m 1^m p. 4.$  cub. æquatur 64. accipimus propter cubum  $re.$  cub. cam 64. & est 4. & cum reducimus ad quadratum denominationem mediam, in quam fienda est transmutatio, & habebimus  $1^m 1^m$  æquale 4. quadratum & 16. numero, & si  $1^m 1^m p. 4.$  cubis æquatur 5. quia res non habet radicem, reducit 5. ad naturam quad. quadrati, & fit 25. idcirco dicemus, quod  $1^m 1^m$  æquatur 4. quadratis quadrati  $p. 625.$

8. Estimationis ratio sic habetur in media denominatione æquali extremitate & numero. Reducto æquationem quam habes in naturam denominationis medię, in quam fienda est transmutatio, & hoc abice ex numero denominationis medię, &  $re.$  residui, sumpta secundum naturam denominationis medię, ex qua fit transmutatio, est rei æstima-

$$\begin{array}{l} 1^m 1^m p. 64. \quad 12. \text{ cub.} \\ 1^m 1^m p. 16. \quad 12. \text{ quad.} \end{array}$$

tia. Exemplum, si  $1^m 1^m p. 64.$  æquatur 12. cubis, dicemus  $1^m 1^m p. 16.$  æquatur 12 quadratis, æstimatio primæ æquationis est 2. & quia media denominatio in quam fit transmutatio est quadratum, dicemus 2. in se 4. abice quod ex 12. numero cuborum, fit 8. residuum, cuius summa secundum naturam denominationis medię, ex qua fit transmutatio, & est cubus, igitur 2. cubi æquatur 2. erit æstimatio rei in æquatione. Aliud exemplum, si  $1^m 1^m p. 64.$  æquatur 24. quadratis, tu scis quod transmutetur in  $1^m 1^m p. 512.$  æqua-

$$\begin{array}{l} 1^m 1^m p. 64. \quad 24. \text{ quad.} \\ 1^m 1^m p. 512. \quad 24. \text{ cub.} \end{array}$$

le 24. cubis, æquatio autem primi propositi fuit 2. cubus fit 8. nam media denominatio secunda est cubus, abice 8. ex 24. numero quadratum, relinquitur 16. cuius  $re.$  quadrata, id est, sumpta secundum naturam denominationis medię primæ æquationis, quæ est 4. est æstimatio  $1^m 1^m p. 512.$  æqualis 2. cubis.

9. Sed quia in media denominatione iungitur numero vel extremitate denominationi, facta transitio in comprem, ex septima regula, reducet ut prius æstimationem quam habes in naturam denominationis medię cuius queris æstimationem: & ei adde numerum denominationis medię, si media denominatio cuius æstimatio queritur, iuncta fuerit numero, vel minuens, si iuncta fuerit extremitate denominationi, & eius aggregati vel residui  $re.$  sumpta, ex natura denominationis medię, cuius æstimatio cognita est, erit æquatio secundæ quæstionis quæ sita. Exemplum, sit  $1^m 1^m$  æquale 3. cubis  $p. 8.$  & æstimatio rei cognita 2. & transmutatur ex regula septima in  $1^m p^m p. 3.$

$$\begin{array}{l} 1^m p^m p. 3. \text{ cub. } p. 8. \\ 1^m p^m p. 3. \text{ quad. } 4. \end{array}$$

quadratis æqualia 4. reduco igitur 2. ad na-

turam quadrati medię denominationis, cuius queritur æstimatio) fit 4. ex hoc abicio 3. numerum quadratorum, quia quadrata sunt iuncta  $1^o p^o$ , & non numero, relinquitur 1. huius  $re.$  cub. quæ est 1. est rei æstimatio, est autem cubus denominationis medię æquationis iam cognitæ. Rursus fit  $1^m 1^m$  æquale 7. quadratis  $p. 4.$  & fit trans-

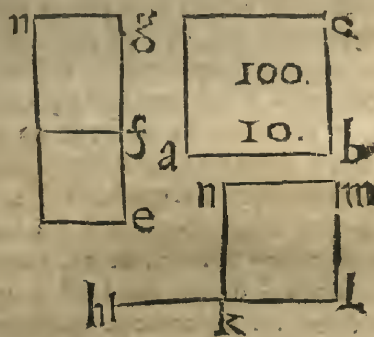
$$\begin{array}{l} 1^m 1^m p. 7. \text{ cub. } 8. \\ 1^m 1^m p. 7. \text{ quad. } p. 4. \end{array}$$

mutatio in  $1^m p^m p. 7.$  cubis æquale 8. ex septima regula, & fit huius cognita æquatio, quæ fit 1. & velim reliquam, reduco 1. ad quadratum, mediam denominationem ignotam, & fit 1. huic addemus 7. numerum quadratorum, quia media denominatio ignota, quæ est quadratum, iungitur numero, scilicet 4. & habebimus 8. huius  $re.$  cubica sumpta ex natura medię denominationis cognitæ, & est 2. talis  $re.$  cubica, est rei æstimatio, quando  $1^m 1^m$  æquatur 7. quadr.  $p. 4.$

Ex hoc patet, quod semper, habito vno *Corm.* capitulo, per secundam, tertiam, & quartam regulam, vel per sextam, septimam, octavam, & nonam, habebimus aliud generaliter, si generaliter, vel particulatim, si particulatim. Exemplum igitur tale sit, cognito capitulo cubi & rerum æqualium numero, proponatur cubus æqualis 3. quadratis & 10. numero, habebimus igitur ex septima regula cubum & 3. res æquales  $re.$  10. æquatio huius est  $re.$  v. cub.  $re.$   $3\frac{1}{2} p.$   $re.$   $2\frac{1}{2} m.$   $re.$  v. cub.  $re.$   $3\frac{1}{2} m.$   $re.$   $2\frac{1}{2}$  huius igitur quadratum, addito 3. numero quadratorum, quia quadrata iunguntur numero, erit æstimatio cubi æqualis 3. quadratis & 10. numero, & hoc est quia denominatio media cognita, quæ est res non habet ex se radicem, & sic primò generaliter capitulum cubi æqualis quadratis & numero, aliāque multa capitula inueni, duplici via.

## DEMONSTRATIO.

Et ne hoc voluntarium videatur, demonstratio huius adicienda est in vno pro omnibus, sit cubus d f, cum a b numero,



æqualis d g numero rerum, id est corpori d g, sit autem h l, numerus rerum, æqualis d g superfici, in numero & sit quod ex h k in k m, æquale a c numero, & quadrato a b, erit igitur quod ex h l in k m, æquale a c & cubo k l, & similiter, quod

ex



# 240 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

ex d e. in d g, æquale cubo d e, & numero a b, d e autem est latus d f, & k l latus k m, sed h l æqualis est d g, cum igitur ex h k in k m fiat a c, & ex d e in f n, a b posita n f radice k m, & d e radice h k, nescio si ex d e in f n, sit a b, ex h k in k m, sit a c, namque hoc à Theone in Euclidis commentario est demonstratum, igitur cum æstimatio rei in vno sit k l, in altero d e, sequitur vt sublata f d æquali h k (vtraque enim æquatur quadrato d e) ex h l, relinquatur, k l, rei æstimatio, quod est propositum.

11 Est & genus transmutationis in dissimile, vt cum quad. quadratum æquatur rebus & numero, & res est 3. 5. p. 2. gratiâ exempli, erit quad. quadratum p. eisdem numero, & res erit eius apotome, videlicet 3. 5. m. 2. & econtrâ.

12 Transmutantur & ea, quæ constant ex quatuor nominibus; cum fuerint tres partes continuè proportionales, & æquales rebus vel cubis, dico autem, numerus & quadratum & quad. quadratum, vel diuiso numero rerum per 3. numeri, exit numerus cuborum, multiplicato verò numero cuborum, per 3. numeri, producitur numerus rerum æqualium quad. quadrato & numero eisdem, velut, si quad. quadratum p. 8. quadratis p. 64. æquantur 10. cubis igitur ducto 8. 3. 64. in 10. numerum cuborum, erit 1. quad. quadratum p. 8. quadratis p. 64. æquale 80. rebus. Habita autem vnâ æquatione, diuide cum ea 3. numeri, quod exit, est reliqua æquatio, velut 1. quad. quadratum p. 8. quadratis p. 46. æquatur 56. rebus & res est 4. erit 1. quad. quadratum p. 8. quadratis p. 64. æquale 7. cubis, inde diuiso 8. radice 84. per 2. priorem æquationem, exit 4. secunda æquatio quad. quadrati p. 8. quadratis p. 64. æqualium 7. cubis.

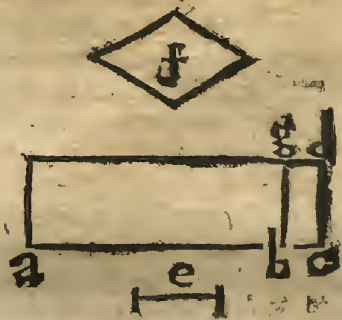
13 Est etiam transmutatio capitulorum ex tribus constantium, in capitula ex quatuor, & pro exemplo, regulam vnâ exponam, si sit capitulum cubi & numeri æqualium quadratis, conuertetur in capitulum cubi & rerum, æqualium quadratis & numero, hoc modo, manente numero quadratorum, duc dimidium numeri quadratorum in se, & productum est numerus rerum, quæ sunt cum cubo, & octaua pars prioris numeri est semper numerus, qui est cum quadratis, & æquatio semper manet eadem. Exemplum, cub. p. 16. æquatur 14. quadratis, duc 7. dimidium 14. in se, fit 49. accipe  $\frac{1}{8}$  de 16. quod est 2. habebis 1. cub. p. 49. rebus æqualem 14. quadratis p. 2. Aliud, cubus & 40. æquatur 8. quadratis, duc 4. dimidium 8. in se, fit 16. numerus rerum, accipe  $\frac{1}{8}$  de 40. quod est 5. igitur cubus & 16. res æquantur 8. quadratis q. 5. & æquatione vnâ inuenta, habes reliquam cum sint eadem, demonstratio huius non est hîc necessaria.

## CAPVT VIII.

*Docetur æquatio generaliter mediæ denominationis æqualis extrema & numero.*

### DEMONSTRATIO.

SIT inquam, cubus quadrati & numerus f, æqualis aliquibus rebus, & sit numerus rerum a d, & sit b d portio, ex qua sumpto latere, quale relati primi e, ducto in a g reliquum numeri rerum, fiat f numerus æquationis,



merus æquationis, dico e esse rei æstimationem, nam quia ex supposito ex e in a g, fit f, & ex e in b d, fit cub. e, eò quòd e fuit latus relatum, b d, & productum ex e in a g, & in b d æquale est producto ex e in a d, sequitur cum a d sit numerus rerum, quòd res æquantur cubo quadrato, & numero f, sub æstimatione ipsius e.

### REGVLA.

Secundùm hoc formabitur regula, cum fuerint denominatio mediæ & numerus, æquales mediæ, & ex numero mediæ denominationis, feceris duas partes, ex quarum vna in radicem alterius, sumptam secundùm naturam denominationis, prouenientis ex diuisione extremæ per mediâ, & deductam ad naturam ipsius mediæ denominationis, fiat numerus æquationis, tunc radix ipsa antequam deducatur ad naturam denominationis mediæ, est rei æstimatio. Exemplum, 10. res æquantur quadrato & 21. tunc quia res sunt immediatæ quadrato & numero, sufficit facere de 10. duas partes, ex quarum vna in aliam fiat 21. & erunt 7. & 3. & vtraque est rei æstimatio. Aliud, 10. res, æquantur cubo & 3. hîc res est coniuncta numero, sed non cubo, cum intermediat quadratum. Ideo diuidemus cubum per rem, exit quadratum, dicemus igitur fac ex 10. duas partes, ex quarum vna in quadratam alterius radicem, fiat 3. & erunt 1. & 9. nam ex 1. in 3. 3. 9. fit 3. ideo talis 3. scilicet 3. est rei æstimatio. Aliud, 10. cubi æquales sunt quad. quadrati, & 64. iam hic cubus hæret quad. quadrato, & à numero distat intermediantibus quadrato & re, dices igitur, fac de 10. duas partes, ex quarum vna in alterius cubum, producat 64. & erunt partes 8. & 2. qui ad cubum deducendus est, igitur 2. est rei æstimatio, scilicet quòd oportet.



# Cap. IX. De secunda incog. quant. 241

oportet semper numerum, cum quo operamur, esse rei equationem. Aliud, & est quantimodi exemplum, 10. cubi æquantur p<sup>o</sup> & 48. tunc iam cubus distat a r<sup>o</sup> p<sup>o</sup>, intermedio quad. quadrati, & a numero interpositis quadrato & re, diuide igitur r<sup>m</sup> p<sup>m</sup> per cubum exit quadratum, dicemus, fac de 10. numero medix denominationis duas partes, ex quarum una, in cubum radice quadratæ alterius producat 48. numerus equationis, & erunt partes 6. & 4. nam ex 6. in 8. cubum 2. radice quadratæ 4. fit 48. ideo ipsum 2. radix quadratæ 4. est rei æstimatio. Manifestum est igitur, quod semper sumimus radicem ex natura denominationis, secundum quam media in maiore continetur, & adducimus eam ad naturam ipsius medix & qui scit hoc facere, nouit capitulum, & qui nouit capitulum, scit etiam hoc facere.

3. Est verò manifestum, quod cum media denominatio, extremæ & numero æqualis est, tunc in omnibus, præterquam in maximo numero, duas æstimationes necessario habet.

## C A P V T IX.

De secunda incognita quantitate non multiplicata.

**G**ENERALITER hucusque noua linaria tractauimus: nunc verò de singulari dicendum speciebus est, namque sæpius illud occurrit, vt quæstionem propositam, duplici positione soluamus. Eiusmodi autem est exemplum, quando aliter vix rem hanc possumus explicare. Tres erant viri pecunias habentes. Primus cum dimidio reliquorum habuit aureos 32. Secundus cum reliquorum tertia parte 28. Tertius cum reliquorum parte quarta 31. Quæritur quantum quisque habuit. Statuamus primo rem ignotam primam, secundo secundam rem

| Prim.  | Secund. | Terti. |
|--|---------|--------|
| res  | quan.   | 31. m. |
| Quarta parte reliq <sup>o</sup> æ. primus 16 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{1}{2}$ pos. m. $\frac{1}{2}$ quan. æqualia positioni primæ. |         |        |
| $\frac{1}{2}$ pos. p. $\frac{1}{2}$ quan. æqualia 16 $\frac{1}{2}$   |         |        |
| Secundus 17 $\frac{1}{2}$ p. $\frac{1}{12}$ quan. m. $\frac{1}{4}$ pos. æqualia quantitati secundæ.                              |         |        |
| $\frac{1}{12}$ quan. p. $\frac{1}{4}$ pos. æqualia 17 $\frac{1}{2}$  |         |        |

ignotam, tertio igitur 31. aurei, minus quarta parte rei, ac quarta parte quantitatis relictæ sunt, iam igitur vide, quantum habet primus, eq<sup>id</sup> m si illi dimidium secundi & tertij adicias, habiturus est aureos 32. habet igitur per se aureos 32. m.  $\frac{1}{2}$  quan. m. 15  $\frac{1}{2}$  p.  $\frac{1}{2}$  positionis p.  $\frac{1}{2}$  quant. quare habebit 16  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$  quantitatis p.  $\frac{1}{2}$  pos. hoc autem cum sit æquale vni positioni, erit  $\frac{1}{2}$  pos. &  $\frac{1}{2}$  quant. æquale 16  $\frac{1}{2}$ , quare deducendo ad integra 7. pos. & 3. quant.

Tom. IV.

æquabuntur 132. Rursus videamus, quantum habeat secundus, habet hic 28. si ei tertia pars primi ac tertij addatur, ea est  $\frac{1}{3}$  pos. p. 10  $\frac{1}{3}$  m.  $\frac{1}{12}$  pos. m.  $\frac{1}{12}$  quant. hoc est igitur  $\frac{1}{3}$  pos. p. 10  $\frac{1}{3}$  m.  $\frac{1}{12}$  quant. abice ex 28. relinquitur 17  $\frac{1}{3}$  p.  $\frac{1}{12}$  quant. m.  $\frac{1}{4}$  pos. & tantum habuit secundus. Suppositum est autem habere illum quantitatem, quantitas igitur secunda, æquiualeat  $\frac{1}{12}$  suimet, & 37  $\frac{1}{3}$  m.  $\frac{1}{4}$  pos. abiectis communiter  $\frac{1}{12}$  quantitatis, & restituto m. alteri parti, sient  $\frac{11}{12}$  quan. p.  $\frac{1}{4}$  pos. æqualia 17  $\frac{1}{3}$ , quare 1. quan. p. 3. pos. æqualia erunt 212. multiplicatis partibus omnibus per

$$\begin{array}{l} 7. \text{ pos. } p. 3. \text{ qua. } \text{æqual. } 122. \\ 3. \text{ pos. } p. 1. \text{ quan. } \text{æqual. } 212. \\ 7. \text{ pos. } p. 15 \frac{2}{3} \text{ quan. } \text{æqual. } 494 \frac{2}{3} \end{array}$$

12. denominatorem, inde duces quamuis earum ad æqualitatem alterius, in positionum aut quantitatum numero, vtpote dicendo, 3. pos. p. 11. quan. æquantur 212. volo modo vt sint 7. positiones, & erunt per regulam quatuor quantitatum proportionalium, 25  $\frac{2}{3}$  quan. æquales 494  $\frac{2}{3}$ , habes igitur, vt vides, pos. p. 3. quantitibus æqualia 132. & 7. pos. p. 15  $\frac{2}{3}$  quantitibus æqualia 494  $\frac{2}{3}$ , igitur cum 7. pos. sint idem, in vtroque erit differentia quantitatum, scilicet 22  $\frac{2}{3}$ , æqualis numerorum differentia, quæ est 362  $\frac{2}{3}$ , diuide igitur sicut

$$\begin{array}{l} 7. \text{ pos. } p. 3. \text{ quan. } 132. \\ 7. \text{ pos. } p. 25 \frac{2}{3} \text{ quan. } 494 \frac{2}{3} \\ \hline 22 \frac{2}{3} \text{ quan. } \text{æquales } 362 \frac{2}{3} \end{array}$$

in positione simplici, per capitulum tertium, 362  $\frac{2}{3}$ , per 22  $\frac{2}{3}$ , exit 16. æstimatio quantitatis, & tantum habuit secundus. Rursus ponamus primo esse rem, secundo iam erant 16. tertio sit secunda quantitas, cumque secundus cum tertia parte primi & tertij, habeat 28. ipse autem habeat 16. erit  $\frac{1}{3}$  pos. p.  $\frac{1}{3}$  quantitatis æqualis 12. residuo 16. & 28. & ideo 2. pos. p. 1. quantitate æquabuntur 36. ad verò primus, cum dimidio reliquorum habuit 32. dimidium

|                                 |                        |                |
|---------------------------------|------------------------|----------------|
| p <sup>a</sup>                  | 2 <sup>a</sup>         | 3 <sup>a</sup> |
| 1. pos.                         | 16                     | 1. quan.       |
| $\frac{1}{3}$ pos.              | p. $\frac{1}{3}$ quan. | 12.            |
| 1. pos.                         | p. $\frac{1}{2}$ quan. | 24.            |
| pos.                            | p. 1. quan.            | 36.            |
| $\frac{1}{2}$ quan. æqualis 12. |                        |                |

reliquorum est 8. p.  $\frac{1}{2}$  quan. igitur 1. pos. p. 8. p.  $\frac{1}{2}$  quan. æquantur 32. igitur abiecto 8. fiet 1. pos. p.  $\frac{1}{2}$  quan. æqualis 24. quia igitur 1. pos. p. 1. quan. æquabitur 36. igitur differentia 24. & 36. quæ est 12. æquatur dimidio quantitatis, quare per modum capituli tertij, diuiso 12. per  $\frac{1}{2}$ , exit 24. æstimatio quantitatis, seu numerus aureorum tertij, iam igitur constat secundum habuisse 16. tertium 24. primus autem cum dimidio secundi & tertij habet 32. detracto 20. dimidio secundi

X

&



& tertij, ex 32. relinquitur 12. numerus primi, habuit igitur primus aureos 12. secundus 16. tertius 24. Operatio proluxa, clara tamen ac facilis, semper autem reducenda est denominatio vna ad eundem numerum, & tunc differentia numerorum æqualis necessariò erit differentia alterius denominationis, vt vidisti bis in hoc exemplo.

Exemplum aliud, Dixit primus secundo, da mihi tertiam partem tuorum, & 3. p. & habebo triplum residui tui. At secundus primo, da dimidium, & 2. p. tuorum, & quod tibi relinquetur erit nona pars omnium que ego habebo. Dabimus primo rem, secundo quantitatem, quia igitur dando  $\frac{1}{3}$  & 3. p.

| Primus.  | Secundus. |
|--|-----------|
| 1. pos.  | 1. quan.  |
| 1. pos. p. $\frac{1}{3}$ quan. p. 3. triplum $\frac{2}{3}$ quan. m. 3. |           |
| 1. pos. p. 12. æqual. 1 $\frac{1}{3}$ quan.                            |           |
| 1. quan. p. $\frac{1}{2}$ pos. p. 2. nonuplum $\frac{1}{2}$ pos. m. 2. |           |
| 1. quan. p. 20. æqual. 4. pos.   |           |

secundi primo, relinquitur secundo  $\frac{2}{3}$  quan. m. 3. & hoc est tertia pars aggregati primi quod est 1. positi p.  $\frac{2}{3}$  quantitatis p. 3. igitur triplato  $\frac{2}{3}$  quan. m. 3. & fit 2. quan. m. 9. erit hoc æquale pos. p.  $\frac{1}{3}$  quantit. p. 3. quare reddendo quod est minus, alteri parti fiet 1. positio p. 12. æqualis 1  $\frac{2}{3}$  quantitati. Rursus quia dictum est, quod si primus det dimidium p. 2. secundo, erit residuum scilicet  $\frac{1}{2}$  pos. m. 2. nona pars aggregati, quod est 1. quan. p.  $\frac{1}{2}$  pos. p. 2. igitur multiplicando tale residuum per 9. fiet 4  $\frac{1}{2}$  pos. m. 18. æquales 1. quan. p.  $\frac{1}{2}$  positionibus p. 2. reddendo minus alteri parti, & auferendo similia, habebimus 4. pos. æquales 1. quantitati p. 20. habebas etiam 1. pos. p. 12. æqualem 1  $\frac{2}{3}$  quantitati, reducito partes ad æqualitatem vnius denominationis, & primo multiplicando 1. pos. p. 12. æqualem 1  $\frac{2}{3}$  quan. per 4. fiet 4. pos. p. 48. æquales 6  $\frac{2}{3}$  quantitibus, & hoc comparabis, vt vides in figura. cum 4. positionibus æqualibus 1. quantitati p. 20. & similiter eadem

|  |
|--|
| 4. pos. p. 48. æquales 6 $\frac{2}{3}$ quan. |
| 4. pos. æquales 20. p. 1. quan.              |
| 4. pos. p. 68. p. 1. quan. æquales.          |
| 4. pos. p. 6 $\frac{2}{3}$ quan.             |
| 5 $\frac{2}{3}$ quan. æqualis 64.            |
| 5. quan. æqual. 36. p. 3. pos.               |
| 5. quan. p. 100. æqual. 20. pos.             |
| 5. quan. p. 20. pos. æqual.                  |
| 5. quan. quan. p. 3. pos. p. 136.            |
| 17. pos. æquales 136.                        |

ratione reducendo numerum quantitatum ad æqualitatem, habebis 5. quantitates æquales 36. p. 3. positionibus, & 5. quantitates p. 100. æquales 10. positionibus; in

utroque casu transferes vicissim, per regulam, si æqualibus æqualia addas, tota quoque fient æqualia, & habebis 4. positiones p. 68. p. 1. quantitate æquales 4. positionibus p. 6  $\frac{2}{3}$  quantitibus, inde abiectis similibus, relinquentur 5  $\frac{2}{3}$  quan. æquales 68. igitur diuiso 68. per 5  $\frac{2}{3}$  exit 12. æstimatio quantitatis, & id quod habuit secundus. Eadem ratione, transferes in secunda æquatione, partes dissimiles, dicendo, si 1. quan. æquatur 39. p. 2. positionibus, & 5. quan. p. 100. æquantur 20. positionibus, igitur 5. quantitates p. 10. positionibus p. 3. positionibus, æquantur 5. quantitibus p. 3. positionibus, p. 136. inde abiectis similibus relinquentur 17. positiones æquales 136. quare diuiso 136. per 17. exhibet 8. positionis æstimatio, seu numerus primi, habuit itaque primus 8. secundus, 12. & quamuis aliter hæc etiam solui possint, hoc tamen proprium est magis purum, vt vno eodemque inpetu tota quæstio absoluitur, etsi etiam primum exemplum per solam rem ostendi queat.

Exemplum tertium satis accommodatum inuenias tres quantitates quarum prima cum secunda sit sexquialtera primæ cum tertia & prima cum tertia sit sexqui altera 2. cum tertia, pone tertiam 1. secundam 1. pos. primam 1. quan. facilius tamen hoc modo: pone tertiam 1. pos. secundam 1. quan. igitur aggregatum ex prima & tertia erit 1  $\frac{1}{2}$  pos. p. 1  $\frac{1}{2}$  quan. detracta tertia relinquetur prima  $\frac{1}{2}$  pos. p. 1  $\frac{1}{2}$  quan. Et similiter quia aggregatum primæ & secundæ est sexquialterum aggregato primæ & tertiæ erit aggregatum primæ & secundæ 2  $\frac{1}{4}$  pos. p. 2  $\frac{1}{4}$  quan. Et quia secunda quantitas fuit 1. quan. igitur prima erit residuum 2  $\frac{1}{4}$  pos. p. 1  $\frac{1}{4}$  quan. prima igitur quantitas primo modo fuit 1  $\frac{1}{2}$  pos. p. 1  $\frac{1}{2}$  quan. & secundo modo 2  $\frac{1}{4}$  pos. p. 1  $\frac{1}{4}$  quan. Et hæc erunt inter se æqualia ex prima Animi sententia Euclidis & rursus per tertiam earundem detractis vtrunque  $\frac{1}{4}$  pos. & 1  $\frac{1}{4}$  quan. relinquetur 1  $\frac{1}{4}$  pos. æqualis  $\frac{1}{4}$  quan. igitur 1. quan. æquabitur 7. pos. posita igitur tertia 1. pos. fuerit 1. erit secunda quæ est 1. quan. 7. & quia aggregatum est 8. & aggregatum primæ & tertiæ est illi sexqui alterum, erit 12. & cum sit 1. erit prima 11. igitur quantitates erunt prima 11. secunda 7. tertia 1. & aggregata 18. 12. 8. in sexquialtera proportionem velut propositum fuit. Alio primo modo peruenis ad 1. quan. æqualem 1  $\frac{1}{2}$  pos. p.  $\frac{1}{2}$  & 1. pos. æqualem  $\frac{1}{2}$  quan. p. 1  $\frac{1}{2}$  igitur duplum 2. pos. æquabuntur 1. quan. p. 3. sed iam ostendimus 1. quan. etiam æqualem 1  $\frac{1}{2}$  pos.  $\frac{1}{2}$  igitur 2. pos. æquabunt 1  $\frac{1}{2}$  pos. d. 3  $\frac{1}{2}$  igitur  $\frac{1}{2}$  pos. æquatur 3  $\frac{1}{2}$  & 1. pos. æquabitur 7. per idem cum 1. quant. æqualis sit 1  $\frac{1}{2}$  pos. p.  $\frac{1}{2}$  & 1. pos. sit æqualis  $\frac{1}{2}$  quan. p. 1  $\frac{1}{2}$  erit 1. quan. æqualis  $\frac{3}{4}$  quan. p. 2  $\frac{3}{4}$  igitur  $\frac{1}{4}$  quan. æqualis 2  $\frac{3}{4}$ , igitur 1. quan. erit æqualis 11. Et est pulchrior modus quia operamur per tres quantitates.



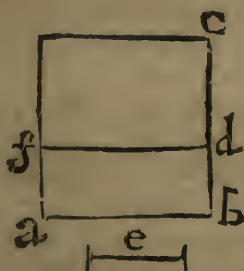
## C A P V T X.

De secunda quantitate incognita multiplicata.

CUM verò duæ quantitates incognitæ multiplicantur, aut in se ducuntur quatuor fient modi, quorum maior pars tria habet membra.

### DEMONSTRATIO.

Primus est, cum quadratum vnius, & quantitates ipsæ comparantur. Sit igitur primò quadratum a c, cuius latus a b, æqua-



le duplo a b & quintuplo e, gratiâ exempli, igitur posita b d æquali numero rerum, scilicet 2. erit a d æquale duplo a b, igitur c f æquatur quintuplo e, quare ex decimaquinta sexti Elementorum, a b ad e, vt 5. ad c d est autem a b positio, & c d positio m. 2. & 5. numerus cognitus, quare regula est.

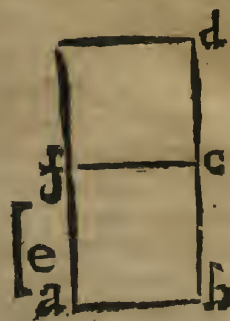
### REGULA.

Posita re quantalibet, duc eam in se, detracto numero rerum, & quod exit, diuide per numerum ignoratæ quantitatis, exhibit æstimatione ignoratæ quantitatis. Exemplum, ponatur res 7. ducatur in 2. m. se, quia positum fuit, vt æquaretur duabus rebus & quinque quantitatibus, fiet 35. diuide 35. per 5. numerum quantitatum, exit quan. etiam 7. & si ponatur res 10. ducemus eam in 2. m. id est in 8 & fiet 80. unde diuiso 80. per 5. exit 16. quantitas secunda. Quod si quantitas secunda ponatur cognita, multiplicabimus eam per suum numerum & producto addemus quadratum dimidij ipsius numeri rerum, & radix totius, addito dimidio numeri rerum est æstimatione rei. Exemplum, sit secunda quantitas 16. ducemus in 5. fit 80. adde 1. quadratum dimidij numeri rerum fit 81. huius 81. est 9. cui addo dimidium numeri rerum, fit 10. quantitas ipsius rei.

### DEMONSTRATIO.

Rursus, sit decuplum a b, æquale quadrato a b, & septuplo e, gratiâ exempli, & sit quadratum a b superficies a c & b d sit 10. igitur septuplum e æquale est f d superficiet, & vt in præcedenti, a b ad e, sic 7. ad c d, quare regula est, cum res æquantur quadrato rei & quantitatibus.

Tom. IV



### REGULA.

Positam rem quantumcumque libuerit, minuemus ex numero rerum, & ducemus eam in residuum, productum diuidemus cum numero quantitatum, quod exit est quantitatis æstimatione. Exemplum, ponatur hoc in casu res 8. minue ex 10. numero rerum, relinquuntur 2. quos duc in 8. fit 16. diuide per 7. numerum quantitatum, exit  $2\frac{2}{7}$  æstimatione quantitatis. Quod si secunda quantitas cognita sit, ducemus eam in numerum suum, & quod producitur, à quadrato dimidij numeri rerum minuemus, & radix residui, addita vel detracta, à numeri rerum dimidio, ostendit æstimationem rei. Exemplum, ponatur quantitas secunda  $2\frac{2}{7}$  ducatur in 7. numerum quantitatum, fit 16. ab iice hunc numerum ex 25. quadrato dimidij 10. numeri rerum, & relinquitur 9. cuius radix addita vel detracta à 5. dimidio 10. numeri rerum, & relinquitur 9. cuius radix addita vel detracta à 5. dimidio 10. numeri rerum, ostendit 8. vel 2. æstimationes ipsius rei.

### DEMONSTRATIO.

Sit etiam e numerus, æqualis quadrato a b, quod est a c, & numero a b qui est superficies f d, posita igitur a b prima, numero e secunda, c tertia, b d quarta, erit proportio a b ad e, vt numeri e ad b d, quare regula erit, cum quantitates æquantur rebus & quadrato rerum.

### REGULA.

Positam rem quantumcumque libuerit, ducemus in aggregatum ex ipsa & suo numero, & productum diuidemus per numerum quantitatum, & quod exit est æstimatione quantitatis. Exemplum, 5. quantitates æquantur 7. rebus, & quadrato rei, & res est 3. dicemus igitur, duc 3. in 10. aggregatum 3. æstimationis rei & 7. numeri rerum, fit 39. diuide per 5. numerum rerum, exit 6. æstimatione quantitatis. Quod si quantitas secunda sit cognita, ducemus eam in suum numerum, & producto addemus quadratum dimidij numeri rerum & radix totius, detracto dimidio numeri rerum, est æstimatione rei. Exemplum, ponatur 6. quantitatis æstimatione, quando 5. quantitates æquales sunt 7. rebus, & quadrato rei, duc igitur 6. æstimationem quantitatum in 5. numerum quantitatum, fit 30. adde his quadratum  $3\frac{1}{2}$  dimidij 7. numeri rerum, scilicet  $42\frac{1}{4}$ , ab huius radice, quæ est  $6\frac{1}{2}$ , si auferas  $3\frac{1}{2}$ , dimidium numeri rerum, relinquetur 3. æstimatione rei.

X 2

Se

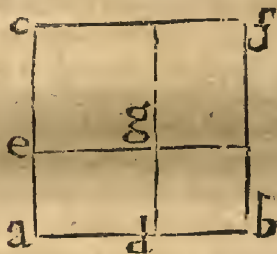


# 244 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

*Notandum.* Solemus autem his vti positionibus, cum duorum numerorum, qui ab initio ponuntur, nulla exprimitur comparatio, nec in aggregato nec in differentia, nec in multiplicatione, nec in diuisione, seu proportionem, nec in radice, his enim quinque modis comparantur numeri, quare si vnus consistat, nulla est secundæ quantitatis utilitas, sed vnâ positione quæstio soluitur.

## DEMONSTRATIO.

Quod si productum, ex re in quantitatem, quantitibus & rebus comparetur, consurgunt duo modi tantum, aut enim tale productum quantitibus & rebus æquabitur, aut res æquabuntur producto & quantitibus, sit igitur res a b, quantitas a c, numerus quantitatum a d, numerus rerum a e, erunt igitur ex supposito, duæ su-



perficies d c, & b e, æquales a f, est autem a f æqualis quatuor superficiibus, g a, g b, g c, g f, igitur hæ quatuor superficies, æquales sunt superficiibus d c, & b e, detractis itaque æqualiter tribus superficiibus g a, g b, g c relinquetur altera g a æqualis g f, quare ex 15. sexti Elementorum, a d, ad d b, vt c e ad e a, proportio igitur numeri quantitatum, ad residuum ex re, vt residui quantitatis, ablato numero rerum, ad numerum rerum, secundum hoc erit regula,

## REGULA.

Si nota fuerit res, abiciemus ex ea numerum quantitatum, & cum residuo diuidemus productum, ex numero rerum in numerum quantitatum, quod exit est addendum numero rerum, & totum est quantitas. Exemplum, sint 10. res & 12. quantitates, æquales producto rei in quantitatem, & sit quantitas 18. tunc abicies econtra, 10. numerum rerum, ex 18. quantitate, & relinquitur 8. cum quo diuide 120. productum ex 10. rerum numero, in 12. quantitatum numerum, & exit 15. quem adde ad 12. numerum quantitatum, fit 27. rei æstimatione, vnde 10. res, sunt 270. & 12. quantitates, sunt 216. quæ iuncta faciunt 486. productum 18. quantitatis in 27. rem, & ita posuimus exemplum, regulæ conuersum, vt intelligas vnâ & eandem esse rationem. Quod si productum ipsum cognitum sit, diuide ipsum productum per numerum quantitatum, si sit minor numero rerum, aut per numerum rerum, si ille sit minor numero quantitatum, & dimidium exeuntis, duc in se, à quo abiice illud, quod prouenit, diuiso producto ex numero maiore in produ-

ctum quantitatis, in rem, per numerum minorem, seu numerus rerum sit maior seu minor, & r. residui, addita vel detracta ab eo quod in se duxeras, ostendit æstimationem quantitatis, aut rei scilicet, quæ minore numero describitur, inde diuiso per eam producto, exit illa, quæ est maiore numero defi-

| res | quan. | productum. |
|-----|-------|------------|
| 2.  | 6.    | 64.        |
|     |       | 32.        |
|     | 16.   | 256.       |
|     | 6.    | 64         |
|     |       | 384.       |
|     |       | 192.       |
|     |       | 8.         |

nita. Exemplum, 2. res & 6. quantitates, æquales sunt quantitati rei, quæ est gratiâ exempli 64. diuido 64 per 2. minorem quam 6. exit 32. cuius dimidium 16. in se duco, & fit 256. abicio ex hoc 192. qui prouenit, diuiso 384. producto 6. in 64. per 2. relinquantur 64. cuius radix est 8. quæ addita vel detracta à 16. numero, quem in se duxisti, ostendit rei æstimationem 8. vel 24. quare si res valet 8. quantitas etiam erit 8. diuiso enim 64. per 24. & in vtroque casu, 2. res & 6. quantitates, æquantur 64. quantitati rei.

## DEMONSTRATIO.

Quod si latus vnum, æquatur producto vnus in alterum, & reliquo lateri, sit latus illud a b, & reliquum a e, numerus verò lateris a b est a c superficies, igitur e f, sit ex supposito, ex a e in suum numerum, eadem autem sit ex a b in e c, proportio igitur a b ad a e, vt numeri a e ad e c, est autem eo residuum a e quantitatis, & a c numeri rerum, quare regula erit.

## REGULA.

Cum fuerint res æquales quantitati rei, & quantitibus, & nota fuerit quantitas, minuemus eam ex numero rerum, deinde ducemus quantitatem in suum numerum, & productum diuidemus per tale residuum, quod exit est æstimatio rei. Exemplum, 10. res, æquantur quantitati rei, & quatuor quantitibus, & quantitas ipsa est 8. aufero 8. ex 10. relinquitur 2. duco etiam 8. quantitatem, in 4. numerum ipsius, fit 32. quem diuido per 2. residuum relictum, exit 16. æstimatio rei, & vbi prima detractio nequiret fieri, casus non potest in veris numeris esse. Si verò non quantitas, sed ipsa res, sit cognita, quia ex a b, in a c, fit, quantum ex a e in aggregatum ex a b & numero a e, diuidemus productum ex numero rerum in æstimatione rei, per aggregatum ex re & numero quantitatum, quod exit, est quantitas æstimatio. Exemplum, 10. res æquantur quantitati rei, & 4. quantitibus, & res est 16. duco 16. rem in 10. numerum rerum, fit 160. diuido per 20. aggregatum ex 4. numero quantitatum & 16. rei æstimatione, exit 8. æstimatione rei.

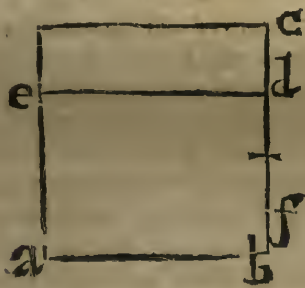


# Cap.X. De secunda quant. incog. 245

tio quantitatis, si verò quantitas rei cognita esset, duces talem quantitatem rei, in numerum quantitatum, & productum diuides per numerum rerum, exeunti adde quadratum dimidij eius quod exit, diuisa quantitate rei per numerum rerum: & radix aggregati, addito dimidio, quod prius in se duxeras, est rei æstimatio. Exemplum, sint 4. res æquales 5. quantitibus, & quantitati rei, quæ sit 45. ducam 45. per 5. numerum quantitatum, sit 225. diuido per 4. numerum rerum, exit  $56\frac{1}{4}$ , cui addo  $31\frac{1}{4}$  quadratum  $5\frac{1}{2}$  dimidij prouentus 45. diuisi per 4. & sit totum  $87\frac{17}{64}$ , cuius radici quæ est  $9\frac{3}{8}$ , si addantur  $5\frac{1}{2}$  dimidium prouentus diuisionis, fiet 15. res.

## DEMONSTRATIO.

6. Cum verò quadratum rei: & quantitas rei, & res, inuicem comparantur, fiunt modi tres, primus est, cum quadratum rei æquale est quantitibus rerum & rebus, vt sit a b res, cuius quadratum a c, & sit b f quantitas, & a d quantitates rerum, & erit,



vt quoties b f in b d continetur, totus sit numerus quantitatis rei, d c igitur exit rerum numerus, quia igitur b c æqualis est a b, & c d est numerus rerum, erit vt detracto numero rerum ex re, relinquatur b d, productum ex numero quantitatis rei in quantitatem. Vnde regula.

## REGULA.

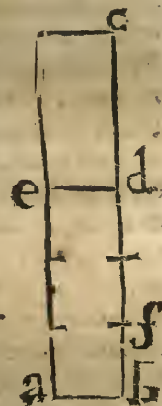
Cum quadratum rei æquatur rebus, & quantitibus rerum, si res est cognita, auferemus ex ea numerum rerum, residuum diuidemus per numerum quantitatis rei, & prodibit quantitas. Exemplum, 10. res cum 4. quantitibus rerum, æquantur quadrato rei, & res est 30. aufero 10. ex 30. relinquatur 20. quem diuido per 4. numerum quantitatis rei, & exit 5. æstimatio quantitatis. Quod si quantitas nota sit, ducemus eam in numerum quantitatis rei, & productum addemus numerum rerum, & conflabitur rei æstimatio. Exemplum, 10. res & 4. quantitates rei, æquantur quadrato rei, & quantitas est 7. ducemus 7. in 4. numerum quantitatis, & fiet 28. cui addemus 10. numerum rerum, fiet æstimatio rei 38. Si verò productum ex re in quantitatem cognitum fuerit, ducemus ipsum in numerum rerum, & ei addemus quadratum dimidij numeri rerum, & radix totius cum dimidio numeri rerum superaddito, est æstimatio rei. Exemplum, quadratum rei æquatur 10. rebus, & quatuor quantitati-

Tom. IV.

bus rerum, & quantitas rei est 50. ducemus 50. in 4. numerum suum, id est quantitatum rerum, & sit 200. cui addemus 25. quadratum dimidij 10. numeri rerum, sit 225. cuius radici addo 5. dimidium numeri rerum, & sit 20. rei æstimatio, vnde diuiso 50. producto rei, in quantitatem exit  $2\frac{1}{2}$ , æstimatio quantitatis.

## DEMONSTRATIO.

Quod si quantitas rei, æqualis sit quadratis rei & numero rerum, ponemus rem a b, & quantitatem b c & quantitas rei a c, ea causa necessario erit & d c numerus rerum, & a d erit aggregatum quadratorum, igitur detracta d c ex b c, relinquetur b d, qua diuisa per numerum quadratorum, prodibit b f æqualis a b. Regula igitur est,



## REGULA.

Cum fuerit quantitas rei æqualis quadratis rei & numero rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in numerum quadratorum, & productum addemus numerum rerum, & conflabitur quantitas. Exemplum, quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 10. rebus, & res est 4. duc 4. in 6. numerum quadratorum, sit 24. adde ei 10. numerum rerum, sit 34. æstimatio quantitatis. Quod si quantitas cognita sit, auferemus ex ea numerum rerum, & residuum diuidemus per numerum quadratorum rerum, quod exit, est æstimatio rei. Exemplum, quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 10. rebus, & quantitas ipsa est 34. aufero 10. de 34. relinquatur 24. quem diuido per 6. numerum quadratorum, exit 4. æstimatio rei. Si verò quantitas rei cognita sit, diuidemus eam per numerum quadratorum, & prodeunti addemus quadratum dimidij eius, quod exit diuiso numero rerum per numerum quadratorum rerum, & radix totius, cum detractum fuerit idem dimidium, erit rei æstimatio. Exemplum, Quantitas rei æquatur 6. quadratis rei, & 60. rebus, & quantitas rei est 1200. diuide 1200. per 6. numerum quadratorum rei, exit 200. cui addo 25. quadratum 5. dimidij prouentus 60. numeri rerum, diuisi per 6. numerum quadratorum, sit 225. à cuius radice, quæ est 15. aufero 5. dimidium ipsius prouentus, & relinquatur 10. rei æstimatio, inde diuiso 1200. qui est quantitas rei: prodit 120. æstimatio quantitatis.

## DEMONSTRATIO.

Quod si numerus rerum, sit æqualis quadrato rei & quantitibus rerum (etenim ad vnum quadratum, vel ad vnam quantitatem rei, per communem diuisionem, semper, vt in vniuersis dictum est capitulis, reducere licet) ponemus a b rem, quadratum eius a c, numerum rerum b d, erit igitur

X 3 e d,



# 246 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

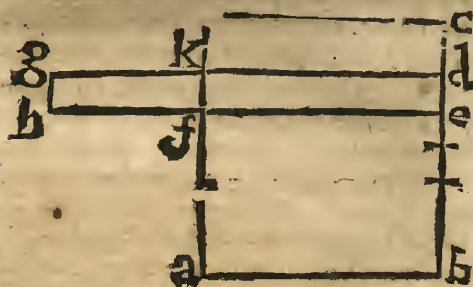
e d, numerus quantitatis rei,  
& c d numerus productus  
ex numero quantitatum in  
quantitatem, quæ sit c f,  
quia igitur c d, est residuum  
a b & b d, erit regula hæc.

## REGULA.

Cum fuerit numerus re-  
rum, æqualis quantitibus  
rerum, & quadrato rei, &  
fuerit res cognita, auferemus eam ex suo  
numero, & residuum diuidemus per quan-  
tatis rei numerum, quod exit, est quanti-  
tatis æstimatio. Exemplum, 10. res, æquan-  
tur quadrato rei, & tribus quantitibus rei,  
& res est 4. auferemus 4. ex 10. relinquin-  
tur 6. diuido per 3. numerum quantitatum  
rei, exit 2. æstimatio quantitatis. Si verò  
quantitas cognita sit ducemus eam in nu-  
merum quantitatis rei, & productum au-  
feremus ex numero rerum, residuum est  
rei æstimatio. Exemplum, 10. res æquantur  
quadrato rei, & producto rei in quantita-  
tem ter, & quantitas est 2. ducemus igitur  
2. æstimationem quantitatis, in 3. nume-  
rum quantitatis rei, & producitur 6. quem  
aufero ex 10. numero rerum, relinquitur 4.  
æstimatio rei. Si verò productum ex re, in  
quantitatem, cognitum fuerit, ducemus il-  
lud in numerum suum, & productum au-  
feremus à quadrato dimidij numeri rerum, &  
radix residui addita vel detracta, ab ipso di-  
midio numeri rerum, ostendit æstimationem rei.  
Exemplum, 10. res, æquantur quadrato rei,  
& 3. quantitibus rerum, & quantitas rei  
est 8. ducam 8. in 3. numerum quantitatis  
rei, fit 24. hunc abiciemus ex 25. qua-  
drato 5. dimidij 10. relinquetur 1. cuius 2.  
quæ est 1. addita vel detracta ex 5. osten-  
dit 6. vel 4. æstimationes rei, vnde diuiso  
8. quantitate rei, per 6. vel per 4. exit  $1\frac{1}{3}$   
vel 2. æstimatio quantitatis.

## DEMONSTRATIO.

- 9 Quod si quadratum rei, & quantitas rei,  
& quantitas inuicem comparentur, confur-  
gunt tres alij modi, sit igitur primò quadra-  
tum rei, æquale quantitibus rerum, &  
numero quantitatum, & ponatur a b res  
ipsa, cuius quadratum a c, æquale sit quan-  
tibus rerum (quæ sint a d, ita vt d e sit  
quantitas) & numero quantitatum d e, qui



sit f h, exitque superficies g f, æqualis ex  
supposito, superficiem c k, quare ex 15. sex-  
ti Elementorum, a b, ad d e, velut h f, ad  
d e, est autem a b res, d e quantitas, h f

numerus quantitatum, c d residuum rei, &  
producti ex numero quantitatis rei in ip-  
sam quantitatem, quare regula est.

## REGULA

Cum quadratum rei æquale fuerit pro-  
ductis, ex quantitate in rem & in nume-  
rum, fueritque res ipsa cognita, ducemus  
rem in numerum quantitatum rerum, &  
producto addemus numerum quantitatum,  
& cum aggregato diuidemus quadratum  
rei, prouentus est æstimatio quantitatis. E-  
xemplum, quadratum rei æquale sit sex  
quantitatibus rerum, & 20. quantitibus,  
& ipsa res sit 12. duco 12. in 6. numerum  
quantitatis rei, fit 72. cui addo 20. nume-  
rum quantitatum, fit 92. cum hoc diuido  
144. quadratum rei, exit  $1\frac{13}{12}$ , quantitas  
ipsa: si verò quantitas cognita sit, duce-  
mus eam in numerum suum, & seruabimus  
productum, deinde ducemus eandem in  
numerum quantitatis rerum: huiusque  
producti dimidium, in se ductum, addemus  
priori producto & radici ipsius aggregati,  
abiciemus dimidium quod in se duxera-  
mus, & totum est æstimatio rei. Exemplum,  
Quadratum rei, æquale sit 12. quantitati-  
bus, & 5. quantitibus rei, & quantitas  
ipsa est 2. ducam 2. quantitatem, in 12.  
numerum suum, fit 24. deinde ducam ean-  
dem quantitatem 2. in 5. numerum quanti-  
tatis rei, & fit 10. huius dimidium quod est  
5. duco in se, fit 25. addo ad 24. iam ser-  
uatum fit 49. huius radici quæ est 7. addo  
idem dimidium quod est 5. fit 12. æstimatio  
rei. Vbi autem nota esset quantitas rei (&  
est in figura superficies e k) ducemus eam  
in suum numerum, & producti tertiam  
partem, ad cubum reducemus, ducemus  
& quantitatem rei in numerum quantita-  
tum, & dimidium producti in se multipli-  
cabimus, & ab hoc auferemus partem  
quam ad cubum duxeramus, id est cubum  
ipsum, tertiæ partis, primi producti, quem  
seruasti, & radicem huius residui adde-  
mus & minuemus à dimidio secundi pro-  
ducti, & radices cubicæ aggregati, & re-  
sidui simul iunctæ, sunt æstimatio rei. E-  
xemplum, Quadratum rei, æquale est 12.  
quantitatibus, & 2. quantitibus rei, &  
quantitas rei est 24. ducam 2. in 24. fit  
48. huius tertiam partem, quæ est 16. du-

| Quad. rei. | Quan.      | Quan. rei. |
|------------|------------|------------|
|            | 12.        | 2.         |
| Quan. rei  | 24.        |            |
|            | 288.       | 48.        |
|            | 144.       | 16.        |
|            | 20736      | 4096.      |
|            | 16640.     |            |
|            | 144. p. 2. | 16640.     |
|            | 144. m. 2. | 16640.     |

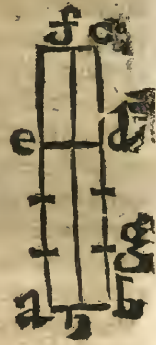
cam ad cubum, fit 4096. ducam etiam 24.  
in 12. fit 288. cuius medietatem in se duco,  
& fit 144. medietas, & eius quadratum,  
20736. ab hoc aufero 4096. relinquitur  
16640. cuius radicem addo & minuo à  
144. sunt 144. p. 2. 16640. & 144. m.  
2. 16640.



# Cap. X. De secunda quant. incog. 247

Re. 16640. horum radices cubicae iunctae, sunt rei aestimatio. Quod si ex numero per aequalia diuidendo, sumpta medietas non producat quadratum aequale, aut maius cubo tertiae partis primi producti, operaberis per residuum regulae capituli, cubi aequalis rebus & numero, nam facta multiplicatione per productum, ut in exemplo per 24. qui numerus est quantitas rei, erit cubus aequalis rebus & numero: rebus quidem productis ex quantitate rei in numerum suum: numero autem producto ex quantitate rei in numerum quantitatium, ut in exemplo dictum est, quod quadratum rei aequale fuit 2. quantitatibus rei, & 12. & quantitatibus, & quod quantitas rei est 24. dicemus igitur cubus aequatur 48. rebus, p. 288. numero, & 48. producit ex 24. in 2. & 288. ex 24. in 12. ergo ponamus quod quadratum rei, aequale sit 2. quantitatibus rei & 3. quantitatibus, & quantitas rei sit 8. ducemus 8. in 2. & 3. & producentur 16. & 24. igitur cubus aequabitur 16. rebus p. 24. & res valet Re. 13. p. 1. ex capitulo suo, inde diuiso 8. quantitate

tis rei & quantitatibus, ponemus a b rem, & quantitatem b c, & numerum quadratorum, secundum quem b g, aequalis a b, continetur in b d, & erunt quadrata a d, iuncta, & e c residuum, aequale numero quantitatium, & sit numerus quantitatium f c, erit igitur f b, aequalis e c, quare b c quantitas, ad a b rem, ut d c residui rei, ducta in numerum quadratorum, a quantitate ad c f numerum quantitatium, erit etiam ex hoc e b residuum aequale a f residuo, quare a b media proportionalis inter a h & b c, diuisam secundum numerum, secundum quem b g continetur in b d.



Nota igitur, quod in hac hac tota regula, Nota, res media proportionalis est, inter quantitatem diuisam, per numerum quadratorum, & residuum rei & numeri quantitatium.

## REGULA

Regula igitur est, cum quantitas rei, aequalis fuerit quadratis rei & quantitatibus, & res nota fuerit, ducemus eam in se, deinde in numerum quadratorum, & productum diuidemus, per residuum rei a numero quantitatium, & quod exit est quantitas. Exemplum, Quan. rei aequatur tribus quadratis rei, & 12. quantitatibus, & sit res 20. gratia exempli, duco 20. in se, fit 400. duco 400. in 3. numerum quadratorum, fit 1200. diuido 1200. per 8. differentiam rei & numeri quantitatium, exit 150. quantitas ipsa. Si vero quantitas ipsa cognita sit, non res, duc eam in numerum quantitatium, & productum diuide per numerum quadratorum, quod exit, abice ex quadrato dimidij proventus quantitatibus diuisa per numerum quadratorum, & radix residui, addita vel detracta, a dimidio eiusdem proventus, ostendit aestimationem rei. Exemplum, Quantitas rei, aequalis est 4. quadratis rei, & 3. quantitatibus, & quantitas ipsa est 50. duc 50. in 3. numerum quantitatium, fit 150. diuide 150. per 4. numerum quadratorum, exit 37  $\frac{1}{2}$ , deinde diuide 50. per 4. scilicet quantitatem per numerum quadratorum, exit 12  $\frac{1}{2}$ , huius dimidium, quod est 6  $\frac{1}{4}$ , duc in se, fit 39  $\frac{1}{16}$ , a quo abice 37  $\frac{1}{2}$ , relinquuntur 1  $\frac{1}{16}$ , cuius radix est 1  $\frac{1}{4}$ , quae addita vel detracta a 6  $\frac{1}{4}$ , ostendit aestimationes rei, 7  $\frac{1}{2}$ , vel 5. Si autem productum seu quantitas rei cognita sit, ducemus quantitatem rei in numerum quantitatium, & productum diuidemus per numerum quadratorum, exiens est numerus, qui cum cubo aequatur tot rebus, quotus est numerus qui provenit diuisa quantitate rei per numerum quadratorum. Exemplum, Quantitas rei, quae sit 1500. aequalis est 4. quadratis rei, & 6 quantitatibus, ducemus igitur 6. in 1500. fit 9000. diuide per 4. numerum quadratorum, exit 2250. numerus, qui cum cubo aequatur 375. rebus,

| Quad. rei | Quan. | Quan. rei. |
|-----------|-------|------------|
|           | 3.    | 2.         |
|           | 8.    |            |
| 24.       |       | 16.        |

rei, per Re. 13. p. 1. exit Re. 5  $\frac{7}{9}$  m.  $\frac{2}{3}$ , quantitas ipsa, est autem quadratum Re. 13. p. 1. hoc 14. p. Re. 52. & quantitas rei est Re. 75  $\frac{1}{9}$  m.  $\frac{2}{3}$ , & est 8. cuius duplum est 16. & tres quantitates sunt, Re. 52. m. 2. quae iunctae cum 16. duplo quantitatibus rei, faciunt 14. p. Re. 25. quadratum rei.

Notandum. Nota quod in hac regula, semper res est media proportionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatium, & productum rei in numerum quantitatibus rei, ut in exemplo, Re. 13. p. 1. quae est res, est proportionalis inter Re. 5  $\frac{7}{9}$  m.  $\frac{2}{3}$ , quae est quantitas, & Re. 52. p. 5. qui constat ex 3. numero quantitatium, & productum ex 13. p. 1. re ipsa, in 2. numerum quantitatibus rei.

Not. 2. Nota etiam quod regula hac pendet ex capitulo cubi aequalis rebus & numero, velut sequens ex capitulo cubi & numeri aequalium rebus, & vltima, ex capitulo cubi & rerum aequalium numero.

Not. 3. Nota etiam, quod res est eadem, quae quaeritur in capitulo cubi aequalis rebus & numero, sed quantitas est numerus, qui provenit diuiso quocunque numero, per rem ipsam, nam eidem capitulo, cubi aequalis rebus & numero, competit vna sola res, sed infinitae quantitates, velut dictum est hinc, quod res est Re. 13. p. 1. & diuisimus 8. quantitate rei, si autem ponatur cubus aequalis 16. rebus & 24. numero, erit res semper Re. 13. p. 1. sed posita quantitate rei 4. erit numerus quantitatibus 6. & quantitatibus rei 4. & quantitas Re. 1  $\frac{4}{9}$  m.  $\frac{2}{3}$ .

## DEMONSTRATIO.

10 Quod si quantitas rei, aequalis sit quadra-

X 4 bus,



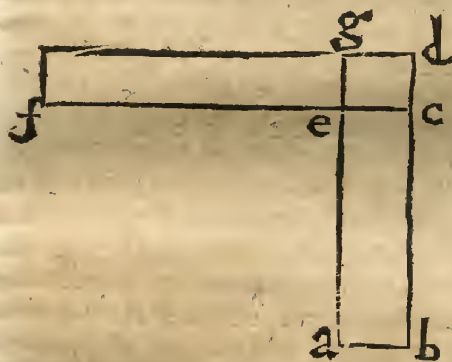
# 248 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

| Quan. rei | Quad. rei | Quan. |
|-----------|-----------|-------|
| 1500.     | 4.        | 6.    |
|           | 375.      | 1500. |
| 2250      |           | 1000. |

bus, est autem 375. numerus. qui provenit diuiso 1500. numero quantitatis rei, per 4. numerum quadratorum, per capitulum autem suum, res valet 10. vel 300. m. 3. & yterque istorum numerorum potest esse rei æstimatio, in casu isto, quando quantitas rei, quæ est 1500. æquatur 4. quadratis rei, & 6. quantitibus, & æstimatio quantitatis habetur, diuiso 1500. qui est æstimatio quantitatis rei, per alteram æstimationem rei.

## DEMONSTRATIO.

Cum verò quantitates c d, in numero c f, æquales fuerint quadratis a b rei, & quantitati rei d e, reducendo ad vnam quan-



titatem rei, erit detracta communi superficie d e, superficies g f æqualis a c, quare quadratum a b, per primam sexti Elementorum, æquale superficiei, ex e g in partem e f talem, qualis a b est pars b c, igitur ex decimasexta sexti Elementorum, a b media est inter d c & partem illam ex e f, vnde regula.

## REGULA.

Cum fuerint quantitates, æquales quantitati rei & quadratis rerum, & fuerit nota res, ducemus eam in se, deinde productum in numerum quadratorum, & diuidemus, quod producitur vltimò, per numerum quantitatum, detracta re, & exibat quantitas. Exemplum, 12. quantitates, æquantur quantitati rei, & tribus quadratis rei & res est 4. ducam 4. in se, fit 16. ducam 16. in 3. numerum quadratorum rei, fit 48. diuidam 48. per 12. numerum quantitatum, detracto 4. re, & est diuidere per 8. exit 6. quantitas ipsa. Si verò quantitas cognita sit, duc eam in numerum suum, & productum diuide per numerum quadratorum rei: ei prouentui adde quadratum dimidij eius, quod provenit, diuisa quantitate per numerum quadratorum, & radix totius, detracto eodem dimidio, est æstimatio rei. Exemplum, 12. quantitates æquantur quant. rei, & 3. quadratis rei, & quantitas est 6. duc 12. in 6. fit 72. diuido per 3. numerum quadratorum fit 24. deinde diuido 6. quantitatem per 3. numerum: quadratorum fit 24. deinde diuido 6. quantitatem per 3. numerum quadratorum, exit 2. cuius dimidium

quod est 1. duc in se fit etiam 1. addo ad 24. fit 25. cuius 5. detracto 1. dimidio 2. relinquit 4. æstimationem rei. Si verò quantitas rei nota sit, ducemus eam in numerum quantitatum, & productum diuidemus per numerum quadratorum, & quod exit, est numerus qui æquatur cubo & rebus, quarum numerus est id, quod prou-

| Quad. rei | Quan. rei | Quan. |
|-----------|-----------|-------|
| 3.        | 24.       | 12.   |
|           | 8.        | 288.  |
| 96.       |           |       |

nit diuisa quantitate rei, per numerum quadratorum, inde æquatio rei, est æstimatio quæ sita, vnde diuisa quantitate rei, per æstimationem rei, exibat æquatio quantitatis. Exemplum, 12. res, æquales sunt quantitati rei, & 3. quad. rei, & quantitas rei est 24. duc 24. in 12. fit 288. diuido per 3. numerum quad. rei, exit 8. igitur cubus p. 8. rebus: æquatur 96. tunc verò per capitulum suum, res valet 4. Ideo 4. est rei æstimatio, cum quo diuide 24. quantitatem rei, exit 6. quantitas ipsa.

Scias: quod quodlibet capitulum, seu regula ex præcedentibus habet omnes proprietates contentas in eadem regula, in singulis modis, quamuis modò vtamur vna, modò alia, secundum quod illud quod est notum, aliud sit. Exemplum, in decima regula sunt quinque proprietates. Prima, quod proportio quantitatis ad rem, est vt ducta re in numerum quadratorum, & detracta quantitate, ad numerum quantitatum. Secunda, quod res est media proportionem, inter quantitatem diuisam per numerum quadratorum, & differentiam rei à numero quantitatum. Tertia, quod ducta re in se, & pòst in numerum quadratorum ducto quadrato, tantum fit quantum ex quantitate in residuum rei & numeri quantitatum. Quarta & Quinta, sunt reliqui duo modi procedendi illius regulæ, ad inuentionem rei, horum exempla in quæstionibus subiungere libuit.

## QVÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta, sunt 100. & productum vnus in alterum duplum sit aggregato eorum. Ponemus primum rem, secundum quantitatem, igitur quantitas rei æqualis est 2. rebus, & 2. quantitibus, quare ex quarta regula, proportio residui rei, ad 2. vt 2. ad residuum quantitatis, igitur erunt tres quantitates proportionales, residuum rei, 1. & residuum quantitatis, res autem constat ex suo residuo & 2. sed quantitas ex suo residuo & 2. igitur res est aggregatum primæ & secundæ trium quantitatum proportionalium, & quantitas aggregatum secundæ & terciæ, igitur ex dictis in capitulo trium quantitatum proportionalium, quadratum aggregati secundæ & terciæ, & cum quadrato secundæ, æquantur quadrato aggregati ipsarum trium quantitatum, at verò quadratum aggregati primæ & secundæ, & quadratum aggregati secundæ & terciæ



# Cap.X. De secunda quant. incog. 249

tertiam ex supposito faciunt 100. & quadratum secundæ est 4. quia secunda quantitas proportionalis fuit 2. igitur quadratum aggregati omnium trium quantitatum est 104. igitur tres quantitates ipsæ iunctæ, sunt  $R. 104$  & quia secunda est 2. erunt reliquæ, scilicet prima & tertia,  $R. 104. m.$  2. fac igitur ex  $R. 104. m.$  2. duas partes, producentes 4 quadratum, 2. & erunt  $R. 26. m.$  1.  $p. R. v. 23. m. R. 104. & R. 26. m. 1. m. R. v. 23. m. R. 104.$  & quia res constat ex prima & secunda proportionali, erit igitur ut addamus 2. utrique parti, scilicet secundam quantitatem, & fiet res  $R. 26. p. 1. p. R. v. 23. m. R. 104.$  & quantitas  $R. 26. p. 1. m. R. v. 23. m. R. 104.$  horum quadrata iuncta sunt 100. præcise, & productum unius in alterum est  $R. 416. p. 4.$  duplum aggregati eorum, via verò communi pro-

|  |
|--|
| $R. 26. p. 1. p. R. v. 23. m. R. 104.$     |
| $R. 26. p. 1. m. R. v. 23. m. R. 104.$     |
| $R. v. 23. p. R. v. 2068. m. R. 26624.$    |
| $R. v. 23. p. m. R. v. 2068. m. R. 26624.$ |

cedendo, peruenires ad partes has, quas vides infra, liquet autem quòd illæ confusæ magis sunt, quamvis superioribus æquivalent.

## QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 100. & quadratum maioris, æquale sit ductui maioris in minorem quater cum octuplo maioris. Ponemus maiorem rem, minorem quantitatem, eritque quadratum rei, æquale 4. quantitatibus rei & 8. rebus, quare ex sexta regula, auferemus 8, ex re, & fiet residuum res  $m. 8.$  unde diuisum per 4. exhibit  $\frac{1}{4}$  rei  $m. 2.$  & hæc est quantitas quadrata igitur rei &  $\frac{1}{4}$  rei  $m. 2.$  æqualia sunt 100. quare  $\frac{1}{16}$  quad.  $p. 4. m. 1. re$ , æquabitur 100. & quadratum æquabitur  $\frac{16}{1}$  rei, &  $90. \frac{6}{11}$ , quare res est  $R. 90. \frac{16}{11} p. \frac{1}{11}$ , & quantitas est  $\frac{1}{4}$  huius  $m. 2.$  scilicet  $R. 5 \frac{19}{11} m. 1 \frac{1}{11}$ .

## QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 100. & productum unius in alterum, æquale sit triplo quadrati minoris & sexcuplo eiusdem minoris. Ponemus rem minorem numerum, & quantitatem maiorem, igitur quantitas rei, æquatur 3. quadratis rei & 6. rebus, quare ex septima regula, quantitas est 3. res  $p. 6.$  quadrata, igitur rei & trium rerum  $p. 6.$  iuncta sunt 100. igitur 100. quadrata  $p. 36.$  rebus  $p. 36.$  æquantur 100. & 1. quad.  $p. 3 \frac{1}{3}$  rei æquatur  $6 \frac{1}{3}$ , res igitur est,  $R. 9 \frac{6}{11} m. 1 \frac{4}{11}$ , & quantitas triplum huius  $p. 6.$  id est  $R. 86 \frac{24}{11} p. \frac{1}{11}$ .

## QVÆSTIO IV.

Fac de 20. tres partes in continua pro-

portione, quarum mediæ quadratum æquale sit duplo producti mediæ in minorem, & quadruplo minoris. Posita mediæ re, & minore quantitate, erit quadratum rei, æquale 2. quantitatibus rei, & 4. quantitatibus. Quare ex notando primò nonæ regulæ, res mediæ est proeortionalis, inter quantitatem & aggregatum ex numero quantitatum 4. ac producto rei in numerum quantitatis rei, scilicet 2. tertia igitur quantitas est 2. res,  $p. 4.$  quia igitur tertia quantitas est 2. res  $p. 4.$  & secunda res, & hæc cum prima constituunt 10. erit prima 6.  $m. 3.$  rebus, quare ducta prima in tertiam, fiet quadratum secundæ, igitur 1. quadra-

$$\begin{array}{|l|l|l|} \hline 2. \text{ res } p. 4. & | & \text{ res } | 6. m. 3. \text{ rebus.} \\ \hline 4. p. R. 13 \frac{5}{7} & | & R. 3 \frac{3}{7} | 6. m. R. 30 \frac{6}{7} \\ \hline \end{array}$$

tum æquatur 24.  $m. 6.$  quadratis, quare 7. quadrata æquantur 24. & res est  $R. 3 \frac{5}{7}$ , & hæc est mediæ, cuius duplum  $p. 4.$  est tertia, videlicet 4.  $p. R. 13 \frac{5}{7}$ , inde detracto aggregato secundæ & tertiæ ex 10. relinquitur prima 6.  $m. R. 30 \frac{6}{7}$ , hæc autem quantitates proportionales sunt, & quadratum secundæ est æquale duplo producti secundæ in primam, cum quadruplo primæ, ut proponebatur.

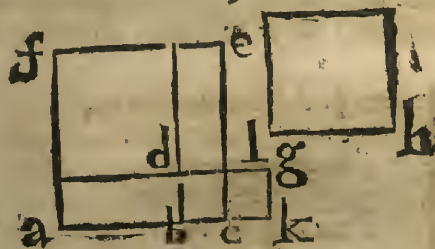
## CAPVT XI.

De Cubo & rebus equalibus Numero.

SCIPIO Ferreus Bononiensis iam annis ab hinc triginta fermè capitulum hoc inuenit, tradidit verò Anthonio Maria Florido Veneto, qui cum in certamen cum Nicolao Tartalea Brixellense aliquando venisset, occasionem dedit, ut Nicolaus inuenerit & ipse, qui cum nobis rogantibus tradidisset, suppressâ demonstratione, freti hoc auxilio, demonstrationem quæsiuimus, eamque in modos, quòd difficillimum fuit, redactam sic subiiciemus.

### DEMONSTRATIO.

Sit igitur exempli causâ cubus  $gh$ , & sexcuplum lateris  $gh$  æquale 20. & ponam duos cubos  $a$  &  $c$ , quorum differentia sit 20. ita quod productum  $a$   $c$  lateris, in



$c$   $k$  latus, sit 2. tertia scilicet numeri rerum pars, & abscindam  $c$   $b$ , æqualem  $c$   $k$ , dico, quod si ita fuerit, lineam  $a$   $b$  residuum, esse æqualem  $g$   $h$ , & ideo rei æstimationem, nam de  $gh$  iam supponebatur, quod ita esset, perficiam igitur per modum primi suppositi



# 250 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

positi sexti capituli huius libri, corpora d a, d e, d f, vt per d c intelligamus cubum b c, per d f, cubum a b, per d a triplum c b in quadratum a b, per d e triplum a b in quadratum b c. Habebimus igitur quatuor supposita, quorum duo dicta iam sunt, scilicet quodd ex a c in c k, vel c b fit 2. & quodd differentia cubi a c à cubo c b est 20. tertium deducitur ex his & est quodd cum id quod producit ex a b, b c, a c ter sit æquale differentia d e & d a & triplum producti ex a b, a c, b c sexcuplum a b nam productum ex a c in c b, est 2. ex primo supposito, ergo triplum eius est sex, & productum hoc in a b sexcuplum ipsius a b. Hoc autem est differentia d e & d a. Quartum quod patet ex primo & secundo corollario sexti capituli quodd d f est differentia cubi a e cum triplo a c in quadratum c b a cubo c b cum triplo c b, in quadratum a c. Ponatur igitur cubus a c, α, cubus a b c, triplum c b in quadratum a c, γ, triplum a c in quadratum c b, δ, differentia, α, & β, δ, differentia γ & δ ζ differentia α & δ à β & γ ε. Igitur cum componatur ex ζ & ε, vt facile est demonstrare in numeris quos & pro exemplo à latere proposui α autem est 20. ex secundo supposito & ζ sexcuplum a b & θ cub. a b igitur cubus a b cum sexcuplo a b quod est cum sex rebus, nam a b est latus sui cubi, æquatur 20. igitur cum & b h cubus cum sexcuplo b h æquetur 20. erit b h cubus cum sexcuplo b h æqualia cubo a b cum sexcuplo a b, igitur a b est res, & ipsa est differentia duorum laterum producentium 2. & quorum cubi differunt in 20. quod erat demonstrandum. Ex his faciemus regulam.

## REGULA.

Deducito tertiam partem numeri rerum ad cubum, cui addes quadratum dimidij numeri æquationis, & totius accipe radicem, scilicet quadratam, quam seruabis vnique dimidium numeri quod iam in se duxeras, adiciēs, ab altera dimidium idem minues, habebisque Binomium cum sua Apotomæ, inde detracta ζ. cubica Apotomæ ex ζ. cubica sui Binomij, residuum quod ex hoc relinquitur, est rei æstimatione. Exemplum,

|                               |      |
|-------------------------------|------|
| cubus p. 6. rebus æqualis 20. |      |
| 2.                            | 20.  |
| 8.                            | 10.  |
|                               | 108. |
| ζ. 108. p. 10.                |      |
| ζ. 108. m. 10.                |      |
| ζ. v. cu. ζ. 108. p. 10.      |      |
| m. ζ. v. cu. ζ. 108. m. 10.   |      |

cubus & 6. positiones, æquantur 20. ducito 2. tertiam partem 6. ad cubum, fit 8. duc 10. dimidium numeri in se, fit 100.

iunge 100. & 8. fit 108. accipe radicem quæ est ζ. 108. & eam gemina bis, alteri addes 10. dimidium numeri, a b altero minues tantundem, habebis Binomium ζ. 108. p. 10. & Apotomen ζ. 108. m. 10. horum accipe ζ. cubas & minue illam quæ est Apotomæ, ab ea quæ est Binomij, habebis rei æstimationem, ζ. b. cub. ζ. 108. p. 10. m. ζ. v. cubica ζ. 108. m. 10.

Aliud, cubus p. 3. rebus æquetur 10. duc 1. tertiam partem 3. ad cubum, fit 1. duc 5. dimidium 10. ad quadratum, fit 25. iunge 25. & 1. fiunt 26. huius radici adde 5. & ab ea minue 5. habebis Binomium ζ. 26. p. 5. & Apotomen ζ. 26. m. 5. igitur rei æstimatione est ζ. v. cubica ζ. 26. p. 5. m. ζ. v. cubica ζ. 26. m. 5. experientia sic habetur.

ra. v. cubica ra. 26. p. 5. m. ra. v. cubica ra. 27. m. 5.

cubi partium ra. 26. p. 5. m. ra. 26. m. 5. hoc autem totum, vt liquet, est 10.

Quad. partium, ra. v. cubica 51. p. ζ. 2900. ζ. v. cubica 51. m. ζ. 2600.

triplicata quadrata partium, ζ. v. cub. 1277. p. ζ. 1895400.

ra. b. cubica 1377. m. ζ. 1865400. partes ipsæ.

m. ra. v. cubica ζ. 26. m. 5. p. ra. v. cubica ζ. 26. p. 5.

Producta partium in triplata quadratorum:

p. ra. v. cubica 49299354. p. 6885. m.

ra. 47385000. m. 7020.

m. ra. v. cubica 49299354. m. 6885. m.

ra. 47385000. p. 7020.

Porro hæc ra. cubicæ quatuor nominibus constantes, ad duas reduci possunt, cum enim 6885. demptis ex 7020. relinquitur 135. detracta etiam radice 47385000. ex radice 49299354. relinquitur ζ. 18854. igitur talia producta erunt ζ. v. cubica ζ. 18954. m. 135. m. ra. v. cubica ra. 18954. p. 135. cubus igitur totus, ex demonstratis in tertio libro est 10. p. ra. v. cubica ra. 18954. m. 135. m. ra. v. cubica ra. 18954. p. 135. at verò tres radices seu res sunt,

ra. v. cubica ra. 18954. p. 135. m. ra. v. cubica ra. 18954. m. 135.

Iunctis igitur omnibus simul, cum radicibus illæ vniuersales cubicæ mutuo se deleant, fiet aggregatum cubi & trium rerum, 10. ad vnguem.

Exemplum tertium, cubus & 6. res æquantur 2. duc 2. tertiam partem numeri rerum, ad cubum fit 8. duc 1. dimidium 2. ad quadratum fit 1. iunge 8. & 1. fiunt 9. huius radix est 3. ergo geminatae alteri adde 1. dimidium numeri, fiet 4. ab altero minue 1. similiter dimidium reliquum numeri, fit 2. minue igitur ra. cubi minoris ex maiore, habebis æstimationem rei, ra. cubicam 4. m. ra. cubica 1.

Memento autem eius, quodd in capitulo de educenda cubica radice in libro tertio dixeramus, quandoque radices illas vniuersales cubicas, numero integro, vel fracto æquipollere, vt in primo exemplo docuimus, nam ra. v. cubica ra. 108. p. 10. m. ra. v. cubica ra. 108. m. 10. est 2. vt ibi ex regula patet,



# Cap. XII. De cubo æq. reb. & num. 251

patet, & ut experimento etiam, notissimum est.

Facile autem est intelligere tum in hoc capite tum sequentibus, quod habita æstimatione & numero rerum, habebimus numerum æquationis ducta æstimatione in numerum rerum, & eius quod producit addito cubi eiusdem: aggregatum enim est numerum æquationis velut 1. cubus p. 3. pos. æstimatione est 2. dico duces 2. in 3. fit 6. adde ei 8. cubum 2. fit 14. numerus æquationis. Et similiter si 1. cub. p. certo numero rerum cubus æstimatione sit 8. m. 2. gratiâ exempli, æquetur 20. tunc habebimus numerum rerum ducendo 8. m. 2. ad cubum sit 128. m. 56. detrahe à numero æquationis qui est 20. relinquetur 76. m. 320. hoc diuide per 8. m. 2. æstimationem, exhibit numerus rerum 648. m. 2.

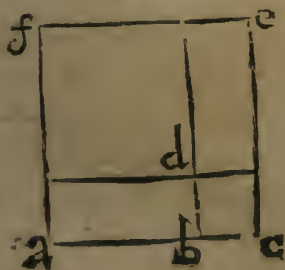
Et scias quod æquatio hæc communis esse potest omnibus capitulis, velut cubi & numeri æqualium rebus, ut si 1. cub. p. 12. æquetur 34. pos. & rei æstimatione est 3. p. 7. vel 3. m. 12. 7. idem si velim 1. cub. p. numero pos. æqualem 12. sub hæc æstimatione erit ex regula præcedente numerus rerum 10. p. 2. Sequendo igitur formam capituli huius, & capiendo tertiam partem numeri rerum, quæ est 112. p. 7. & ducendo 24. cubum sit 1905552. p. 224. adde 16. quadratum dimidij 12. numeri æquationis, habebis 1905552. p. 224. cui adde & detrahe 6. & accipe 12. cub. hab. b. æstimationem rei 12. v. cu. 12. v. 1905552. 2. p. 260. p. 6. m. 12. v. 190555. p. 260. m. 6.

## CAPVT XII.

De Cubo æquali rebus & numero.

DEMONSTRATIO.

**S**IT etiam cubus æqualis rebus & numero, & sint duo cubi d c & d e, quorum latera a b & b c, producant tertiam partem numeri rerum, inuicem ducta, & ipsi cubi iuncti æquales illi numero, dico a c esse rei quartæ æstimationem, cum enim ex a b in b c fiat tertia pars numeri rerum, ex a b in b c ter, fiet numerus rerum, & ex a c in productum ex a b in b c ter, fient res ipsæ, posita a c re, at ex a c in produ-



ctum a b in b c ter, fient sex corpora, quorum tria sunt ex a b in quadratum b c, alia tria ex b c in quadratum a b, hæc igitur sex corpora, æqualia sunt rebus, ipsa vero cum cubis d c & d e, ex primo supposito capitu-

li sexti constituunt cubum a e, cubi etiam d c & d e, æquivalent numero proposito, igitur cubus a e æqualis est rebus & numero propositis, quod erat demonstrandum. superest ostendere, quod triplum a c in productum a b in b c, sit æquale sex corporibus, id ostendam, si probauero ex a b, in b c ducto in a c, fieri duo corpora ex a b in quadratum b c. & ex b c in quadratum a b, nam quod sit ex a c in productum a b in b c, æquale est ei, quod sit ex a b in superficiem b e, latera enim omnia omnibus sunt æqualia, sed hoc æquale est ei, quod sit ex a b in c d & d e, quod autem sit ex a b in d e, æquale est ei, quod sit ex c b in quadratum a b, quoniam latera omnia omnibus sunt æqualia, quod igitur ex a c, in productum a b in b c sit, æquale est his, quæ fiunt ex a b in quadratum b c & ex b c in quadratum a b, quod est propositum.

REGULA.

Regula igitur est, cum cubus tertie partis numeri rerum, maior non fuerit quadrato dimidij numeri æquationis, auferes ipsum ex eodem, & residui radicem adde dimidio numeri æquationis, atque iterum minue ab eodem dimidio, habebisque ut dicunt, binomiam, & Apotomen, quorum 12. cubicæ iunctæ rem ipsam constituunt. Exemplum, cubus æquatur 6. rebus p. 40. duc 2. tertiam partem numeri rerum ad cubum, fit 8. aufer ex 400. quadrato 20. dimidij numeri, fit 392. huius radicem adice ad 20. p. 12. 392. detrahe etiam ab eodem, fit 20. m. 12. 392. horum 12. cubicæ iunctæ, faciunt rei æstimationem, 12. v. cubicam 20. p. 12. 392. p. 12. v. cubica 20. m. 12. 392. Aliud, cubus æquatur 6. rebus p. 6. tertiam partem numeri rerum, quæ est 2. ad cubum ducto, fit 8. detrahe ex 9. quadrato dimidij 6 numeri æquationis, relinquitur 1. cuius 12. est 1. hanc adde & minue à 3. dimidio numeri, fiunt partes, 4. & 2. quarum 12. cubicæ iunctæ, faciunt 12. cubicam 4. p. 12. cubica 2. æstimationem rei.

At vbi cubus tertie partis numeri rerum, excedat quadratum dimidij numeri, æquationis, quod accidit quodcumque numerus æquationis est minor  $\frac{3}{4}$  cubi illius, vel vbi ex  $\frac{3}{4}$  numeri rerum, producit in 12.  $\frac{1}{3}$  eiusdem numeri maior numerus numero æquationis, tunc consules librum Aliæ hæc adiectum.

## CAPVT XIII.

De Cubo & numero æqualibus rebus.

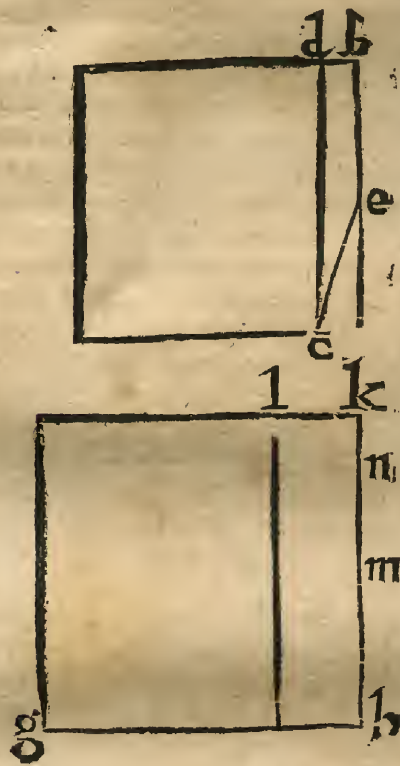
DEMONSTRATIO.

**H**OC capitulum ex præcedenti trahitur, sit igitur cubus g h, æqualis rebus a b, quæ describuntur quadrata superficie & numero f, & sit basis cubi g h, quadratum g x, cuius pars quarta sit h l residuum autem æquale a d superficiem, latus autem, quod Græci tetragonicum vocant, residui



# 252 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

residui  $cd$  sit  $c e$ , sit verò  $m k$  dimidium  $h k$ , à qua abscindatur  $m n$ , æqualis  $c e$ , dico quòd tam  $h n$  quàm  $n k$ , cubi, cum



F..... numerus,

numero  $f$ , æquantur rebus  $a b$ , vt numerus rerum & æquationis idem maneat, & primò ostendamus de  $h n$ , constat enim cubum  $h n$  continere latus suum  $h n$  in quadrato  $h n$ , quadratum autem  $a b$  (quia  $g l$  æqualis est  $a d$ ) &  $g l$  triplum est quadrati  $h m$ ) æquale est triplo quadrati  $h m$ , & quadrato  $m n$ , hæc autem superant ex secundo Elementorum, quadratum  $h n$ , in duplo  $h m$  in  $n h$ , quare in eo quod sit ex  $h k$  in  $n k$ , quia  $h k$  dupla est ad  $h m$ , cubus igitur  $h n$ , continet latus suum  $h n$  in superficie  $a b$  minus eo, quod sit ex  $h k$  in  $k n$ . At verò, quia cubus  $g k$  continebat res seu latera  $h k$  in quadrato  $h k$ , vel in quadrato  $a b$ , cum numero  $f$ , igitur ex communi animi sententia,  $f$  numerus æqualis est producto ex  $h k$  in differentiam quadratorum  $a b$  &  $g k$ , at differentia  $g k$  &  $a b$  est, quanta differentia  $h l$  &  $c b$ , quia  $a d$  est æqualis  $g l$ , differentia autem  $h l$  &  $c b$  est, vt quadrati  $h m$  &  $m n$ , igitur ex differentia quadrati  $h m$ , &  $m n$  in  $h k$ , sit  $f$  numerus, at verò per eandem, differentia quadratorum  $h m$ , seu  $m k$ , &  $m n$ , est duplum  $m n$  in  $n k$ , cum quadrato  $n k$ , & ideo  $m n$  &  $m k$  in  $n k$ , & ideo  $h n$  in  $n k$ , igitur ex  $h k$  in productum  $h n$  in  $n k$  sit  $f$  numerus, addatur igitur  $f$  numerus, cubo  $h n$ , & ex alia parte productum ex  $h k$  in  $k n$  ductum in  $h n$  producto ex  $h n$  in superficiem  $a b$ , minus producto  $h k$  in  $k n$ , fiet cubus  $h n$  cum numero  $f$  æqualis  $h n$  ductæ in  $a b$ , seu rebus ex  $a b$ , quod erat probandum. Similiter, quia differentia  $g k$  &  $a b$ , quæ est  $h n$  in  $k n$ , ducta in  $k h$ , producit  $f$ , differentia etiam  $a b$  & quadrati  $k n$  (cùm  $a b$ , sit æqualis quadratis  $h m$  &  $m k$  &  $m n$ , & ductui  $k m$  in  $m h$ ) æqualis est differentie dupli  $k h$  in  $h n$  à quadrato  $n h$

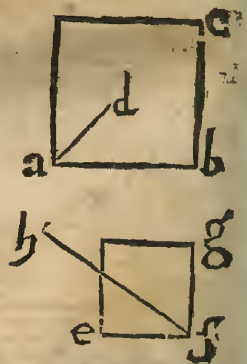
addito ei rectangulo  $h n$  in  $n k$ , at quod sit ex  $h n$  in  $n k$  cum quadrato  $n h$ , æquale est producto ex  $k h$  in  $h n$ , per tertiam secundi Elementorum, igitur quadratum  $a b$  superat quadratum  $n k$  in producto  $k h$  in  $h n$  semel, cùm igitur numerus  $f$  contineat  $k h$  in producto  $k h$  in  $h n$ , & cubus  $k n$  contineat  $k n$  in quadrato  $k n$ , erit vt cubus  $k n$  cum numero  $f$ , seu cum producto ex  $k n$  in rectangulum  $k h$  in  $n h$ , æqualis producto  $a b$  in  $k n$ , igitur cubus  $k n$  cum eodem numero  $f$ , æqualis est  $a b$  numero rerum eidem.

## REGULA

Regula igitur est: cùm fuerit cubus & numerus æqualis rebus, inuenies æstimationem cubi æqualis totidem rebus, & eidem numero, cuius dimidium in se ducto & triplicato, hoc abijce ex numero rerum, &  $\frac{1}{2}$ . residui addita dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, vel detracta, ostendit æstimationem cubi & numeri æqualium rebus. Exemplum, cubus  $\frac{1}{2}$ . æquatur 8. positionibus, tunc inuenio æstimationem cubi æqualis 8. rebus  $\frac{1}{2}$ . ex præcedenti capitulo, & est etiam 3. huius dimidium duco in se, sit  $2\frac{1}{4}$ , triplica, sit  $6\frac{3}{4}$ , abijce ex 8. rerum numero, sit residuum  $1\frac{1}{4}$ , cuius  $\frac{1}{2}$ . addita vel detracta ab  $1\frac{1}{2}$  dimidio æstimationis cubi æqualis rebus & numero, ostendit vtrasque æstimationes quæritas alteram  $1\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{4}$ , reliquam  $1\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$ .

## DEMONSTRATIO.

Nunc etiam ostendamus, quomodo maiore æstimatione habita, absque auxilio præcedentis capituli habeatur & reliqua, & sit, vt ex  $a d$  ad  $a c$  quadratum fiat numerus æquationis, ita quod quadrata  $a d$  &  $a c$  iuncta, faciant numerum rerum, eritque ex octauo capitulo,  $a d$ , rei æstimatio, & sit  $f h$  linea, cui si adderetur dimidium  $a d$  quadratum totius, æquale foret quadrato  $a c$  & quadrato dimidij  $a d$ , dico  $f h$  esse secundum æstimationem, quando cubus cum numero ex  $a d$  in  $a c$  æqualis est rebus in quadrato  $a c$ , & quadrato  $a d$ , fiat quadratum  $f g$ , quod cum quadrato  $f h$  æquale sit quadratis  $a c$  &  $a d$ , iunctis, quia igitur quadratum compositæ ex  $f h$  & dimidio  $a d$ , æquale est quadratis  $a c$  & dimidij  $a d$ , erit per quartam secundi Elementorum, abiecto communi quadrato dimidij  $a d$ , quadratum  $a c$  æquale quadrato  $f h$ , & duplo  $f h$  in dimidium  $a d$ , quare rectangulo ex  $f h$  in  $a d$  semel cum quadrato  $f h$ , quare ex decima sexta sexti Elementorum  $a b$  media proportionem inter  $f h$  & aggregatum  $f h$  &  $a d$ , quia





quia verò quadratum e g, additum producto f h in se, & in a d, tantum facit, quantum additum, quadrato a c, e g, verò & f h quadratum, æqualia sunt quadratis a d & a c, ex supposito, erit quadratum a c & quadratum a d & productum f h in a d, æquale quadratis a c & e g, inde abiecto communiter a c quadrato, erit e g quadratum, æquale ei quod fit ex f h in a d cum quadrato a d, per eandem e f media proportionem est inter a d & aggregatum ex a d & h f, cumque similiter, vt ostensum est, a b fit media proportionem per 67. lib. de Proport. seu quinti huius inter f h & aggregatum f h & a d, erit quia f h & a d iunctæ in utroque ordine sunt prima quantitas, proportio f h, ad a d, vt a b ad e f duplicata, quare ex decima septima sexti Elementorum, f h ad a d, vt a c ad e g, trigesima quarta vndecimi Elementorum, corpus quod sub f h & e g continetur, æquale est corpori sub a d & a c, quare & numero æquationis, cumque quadrata e g & h f, æquantur numero rerum, quia quadratis a c & a d, erit ex octavo capitulo huius, h f etiam æstimationis rei, in eodem capitulo. Vnde regula.

REGULA.

Duc dimidium maioris æstimationis in se, & triplica, & aufer à numero rerum, & re. residui, detracto dimidio maioris æstimationis, est æquatio quæ sita. Exemplum, cubus & 60. æquatur 46. rebus & maior æquatio est 6: pro habenda reliqua duc 3. dimidium prioris æstimationis in se, fit 9. hunc triplica fit 27. abice 27. ex 46. relinquitur 19. ab huius radice abice 3. dimidium primæ æstimationis, habebis secundam æstimationem re. 19. m. 3. Ex hoc capite habentur tria corollaria, primum quod æstimatio cubi æqualis rebus & numero est æqualis duabus æstimationibus cubi cum eodem numero æqualium totidem rebus veluti cu. æquatur 16. rebus p. 21. & æstimatio est re. 9. p. 1. erunt duæ æstimationes cu. p. 21. æqualium 16. rebus simul iunctæ re. 9. p. 1. altera. n. est 3. reliqua re. 9. m. 1. Ex hoc corollario & regulis datis huius capituli sequitur secundum scilicet quod ex mutua multiplicatione & deductione cuiuslibet æstimationis cu. & numeri æqualium rebus ponitur altera. Tertium, æstimationes cu. & numeri æqualium rebus se habent in comparatione æstimationis cu. æqualis totidem rebus & eidem numero, velut apotome ad binomium. Ipse verò æstimationes capituli cubi & numeri æqualium rebus inuicem se habent ita, vt radices singulorum residuorum sint velut prima pars Apotome, & dimidium prioris æstimationis vt secunda pars velut in exemplo superiore habebis æstimationes vicissim acceptas, quales inferius vides & superior earum vt liquet necessarium est 3. & minor re. 9. m. 1. Experiaris & inuenies.

$$\begin{array}{l} \text{re. } 9\frac{1}{4} \text{ m. } 1\frac{1}{2} \\ \text{re. } 9\frac{1}{4} \text{ p. } 1\frac{1}{2} \end{array}$$

CAPVT XIV.

De Cubo æquali quadratis & numero.

QVOD si cubus, æqualis sit quadratis & numero, conuertetur capitulum in cubum æqualem rebus & numero, primo conuersionis modo, qui est à toto ad partem, nam secundus est à parte ad totum, tertius à differentia partium, quartus à proportionem.

DEMONSTRATIO.

Sit igitur cubus a e, in capitulo 12. figura, æqualis 6. quadratis a c, & 100. cumque quadratum a c, constet quadrato a b, & gnomone eum circumdante, erit cubus a c æqualis quadratis 6. a b, & gnomonibus 6. & 100. gnomon autem constat quadrato b c, & duplo a b, in b c, igitur cubus a c constat 6. quadratis a b & 6. quadratis b c & 6. productis a b, in b c bis, & 100. at ex a b in b c bis, fiunt 4. res, quia a b est res, & b c, 2. & 6. quadrata b c, sunt tripulum cubi b c, quia b c est tertia pars 6. igitur cubus a c, æqualis est 6. quadratis a b, & 24. rebus, & triplo cubi b c, & 100. at constat, quod 24. numerus rerum, constat ex 9. numero quadratorum, in 4. qui est duplum tertiæ partis eiusdem numeri. At ex alia parte constat etiam, cubus a c, cubis a b & b c, & triplo a b in quadratum b c, & triplo b c in quadratum a b, hoc namque in primo supposito sexti capituli ostensum est, igitur cub. a c, æqualis est cubis a b & b c & 6. quadratis & 12. rebus, igitur cubus a b, & cubus b c, & 6. quadrati, & 12. res, æquantur 6. quadratis & 24. rebus, & triplo cubi b c & 100. constat autem, quod numerus quadratorum manet idem, quia est triplus ad b c, & b c fuit tertia pars numeri quadratorum, & numerus rerum est ex numero quadratorum in suam partem tertiam, hoc enim æquale est semper, triplo quadrati tertiæ partis, abiectis igitur communiter cubo b c semel, & 6. quadratis, & 12. rebus scilicet tot rebus, quot fiunt ex numero quadratorum in suam tertiam partem, relinquetur cubus a b, æqualis 100. & 12. rebus, & duplo cubi b c, manifestum est autem, quod numerus 100. manet idem, & quod numerus rerum fit ex numero quadratorum in tertiam sui partem, & quod duplum cubi b c, est 16. quia b c est 2. igitur cubus a b æqualis est 12. rebus, & 116. numero, ideo ex præcedenti capitulo, inuenta a b, addimus ei b c, tertiam partem numeri quadratorum, & conflabitur a c, & quia in quærendo a b, reducimus tertiam partem numeri rerum ad cubum, & hæc tertia pars numeri rerum, est quadratum tertiæ partis numeri quadratorum, ideo ex vltima contractione fit hæc regula.

REGULA.

Adde cubum tertiæ partis numeri quadratorum,



torum, dimidio numeri æquationis, & totum quod inde fit, in se ducito, à quadrato abice cubum, quadrati tertiæ partis numeri quadratorum, residui radicem adde & minue dimidio aggregati, quod in se duxeras, habebis Binomium & Apotomen, cuius  $\mathcal{R}$ . cubicam iunge, & eis adde tertiam partem numeri quadratorum, & totum quod conflatur, est rei æstimatio. Exemplum, cubus æquatur 6. quadratis  $\mathcal{P}$ . 20. adde 8. cubum 2. tertiæ partis 6. ad 10. dimidium 20. fit 18. ab huius quadrato 324. abice 64. cubum quadrati 2. relinquitur 260. cuius radicem adde & minue à 18. habebis 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 260. & 18.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 260. horum  $\mathcal{R}$ . cubicæ iunctæ, addita tertia parte numeri quadratorum, constituunt rem.

## CAPVT XV.

*De Cubo & Quadratis equalibus numero.*

## DEMONSTRATIO.

**H**OC capitulum conuertitur secundo modo, differentia autem est, quod primus modus ostendit addendam tertiam partem numeri quadratorum, & secundus minuendam, sit igitur, in figura decimertij capituli, cubus a b cum 6. quadratis a b, æqualis 100. & ponatur b c tertia pars numeri quadratorum, & compleatur cubus a c, erit igitur cubus a c æqualis cubo a b, & 6. quadratis, & 12. rebus, & cubo b c, ex primo supposito sexti capituli, loco igitur cubi a b & 6. quadratorum ponatur 100. nam illa erant æqualia 100. igitur cubus a c, æqualis erit 12. rebus, & cubo b c, & 100. at 12. res ex a b, deficiunt a 12. rebus ex a c, in 12. b c, at illud 12. vt ostensum est in præcedenti, fit ex triplo quadrati b c, igitur 12. b c, est triplum cubi b c, igitur cubus a c & triplum cubi b c æquantur 12. rebus, & cubo b c, & 100. abiecto igitur cubo b c communi semel, erit cubus a b cum duplo cubi b c, æqualis 12. rebus, & 100. duplum autem cubi b c est 16. & numerus rerum est triplum quadrati b c, tertiæ partis numeri quadratorum, & ideo inuenta æstimatione a c, abiciemus b c tertiam partem numeri quadratorum, & relinquetur a b cognita. Secundum hoc erit regula.

## REGVLA.

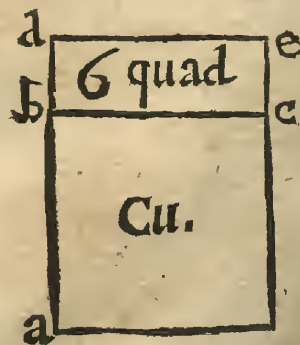
Duc tertiam partem numeri quadratorum, ad cubum, & duplica illum cubum, & differentiam numeri æquationis ab eo sume, inde triplica quadratum tertiæ partis numeri quadratorum, & habebis res, quæ æquantur cubo & numero, si duplum cubi fuit maius numero æquationis, vel res cum numero, æquales cubo, si duplum cubi minus sit numero æquationis, vel res æquales cubo, vbi differentia numerorum nulla sit, inde inuenta æstimatione, minue ab e tertiam partem numeri quadratorum, & residuum est rei æstimatio. Exemplum, Cubus & 6. quadrata æquantur 100. duc 2. ad cubum fit 8. duplica fit 16. abice ex 100.

habebis cubum, æqualem 84.  $\mathcal{P}$ . 12. rebus, sunt autem 12. res, triplum quadrati 2. tertiæ partis 6. numeri quadratorum, res igitur est, ex capitulo 12.  $\mathcal{R}$ . v. cubica 42.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 1700.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 42.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 1700. ab hoc abice 2. tertiam partem 6. erit rei æstimatio quæsitæ, quando cubus & 6. quadrata æquantur 100. hæc  $\mathcal{R}$ . v. cubica 42.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 1700.  $\mathcal{R}$ . v. cub. 42.  $\mathcal{M}$ . 1700.  $\mathcal{M}$ . 2. Rursus, sit cubus & 6. quadrata, æqualia 25. & abice 16. duplum cubi tertiæ partis 6. ex 25. fient 9. & 12. res, vt prius, æquales cubo, res igitur valet  $5\frac{1}{5}\mathcal{P}$ .  $1\frac{1}{5}$ , abice 2. relinquitur æstimatio quæsitæ,  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{5}\mathcal{M}$ .  $1\frac{1}{5}$ . Rursus, cubus & 6. quadrata æquantur 16. abice duplum cubi 2. scilicet 16. ex 16. numero relinquitur nihil, deinde sume triplum quadrati, & eiusdem tertiæ partis numeri quadratorum, & est 12. numerus rerum, æqualium cubo, quare quadratum æquatur 12. quare res est  $\mathcal{R}$ . 12. abice 2. tertiam partem 6. relinquitur rei æstimatio,  $\mathcal{R}$ . 12.  $\mathcal{M}$ . 2. Rursus, cubus & 6. quadrata æquantur 7. sume differentiam 7. & 16. dupli cubi 2. & est 9. & quia duplum cuborum est maius numero æquationis, & numerus rerum est 12. vt prius, habebimus cubum  $\mathcal{P}$ . 9. æqualem 12. rebus, ideo res valet 3. vel  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{4}\mathcal{M}$ .  $1\frac{1}{4}$  abice 2. erit æstimatio cubi & 6. quadratorum 1. vel  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{4}\mathcal{M}$ .  $3\frac{1}{4}$  & hoc est in re  $\mathcal{M}$ . quia  $3\frac{1}{4}\mathcal{M}$ . maius est quam  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{4}$ , & 6. quadrata sunt 105.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 9261. cubus verò est 9261.  $\mathcal{M}$ . 98. si igitur iungantur cubus & 6. quadrata, fient 7. ad vnguem, vt patet.

Ex hoc est manifestum, cur capitulum, cubi & numeri æqualium quadratis, non demonstratur ex capitulo cubi & quadratorum æqualium numero. Quemadmodum capitulum cubi & numeri, æqualium rebus, demonstratum est ex capitulo cubi æqualis rebus & numero. Nam cum capitulum hoc perueniat aliquando ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, melius est igitur ducere capitulum cubi & numeri æqualium quadratis, immediate ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus, quam ad idem capitulum, medio capituli cubi & quadratorum æqualium numero, nam & operatio longior, & demonstratio magis confusa euaderet.

## DEMONSTRATIO.

Demonstratio alia similis nostræ generalli, capituli septimi inventa à Ludouico de



Ferrariis. Sit cubus a c & 6. quadrata, gratiâ exempli, c d æqualia 100. quia



# Cap. XV. De Cubo & quadr. &c. 255

quia igitur b d, est altitudo 6. quadratorum, erit b d 6. posita igitur a d quadrato aliquo, erit a b quadratum m. 6. a c igitur superficies 1. quad. quadratis p. 36. m. 12. quadratis, & hæc est basis corporis a e, quare corpus a e est 1. cu. quadratum p. 36. quadratis m. 12. quad. quadratis & hoc est æquale 100. igitur 10. radix 100. æquatur 1. cub. m. 6. pos. radici 1. cu. quadrati p. 36. quadratis, m. 12. quad. quadratis, m. 12. quad. quadratis, æstimatio igitur rei est cognita, qua in se ducta, quia a d posita est 1. quadratum, habebitur a d, à qua deducta b d, quæ fuit 6. relinquetur a b, quæ sita res.

## REGULA.

Regula igitur est, pone numerum quadratorum, numerum rerum, quæ cum r. numeri propositi æquantur cubo, & inventam æstimationem in se ducito, à quo abice productione numerum quadratorum seu rerum, residuum est rei æstimatio. Exemplum, Cubus & 6. quadrata æquantur 40. dices igitur, cubus æquatur 6. rebus & r. 40. æstimatio rei, est ex suo capitulo, r. v. cubica r. 10. p. r. 2. p. r. v. cubica r. 12. m. r. 2. hanc in se ducito producet r. v. cubica 12. p. r. 80. p. r. v. cubica 12. m. r. 3. p. 4. abice 6. numerum rerum, relinquetur æstimatio quæ sita, r. v. cubica 12. p. r. 80. p. r. cub. 12. m. r. 80. m. 2. Idem invenies ex prima regula operationis. Probatio est, ut in exemp.

Exemplum.

cubus & quadrata 3. æquantur 21. æstimatio ex his regulis est, r. v. cubica  $9\frac{1}{2}$  p. r.  $89\frac{1}{4}$  p. r. v. cubica  $9\frac{1}{2}$  m. r.  $89\frac{1}{4}$  m. 1. cubus igitur est hic constans ex septem partibus, 12. m. r. cubica,  $4846\frac{1}{2}$  p. r.  $23487833\frac{1}{4}$  m. r. v. cubica  $4846\frac{1}{2}$  m. r.  $23487833\frac{1}{4}$  p. r. v. cub.  $46041\frac{1}{4}$  p. r. r.  $2119776950\frac{1}{4}$  m. r.  $2096286117\frac{2}{16}$  p. r. v. cub.  $46041\frac{1}{4}$  p. r.  $20963354180\frac{11}{16}$  p. r. v. cub.  $46041\frac{1}{4}$  p. r. r.  $2096289117\frac{2}{16}$  m. r.  $2119776950\frac{1}{4}$  p. r. v. cub.  $226\frac{1}{2}$  p. r.  $65063\frac{1}{4}$  p. r. v. cub.  $256\frac{1}{2}$  m. r.  $65063\frac{1}{4}$

Tria autem quadrata sunt ex septem partibus hoc modo,

9. p. r. v. cub.  $4846\frac{1}{2}$  p. r.  $23487833\frac{1}{4}$  p. r. v. cub.  $4846\frac{1}{2}$  m. r.  $23487833\frac{1}{4}$  m. r. v. cub.  $256\frac{1}{2}$  p. r.  $65063\frac{1}{4}$  m. r. v. cub.  $256\frac{1}{2}$  m. r.  $65063\frac{1}{4}$  m. r. v. cub.  $256\frac{1}{2}$  p. r.  $65063\frac{1}{4}$  m. r. v. cub.  $256\frac{1}{2}$  m. r.  $65063\frac{1}{4}$

Inde iunctis tribus quadratis cum cubo sex partes, quæ sunt r. v. cubicæ æquales p. cum m. cadunt & relinquitur 21. ad amussim aggregatum.

## QVÆSTIO.

Columna quadrata 36. cubitis alta, lata & profunda cubito vno: ei pondere est æqualis ad amussim quadrata alia columna, à qua si detrahantur sex cubiti altitudinis, reliquum erit solidum vndeque quadratum, posita igitur secundæ columnæ latitudine 1. pos. erit 1. cu. p. 6. quad. æqualia 36.

Tom. IV.

quare res erit r. cu. 16. p. r. cu. 4. m. 2. & hoc est latus basis columnæ altitudo autem est 6. cuborum, plus igitur altitudo est cubitorum r. cu. 16. p. r. cu. 4. p. 4.

## C A P V T XVI.

De Cubo ac Numero aequalibus quadratis.

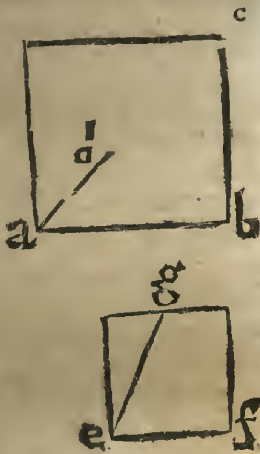
## REGULA.

Hoc capitulum per se patet: ex demonstratione septimi capituli, regula est, duc r. cubicam numeri, in numerum quadratorum, producet numerum rerum aequalium cubo, & eidem numero, inventis autem æstimationibus, duc r. cubicam numeri in se, & productum diuide per quamlibet æstimationem inuentam, exhibet æstimatio quæ sita vtraque. Exemplum, 1. cubus p. 64. æquetur 18. quadratis, duc 18. in 4. r. cubicam 64. fit 72. numerus rerum aequalium cubo p. 64. huius æstimationes sunt ex capitulo suo, 8. & r. 24. m. 4. cum quibus diuide 16. quadratum 4. r. cubica 64. exit 2. & r. 96. p. 8. & hæc sunt æstimationes.

## DEMONSTRATIO.

Et si vna æstimationum habita a b, volo habere reliquam, facio quadratum a b,

quod sit a c, & deductio a b ex numero quadratorum & relinquetur a d, & ducatur a d, in aggregatum ex a b, & quarta parte a d, & superficiem productæ sumatur latus quod in eam potest, & ei addatur dimidium a d, & fiat e f, quam dico esse secundam æstimationem, fiat quadratū e f, & sumatur e g, quæ cum e f iuncta æqualis sit aggregato a b & a d. Quia igitur e f quadratum, æquale est producto ex tetragonali in se, & dimidio a d in se, & producto tetragonali in a d per quartam secundi Elementorum, erit quadratum e f, æquale producto a d in aggregatum ex a b, & dimidio a d, & tetragonali ex decimasexta sexti Elementorum, igitur e f media inter a d & aggregatum a b & tetragonali & dimidio a d, dimidium autem a d & tetragonali constituent e f, ex supposito, e f igitur media est proportionem inter a d & aggregatum a b, & e f. Rursus, quod sit ex a b & a d, in a b & e f, æquale est ei quod sit ex e f & e g, in aggregatum a b & e f, quia ex supposito e f, & e g, æquantur a b, & a d & a b & e f manent idem, quod autem sit ex a d in a b & e f, ex probatis, æquale est quadrato e f, igitur quod sit ex a b in a b & e f, cum quadrato e f, æquale est ei quod sit ex e f & e g in e f & a b, abiecto igitur cōmuni quadrato e f, erit quod sit ex a b in aggregatū a b & e f, æquale producto a b & e f in e g, cum eo quod sit ex





# 256 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

e f in a b, detracto igitur communi iterum producto, a b in e f, relinquetur quadratum a b, æquale producto ex a b & e f in e g, quare a b media inter e g & aggregatum a b & e f, fuerat vero, vt dictum est, e f media, inter a d & aggregatum a b & e f, sunt igitur tres quantitates analogæ, in duobus ordinibus, quarum prima in vtroque ordine eadem est, videlicet aggregatum

$$\begin{array}{|l} a b \text{ \& } e f \\ a b \quad e f \\ e g \quad a d \end{array}$$

a b & e f, igitur per 67. libri quinti huius, e g ad a d, vt a b ad e f duplicata, quare ex decima septima sexti Elementorum, e g ad a d, vt a c ad quadratum e f, igitur ex trigesima quarta vndecimi Elementorum, corpus quod ex a d in a c, æquale est corpori ex e g in quadratum e f, sed a b fuit æstimationis rei, Igitur corpus quod ex a d in a c æquale est numero æquationis posito aggregato a d & a b numero quadratorum, per demonstrationem habitam in capitulo octauo, igitur productum ex e g in quadratum e f, est æquale numero æquationis, cum igitur e f & e g, sint æquales numero quadratorum, quia aggregato a b & a d, & ex g e in quadratum e f, fiat numerus æquationis, erit per octauum capitulum, e f rei æstimationis, quod erat probandum.

## REGVLA.

Regula igitur est, minue primam æstimationem à numero quadratorum, & residuum duc in aggregatum ex prima æstimatione, & quarta parte eiusdem residui, & producti accipe radicem, cui adde dimidium eiusdem residui, aggregatum est æstimationis rei quæsita. Exemplum, sit cubus cum 24. æqualis 8. quadratis, & æstimationis cognita 2. abicio 2. ex 8. numero quadratorum relinquitur 6. hoc duc in  $3\frac{1}{2}$ , quod constat ex 2. prima æstimatione, &  $1\frac{1}{2}$  quarta parte 6. residui, sit 21. cuius radici adde dimidium residui primæ æstimationis, quod est 3. sit 24. p. 3. æstimationis quæsita.

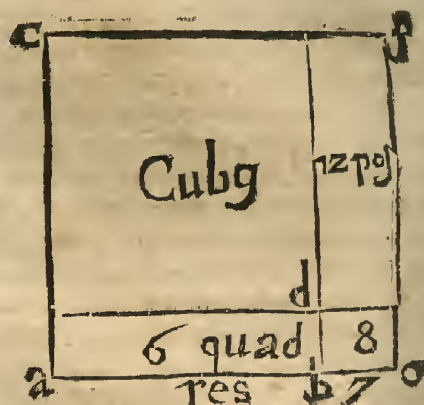
## CAPVT XVII.

### De Cubo, Quadratis & Positionibus æqualibus numero.

#### DEMONSTRATIO.

SIT gratiâ exempli cubus a b, & 6. quadrata, & 20. positiones æqualia 100. & addam b c ad a b, quæ sit 2. tertia pars numeri quadratorum, & describitur cubus vniuersalis a c, secundum quod componitur ex suis octo partibus, erit igitur cubus a b, f d superficies cum sua altitudine, & cubus b c 8. quia b c est 2. & a d corpora, 6. quadratis a b æqualia, & corpora de 12. a b seu duodecuplo a b ex sexto capitulo huius libri, quia igitur cubus a b & 6. quadrata & 20. positiones, æquantur 100. addantur 8. positiones, quæ sunt reliquum ad 20. positiones, cubo a c, qui iam æquabatur cubo a b, & 6. quadratis, &

12. positionibus, & cubo b c, erit cubus a c cum 8. positionibus, æqualis 108. nam



cubus a c excedit tria corpora d a, d e, in cubo c d, qui est 8. at quia 8. positiones a b deficiunt a b 8. positionibus a c cubi maioris, in 8. b c seu octuplo b c, quæ est 2. addemus igitur octuplum b c vtrique parti, & fiet cubus p. 8. rebus, æqualis 124. nota igitur ex capitulo suo a c, auferemus b c, relinquitur a b. Sit rursus cubus a b, & 6. quadrata & 12. res, æqualia 100. igitur additio communi cubo b c, erit cubus a c æqualis 108. & a c 2. cubicæ 108. & a b 2. m. quàm a c cognita, sit deno cubus & 6. quadrata a b & 2. positiones æqualia 100. additis igitur 10. positionibus residuis, ad complendum corpora d e, & addito cubo b c, fiet cubus a c æqualis 10. positionibus superadditis, & 108. sed 10. positiones a b deficiunt à 10. positionibus a c in 10. b c, addemus igitur 10. b c vtrique parti, fiet cubus a c p. 20. æqualis 10. positionibus p. 108. abice 20. ex vtraque parte, relinquetur cubus a c æqualis 10. positionibus p. 88. inuenta a c, minue b c & relinquetur a b necessariò cognita.

## REGVLA.

Regula igitur communis est, duc tertiam partem numeri quadratorum (quam hoc signo  $\text{tpquad.}$  demonstramus) ad cubum, addéque numero, inde duc numerum quadratorum in sui tertiam partem. & producti differentia à numero rerum, est numerus rerum addendarum cubo, vbi productum fuerit minus numero rerum propositarum vel addendarum numero, vbi productum fuerit maius numero rerum propositarum. Si igitur differentia est nulla, producti & numeri rerum erit cubus æqualis numero iam coacernato, inde sumpta radice cubica numeri, minue ex ea  $\text{tpquad.}$  & residuum est rei æstimationis, quod si positiones & cubus, æquantur numero, dices numerum positionum in  $\text{tpquad.}$  & productum addes numero iam aggregato, & habebis cubum, & res iam inuentas, æquales numero iam aggregato, inde ab æquatione minue  $\text{tpquad.}$  & residuum est æstimationis. Quod si productum fuerit maius numero rerum, duc differentiam, quæ est numerus rerum, in  $\text{tpquad.}$  & productum minue ex numero, quem habebas, aggregato, & si nihil superest, habebis cubum, æqualem rebus



# Cap. XVII. De Cubo quadr.&c. 257

rebus iam propositis tantum, quare deducendo ad minorem denominationem habebis quadratum æquale numero, res erit  $\mathcal{R}$ . quadrata numeri rerum, à qua minue  $\mathcal{T}$ pquad. & residuum erit æstimatio rei. Quod si in detractioe producti ex numero rerum in  $\mathcal{T}$ pquad. a numero aggregato, superfluit, numerus ille cum rebus iam propositis, æquatur cubo, inde ab æstimatione minue  $\mathcal{T}$ pquad. & residuum est æstimatio qualis. Sed si productum numeri rerum in  $\mathcal{T}$ pquad. maius esset numero iam aggregato, differentia est numerus, qui cum cubo æquatur rebus iam propositis, inde habita æstimatione minue  $\mathcal{T}$ pquad. & residuum est æstimatio rei.

Ex hoc patet, quod tale capitulum resoluitur in quinque capitula, quæ sunt hic posita, si non possunt resolui in plura, in

- | cubus & res æquales numero.
- | cubus æqualis numero.
- | cubus æqualis rebus.
- | cubus æqualis rebus & numero.
- | cubus & numerus æquales rebus.

aliquibus autem sequentium resolutio fit in tria postrema tantum, in omnibus autem capitula quatuor denominationum, commune est eorum fuerint resoluta in capitulum trium vel duarum denominationum, ut æstimationi inuenta addatur aut minuatur  $\mathcal{T}$ pquad. ut in hoc capitulo semper minuitur, & commune est etiam omni capitulo ut rerum numerus & numerus ipse constituantur eodem modo, velut hic numerus rerum, est differentia numeri rerum assumptum in capitulo quatuor denominationum, ex numero quadratorum in sui tertiam partem, & numerus capituli in quod resoluitur, est differentia producti ex numero rerum iam inuentarum, in  $\mathcal{T}$ pquad. & aggregati ex cubo  $\mathcal{T}$ pquad. & numero æquationis primo.

## QVÆSTIO I.

Exemplum, Est corpus quadratum vnde quaque, quod cum superficiebus & lateribus est 22. dices igitur, cubus & 6. quadrata & 12. res æquantur 22. cubo igitur 2. tertiam partem numeri quadratorum, fit 8. adde 22. fit 30. deinde duc 6. numerum quadratorum in 2. sui partem tertiam, fit 12. differentia cuius à numero rerum est nihil, nam res etiam fuerant 12. habemus igitur 1. cubum æqualem 30. & res est  $\mathcal{R}$ . cub. 30. abice 2.  $\mathcal{T}$ pquad. fit æstimatio rei,  $\mathcal{R}$ . cub. 30. m. 2.

Experientia autem est, ut iungas 1. cub. p. 6. quad. p. 12. rebus, & fiunt 22.  
Sex quadrata 24. p.  $\mathcal{R}$ . cub. 194400. m.  
 $\mathcal{R}$ . cub. 414720.  
Cubus 22. m.  $\mathcal{R}$ . cub. 194400. p.  $\mathcal{R}$ . cub. 51840.  
Duodecim res  $\mathcal{R}$ . cub. 51840. m. 24.  
Aggregatum 22.

Tem. IV

## QVÆSTIO II.

Exemplum secundi, Inuenias quatuor numeros continuè proportionales, quorum primus sit 3. & reliqui tres sint 19. pone 2<sup>m</sup> rem, erit tertius  $\frac{1}{3}$  quadrati, & quartus erit  $\frac{1}{9}$  cubi, igitur 1. positio  $\frac{1}{3}$  quadrati,  $\frac{1}{9}$  cubi, æquantur 10. duc ad integra, habebis cubum & 3. quadrata & 9. res, æqualia 171. nam omnia ducuntur per 9. adde igitur cubum tertiæ partis numeri quadratorum ad 171. & est 1. fit 172. deinde duc 3. numerum quadratorum in sui tertiam partem, fit 3. huius producti & 9. numeri rerum, differentia est 6. numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, quia productum fuit minus, duc igitur 6. numerum rerum in 1.  $\mathcal{T}$ pquad. fit 6. adde ad 172. fit 178. igitur cubus & res æquantur 178. & rei æstimatio est  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ . 7929. p. 89. p.  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ . 7929. m. 89. ab hoc minue  $\mathcal{T}$ pquad. quæ est 1. habebis secundam quantitatem  $\mathcal{R}$ . v. cubicam  $\mathcal{R}$ . 7929. m.  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ . 7929. m. 89. m. 1. ex qua habebis reliquas.

Exemplum tertij modi, Cubus 6. quadrata & 1. positio, æquantur 14. adde cubum 2.  $\mathcal{T}$ pquad. qui est 8. ad 14. fit 22. deinde duc 6. numerum quadratorum in 2. tertiam sui partem, fit 21. differentia cuius à numero rerum est 11. numerus rerum æqualium cubo cum numero, quia numerus productus 12. fuit maior numero rerum, duc igitur 11. in 2. tertiam partem numeri quadratorum, fit 22. differentia cuius & numeri prioris aggregati est nulla, quare habebimus cubum æqualem 11. rebus, igitur quadratum æquatur 11. res igitur est  $\mathcal{R}$ . 11. à qua minue 2.  $\mathcal{T}$ pquad. fit rei æstimatio  $\mathcal{R}$ . 11. m. 2. sumpsisti autem differentiam in numero & non aggregasti, quia res æquabantur cubo, & non cubus cum rebus æquabantur numero, ut in precedente exemplo.

## QVÆSTIO III.

Exemplum quarti modi, Ex oraculo iubet Princeps fieri sacram ædem, cuius spacium sit 400. cubitorum, & longitudo latitudine maior sit 6. cubitis, latitudo altitudine 3. cubitis maior, quæritur quantitas. Pone altitudinem rem, latitudo erit 3. p. & longitudo 9. p. duc inuicem, habebis 1. cub. p. 12. quadratis p. 27. positionibus, æqualia 400. adde ad 400. cubū 4.  $\mathcal{T}$ pquad. qui est 64. fit 464. duc 12. numerum quadratorum in tertiam sui partem, fit 48. cuius

|           |                      |
|-----------|----------------------|
| altitudo  | 1. pos.              |
| latitudo  | 1. pos. p. 3.        |
| longitudo | 1. pos. p. 9.        |
| <hr/>     |                      |
| productum | 1. cub. p. 12. quad. |
|           | p. 27. pos.          |

differentia à 27. est 21. numerus rerum, quæ æquatur cubo cum numero, quare duc 12. in 4.  $\mathcal{T}$ pquad. fit 84. sume differentiam à 464. quæ est 380. & eam adde rebus, quia aggregatū

Y 3

nume-



# 258 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

numerum primum, fuit maius numero producto secundo, habebis cubum æqualem 21. positionibus p. 380. res igitur valet R. v. cubicam 190. p. R. 35750. p. R. v. cub. 190. m. R. 35757. ab hac minue 4. tpquad. habebis altitudinem, qua habita, addendo 3. & 9. habebis latitudinem & longitudinem, vt vides,

altitudo, R. 5. cub. 190. p. R. 35757. p. R. v. cub. 190. m. R. 35757. m. 4. latitudo, R. v. cub. 190. p. R. 35757. p. R. v. cub. 190. m. R. 35757. m. 1. longitudo, R. v. cub. 190. p. R. 35757. p. R. v. cub. 190. m. R. 35757. p. 5.

Exemplum quinti modi, Cubus & 6. quadrata, & 2. res, æquantur 3. adde 8. cubum tpquad. ad 3. fit 11. deinde duc 9. in suam tertiam partem, fit 12. differentia à 2. numero rerum est 10. numerus rerum, duc in 2. tpquad. fit 20. cuius differentia ab 11. est 9. numerus, qui cum cubo æquatur 10. rebus, quia productum secundum maius est numero aggregato, voco autem productum secundum, quod fit ex numero rerum iam inuento, in tpquad. æstimatio igitur rei quando cubus & 9. æqualia sunt 10. rebus est 1. vel R.  $9\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ , abiice igitur 2. tpquad. fient duæ æstimationes quæsitæ, altera R.  $9\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{2}$  alia m. 1.

## C A P V T XVIII.

*De Cubo, & rebus æqualibus quadratis & numero.*

### D E M O N S T R A T I O.

**S**IT in eadem figura, cubus a c cum 33. a c, æqualis 6. quadratis a c p. 100. (gratiâ exempli) diuidatur cubus a c, posita b c tpquad. scilicet 2. in suas partes, erit cubus a c, æqualis cubo a b, cubo b c, sex quadratis a b, & 12. positionibus a b, at 33. a c, sunt 33. a b, & 33. b c, quæ sunt 66. quia b c est 2. igitur cubus a c, & 33. a c, æquantur cubo a b, cubo b c, sex quadratis a b, & 45. a b positionibus, & 66. hæc eadem igitur æqualia sunt 6. quadratis a c, & 100. at 6. quadrata a c, diuisa a c in b, per 4. 2. Elementorum, æqualia sunt 6. quadratis a b, & 6. quadratis b c, & 12. superficiebus a d, sed a d est 2. positiones, quia b d est 2. igitur 12. a d sunt 24. positiones a b, quare 6. quadrata a b, & 6. quadrata b c, & 24. positiones a b, & 100. æquantur cubo a b, cubo b c, 6. qua-

|                           |                   |
|---------------------------|-------------------|
| 6. quadrata a b           | 24. posi-         |
| tiones a b                | 124               |
| cubus a b 6. quadrata a b | 45. posi-         |
| tiones a b                | 74                |
| <hr/>                     |                   |
| cubus a b                 | p. 21. positioni- |
| bus a b æquales           | 50                |

dratis a b, & 45. a b, & 66. numero, cubus autem b c est 8. & 6. quadrata b c sunt 24. igitur 6. quadrata a b, & 24. positio-

nes a b, & 124. æquantur cubo a b, & 6. quadrat. a b, & 45. positionibus a b, & 74. facta igitur detractioe similium ex utraque parte, scilicet 6. quad. 24. positionibus & 74. relinquetur cubus a b p. 21. positionibus a b, æqualis 50. manifestum est igitur quod inuenta a b, ex capitulo suo, & addita b c ei quæ est 2. conflatur a c. Manifestum est autem, quod vbi positiones, quæ cum cubo erant, essent æquales productis, haberemus cubum æqualem numero tantum, & vbi positiones quæ cum cubo erant, essent pauciores, haberemus res ex vna parte, & cubum ex alia, & tunc si numerus qui est cum cubo, foret æqualis alteri, essent positiones æquales cubo, & si esset minor, haberemus res & numerum æquales cubo: & si maior, haberemus res æquales cubo & numero, ex eadem demonstratione, velut in præcedenti capitulo.

### R E G V L A.

Regula igitur est, vt primò statuas numerum rerum semper, vt in præcedenti capitulo, & est vt ducas numerum quadratorum in tertiam sui partem, & differentia huius producti, à numero rerum, est numerus rerum, quæ si nulla sit, habebimus cubum æqualem numero, si autem productum sit minus numero rerum, differentia erit numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, & si productum fuerit maius, habebimus res æquales cubo: & tunc si numeri erunt æquales, erit cubus æqualis rebus, & si, qui producitur ex numero rerum, in tpquad. fuerit minor numero æquationis cum additione, erit cubus æqualis rebus & numero, quod si productus numerus ex rerum numero in tpquad. fuerit maior numero æquationis cum sua additione, habebimus res æquales cubo & numero. Numerus autem æquationis sic habetur, duc priorem numerum rerum, in tertiam partem numeri quadratorum, & producti accipe differentiam, ab aggregato numeri æquationis, & dupli cubi tpquad. differentia, erit numerus addendus cu. si productum fuerit maius aggregato: vel rebus si fuerit minus, vel numerus æqualis cubo, vbi nullæ sint res, inde habita æstimatione, eam adde, vel minue tpquad. prout in exemplis doceberis, & habebis quæsitam æstimationem.

Exemplum primum, Cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis & 25. duc 6. in 2. sui tertiam partem, fit 12. differentia cuius à numero rerum nulla est, igitur cubus æquabitur numero, duc ergo 12. numerum rerum, in 2. tpquad. fit 24. abiice ex 41. aggregato 16. dupli cubi 2. & 25. numero æquationis, relinquitur 17. qui æquatur cubo, res igitur est R. cubica 17. adde ei 2. tpquad. fit rei æstimatio R. cubica 17. p. 2.

Exemplum secundum, Mercator fugiens, pascitur redditurum  $\frac{1}{4}$  debiti proportionaliter in tribus annis, ita quod si pactus fuisset redditurum  $\frac{12}{27}$  primo anno reddidisset  $\frac{2}{27}$ , secundo  $\frac{6}{27}$ , tertio  $\frac{4}{27}$ , vt residua sint in eadem



# Cap. XVIII. De Cubo & reb. &c. 259

dem proportionem, cum residuo capitali, quæ-  
ritur portio cuiusque anni, reddendo solum  
1. & ponamus, quod capitale sit 4. ad vi-  
tandum fractiones, vult igitur reddere 3.  
pone igitur quod restituat primo anno rem,  
igitur secundo anno restituet rem  $\frac{1}{4}$ . qua-  
drati, & tertio anno, rem  $\frac{1}{4}$ . quadrati p.  
 $\frac{1}{4}$ . cubi, igitur in tribus annis restituet 3. res  
p.  $\frac{1}{4}$ . cubi  $\frac{1}{4}$ . quadrati, & hoc iam sup-  
ponitur 3. quare reducito ad integrum, cu-  
bum ducendo per 16. habebis 1. cubum p.  
48. rebus, æqualem 12. quadratis p. 48. duc  
12. in 4. tertiam sui partem, fit 48. igitur  
differentia rerum nulla est, & cubus æqua-  
bitur numero, duc igitur 48. numerum rer-  
um, in 4.  $\frac{1}{4}$  quad. fit 192. à quo detrahe  
176. aggregatum ex duplo cubi 4. & 48.  
numero æquationis, relinquitur 16. & hic  
æquatur cubo, igitur rei æstimatio est 4.  
cubica 16. quam minue ex 4.  $\frac{1}{4}$  quad. fiet  
æstimatio quæsitæ 4. m. 4. cubica 16. red-  
det igitur anno primo 4 m. 4. cubica 16. &  
secundo 4. cubicam 16. m. 4. cubica 4. &  
tertio, 4. cubicam 4. m. 1. & horum resi-  
dua, sunt proportionalia, cum 4. & iuncta  
faciunt 5. & est conuersum primi exempli,  
& residua ipsa sunt 4. cubica 16. 4. cubica  
4. & 1.

Exemplum tertium, Cubus & 15. res,  
æquantur 6. quadratis & 24. duc 6. in sui  
tertiam partem, fit 12. cuius differentia à  
15. numero rerum, est 3. & quia produ-  
ctum fuit minus, erit cubus & 3. res, æqua-  
lia numero, duc igitur 15. numerum rer-  
um, in 2.  $\frac{1}{4}$  quad. fit 30. minue ex 40. ag-  
gregato 24. & duplo cubi  $\frac{1}{4}$  quad. relin-  
quitur 10. igitur 10. æquatur cubo p. 3. re-  
bus, & rei æstimatio est 4. v. cubica 4. 26.  
p. 5. m. 4. v. cubica 26. m. 5. cui adde  
2.  $\frac{1}{4}$  quad. habebis quæsitam æstimatio-  
nem.

Exemplum quartum, Cubus & 15. res,  
æquantur 6. quadratis p. 10. iterum habeo  
cubum & 3. res, æquales numero, & nume-  
rus productus erit 30. vt prius, verum ag-  
gregatum ex duplo cubi 2.  $\frac{1}{4}$  quad. & 10.  
numero æquationis, est 26. differentia igitur  
est 4. cum igitur cubus & 3. res æquen-  
tur 4. rei æstimatio est 1. & quia productus  
numerus est maior aggregato, id est 30.  
maior est 26. minuemus 1. æstimationem  
æquationis inuentæ ex 2.  $\frac{1}{4}$  quad. & relin-  
quitur 1. æstimatio quæsitæ cubi & 15. re-  
rum, æqualium 6. quadratis & 10.

Ideo patet quod in hoc casu, vbi cubus  
& res, æquantur numero, si differentia nu-  
merorum nulla foret, velut si loco 10. po-  
suisset 14. æstimatio rei esset  $\frac{1}{4}$  quad.  
scilicet 2. quia in æquatione inuenta, nihil  
haberemus addendum vel minuendum, quia  
cubus & 3. res, æquantur nihil.

Exemplum quintum, Cubus & 10. res,  
æquantur 6. quadratis p. 4. duc igitur nu-  
merum quadratorum in tertiam sui partem,  
vt prius, fit 12. differentia cuius à numero  
rerum, est 2. & quia productum est maius  
numero rerum, ideo 2. res æquabuntur cu-  
bo, pro numero itaque duc 10. numerum  
rerum primum, in 2.  $\frac{1}{4}$  quad. fit 20. diffe-  
rentia cuius à 20. aggregato dupli cubi

$\frac{1}{4}$  quad. & 4. est nihil, igitur non habebi-  
mus numerum, sed cubus æquabitur, vt di-  
ctum est, 2. rebus, igitur deprimendo, qua-  
dratum æquabitur 2. ergo rei æstimatio, est  
4. 2. quam adde vel minue  $\frac{1}{4}$  quad. habebis  
veram æstimationem quæsitam, 2. p.  
4. 2. vel 2. m. 4. 2. & potest etiam esse  
2. & sic habet tres æstimationes hic ca-  
sus.

Exemplum sextum, Sit cubus & 21. res,  
æqualia 9. quadratis p. 5. tunc vt prius,  
ducam 9. in 3. tertiam sui partem, fit 27.  
huius differentia à 21. est 6. numerus rer-  
um, cubo æquandarum, quia productum  
27. est maius 21. numero rerum, addo igitur  
54. duplum cubi  $\frac{1}{4}$  quad. ad 5. numerum  
æquationis, fit 59. cuius differentia à 63.  
producto numeri rerum prioris, in  $\frac{1}{4}$  quad.  
est 4. igitur quia productum est maius ag-  
gregato, addemus numerum cubo, & fiet 1.  
cubus p. 4. æqualis 6. rebus, iam inuentis,  
huius igitur æstimationes sunt tres, prima

|         |             |
|---------|-------------|
| Prima   | 5.          |
| Secunda | 2. p. 4. 3. |
| Tertia  | 2. m. 4. 3. |

est 2. secunda 4. 3. m. 1. tertia ficta m. 4.  
3. p. 1. quas adde ad 3.  $\frac{1}{4}$  quad. habebis  
veras æstimationes illas quas à latere vides.

Exemplum septimum, Cubus & 26. res  
æquantur 12. quadratis p. 12. duc 12. nume-  
rum quadratorum, in sui tertiam partem, quæ  
est 4. fit 48. cuius differentia à 26. nume-  
ro rerum, est 22. & quia productum est  
maius numero rerum, res æquabuntur cu-  
bo, deinde duc 26. numerum rerum in 4.  
tertiam partem numeri quadratorum, fit  
104. abice ex 140. duplo cubi  $\frac{1}{4}$  quad. &  
12. numeri simul iunctis, fit 36. numerus  
addendus rebus, quia aggregatum est ma-  
ius producto, econtrario, exemplo præce-  
denti, cubus igitur æquabitur 22. rebus, p.  
36. quare eius erunt tres æstimationes, pri-  
ma 4. 19. p. 1. & est vera, secunda ficta m.  
4. 19. m. 1. tertia etiam ficta, quæ est m.

|         |              |
|---------|--------------|
| Prima   | 5. p. 4. 19. |
| Secunda | 5. m. 4. 19. |
| Tertia  | 2.           |

2. has adde singulas,  $\frac{1}{4}$  quad. habebis ve-  
ras tres æstimationes, quarum experientiam  
à latere hic posui.

Ex hoc patet, quod numerus quadrato-  
rum, in his tribus exemplis, in quibus æ-  
stimatio rei triplicatur, semper componitur  
ex tribus æstimationibus iunctis simul, ve-  
lut in quinto exemplo, 2. p. 4. 2. & 2. m.  
4. 2. componunt 6. numerum quadrato-  
rum, & in sexto exemplo, 5. & 2. p. 4. 3.  
& 2. m. 4. 3. componunt 9. numerum  
quadratorum, & in septimo exemplo, 5. p.  
4. 19. & 5. m. 4. 19. & 2. componunt 12.  
numerum quadratorum, ideo duabus co-  
gnitis, tertia semper emergit, & causa est  
cognita in initio huius libri. Et manife-  
stum est, quod cum peruenimus ad res,  
quæ à cubo separantur, seu numerus rebus,  
seu cubo iungatur, semper emergunt tres æsti-



|               |                    |
|---------------|--------------------|
| cubus primæ   | 410. p. R. 167884. |
| 26. res       | 130. p. R. 12844.  |
| aggregatum    | 540. p. R. 273600. |
| 12. quadrata. | 528. p. R. 273600. |
| numerus       | 12.                |
| aggregatum    | 540. p. R. 273600. |
| cubus secundæ | 410. m. R. 167884. |
| 26. res       | 130. m. R. 12844.  |
| aggregatum    | 540. m. R. 273600. |
| 12. quadra.   | 528. m. R. 273600. |
| numerus       | 12.                |
| aggregatum    | 540. m. R. 273900. |
| cubus tertiæ  | 8.                 |
| 26. res       | 52.                |
| aggregatum    | 60.                |
| 12. quadra.   | 48.                |
| numerus       | 12.                |
| aggregatum    | 60.                |

æstimationes, & causa dicta est superius ibidem, ubi de vera & ficta æstimatione locuti sumus. Et patet etiam, quod omnes modi hi, ad additionem semper possunt referri, quamvis minus cum additur, vicem gerat, plus cum detrahitur, ostensum est enim quod tantum est minuere 4. ex 12. quantum addere 4. m. ad 12. utroque enim modo fiet 8.

Ex hoc patet quod numerus quadratorum, diuiditur trifariam, & vna æstimatione habita aggregatum reliquarum cognitum relinquatur.

#### ALIA DEMONSTRATIO.

Sit igitur cubus & 100. res æqualia 6. quadratis p. 10. numero. Et ponatur a b rei æstimatio, b c tpquad. a g autem æqualis, b c, quare g b est differentia a b & b c, cubus autem g b, est differentia cubi a b cum triplo a b. In quadratum b c, à cubo b c cum triplo b c in quadratum a b, ex sexto capitulo, cubus verò a b cum 100. rebus, æquatur 6. quadratis p. 10. ex supposito, 6. quadrata autem a b, sunt triplum b c in quadratum a b, triplum igitur b c in quadratum a b, & cubus b c, qui est 8. sunt 2. m. quam cubus a b cum 100. rebus, dico autem 2. m. quia cubus b c, qui iungitur 6. quadratis, debuit esse 10. & est tantum 8. at cubus a b cum 100. rebus, superat cubum a b, & triplum a b in quadratum b c quod est 12. res, in 88. rebus, differentia igitur cubi b c & tripli b c, in quadratum a b, à cubo a b, cum triplo a b in quadratum b c, est 88. a b, m. 2. huic

$$\begin{array}{c} \text{res } 1 \\ a \text{---} b \text{---} g \text{---} c \end{array}$$

igitur differentia, æqualis est cubus g b, vt diximus, ponatur igitur b g res erit igitur

g c, seu a b, 2. m. re cuius quantitas sumpta 88. vicibus, vt dictum est, æquatur cubo b g p. 2. igitur cubus b g. p. 2. p. 88. suis rebus æquatur 174. quare si eam æstimationem b g detraxeris ex b c, quæ est tpquad. scilicet 2. habebis quantitatem a b, quæsitam. Et hæc demonstratio fuit inuenta à Ludouico Ferrario, & ostendit clariùs æstimationem supradictarum operationum.

#### ALIA DEMONSTRATIO.

Ponatur rursus, cubus cum 5. rebus, æqualis 6. quadratis a c 10. & ponatur e f res, d e tpquad. differentia d e & e f, e h, eritque ex demonstratione consimili præmissæ,

$$\begin{array}{c} \text{res } 5 \\ d \text{---} e \text{---} h \text{---} f \end{array}$$

vt cubus e h, æquetur 7. rebus p. 16. inde inuenta æstimatione, si ei addatur h f tpquad. quæ est 2. habebitur e f res quæsitæ, nec in hoc addam verba, quia demonstratio est similis præmissæ, & operatio eius in hac parte, est clarior nostra demonstratione.

#### REGULA.

Regula igitur sumpta ex hac demonstratione est, si numerus rerum æqualis est, producto ex numero quadratorum in suam tertiam partem, duc tpquad. ad cubum, & cubicam differentia huius, & numeri æquationis, adde tpquad. vbi cubus sit minor numero, aut minue, vbi sit maior, & totum est æstimatio rei, manifestum est autem, quod vbi cubus tpquad. & numerus, sint æquales, non addemus nec minuemus, sed tpquad. erit ipsa rei æstimatio.

Exemplum, Cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis, p. 8. tunc quia ducto 6. numero quadratorum, in 2. sui tertiam partem, fit 12. numerus rerum ad vnguem, ideo duc 2. tpquad. ad cubum, fit 8. cuius differentia à numero æquationis nulla est, ideo æstimatio rei est 2. tpquad. Et si cubus & 12. res, æquantur 6. quadratis p. 9. tunc quia cubus æquatur numero, abiciemus 8. cubum tpquad. ex 9. relinquitur 1. cuius & cubicam quæ est 1. addo tpquad. quia cubus tpquad. est minor æquatione numeri, fit rei æstimatio 3. Et eadem ratione, si cubus p. 12. rebus, æquetur 6. quadratis p. 7. detracto 7. a b 8. cubo tpquad. relinquitur 1. cuius & cubicam quæ est 1. detrahe ex 2. tpquad. relinquitur 1. rei æstimatio.

Quod si numerus positionum, maior sit producto ex numero quadratorum in sui partem tertiam, differentia erit numerus rerum, vt in prima demonstratione, & suis regulis, hunc duc in tpquad. & ei adde cubum tpquad. & huius aggregati, numeri-que æquationis differentia, si nulla sit, æstimatio rei est tpquad. Et si numerus æquationis



tionis est minor aggregato, æstimationem inuentam minue, & si maior, adde  $\text{tpquad.}$  quod fiet, erit rei æstimatio. Exemplum, cubus & 20. res, æquantur 6. quadratis & 24. ducto 6. in 2. tertiam partem sui, fit 12. cuius differentia à 20. numero rerum, est 8. numerus rerum, quæ cum cubo æquantur numero, duc igitur numerum rerum, in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 16. adde ei 8. cubum  $\text{tpquad.}$  fit 24. differentia cuius nulla est à 24. numero æquationis, igitur æstimatio rei est  $\text{tpquad.}$  scilicet 2. sit rursus cubus cum 20. rebus, æqualis 6. quadratis & 15. habebimus igitur, vt prius, cubum & 8. res, pro numero, duc vt prius, 8. numerum rerum posteriorem in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 16. adde cubum  $\text{tpquad.}$  fit 24. abiice 15. relinquitur 9. igitur cubus & 8. res, æquantur 9. & rei æstimatio est 1. quod minue ex 2.  $\text{tpquad.}$  relinquitur vera æstimatio rei 1. minuiisti autem, quia 15. numerus æquationis est minor aggregato cubi & producti, quod est 24. & si bene animaduertes, eodem modo fit in prima parte regulæ, quando numerus rerum æqualis est producto ex numero quadratorum in sui partem tertiam. Rursus, cubus cum 20. rebus, æqualis sit 6. quadratis  $\text{p.}$  33. habebis itaque cubum, vt prius, & 8. res, æquales differentiæ 24. aggregati, & 33. numeri æquationis, quare cubus & 8. res æquabuntur 9. & æstimatio rei erit 1. addendum  $\text{tpquad.}$  quia numerus æquationis 33. est maior numero aggregato 24. quare rei æstimatio erit 3.

Quod si numerus positionum, minor sit producto ex numero quadratorum in sui tertiam partem, differentia nihilominus erit numerus rerum vt prius, sed hæ non copulabuntur cubo, imò erunt ei æquales, deinde duc ipsum numerum rerum posteriorum, in  $\text{tpquad.}$  & productum iunge numero æquationis huius aggregati & cu:  $\text{tpquad.}$  differentia est numerus æquationis secundæ, si igitur differentia nulla est, cubus æquabitur rebus &  $\text{p.}$  quadrata numeri rerum addita  $\text{tpquad.}$  est æstimatio rei, quod si aggregatum sit maius cubo, erit differentia, numerus qui cum rebus æquatur cubo, inde habita æstimatione, adde ei  $\text{tpquad.}$  & fiet vera æstimatio. Quod si cubus fuerit maior aggregato, differentia erit numerus, qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione, adde ei  $\text{tpquad.}$  quod conflat, est rei vera æstimatio, & tam multiplex habenda, vt in nostra regula docuimus, quam quod ad regulam pertinet, & hæc nostra sit. Exemplum igitur, Cubus & 9. res, æquales sint 6. quadratis  $\text{p.}$  2. tunc numerus rerum secundus erit 3: duc in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 6. adde ad 2. numerum æquationis, fit 8. cubus autem  $\text{tpquad.}$  est 8. differentia nulla, igitur cubus æquatur 3. rebus, res igitur est  $\text{p.}$  3. & rei æstimatio 2  $\text{p.}$  3. Rursus, cubus  $\text{p.}$  9. rebus, æqualis sit 6. quadratis  $\text{p.}$  4. habebimus vt prius, cubum æqualem 3. rebus, pro numero duc 3. numerum rerum posteriorem in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 6. adde 4. numerum æquationis, fit 10. abiice 8. cubum  $\text{tpquad.}$  fit 2. addendus rebus, quia aggregatum est maius cubo

$\text{tpquad.}$  igitur cubus æquatur 3. rebus,  $\text{p.}$  2. & res erit 2. addito 2.  $\text{tpquad.}$  fit 4. vera æstimatio. Iterum, sit cubus  $\text{p.}$  21. rebus, æqualis 9. quadratis  $\text{p.}$  5. erunt igitur 6. res in posteriore æquatione, quia 9. numerus quadratorum, ductus in 3. tertiam sui partem, producit 27. duc igitur 6. numerum posteriorem rerum, in 3.  $\text{tpquad.}$  fit 18. adde ei 5. fit 23. differentia cuius à numero producto ex cubo c  $\text{tpquad.}$  est 4. & quia aggregatum est minus cubo, ideo cubus & 4. æquabuntur 6. rebus, æstimatio igitur est 2. vel  $\text{p.}$  3.  $\text{m.}$  1. & ficta  $\text{p.}$  3.  $\text{p.}$  1. quæ est  $\text{m.}$  si igitur his addas, 3.  $\text{tpquad.}$  habebis æstimationes quæsitæ 5. & 4.  $\text{p.}$  3. & 2.  $\text{p.}$  3. in harum qualibet verum est, quod cubus & 21. res, æquales sunt 9. quadratis & 5. numero.

## CAPVT XIX.

*De Cubo & Quadratis æqualibus rebus & numero.*

### DEMONSTRATIO.

**S**I etiam cub. a b, & 6. quadrata, æqualia 20. rebus  $\text{p.}$  200. gratiâ exempli, & ponemus b c 2.  $\text{tpquad.}$  erit igitur a e res  $\text{p.}$  2. & eius cubus, erit cubus & 6. quadrata, & 12. res, & 8. iam autem suppositum est, quod cubus a b & 6. quadrata, sint æqualia 20. rebus  $\text{p.}$  200. Igitur ponantur, 20. res & 200. loco cubi & 6. quadratorum, & fiet cubus a c, æqualis 32. rebus  $\text{p.}$  208. at quia 32. res a b, deficiunt à 32. rebus a c, in 32. b c, addantur vtrique parti 32. b c, erunt igitur 32. res  $\text{p.}$  208. æquales cubo  $\text{p.}$  64. tantum enim sunt 32. b c, abiice 64. ab vtraque parte, erit cubus æqualis 32. rebus  $\text{p.}$  144. inde inuenta æstimatione abiice b c,  $\text{tpquad.}$  relinquitur a b.

### REGULA.

Regula igitur est, duc numerum quadratorum, in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, & aggregatum erit numerus rerum, inde duc hunc numerum in  $\text{tpquad.}$  & producti sume differentiam, ab aggregato ex numero æquationis, & cubo  $\text{tpquad.}$  quæ si nulla est, habebis cubum æqualem rebus, si verò sit productum minus aggregato, differentia est numerus, qui cum rebus, æquatur cubo, quod si productum fuerit maius aggregato, differentia est numerus qui cum cubo æquatur rebus, inde habita æstimatione,  $\text{tpquad.}$  residuum est æstimatio vera, quæsitæ.

Exemplum, Cubus & 6. quadrata, æqualia sunt 20 rebus & 56. duc 6. in 2. tertiam sui partem, fit 12. adde ad 20. fit 32. duc 32. in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 64. adde ad 56. numerum æquationis 8. cubum  $\text{tpquad.}$  fit 64. differentia producti ab aggregato nulla est, res igitur æquabuntur cubo, quare deprimendo quadratum æquatur 32. & res est  $\text{p.}$  32. & vera æstimatio  $\text{p.}$  32.  $\text{m.}$  2. Rur-



Rursus, cubus & 6. quadrata, æqualia sint 20. rebus  $\bar{p}$ . 112. duc 6. in 2. vt prius, fit 12. adde ad 20. fit 32. numerus rerum, duc in 2.  $\bar{p}$ quad. fit 64. abiice ex 120. aggregato cubi  $\bar{p}$ quad. & numeri æquationis, relinquitur 65. numerus qui cum 32. rebus æquatur cubo, res igitur est  $\bar{r}$ . 29.  $\bar{p}$ . 1. minue  $\bar{p}$ quad. relinquitur æstimatione rei  $\bar{r}$ . 29.  $\bar{m}$ . 1. Rursus, cubus & 6. quadrata, æqualia sint 20. rebus  $\bar{p}$ . 41. habebis igitur vt prius, in secunda æquatione, 32. res, & 15. numerum, nam detracto 49. aggregato numeri æquationis, & 8. cubi  $\bar{p}$ quad. ex 64. producto 32. in  $\bar{p}$ quad. relinquitur 15. quia verò productum est maius aggregato, erit 15. cum cubo æqualis 32. rebus, & res erit 5. vel  $\bar{r}$ .  $13\frac{1}{4}\bar{m}$ .  $2\frac{1}{2}$ , vel ficta  $\bar{r}$ .  $13\frac{1}{4}\bar{p}$ .  $2\frac{1}{2}$ , abiice 2.  $\bar{p}$ quad. habebis æstimationem veram 3. & duas fictas per  $\bar{m}$ . scilicet  $4\frac{1}{2}\bar{o}$ .  $\bar{r}$ .  $13\frac{1}{4}$ , &  $4\frac{1}{2}\bar{m}$ .  $\bar{r}$ .  $13\frac{1}{4}$  sicut diximus in capitulo primo.

## CAPVT XX.

*De Cubo æquali quadratis rebus & numero.*

## DEMONSTRATIO.

**S**I iterum cubus a c, æqualis 6. quadratis, 5. rebus, & 88. (gratiâ exempli) & ponatur b c  $\bar{p}$ quad. scilicet 2. manifestum est igitur, quod cubus a c, æquatur 6. quadratis a b & 12. a b, & cubis a b, & b c, hæc eadem igitur æqualia sunt 6. quadratis a c, 5. rebus a c, & 88. abiiciatur iam cubus b c communis, scilicet 8. relinquetur, cubus a b & 6. quadrata a b, & 12. a b, æqualia 6. quadratis a c, 5. rebus a c,  $\bar{p}$ . 80. at 6. quadrata a c, superant 6. quadrata a b in 6. gnominibus a b quadrati, & erunt 24. res ex a c minus 6. quadratis b c, quæ sunt 24. igitur 6. quadrata a b & 92. res a c, & 56. æqualia sunt cubo a b, & 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, abiiciantur igitur 6. quadrata a b, communia, relinquentur 29. res a c,  $\bar{p}$ . 56. æquales cubo a b & 12. rebus a b, & 29. res a c superant 29. res a b, in 29. b c. Quare in 58. quia b c est 2. igitur addatur numerus numero, erunt 29. a b & 144. æqualia cubo a b & 12. rebus a b, abiiciantur denuo 12. res communes, erunt 17. res  $\bar{p}$ . 114. æquales cubo, inde habita æstimatione, adde ei b c,

## REGVLA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, & productum adde numero rerum, aggregatum erit numerus rerum, æqualium cubo, pro numero autem, duc numerum rerum secundum in  $\bar{p}$ quad. & productum adde numero æquationis, à quo minue cubum  $\bar{p}$ quad. residuum est numerus, qui cum rebus æquatur cubo, inde inuenta æstimatione, adde ei  $\bar{p}$ quad. & habebis veram æstimationem.

## QVÆSTIO.

Exemplum in hac quæstione, Quidam dedit aureos 2728. ad caput anni vt dicunt, seu sub vsura rediuiua, eâ conditione, vt reciperet tertio anno, ex capitali & vsura, quantum est dimidium capitalis & dimidium eius quod debuisset in fine primi anni, & dimidium eius quod debuisset in fine secundi anni, vbi retinuisset pecunias, & voluisset soluere sub eadem vsura. Pone igitur quod in capite primi anni haberet 144. res, in capite secundi anni habebit 12. quadrata, in capite tertij anni habebit cubum, & hic erit æqualis dimidiis reliquorum annorum simul sumptis, igitur cubus erit æqualis 6. quadratis, 72. rebus & 729. duc igitur 6. numerum quadratorum in 2. tertiam sui partem, fit 12. adde ad 72. fit 84. numerus rerum, duc 84. in 2.  $\bar{p}$ quad. fit 168. adde ei 729. fit 897. abiice 8. cubum  $\bar{p}$ quad. fit 889. igitur cubus æquatur 84. rebus  $\bar{p}$ . 889. æstimatione igitur huius erit  $\bar{r}$ . v. cubica  $444\frac{1}{2}\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $175628\frac{1}{4}$ ,  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v. cubica  $444\frac{1}{2}$ ,  $\bar{m}$ .  $\bar{r}$ .  $175928\frac{1}{4}$  huic adde 2.  $\bar{p}$ quad. habes quæsitam æstimationem  $\bar{r}$ . v. cubicam  $444\frac{1}{2}\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $175628\frac{1}{4}\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v. cubica  $444\frac{1}{2}\bar{m}$ .  $\bar{r}$ .  $175928\frac{1}{4}\bar{p}$ . 2. cuius cubus est quantitas pecuniarum, quæ ei debentur tertio anno, inde detracto 1728. habebis sortem, per terminos analogos.

## CAPVT XXI.

*De Cubo & Numero, æqualibus quadratis & rebus.*

## DEMONSTRATIO.

**S**I cubus & 100. æqualia etiam 6. quadratis, & 24. rebus, & sit cubus ille a c, & b c  $\bar{p}$ quad. cumque cubus a c, æqualis sit cubo a b & 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, & cubo b c, qui est 8. erit cubus a b, & 6. quadrata a b, & 12. res a b, & 108. æqualia 6. quadratis a c, & 24. rebus a c, sed 6. quadrata a b, minora sunt 6. quadratis a c in 6. gnominibus a d e, & 24. res a b, minores sunt 24. rebus a c, in 24. b c, quare cubus a b, & 6. quadrata a b, & 12. res a b, & 108. æquantur 6. quadratis a b, & 6. gnominibus a d e, & 24. rebus a b, & 48. nam 24. b c sunt 48. igitur abiectis ex vtraque parte 6. quadratis a b, & 12. rebus a b, & 48. erit cubus a b, & 60. æqualis 6. gnominibus a d e, & 12. rebus a b, sunt gnomines a d e, 24. res a b,  $\bar{p}$ . 24. eò quod quælibet superficierum a d, & d e, est 2. res, eò quod b d est 2. & quadratum b c est 4. igitur 36. res a b, & 24. æquantur cubo a b  $\bar{p}$ . 60. abiice 24. ex vtraque parte, erit cubus a b  $\bar{p}$ . 36. æqualis 36. rebus a b, inde cognita a b addemus ei b c, quæ est  $\bar{p}$ quad. & conflabitur æstimatio.

## REGV-



REGULA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, & conflabitur numerus rerum, hunc duc in  $\text{tpquad.}$  & productum sume differentiam ab aggregato ex numero  $\text{æquationis}$ , & cubo  $\text{tpquad.}$  quæ si nulla est, erunt res  $\text{æquales}$  cubo. Si vero productum fuerit maius aggregato, differentia est numerus, qui cum rebus  $\text{æquatur}$  cubo, & si aggregatum fuerit maius productum, differentia est numerus, qui cum cubo  $\text{æquatur}$  rebus, inde habita  $\text{æstimatione}$ , addes eam  $\text{tpquad.}$  & conflabitur vera  $\text{æstimatio}$ . Memineris tamen, quod quando capitulum hoc peruenit ad capitulum cubi  $\text{æqualis}$  rebus & numero, addenda erit vera  $\text{æstimatio}$  eius, & ex his quæ  $\text{fiçæ}$  sunt minor, per  $\text{m.}$   $\text{tpquad.}$  ut habeas utramque  $\text{æstimationem}$  capituli cubi & numeri  $\text{æqualis}$  rebus & quadratis, cum capitulum cubi,  $\text{æqualis}$  rebus & numero, unam tantum veram  $\text{æstimationem}$  habeat.

Exemplum, Cubus & 64.  $\text{æqualia}$  sunt 6 quadratis & 24. rebus, duc 6. numerum rerum in 2. tertiam sui partem, fit 12. adde ad 24. fit 36. numerus rerum, quem duc in  $\text{tpquad.}$  fit 72. deinde cuba 2. fit 8. adde ad 64. numerum  $\text{æquationis}$ , fit etiam 72. Ideo quia differentia horum numerorum nulla est, habebimus cubum  $\text{æqualem}$  36. rebus, quare quadratum  $\text{æquabitur}$  36. igitur res est 6. ex capitulo simplici adde ad 2.  $\text{tpquad.}$  fit 8.  $\text{æstimatio}$  rei. Rursus, cubus & 128.  $\text{æquetur}$  6. quadratis & 24. rebus, duc 6. in 2. ut prius, fit 12. adde ad 24. fit 36. numerus rerum, duc 36. in  $\text{tpquad.}$  fit 72. differentia cuius à 136. aggregato 128. numeri  $\text{æquationis}$ , & 8. cubi  $\text{tpquad.}$  est 64. numerus addendus cubo, quia aggregatum 136. est maius productum 72. quare cubus & 64.  $\text{æqualia}$  erunt 36. rebus,  $\text{æstimationes}$  autem sunt 2. & 32.  $\text{m.}$  1. quas adde ad 2.  $\text{tpquad.}$  fiunt veræ  $\text{æstimationes}$  4. vel 32.  $\text{p.}$  1. Rursus, fit cubus & 9.  $\text{æqualis}$  6. quadratis & 24. rebus, duc, ut prius, 6. in 2. tertiam sui partem, fit 12. quem adde ad 34. numerum rerum, fit 36. numerus rerum, ut prius, deinde duc 36. in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 72. differentia cuius à 17. aggregato 8. cubi  $\text{tpquad.}$  & 9. numeri  $\text{æquationis}$ , est 55. ideo quia productum est maius aggregato, addemus 55. ad res, & habebimus cubum,  $\text{æqualem}$  36. rebus  $\text{p.}$  55. huius igitur vera  $\text{æstimatio}$  est,  $\text{R.}$   $17\frac{1}{4}$   $\text{p.}$   $2\frac{1}{4}$ , falsa maior est  $\text{m.}$  5. & falsa minor  $\text{m.}$  v.  $\text{R.}$   $27\frac{1}{4}$   $\text{m.}$   $2\frac{1}{4}$ , seu ut clarius intelligas,  $2\frac{1}{4}$   $\text{m.}$   $\text{R.}$   $17\frac{1}{4}$ , adde igitur hanc  $\text{æstimationem}$ , & similiter veram,  $\text{tpquad.}$  quæ est 2. habebis  $\text{æstimationes}$  quæritas, alteram  $4\frac{1}{2}$   $\text{p.}$   $\text{R.}$   $17\frac{1}{4}$ , reliquam  $4\frac{1}{2}$   $\text{m.}$   $\text{R.}$   $17\frac{1}{4}$ .

CAPVT XXII.

De Cubo, Rebus & Numero, æqualibus quadratis.

DEMONSTRATIO.

**S**IT denuo cubus a c, cum 4. rebus, & 16. numero,  $\text{æqualis}$  6. quadratis, & b c sit  $\text{tpquad.}$  ut prius, resoluemus igitur cubum a c, qui  $\text{æqualis}$  est cubo a b, 6. quadratis a b, 12. rebus a b, & cubo b c, qui est 8. erit hoc totum, cum 4. rebus a c, & 16.  $\text{æquale}$  6. quadratis a c, quare cum 4. res a c, sint 4. res a b,  $\text{p.}$  4. b c & ideo  $\text{p.}$  8. erunt cubus a b,  $\text{p.}$  6. quadratis a b,  $\text{p.}$  16. rebus a b,  $\text{p.}$  32.  $\text{æqualia}$  6. quadratis a c, 6. autem quadrata a c,  $\text{æqualia}$  sunt ut demonstratum est, 6. quadratis a b,  $\text{p.}$  24. rebus a b,  $\text{p.}$  24. igitur cubus a b, & 6. quadrata a b, & 16. res a b, & 32.  $\text{æqualia}$  sunt, 6. quadratis a b,  $\text{p.}$  24. rebus a b,  $\text{p.}$  24. abice ex utraque parte 6. quadrata a b, & 16. res, & 24. relinquetur cubus a b,  $\text{p.}$  8.  $\text{æqualis}$  8. rebus, inde cognita a b, adde ei b c,  $\text{tpquad.}$  & fiet a c cognita, rei  $\text{æstimatio}$ . Rursus, cubus & 4. res & 1.  $\text{æquantur}$  6. quadratis, erunt igitur 6. quadrata a c, ut prius, 6. quadrata a d, 24. res a b, & 24. At cubus a c, cum 4. rebus a c,  $\text{p.}$  1.  $\text{æqualis}$  est cubo a b, & 6. quadratis a b, & 16. rebus, & 17. quare abiectis communibus, 6. quadratis a b, & 16. rebus a b, & 17. erit reliquum reliquo  $\text{æquale}$ , scilicet cubus,  $\text{æqualis}$  8. rebus  $\text{p.}$  7. inde cognita a b, habes a c, ut prius, addendo b c  $\text{tpquad.}$

REGULA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in sui tertiam partem, & à productum minue numerum rerum, quod si fieri nequeat, casus est impossibilis, in vera  $\text{æstimatione}$ , residuum itaque erit numerus rerum, inde multiplica primum numerum rerum in  $\text{tpquad.}$  & productum adde numero  $\text{æquationis}$ , huius aggregati & dupli cubi  $\text{tpquad.}$  differentiam accipe, quæ si nulla est, habes cubum  $\text{æqualem}$  rebus solum, sin duplum cubi  $\text{tpquad.}$  maius est, differentia est numerus addendus rebus, si duplum cubi minus est aggregato, differentia est numerus addendus cubo, inde  $\text{æstimationi}$  inuentæ adde  $\text{tpquad.}$  ut habeas  $\text{æstimationem}$  veram.

Exemplum, cubus & 4. res & 8.  $\text{æquantur}$  6. quadratis, duc 6. in 2. tertiam sui partem, fit 12. abice 4. fit numerus rerum 8. duc etiam 4. numerum rerum, priorem, in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 8. adde ad 8. numerum  $\text{æquationis}$ , fit 26. huius & dupli cubi  $\text{tpquad.}$  quod est etiam 16. nulla est differentia, quare cubus  $\text{æquatur}$  8. rebus, & rei  $\text{æstimatio}$  est  $\text{R.}$  8. cui adde 2.  $\text{tpquad.}$  fiet vera  $\text{æstimatio}$  rei,  $\text{R.}$  8.  $\text{p.}$  2. Rursus, cubus  $\text{p.}$  4. rebus  $\text{p.}$  16.  $\text{æqualis}$  fit 6. quadratis, duco 6. in 2.  $\text{tpquad.}$  ut prius, fit 12. abice 4. numerum rerum,



rerum, fit 8. rerum numerus, duco 4. numerum priorem rerum, in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 8. adde ad 16. numerum æquationis, fit 24. abice 16. duplum cubi  $\text{tpquad.}$  relinquitur 8. igitur addemus 8. cubo, quia aggregatum maius est duplo cubi  $\text{tpquad.}$  & fiet cubus  $\bar{p}$ . æqualis 8. rebus, res igitur est 2. vel  $\bar{r}$ . 5.  $\bar{m}$ . 1. quare addito 2.  $\text{tpquad.}$  fiet vera æstimatione 4. vel  $\bar{r}$ . 5.  $\bar{p}$ . 1. Rursus, cubus & 4. res & 1. æquentur 6. quadratis, eruntque, ut prius, 8. res, & ducto numero rerum priore, qui est 4. in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 8. addito 1. numero æquationis, fit 9. duplum cubi  $\text{tpquad.}$  est 16. differentia est 7. & quia duplum cubi maius est aggregato, erunt 8. res, & 7. æqualia cubo, quare res valet  $\bar{r}$ .  $7\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{2}$ , vel in æquatione falsa, minor æstimatione erit 1.  $\bar{m}$ . adde 3.  $\text{tpquad.}$  cuius, habebis duas veras æstimationes, scilicet 1. &  $\bar{r}$ .  $7\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{2}$ .

Memineris autem eius, quod diximus in præcedenti capitulo, etiam hinc, quod cum pervenerit æquatio ad cubum æqualem rebus tantum, quia falsa æstimatione à vera non differt in numero, ideo pro secunda æstimatione, quia nihil additur, nec  $\bar{p}$ . nec  $\bar{m}$ .  $\text{tpquad.}$  ideo ipsa  $\text{tpquad.}$  erit æstimatione vera, in utroque, ut hic æstimatione cubi & 4. rerum & 8. æqualium 6. quadratis, erit  $\bar{r}$ . 8.  $\bar{p}$ . 2. vel 2. & in præcedente capitulo, æstimatione cubi & 64. æqualium 6. quadratis & 24. rebus, erit 8. ut dictum est, & etiam est 2.  $\text{tpquad.}$  scilicet, & hoc, quia omnes additiones & deductiones, ex tertia parte numeri quadratorum fieri debent.

## CAPUT XXIII.

*De Cubo. Quadratis & Numero, æqualibus rebus.*

## DEMONSTRATIO.

**S**IT etiam cubus, 6. quadrata, & 4. æqualia 41. rebus, & sit cubus a b, cui addam b c  $\text{tpquad.}$  eritque a c cubus, æqualis cubo a c, 6. quadratis, 12. rebus, & 8. loco cubi a b 6. quadratorum, & 4. ponantur 41. res, his æquales, erit cubus a c æqualis 53. rebus a b, & 4. qui est differentia cubi b c, & 4. numeri æquationis primi, ad complendum igitur 53. res a c, addantur 53. b c, eruntque cubus a c  $\bar{p}$ . 106. æqualia 53. rebus a c  $\bar{p}$ . 4. abice 4. ex utraque parte, erit cubus  $\bar{p}$ . 102. æqualis 53. rebus suis, inde a c æstimatione inuenta, abice b c  $\text{tpquad.}$  relinquetur a b cognita, & res ipsa.

## REGULA.

Regula igitur est, Duc numerum quadratorum in tertiam sui partem, productum adde numero rerum, fiet numerus rerum secundus, ab hoc minue quadratum  $\text{tpquad.}$  & residuum duc in  $\text{tpquad.}$  & totum productum adde numero æquationis,

& conflabitur numerus, qui cum cubo æquabitur rebus iam assignatis, inde ab eius æstimationibus minue  $\text{tpquad.}$  residua sunt quæstæ æstimationes, ideo sufficiet vnum exemplum.

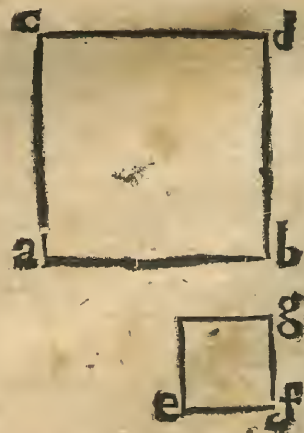
Cubus & 6. quadrata & 12. æquantur 31. rebus, duc 6. numerum quadratorum, in 2. sui tertiam partem, fit 12. adde ad 31. fit 43. numerus rerum, ab hoc abice 4. quadratum  $\text{tpquad.}$  relinquetur 39. quem duc in 2.  $\text{tpquad.}$  fit 78. adde ad 12. numerum æquationis, fit 90. igitur cubus  $\bar{p}$ . 90. æquatur 43. rebus, res igitur est 5. vel  $\bar{r}$ .  $24\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ .  $2\frac{1}{2}$ , abice 2.  $\text{tpquad.}$  habebis veras æstimationes 3. vel  $\bar{r}$ .  $24\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ .  $4\frac{1}{2}$ , & in iis ambabus, verum est quod cubus & 6. quadrata & 12. æquantur 31. rebus. Memineris igitur quod omnes horum capitulorum æstimationes, habentur, addendo semper veras & fictas æstimationes capitulorum in quo resoluuntur  $\text{tpquad.}$  & dummodo numerus relinquitur, etiam id quod additur fit  $\bar{m}$ . purum, illud relictum est rei vera æstimatione. Possunt etiam resolui in capitula alia quatuor denominationum, ut liquet.

## CAPUT XXIV.

*De 44. Capitulis derivatiis.*

## DEMONSTRATIO.

**S**IT igitur (gratia exempli) cubus quadrati, cum 6. quad. quadrati, æqualis 100. & sit cubus quadrati, corpus a b c d, altitudinem habens a b, erit igitur quadratum, quia latus cubi cum corporis a b c d, quod supponitur cubus quadrati, manifestum est igitur, quod superficies a b c d, est quad. quadratum, quia iam a b supponitur quadratum, sexcuplum igitur a b c d superficiem, cum a b c d corpore, æquale est 100. ex supposito, ponatur igitur a b res, erit igitur corpus a b c d cubus, & superficies a b c d quadratum, suppositum est autem, quod corpus a b c d, cum sexcuplo a b c d superficiem, sit æquale 100. igitur



cubus a b & 6. quadrata a b, æqualia sunt 100. quare ex suo capitulo a b cognita, at a b in prima interrogatione fuit quadratum,



# Cap. XXIV. De 44. Capitulis der. 265

tum, igitur æstimatio quadrati in prima interrogatione, quando cubus quadrati, & 6. quad. quadrata, æquantur 100. cognita erit, cum sit eadem æstimationi rei in secunda questione. At nos volumus in prima questione rei æstimationem, res autem est semper 32. quadrati, igitur 32. a b æstimationis inuenti per secundam questionem, est rei æstimatio in prima questione, ut proponebatur. Eadem ratione, si posuerimus cubum quadrati, & 6. cubos, æquales 100. erit corpus a b c d, cubus quadrati, & a b quadratum, cui si ponatur aliqua superficies quadrata æqualis, puta e f g. erit sexcuplum corporis ex e f in e f g, cum corpore a b c d, æquale 100. ponatur modò corpus e f g res, quia igitur e f est 32. a b, ex supposito erit cubus e f 32. cubi a b, igitur corpus a b c d, quadratum corporis ex e f in e g, posito igitur corpore a b c d quadrato, erit cubus e f res, & sexcuplum eius sex res, & iam sexcuplum cubi e f, cum corpore a b c d, æquabatur 100. & non mutantur corpora, sed manent eadem, & sexcuplum cubi e f, est 6. res, & corpus a b c d quadratum, igitur quadratum & 6. res, æquantur 100. igitur res est cognita, scilicet cubus e f, sed cum e f sit latus cubicum sui cubi, igitur e f cognita erit, quæ est 32. cubica æstimationis inuentæ. At cum e f sit res, in prima questione, quia est 32. quadrata a b, & a b supponitur quadratum, posito a b c d, corpore cubo quadrati, igitur posito a b c d corpore cubo quadrati, erit res e f, nota latus scilicet cubicum æstimationis inuentæ per secundam questionem, quam volumus.

Ex hoc manifestæ sunt regulæ capitulorum deriuatiuorum omnium. Ostendimus enim in vniuersum, capitula 16. primitiua composita & sunt hæc.

Primum, Quadratum æquale rebus & numero. 2<sup>m</sup>, res æquales quad. & numero. 3<sup>m</sup>, numerus æqualis quadrato & rebus. 4<sup>m</sup>, cubus æqualis rebus & numero. 5<sup>m</sup>, res æquales cubis & numero. 6<sup>m</sup>, numerus æqualis cubo & rebus. 7<sup>m</sup>, cubus æqualis quad. & numero. 8<sup>m</sup>, quadrata æqualia cubo & numero. 9<sup>m</sup>, numerus æqualis cubo & quad. 10<sup>m</sup>, cubus æqualis quad. rebus & numero. 11<sup>m</sup>, quad. æqualia cubo rebus & numero. 12<sup>m</sup>, numerus æqualis cubo quad. & rebus. 13<sup>m</sup>, res æquales cubo quad. & numero. 14<sup>m</sup>, cubus & numerus æquales quad. & rebus. 15<sup>m</sup>, cubus & res æquales quad. & numero. 16<sup>m</sup>, cubus & quad. æqualia rebus & numero. Manifestum est autem quòd ex his 2<sup>m</sup>, 5<sup>m</sup>, 8<sup>m</sup>, 11<sup>m</sup>, 13<sup>m</sup>, & 14<sup>m</sup>, secundum naturam, habent duas æstimationes, ex toto diuersas, & à diuersis regulis pendentes. Vnde duplicatis his capitulis fient capitula primitiua 22. composita, & quia 15<sup>m</sup> habet tres æstimationes, erunt capita 24. vnicuique autem eorum debentur duo capitula deriuatiua, alterum ex natura quadrati, alterum ex natura cubi, nam etsi deriuatiua sint infinita, in vnoquoque capitulo, omnia tamen reducuntur ad alterum horum duorum modorum, loquendo de his, de quibus potest ha-

Tom. IV.

beri regula generalis. Igitur manifestum est, ipsa esse ad vnguem 48. Et mea nihil refert de numero dicere, modo scias, quòd omnia primitiua, habent duo deriuatiua diuersi generis, & quòd capitula primitiua composita, ad minus reduci nequeunt quàm 18. igitur contracto numero quantumvis erunt deriuatiua saltem 36. nam capitula rerum æqualium numero & cubo, & quadratorum æqualium cubo & numero, necessario sunt duplicata, manifestum est enim, quantum vna æstimatio ab alia differat. Oblato igitur capitulo, ex tribus aut quatuor denominationibus, si non adsit numerus, primò omnes denominationes per minorem deprime, ita ut minor in numerum euadat, deinde accipe inferiorem denominationem, & vide si constat capitulum, ex tribus denominationibus, an minor sit radix maioris quadrata vel cubica, vel quòd radix minoris quadrata, sit 32. cubica maioris, tunc quares æstimationem in consimili capitulo ex 16. deinde eius æstimationis, accipe talem radicem, qualis est denominatio minor, comparata ad minorem, vna vnius ordinis ad reliquam, & ad facilitatem. Disposui deriuatiua omnia, in directo suorum primitiuorum, in capitulo secundo, etiam constantia ex quatuor denominationibus, in quibus si bene adueteris, semper minor denominatio, id est, inferior post numerum, est radix quadrata vnius, & 32. cubica alterius, denominatio nis eiusdem capituli. Exemplum, Igitur si quis dicat,

Quad. quad. p. 2. quadratis, æquantur 10. vides quòd eius primitiuum est quad. & res, æqualia numero, quare igitur æstimationem quadrati p. 2. rebus, æqualis 10. & est 32. 11. m. 1. & quia res est 32. quadrata quadrati dic quòd æstimatio est 32. v. 32. 11. m. 1.

Cu. quad. p. 2. cu. æquatur 10. eius primitiuum est etiam quad. p. rebus, æqualia numero, cum igitur quad. & 2. res, æquantur 10. æstimatio rei est 32. 11. m. 1. cum igitur res sit 32. cubica cubi, minor scilicet denominatio minoris, erit æstimatio quæsitæ 32. v. cub. 32. 11. m. 1.

Quadratum relati primi, & 2. rel prima 3 æquantur 10. vides quòd relatum est 32. quadrata, quadrati relati primi, dic igitur hoc esse deriuatiuum ex genere quadrati, si igitur quad. & 2. res, æquantur 10. æstimatio est 32. 11. m. 1. igitur cum res sit 32. relata relati, dices quòd æstimatio quæsitæ, est 32. relata v. 32. 11. m. 1.

Cubus quadrati p. 3. quad. quadratis, æqualis est 20. tunc vides, quòd eius primitiuum est cubus & quadrata, æqualia numero, cum igitur cubus & 2. quadrata, æquatur 10. æstimatio rei est 2. & quia quadratum est radix quad<sup>a</sup>, qd. quad<sup>a</sup>, ideo æstimatio reierit 32. 2.

Cubus quadrati p. 3. quad. quadratis, p. 5 10. æquantur 15. quadratis, vides quòd eius primitiuum in tabula, vel ex ratione dicta, est cubus & quadrata & numerus, æqualia rebus, ideo quare æstimationem cubi & 3. quad. & 10. æqualium 15. rebus. quæ est 2. & quia res est radix quadrata, quadrati, ideo dices quòd æstimatio rei erit 32. 2.

Z

Cubus



6 Cubus cubi & 3. cu. quadrata, & 10. æquantur 15. cubis, dices vt prius, primitiuum esse cubum & quadrata & numerum, æqualia rebus. Igitur si cubus & 3. quadrata & 10. æquantur 15. rebus, res est 2. & quia res est 2. cubica cubi, ideo dicemus quod æstimatio erit 2. cubica 2. & quia primitiuum habet duas æstimationes, vt notum est, totidem etiam habebit deriuatiuum, & vtriusque 2. cubica in hoc exemplo & quadrata in præcedenti, satisfaciunt, & hoc est generale omnibus deriuatiuis, vt habeant totidem æstimationes, quot sua primitiua.

7 Sit etiam cubus cubi æqualis 3. cubis quadrati & 16. tunc quia ducta 2. cubi quadrati quæ est cubus, in cubum quadrati, fit cubus cubi, ideo res erit in capitulo deriuatiuo generali, & eius primitiuum erit, cubus æqualis quadratis & numero, si igitur cubus æqualis sit 3. quadratis p. 16. æstimationis rei erit 4. quia igitur quadratum minor denominatio in secunda æquatione, est 2. cub. cubi quadrati, ideo dico, quod sumenda erit 2. cub. 4. pro æstimatione. Et ita de aliis.

Et similiter dices, de cubo cubi & cubo, nam potest referri ad rem & cubum, vt enim res est 2. cubica cubi, sic cubus est 2. cu. cub. cubi. Potest & referri ad quadratum, cubum quadrati, nam ex vtraque in suam radicem, producit compar denominationem, nam ex quadrato in rem, fit cubus, & ex cu. quadrati in cubum, fit cubus cubi, sed prior modus est facilior.

## C A P V T XXV.

### *De Capitulis imperfectis & specialibus.*

**R**EGVLÆ hæc dicuntur generales, & hoc duabus de causis: prima, quia modus in se generalis est, quamquam repugnet naturæ æstimationis, vt sit vniuersalis, velut si quis dicat, omnis numerus productus ex aliquo in se ducto, quadratus est. Regula est generalis: nec tamen sequitur; quod per hanc regulam cognoscam omnem numerum quadratum, quia non licet cognoscere omnem numerum, qui ex alio in se ducto producit. Dicitur & generalis regula, quia exhaurit æstimationis genus vniuersum, quamquam æstimatio non exhauriat regulam, particulares tamen sunt regulæ, quia non omnem propositam questionem per illas soluere possumus.

1 Cum igitur cubus æqualis est rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum vna in alterius radicem, fiat numerus æquationis, tunc adde quartam partem eius partis, cuius sumenda esset radix alteri parti, & 2. aggregati, addito dimidio 2. partis, cuius assumpsisti radicem, est æstimatio rei.

Exemplum, Cubus æqualis sit 20. rebus & 32. tunc ex 16. in 2. 4. fit 32. igitur addo 1.

$$\begin{array}{r} 1. \text{ cub. } \text{æqualis } 20. \text{ rebus p. } 32. \\ 16 \text{ — } 4. \\ 2. \text{ 17. p. } 1. \end{array}$$

quartam partem 4. ad 16. fit 17. cuius 2. p. 1.

dimidio 2. 4. est rei æstimatio, quare res est 2. 17. p. 1.

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, producentes numerum æquationis, quorum vnus sit 2. aggregati, ex altero & numero rerum, ille qui est 2. est rei æstimatio.

Si n. ille numerus est radix numeri rerum & partis producentis numerum, igitur si sit res ducta in quadratum producit cubum, & ducta in numerum rerum producit res, & in aliam partem ex supposito numerum. Quare cubus æqualis erit rebus illis cum numero.

Exemplum, Cubus æquatur 24. p. 32. rebus & sunt duo numeri, producentes 24. qui

cubus æqualis 24. p. 32. rebus.

$$\begin{array}{r} 6 \text{ — } 4 \text{ — } 32. \\ 36. \\ 6. \end{array}$$

sunt 6. & 4. quorum 6. est 2. aggregati, ex 32. numero rerum, & 4. alio producente, nam 6. est 2. 36. igitur 6. est rei æstimatio.

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris duas partes, ex quarum vtraque in alterius radicem mutuo, fiat dimidium numeri æquationis, radices illarum partium, constituunt iunctæ, rei æstimationem. Nam cum aggregatum cuborum & duorum parallelepipedorum mutuum se habeat ad reliqua quatuor parallelepipeda vt aggregatum quadratorum ad duplum producti vnus in alterum: Et iam ex supposito 2. illæ partium numeri rerum qui numerus est æqualis aggregato quadratorum, producant in ipsa quadrata mutuo dimidium numeri, his igitur producent numerum, ergo aggregatum illarum 2. est res.

Exemplum, Cubus æquetur 10. rebus p. 24. & ex 10. sunt duæ partes, 9. & 1. ex qua-

cubus æqualis 10. rebus p. 24.

$$\begin{array}{r} 9 \text{ — } 1. \quad 12. \\ 3. \times 1. \\ 12. \end{array}$$

rum mutua vnus in 2. alterius multiplicatione sunt 9. & 3. qui iuncti faciunt 12. dimidium 24. igitur radices 9. & 1. quæ sunt 3. & 1. iunctæ, constituunt 4. rei æstimationem.

Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & ex numero rerum feceris tres partes in eadem proportionem, ex quarum ductu media in aggregatum, radicum primæ & tertiæ fiat numerus æquationis, seu ex tertia in 2. primæ, & primæ in 2. tertiæ, quod idem est, tunc tale aggregatum distantiarum radicum, est rei æstimatio. Quia proportio quadratorum partium cum superficie media ad mediam superficiem est sicut aggregati cuborum cum quatuor parallelepipedis ad duo reliqua parallelepipeda: & illa duo quadrata habent superficiem in media proportionem, igitur diuiso cubo iuxta rationem basis lagere quadratorum, si producant numerum inuicem mutuo ducta seu media sit superficies in rem, ex re in reliquis tres partes basis, fiet sex corpora residua cubi: ergo cubus ille est æqualis rebus & numero.

Exemplum, Cubus æquatur 19. rebus p. 30. & ex 19. sunt tres partes analogæ, 9.



# Cap. XXV. De Capitulis imp. &c. 267

$$\begin{array}{|l} \text{cubus æqualis } 19. \text{ rebus } \bar{p}. 30. \\ 4 \text{ — } 6 \text{ — } 9. \\ 2. \qquad 3. \\ 13 \text{ — } 18 \text{ — } 30. \end{array}$$

6. 4. ex quarum secunda, quæ est 6. in 5. aggregatum radicem primæ & tertiæ, fit 30. ideo 5. aggregatum radicem, est rei æstimatione.

5. Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inueneris duos numeros, quorum aggregatum, ductum in productum vnus in alterum, producat tertiam partem numeri æquationis: & quadrata illorum æqualia fuerint aggregato ex numero rerum, & pro-producto vnus in alterum, tunc aggregatum illorum numerorum, est rei æstimatione.

Hæc, n. est conuersa generalis regulæ.

Quia, n. a c cum

quadrato differen-

tiæ est æquale nu-

mero rerum Igitur

(per demonstrat in

libro de proporti-

nibus) totidem res

æquabuntur cubis

a b & b c. Ibidem

etiam est demonstratum quod productum

a b in b c quadratum, & b c in quadratum

a b est æquale ductui a c in a e, prius autem

supponitur æquale tertiæ parti numeri, er-

go & hoc & triplum triplo. Igitur a c cubus

æquatur numero & rebus propositis.

Exemplum, Cubus æquatur 7. rebus  $\bar{p}$ .

90. & 3. & 2. ducti inuicem producant 6.

$$\begin{array}{|l} \text{cubus æqualis } 8. \text{ rebus } \bar{p}. 90. \\ 9. \quad 3. \\ 4. \quad 2. \quad 6 \text{ — } 7 \text{ — } 13. \\ 13. \quad 5. \quad 30. \end{array}$$

qui ductus in 5. aggregatum, producit 30. tertiā partem 90. differentia verò 13. aggregati quadratorum, ab ipso 6. producto vnus in alterum, est 7. numerus rerum, ideo 5. aggregatum illorum, est rei æstimatione.

6. Cum fuerit cubus æqualis rebus & numero, & inuentus fuerit numerus cubicus, cuius  $\bar{p}$ . cubica, ducta in numerum rerum, producat aggregatum, ex numero cubico inuento, & numero æquationis, seu illorum differentiam, tunc res  $\bar{p}$ . eadem  $\bar{p}$ . cubica, erit communis diuisor cubi,  $\bar{p}$ . eodem numero cubico, & numeri rerum cum numero aggregato, ex numero æquationis, & numero cubo, vel res  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . cubica eadem, erit communis diuisor, cubi  $\bar{m}$ . numero cub. inuento, & numeri rerum  $\bar{m}$ . differentia æquationis, & numeri cubi inuenti, inde peruenies ad rei æstimationem.

Exemplum, Cubus æquatur 16. rebus  $\bar{p}$ . 21. tunc quia addita 27. numero cubo, ad 21. fit 48. qui producitur ex 3.  $\bar{p}$ . cubica 27. in 16. numerum rerum, ideo dico, quod res  $\bar{p}$ . 3. erit communis diuisor, addito 27. vtrique parti, scilicet cubo & 16. rebus  $\bar{p}$ . 21. inde facta diuisione, habebis quadra-

Tom. IV.

$$\begin{array}{|l} \text{cubus æqualis } 16. \text{ rebus } \bar{p}. 21. \\ 3. \quad 27. \\ 48. \quad 48. \\ 1. \text{ res } \bar{p}. 3. \\ \text{cubus } \bar{p}. 27. \mid 16. \text{ res } \bar{p}. 48. \end{array}$$

tum  $\bar{m}$ . 3. rebus  $\bar{p}$ . 9. æqualia 16. quare quadratum æquabitur 3. rebus  $\bar{p}$ . 7. & res erit  $\bar{p}$ .  $9\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$ . Et similiter, si dicamus, cubus æquatur 4. rebus,  $\bar{p}$ . 15. hic abiecto 15. ex 27. numero cubo, differentia quæ est 12. continet 4. numerum rerum, in 3. radice cubica 27. ideo dico, quod abiecto communi 27. ex vtrique parte, fiet cubus

$$\begin{array}{|l} \text{cubus æqualis } 4. \text{ rebus } \bar{p}. 15. \\ 3 \text{ — } 27. \\ 12. \quad 12. \\ 1. \text{ res } \bar{p}. 3. \\ \text{cubus } \bar{m}. 27. \mid 4. \text{ res } \bar{m}. 12. \end{array}$$

$\bar{m}$ . 27. æqualis 4. rebus  $\bar{m}$ . 12. inde diuisis ambobus per rem  $\bar{m}$ . 3. communem diuisorem, fiet quad.  $\bar{p}$ . 3. rebus  $\bar{p}$ . 9. æquale 4. quare æquatio nulla sequetur, quamuis peruenies ad modum æquandi, in detractio-ne, nisi forsitan aliquando per  $\bar{m}$ . lynce-rum.

Cum fuerit cubus æqualis rebus & nu-7  
mero, & ex numero rerum auferatur  $\frac{3}{4}$  qua-drati rei, &  $\bar{p}$ . residui addatur, aut minua-tur, ex dimidio rei, aggregatum ductum in quadratum residui, & residuum ductum in quadratum aggregati, producant numerum æquationis.

Exemplum, Cubus æquatur 14. rebus  $\bar{p}$ . 8. & rei æstimatione est 4. cuius quadratum

$$\begin{array}{|l} \text{cubus æqualis } 14. \text{ rebus } \bar{p}. 8. \text{ res } 4. \text{ qua-} \\ \text{dratum } 16. \\ \frac{3}{4} \text{ quadrati } 12 \text{ — } 14 \text{ — } 2. \\ 2. \bar{p}. \bar{p}. 2. \text{ — } 6. \bar{p}. \bar{p}. 32. \\ 2. \bar{m}. \bar{p}. 2. \quad 6. \bar{m}. \bar{p}. 12. \\ 8. \end{array}$$

est 16. huius  $\frac{3}{4}$  sunt 12. abiice ex 14. nu-mero rerum fit 2. residuum, cuius radicem adde, & minue ex 2. dimidio 4. æstimationis rei sunt 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 2. & 2.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 2. dico igitur quod ex vno in quadratum alterius mutud sunt 8. scilicet numerus æqua-tionis.

Cum fuerit cubus æqualis rebus & nu-8  
mero, & diuiseris dimidium numeri æqua-tionis, per rei æstimationem, addiderisque prouentum numero rerum, & ab aggregato detraxeris  $\frac{3}{4}$  quadrati ipsius rei,  $\bar{p}$ . resi-dui, addita & detracta, à dimidio æstima-tionis, ostendit partes, ex quarum ductu vnus in quadratum alterius mutud, pro-ducitur dimidium numeri æstimationis.

Exemplum, Cubus æquatur 14. rebus  $\bar{p}$ . 8. & æstimatione est 4. diuide 4. dimidium 8. per 4. æstimationem, exit 1. adde ad 14. fit 15. abiice 12 qui sunt  $\frac{3}{4}$  quadrati æstima-tionis, relinquitur 3. cuius radicem adde ac mi-nue, ex 2. dimidio æstimationis, habebis 2.  $\bar{p}$ .

Z 2

$\bar{p}$ . 3.



# 268 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

|                               |              |
|-------------------------------|--------------|
| cubus æqualis 24. rebus p. 8. |              |
| 1 ————— 4 ————— 4             |              |
| 15 ————— 12 ————— 3           |              |
| 2. p. R. 3.                   | 2. m. R. 3.  |
| 7. m. R. 48.                  | 7. p. R. 48. |
| 2.                            | 2.           |

R. 3. & 2. m. R. 3. ex quorum ductu vnus, in quadratum alterius mutuò, fit 4. dimidium numeri æquationis.

- 9 Cum fuerint res æquales cubo & numero, & inueneris numerum, qui ductus in R. aggregati, ex ipso & numero rerum, producat numerum æquationis, tunc dimidia eius R. addita vel detracta radici differentie numeri æquationis, &  $\frac{1}{4}$  eiusdem aggregati, constituit rei æstimationem.

Exemplum, Cubus p. 12. æquatur 34. rebus, tunc quia addendo 2. ad 34. pro-

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| cubus & 12. æqualis 43. rebus. |     |
|                                | 2.  |
|                                | 36. |
| 12 ————— 2 ————— 6.            |     |
| 34.                            | 3.  |
|                                | 27. |
|                                | 7.  |

ductum ex ipso 2. in 6. R. 36. aggregati 2. & 34. est 12. numerus æquationis, ideo dico, quod si ad 3. dimidium radicis 36. addatur vel minuatur R. 7. differentie 34. numeri rerum & 27. quod est  $\frac{1}{4}$  quadrati 6. seu talis aggregati, quod confurget rei æstimatione, 3. p. R. 7. vel 3. m. R. 7.

- 10 Cum fuerint res æquales cubo & numero, & subtraxeris talem numerum ex numero æquationis, ita quod R. cuba differentie, ducta in numerum rerum, producat numerum detractum, tunc res m. R. cuba differentie, erit communis diuisor, facta detractio, & hæc regula similis est sextæ, sicut præcedens secundæ.

Exemplum, 16. res æquantur cubo & 21. detracto 48. relinquitur 27. cuius R.

|                                |                |
|--------------------------------|----------------|
| cubus & 21. æqualis 19. rebus. |                |
|                                | 48.            |
|                                | 27 ————— 3.    |
|                                | 48.            |
|                                | res m. 3.      |
| cubus m. 27.                   | 16. res m. 48. |

cubica 3. ducta in 16. numerum rerum, producit 48. igitur detracto 48. ex vtraque parte, fient cubus m. 27. & 16. res m. 48. inde diuisor communis erit res m. 3. & prouenient quadratum & 3. res & 9. æqualia 19. quare quadratum & 3. res, æquabuntur 7. & rei æstimatione erit, R.  $9\frac{1}{4}$  m.  $1\frac{1}{4}$ .

- 11 Cum fuerint res æquales cubo & numero, & ex numero rerum feceris tres partes proportionales, ex quarum secunda,

ducta in differentiam radicem primæ & tertiæ, seu ex ductu primæ in R. tertiæ, & tertiæ in R. primæ, differentia æqualis fuerit tertiæ parti numeri æquationis, erit differentia illarum radicem rei æstimatione, & est similis 4.

Exemplum, 19. res æquales sunt cubo & 18. cum ex 19. factæ fuerint tres partes

|                                |                     |    |
|--------------------------------|---------------------|----|
| cubus & 18. æquales 19. rebus. |                     |    |
| 9.                             | 6.                  | 4. |
| 3                              | 1.                  | 2. |
|                                | 6 ————— 3 ————— 18. |    |

proportionales 4. 6. 9. ex quarum media 6. ducta in differentiam radicem 9. & 4. quæ est 1. fiat 6. tertia pars 18. numeri æquationis, ideo dico quod 1. differentia talium radicem est rei æstimatione.

Cum fuerint res æquales cubo & numero, & cum R. cubica numeri æquationis, diuiseris numerum rerum & de eo quod exit, feceris duas partes, ex quarum ductu vnus in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc quantitas proportionalis, inter R. cubicam numeri æquationis, & partem, quam ducis in quadratum alterius, vt fiat æquationis numerus, est rei æstimatione.

Exemplum, 18. res æquantur cubo p. 8. diuiso 18. per 2. R. cubicam 8. exit 9. ex

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| 18. res æquantur cubo p. 8. |    |
| 2 ————— 2.                  |    |
| 9 ————— 8.                  |    |
| 1                           | 4. |
|                             | 8. |

quo fiunt duæ partes 8. & 1. ex quarum vna quæ est 2. in quadratum alterius quod est 1. fit 8. numerus æquationis, ideo 4. numerus medius proportionem inter 8. partem 9. quam duxisti in quadratum 1. alterius partis, & 2. R. cubam 8. numeri æquationis, est rei æstimatione.

Cum fuerit cubus & numerus æqualis 13 rebus, & ex tertia parte numeri rerum, feceris duas partes, quæ ductæ in suas radices, producant duos numeros, qui iuncti, æquales sint dimidio numeri æquationis, aggregatum illarum radicem, est rei æstimatione, & est similis tertiæ regulæ.

Exemplum, 15. res æquantur cubo & 18. capio 5. tertiam partem 15. ex quo facio duas partes, 4. & 1. quæ du-

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| 15. res æquales cubo p. 18. |  |
| 5.                          |  |
| 1 ————— 4.                  |  |
| 1 ————— 2 ————— res 3.      |  |
| 1 ————— 8 ————— 9 ————— 9.  |  |

ctæ in suas radices, 2. & 1. producant 8. & 1. quorum aggregatum 9. est dimidium 18. numeri æquationis, ideo dico, quod



# Cap. XXV. De Capitulis imp. &c. 269

quod 3. aggregatum talium radicem, est rei æstimatione. Et iam scis, etiam ex regula generali, quod quotiens ex numero rerum possunt fieri duæ partes, quarum una ducta in alterius radicem, producat numerus æquationis, quod talis re. est rei æstimatione, & quod hoc potest esse duobus modis, & quomodo cadat in Binomio vel reciso & integris, ideo quamuis essent similes primæ regulæ, quia tamen ex capitulo generali, quasi violenter in eam rapimur, satis fuerit admonuisse hîc.

- 14 Cum fuerit numerus æqualis cubo & quadratis, & sciueris ex numero quadratorum facere duas partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius, fiat numerus æquationis, tunc duces partem quæ non in se ducitur, in aggregatum eius quæ in se ducitur, & quartæ partis eius, quæ non in se ducitur, producti re. detracto dimidio partis, quæ non in se ducitur, est rei æstimatione.

Exemplum, Cubus & 20. quadrata, æquantur 72. ex 20. fiunt duæ partes, 18.

cubus & 20. quadrata æqualia 72.

$$\begin{array}{r} 2. \quad 18. \\ \quad 4\frac{1}{2} \\ \quad \quad 2 \\ \hline 6\frac{1}{2} \quad 18 \quad 117 \\ \text{re. } 117. \text{ m. } 9. \end{array}$$

& 2. & ex una in quadratum alterius fit 72. nam ex 18. in 4. fit 72. dico, quod si 18. ducatur in  $6\frac{1}{2}$  aggregatum ex 2. reliqua parte, &  $4\frac{1}{2}$ , quarta parte ipsius 18. fiet 117. cuius re. detracto 9. dimidio 18. ostendit æstimationem rei re. 117. m. 9.

- 15 Cum fuerint quadrata æqualia cubo & numero, & inueneris numerum non minorem quarta parte numeri quadratorum, nec maiorem tertia parte, cum quo diuiso numero æquationis, proveniet numerus quadratus, cuius radicis dimidium additum numero quadratorum, faciat quadruplum ipsius diuisoris, tunc æstimatione rei est duplum numeri diuisoris, p. vel m. radice producti, ex quadruplo diuisoris, in differentiam numeri rerum, & tripli ipsius diuisoris.

Exemplum, Cubus p. 48. æquatur 10. quadratis, tunc quia 3. qui non est minor quarta parte 10. numeri quadratorum, nec

10. quad. æqual cubo & 48.

$$\begin{array}{r} 3. \quad 3. \\ \quad 4 \quad 16. \\ \hline 12. \quad 2 \quad 10 \quad 12. \\ 6. \text{ p. re. } 12. \text{ vel } 6. \text{ m. re. } 12. \end{array}$$

cuius tertia parte maior, diuidens 48. producit 16. cuius medietas radicis quæ est 2. addita ad 10. numerum quadratorum, constituit 12. quadruplum diuisoris 3. ideo dico, quod si duplo diuisoris quod est, 6. addatur vel detrahatur re. producti, ex quadruplo 3. diuisoris, in 1. differentiam 10. numeri rerum,

Tom. IV.

& 9. tripli 3. diuisoris, & est tale productum etiam 12. quod constituemus vtramque æstimationem, 6. p. re. 12. vel 6. m. re. 12.

Et scias, quod per capitula cognoscuntur regulæ & quæstiones super his formatae cum facilitate, quæ aliàs vix soluerentur, ipsæ vero regulæ sumptæ sunt ex demonstrationibus capituli sexti, & ego non apposui eas, quia intelligenti nostros libros super Euclidem, sunt per se manifestæ, & non intelligens non curabit illas nec quæret, quoniam non sunt ei necessariae.

Operæpretium fuerit nunc ostendere, quod hæ regulæ non possunt esse generales, respectu æstimationis, & modus in vno sufficit ad ostendendum in reliquis capitulis. Capiamus igitur capitulum proximius, & de quo magis posset hoc credi, propter multiplicem æstimationem, sit cubus p. numero, æqualis quadratis, & sit  $2\frac{2}{3}$  numerus positus, id est numerus, qui primò cognoscitur in sexto capitulo, regula secunda, erit igitur ex illa regula, rei æstimatione, re. 16. p.  $2\frac{2}{3}$ , quare  $6\frac{2}{3}$ , quare residuum ad numerum quadratorum est  $\frac{1}{3}$ , quare ex demonstratione posita in initio tertij libri, productum  $6\frac{2}{3}$ , in quadratum  $\frac{1}{3}$ , est numerus fractus, & est  $\frac{20}{27}$ , & econtrà, ducto  $\frac{1}{3}$  in quadratum  $6\frac{2}{3}$ , fit fractus numerus etiam, scilicet  $14\frac{22}{27}$ , quare posito numero quadratorum integro, & æstimatione fractis numeris constituta, numerus æquationis, qui est superatio partium, quæ sunt rationales, quadratorum ad cubum, nunquam poterit esse numerus integer, sed talis æquationis numerus producit ex una parte numeri rerum, in alterius quadratum. Hoc ostenso, capio cubum & numerum æquales 7. quadratis: manifestum est autem ex demonstratis in septimo super Euclidem, & ex regulis sexti libri, deducendo numerum ad quadratum & cubum, quod maxima productio partium 7. in quadratum alterius, est  $56\frac{22}{27}$ , igitur poterit diuidi 7. vt producat numeros integros, per multiplicationem unius partis in quadratum alterius, ab 1. vsque 50. & non in fractos, ex demonstratis igitur in integros, at in integris non potest fieri nisi triplex diuisio,

|   | 7  |     |     |
|---|----|-----|-----|
| 1 | 6, | 36, | 6.  |
| 2 | 5, | 50, | 20. |
| 3 | 4, | 48, | 36. |

vt patet in figura, nec produci plus quam 6, 20, 36, 48, 30, igitur residui 45. numeri, nullo modo per genus huius æstimationis exhaustiri poterunt, specialis igitur est, ac valde etiam specialis, nec tamen credas, quod in aliis capitulis, numerus pro Binomij aut recisi altera parte non possit inferuire, vt sapius in exemplis docuimus.

Cum fuerit cubus ac numerus æqualis rebus, & ex re. numeri rerum feceris duas partes, ex quarum ductu primæ in duplum quadrati secundæ, & secundæ in quadratum primæ, fiat numerus æquationis, tunc secunda pars erit æstimatione.

Exemplum, Cubus & 48. æquantur 25. rebus, tunc quia ex 5. & 25. fiunt partes 3. & 2. ex quarum ductu 2. in 18. duplum

Z 3

qua-



# 270 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

cubus & 48. æqualis 25. rebus.

$$\begin{array}{r} 2 \times 3 = 5 \\ 4 \quad 18 \\ 12 \quad 36 \\ 48 \end{array}$$

quadrati 3. & ex 3. in 4. quadratum 2. fit 48. ideo dico, quod 3. pars, cuius quadratum duplicatur, est rei æstimatio.

18 Cùm fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, & duo numeri differentes in numero æquationis, ducti inuicem, produxerint tantum, quantum ex cubo & quad. in cubum differentia. & cubicarum talium numerorum, tunc differentia talium & cubi-

$$\begin{array}{r} \text{cubus \& } 22\frac{1}{2} \text{ quad. æqual. } 98 \\ 3375 \quad 125 \quad 27 \\ \quad 98 \\ 7\frac{1}{2} \quad 5 \quad 3 \\ 421\frac{1}{2} \quad 8 \\ 3375 \end{array}$$

carum, est rei æstimatio, vt in exemplo à latere patet; res enim facilis est.

*Corm.* Ex his patet vnum admirabile: scilicet quod in his capitulis cùm numerus propositus fuerit compositus, facillè, frequentèrque eueniet vt æstimatio possit inueniri, at si primus rarè admodum: quia non contingit duas partes numeri integri commensas inuicem seu fractas numerum integrum producere, quanto minus in radicem vel alterius quadratum: quod in his plerunque regulis præsupponitur.

*Corm.* Quia ex regula 14. huius ex  $22\frac{1}{2}$  numero rerum possunt fieri duæ partes, ex quarum vna in alterius quadratum, fient 98. numerus æquationis & æstimatio est differentia & producti ex vna illarum in suam quartam ac reliquam à dimidio eiusdem primæ partis, idèd posita prima parte 1. pos. ducemus eam in  $22\frac{1}{2}$  m.  $\frac{3}{4}$  pos. & fient  $22\frac{1}{2}$  pos. m.  $\frac{3}{4}$  quad. cuius & est 2. p. quam  $\frac{3}{4}$  pos. igitur  $\frac{3}{4}$  pos. p. 2. æquatur illi radici ergo prima pars est  $10\frac{1}{4}$  p. &  $101\frac{1}{16}$  alia  $12\frac{1}{4}$  m. &  $101\frac{1}{16}$ .

## CAPVT XXVI.

*Ostendit regulas maiores, quæ sunt omnino singulares.*

*Prima* QVANDO quadratum quadrati & res, æquantur quadratis & numero, & diuiso numero rerum ac numero æquationis, per numerum quadratorum, dimidium exeuntis ex numero rerum, fuerit radix prouentus numeri æquationis iam diuisi, tunc accipe & numeri primi æquationis, & ei adde quartam partem numeri quadratorum, & totius accipe radicem vniuersalem, à qua minue & eiusdem quartæ partis numeri quadratorum, residuum est rei æstimatio.

*Quest.* Exemplum, Quatuor iniere societatem,

Primus posuit quantitatem; Secundus posuit quadratum quadrati decimæ partis primi; Tertius posuit quintuplum quadrati decimæ partis primi; Quartus posuit quinque, & tantum posuit primus cum secundo, quantum tertius cum quarto. Queritur quantum quisque posuerit? Pone quod primus posuerit 10. res, secundus posuit igitur quadratum quadrati, tertius 5. quadrata, quartus autem vt dictum est, posuit 5. Igitur quadratum quadrati, & 10. res, æquantur 5. quadratis & 5. diuidendo igitur numerum rerum per numerum quadratorum, exiret 2. cuius dimidium esset & 1. qui prouenit diuiso 5. numero æquationis, per 5. numerum quadratorum, igitur accipe & 5. numeri æquationis, cui adde quartam partem numeri quadratorum, & fiet & 5. p.  $1\frac{1}{4}$ , cuius accipe & v. quæ est & 5. p.  $1\frac{1}{4}$ , & ab ea minue quartam partem numeri quadratorum, habebis rei æstimationem & v. & 5. p.  $1\frac{1}{4}$  m. &  $1\frac{1}{4}$  & habebunt vt vides:

$$\begin{array}{r} p^5 \& v. \& 50000. p. 125. m. \& 125. \\ 2^5 17\frac{1}{2} p. \& 500. m. \& v. \& \\ 612500. p. 781\frac{1}{4}. \\ 3^5 12\frac{1}{2} p. \& 125. m. \& v. 78125. p. 156\frac{1}{4} \\ 4^5 5 \end{array}$$

Eodem modo, vbi quad. quadratum, & æquetur eisdem conditionibus quadratis rebus & numero, regula tenebit similis, & in æstimatione erit idem modus, nisi quod in fine addemus & quartæ partis numeri quadratorum, radici vniuersali, quam in præcedente regula detrahebamus, vt in exemplo, si quad. quadratum æquale foret 5. quadratis, 10. rebus & 5. numero, rei æstimatio esset & v. & 5. p.  $1\frac{1}{4}$ , p. &  $1\frac{1}{4}$ . Et causa in his regulis est, quod & quad. quadrati, est quadratum, & & 5. quadratorum m. 10. rebus p. 5. est & m. & 5. quadratorum, seu m. rebus & 5. igitur quadratum & res & 5. æquantur & 5. & æstimatio est nota, quæ est eadem cum illa, quad. quadrati, p. 10. rebus, æqualium 5. quadratis & 5. & eadem ratione, si quad. quadratum æquale est 5. quadratis, 10. rebus & 5. erit quadratum æquale rebus & 5. p. & 5. quare nota est res.

Quando quadratum quadrati & quadrata & res, æqualia fuerint cubis & numero, qui sit 2. p. numero quadratorum, fuerintque numerus rerum & cuborum idem, & dimidium numeri rerum, radix numeri, tunc duc in se quartam partem numeri rerum, & producto adde 1. & ab hoc minue & aggregati ex quadrato dimidij numeri rerum & vnitæ, & residui & adde vel minue à quarta parte numeri rerum, quod fiet, erit rei æstimatio.

Exemplum, Quad. quadratum & 34. quadrata & 12. res, æquantur 12. cubis & 36. tunc vides quod cubi sunt æquales rebus & numero, & dimidium numeri rerum est & 36. numeri, & numerus ipse est 2. p. numero quadratorum, ideo duc 3. quartam partem 12. numeri rerum in se, fit 9. adde

1. pro



# Cap. XXVI. De Regulis maior. fin. 271

1. pro regula, fit 10. abice  $\mathcal{R}$ . 37. aggrega-  
ti ex quadrato dimidij numeri rerum & vni-  
tate, fit 10. abice  $\mathcal{R}$ . 37. huius  $\mathcal{R}$ . vniuer-  
salem minue vel adde 3. quartæ parti nu-  
meri rerum, habebis æstimationem rei, 3.  
 $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. 10.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 37. vel 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. 10.  
 $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 37.

Et modus inueniendi tales regulas habe-  
tur ex regula magna, unde etiam capitulo  
huic nomen dedimus, & est, vt soluas ali-  
quam quæstionem simpliciter, deinde per  
regulam magnam, vel etiam aliam, deinde  
obseruabis conditiones necessarias, in  
transitu ex vna in aliam, postmodum obser-  
ua, quo modo peruenieris ad rei æstimationem,  
& facies regulam nouam hoc modo  
super capitulum ignotum.

Exemplum, fac ex 6. duas partes, ita  
quod cubus minoris, & quadratum maio-  
ris, & productum ex eadem maiore in 8.  
hæc tria producta, sint proportionalia, dico  
peruenies per regulam magnam ad hoc  
quod proportio talium partium erit  $\mathcal{R}$ . cub.  
8. scilicet 2. quare diuidemus 6. per  $\mathcal{R}$ . cu.  
8.  $\mathcal{P}$ . 1. & exhibit rei æstimatio, at sequen-  
do positionem, habebimus 1. quad. qua-  
dratum  $\mathcal{P}$ . 24. quadratis  $\mathcal{P}$ . 144. æqualia 8.  
cub.  $\mathcal{P}$ . 96. positionibus. Dicemus igitur,  
quando quad. quadratum & quadrata &  
numerus æquantur cubis & rebus, & potue-  
rimus inuenire numerum aliquem, qui du-  
ctus in numerum æquationis, producat nu-  
merum cuius  $\mathcal{R}$ . ducta per 6. pro regula,

|   |   |                                   |
|---|---|-----------------------------------|
| 1. pos.   | 6 | 6. $\mathcal{M}$ . 1. pos.        |
| 1. cu.   36. $\mathcal{P}$ . 1. quad. $\mathcal{M}$ . 12. pos.                        |   | 48. $\mathcal{M}$ . 8. pos.       |
| 48. cub. $\mathcal{M}$ . 8. quad. quad. æquales                                       |   | 1296. $\mathcal{P}$ . 1.          |
| quad. qd. $\mathcal{P}$ . 216. qd. $\mathcal{M}$ . 24. cub. $\mathcal{M}$ . 864. pos. |   |                                   |
| 72. cub. $\mathcal{P}$ . 864. pos. æquales  |   | 9. quad. quad. $\mathcal{P}$ .    |
| 216. quad. $\mathcal{P}$ . 1296.  |   |                                   |
| 8. cub. $\mathcal{P}$ . 96. pos. æquales  |   | 1. quad. quad. $\mathcal{P}$ . 24 |
| quad. $\mathcal{P}$ . 144.  |   |                                   |

producat numerum, qui diuisus per pri-  
mum numerum, quem multiplicasti, produ-  
cat numerum quadratorum, tunc si ipsi  
primo numero iam dicto, quem multiplicasti  
in numerum æquationis, addas 3. pro regu-  
la, & ducto in  $\mathcal{R}$ . radicis numeri quem iam  
ab initio produxisti, proueniat numerus, qui  
diuisus per numerum primum inuentum,  
producat numerum cuborum, & numerus  
rerum ductus per numerum primum, fuerit  
quadruplus cubo eius  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . tunc dico,  
quod detracto 1. pro regula à primo nume-  
ro quem multiplicasti, & residui sumpta  $\mathcal{R}$ .  
cubica. & ei addita etiam vnitatem pro regu-  
la, & cum aggregato diuisa tali  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . quod  
prouenit, est rei æstimatio. Et causa in hoc  
est, quod in tali quæstione numerus quad.  
quadrati, prouenit ex multiplicando, vni-  
tate addita, numerus cuborum, ex diuiden-  
do in multiplicandum,  $\mathcal{P}$ . 4. numerus qua-  
dratorum verò, ex sexcuplo quadrati diui-  
dendi, numerus rerum ex quadruplo cubi  
diuidendi, numerus æquationis est quad.  
quadrati diuidendi. Diuidendum voco in  
hac quæstione 6. multiplicandum autem 8.

Exemplum, quad. quadratum  $\mathcal{P}$ . 6. quadra-  
tis  $\mathcal{P}$ . 4. æquantur  $3\frac{1}{2}$  cubis  $\mathcal{P}$ . 7. rebus, po-  
ne primum numerum quadratum, duc in 4.  
sunt 4. quadrata, huius  $\mathcal{R}$ . est 2. res, duc  
in 6. ex regula, sunt 12. res quas diuide  
per quadrata, exit quod æquatur 6. igitur  
6. quadrata æquantur 12. rebus, res igitur  
est 2. Nos autem in positione posuimus  
quadratum, igitur numerus primus seu mul-  
tiplicandus erit 4. & cum cætera condi-  
tiones conueniant, quæ dictæ sunt, erit 2.  
numerus diuidendus, quo diuiso per  $\mathcal{R}$ . cub.  
3.  $\mathcal{P}$ . 1. exhibit æstimatio rei, & de hoc dixi-  
mus capitulo sexto.

## C A P V T XXVII.

*De transitu capituli specialis in capitu-  
lum speciale,*

**F**IT etiam transitus capituli singularis in  
singulare, hoc modo: Cubus, & 2. qua-  
drata, & 56. æquantur 41. rebus, & rei  
æstimatio vna est 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. quæro in ea-  
dem æstimatione, cubus cum 7. quadratis,  
quot rebus æquabitur? & cum quo nume-  
ro? duc differentiam numeri quadratorum,  
quæ est 2. in duplam partis, quæ est nume-  
rus in æstimatione, scilicet in 6. fit 30. cui

cubus & 2. quad. & 56. æqual. 41. rebus.  
cubus & 7. quad. æstimatio rei.

|         |                                       |
|---------|---------------------------------------|
| 5.      | 3. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 2. |
| 6.      | 9                                     |
| 30.     | 7.                                    |
| 41.     | 5.                                    |
| 71. res | 35.                                   |
|         | 56.                                   |
| numerus | 91.                                   |

adde 41. numerum rerum, fit 71. nu-  
merus rerum, deinde duc partes æstima-  
tionis in se, sunt 2. & 9. quorum pro-  
ductorum differentiam, quæ est 7. duc in 5.  
differentiam numeri quadratorum, fit 35.  
quem adde ad 56. quia 3. est maior  $\mathcal{R}$ . 2.  
fit numerus æquationis 91. igitur cubus &  
7. quadrata & 91. æquantur 71. rebus, æsti-  
matione existente 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. & vbi  $\mathcal{R}$ . fuisse-  
t maior numero. detraxisses 35. à 56. &  
remansisset numerus 21.

Dico etiam, quod non licet transire à  
capitulo in capitulum, stante eodem gene-  
re denominationum, & quod æstimatio rei  
sit eadem, & non rationalis, id est, non nu-  
merus integer, aut fractus. Exemplum sit  
cubus  $\mathcal{P}$ . 3. rebus, æqualis 10. æstimatio rei  
est  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ . 26.  $\mathcal{P}$ . 5.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubi-  
ca.  $\mathcal{R}$ . 26.  $\mathcal{M}$ . 5. dico quod sub hac æstima-  
tione, non poterit cubus cum aliquibus re-  
bus æquari ulli numero, vsque in infini-

| cub.  $\mathcal{P}$ . 3. rebus æqual. 10.

| cub.  $\mathcal{P}$ . 6. rebus æqual. 18.

tum, nam sit (gratiâ exempli) cubus  $\mathcal{P}$ . 9.  
rebus, æqualis 18. quia igitur res est ea-



dem,  $\mathcal{R}$ . cubica scilicet dicta, erit cubus idem in utroque permutatim. Igitur ex tertio libro, cubi cubus  $\mathcal{P}$ . 9. rebus  $\mathcal{P}$ . 10. æquatur cubo  $\mathcal{P}$ . 3. rebus  $\mathcal{P}$ . 18. abiicio communem cubum, fient 9. res  $\mathcal{P}$ . 10. æquales 3. rebus  $\mathcal{P}$ . 18. igitur 6. res æquantur 8. igitur æstimatione rei est  $1\frac{1}{2}$ , numerus rationalis, & non  $\mathcal{R}$ . cubica dicta, quod est contra suppositum.

- 3 Similiter nec plures cubi cum pluribus rebus, æquabuntur alicui numero, stante eadem æstimatione, patet ex præcedenti, nam diuisis omnibus per numerum cuborum, habebimus, ut prius, cubum & res æquales numero, quod iam ostendit fore impossibile. Eadem ratio igitur militat in omnibus, nam si dixerò cubus æquatur 6. rebus  $\mathcal{P}$ . 2. vel quad. quadrat. æquatur 6. rebus  $\mathcal{P}$ . 2. dicam igitur in eadem æstimatione cubus aut quad. quadratum nullis rebus & numero rationalibus æquari potest, dico rationalibus, quia non prohibet, quod assumptis aut rebus aut numero irrationalibus æquatio non sequatur.

Et ex hoc sequitur etiam, quod in ceteris regula tenet denominationibus, ubi æstimatione rei non sit nec numerus rationalis, nec  $\mathcal{R}$ . simplex ex genere mediæ denominationis. Exemplum, 2. cubi & 10. æquantur 1. quad. quadrato & rei, æstimatione non est nec numerus, nec  $\mathcal{R}$ . cubica simplex alicuius numeri rationalis, dico quod quadr. quadratum sub eadem æstimatione, nullis cubis ac numero æquari poterit, patet, quia facta transmutatione, & abiecto quad. quadrato, relinquentur cubi æquales numero, igitur æstimatione rei, erit necessario  $\mathcal{R}$ . cubica numeri, vel numerus, quod est contra suppositam.

## CAPVT XXVIII.

*De operationibus radicum Pronicarum seu mixtarum & Allellarum.*

- 1 IAM ostendimus in superioribus, tres esse species Pronicarum radicum. Minorem, quando radix quadrata comparatur quadrati sui & suimet aggregato, ipsum autem aggregatum dicitur pronicum minus. Medium, cum cubica radix comparatur aggregato ex se & suo cubo, ipsum autem aggregatum dicitur Pronicum medium, sed maior radix pronica est, cum radix radicis alicuius numeri, comparatur aggregato ex se ipsa & eius numeri, cuius est radix radicis, ipsum autem aggregatum dicitur pronicum maius, ut in exemplo. Pronicum maius 3. est 84. & 3. est radix pronica maior 84. Non contingunt autem his, cum sint velut anomala verba in Grammatica, operationes quæ sunt communes, neque possunt multiplicari, vel diuidi, addi vel minui, sed habent propriam quandam operationem, quæ dicitur transitus.

- 2 Cum igitur duxeris pronicum minus, in suam  $\mathcal{R}$ . pronicam, productoque addideris ipsum pronicum,  $\mathcal{R}$ . quadrata aggregati, erit pronicum medium  $\mathcal{R}$ . quadratæ radicis

pronicæ minoris, ut in exemplo, ducò 3.  $\mathcal{R}$ . pronicam minorem 12. in 12. fit 36. addo ei 12. pronicum minus fit 48. huius  $\mathcal{R}$ . (& est  $\mathcal{R}$ . 48. est pronicum medium  $\mathcal{R}$ . 3. quæ fuit  $\mathcal{R}$ . pronica minor 12. nam ducta  $\mathcal{R}$ . 3. ad cubum, fit  $\mathcal{R}$ . 27. cui addita ipsa  $\mathcal{R}$ . 3. prnducit  $\mathcal{R}$ . 48. igitur  $\mathcal{R}$ . 3. est  $\mathcal{R}$ . pronica media  $\mathcal{R}$ . 48. ut propositum est.

Cum duxeris pronicum medium in suam  $\mathcal{R}$ . pronicam, producitur pronicum minus quadrati radicis pronicæ mediæ. Exemplum, ducò 3. radicem pronicam mediam 30. in 30. fit 900. pronicum minus 9. quadrati 3. quod fuit  $\mathcal{R}$ . pronica media ipsius 30.

Cum pronicum maius in se ducitur, & 4 productum diuiditur per quadratum radicis suæ pronicæ maioris, quod exit, ad cubum eiusdem radicis pronicæ, est velut 1. quadratum  $\mathcal{P}$ . 2. positionibus  $\mathcal{P}$ . 1. Exemplum, capio 18. pronicum maius, ducò in se fit 324. diuido per 4. quadratum 2.  $\mathcal{R}$ . pronicæ maioris 18. exit 81. quod est 1. quadratum  $\mathcal{P}$ . 2. positionibus  $\mathcal{P}$ . respectu 8. cubi 2. eiusdem radicis pronicæ.

Allellæ dicuntur radices, cum ex multiplicatione mutua duorum numerorum, in quadratum alterius, duo numeri cunsurgunt, velut capio 2. & 3. ipsi dicuntur radices allellæ 12. & 18. nam ex 2. in 9. fit 18. & ex 3. in 4. fit 12. inueniuntur autem radices hoc modo, duc utrumque eorum in se, & diuide productum per reliquum, &  $\mathcal{R}$ . cubica prouentus sunt allellæ. Exemplum, volo  $\mathcal{R}$ .

allellam 4. & 8. duc 8. in se, 

|    |   |    |
|----|---|----|
| 4  | X | 8  |
| 16 |   | 64 |

  
fit 64. diuide per 4. exit 16.  
duc etiam 4. in se, fit 16. 

|   |  |    |
|---|--|----|
| 2 |  | 16 |
|---|--|----|

  
diuide per 8. exit 2. igitur  
 $\mathcal{R}$ . cubica 16. &  $\mathcal{R}$ . cubica 2. sunt allellæ  
4. & 8. & ita allellæ 6. & 18. sunt  $\mathcal{R}$ . cubica  
54. &  $\mathcal{R}$ . cubica 54. &  $\mathcal{R}$ . cubica 2.

Ex quo patet, quod omnes  $\mathcal{R}$ . allellæ, sunt  $\mathcal{R}$ . cubicæ numerorum, se habentium in triplicata proportionem, in qua se habent sui solidi propositi priores, & hi sunt medij proportionem.

Operationes igitur in his, ex hoc sunt manifestæ, nam cum inuentæ fuerint, reducuntur ad radices cubicas, cum quibus operaberis rursus, perfecta operatione, reduces ad allellas.

## CAPVT XXIX.

*De regula Modi.*

DICITUR hæc regula (quæ modum exhibet fabricandi regulas quotlibet mercaturæ) Modi, vtilissima magistris Arithmeticæ ut facilioribus quibusdam inuentis, artem docerent, cuius etiam auxilio, maximam sexti libri partem confecimus. Est igitur regula hæc, solue quamvis questionem propositam, modo quo potes, seu positione, seu auxilio sexti libri, deinde auferes positionem, & regulas alias, & serua operationes, quas quam potes maxime, ad breuitatem.



# Cap. XXIX. De regula modi. 273

breuitatem redige, & habebis regulam de modo pro omni consimili quæstione.

Exemplum, Serici viridis passus 7. & nigri passus 3. veneunt denariis 72. & eodem precio serici viridis passus 2. & nigri passus 4. veneunt denariis 52. quæritur precium. Pones positionem, esse æstimationem vnius passus serici viridis, igitur 7. passus viridis veneunt 7. positionibus, quare 3. pass. nigri veneunt 72. de. m. 7. positionibus, & passus valebit  $\frac{1}{3}$  horum, scilicet 24. de. m.  $2\frac{1}{3}$  positionibus, & 4. passus nigri, valebunt 96. de. m.  $9\frac{1}{3}$  positionibus, at duo passus viridis valent 2. positiones ex supposito, igitur 2. passus serici viridis & 4. nigri valent de. 96. m.  $7\frac{1}{3}$  positionibus, & hæc eadem æstimabantur 52. de. igitur de. 96. m.  $7\frac{1}{3}$

|                            |       |
|----------------------------|-------|
| 7.                         | 3072. |
| 2.                         | 4052. |
| 7. pos.   72. m. 7. pos.   |       |
| 3.                         |       |
| 24. m. $2\frac{1}{3}$ pos. |       |
| 4.                         |       |
| 96. m. $9\frac{1}{3}$ pos. |       |
| 2. pos.                    |       |
| 66. m. $7\frac{1}{3}$ pos. |       |
| 52.                        |       |
| 44. m. $7\frac{1}{3}$ pos. |       |
| $7\frac{1}{3}$             |       |
| 6.                         |       |

positionibus, æquantur 52. de. quare de. 44. qui sunt differentia 96. & 52. æquabuntur  $7\frac{1}{3}$  positionibus, igitur pos. valet 6. denarios, & tantam æstimationem passus serici viridis esse conueniet. Quare 7. passus viridis veneunt 42. de. & 3. passus nigri reliquis de. ad 72. scilicet de. 30. quare passus vnus de. 10. serici igitur vtriusque pretium habes. Hucusque positione operatus es, nunc venio ad regulam dicōque, in talibus diuide passus numerosiores, scilicet 7. & numerum rerum de. r. scilicet 72. per passus pauciores, scilicet 3. & quod exit, duc per passus positos in secunda positione, correspondentes paucioribus, & à producto numeri passuum, detrahe reliquos

|                |                |          |
|----------------|----------------|----------|
| virid.         | nigri.         | precium. |
| pas. 7.        | pas. 3.        | de. 72.  |
| pas. 2.        | pas. 4.        | de. 52.  |
| 7              | 3              | 72.      |
| $2\frac{1}{3}$ |                | 24.      |
|                | 4.             |          |
| $9\frac{1}{3}$ |                | 96.      |
| 2.             |                | 52.      |
| $7\frac{1}{3}$ |                | 44.      |
|                | 6.             |          |
| 2              | 4              | 52       |
| 7              | 3              | 72.      |
| $9\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{3}$ | 96.      |
| $7\frac{1}{3}$ | 6              | 44.      |

passus secundæ positionis, & cum residuo diuide precij 2. & producti differentiam, exhibet æstimatio passus numerosioris, in prima positione. Exemplum, diuide 7. & 72. per 3. exit  $2\frac{1}{3}$ , & 24. duc per 4. sunt  $9\frac{1}{3}$ , & 96. à  $9\frac{1}{3}$  abice 2. à 96. abice 52. relinquuntur  $7\frac{1}{3}$ , & 44. diuide 44. per  $7\frac{1}{3}$  exit 6. precium passus vnius serici viridis.

Inde ex hoc breuior regula emergit, vt in tertia figura, diuide 4. per 3. scilicet numerum passuum eiusdem generis serici in duabus petitionibus, exit  $1\frac{1}{3}$ , quem duc in 7. & 72. sunt  $9\frac{1}{3}$ , & 96. à quibus abice numeros suprapositos secundæ positionis, & sunt 2. & 52. directos à directis, relinquuntur  $7\frac{1}{3}$  & 44. diuide numerum denariorum 44. per  $7\frac{1}{3}$  numerum passuum, exit 6. precium passus viridis serici, & ita constitues breuissimam regulam, ex tam longa positionis operatione. Vnde merito hæc modi regula, mater regularum dici potest.

## C A P V T XXX.

### De regula Aurca.

Hæc regula rerum, quæ in vsum veniant, maximam partem amplectitur, nam quæstione ad positionem deducta, perfectaque operatione, proximam quærit æstimationem, quæ sic habetur. Primo venare proximiores, integros numeros, maiorem ac minorem, qui æquationi satisfaciunt, quos non difficile erit habere, horum minorem vocabimus primum inuentum, & maiorem secundum inuentum, & differentiam productorum, differentiam maiorem, differentiam verò producti primi & numeri æquationis differentiam primam, differentiam autem producti secundi & numeri æquationis, secundam differentiam. diuide igitur differentiam primam, per differentiam maiorem, quod exit addatur primo inuento, & perficiemus æstimationem imperfectam quam deducemus ad æquationem, scilicet per denominationis æquationis, vt in primo & secundo inuento, & quod producit, subtrahe à producto secundo, deinde subtrahe æstimationem imperfectam, ab inuento secundo, residuum duc in differentiam secundam habitam, & tale productum diuide per differentiam producti æstimationis imperfectæ, & secundi producti, quod exit, detrahe ex inuento secundo, residuum est æstimatio rei valde proxima, cui per iteratas operationes semper propinquius licet accedere. Idem fiet, vbi æquatio sit denominationis alicuius, ad numerum, ac denominationes, vt in exemplis patebit.

Sit igitur primo, quad. quadratum & 3. cubi, æqualia 100. vides quod si res est 2. quad. quadratum, & 3. cubi sunt 40. & si res est 3. erit quad. quadratum & 3. cubi 162. igitur inuentum primum est 2. & productum primum 40. & inuentum secundum 3. & productum secundum 162. & 122. maior differentia, & 60. differentia prima,



$$\begin{array}{r}
 2. \quad 3. \\
 4 \quad \text{---} \quad 100 \quad \text{---} \quad 162. \\
 \quad \quad 60 \quad \quad 62. \\
 \hline
 \quad \quad 122. \\
 \quad \quad 60 \quad | \quad 30 \quad 2 \frac{30}{61} \quad > \quad 162. \\
 \quad \quad 77 \quad \text{---} \quad 85. \\
 \quad \quad 62 \quad \text{---} \quad 100. \\
 \quad \quad 2 \frac{30}{61} \quad | \quad 3 \quad | \quad \frac{11}{61} \\
 \quad \quad \frac{31}{61} \quad | \quad 52. \quad \frac{1922}{61} \quad 77. \\
 \quad \quad \frac{2532}{4697} \quad | \quad 3 \quad | \quad \frac{2775}{4697}
 \end{array}$$

prima, & 62. differentia secunda, & nota, quod inuentum primum semper differt unitate ab inuento secundo, aliter non recte es operatus, his cognitis, diuide 60. per 122. exit  $\frac{30}{61}$ , quop adde ad 2. primum inuentum, fit imperfecta æstimatio  $2\frac{30}{61}$ , hanc ducito ad quad. quadratum & tres cubos, fit 85. fere, subtrahe igitur 85. productum æstimationis imperfectæ, à 162. producto secundo, habebis 77. subtrahe etiam  $2\frac{30}{61}$ , ex 3. inuento secundo, relinquuntur  $\frac{11}{61}$ , duc in 62. differentiam secundam, fit  $\frac{1922}{61}$ , diuide per 77. exit  $\frac{1922}{4697}$ : detrahe ex 3. inuento secundo, erit æstimatio satis proxima quad. quadrati p. 3. cubis æqualium 100. hæc,  $2\frac{2775}{4697}$ , & si velles, posses alternatis operationibus quantumlibet propius accedere.

Quod si quadratum & 20. æquantur 10. rebus, tunc si res esset 7. haberemus quadratum p. 20. æquale rebus  $9\frac{6}{7}$ , & si res esset 8. haberemus quadratum p. 27. æquale rebus  $10\frac{1}{2}$ , igitur vt prius, inuentum primum est 7. productum primum  $9\frac{6}{7}$ , inuen-

$$\begin{array}{r}
 7. \quad 8. \\
 9 \frac{6}{7} \quad \text{---} \quad 10 \quad \text{---} \quad 10 \frac{1}{2} \\
 \quad \quad \frac{1}{7} \quad \quad \frac{1}{2} \\
 \hline
 \quad \quad \frac{2}{9} \quad \quad \frac{9}{14} \\
 \quad \quad 8 \frac{2}{9} \quad | \quad 9 \frac{11}{14}
 \end{array}$$

tum secundum 8. productum secundum  $10\frac{1}{2}$ , differentia maior  $\frac{2}{14}$ , differentia prima  $\frac{1}{7}$ , differentia secunda  $\frac{1}{2}$ , diuidemus igitur differentiam primam, per maiorem differentiam, exibat  $\frac{2}{9}$  & addemus hoc ad 7. inuentum primum, fiet æstimatio imperfecta  $7\frac{2}{9}$ , cuius quadratum p. 20. est æquale 9. rebus &  $\frac{11}{14}$ , ideo quia hoc insensibiliter differt ferè, à 10. numero rerum, ideo non vitimur alia operatione, sed dicemus æstimationem propinquam esse  $7\frac{2}{9}$ .

Sit etiam cubus æqualis 6. rebus p. 20. dicemus, si 3. essent res, 6. res & 20. æquantur  $1\frac{1}{3}$  cubi, & si res essent 4. essent 6. res & 20. æquales  $\frac{11}{6}$  cubi, igitur inuentum primum est 3. & productum primum  $1\frac{11}{27}$ .

$$\begin{array}{r}
 3. \quad 4. \\
 1 \frac{11}{27} \quad \text{---} \quad 1 \quad \text{---} \quad \frac{11}{6} \\
 \quad \quad \frac{1}{27} \quad \quad \frac{5}{6} \\
 \hline
 \quad \quad \frac{176}{31} \quad \quad \frac{311}{432} \quad \quad \frac{176}{3128} \\
 \quad \quad \frac{61}{27} \quad \quad \frac{31}{14} \quad \quad > \quad \frac{11}{16} \\
 \quad \quad \frac{5}{16} \quad \quad 1. \\
 \quad \quad 3 \frac{1}{31} \quad | \quad 4 \quad | \quad \frac{135}{31} \quad \frac{5}{10} \\
 \quad \quad \frac{675}{4976} \quad \frac{6}{21} \quad \frac{05}{505} \quad 4 \quad | \quad \frac{201}{3506}
 \end{array}$$

inuentum secundum erit 4. productum secundum  $\frac{11}{6}$ , differentia prima  $\frac{11}{27}$ , differentia secunda  $\frac{5}{6}$ , differentia maior  $\frac{311}{432}$ , cum qua diuide differentiam minorem, exit  $\frac{176}{311}$ , quam adde ad 3. fiet æstimatio imperfecta  $3\frac{176}{311}$ , sequere æquationem, scilicet æstimando 6. res p. 20. & erunt  $\frac{176}{311}$  sui cubi, hoc autem est proximum ad  $\frac{11}{6}$ , ab hoc detrahemus productum secundum, & relinquuntur  $\frac{61}{27}$  &  $\frac{5}{20}$ , similiter subtrahò  $3\frac{176}{311}$ , æstimationem imperfectam, à 4. inuento secundo, relinquuntur  $\frac{135}{311}$ , hoc duco in  $\frac{5}{16}$  differentiam secundam, vt etiam primo exemplo, fit  $\frac{675}{4976}$ , diuide per differentiam producti secundi, & producti æstimationis, & est  $\frac{61}{27}$ , exit  $\frac{18225}{303506}$ , detrahe à secundo inuento, vt prius, relinquuntur rei æstimatio  $3\frac{18225}{303506}$ , & hoc est proximum ad  $3\frac{201}{506}$ , & ideo ad  $3\frac{2}{5}$ , & 6. res p. 20. sunt  $40\frac{2}{5}$ , & cubus  $3\frac{2}{5}$ , est  $39\frac{13}{25}$ , & si velles proximius, posses operari tertio, sicut primò fecisti, & proculdubio peruenires ad insensibilem differentiam & ratio hæc vniuersalis est, nec indiget alia regula.

Et similiter operaberis, vbi essent tres denominationes æquales duabus aliis, aut tribus, sed cum duplici ingressu, vel triplici, potes etiam deducere ad numeros omnia, vt in primo exemplo, & operationes in eo casu sunt longè faciliores, velut si dicam quad. quadratum & 6. quadrata & 200. æquantur 10. cubis & 12. rebus, erit primum inuentum 6. & productum m. 152. differentia

$$\begin{array}{r}
 6. \quad 10. \\
 152. \text{ m.} \quad \text{p. } 608. \\
 \hline
 \frac{253}{232} \quad 832.
 \end{array}$$

quia 10. cubi & 12. res superant quad. quadratum 6. quad. & 200. & secundum inuentum erit 10. & productum secundum erit 680. p. quo quad. quadratum & 6. quadrata & 200. superant 10. cubos & 12. res, & tunc differentia prima, æqualis est producto primo, & differentia secunda, producto secundo & maior differentia est aggregatum ex utroque, & tunc sufficet pro prima operatione, diuidere vt prius, differentiam primam per differentiam maiorem, & quod exit, & est  $\frac{19}{104}$ , addemus primo inuento, & fiet æstimatio imperfecta  $9\frac{19}{104}$ , deinde si vis proximius accedere, produces hanc æstimationem ad suas denominationes vtrinque, & collige differentiam, quæ vocetur a. quam multiplica per differentiam æstimationis imperfectæ & secundi inuenti, & productum diuide denuo per maiorem differentiam, & quod exit, adde aut minue, secundum quod oportet, & habebis inuentum, & hoc modo liceret etiam operari in secundo & tertio exemplo, sed nos volumus declarare vtrumque modum, ad maiorem in occasionibus facilitatem, idem dic de radicibus extrahendis.



## C A P V T XXXI.

### De Regula magna.

**H**æc regula est pro magnis questionibus solvendis, & ex ea inventæ sunt regulæ auræ, & argenti consolandi, Acut ingenium, & fit per demonstrationes, exigue huiusmodi expertum, doceturque per questiones, quoniam est multiformis, Fundamentum regulæ est commutatio.

#### Q V A S T I O I.

Fac de 8. duas partes, ex quarum cubis inuicem ductis, fiat 16. Dices igitur, ex una in aliam fiet  $\frac{8}{2}$ . cubica 16. diuide 8. in duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat  $\frac{8}{2}$ . cubica 16. & erunt 4.  $\frac{8}{2}$ . 16.  $\frac{8}{2}$ .  $\frac{8}{2}$ . cubica 16. & 4.  $\frac{8}{2}$ . v. 16.  $\frac{8}{2}$ . cubica 16.

#### Q V A S T I O II.

Fac de 8. tres partes proportionales, quarum quadratum prima sit æquale reliquis, igitur sunt prima duæ partes, quarum unus quadratum sit æquale alteri, deinde maiorem huiusmodi in duas partes existentes in continua proportionem cum minore, & erunt.

$$\begin{array}{l} 1^a \frac{8}{2} \text{ v. } \frac{8}{2} \cdot 63 \frac{1}{2} \text{ m. } 10 \frac{1}{2} \text{ p. } \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ p. } 2 \frac{1}{2} \text{ p. } \\ 2^a \frac{8}{2} \text{ m. } \frac{8}{2} \cdot 13 \frac{1}{2} \text{ m. } \frac{8}{2} \text{ v. } 63 \frac{1}{2} \text{ m. } 10 \frac{1}{2} \text{ p. } \end{array}$$

#### Q V A S T I O III.

Fac de 8. tres partes in continua proportionem, quarum quadratum maioris, sit medium proportionem inter cubum utriusque partis, dices igitur, cubus minoris est  $\frac{8}{2}$ . cubica cubi maioris, & hoc, quia proportio cubi maioris, ad suum quadratum, est ipsa maior, & hæc eadem est quadrati maioris, ad cubum minoris, igitur cubus minoris, est  $\frac{8}{2}$  quadrati maioris, & æqualis ipsi maiori, quare 8. constat ex minore & suo cubo, igitur 1. cub.  $\frac{8}{2}$ . 1. re, æqualis est 8. & æstimatio rei est minor pars.

#### Q V A S T I O IV.

Fac ex 8. duas partes, ita quod septuplum maioris, sit proportione medium inter quadratum maioris, & cubum minoris. Sit a maior, & c quadratum eius, & b minor, & d cubus eius, sit etiam e septuplum a, cum igitur ex a in a fiat c, & ex a in 7. e, erit a ad 7. vt c ad e, quare ex 11. 5<sup>1</sup>, vt e ad d, igitur ex a in d, sit septuplum e, at e est septuplum a, igitur ex a in d, sit 49. a, igitur d est 49. quadratum 7. quare cubus b minoris est 49. & b est  $\frac{8}{2}$ . cubica 49. & a residuum.

#### Q V A S T I O V.

Fac ex 8. duas partes, ita quod septuplum maioris, sit proportione medium inter cubum maioris & quadratum minoris, sit a maior, & c cubus a, & b minor, & d quadratum b, & e productum ex 7. in a, quia igitur ex a in quadratum a, sit c, & in 7. sit e, erit quadrati a ad 7. vt c ad e, quare vt ad d, proportio autem quadrati a, ad quadratum b, componitur ex proportione quadrati a ad 7. & 7. ad quadratum b, quare ex proportione e ad d, & 7. ad quadratum b, sed d est quadratum b, igitur proportio quadrati a ad quadratum b, componitur ex proportione septupli a, & est e ad d & 7. ad ipsum d. Proportio igitur quadrati a ad d, componitur ex proportione e ad d, & 7. ad d, igitur ex regula sex quantitarum, seu ex proportionum compositione, ex 7. in e, sit quadratum a in d, sed e est septuplum a, igitur ex 49. in a, sit quadratum a in d, igitur ex a in d, seu in quadratum b, sit 49. quare ex capitulo cubi & numeri æqualium quadratis, b est  $\frac{8}{2}$ . 7<sup>1</sup>  $\frac{1}{2}$ . & 47<sup>1</sup>  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{8}{2}$ . 7<sup>1</sup>  $\frac{1}{2}$ .

#### Q V A S T I O VI.

Fac ex 8. duas partes, quarum productum totius in minorem, sit proportione medium inter producta maioris in minorem, quia igitur minor ducitur in maiorem, & totum erit illorum productorum proportio vt totius ad maiorem, item quia totum ducitur in maiorem & minorem, erit productorum, vt maioris ad minorem, sed producta sunt analogæ. Igitur ex 11. quinti Elementorum, totius ad maiorem partem vt maioris ad minorem, igitur 8. diuisum erit secundum proportionem habentem medium & duo extrema, quare partes sunt manifestæ,  $\frac{8}{2}$ . 80. m. 4. & 12. m. 80.

#### Q V A S T I O VII.

Fac de 8. duas partes, ita quod productum maioris in minorem, sit proportione medium inter quadratum minoris & decuplum eiusdem minoris, dices igitur, quia minor est illa, quæ multiplicatur in se, in maiorem, & in 10. quod maior est proportionalis inter minorem & 10. igitur quadratum maioris, æquatur decuplo minoris, & res nota est, nam maior erit  $\frac{8}{2}$ . 105. m. 5. & minor 13. m.  $\frac{8}{2}$ . 105.

#### Q V A S T I O VIII.

Fac de 8. duas partes, quarum quadratum maioris sit proportione medium inter quadratum minoris, & productum ex toto in maiorem, pone maiorem a, & b minorem, quia igitur quod sit ex 8. in a, proportionale est inter 64. & quadratum a, ex demonstratis in secundum

$$\begin{array}{ccc} & 8. & \\ c & a & b \end{array}$$



# 276 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

do super Euclidem, erit 64. quarta quantitas in continua proportionione, cum illis tribus productis, quare 64. ad quadratum a, vt quadrati a ad quadratum b duplicata, igitur 8. ad a, vt a ad b duplicata ex decima septima sexti Elementorum, nam vtraque est media proportionum suorum quadratorum, quare cubus a æqualis est producto ex 8. in quadratum b, hoc enim in septimo libro demonstratum est, quare ponemus a quadratum, erit cubus eius, cubus quadrati  $\frac{1}{2}$ . a, quæ sit c, igitur quadratum b, est æquale  $\frac{1}{8}$  quadrati cubi c, igitur b est,  $\frac{1}{2}$ . quadrati cubi c, quare cum  $\frac{1}{2}$ . cubi quadrati sit cubus, erit b æqualis cubi c parti  $\frac{1}{2}$ . & cum a sit quadratum c, erit 1. quadratum p. cub.  $\frac{1}{8}$ , æquale 8. & ideo multiplicando omnia per  $\frac{1}{2}$ . 8. erit cubus p. quad.  $\frac{1}{2}$ . 8. æqualis  $\frac{1}{2}$ . 512. solue igitur per capitulum decimum quintum, vt in numeris notis a c veris operando per regulas tertij libri.

## QVÆSTIO IX.

Fac ex 8. tres partes in continua proportionione, quarum aggregatum primæ & secundæ, & aggregatum secundæ & tertiæ, & ipsum 8. sint rursus in continua proportionione? dico, inuenies primò proportionem illarum quantitatum proportionalium, quarum aggregatum secundæ & tertiæ, est proportionale inter aggregatum primæ & secundæ, & aggregatum omnium, sint igitur tales quantitates a b c, & quia proportio a b c, ad b c, est vt b c, ad a b, ex supposito quæstionis. Et b c ad a b, vt c ad b, ex duodecima quinti Elementorum, erit a b c, ad b c, vt b ad c ex vndecima eiusdem, sed ex proportionione in b sit c, igitur ex proportionione in b c, sit a b c, sit igitur, vt ex proportionione in c fiat d, cum igitur ex proportionione in b fiat c, & ex eadem in c fiat d, igitur ex proportionione in b c sit c d, & ex eadem in b c fiebat etiam a b c, igitur a b c, æquatur c d, abiecto autem c, relinquitur a b, æqualis d, est autem d quarta quantitas proportionalis, igitur oportebit inuenire quatuor quantitates, in continua proportionione, quarum quarta sit æqualis duabus primis, posita igitur prima 1. secunda 1. re, tertia 1. quadrato, quarta 1. cubo, erit cubus æqualis 1. rei, p. 1. & nota est ex capitulo, quantitas rei, quæ est proportio, diuides igitur 8. in quatuor quantitates sub ea proportionione continuatas, vt in sexto libro docetur, soluimus & aliter hanc quæstionem in quarto libro.

## QVÆSTIO X.

Fac ex 8. duas partes, quarum septuplum maioris, proportionione medium sit inter cubum minoris, & productum maioris in minorem. Sit a minor, eius cubus c, b autem maior, & productum b in a sit e, & septuplum b sit d, quia igitur ex b in a, sit e, & ex b in 7. sit d, erit a ad 7. vt e ad d,

quare a ad 7. vt d ad c. Igitur ex a in c, sit septuplum d, sed d est septuplum b, igitur 49. b, æqualia sunt quadrato quadrati a, igitur best æquale  $\frac{1}{49}$  quad. quadrati a, quia igitur a cum b est 8. & b est  $\frac{1}{49}$  quad. quadrati a, igitur a cum  $\frac{1}{49}$  quad quadrati sui, æquatur 8. quare res &  $\frac{1}{49}$  quad. quadratum p. 49. rebus, æquatur 392. & quamuis huius non sit capitulum generale, pulchrum tamen fuerit hucusque perduxisse quæstionem.

Deprehenditur & quandoque eodem modo quod propositæ quæstiones sint impossibiles.

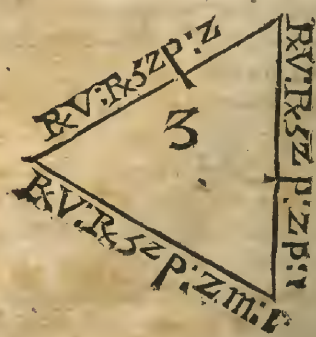
## CAPVT XXXII.

### De Regula æqualis positionis.

Hæc regula, est vtilior positione simplicis, in omnibus quæstionibus, vbi partes æqualiter multiplicantur, secus vbi inæqualiter, nam in his simplex facilius est, vt si dicam, diuide 8. in duas partes, quarum vna ducta in quadratum alterius, vel in cubum, fiat 20. per simplicem positionem, peruenies ad 8. quadrata m. 1. cubo, æqualia 20. vel ad 8. cub. m. 1. quad. quadrato æqualia 20. in secunda quæstione, sed ponendo 4. p. 1. positione, & 4. m. 1. positione, peruenies ad 16. pos. p. 44. æquales 1. cubo p. 4. quadratis, & in secunda quæstione, ad 128. positiones 7. 236. æqualia 1. quad. quadrato p. 8. cubis, manifestum est igitur, quàm hæc sint prioribus difficiliores. In positione etiam simplici, inuenimus prima operatione, rei æstimationem in æquali differentia, quæ addita dimidio diuidendi, & detracta ostendit numeros quæsitos, qui verè sunt æstimatio rei, quanquam posuerimus rem esse differentiam, voco autem positionem simplicem, cum dico, diuide 10. in duas partes, producentes 20. tunc ponimus partem vnā rem, aliam 10. m. re, sed æqualem, cum pono partem vnā 5. p. re & aliam 3. m. re, ideo cum simplex iam per se nota sit, de æquali per quæstiones & exempla dicendum erit, cum certè frequentissimus sit eius vsus ac vtilis.

## QVÆSTIO I.

Est trigonus, cuius laterum differentia primi ad secundum, est 1. & iterum secundum



di ad tertium, est etiam 1. & area est 3. ponens secundum igitur positionem, & primum



# Cap. XXXV. De Regula &c. 277

num erit positio m. 1. & tertium positio p. 1. sequere trigonorum regulam, datam in libro sequente. & fiet re.  $\frac{1}{15}$  quad. quadrati m.  $\frac{1}{15}$  quad. generaliter sumpta, æqualis 3. quare  $\frac{1}{15}$  quad. quadrati æquabitur  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 9. ideoque 1. quad. quadratum, æquabitur 4. quadratis p. 48. & res erit per capitulum derivatiuorum, re. v. re. 52. p. 2. & hoc est latus secundum, adde igitur & minue 1. habes reliqua latera, vt in figura vides.

## QVÆSTIO II.

Fac de 10. duas partes, quarum cubi & quadrati iuncti, faciant 400. pones partem 5. p. 1. positione, & secundum

|               |  |
|---------------|--|
| p. 1. pos.    | 25 p. 1. quad. p. 10. rebus.             |
|               | 25. p. 15. quad. p. 75. rebus p. 1. cu.  |
| 5. m. 1. pos. | 25. p. 1. quad. m. 10. rebus.            |
|               | 125. p. 15. quad. m. 75. rebus m. 1. cu. |
|               | 300. p. 32. qd. æqualia 400.             |

dam partem 5. m. 1. positione, sequere problema, reducendo partem ad cubum, & ad quadratum, cubus tandem cadentibus viciis partibus, 32. quadrata p. 300. æqualia 400. quare quadratum æquabitur  $\frac{1}{32}$ , & res quæ est differentia, erit re.  $\frac{3}{32}$ , igitur partes sint 5. p. re.  $\frac{3}{32}$  & 5. m.  $\frac{3}{32}$ .

## QVÆSTIO III.

Fac ex 6. duas partes, quarum quadratorum aggregatum, sit æquale differentie cuborum. Pones maiorem 3. p. 1. positione, & minorem 3. m. 1. positione, sequere

|                 |                                |
|-----------------|--------------------------------|
| 3. pos. 1. pos. | 9. p. 1. quad p. 6. rebus.     |
| 3. m. 1. pos.   | 9. p. 1. quad. m. 6. rebus.    |
|                 | 18. p. 2. quad. aggregatum.    |
| 3. p. 1. pos.   | 17. p. 9. quad p. 27. pos.     |
|                 | p. 1. cub.                     |
| 3. m. 1. pos.   | 27. p. 9. quad. m. 27. pos.    |
|                 | m. 1. cu.                      |
|                 | differentia 54. pos. p. 2. cu. |

questionem, habebis aggregatum quadratorum, 2. quadrata p. 18. & differentiam cuborum 2. cubos p. 54. positionibus, & hæc æquantur inuicem, igitur cubus & 27. positiones æquantur quadrato & 9. sequere capitulum, her rei æstimatio, id est differentia, re. v. cubica re.  $7\frac{1}{2}$  p.  $\frac{1}{27}$  m. re. v. cubica re.  $702\frac{1}{2}$  m. p.  $\frac{1}{27}$ , quare partes erunt,  $3\frac{1}{2}$  p. re. v. cubica re.  $702\frac{1}{2}$  p. m. re. v. re.  $702\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{27}$ , & minor,  $2\frac{1}{2}$  p. re. v. cubica re.  $702\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{27}$  m. re. v. cubica re.  $702\frac{1}{2}$  p.  $\frac{1}{27}$ .

## QVÆSTIO IV.

Fac ex 8. duas partes, quarum productum maioris in minorem, proportionale sit, inter nonuplum maioris, & ipsam minorem. Pone partem primam 4. p. 1. positione, & minorem 4. m. 1. positione, sequere problema, habebis productum maioris in minorem, 4. m. 1. positione, & hæc sunt in eadem proportionem, igitur ducto 36. p. 9. positionibus, in 4. m. positione, fit quadratum 16. m. 1. quadrato, ducto igitur inuicem 36. p. 9. positionibus, & 4. m. 1. positione, & cadent positiones propter mutuam proportionem, quare producet 144. m. 9. quadratis, & hoc est æquale quadrato 16. m. 1. quadrato, quod est, 256. p. 1. quad. quadrato m. 32. quadratis, quare reddendo m. parti aduersæ, 112. p. 1. quad. quadrato, æquabuntur 23. quadratis, habebis ælimationem rei, re. v.  $11\frac{1}{2}$  m. re.  $20\frac{1}{4}$ , id est re. 7. quam adde & minue à 4. erunt partes quælitæ, 4. p. re. 7. & 4. m. re. 7. & quamuis potuisses solvere per simplicem, veniens ad capitulum cubi & rerum, æquale quadratis & numero, fuisset tamen negotium inexplicabilius, sine vlla comparatione, nam plusquam decem aliis indiges operationibus, antequam peruenias ad veram ælimationem, quæ semper est in natura Binomij, vel recisi veri, non improprij.

## QVÆSTIO V.

Diuide 10. in duas partes, quarum quadrato primæ detracto ex 100. & quadrato secundæ detracto ex 97. residuorum re. iunctæ, constituent 17. Si libet ad vitandum laborem, primò videbis via tentatiua an casus possibilis sit, hoc igitur cognito, pone primam partem 5. p. 1. positione, & reliquā 5. m. 1. positione, duc partes in se, & quadratum maius

|  |               |
|--|---------------|
| 5. p. 1. pos.  | 5. m. 1. pos. |
| 25. p. 1. quad. p. 10. pos.                              | 100.          |
| 25. p. 1. quad. m. 10. pos.                              | 97.           |
| 75. m. 1. quad. m. 10. pos. resid.                       |               |
| 72. m. 1. quad. p. 10. pos. resid.                       |               |
| 17. m. re. v. 75. m. 1. quad. m. 10. pos.                |               |
| re. v. 72. m. 1. quad. p. 10. pos.                       |               |
| 564. m. 1. quad. m. 10. pos. m. re. v. 86700.            |               |
| m. 1156 quad. m. 11560. pos. 72. m. 1. quad. p. 10. pos. |               |
| 292. m. 20. rebus.                                       |               |
| re. v. 86700. m. 1156. quad. m. 11560. pos.              |               |
| 86700. m. 1156. quad. m. 11560. pos.                     |               |
| 85264. p. 400. quad. m. 11680. pos.                      |               |
| 1436. p. 120. pos. æqual. 1556. quad.                    |               |
| 1556.  |               |
| [quad. æqual. $\frac{50}{389}$ pos. p. $\frac{359}{389}$ |               |

Aa

detra-



278 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

detrahe ex 100. & minus ex 97. habebis  
residua, vt in figura, quorum  $\mathcal{R}$ . iuncta,  
debent æquari 17. igitur 17.  $\bar{m}$ . vna illa-  
rum radicem æquatur reliquæ, quare ducemus  
in se, 17. m.  $\mathcal{R}$ . v. 75.  $\bar{m}$ . 1. quadrato  
m. 10. positionibus, & habebimus 364.  
m. 1. quadrato  $\bar{m}$ . 10. positionibus m.  $\mathcal{R}$ . v.  
86700.  $\bar{m}$ . 1156. quadratis m. 11560. rebus,  
æqualia quadrato alterius radicis, scilicet  
72.  $\bar{m}$ . 1. quadrato  $\bar{p}$ . 10. rebus, abiice  
similia ex vtraque parte, & radicem vniuersalem  
solam ex aduerso omnium colloca,  
vt in tertio libro docuimus, ac in quarto  
habebis 292. m. 20. rebus, æqualia  $\mathcal{R}$ . v.  
86700. m. 1156. quadratis m. 11560. rebus,  
quare ducendo denuo partes in se, habebis  
86700.  $\bar{m}$ . 1156. quadratis  $\bar{m}$ . 11560. positionibus,  
æqualia 85264.  $\bar{p}$ . 400. quadratis m. 11680. rebus,  
duc ad æquationem reducendo ad 1. quadratum habebis rei  
æstimationem esse  $\mathcal{R}$ .  $\frac{119876}{151321}$  p.  $\frac{15}{389}$ , sed  $\mathcal{R}$ .  
 $\frac{139276}{151321}$ , est  $\frac{374}{389}$ , igitur additis  $\frac{15}{389}$  sient  $\frac{389}{389}$ , igitur  
res est 1. & partes 4. & 6.

QVÆSTIO VI.

Est etiam, vbi positio æqualis, non soluit omnino quætionem, & simplex soluit. Exemplum, fac de 8. duas partes, quarum quadratum maioris, sit proportionē medium inter productum maioris in minorem, & decuplum totius, vtpote 60. posita itaque maiore 1. positione, habebis 60. & 1. quadratum & 8. positiones m̄. 1. quadrato pro-

60. | 1. quad. | 8. pos. m. 1. quad.  
1. quad. quad. aequal. 480. pos. m.  
60. quad.

portionalia, quare ducta media in seipsam, habebimus 1. quad. quadratum, æquale 480. positionibus m. 60. quadratis, deprime, & fiet cubus & 60. res, æqualia 480. & ideo res nota est, per positionem autem æqualem, peruenies ad capitulum constans ex quinque denominationibus, posset autem solui, & per regulam magnam, sed hoc ad rem nihil pertinet.

C A P V T XXXIII.

*De Regula inaequaliter ponendi seu proportionis.*

**H**Æc regula nos docet, vt positis nu-  
meris inæqualibus, positiones pariter  
æquales annectamus, sic vt in multiplica-  
tione, vicissim similes excident partes. Do-  
cebo autem hoc per exempla, quamuis  
quæstiones, quæ per hanc soluantur, etiam  
per regulam retrò agendi positionem, de  
qua in capitulo quinto dictum est, dissolui  
possint.

QVÆSTIO I.

Exemplum, Sunt duo numeri, quorum differentia est 4. & quadratum minoris cum quadrato dimidij maioris, & 32. aggregati ipsorum quadratorum, constituit 110. posset hanc retro agendo dicere, igitur 110. componitur ex aggregato quadratorum, & 32. aggregati, igitur posito aggregato quadrato, erit 110. æquale quadrato & vni rei, quare res est 10. aggregatum 100. ideo facies ex 100. duas partes, quarum duplum 32. vnus, excedat aliam 32. in 4. & solutio clara est, verum hoc modo nos ponemus. Sit primus numerus minor 2. positiones, quia pars est  $\frac{1}{2}$ , erit maior 2. positiones p̄. 4. inde accipe partem secundi, quæ est in

2. pos. | 2. pos. p. 4.  
2. pos. | 1. pos. p. 2.  
 $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$  ) 5.  
 $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$  ) 5.  
 $\frac{1}{2} \frac{1}{5} \frac{1}{5}$  ) 5.

$$\begin{array}{l} 2. \text{ pos. m. } \frac{4}{5} \\ 1. \text{ pos. p. } \frac{2}{5} \end{array}$$

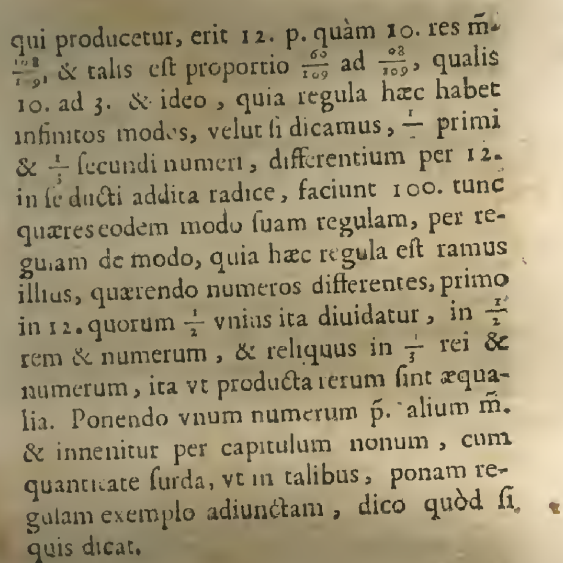
4. quad.  $\tilde{p}$ .  $2\frac{16}{25}$  m.  $\frac{16}{5}$  pos.  
1. quad.  $\tilde{p}$ .  $2\frac{14}{25}$   $\tilde{p}$ .  $\frac{16}{5}$  pos.  
5. quad.  $\tilde{p}$ .  $3\frac{1}{5}$

se ducenda, & est  $\frac{1}{2}$ , erit igitur pars multi-  
plicanda 1. positio p. 2. & primus numerus  
vt dictum est, 2. positiones, hoc habito,  
positum est, non permutata quæstionis na-  
tura, partes numeri ita aptare cum rebus,  
vt in quadratis res ex toto excidant, sic  
igitur facies. Considera secundum nume-  
rum in se ducendum, qualis pars sit primi,  
vt in exemplo, 1. positio p. 2. quæ pars est  
2. positionum, inuenies quod est  $\frac{1}{2}$  p. 2.  
duc igitur denominatorem & numerato-  
rem fracti in se, & producta iunge, & ha-  
bebis 5. pro diuifore, deinde duc numera-  
torem in se, & productum in numerum dif-  
ferentiæ, qui est 4. fit etiam 4. pro diui-  
dendo, diuide igitur 4. per 5. exit  $\frac{4}{5}$  hoc au-  
feres ex 2. positionibus, scilicet maiore par-  
te, habebis 2. pos. m.  $\frac{4}{5}$ , deinde diuide  $\frac{4}{5}$   
per  $\frac{1}{2}$  partem, exit  $\frac{8}{5}$ , hoc addes ad positio-  
nem, habebis 1. pos. p.  $\frac{8}{5}$ , ecce vides, quo-  
niam habes 2. positiones m.  $\frac{4}{5}$ , & 1. posi-  
tionem p.  $\frac{8}{5}$ , & proportio  $\frac{8}{5}$  ad  $\frac{4}{5}$ , est vt 2.  
positiones ad 1. positionem, & si sumperis  
duplum maioris, scilicet 2. pos. p.  $3\frac{1}{5}$ ,  
superabit minorem scilicet 2. pos. m.  $\frac{4}{5}$  in  
4. ad vnguem, hoc peracto, ex regula vni-  
uersali, duc partes in se, habebis 4. qua-  
drata p.  $\frac{16}{25}$  m.  $\frac{16}{5}$  positionibus, & 1. quadra-  
tū p.  $2\frac{14}{25}$  p.  $\frac{16}{5}$  positionibus, iunge habebis 5.  
quadrata p.  $3\frac{1}{5}$ , hæc cum radice æquan-  
tur 110. igitur 32. æquatur 110. m. hoc ag-  
gregato, igitur 106  $\frac{1}{5}$  m. 5. quadratis, æqua-  
tur 32. v. 5. quadratis p.  $3\frac{1}{5}$ , duc partes  
in se, habebis 5. quadrata p.  $3\frac{1}{5}$ , æqualia  
11406  $\frac{6}{25}$  p. 25. quadr. quadratis m. 1068.  
quadratis, redde reddenda m. alteri parri,  
& diuide per numerum quadr. quadrato-  
rum, qui est 25. habebis 1. quad. quadra-  
tum p. 456  $\frac{76}{625}$ , æqualia 42  $\frac{27}{25}$  quadratis,  
ideo

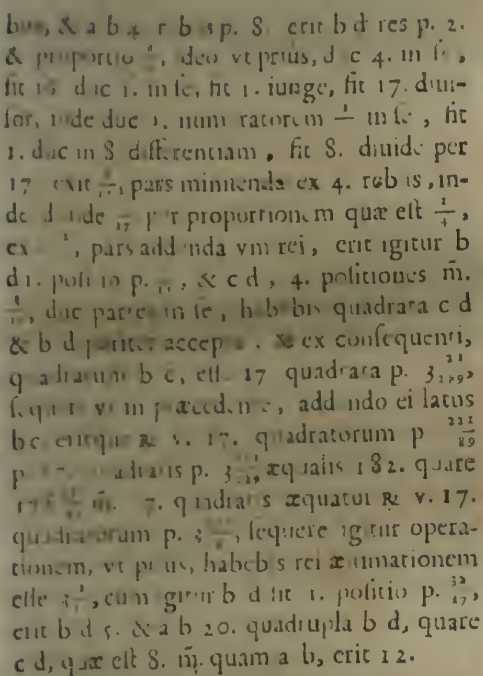


id est 8. aliter. v. 2.  $\frac{11}{10}$  m. & 4.  $\frac{10}{5}$  sed & 4.  $\frac{10}{5}$   
 est 2. igitur res est & 1.  $\frac{9}{10}$ , sed hæc est  $\frac{4}{5}$ ,  
 igitur res fuit  $\frac{4}{5}$ , sed prima pars seu ma-  
 ior, fuit 2. positiones m. —, igitur ipsa fuit  
 8. & minor fuit 1. positio p.  $\frac{1}{2}$ , igitur fuit  
 6. & us duplum fuit 12. qm̄ excedit 8. in  
 4. & hoc est quod volumus,

Est trigonus a b c, cuius basis a b, est 8.  
p. e. t. to c d, & a d tripla est d b, & qua-  
dratum b c cum latere c b, est 182. polita  
igitur c d r e, & a b, r e & 8. seu c d 4. re-



Inuenias duos numeros, quorum differ-  
rentia sit 14. &  $\frac{1}{2}$  vnus in se ductum,  
cum  $\frac{1}{4}$  alterius in se ducto; & cum 3. ag-



Et similiter, si diceret, sunt duo numeri, quorum differentia est 12. & quadratum minoris cum quadrato  $\frac{1}{10}$  maioris, & quadrato aggregati, aequatur 1000. tunc ut prius operaberis, dicendo numeratorem ac denominatorem in 10, & iungendo, fit divisio 100. deinde duco 3. numeratorem in 10, & productum in 12. fit 108. diuiso per 109. habeo partem minuendam ex 10. & residuum 5, deinde diuiso  $\frac{108}{109}$ , per  $\frac{1}{10}$ , exit  $\frac{108}{1090}$ , pars diuisa 3. omnibus, fingitur 3. partibus  $\frac{108}{1090}$ , ducantur in  $\frac{2}{1}$ , numerus

gregati talium productorum, fiat 110. dico  
primò, duc nominatores in nominatores vi-  
cissim, videlicet 4. in 1. & 3. in 1. & pro-  
ductorum quæ sunt etiam 4. & 3. iunge  
quadrata, habebis 25. pro diuifore, deinde  
duc denominatores inuicem, 3. in 4. fit 12.  
& quod fit in differentiam quæ fuit 14. fit  
168. hoc ducito in productum numerato-  
rum, quod fuit 1. fit etiam 168. pro diui-  
dendo, diuide igitur 168. per 25. exit  $\frac{168}{25}$ ,  
hoc multiplica in ipsas partes, videlicet  $\frac{1}{3}$   
&  $\frac{1}{4}$ , habebis  $2\frac{6}{25}$ , addendum, &  $1\frac{17}{25}$  mi-  
nuendum, quia semper vt dictum est, mi-  
nor pars numeri, minuitur à maiore, & ma-  
ior additur minori, duc igitur  $\frac{1}{3}$  positionis  
m.  $1\frac{17}{25}$  in se, & similiter  $\frac{1}{4}$  positionis p.  $2\frac{6}{25}$   
in se, & collige producta, habebis  $\frac{25}{14}$  qua-  
drati p.  $7\frac{103}{125}$ , absque rebus, quare sequeris o-  
perationem, vt in prioribus. Aliud exemplū,  
in regula parum difficili, inuenias duos nu-  
meros



# 280 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

meros differentes in 4. quorum  $\frac{3}{4}$  minoris in se ducta, &  $\frac{2}{3}$  maioris in se ducta, & aggregato productorum addita radice, fiat 10. duces igitur in crucem, 3. in 3. & 4.

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \\ 1 + 9 = 10 \end{array}$$

in 2. & fient 9 & 8. quorum quadrata iuncta sunt 145. pro diuifore, fimiliter duces 3. in 4. denominatores, fit 12. duc in 4. differentiam numerorum, fit 48. duc in 6. productum numeratorum, fit 288, pro diuendo, inde diuifo 288. per 145. exit  $\frac{288}{145}$ , duc in  $\frac{2}{3}$  & in  $\frac{3}{4}$ , partes acceptas feorfum, habebis  $\frac{192}{145}$  &  $\frac{216}{145}$ , partes addendas ac minuendas vt prius.

## QVÆSTIO V.

Et fimiliter dicemus de aggregato, veluti fi dicat, fac ex 10. duas partes, quarum vna in se ducta, & alterius dimidio in feducto, & accepta radice aggregati, totum fit 30. dico operaberis per regulam dictam, in

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + 10 = 10\frac{1}{2} \end{array}$$

quaestione prima fcilicet, quia est de integris ex vna parte, inuenies igitur numeros 4. & 2. & à maiore minues 1. positionem, & minori addes 2. positiones, & ideo in hoc differt à regulis numerorum differentium, cætera paria sunt, & ideo fequendo operationem, habebis rei æstimationem, R. v.  $2\frac{1}{10}$  m. R.  $\frac{121}{100}$ , quod est dicere 1. ideo numeri sunt 6. & 4.

## CAPVT XXXIV.

### De Regula medij.

**H**Æc sic vocata à me est, quia medium inquiritur, fcilicet proportio, & quia ad vnitatis confufionem vitandam, ponimus partem vnam, dimidium vnitatis, & est eius vfus folum ad quærendum quantitates, quæ æqualiter multiplicantur, & proportionem feruant, cum autem eam non feruauerint, vfus regulæ non est vtilis, verum in duabus quantitatibus folum explicatur, de pluribus autem in capitulo trigefimono-nodicemus. Patet autem, quod fi quis di-

cat, inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta fint 30. quod regula hæc non feruiet, quia proportio 30. ad 10. quæ est tripla, non feruatur inter cubos & quadratos, variata quantitate, at regulam ipsam ostendere quemadmodum & alias per exemplatile fuerit.

## QVÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in quadratorum differentiam faciat 20. & aggregatum illorum in quadratorum aggregatum, faciat 20. Pones igitur vt dictum est vnum illorum, positio-

|   |                             |   |
|---|-----------------------------|---|
| Numeri  | 1. pos.                     | $\frac{1}{2}$                             |
| Differentia numerorum                                   | 1. pos. m.                  | $\frac{1}{4}$                             |
| Aggrega. numerorum                                      | 1. pos. p.                  | $\frac{1}{4}$                             |
| Quadrata  | 1. quad.                    | $\frac{1}{4}$                             |
| Differentia quadratorum                                 | 1. quad. m.                 | $\frac{1}{4}$                             |
| Aggregatum quadrat.                                     | 1. quad. p.                 | $\frac{1}{4}$                             |
| productū different.                                     | $\frac{1}{2}$ p. 1. cu. m.  | $\frac{1}{2}$ quad. m. $\frac{1}{4}$ pos. |
| productum quadrat.                                      | $\frac{1}{2}$ p. 1. cub. p. | $\frac{1}{2}$ quad. p. $\frac{1}{4}$ pos. |
| $\frac{1}{4}$ p. 2. cub. m. 1. quad. m.                 | $\frac{1}{4}$ pos.          |   |
| $\frac{1}{8}$ p. 2. cub. p. $\frac{1}{2}$ quad. p.      | $\frac{1}{2}$ pos.          |   |
| $\frac{1}{8}$ p. 1. cub. æquatur $\frac{1}{2}$ quad. p. | $\frac{1}{4}$ pos.          |   |
| 1. pos. p. $\frac{1}{4}$                                | 1. pos. p. $\frac{1}{4}$    |   |
| 1. quad. m. $\frac{1}{2}$ pos. p. $\frac{1}{4}$         | 1. pos.                     |   |

nem, alium  $\frac{1}{2}$  deinde inuenies differentiam, & aggregatum, & quadrata partium, & differentiam quadratorum, & aggregatum, vt in margine, inde ducito differentiam partium in differentiam quadratorum, & habebis  $\frac{1}{2}$  p. 1. cubo m.  $\frac{1}{2}$  quadrato m.  $\frac{1}{4}$  positionis, & hoc debet esse dimidium producti aggregatorum numerorum fcilicet ac quadratorum, quia 10. est dimidium 20. igitur erit dimidium  $\frac{1}{2}$  p. 1. cubo p.  $\frac{1}{4}$  quadrato p.  $\frac{1}{4}$  positionis, quare  $\frac{1}{4}$  p. 2. cubis m. 1. quadrato m.  $\frac{1}{2}$  positione, æquatur  $\frac{1}{4}$  p. 1. cubo p.  $\frac{1}{4}$  quadrato p.  $\frac{1}{4}$  positionis, igitur reddendo partes m. ad p. erit vt  $\frac{1}{2}$  p. 1. cubo, æquatur  $\frac{1}{2}$  quadrato p.  $\frac{3}{4}$  positionis, quare diuifis partibus, ad faciliorem operationem, quæ femper poterunt diuidi, habebimus  $\frac{1}{2}$  positionis, æqualem 1. quadrato m.  $\frac{1}{2}$  positione p.  $\frac{1}{4}$ , diuifor, namque componitur ex partibus ab initio sumptis, fcilicet 1. positione &  $\frac{1}{2}$ , quare 1. quadratum p.  $\frac{1}{4}$ , æquabitur 2. positionibus, & res erit 1. p. R.  $\frac{3}{4}$ , sunt igitur quantitates in proportionem 1. p. R.  $\frac{3}{4}$ , &  $\frac{1}{2}$ , quare in proportionem 2. p. R. 3. & 1. Iterum igitur quæramus duas quantitates in hac proportionem, quarum aggregatum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 20. nam tales necessario habebunt etiam reliquam conditionem, ponemus igitur vnam illarum rem, aliam res 2.

p. R.



# Cap. XXXIV. De Regula medij. 281

Numerus 1. res 2. p. R. 3.  
 Quadriata quad. 1. quad. 7. p. R. 48.  
 Aggreg. numero. res 3. p. R. 3.  
 Aggreg. quad. quad. 8. p. R. 48.  
 Productum cubi 36. p. R. 1200.

p. R. 3. & quæremus sua quadrata, quæ iungemus, & erunt quadrata 8. p. R. 48. & ducemus in aggregatum numerorum, scilicet res 3. p. R. 3. & sunt cubi 36. p. R. 1200. diuidemus igitur 20. per R. 1200. p. 36. & exbit  $7\frac{1}{3}$  m. R. 52 $\frac{1}{3}$ , cuius R. cubica erit numerus minor quæsitus, maior autem habebitur, ducto minore in 2. p. R. 3. quate numeri quæsitæ erunt,

Primus R. v. cubica  $7\frac{1}{3}$  m. R. 52 $\frac{1}{3}$ .

Secundus R. v. cubica 195. m. R. 35437 $\frac{1}{3}$  p. R. 33075. m. R. 35490.

## QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum differentia ducta in differentiam cuborum, producat m. & aggregatum in aggregatum cu-

|                     |            |    |
|---------------------|------------|----|
| Numeri              | 1. pos.    | 1. |
| Differentia numer.  | 1. pos. m. | 1. |
| Aggregatum numero.  | 1. pos. p. | 1. |
| Cubi                | 1. cub.    | 1. |
| Differentia cuborum | 1. cub. m. | 1. |
| Aggregatum cuborum  | 1. cub. p. | 1. |

Produc. Aggregatorum.

1. quad. quad. p. 1. cub. p. 1. pos. p. 1.

Productum differentiarum.

1. quad. quad. m. 1. cub. m. 1. pos. p. 1.

3. quad. quad. m. 3. cub. m. 3. pos. p. 3.

1. quad. quad. p. 1. cub. p. 1. pos. p. 1.

2. quad. quad. p. 2. cub. p. 4. pos.

1. quad. quad. p. 1. cub. p. 2. pos.

borum constituat 30. hac in quæstione, procedes vt in præcedenti, verum pones partes 1. positionem & 1. ad facilitatem maiorem, & sequeris vt in præcedenti, donec veneris ad 1. quad. quadratum. p. 1. æquale 2. cubis p. 2. positionibus, igitur habeo quinque quantitates continuè proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, est duplum aggregato secundæ & quartæ, igitur per capitulum quinque quantitatum in continua proportionem constitutarum quæro proportionem, assumendo puta 2. & 4. quorum 4. est dup. us alteri, & faciendo de 4. primam & quintam, & de 2. secundam & quartam, igitur talis proportio erit vt  $\frac{1}{2}$  p. R.  $\frac{1}{4}$  p. R. v. R.  $6\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$  p. R. v. R.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ , ad unitatem, pones igitur denuo res sub his numeris, videlicet 1. rem, & res  $\frac{1}{4}$  p. R.  $\frac{1}{4}$  p. R. v. R.  $6\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$  p. R. v.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ , inde ducito ad cubum partes per regulas tertij libri, quod non difficile fiet, inde duces res R.  $\frac{1}{4}$  p. R. v. R.  $6\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$  p. R. v. R.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ , differentiam scilicet numerorum, in differentiam cuborum, quæ habetur detracto 1. cubo, ex cubo dicti iam compositi ex quatuor, nomini-

Tom. IV.

bus, & productum æquabitur 10. diuides 10. per tale productum & eius quod exit R. R. erit æstimatio primæ quantitatis, quæ ducta in  $\frac{1}{2}$  p. R.  $\frac{1}{4}$  p. R. v. R.  $6\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{1}{4}$  p. R. v. R.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{4}$ , confurget secunda quantitas seu secundus numerus.

## QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros quorum relati primi iuncti faciant 20. & aggregatum cuborum in aggregatum quadratorum ductum, faciat 25. pones vt in præcedente,

|   |    |
|---|----|
| 1. pos.                                       | 1. |
| 1. p <sup>m</sup> r <sup>m</sup>              | 1. |
| 1. cub. p.                                    | 1. |
| 1. quad. p.                                   | 1. |
| 1. p <sup>m</sup> r <sup>m</sup> p. 1. cu. p. |    |
| 1. quad. p. 1.                                |    |

|   |    |
|---|----|
| 5. r <sup>i</sup> p <sup>i</sup> p.                           | 5. |
| 4. r <sup>i</sup> p <sup>i</sup> p. 4. cub. p. 4. quad. p. 4. |    |
| 1. r <sup>m</sup> p <sup>m</sup> p.                           |    |
| æquatur 4. cub. p. 4. quad.                                   |    |

|   |  |
|---|--|
| 1. pos. p. 1.   |  |
| 1. quad. quad. m. 1. cub. p. 1. quad. m. 1. pos. p. 14. quad. |  |
| 1. quad. quad. p. 1.   1. cu. p. 3. quad. p. 1. pos.          |  |

partes, 1. positionem & 1. & relati primi earum, sunt 1. p<sup>m</sup> r<sup>m</sup> & 1. & productum aggregati quadratorum in aggregatum cuborum est, 1. p<sup>m</sup> r<sup>m</sup> p. 1. cubo p. 1. quadrato p. 1. & hoc se habet ad 1. p<sup>m</sup> r<sup>m</sup> p. 1. vt 25. ad 20. & vt 5. ad 4. igitur per regulam quantitatum proportionalium, & ducto 2. p<sup>o</sup> r<sup>o</sup> p. 1. cubo p. 1. quadrato p. 1. per 4. faciemus quantum ducto 1. p<sup>o</sup> r<sup>o</sup> p. 1. per 5. igitur 4. p<sup>i</sup> r<sup>i</sup> p. 4. cubis, p. 4. quadratis p. 4. æquantur 5. p<sup>is</sup> r<sup>is</sup> p. 5. quare tandem habebimus p<sup>m</sup> r<sup>m</sup> p. 1. facta detractio, æquale 4. cubis p. 4. quadratis, diuide partes per positionem p. 1. quad. quadrato m. 1. cubo p. 1. quadrato m. 1. positione p. 1. æqualia 4. quadratis, igitur 1. quad. quadratum p. 1. æquatur 1. cubo p. 3. quadratis p. 1. positione, sunt igitur quinque quantitates continuè proportionales, quarum aggregatum primæ & quintæ, est gratiâ exempli 10. & aggregatum secundæ & quartæ cum triplo tertie etiam, 10. igitur nota erit proportio, per capitulum 5. quantitatum continuæ proportionis, & erit

R.  $3\frac{6}{7}$  m. 1. p. R. v. R.  $1\frac{5}{7}$  m.  $\frac{6}{7}$ , &  
 2. m. R.  $1\frac{5}{7}$

est proportio illarum quantitatum, in secunda igitur positione, pones 1. rem, & res in numero suprädicto seu propotione, vel reductam proportionem, vt in præcedente quæstione, facta diuisione per numeratorem, ad relatum ducto, per suam regulam, cui adde 1. relatum primum de 1. & cum aggregato diuide 20. & R. relata prima, prima, prouentus est numerus minor, inde multiplica ipsum in

Aa 3

pro



# 282 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

proportionem, & proueniet maior, & perficere talem operationem est res quasi supra humanum laborem, & nisi essent regulæ tertij libri, vix omnino possibile foret.

## CAPVT XXXV.

### De Regula aggregati.

#### REGVLA I.

**S**ICVT ex præcedente, & regula iterata, proportio ipsa quæritur, sic per hanc habemus aggregatum, Est autem utilis valde, vbi inter partes nulla supponitur proportio. Nam medium ad quærendum plures numeros simul, est vel proportio, vel aggregatum, aut differentia, cum igitur ex præcedente & regula iterata proportio habeatur, cum hac autem & aggregatum & differentia, satis constat, quanto hæc illas antecedit intervallo. Vocauimus & hanc regulam dupli, quod duas contineat partes, seu duos numeros quæsitos, ratio verò eius, vt reliquarum, per exempla patet.

#### QVÆSTIO I.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 20. & productum vnus in alterum, cum ipsis numeris, sit 10. dico (quamuis ex sexto libro solui possit) sic per regulam faciemus. Pone aggregatum 1. positionem, seu rem, & quia ex vno in alterum sit 10. minus aggregato, igitur ex vno in alterum fiet 10. m. i. fac igitur ex positione, duas partes productas 10. m. 1. positione, & erunt ex regula capituli de operationibus in sexto libro posita, partes,  $\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ pos. } \bar{p}. \bar{R}. v. \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. 1. \text{ pos. } \bar{m}. 10. \\ - \text{ pos. } \bar{p}. \bar{R}. v. \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. 1. \text{ pos. } \bar{m}. 10. \\ \hline \frac{1}{4} \text{ pos. } \bar{p}. \bar{R}. v. \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. 1. \text{ pos. } \bar{m}. 10. \\ \frac{1}{2} \text{ pos. } \bar{m}. \bar{R}. v. \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. 1. \text{ pos. } \bar{m}. 10. \\ \frac{1}{2} \text{ pos. } \bar{m}. \bar{R}. v. \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. 1. \text{ pos. } \bar{m}. 10. \\ \hline \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. 1. \text{ pos. } \bar{m}. 10. \\ \hline 1. \text{ quad. } \bar{p}. 2. \text{ pos. } \bar{m}. 20. \end{array}$$

positionis  $\bar{p}. \bar{R}. v. \frac{1}{4}$  quadrati  $\bar{p}. 1.$  positione  $\bar{m}. 10.$  &  $\frac{1}{2}$  positionis,  $\bar{m}. \bar{R}. v. \frac{1}{4}$  quadrati  $\bar{p}. 1.$  positione  $\bar{m}. 10.$  horum itaque quadrata iuncta debent esse 20. & quia vna pars est Binomium, altera recisum respectu  $\frac{1}{2}$  positionis, sufficiet ducere partes in se, non vnâ in aliam, vt in libris tertio & quarto & quinto docuimus, ideo ducta  $\frac{1}{2}$  positio in se, fit  $\frac{1}{4}$  quadrati, & ducta  $\bar{R}. v. \frac{1}{4}$  quadrati  $\bar{p}. 1.$  positione  $\bar{m}. 10.$  in se fit  $\frac{1}{4}$  quadrati  $\bar{p}. 1.$  positione  $\bar{m}. 10.$  & tantundem ex alia parte, vt in figura, quare quadrata Binomij & recisi iuncta, sunt 20. At  $\bar{p}. 2.$  positionibus  $\bar{m}. 20.$  & hoc æquatur 20. vt dictum est, igitur 1. quad.  $\bar{p}. 2.$  positionibus æquatur 40. rei ælimatio erit  $\bar{R}. 41.$   $\bar{m}. 1.$  fac ex  $\bar{R}. \bar{m}. 1.$  duas partes, quarum quadrata iuncta sint 20. & erunt per no-

$$\begin{array}{l} p^2 \bar{R}. 10 \frac{1}{4} \bar{m}. \frac{1}{2} \bar{p}. \bar{R}. v. 10 \frac{1}{4} \bar{m}. \frac{1}{2} \\ 2^2 \bar{R}. 10 \frac{1}{4} \bar{m}. \frac{1}{2} \bar{m}. \bar{R}. v. 10 \frac{1}{4} \bar{m}. \frac{1}{2} \end{array}$$

uam positionem, vel per regulas capituli de operationibus in quarto libro partes quas à latere vides.

#### QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, qui iuncti faciant tantum, quantum inuicem ducti, & eorum quadrata iuncta sint 20. si igitur aggregatum est 1. positio, productum etiam vnus in alterum est 1. positio, fac ex 1. positione duas partes, producentes 1. positionem, per regulas capituli de operationibus in sexto libro positas, seu per quintam secundi Elementorum, & erunt partes quas à latere posui, harum igitur quadrata iuncta

$$\begin{array}{l} \frac{1}{4} \text{ pos. } \bar{p}. \bar{R}. v. \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{m}. 1. \text{ pos. } \\ \frac{1}{2} \text{ pos. } \bar{m}. \bar{R}. v. - \text{ quad. } \bar{m}. 1. \text{ pos. } \\ \hline \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. \frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{m}. 2. \text{ pos. } \\ \hline \bar{R}. 5 \frac{1}{4} \bar{p}. \frac{1}{2} \bar{R}. v. 4 \frac{1}{2} \bar{m}. \bar{R}. 5 \frac{1}{4} \\ \bar{R}. 5 \frac{1}{4} \bar{p}. \frac{1}{2} \bar{m}. \bar{R}. v. 4 \frac{1}{2} \bar{m}. \bar{R}. 5 \frac{1}{4} \end{array}$$

sunt 20. quare cum habeant vt in præcedenti rationem Binomij & recisi, sufficiet ducere partes vnus eorū in se, & duplicare. Igitur habebimus pro aggregato quadratorum 1. quadratum  $\bar{m}. 2.$  positionibus, æqualia 20. quare res erit  $\bar{R}. 21.$   $\bar{p}. 1.$  ideo faciemus ex ipsa partes, vt præpositum est, & erunt vt vides.

#### QVÆSTIO III.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producat aggregatum, & quadrata ipsorum cum ipsis numeris faciant 20. fac vt in præcedenti, & habebis aggregatum  $\bar{R}. 20 \frac{1}{4} \bar{p}. \frac{1}{2}$ , quod est 5. & quia quadrata partium cum ipsis numeris debent æquari 20. igitur quadrata ipsa sola absque numeris erunt 15. fac igitur ex 5. duas partes, quarum quadrata iuncta sint 15. & habebis numeros quos vides. Memineris autem, quod in prima operatione, quando peruenis ad 1. quadratum  $\bar{m}. 2.$  positionibus pro aggregato quadratorum, vt addas 1. positionem, quod est aggregatum numerorum, & peruenies ad 1. quadratum  $\bar{m}. 1.$  positione, æqualia 20.

#### QVÆSTIO IV.

Inuenias duos numeros, qui inuicem ducti producant aggregatum, & diuiso 12. per vtrumque, quadrata prouenientium iuncta cum aggregato diuidentium faciant 80. hæc cum præcedentibus est fratris Luca, in quodam scripto quod perierat. Pone aggregatum rem vnâ, eam diuide in partes, vt vides, cum quibus diuide 12. vt in figura.

Igitur



Cap. XXXV. De Regula aggreg. 283

Partes |  $\frac{1}{2}$  pos.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\frac{1}{4}$  quad. m. 1. pos.  
12.  
 $\frac{1}{2}$  pos. m.  $\bar{r}$ . v.  $\frac{1}{4}$  quad. m. 1. pos.  
144.  
 $\frac{1}{2}$  quad. m. 1. pos.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  $\frac{1}{4}$  quad. quad. m.  
1. cub. ~~XXXX~~  
quadrata | 144.  
partium | ~~XXXX~~ - quad. m. 1. pos.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v.  
144. quad. qd. m. 1. cub.  
144. quad. m. 288. pos.  
Aggregatū quadratorū 1. quad.

Igitur ex partibus ipsis factis quadratis, iunctisque, ut in quinto libro docui te, habebis aggregatum quadratorum, cui adde aggregatum diuidentium, siquidem remanentiam habebis, 144. quadr. m. 288. positionibus. p̄.  
1. quad.  
1. positione, æqualia 80. multiplica omnia per positionem, hent 144. positiones m̄. 288. p̄. 1. quadrato, æqualia 80. positionibus, quare quadratum & 94. positiones, æquantur 288. res igitur est R. 1312. m̄. 32. sic igitur ex R. 1312. m̄. 32. duas partes, producentes R. 1312. m̄. 32. & illæ erunt numeri qualiti.

QVÆSTIO V.

Inuenias numeros quorum quadrata iuncta sint 20. & productum vnius in alterum, æquale sit quadrato differentię, hæc quamquam clara sit, quoniam necessarium sit eos numeros esse in proportionē, quæ dicitur habere medium & duo extrema. Possit etiam solui ex regula positionis æqualis nam plures quæstiones, multis ac diuersis regulis solui possunt. Sic tamen ex hac regula faciemus, posito aggregato re, diuide-

$\frac{1}{2}$  pos.  $\bar{m}$ .  $R$ . v. 10.  $\bar{m}$ .  $\frac{1}{4}$  quad.  
 $\frac{1}{2}$  pos.  $\bar{p}$ .  $R$ . v. 10.  $\bar{m}$ .  $\frac{1}{4}$  quad.  
 Differentia  $R$ . v. 40.  $\bar{m}$ . 1. quad.  
 Quad differentia 40.  $\bar{m}$ . 1. quad.  
 productum  $\frac{1}{2}$  quad.  $\bar{m}$ . 10.

mus eam in partes, quarum quadrata iuncta sint 20. & erunt vi vides, igitur quadratum differentię est 40. m. 1. quadrato, & hoc æquatur producto partium inuicē, quod est  $\frac{1}{2}$  quadratū m. 10. quare  $1\frac{1}{2}$  quad. æquatur 50. igiturres est 8. 3  $\frac{1}{3}$ , ex hoc fac duas partes, quarū quadrata iuncta sint 20. & erūt 8.  $\frac{8}{9}$ , p. 8.  $1\frac{2}{3}$ , & 8.  $\frac{8}{9}$  m. 8.  $\frac{2}{3}$ . Et hac regula deducuntur octo quæstiones, quas ego ob vehementem similitudinem Sorores appellauī, ad capitula melius, quam alia.

Sequuntur octo quæstiones, quæ vocantur  
Sorores, quarum ultima sola pro aliarum  
exemplo declaratur.

QVÆSTIO VI.

Inuenias duos numeros, quorum quadra-  
ta iuncta sunt 10. & cubi sint 30. pones

aggregatum numerorum positionem, & facies partes ex ea, quarum quadrata iuncta sint 10. inde iunge cubos illarum partium, & habebis cubum p. 60. æqualia 30. rebus.

QVÆSTIO VII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & differentia cuborum illorum, sit 15. pone aggregatum eorum ut prius, rem, & habebis 1. cub. quadratum, æquale 300. quadratis p̄. 1100.

QVÆSTIO VIII.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & ex ductu cuiuslibet eorum in quadratum alterius, producta iuncta faciant 20. pones eodem modo aggregatum numerorum, rem, & habebis 1. cub. quadratum p. 300. quadratis p. 800. positionibus, æqualia 40. quadr. quadratis p. 1600.

QVÆSTIO IX.

Inuenias duos numeros, quorum quadrata iuncta sint 10. & producta vnius in alterius quadratum mutuo, differant per 4. Pones vt prius aggregatum, rem, & habebis 1. cub. quadratum p. 500. quadratis æqualia 40. quad. quadratis p. 1936.

QVÆSTIO X.

Inuenias duos numeros, quorum differenti-  
tia quadratorum sit 10. & cuborum aggreg-  
atum sit 100. Pones aggregatum nume-  
rorum, rem, & facies ex ea partes, quarum  
quadrata differant in 10. & eas duces ad  
cubum, & habis 1. quad. quadratum p.  
300. æqualia 400. positionibus.

QVÆSTIO XI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & cuborum differentia sit 100. Pones vt priùs, aggregatum numerorum, rem, & habebis 1. quad. quadratum p.  $33\frac{1}{3}$ , æqualia  $13\frac{1}{3}$  cubis.

QVÆSTIO XII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & aggregatum productorum vnus in quadratum alterius mutuo, sit 100. Pones vt priùs aggregatum illorum, rem, & habebis 1. quad. quadratum æquale 400. rebus p. 100.

QVÆSTIO XII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratorum differentia sit 10. & differentia productorum vnus in alterius quadratorum, sit 100. hanc explicabo diligenter, vt sit forma operandi, atque exemplar in reliquis, non solum septem præcedentibus, sed & aliis multis, quæ formari possunt in hoc genere.



# 284 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

Ponam igitur illorum aggregatum, rem, & per regulam de modo, vel capituli operationum in quarto libro, faciam ex ea duas partes, quarum quadratorum differentia sit 10. & est, vt diuidas illam differentiam sci-

## QVÆSTIO XIV.

Inuenias duos numeros, ex quorum ductu vnus in alterum producat 8. & quadrata iuncta cum ipsis numeris, faciant 40. Pones aggregatum illorum numerorum  $\frac{1}{2}$  quantitatem, & alterum ex illis 1. positionem, reliquus igitur est  $\frac{1}{2}$  quant. m. 1. positione, duc inuicem, sunt  $\frac{1}{2}$  quant. pos. m. 1. quadrato, & hoc æquatur 8. igitur habes quadratum p. 8. æquale quantitati, cuidam rerum. Sequere igitur capitulum, accipe dimidium numeri rerum, id est  $\frac{1}{4}$  quantitatis, vt in capitulo quinto doceris, quando quadratum & numerus æquantur rebus, duc igitur  $\frac{1}{4}$  quantitatis in se, fit  $\frac{1}{16}$  quad. quan. abice 8. numerum æquationis, fit  $\frac{1}{16}$  quad. quan. m. 8. accipe 2. v. quam adde, ac minue, ad  $\frac{1}{4}$  quantitatis, dimidium numeri rerum, fiet rei æstimatio, seu numeri quæsit, quorum vnus est,  $\frac{1}{4}$  quantitatis p. 2. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quan. m. 8. & alter,  $\frac{1}{4}$  quantitatis m. 2. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quan. m. 8. horum igitur quadrata, addito aggregato numerorum, id est  $\frac{1}{2}$  quantitatis,

|  |   |
|--|---|
| $\frac{1}{2}$ pos. $\frac{5}{x}$ pos.                                | $\frac{1}{2}$ pos. m. $\frac{5}{x}$ pos.          |
| $\frac{1}{4}$ quad. p. $\frac{25}{x}$ quad. m. 5.                    | $\frac{1}{4}$ quad. p. $\frac{25}{x}$ quad. p. 5. |
| $2\frac{1}{2}$ pos. m. $\frac{1}{4}$                                 | $1\frac{1}{4}$ pos. m. $2\frac{1}{2}$             |
| pos. m. $\frac{1}{x}$ cub.   | pos. p. $\frac{1}{x}$ cub.                        |
| Differentia $2\frac{1}{2}$ pos. m. $\frac{150}{x}$ cub. æqualia 100. |   |
| 1. quad. quad. æquale 40. cub. p. 100.                               |   |

licet 10. per duplum diuidendi, quod est 2. positiones, exiens quod est  $\frac{5}{x}$  pos. addes & minues dimidio diuidendi, quod est  $\frac{1}{2}$  positio, habebis partes, & quadrata illarum, quæ suppone permutato ordine suis radicibus, vt in figura patet, duces igitur inferiora in sua superiora, sufficitque in his, quorum volumus differentiam multiplicare, partes dissimiles, id est quæ in vno producant p. in alio m. sicut in aggregandis sufficit multiplicare partes similes, nam reliquæ per se cadunt, duc igitur  $\frac{1}{2}$  position. in m.  $\frac{5}{x}$  pos. m. 5. &  $\frac{1}{4}$  quadrati p.  $\frac{25}{x}$  quad. quia vbi vna producit p. alia producit m. & detrahe m. à p. & hoc non est aliud, quàm duplicare vnum illorum productorum, habebis differentiam vnus producti ab altero,  $2\frac{1}{2}$  positiones m.  $\frac{250}{x}$  cub. igitur hoc æquatur 100. diuide omnia per  $2\frac{1}{2}$ , & multiplica per 1. cubum, habebis 1. quad. quadratum æquale 40. cubis p. 100. & ita in aliis, & osses super hoc statuere regulam de modo, dicendo, cum duo numeri, quorum quadratorum differentia est constituta ex multiplicatione vicissim in quadrata, debent producere aliquam differentiam inter ipsa producta, tunc erit quad. quadratum æquale quadrato differentiarum quadratorum, & totidem cubis, quotus est numerus, qui prouenit, diuiso numero differentiarum productorum per quartam partem differentiarum quadratorum, velut si dicam, inuenias duos numeros quorum quadratorum differentia sit 6. & productorum vnus in quadratum alterius differentia sit 60. dicemus igitur 1. quad. quadratum æquabitur 40. cubis p. 36. & ite de aliis.

## REGULA II.

Est & alius modus regulæ aggregati, longè subtilior præcedente, & facit duas positiones simul & duas conuersiones, & nihil est subtilius his in regulis, & inueni ipsum in quodam fragmento fratris Lucæ, & tandem reduxi ipsum post multos labores, quia vix poterat legi in hac parte, vel percipi imago huius regulæ, & ego explicabo eam facilliter, & nihil esset, quod non est multum generalis hic modus, quantum ad ostendendam æstimationem rei, licet quo ad positionem sit amplissimus, nihil aliud posset excogitari præstantius, & exemplum ac regula erit in quæstionibus.

|   |
|---|
| $\frac{1}{2}$ quan.   |
| 1. pos. $\frac{1}{2}$ quan. m. 1. pos.                              |
| $\frac{1}{2}$ quan. pos. m. 1. quad.                                |
| æqualis 8.  |
| $\frac{1}{4}$ quan.   |
| $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.                                    |
| $\frac{1}{4}$ quad. p. 2. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.       |
| $\frac{1}{4}$ quan. m. 2. v. $\frac{1}{16}$ quad. quan. m. 8.       |
| $\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8.                                     |
| $\frac{1}{8}$ quad. quan. m. 8.                                     |
| $\frac{1}{2}$ quan.   |
| $\frac{1}{4}$ quad. quan. m. 16. p. $\frac{1}{2}$ quan. æqualis 40. |
| 1. quad. quan. p. 2. quan. æqualis 224. æstimatio rei 2. 225. m. 1. |

æquantur 40. quadrata igitur partium, cadentibus vicissim multiplicationibus  $\frac{1}{4}$  quantitatis in 2. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quan. m. 8. quia sunt æqualia, m. & p. erunt  $\frac{1}{8}$  quad. quan. m. 8. &  $\frac{1}{8}$  quad. quan. m. 8. iuncta igitur  $\frac{1}{4}$  quad. quan. m. 16. æqualia cum  $\frac{1}{2}$  quantitatis, aggregato numerorum ad 40. pone igitur pro quantitate rem, erit  $\frac{1}{4}$  quadrati p.  $\frac{1}{2}$  positione æquale 56. igitur 1. quadratum p. 2. positionibus, æquatur 224. quare res valet 2. 225. m. 1. id est 14. & tantundem valet quantitas, sed nos posuimus dimidium quantitatis aggregatum, igitur aggregatum numerorum est 7. fac ex 7. duas partes, ex quarum ductu inuicem fiat 8. & erunt  $3\frac{1}{2}$  p. 2.  $4\frac{1}{4}$ , &  $3\frac{1}{2}$  m. 2.  $4\frac{1}{4}$ , numeri quæsit, quorum quadrata cum numeris ipsis sunt 40.

Et si quis quærat, quid prodest hæc regula, cuique possit opiculari præter primam? Respondeo, Prima indiget regula speciali sexti libri in operando, hæc autem liberè est, que in in finem agit, deducendo, quod quàm pulcherrimum ultra id quod vtilissimum est, nullo alieno indigere præsidio. Est & aliud exemplum.



# Cap. XXXV. De Regula aggr. 285

## QVÆSTIO XV.

Inuenias duos numeros, ex quorum multiplicatione producat 6. & quorum cubi iuncti faciant 100. Ponemus  $\frac{1}{2}$  quantitatem p aggregato, & partem vnā rem, alia erit  $\frac{1}{2}$  quantitas m. re, duc partes inui-

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ quan.} \\ 1. \text{ pos.} | \frac{1}{2} \text{ quan. m. 1. pos.} \\ \frac{1}{2} \text{ quan. pos. m. 1. quad.} \\ \text{æqualis 6.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ quan. p. } \frac{1}{2} \text{ v. } \frac{1}{2} \text{ quad. quan. m. 6.} | \text{ pos.} \\ \frac{1}{2} \text{ quan. m. } \frac{1}{2} \text{ v. } \frac{1}{2} \text{ quad. quan. m. 6.} | \text{ pos.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ cub. quan. m. 4. } \frac{1}{2} \text{ quan.} | \text{ cubus.} \\ \frac{1}{2} \text{ cub. quan. m. 4. } \frac{1}{2} \text{ quan.} | \text{ cubus.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ cub. quan. m. 9. quan. æqualia 100.} \\ 1. \text{ cub. æqualis 72. res p. 800.} \end{array}$$

cem, habebis  $\frac{1}{2}$  quan. pos. m. 1. quadrato æqualia 6. sequere æquationem tanquam  $\frac{1}{2}$  quantitas esset aliquis numerus, & habebis æstimationem, duas æstimationes pos. scilicet,  $\frac{1}{2}$  quantitatis p. re. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 6. &  $\frac{1}{2}$  quantitatis m. re. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 6. horum cubi debent æquari 100. duc 1. cubum, d. mittendo partes, quæ in vnâ sunt p. in alio m. habebis  $\frac{1}{2}$  cub. quan. m. 4. quantitatis pro singulis partibus, quæ in totum  $\frac{1}{2}$  cub. quan. m. 9. quantitatis, æqualia 200. permata cub. quan. in cubum rei, & quantitatem in rem, & 1. ducis ad 1. cubum, habebis cubum, æqualem 72. rebus p. 800. & rei æstimatio erit æstimatio quantitatis, scilicet re. v. cubica 40. p. re. 146176. huius igitur dimidium, quod est re. v. cubica 50. p. re. 2284 p. re. v. cubica 50. m. re. 2287. est aggregatum quæ duorum numerorum, & partes sunt, re. v. cubica quæritæ, sed hoc apparet alia operatione.

## QVÆSTIO XVI.

Inuenias duos numeros, quorum quadratum differentia sit 10. & ex maiore illorum iuncto cum suis quadratis, fiat 40. Pones aggregatum numerorum rem, & vnā partem  $\frac{1}{2}$  quantitatem, reliqua erit

$$\begin{array}{l} 1. \text{ pos.} \\ \frac{1}{2} \text{ quan.} | 1. \text{ pos. m. } \frac{1}{2} \text{ quan.} \\ \frac{1}{2} \text{ quad. quan.} | 1. \text{ quad. p. } \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \text{ quad. quan. m. 1. quan. pos.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ quan. p. } \frac{1}{2} \text{ v. } \frac{1}{2} \text{ quad. quan. m. 10.} | \text{ pos.} \\ \frac{1}{2} \text{ quan. m. } \frac{1}{2} \text{ v. } \frac{1}{2} \text{ quad. quan. p. 10.} | \text{ pos.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ quad. quan.} | \frac{1}{2} \text{ quad. p. m. 10. } \frac{1}{2} \text{ quan.} \\ 1. \text{ quad. quan. p. 1. } \frac{1}{2} \text{ v. } \frac{1}{2} \text{ quad. quan. } \text{æquantur 100.} \end{array}$$

res m. — quantitatis, duc in se partes, habebis  $\frac{1}{2}$  quad. quan. & 1. quadratum p.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 1. quan. pos. sume differentiam, quæ erit 1. quan. pos. m. 1. quad. & hoc æquatur 10. igitur rei æstimatio est  $\frac{1}{2}$  quantitas p. re. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 10. &  $\frac{1}{2}$  quantitas m. re. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 10.

horum quoduis æquatur 1. positioni, & iam positio diuisa fuit in  $\frac{1}{2}$  quantitatem, & positionem m.  $\frac{1}{2}$  quantitate, igitur cum  $\frac{1}{2}$  quantitas sit communis vtroque erit re. v.  $\frac{1}{2}$  quad. quan. m. 10. æqualis 1. positioni m.  $\frac{1}{2}$  quantitatis, igitur quadrata partium, quæ sunt  $\frac{1}{2}$  quad. quan. & — quad. quan. m. 10. cum vna partium, scilicet  $\frac{1}{2}$  quantitate, æquantur 40. quare 1. quad. quan. p. 1. quantitate, æquantur 100. res igitur quæ est quantitas, est re. 100  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ , & quia nos posuimus  $\frac{1}{2}$  quantitatis, erit vna pars, re. 25  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ , dimidium scilicet re. 100  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ , & minor erit re. v. 15  $\frac{1}{2}$  m. re. 6  $\frac{1}{2}$ . Et generaliter in hac regula, qui plus valet ingenio, plus valet in operatione, nam modi sunt complures, & de omnibus dicere longum foret. Ista igitur sufficiant, & ad exempla primæ regulæ de nouo transeamus, quærentes hoc modo.

## QVÆSTIO XVII.

Inuenias duos numeros, quorum quadratum secundi, æquale sit ductui primi in aggregatum, & quadrata illorum iuncta sint 10. vides manifestè, quod si ponatur aggregatum illorum res, ipsa erit diuidenda secundum proportionem habentem medium & duo extrema, eruntque partes, re. v.  $\frac{5}{4}$  quadrati m.  $\frac{1}{2}$  positionis: & 1  $\frac{1}{2}$  positiones m. re. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati harum igitur quadrata erunt 5. quadrata m. re. 20. quad. quadrato-

$$\begin{array}{l} \text{re. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ p. re. 5. p. re. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ m. re. 5.} \\ \text{re. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ p. re. 5. m. re. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ m. re. 5.} \end{array}$$

rum, & erunt æqualia 10. igitur ex capitulo argumentando p. & m. 5. quadrata m. 10. æquantur re. 20. quad. quadratorum, quare partes erunt vt vides,

## QVÆSTIO XVIII.

Inuenias tres numeros in continua proportionem, quorum primus & secundus æquantur tertio, & quadrata primi & secundi iuncta sint 10. Pones tertium 1. positionem, fac de 1. positione duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10. & erunt  $\frac{1}{2}$  positionis p. re. v. 5. m.  $\frac{1}{4}$  quadrati &  $\frac{1}{2}$  positio m. re. v. 5. m.  $\frac{1}{4}$  quadrati, duc 1. positionem in minorem, & producat quadratum maioris, aliter diuides 1. positionem secundum proportionem habentem medium & duo extrema, inde ducis partes ad quadratum, & quadrata iuncta erunt 10. partes igitur erunt.

$$\begin{array}{l} \text{p}^a | \text{re. v. } 22 \frac{1}{2} \text{ p. re. 405. m. re. v. } 12 \frac{1}{2} \text{ p.} \\ \text{re. 125.} \\ \text{2}^a | \text{re. v. } 12 \frac{1}{2} \text{ p. re. 125. m. re. v. } 2 \frac{1}{2} \text{ p.} \\ \text{re. 5.} \\ \text{3}^a | \text{re. v. } 10. \text{ p. re. 80.} \end{array}$$



QVÆSTIO XIX.

Similiter, si quis dicat. inuenias tres numeros in continua proportione, ex quorum ductu primi in secundum fiat 10. & primus cum secundo æquantur tertio, eodem modo procedendo habebis quantitates.

|       |  |
|-------|--|
| $p^a$ | $R. V. R. 31 \frac{1}{4} p. 5. m. R. V. R. 31 \frac{1}{4} m. 5.$ |
| $2^a$ | $R. V. R. 31 \frac{1}{4} p. 5. p. R. V. R. 31 \frac{1}{4} m. 5.$ |
| $3^a$ | $R. V. R. 500. p. 20.$   |

CAPVT XXXVI.

*De Regula libera positionis.*

**E**ST regula pro quæstionibus, quæ consequuntur proprietates numerorum vniuersales, quas homo ignorat, inde quærens regulas, laborat inaniter, non enim proportionem exigunt, nec tamen in omnibus quantitatibus ingeniri queunt, tales autem sunt,

QVÆSTIO I.

Inuenias quinque quantitates, quarum secundæ quadratum, æquale sit aggregato earum, cum quadrato primæ, sintque hæ quantitates in continua proportionem, ponam igitur in quacunque voluero proportionem, ab vna positione inchoando, velut in figura vides, eritque in dupla (exempli gratiâ) quadratum secundæ, 4. quadrata, & hoc æquatur 1. quadrato quod est quadratum primæ & 31. rebus, igitur 3. quadrata æquantur 31. rebus, & res erit  $10 \frac{1}{3}$ , & reliquæ secundum duplam proportionem, vt vides,  $10 \frac{1}{3}$ ,  $20 \frac{2}{3}$ ,  $41 \frac{1}{3}$ ,  $82 \frac{2}{3}$ ,  $165 \frac{1}{3}$ .

|                  |
|------------------|
| 1. quad. 1. pos. |
| 4. quad. 2. pos. |
| 4. pos.          |
| 8. pos.          |
| 16. pos.         |
| 3. quad. æqualia |
| 31. pos.         |

QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, in proportionem dupla, quorum quadrata, vel cubi, vel relati, sint æqualia ipsis, & sit exemplum de relatis, tanquam magis admirandis. Ponemus igitur in proportionem dupla, 1. positionem & 2. positiones, quorum relata erunt, 32. relata prima, & 1. relatum primum, iunge, fient 33. relata prima, æqualia 3. rebus, igitur per capitulum simplex, res erit  $R. R. \frac{1}{11}$ , diuiso 3. per 33. reliqua quantitas igitur erit  $R. R. \frac{1}{11}$ , scilicet duplum  $R. R. \frac{1}{11}$ .

QVÆSTIO III.

Inuenias tres quantitates in continua proportionem, quarum proportio sit tripla, &  $\frac{1}{4}$  aggregati, in e ductum, producat  $\frac{1}{7}$  secundæ quantitat. Ponemus igitur quan-

titates, 1. positionem, 3. pos. 9. pos. harum aggregatum est 13. positiones, cuius  $\frac{1}{4}$  est  $3 \frac{1}{4}$  positiones, & quadratum est  $10 \frac{9}{16}$ , & hoc est  $\frac{1}{7}$  de 3. positionibus, igitur  $73 \frac{13}{16}$  quadrata, æquantur 3. positionibus, quare positio est  $\frac{48}{1183}$ , & quantitas secunda erit  $\frac{144}{1183}$  & tertia erit  $\frac{432}{1183}$ .

QVÆSTIO IV.

Inuenias tres numeros in continua proportionem, quorum secundus sit 10. &  $\frac{1}{20}$  aggregati omnium in se ductum, producat septuplum secundi, ponemus primum rem, igitur tertius erit  $\frac{100}{1. pos.}$ , & quia  $\frac{1}{20}$  aggregati in se ductum, producit septuplum secundi, igitur producit 70. &  $R. 70.$  est  $\frac{1}{20}$  aggregati, igitur aggregatum est  $R. 28000.$  & ideo prima & tertia, erunt  $R. 28000. m. 10.$  & hoc æquale est 1. positioni  $p. \frac{100}{1. pos.}$ , igitur 1. quadratum  $p. 100.$  æquatur positionibus  $R. 28000. m. 10.$  igitur prima quantitas fuit  $R. 7000. m. 5. m. R. V. 6925. m. R. 700000.$  & tertia quantitas erit  $R. 7000. m. 5. p. R. V. 6925. m. R. 700000.$  posset etiam breuius fieri, sed absque positione.

CAPVT XXXVII.

*De Regula falsum ponendi.*

REGULA I.

**H**ÆC regula triplex est, aut enim ponit  $m.$  aut quærit  $R. m.$  aut quærit quod non est. Primo igitur quærimus quæstionum solutiones, quæ per  $p.$  vera re minime licet, velut si quis dicat, quadratum æquatur 4. rebus  $p. 32.$  & in eadem æstimatione, quadratum æquatur 1. rei  $p. 20.$  tunc si velles sequi æstimationem veram, in prima res esset 8. in secunda autem quæstione 5. sed si dicas conuertendo, igitur quadratum  $p. 4.$  rebus, æquatur 32. & res erit 4. & in hoc etiam verum erit, quod quadratum & res, æquantur 20. dic igitur, si 4.  $p.$  seruit his quæsitis, igitur 4.  $m.$  est æstimatione 1. quadrati: æqualis 4. rebus  $p. 32.$  & 1. quadratum æquale 1. rei  $p. 20.$  ideo conuerteres capitula, vt in primo capitulo diximus, & si casus est impossibilis, in vtroque quæstio falsa est, per  $p.$  & per  $m.$  & si vera est, per  $p.$  in vno, erit vera per  $m.$  in alio, & eiusmodi generis est quæstio hæc.

QVÆSTIO I.

Dos vxoris Francisci, est aurei 100. plus quam Francisci peculium, & dos vxoris eius in se ducta, est aurci 400. plus peculio Francisci in se ducto, quæritur dos, & peculium. Ponemus Franciscum habere rem vnâ  $m.$  igitur dos vxoris est aurei 100.  $m.$  1. re, duc partes in se, fient 1. quadratum & 10000.  $p. 1.$  quadrato  $m. 200.$  si positionibus, horum differentia est 400. aurei, igitur 1. quadratum  $p. 400. p. 200.$  positionibus



# Cap. XXXVII. De Regula fals. 287

|            |                            |
|------------|----------------------------|
| n. 1. pos. | 100. m. 1. pos.            |
| 1. quad.   | 10000. p. 1. quad.         |
|            | m. 200. pos.               |
|            | differentia 10000. m. 200. |
|            | pos. æqualis 400.          |

bus æ quantur 10000. p. 1. quadrato, abice communia, habebis 9600. æqualia 200. positionibus. Igitur res est 48. & tantum habuit m. id est debui, & dos erit residuum ad 100. scilicet 52. igitur Franciscus habuit 48. aureos debui, sine vlllo capitali vel pecunia. & dos eius vxoris fuit 52. aureorum, & sic is operando peruenires ad quæstiones diffi- cillimas, ac inextricabiles. Talis modi etiam hæc est.

## QVÆSTIO II.

Ego habeo aureos 12. plus Francisco, & cubis meorum est, 1161. aurei plus cubo Francisci, ponatur 1. res m. Francisco, ego habeo 12. aureos m. 1. positione duc ad cubum partes, fient 1 cubus m. & 1728. p. 36. quadratis m. 432. rebus m. 1. cubo, & horum differentia, est 1161. igitur 1. cubus m. p. 422. rebus p. 1161. æquabitur 1728. p. 36. quadratis m. 1. cubo, abice m. 1. cubum & 1161. ex vtraque parte, fient 432. res æquales 36. quadratis p. 567. quæ est 2. quadratum p. 15  $\frac{1}{4}$ , æqualia 12. rebus, igitur res est 1—, hoc habuit m. Franciscus, & ego 10  $\frac{1}{4}$  p. & tot sunt aurei quæriti.

## QVÆSTIO III.

Et eodem modo, si dicam etiam sic, aurei mei sunt 12. p. quàm illi Francisci. Et quadratum meorum est 128. p. cubo aureorum Francisci, d. bimus rem vnam m. Francisco, ego verò habeo 12. aureos m. 1. re, & quadratum meorum erit 144. p. 1. quadrata m. 24. rebus, & hoc æquale est m. 1. cubo p. 128. igitur 16. p. 1. quadrato p. 1. cubo, æquatur 24. rebus, Et res erit 4. m. & tantum habet Franciscus debui, ego verò aureos 8. peculij.

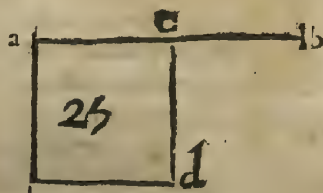
## REGVLA II.

Secundum genus positionis falsæ, est per radicem m. Et dabo exemplum, si quis dicat, diuide 10. in duas partes, ex quarum vnus in reliquam ductu, producat 30. aut 40. manifestum est quod casus seu quæstio est impossibilis, sic tamen operabimur, diuidemus 10. per æqualia, & fiet eius medietas 5. duc in se fit 25. auferes ex 25. ipsum producendum, vtpote 40. vt docuit, in capitulo operationum, in quarto libro, fiet residuum m. 15. cuius æ. addita & detracta à 5. ostendit partes, quæ inuicem ductæ producunt 40. erunt igitur hæ, 5. p. æ. m. 15. & 5. m. æ. m. 15.

## DEMONSTRATIO.

Vt igitur regulæ verus pateat intelle-

ctus, sit a b linea, quæ dicatur 10. diuidenda in duas partes, quarum rectangulum debeat esse 40. est autem 40. quadruplum ad



10. quare nos volumus quadruplum totius a b, igitur fiat a d, quadratum a c, dimidij ab, & ex a d auferatur quadruplum a b, absque numero, æ. igitur residui, si aliquid maneret, addita & detracta ex a c, ostenderet partes, at quia tale residuum est minus, ideo imaginaberis æ. m. 15. id est differentia a d, & quadrupli a b, quam adde & minue ex a c, & habebis quæsitum, scilicet 5. p. æ. v. 25. m. 40. & 5. m. æ. v. 25. m. 40. seu 5. p. æ. m. 15. & 5. m. æ. m. 15. duc 5. p. æ. m. 15. in 5. m. æ. m. 15. dimillis incruccionibus, fit 25. m. m. 15. quod est p. 15. igitur hoc productum est 40. natura tamen a d, non est eadem cum natura 40. nec a b, quia superficies est

|                          |
|--------------------------|
| 5. p. æ. m. 15.          |
| 5. m. æ. m. 15.          |
| 25. m. 15. quad. est 40. |

remota à natura numeri, & lineæ, proximus tamen huic quantitati, quæ verè est sophistica, quoniam per eam, non vt in puro m. nec in aliis operationes exercere licet, nec venari quid sit. Modus est, vt addas quadratū medietatis numeri numero producendo, & a æ. aggregati minuas ac addas dimidium diuidendi. Exemplum, in hoc casu, diuide 10. in duas partes, producentes 40. adde 25. quadratum dimidij 10. ad 40. fit 65. ab huius æ. minue 5. & adde etiam 5. habebis partes secundum similitudinem, æ. 65 p. 5. & æ. 65. m. 5. At hi numeri differunt in 10. non iuncti faciunt 10. sed æ. 260. & hucusque progreditur Arithmetica subtilitas, cuius hoc extremum vt dixi, adeò est subtile, vt sit inutile.

## QVÆSTIO IV.

Fac de 8. duas partes, quarum quadrata iuncta sunt 50. hæc soluitur per primam, non per secundam regulam, est enim de puro m. ideo duc 3. dimidium 6. in se fit 9. minue ex dimidio 50. quod est 25. fit residuum 16. cuius æ. 4. adde & minue à 3. dimidio 6. sunt partes 7. & 1. m. harum quadrata iuncta sunt 50. & aggregatum est 6.

## QVÆSTIO V.

Per idem soluitur quæstio hæc, fac ex 6. duas partes, quarum vna in reliquam ducta, producat m. 40. duc 3. dimidium 6. in se, fit 9. adde ad 40. fit 49. huius æ. quæ est 7. ad-



# 288 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

7. adde ad 3. dimidium 6. & minue habebis 10. p. & 4. m. quæ ducta inuicem producant 40. m. & iuncta, faciunt 6. ita 10. m. & 4. p. producant 40. m. & iuncta, faciunt 6. m. ideo etiam hæc quæstio, est de puro m. & pertinet ad primam regulam.

Ex hoc patet, quod si quis dicat, fac de 6. duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producat 40. quæstio est de m. sophistico, & pertinet ad secundam regulam. Et si dicat, fac de 6. duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem producat 40. m. vel ex 6. m. fiant duæ partes producentes m. 40. utroque modo erit quæstio de m. puro, & pertinebit ad primam regulam, & tales partes erunt quæ dictæ sunt, & si dicat, quod ex 6. m. fiant duæ partes, quarum productum sit 40. p. quæstio erit de m. sophistico, & pertinebit ad secundam regulam, & erunt partes m. 3. p. 15. & m. 3. m. 15. m. 15.

## REGULA III.

*Coroll.* Possumus verò venari genus m. aliud, quod neque est purum m. neque p. m. sed res omnino falsa, & componitur hæc regula quasi ex ambobus, & dabo huius vnum exemplum, quod est hoc.

## QVÆSTIO VI.

Inuenias tres numeros in continua proportionem, quorum p. primi detracta à primo, facit secundum, & p. secundi, detracta à secundo, faciet tertium. Ponemus igitur primum, 1. quadratum, & secundus erit 1. quad. m. 1. positione, & tertius erit 1. quad. m. 1. positione m. p. 1. quadrati m. 1. positione, duc primum in tertium, & secundum in se, habebis quantitates ipsas,

$$\left| \frac{1}{4} \mid m. \frac{1}{4} \mid m. \frac{1}{4} m. p. m. \frac{1}{4} \right|$$

operando vt vides, & productum primi in tertium, est m.  $\frac{1}{16}$  p. p.  $\frac{1}{64}$ , quod est  $\frac{1}{8}$  m.  $\frac{1}{16}$ , & tantum fit ducto secundo numero in se.

## CAPVT XXXVIII.

*Quomodo excident partes & denominationes multiplicando.*

## REGULA I.

**E**T si hoc & generale sit, & abudè in libro tertio & quarto demonstratū, nihilominus denuo ad facilitatem & vtilitatē repetendū erit, fit autem hoc duobus modis, totidēque regulis indigemus, quarum prima particularis est, & inuenta causa capitulorum illorum, quæ postmodum Geom. tricā ratione, in quatuor denominationibus superius à nobis sunt demonstrata, nunc inuentis illis, eius vtilitas magna ex parte extincta est, docebimus tamen eam ob artis locupletationem, & ingenij eius admirationem cum etiam ad alia vtilis sit, ad quæ transferri commodè potest, quanquam nullo vsui generali possit conuenire. Igitur eius regula hæc est. Vel vis numeros differentes, quorum quadratum vnus, cum cubo alterius faciant iuncti, numerum: tunc diuides differentiam illam in duas partes, quarum triplum quadrati vnus, sit æquale duplo alterius, per positionem, inde inuentis partibus, pones rem, p. parte, cuius sumitur triplum quadrati, pro parte cubanda, & partem quadrandam, rem m. parte, cuius sumitur duplum, inde peracta operatione, peruenies ad cubum, ac quadrata æqualia numero, excidentibus rebus.

## QVÆSTIO I.

Exemplum, Inuenias duos numeros, quorum differentia sit 8. & cubus vnus, cum alterius quadrato iunctus, faciat 100. fac primò per positionem duas partes, quarum triplum quadrati vnus, sit æquale duplo alterius, quas inuenies esse 2. & 6. nam triplum 4. quadrati 2. est 12. quod est duplum 6. residui, igitur pones partem cubandam positionem p. 2. & quadrandam positionem m. 6. iunge cubum 1. positionis, p. 2. cum quadrato 1. positionis m. 6. habes 1. cub. p. 7. quadratis p. 44. æqualia 100. igitur 1. cub. p. 7. quadratis, æquatur 56. & rei æstimatio erit p. v. cubica 15  $\frac{8}{27}$

|                                   |
|-----------------------------------|
| pos. p. 2.                        |
| pos. m. 6.                        |
| cu. p. 12. pos. p. 6. quad. p. 8. |
| m. 12. pos. p. 1. quad. p. 36.    |
| cub. p. 7. quad. p. 44.           |
| æqualis 100.                      |

p. p. 72  $\frac{16}{27}$  p. p. v. cubica 15  $\frac{8}{27}$  m. p. 72  $\frac{16}{27}$  m. 2  $\frac{1}{3}$ , & quia partes fuerunt, res p. 2. & res m. 6. ideo huic adde 2. & minue 6. habebis partes, vt vides à latere. Est autem manifestum, quod vna illarum est m. purum, & si voluisses vt essent ambæ p. oportuisset ponere, quod cubus & quadratum talium numerorum æquarentur numero maiori, vt putà 1000. loco 100.

|   |
|---|
| p. v. cub. 15 $\frac{8}{27}$ p. p. 72 $\frac{16}{27}$ p. p. v. cub. 15 $\frac{8}{27}$ m. p. 72 $\frac{16}{27}$ m. $\frac{1}{3}$ .   |
| p. v. cub. 15 $\frac{8}{27}$ p. p. 72 $\frac{16}{27}$ p. p. v. cub. 15 $\frac{8}{27}$ m. p. 72 $\frac{16}{27}$ m. 8 $\frac{1}{3}$ . |

Et eodem modo facies, si volueris, quod numerorum differentium in aliquo numero, cubus & quadratum differat in assignato numero, eadem regulā inuenies partes differentiarum, quibus inuentis, pones econtra, scilicet positionem m. numero, cuius sumitur triplum quadrati, & positionem p. numero, cuius sumitur duplum, inde sequeris operationem, vt in exemplo.

## QVÆSTIO II.

Inuenias duos numeros, quorum differen-



# Cap. XXXVIII. De excid. par. &c. 289

tia sit 8. & differentia cubi vnus, à quadrato alterius, sit 100. facies ex 8. duas partes, vt dictum est, & erunt 2. & 6. pones igitur

|                                    |
|------------------------------------|
| pos. m. 2.                         |
| pos. p. 6.                         |
| cub. p. 12. pos. m. 6. quad. m. 8. |
| p. 12. pos. p. 1. quad. p. 36.     |
| cub. m. 7. quad. m. 44.            |
| æqualis 100.                       |

rem m. 2. & rem p. 6. cuba rem m. 2. & quadra rem p. 6. & sume differentiam, habebis cubum m. 7. quadratis m. 44. æqualem 100. quare cubus æquabitur 7. quadratis p. 144. & rei æstimatio erit R. v. cubica  $84\frac{10}{27}$  p. R.  $7013\frac{1}{3}$  p. R. v. cubica  $84\frac{10}{27}$  m. R.  $7013\frac{1}{3}$  p. 2.  $\frac{1}{3}$ , & quia nos posuimus partes, rem m. 2. & rem p. 6. erunt numeri quæsti, vt vides.

Et similiter, si dicat, duas fac partes ex aliquo numero, quorum quadratum vnus, cum cubo alterius iunctum, faciat aliquem numerum, facies enim duas partes ex numero diuidendo, vt supra, quarum vni, scilicet cuius sumitur triplum quadrati, addes rem, alteri cuius sumitur duplum ipsius, detrahes rem, inde perficies operationem, vt in exemplo.

|   |
|---|
| R. v. cu. $84\frac{10}{27}$ p. R. $7013\frac{1}{3}$ p. R. v. cu. $84\frac{10}{27}$ m. R. $7013\frac{1}{3}$ p. $\frac{1}{3}$ . |
| R. v. cu. $84\frac{10}{27}$ p. R. $7013\frac{1}{3}$ p. R. v. cu. $84\frac{10}{27}$ m. R. $7013\frac{1}{3}$ p. $\frac{1}{3}$ . |

## QVÆSTIO III.

Fac ex 8. duas partes, quarum cubus vnus, cum quadrato alterius, faciat 400. facies ex 8. duas partes, vt prius, quæ erunt 6. & 2. & pones 2. p. re, & 6. m. re, duces 2. p. 1. positione ad cubum, & 6. m. 1. positione ad quadratum, habebis iungendo 1. cub. p. 7. quadratis p. 44. æqualia 400. igitur

|                                       |         |
|---------------------------------------|---------|
| 2. p.                                 | 1. pos. |
| 6. m.                                 | 1. pos. |
| 8. p. 6. quad. p. 12. pos. p. 1. cub. |         |
| 36. p. 1. quad. m. 12. pos.           |         |
| 44. p. 7. quad. p. 1. cub.            |         |
| æqualia 400.                          |         |
| 1. cub. p. 7. quad. æqual. 356.       |         |

tur 1. cub. p. 7. quadratis, æquatur 356. quare rei æstimatio, est R. v. cubica  $165\frac{8}{27}$  p. R.  $27161\frac{11}{27}$  p. R. v. cubica  $165\frac{8}{27}$  m. R.  $27161\frac{11}{27}$  m. 2.  $\frac{1}{3}$ , quare cum partes sint 2. p. 1. positione, & 6. m. 1. positione, ipsæ erunt quales vides,  $8\frac{1}{3}$  m. R. v. cubica  $165\frac{8}{27}$  p. R.  $27161\frac{11}{27}$  m. R. v. cubica  $165\frac{8}{27}$  m. R.  $27161\frac{11}{27}$  R. v. cubica  $165\frac{8}{27}$  p. R.  $27161\frac{11}{27}$  p. R. v. cubica  $165\frac{8}{27}$  m. R.  $27161\frac{11}{27}$  m.  $\frac{1}{3}$ .

Et si dicat de diuisione numeri assignati, in duas partes, quarum differentia cubi vnus à quadrato alterius, sit numero dato æqualis, tunc semper pones,  $\frac{1}{3}$  p. 1. positione, pro parte quæ cubari debet, & residuum numeri diuidendi, detracto  $\frac{1}{3}$  m. 1. positione, pro numero in se ducendo, inde fa-

Tom. IV.

cta detractio, habebis cubum & res æquales numero, quare erit cognita vtraque pars confestim.

## QVÆSTIO IV.

Exemplum, Diuide 8, in duas partes, quarum cubus vnus, excedat quadratum alterius, in 10. Ponemus itaque partem primam  $\frac{1}{3}$ , & secundam  $7\frac{2}{3}$ , & addemus ad  $\frac{1}{3}$ , rem, & fiet  $\frac{4}{3}$  p. 1. positione, & minuemus rem ex  $7\frac{2}{3}$ , & fiet  $7\frac{2}{3}$  m. re, inde sequemur operationem, & habebimus pro cubo,  $\frac{1}{3}$  p. 1. positione, hoc

|   |         |
|---|---------|
| $\frac{1}{3}$ p.  | 1. pos. |
| $7\frac{2}{3}$ m.   | 1. pos. |
| $\frac{4}{3}$ p. $\frac{1}{3}$ pos. p. 1. quad. p. 1. cu. |         |
| $58\frac{2}{3}$ m. $15\frac{2}{3}$ pos. p. 1. quad.       |         |
| $69\frac{20}{27}$   $15\frac{2}{3}$ pos. p. 1. cub.       |         |

hoc, in cubo p. 1. quadrato p.  $\frac{1}{3}$  positionis p.  $\frac{1}{3}$ , & pro quadrato, 1. quad. m.  $15\frac{2}{3}$  positionibus p.  $58\frac{2}{3}$ , horum differentia erit 1. cubus p.  $15\frac{2}{3}$  positionibus m.  $58\frac{20}{27}$  & hoc æquatur 10. igitur cubus &  $15\frac{2}{3}$  positiones, æquantur  $68\frac{20}{27}$ , & rei æstimatio cognita est, cui addemus  $\frac{1}{3}$  pro prima parte, & minuemus eam à  $7\frac{2}{3}$ , pro secunda parte, & si voluissemus, quodd quadratum superasset cubum, detraxissemus 10. numerum æquationis, ex  $58\frac{20}{27}$ , & haberemus 1. cubum p.  $15\frac{2}{3}$  positionibus, æqualem  $48\frac{20}{27}$ , & modi huius primæ regulæ sunt innumerabiles, & sunt quasi pars regulæ de modo.

## REGULA II.

Verum alia regula quæ multum apud nos in vsu est, & facilior, talis est, & etiam exemplis vt reliquæ facilius explicabitur.

## QVÆSTIO V.

Fac igitur ex 8. duas partes, quarum assumptis quadratis simul, item cubis simul, ductoque vno aggregato per alterum, fiat numerus perfectus, possem dicere, quod faceret etiam numerum terminatum, vt 10000. vel alium, datur etiam maximus quem potest producere, & est 32768. & producit ex cubo totius, in quadratum totius, datur etiam minimus quo minorem producere non potest, & est 4096. Videntum est igitur primo, an inter hos duos numeros, cadat numerus perfectus, & est 8128. qui si non caderet, esset quæstio impossibilis, pone igitur vnâ partem 4. m. 1. positione, aliam 4. p. 1. positione, & fient quadrata, 16. p. 8. positionibus p. 1. quadrato, & 16. m. 8. positionibus p. 1. quadrato, quæ iunctæ erunt 32. p. 2. quadratis, excidentibus rebus, cubi etiam erunt, 64. p. 12. quadratis p. 48. positionibus p. 1. cubo, & 64. p. 12. quadratis m. 48. positionibus m. 1. cubo, qui iuncti, sunt 128. p. 24. quadratis, quare ducemus 32. p. 2. quadratis, in 128. p. 24. quadratis, & fient 4096. p. 1024. quadratis p. 48. qd. quadratis, & hæc sunt æqualia 8128. igitur habebimus, facta

B b

detra-



# 290 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

detractiōe & diuisione 1 quad. quadratum p. 21  $\frac{1}{2}$  quadratis, æqualia 84. quare res est R. v. R. 197  $\frac{7}{9}$  m. 10  $\frac{1}{2}$ , partes igitur sunt 4. p. dicta radice & 4. m. dicta radice.

## QVÆSTIO VI.

Fac de 10. duas partes, quarum radices quadratæ cubicatæ faciant 26. pone quodd tales R. sint 1. positio, fac ex 1. positione duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10, eò quodd radices talium partium debent aggregare 1. positionem, ex regulis igitur sexti libri, vel ex Euclide, habebis partes, vt vides, id est,  $\frac{1}{2}$  positionem p. R. v. 5. m.

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ pos. p. R. v. 5. m. } \frac{1}{4} \text{ quad.} \\ - \frac{1}{2} \text{ pos. m. R. v. 5. m. } \frac{1}{4} \text{ quad.} \end{array}$$

$\frac{1}{4}$  quadrati &  $\frac{1}{2}$  positionis m. R. v. 5. m.  $\frac{1}{4}$  quadrati, istæ reducendæ sunt ad cubum, & quia in cubando Binomium, oportet ducere quamlibet partium in se, & triplate, & addere quadrato alterius partis, & productum ducere in illam alteram partem, ideo, cum talia producta assimilentur, & sint æqualia, & vnum sit p. aliud m. quando duceremus triplum quadrati primæ partis cum quadrato secundæ in secundam, ideo sufficet ducere triplum quadrati secundæ partis, quod est 15. m.  $\frac{3}{4}$  quadrati cum quadrato primæ partis, quod est  $\frac{1}{4}$  quadrati, & fiet totum 15. m.  $\frac{3}{4}$  quadrati, in primam partem quæ est  $\frac{1}{2}$  positio, sed quia hæc operatio geminanda est, propter duas partes habebimus multiplicationem 15. m.  $\frac{1}{2}$  quadrati, in 1. positionem, quæ est duplum  $\frac{1}{2}$  positionis primæ partis, igitur tandem producentur 15. positiones m.  $\frac{1}{2}$  cubi, æqualis 26. quare 1. cubus p. 52. æquabitur 30. positionibus, & rei æstimatio erit ex capitulo suo, R. 27. m. 1. inde habebis partes, vt vides & in verificatione operationis, mul-

$$\begin{array}{l} \text{R. } 6\frac{3}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ p. R. v. R. } 6\frac{3}{4} \text{ m. } 2. \\ \text{R. } 6\frac{3}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ m. R. v. R. } 6\frac{3}{4} \text{ m. } 2. \end{array}$$

tò magis hac regulâ indiges ad facilitatem, verum de hoc diximus in tertio libro suo loco.

## QVÆSTIO VII.

Et ad hanc reducitur quæstio illa. Quidam emit Croci lib. 1. Cinamomi lib. 2. Piperis lib. 5. precii inter se eandem seruanti- bus proportionem sic, vt se habuit pretium totius piperis, ad precium cinamomi, sic precium cinamomi ad precium croci, ita quodd precium croci fuit minimū, & piperis maximū, & cinamomi medium, & hæc tria precia, iuncta simul, fuerunt 6. aurei. Denuo sub eisdem precii emit croci lib. 30. cinamomi lib. 50. piperis lib. 40. aureis 100. quæ- runtur singulorum precia. Hæc quæstio, a fratre Luca posita est, sed in numeris proportionalibus, nam sic existimat eam admodum difficilem, sed non est, nam cum precia hæc, 5. librarum piperis, & 2. cinamomi,

& 1. croci sint proportionalia, ipsa manebunt etiam proportionalia, in suis aggregatis, diuidemus igitur 30. lib. croci per 1.

| Crocus, Cinamomum, Piper, Aurei. |     |     |      |
|----------------------------------|-----|-----|------|
| 30.                              | 50. | 40. | 100. |
| 1.                               | 2.  | 5.  | 6.   |
| <hr/>                            |     |     |      |
| 30.                              | 25. | 8.  | 100. |

& est secunda quantitas per primam, & ita 50. cinamomi per 2. & 40. piperis per 5. & exhibunt numeri in margine, id est 30. pro croco, 25. pro cinamomo, & 8. pro pipere, manifestum est igitur quodd hi sunt numeri trium quantitatum analogarum, quæ sunt precia 1. lib. croci, 2. cinamomi, & 5. piperis & quod prima quantitas seu precium, sumptum 30. vicibus, & secundum 25. vicibus, & tertium 8. vicibus, faciant 100. aureos, at verò istæ quantitates, vt dictum est, sunt 6. aurei, simpliciter sumptæ, fac igitur ex 6. tres quantitates, proportionales, quarum prima ducta per 30. secunda per 25. tertia per 8. faciant 100. Ponemus igitur, mediam 2. positiones, relinquentur reliquæ, 3. m. 1. positione p. R. v. 9. m. 3. quadratis m. 6. positionibus, & 3. m. 1. positione m. R. v. 9. m. 3. quadratis m. 6. positionibus, ducendæ igitur

|   |                  |
|---|------------------|
| 3. m. 1. pos. p. R. v. 9. m. 3. quad. m. 6. pos.      | 8.               |
| <hr/>   |                  |
| 3. m. 1. pos. m. R. v. 9. m. 3. quad. m. 6. pos.      | 30.              |
| <hr/>   |                  |
| 2. pos. ————  | 25 ———— 50. pos. |
| <hr/>   |                  |
| p. 3. m. 1. pos.   m. R. v. 9. m. 3. quad. m. 6. pos. | 38. 22.          |
| <hr/>   |                  |
| 114. m. 38. pos.   m. R. v. 4356. m. R. 1452.         |                  |
| <hr/>   |                  |
| quad. m. 2904. pos.                                   |                  |
| <hr/>   |                  |
| 114. m. 38. pos.                                      |                  |
| <hr/>   |                  |
| 50. pos.  |                  |
| <hr/>   |                  |
| m. R. v. 4356. m. 1452. quad. m. 2904.                |                  |
| <hr/>   |                  |
| pos. æqualia 100.                                     |                  |

tur sunt singulæ per suos numeros, quia igitur primæ partes Bonomiorum sunt æquales, & ambæ p. tantum erit ducere eas per 30. & per 8. quantum per 38. & similiter, quia radicum vniuersalium vna est m. ducenda per 30. alia p. ducenda per 8. tantum erit, cum sint æquales, quantum, si ducantur per 22. differentiam 30. & 8. & producentur partes, quas vides à latere, & ipsæ erunt æquales 100. iunge & detrahe similia, habebis 14. p. 12. positionibus, æqualia R. v. illi, quæ est m. & ideo quadratum quadrato, id est 196. p. 336. positionibus p. 144. quadratis, æqualia 4356. m. 1452. quadratis m. 2904. positionibus, æqua partes, habebis 4160. æqualia 1596. quadratis p. 3240. positionibus, quare 1. quadrat. p. 2  $\frac{4}{133}$ , æquatur 2  $\frac{242}{133}$ , est igitur rei æstimatio R. 3  $\frac{4494502}{7057911}$  m. 1  $\frac{2}{133}$ , precium igitur vnus libræ croci, est aurei 4  $\frac{1}{133}$  m. R. 3  $\frac{4494502}{7057911}$ , & precium duarum librarum cina-



Cap. XXXIX. De Regula, &c. 291

cinamomi, est  $\text{Rz. } 14 \frac{382, 86}{457911} \text{ m. } 2 \frac{4}{133}$ , & pre-  
cium quinque librarum piperis, est  $\text{Rz. } 370 \frac{444602}{1911} \text{ p. } 1 \frac{131}{13}$ , si igitur diniferis hæc pre-  
cia analogæ, per suarum librarum numerum,  
referendū singula singulis, primum per 1.  
secundum per 2. tertium per 5. habebis  
precia librarum singularum, vnius cuiusque  
generis, & si duxeris ea per duos numeros,  
in secunda emptione, precium croci per 30.  
cinamomi per 50. piperis per 40. habe-  
bis quantum pecuniarum singulis impende-  
rit.

QVÆSTIO VIII.

Eodem modo soluitur quæstio hæc, fac  
ex 14. tres partes in eadem proportionē,  
quarum maior ducta per 2. media per 3.  
minor per 4. producta hæc iuncta, faciant  
36. peruenies enim per modum superioris,  
ad 1. quadratum  $\bar{p}$ .  $9\frac{1}{3}$  positionibus, æqua-  
lia  $53\frac{1}{3}$ , quare res est  $\bar{r}$ .  $75\frac{2}{3}$  m.  $4\frac{2}{3}$ , & est  
4. media quantitas, posita media quantitate  
1. positione, non vt in priore, 2. positionibus.

QVÆSTIO IX.

Diuide 14. in tres partes in continua  
proportionē, vt ducta prima per 2. secunda  
per 3. talia producta æquentur tertiæ mul-  
tiplicatæ per 7. Pones secundam, esse 2. po-  
sitiones, reliquæ erunt vt vides, ducta se-

2<sup>a</sup> 2. pos.  
p<sup>a</sup> 7. m. i. pos. p. r. v. 49. m. i 4. pos. m. 3. qd.  
3<sup>a</sup> 7. m. i. pos. m. r. v. 49. m. i 4. pos. m. 3. qd.

cunda per 3. sunt 6. positiones, modo prima habet multiplicari per 2. & tertia per 7. & habent detrahi, igitur cum ambæ partes sint similes, & prima in ambabus sit  $\bar{p}$ . & secunda in prima sit  $\bar{p}$ . & secunda in tertia  $\bar{m}$ . ideo primam partem sufficit multiplicare per differentiam 7. & 2. quæ est 5. & producentur pro tertia parte, 35.  $\bar{m}$ . 5. positionibus, quibus demptis 6. positionibus producto secundæ partis, habebimus 35.  $\bar{m}$ . 11. positionibus, pro differentia tertiæ & secundæ producti, primum autem produceretur, ducto 9. aggregato primi & tertiæ, in radicem vniuersalem, & fit 82. v. 3969.  $\bar{m}$ . 1134. positionibus  $\bar{m}$ . 243. quadratis, hæc igitur æquatur 35.  $\bar{m}$ . 11. positionibus, quare quadratum quadrato, igitur 1225.  $\bar{m}$ . 770. positionibus  $\bar{p}$ . 121. quadratis, æquantur 3969.  $\bar{m}$ . 1134. positionibus  $\bar{m}$ . 243. quadratis, æqua partes, habebis 2744. æqualia 364. positionibus  $\bar{p}$ . 364. quadratis, quare 1. quad.  $\bar{p}$ . vnâ positione æquantur 7 $\frac{1}{4}$ , quare rei æ&imatio est cognita & eius duplum est pars secunda, scilicet 82. 31 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ . 14

Q V Æ S T I O X.

Fac de 8. tres partes, quæ sint in continua proportionē, vt aggregatum quadratorum primæ & secundæ, triplum sit quadrato secundæ, pones quantitatem mediam 2. positiones, eius quadratum est 4. quadrata,

Tom. i V.

cuius triplum est aggregatum quadratorum  
primæ & tertiæ, est autem prima 4. m. i. posi-  
tione p. 32. v. 16. m. 8. positionibus m. 3.  
quadratis, & tertia est 4. m. 1. positione m.  
32. v. 16. m. 8. positionibus m. 3. quadra-  
tis, deducendo igitur hæc ad quadrata, vides

[illegible]

quod oportet oportet multiplicare  $\mathcal{R}$ . v. in se semel, & partem primam in se semel, & omnia sunt p. quare sufficit talia producta duplicare, deinde oporteret ducere  $\mathcal{R}$ . v. in primam partē bis, quare cū in vna producatur p. in alia m. suppositis partibus æqualibus nihil producet, igitur habebimus aggregatum quadratorum 64. m. 32. positionibus m. 4. quadratis, & hoc est æquale 12. quadratis, triplo quadrati secundæ, igitur 1. quadratum p. 2. positionibus æquatur 4. & res est  $\mathcal{R}$ . 5. m. 1. & duplum eius, est quantitas media scilicet  $\mathcal{R}$ . 20. m. 2. & reli-

p<sup>a</sup> s. m. R. s. p. R. v. 6. m. R. 20.  
 3<sup>a</sup> s. m. R. s. m. R. v. 6. m. R. 20.

quæ ut vides, quadratum secundæ est 24.  
m. R. 320. quadrata autem primæ & ter-  
tiæ, 72 m. R. 2580. probata est. Sed si di-  
ceret, quod quadrata primæ & tertiæ, tri-  
pla essent quadratis secundæ & tertiæ, tunc  
difficiliter per hanc regulam soluitur, verum  
facilius longè, per primam regulam 39<sup>a</sup> ca-  
pituli, ponendo quantitates 1. 1. positio, &  
1. quadratum, habebis 1. quad. quadratum  
p. triplum de 1. quadrato p. 1. quæres nō-  
ta est.

QVÆSTIO XI.

Si dicas, fac ex 8. duas partes, quæ vicissim diuise per alterius quadratum, producant iuncta prouenientia 10. pones partes 4. p. 1. positione & 4. m. 1. positione, & per hanc regulam, peruenies ad capitulum deriuatiuum, quad. quadrati & quadrati & numeri, & est facilis.

QVÆSTIO XII.

Inuenias quatuor numeros in continua  
proportione, quorum aggregatum, primi,  
secundi & quarti, sit 15. & aggregatum pri-  
mi, & tertij & quarti sit 17. tunc dices, igitur  
cum hæc aggregata differant, per diffe-  
rentiam secundæ & tertiæ, igitur tertia  
est 2. p. quàm secunda, ponam igitur  
secundam, 1. positionem m. 1. & ter-  
tiam 1. positionem p. 1. nam sic diffe-

BB 2

feren-



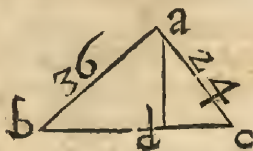
ferentia illarum erit 2. relinquetur igitur aggregatum primæ & quartæ 16. m. 1. positione, duc secundam in tertiam, fit 1. quad. m. 1. fac ex 16. m. 1. positione duas partes, ex quarum multiplicatione inuicem, producantur 1. quadratum m. 1. & erunt partes vt vides, quia igitur proportio quar-

|  |  |
|--|--|
| 8. m. $\frac{1}{2}$ pos. p. 3. v. 65. m. 8. pos. m. $\frac{1}{4}$ qd.   4 <sup>a</sup> |  |
| 8. m. $\frac{1}{2}$ pos. m. 3. v. 65. m. 8. pos. m. $\frac{1}{4}$ qd.   p <sup>a</sup> |  |
| 1. pos. p. 1. 3 <sup>a</sup>   |  |
| 1. pos. m. 1. 2 <sup>a</sup>   |  |
| <hr/>  |  |
| 2. cub. p. 6. pos.   |  |

tæ ad tertiam, est vt secundæ ad primam, ex constituto, quia productum secundæ in tertiam, æquale est producto primæ in quartam, sufficit ad demonstrandum, quod sint in continua proportione, quod cubi secundæ & tertiæ iuncti æquales sint, productis quantitatum quartæ & primæ, in sua quadrata mutuo, at tales cubi, sunt solum ex multiplicatione tripli quadrati secundæ partis, cum quadrato primæ, in ipsam primam, eò quod reliqua multiplicatio tripli quadrati primæ partis, cum quadrato secundæ in ipsam secundam, excidit, eò quod, in vna est p. in alia m. igitur habemus cubos iunctos, 2. cub. p. 6. positionibus, & tantum debet fieri ex multiplicatione quadratorum primæ & quartæ quantitatis, in ipsas quantitates vicissim, hoc autem vt demonstratum est, æquale est ductui vnus quantitatis in alteram, multiplicato in aggregatum ipsarum quantitatum, ex dictis in sexto libro. Duce igitur quantitates inuicem, & quia 3. v. sunt similes, multiplicatio in crucem nulla erit, quare sufficit quadrare vtramque partem, & minuere vnam ab altera, quia m. in p. facit m. producentur igitur à partibus similibus 1. quad. m. 1. aggregatum etiam radicem est 16. m. 1. positio, eò quod 3. v. excidunt, igitur productum erit 16. quadrata m. 1. cubo p. 1. positione m. 16. & hoc æquatur 2. cubis p. 6. positionibus, igitur 3. cubi p. 5. positionibus p. 16. æquantur 16. quadratis, quare res est in capitulo, vides autem quoniam inextricabilis quæstio ad magnam reducitur facilitatem, & posset reduci ad regulam de modo, nam vbi differentia est 2. semper 3. cubi p. 5. positionibus, p. numero medio inter duo aggregata per æquidistantiam, æquantur totidem quadratis, quotus est numerus.

## Q V Æ S T I O XIII.

Est trigonus a b c, orthogonius, & eius perpendicularis ad basim a d, cuius latus a b, cum b d, est 36. & a c cum c d, est 24. quæritur area, pone b c 1. positionem, erit igitur quadratū b c 1. quad. & ideo cum a b & b d, sint 36. & rursus a c & c d, 24. erunt omnia latera trigoni 60. quare a b & b c, erunt 60. m. 1. positione, oportet igitur ex a b & a c, facere duas partes, quarum quadrata iuncta sint æqualia



quadrato b c, per 47. primi Elementorum Euclidis, quare ex regulis sexti libri nostri, diuide 60. m. 1. positione per æqualia, fit 30. m.  $\frac{1}{2}$  positionis, duc in se, fit 900. m. 30. positionibus p.  $\frac{1}{4}$  quadrati, detrahe ex dimidio quadrati b c, relinquitur  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. cuius 32. addita & detrahta, à dimidio aggregati a b, & a c, ostendit partes, est igitur a b 30. m.  $\frac{1}{2}$  positionis p. 32. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. & a c 30. m.  $\frac{1}{2}$  positionis m. 32. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. quare si detrahatur a b ex aggregato a b & b d, relinquetur b d 6. p.  $\frac{1}{2}$  positionis m. 32. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. & similiter, detrahta a c, ex aggregato a c & c d, relinquitur c d, positionis m. 6. p. 32. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati p. 30. positionibus m. 900. est autem manifestū ex demonstratione 47<sup>a</sup>, primi Elementorum Euclid. quod differentia quadrati a b, à quadrato a c, æqualis est differentie quadrati b d, à quadrato c d, differentia autē duarum quantitatum, est semper in partibus dissimilibus, nam quæ similes sunt, nullam produunt differentiam, quare cum quadrata partium constent ex nouem multiplicationibus, quarum tres sunt quadrata partium, erunt illæ tres omnino similes, comparando a b ad a c, & b d ad c d, & similiter multiplicationes duæ 30. in  $\frac{1}{2}$  positionis, sunt communes a b & a c, cum vtræque producant m. & ita in b d & c d, & communes sunt multiplicationes, 6. in 32. v. nam vtrinque prouenit idem m. differentia igitur a b & a c, ex parte ab, est multiplicatio 30. in 32. v. & ex parte a c, multiplicatio  $\frac{1}{2}$  positionis in 32. v. quare differentia quadratorum a b, & a c, est illud quorum 32. v. 225. quadratorum p. 2700. positionibus m. 810000. excedit 32. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quadrati p.  $7\frac{1}{2}$  cubis m. 225. quadratis, eadem ratione differentia b d & c d quadratorum, est qua 3. positiones excedunt 32. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quadrati p.  $7\frac{1}{2}$  cubis m. 225. quadra-

a b 30. m.  $\frac{1}{2}$  pos. p. 32. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900  
a c 30. m.  $\frac{1}{2}$  pos. 32. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900  
b d  $\frac{1}{2}$  pos. p. 6. m. 32. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900  
c d  $\frac{1}{2}$  pos. m. 6. p. 32. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 600.

pars quad. a b dissim. 32. v. 225. quad. p. 27000, pos. m. 810000.

pars quad. a c dissim. 32. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quad. p.  $7\frac{1}{2}$  cub. m. 225. quad.

pars quad. b d 3. pos.

pars quad. c d 32. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quad. p.  $7\frac{1}{2}$  cub. m. 225. quad.

tis, oportuisset autem complendo operationem, omnia quadruplicare, sed hoc vitauimus, quia quadruplum est æquale quadruplo, igitur & simplum simpli, hæc igitur differentie æquales supponuntur, & radices v. etiam sunt idem, igitur ex communi sententia, 3. positiones æquantur illi 32. v. primæ, id est, 32. v. 225. quadratorum p. 27000. positionibus m. 810000. igitur 216. quadrata p. 27000. positionibus æquantur 810000. & 1. quad. p. 125. positionibus, æquabitur 3750. & res erit 32. 7656 $\frac{1}{4}$  m. 62 $\frac{1}{2}$ , quod est 25. & tanta fuit b c, vnde habes alias.



# Cap. XXXIX. De Regula, &c. 293

## QVÆSTIO XIV.

Rursus disponatur trigonus a b c, orthogonus, cum perpendiculari a d, & sint a b cum c d, 29. & a c cum b d 31. quæritur area, ponemus b c positionem, & erunt rursus a b a c eadem, vt in superiore quæstione, sed caue, ne maius latus ponas ex parte maioris numeri, vt in priori, detrahe igitur a b ex 29. & a c ex 31. & habebis quantitates, vt vides, differentia igitur quadratorum a b & a c, æqualis est differentie quadratorum b d & c d, est autem differentia quadratorum a b & a c, vt prius, at differentia quadratorum b d & c d, est vt vides, sumpta eodem modo vt in priori quæstione, sed est superatio absoluta, non autem mutua vt in priori quæstione, quia igitur quadratum a b, excedit quadratum a c in differentia quadrati b d, ad quadratum c d, erit differentia quadratorum b d & c d, addita quadrato a c constituens quadratum a b, quare R. v. 225. quadratorum p. 27000. positionibus m. 810000. æquabitur  $\frac{1}{2}$  positionis p. R. v.  $\frac{1}{4}$  quad. quadrati p. 30. cubis m. 900. quadratis, nam hæc R. v. est aggregatum ex R. v. differentie quadratorum b d & c d, & partis quadrati a c, in qua superat quadratum a b, quare ducendo paries in se, habebimus  $67\frac{5}{4}$  quadrata p. 27000. positionibus m.  $\frac{1}{4}$  quad. quadrati m. 30. cubis m. 810000. æqualia R. v. 225. quad. quadratorum p. 27000. cubis m. 810000. quadratis, & cum duxeris partes in se, peruenies ad quantitatem cuius non est nota æstimatio, quare alia regula

a b 30. m.  $\frac{1}{2}$  pos. p. R. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900  
a c 30. m.  $\frac{1}{2}$  pos. m. R. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900  
b d  $\frac{1}{2}$  pos. p. 1. p. R. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900.  
c d  $\frac{1}{2}$  pos. m. 1. m. R. v.  $\frac{1}{4}$  qd. p. 30. pos. m. 900  
pars quad. a b diffim. R. v. 225. quad. p.  
27000. pos. m. 810000.  
pars quad. a c diffim. R. v.  $\frac{1}{16}$  quad. quad.  
p.  $7\frac{1}{4}$  cub. m. 225. quad.  
pars quad. b d qua superat quadratū c d est  $\frac{1}{2}$   
pos. p. R. v.  $\frac{1}{16}$  qd. qd. p.  $7\frac{1}{4}$  cub. m. 225. qd.

indigebis aut generali aut speciali. Volui tamen, vt intelligeres facilitatem operandi in hoc, & quæstionem valde difficilem, nisi Geometrico auxilio dissoluatur, manifestum est enim quod b c est 25. vt in priore quæstione, verum generalis debet esse solutio, latera igitur trigoni b c 25. a b 20. a c 15. ad 12. b d 16. c d 9. area igitur eius est 150.

## C A P V T XXXIX.

De Regula qua pluribus positionibus inuenimus ignotam quantitatem.

### REGVLA I.

Hæc regula similis est regulæ de medio, est autem talis, Constitue quantitates totidem in denominationibus liberis,

Tom. I V.

quotus est numerus quærendarum, inde inuenies proportionem, qua inuenta, denuo pones res sub numero quantitatum inuentarum, vtque propositum est, perfice operationem, & habebis æquationem, qua habita, habebis rei æstimationem.

## QVÆSTIO I.

Exemplum, Inuenias tres numeros in continua proportionem, quorum quadratum primi sit æquale secundo & tertio, & quadratum tertij æquale sit quadratis primi & secundi, quia igitur quadratum tertij æquale est quadratis secundi & primi, ipsum sit 1. quadr. quadratum, æquale 1. quadrato p. 1. quare res, seu proportio, est R. v. R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , igitur ponemus res 1. & R. v. R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , quadratum igitur primæ quantitatis, quod

|    |    |       |    |             |
|----|----|-------|----|-------------|
| 1. | 1. | pos.  | 1. | quad.       |
| 1. | 1. | quad. | 1. | quad. quad. |

est 1. quadratum, æquatur secundæ & tertie, scilicet totidem rebus, igitur rei æstimatio, est aggregatum ex secunda & tertia, quia diuidere aliquid per vnitatem, qui est numerus quadratorum, est non diuidere, igitur rei æstimatio est, R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  p. R. v. R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & secunda quantitas, est quod producit ex hac, in R. v. R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & tertia habebitur, ducendo rem quam habes in R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ .

## QVÆSTIO II.

Inuenias tres numeros in continua proportionem, quorum tertius sit æqualis secundo & primo, & quadratum primi, sit æquale aggregato secundi & tertij, pones primum quadratum, secundum rem, tertium vnitatem, & quia tertius, æqualis est secundo & primo, igitur 1. quadratum, æquatur 1. rei p. 1. & proportio erit R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , partes igitur erunt, 1. positio, & positiones R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & positiones  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{4}$ , & quia quadratum primi æquale est aggregato secundi & tertij, igitur 1. quadratum æquatur positionibus R.  $1\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$  p.  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{4}$ , quare rei æstimatio erit R. 5. p. 2. & partes vt vides.

## QVÆSTIO III.

Inuenias quatuor quantitates in continua proportionem, quarum quadratum quartæ, æquale sit quadratis primæ, & secundæ, & quantitates iunctæ simul, faciant 10. capiam 1. rem, quadratum & cubum, igitur quad. cubus æquatur 1. quadrato p. 1. quare res valet ex ca-

|  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| pitulo derivatio-  | 1. 1. pos. 1. quad. 1. cub.         |
| rum, R. v. m. R. v.  | 1. 1. quad. — 1. cub. qd.           |
| cubica $\frac{1}{2}$ p. R. $\frac{23}{108}$  |                                     |
| p. R. v. cubica $\frac{1}{2}$ m.   | R. $\frac{23}{108}$ , igitur posita |
| prima vnitatem, hæc est secunda quantitas, &   |                                     |
| tertia erit quadratum huius, scilicet R. v.  |                                     |
| cubica $\frac{1}{2}$ p. R. $\frac{23}{108}$ p. R. v. cubica $\frac{1}{2}$ m. R. $\frac{23}{108}$ , |                                     |
| quarta erit cubus secundæ seu proportionis,  |                                     |

B b 3 inde



inde iunētis quatuor quantitibus ſcilicet  
vnitate, re, quadrato, & cubo, & diuiſo 10.  
per aggregatum, exhibit prima quantitas,  
qua ducta in rem habebimus ſecundam,  
hac denuo ducta in rem, habebimus ter-  
tiam, qua ducta per rem, habebimus quar-  
tam.

QVÆSTIO IV.

Inuenias quatuor quantitates in continua  
proportione, quarum quadratum quartæ,  
æquale sit quadratis primæ & terciæ, & ag-  
gregatum earum sit 10. capiam vt in præ-  
cedente 1. rem, quadratum cubum, erit  
igitur cu. quadratum æqualis quad. quadra-  
to p. 1. quare ex capitulo deriuatorum, rei  
æstinatio est  $\mathcal{R}z. \sqrt[5]{ma} \mathcal{R}z. v. cubica \frac{29}{54} \text{ p. } \mathcal{R}z.$   
 $\frac{31}{108} \text{ p. } \frac{1}{3} \text{ p. } \mathcal{R}z. v. cubica \frac{29}{54} \text{ m. } \mathcal{R}z. \frac{31}{108},$  & hu-  
ius quadratum, quod est, idem, abiecta  $\mathcal{R}z.$   
 $\sqrt[5]{ma}$  est tertia quantitas, inde ductis inui-  
cem secunda & tertia, vel secunda ad suum  
cubum, vel tertia ad quadratum, & addita  
vnitate consurgit quarta, quibus quatuor  
quantitatibus iunctis, si per eas diuiferis 10.  
habebis primam quæsitam, qua ducta  
per secundam, & tertiam, & quartam,  
præcedentium, habebis secundam & ter-  
tiam, & quartam quantitatem quas quære-  
bas.

REGULA II.

2 Alia est regula nobilior præcedente, & est Ludouici de Ferrariis, qui eam me rogante inuenit, & per eam habemus omnes æstimationes fermè capitulorum, quadr. quadrati & quadrati rerum, & numeri, vel quad. quadrati cubi, quadrati & numeri, & ego ponam ea per ordinē hoc modo vt vides.

1. quad. quad. æquale quad. rebus & numero.
2. quad. quad. æquale quad. cubis & numero.
3. quad. quad. æquale cubis & numero.
4. quad. quad. æquale rebus & numero.
5. quad. quad. æquale rebus & numero.
6. quad. quad. cum rebus æqualia quad. & numero.
7. quad. quad. cum cubis æqualia numero.
8. quad. quad. cum rebus æqualia numero.
9. quad. quad. cum quad. æqualia cub. & numero.
10. quad. quad. cum quad. æqualia rebus & numero.
11. quad. quad. cum quad. & rebus æqualia numero.
12. quad. quad. cum quad. & cubis æqualia numero.
13. quad. quad. cum quad. & numero æqualia cubis.
14. quad. quad. cum quad. & numero æqualia rebus.
15. quad. quad. cum numero æqualia cubis & quad.
16. quad. quad. cum numero æqualia cubis.
17. quad. quad. cum numero æqualia rebus & quad.
18. quad. quad. cum numero æqualia rebus.

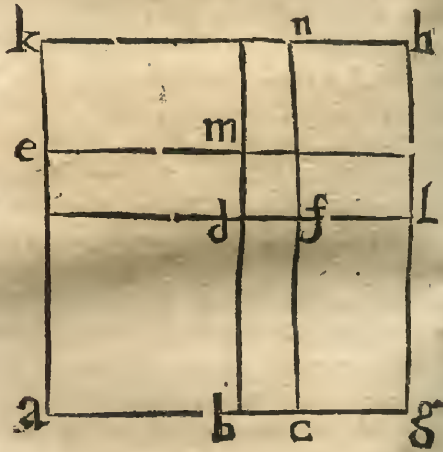
19. Quad. quad. cum cubis & numero æqualia Quad.

20. quad. quad. cum rebus & numero x-  
qualia quad.

In his igitur omnibus capitulis, quæquidam sunt generalissima, vt reliqua omnia sexaginta septem superiora, oportet reducere capitula, in quibus ingreditur cubus, ad capitula, ingreditur res vt septimum ad quartum, & secundum ad primum, deinde queremus demonstrationem hoc modo.

DEMONSTRATIO.

Sit quadratum  $a f$ , diuisum in duo quadrata  $a d$  &  $d f$ , & duo supplementa  $d c$  &  $d e$ , & velim addere gnomonem  $k f g$  circuncirca, vt remaneat quadratum totum  $a h$ , dico quòd talis gnomon constabit ex duplo  $g c$  additæ linæ, in  $c a$ , cum quadrato  $g c$ , nam  $f g$  constat ex  $g c$  in  $c f$ , ex diffinitione data in initio secundi Elementorum, &  $c f$  est æqualis  $c a$ , ex diffinitione quadrati, & quia per 44. primi Elemento-



rum, k f est æqualis f g, igitur duæ superficies g f & f k constant ex g c, in duplum c a, & quadratum g c est f h, per coroll. 4. secundi Elementorum, igitur patet propositum, si igitur a d sit 1. quad. quadratum, & c d ac d e, 3. quadrata, & d f 9. erunt b a 1. quadratum, & b c 3. necessario. Cum igitur voluerimus addere quadrata aliqua, add c & d e, & fuerint c l & k m erit ad complendum quadratum totum necessaria superficies l n m, quæ vt demonstratum est, constat ex quadrato g c numeri quadratorum dimidiati, nam c l est superficies ex g c in a b, vt ostensum est, & a b est 1. quadratum, quia ponimus, a d 1. quad. quadratum, f l verò & m n, fiunt ex g c in c b, ex 42<sup>a</sup> primi Elementorum, quare superficies l n m, & est numerus addendus, sit ex g c in duplum c b, id est in numerum quadratorum, qui fuit 6. & g c in seipsam, id est numero quadratorum addito, & hæc demonstratio nostra est.

Hoc peracto, semper reduces partem quad. quadrati ad  $\frac{1}{2}$ . id est addendo tantum utrique parti, ut 1. quad. quadratum cum quadrato & numero, habeant radicem, hoc facile est, cum posueris dimidium numeri quadratorum, radicem numeri, item facies,



# Cap. XXXIX. De Regula, &c. 295

facies, vt denominationes extremæ sint-plus, in ambabus æquationibus, nam secus, trinomium seu Binomium redactum ad trinomium, necessarîo careret radice.

5 Quibus iam peractis, addes tantum de quad atis, & numero vni parti, per tertiam regulam, vt idem additum alteri parti, in qua erunt res, faciant trinomium habens &. quadratam per positionem, & habebis numerum quadratorum, & numeri addendi vtrique parti, quo habito, ab vtroque extrahes &. quadratam, quæ erit in vna, 1. quadratum p. numero, vel m. numero, ex alia 1. positio vel plures p. numero, vel m. numero, vel numerus m. positionibus, quare per quintum capitulum huius, habes propositum.

## Q V Æ S T I O V.

Exemplum, Fac ex 10. tres partes in continua proportionem, ex quarum ductu primæ in secundam, producantur 6. Hanc proponebat Ioannes Colla, & dicebat solui non posse, ego verò dicebam, eam posse solui, modum tamen ignorabam, donec Ferrarius eum inuenit. Pones igitur mediam 1. positionem, prima erit  $\frac{6}{1. pos.}$  & tertia erit  $\frac{1}{2}$  cubi, quare hæc æquantur 10. ducendo omnia in 6. positiones, habebimus 60. positiones, æquales 1. quad. quadrato p. 6. quadratis p. 36. adde ex quinta regula, 6. quadrata vtrique parti, habebis 1. quad. quadratum p. 12. quadratis p. 36. æqualia 6. quadratis p. 90. positionibus, nam si æqualibus æqualia addantur, tota fient æqualia, habent autem 1. quad. quadratum p. 12. quadratis p. 36. radicem &

|  |                      |
|--|----------------------|
| 1. qd. quad. p. 6. quad. p. 36. æqualia 60. pos. |                      |
| 6. quad.   | 6. quad.             |
| 1. quad. quad. p. 12. quad. p. 36. æqualia       |                      |
| 6. quad. p. 60. pos.                             |                      |
| 2. pos.  | 1. quad. p. 12. pos. |

est, 1. quadratum p. 6. quam si haberent 6. quadrata p. 60. positionibus iam haberemus negocium, sed non habent, addendi igitur sunt tot quadrati & numerus idem ex vtraque parte, vt in priore relinquatur trinomium habens radicem, in altero autem fiat, sit igitur numerus quadratorum 1. positio, & quia vt vides in figura tertiæ regulæ, cl & m k, fiunt ex duplo g c in a b, & g c est 1. positio, ponam numerum quadratorum addendorum semper 2. positiones, id est duplum g c, & quia numerus addendus ad 36. est l n m, & ideo quadratum g c cum eo quod sit ex g c duplicato in b c, seu ex g c in duplum c b, & est 12. numerus quadratorum priorum, ducam igitur 1. positionem, dimidium numeri quadratorum additorum, semper in numerum quadratorum priorum, & in se, & fient 1. quadratum p. 12. positionibus addenda ex alia parte, & etiam 2. positiones pro numero quadratorum, habemus igitur iterum ex communi animi sententia, quantitates infra scriptas, inuicem æquales, & vtraque ha-

bent radicem, prima ex regula tertia, sed secunda quantitas ex supposito, igitur du-

|   |  |
|---|--|
| 1. quad. qd. po. 2. pos. p. 12. qd. &. p. quad. |  |
| p. 12. pos. additi numeri p. 36. æqualia.       |  |
| 2. pos. p. 6. quadrato, p. 60. pos. p. 1. quad. |  |
| p. 12. pos. numeri additi.                      |  |

sta prima parte trinomij in tertiam, sit quadratum dimidiæ partis secundæ trinomij, quia igitur ex dimidio secundæ in se, fiunt 900. quadrata, & ex prima in tertiam, fiunt 2. cubi p. 30. quadratis p. 72. positionibus quadratorum, similiter erit deprimendo per quadrata, quia æqualia per æqualia diuisa, producunt æqualia, vt 2. cubi p. 30. quadratis p. 72. positionibus æquantur 900. quare 1. cubus p. 15. quadratis p. 36. positionibus æquantur 450.

Sufficit igitur deducendo ad regulam, habere semper 1. cubum p. numero priorum quadratorum, addita ei quarta parte p. numero positionum tali, qualis est numerus æquationis primus, vt si habuerimus 1. quad. quadratum p. 12. quadratis p. 36. æqualia 6. quadratis p. 60. positionibus, habebimus 1. cubum p. 15. quadratis p. 36. positionibus æqualia 450. dimidio quadrati dimidij numeri positionum, & si haberemus 1. quad. quadratum p. 16. quadratis p. 64. æqualia 80. positionibus, haberemus 1. cubum p. 20. quadratis p. 94. positionibus æqualia 800. & si haberemus 1. quad. quadratum p. 20. quadratis p. 100. æqualia 80. positionibus, haberemus 1. cubum p. 25. quadratis p. 100. positionibus æqualia 800. igitur hoc habito, in priore exemplo habuimus, 1. cub. p. 15. quadratis p. 36. positionibus æqualia 450. igitur rei æstimatio, per decimum septimum capitulum, est &. v. cubica  $287\frac{1}{2}$  p. &.  $80449\frac{1}{4}$  p. &. v. cubica  $287\frac{1}{2}$  m. &.  $80449\frac{1}{4}$  m. 5. hic igitur est numerus quadratorum, qui duplicatus, est addendus ex vtraque parte, quia supponuntur 2. res addendæ, & numerus addendus ex vtraque parte, ex demonstratione, est quadratum huius, cum eo quod sit ex hoc in 12. numerum quadratorum, manifestum est autem, quod &. quadrata primi aggregati, semper est 1. quadratum p. dimidio numeri quadratorum, absque alio, seu p. 1. pos. p. dimidio prioris numeri quadratorum velut 1. quad. quad. p. 6. quad. p. 9. est 144. & 1. quad. quad. p. 2. pos. p. 6. quadratorum p. p. 1. quad. p. 6. pos. numeri assumpti p. 9. est æquale 225. &. est 1. quad. p. 1. pos. numeri assumpti p. 3. Est autem 1. pos. p. 3. dimidium 2. pos. p. 6. numeri quadratorum & ideo cum positio sit alterius generis à quadrato, oportet inuenire prius æstimationem eius, & est numerus simplex addendus, vt in præfenti exemplo erit &. v. cubica  $287\frac{1}{2}$  p. &.  $80449\frac{1}{4}$  p. &. v. cub.  $287\frac{1}{2}$  m. &.  $80449\frac{1}{4}$  p. 1. & hoc quia dimidium prioris numeri quadratorum fuit 6. & in addito trinomio fuit m. 5. igitur totum fuit, vtdixi, verum reliqua pars, fuit quadrata 6. p. duplo huius numeri, igitur fuit nu-



# 296 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

merus quadratorum  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{M}$ . 4. & numerus rerum ex supposito fuit 60. & numerus est (vt ostensum est) quadratum dictæ quantitatis, plus duodecuplo ipsius quantitatis, verum quia ex supposito, ex numero quadratorum in numerum æquationis fit quadratum dimidij numeri rerum, igitur diuiso 900. quadrato dimidij numeri rerum, per numerum quadratorum, exibat numerus, quantitates igitur sunt hæc, vt vides, & quia latus a g est compositum ex lateribus duorum quadratorum a d & d h dimissis supplementis, erunt  $\mathcal{R}$ .

quadrata  $\mathcal{R}$ . v. cubica 3200.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{M}$ . 4.

res 60.

900.

numerus  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148452.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 23000.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148452.  $\mathcal{M}$ . 4.

primæ & tertiæ harum quantitatum iunctæ inuicem,  $\mathcal{R}$ . v. totius aggregati, quare  $\mathcal{R}$ . primæ & tertiæ quantitatis, æquantur 1. quadrato  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $287\frac{1}{2}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 80449 $\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $287\frac{1}{2}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 80449 $\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ . 1. sed  $\mathcal{R}$ . primæ quantitatis, est numerus rerum, quia est  $\mathcal{R}$ . totidem quadratorum, &  $\mathcal{R}$ . tertiæ quantitatis est numerus, quia tertia quantitas est numerus, habemus igitur 1. quadratum  $\mathcal{P}$ . numero, æqualia rebus & numero, minue minorem numerum de maiore, accipiendo  $\mathcal{R}$ . id est accipiendo  $\mathcal{R}$ . denominatoris & numeratoris, habebis 1. quadratum  $\mathcal{P}$ . hoc numero toto  $\mathcal{M}$ . numero infra scripto, æqualia numero rerum, huic scilicet,  $\mathcal{R}$ . vniuersalissima  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $287\frac{1}{2}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 80449 $\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $287\frac{1}{2}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 80449 $\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ . 4.

30.

$\mathcal{R}$ . v. ma.  $\mathcal{R}$ . v. c. 2300.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu. 2300.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148752.  $\mathcal{M}$ . 4.  $\mathcal{R}$ . 5148452.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica 2300.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5148452.  $\mathcal{M}$ . 4. nec refert, quod numerus ille sit compositus ex  $\mathcal{P}$ . &  $\mathcal{M}$ . nam tantum refert dicere, 1. quadratum  $\mathcal{P}$ . 8. æquatur 6. rebus, quantum dicere 1. quadratum  $\mathcal{P}$ . 10.  $\mathcal{M}$ . 2. æquatur 6. rebus, sequere igitur capitulum quintum, de quadrato & numero, æqualibus rebus, ducendo dimidium numeri rerum in se, & auferendo numerum æquationis inde residui sumendo  $\mathcal{R}$ . generalem, quam addes dimidio numeri rerum, & habebis rem quæ fuit media quantitatum analogarum quæsitaram.

## QVÆSTIO VI.

Inuenias numerum, qui sit æqualis radici suæ quadratæ, & duabus radicibus cubicis pariter acceptis, dices igitur si talis numerus fuerit cu. quadratum, radix sua quadrata necessariò est 1. cubus, & duæ radices cubicæ sunt 2. quad. igitur 1. cu. quadratum, æquabitur 1. cubo  $\mathcal{P}$ . 2. quadratis deducendo igitur ad inferiores denominationes

per quad. erit quad. quadratum æquale 1. positioni  $\mathcal{P}$ . 2. posui autem 2. radicibus cubicis, quia cum regula sit generalis, hoc tamen modo dupliciter solui potest, vt patebit. Namque si 1. quad. quadratum æquatur 1. positioni  $\mathcal{P}$ . 2. igitur 1. quad. quadratum  $\mathcal{M}$ . 1. æquabitur 1. positioni  $\mathcal{P}$ . 1. nam ab æqualibus æqualia auferuntur, diuide igitur ambo hæc, per 1. positionem  $\mathcal{P}$ . 1. communem diuisorem, habebis 1. cubum  $\mathcal{M}$ . 1. quadrato  $\mathcal{P}$ . 1. positione  $\mathcal{M}$ . 1. æqua-

|   |    |
|---|----|
| 1. quad. quad. $\mathcal{M}$ .  | 1. |
| 1. pos. $\mathcal{P}$ .   | 1. |
| 1. pos. $\mathcal{P}$ .   | 1. |
| 1. cu. $\mathcal{M}$ . 1. quad. $\mathcal{P}$ . 1. pos. $\mathcal{M}$ . | 1. |

lia 1. igitur 1. cubus  $\mathcal{P}$ . 1. positione, æquatur 1. quadrato  $\mathcal{P}$ . 2. igitur ex decimo octauo capitulo, rei æstimatio est  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ .  $\frac{2241}{2916}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cub.  $\mathcal{R}$ .  $\frac{2241}{2916}$   $\mathcal{M}$ .  $\frac{47}{54}$   $\mathcal{P}$ .  $\frac{1}{1}$ , & cu. quadratum huius est numerus quæsitus, cuius  $\mathcal{R}$ . quadrata, & 2. radices cubicæ sunt illi æquales, & tales radices sunt duplum quadrati huius quantitatis cum suo cubo.

At regula generali sic faciemus quia enim 1. quad. quadratum æquatur 1. positioni  $\mathcal{P}$ . 2. addemus ad vtramque partem 2. positiones quadratorum, cui subscripsimus quad. vt intelligas non esse ex genere priorum denominationum, sed esse positiones

|   |  |
|---|--|
| 1. quad. quad. $\mathcal{P}$ . 2. pos. $\mathcal{P}$ . 1. quad. numeri quad. numeri quad.             |  |
| 2. pos. $\mathcal{P}$ . 1. pos. $\mathcal{P}$ . 2. $\mathcal{P}$ . 1. quad. numeri quad. numeri quad. |  |
| $\frac{1}{4}$ quad. 4. pos. $\mathcal{P}$ . 2. cub. numeri quad.                                      |  |
| $\frac{1}{4}$ æquatur 2. cu. $\mathcal{P}$ . 4. pos.  |  |
| $\frac{1}{8}$ æquatur 1. cu. $\mathcal{P}$ . 2. pos.  |  |

quadratorum, igitur numerus addendus, est 1. quadratum numeri quadratorum, & hoc est, vt in tertia regula huius capituli, quadratum d f, nam hic additio supplementorum est vt d c, a c, d e, ad quadratum simplex a d, igitur sufficit addere quadratum d f, absque additione superficierum f l & m n, quæ erant necessariae in exemplo quintæ quæstionis, quia igitur additis 2. positionibus  $\mathcal{P}$ . 1. Quadrato numeri quadratorum, ad 1. positionem  $\mathcal{P}$ . 2. fit totum 2. positiones numeri quadratorum  $\mathcal{P}$ . 1. pos.  $\mathcal{P}$ . 2.  $\mathcal{P}$ . 1. Quadrato numeri quadratorum, & hoc habet radicem, oportet vt quadratum dimidij mediæ quantitatis, quæ est 1. positio, æquetur ductui extremorum, igitur  $\frac{1}{4}$  quadrati, æquabitur quadrato, 2. cuborum  $\mathcal{P}$ . 4. positionibus numeri prioris, quare abiectionis quadratis vtrinque, fiet  $\frac{1}{4}$  æqualis 1. cubis  $\mathcal{P}$ . 4. positionibus, &  $\frac{1}{8}$  æqualis 1. cubo  $\mathcal{P}$ . 2. positionibus, quare rei æstimatio est  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ .  $\frac{2075}{6912}$   $\mathcal{P}$ .  $\frac{1}{16}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cubica  $\mathcal{R}$ .  $\frac{2075}{6912}$   $\mathcal{M}$ .  $\frac{1}{16}$ , hic igitur est numerus quadratorum addendus vtrique parti, & duplicatur,



catur, & quadratum huius erit numerus addendus ad utramque partem, & gratia clarioris intelligentiæ apposui hic.

Prima 1. quad. quad. p. quad. R. v. cu. R.  $19\frac{23}{2075}$  p.  $\frac{1}{2}$  m. R. v. cu. R.  $19\frac{23}{2075}$  m.  $\frac{1}{2}$  p. numero R. v. cu.  $\frac{1051}{3456}$  p. R.  $\frac{2075}{442368}$  p. R. v. cu.  $\frac{1051}{3456}$  m. R.  $\frac{2075}{442368}$  m.  $\frac{1}{3}$ .

Secunda quad. R. v. cu. R.  $19\frac{23}{2075}$  p.  $\frac{2}{3}$  m. R. v. cu. R.  $19\frac{23}{2075}$  m.  $\frac{1}{2}$  p. 1. pos. p. numero R. v. cu.  $\frac{1051}{3456}$  p. R.  $\frac{2075}{442368}$  p. R. v. cu.  $\frac{1051}{3456}$  m. R.  $\frac{2075}{442368}$  p.  $\frac{1}{3}$ .

Manifestum est igitur, quod R. primi, est 1. quad. p. R. v. cubica R.  $\frac{2075}{6912}$  p.  $\frac{1}{16}$  m. R. v. cubica R.  $\frac{2075}{6912}$  m.  $\frac{1}{16}$ , & radix secundi, est res g. i. generalis R. v. cubica R.  $19\frac{23}{2075}$  p.  $\frac{1}{2}$  m. R. v. cu. R.  $19\frac{23}{2075}$  m.  $\frac{1}{2}$  p. numero R. v. cubica R.  $\frac{1051}{3456}$  p. R.  $\frac{2075}{442368}$  p. R. v. cu.  $\frac{1051}{3456}$  m. R.  $\frac{2075}{442368}$  p.  $\frac{2}{3}$  & hoc, vt dixi, quia latus a d quadrati, componitur ex a b, & b c lateribus quadratorum extremorum, absque commemoratione supplementorum. Manifestum est etiam, quod numerus, qui est cum 1. quad. est minor numero qui est cum rebus, igitur habebimus 1. quadratum æquale rebus R. g. R. v. cubica R.  $19\frac{23}{2075}$  p.  $\frac{1}{2}$  m. R. v. cu. R.  $19\frac{23}{2075}$  m.  $\frac{1}{2}$  p. numero, hoc R. g. R. v. cubica R.  $\frac{1051}{3456}$  p. R.  $\frac{2075}{442368}$  p. R. v. cu.  $\frac{1051}{3456}$  m. R.  $\frac{2075}{442368}$  p.  $\frac{2}{3}$  m. R. v. cu. R.  $\frac{2075}{6912}$  p.  $\frac{1}{16}$  m. R. v. cu. R.  $\frac{2075}{6912}$  m.  $\frac{1}{16}$ . Quare ducemus dimidium numeri rerum se, & est vt ducamus totum in se, & fit idem, dempta R. v<sup>ma</sup>, deinde accipiemus quartam partem producti, & est dimidium vltimæ R. v. quæ est m. supra positæ, ideo addita, relinquetur numerus totus compositus R. v<sup>ma</sup> R. cub. v.  $\frac{1051}{3456}$  p. R.  $\frac{2075}{442368}$  p. R. v. cub.  $\frac{1051}{3456}$  m. R.  $\frac{2075}{442368}$  p.  $\frac{2}{3}$  m. R. v. cu. R.  $\frac{2075}{442368}$  p.  $\frac{1}{128}$  m. R. v. cu. R.  $\frac{2075}{442368}$  m.  $\frac{1}{128}$ , & radix huius totius g, addita dimidio numeri rerum, id est huic numero R. v<sup>ma</sup> R. v. cu. R.  $\frac{2075}{442368}$  p.  $\frac{1}{128}$  m. R. v. cu. R.  $\frac{2075}{442368}$  m.  $\frac{1}{128}$ , constituit rem.

Et si dixisset, quod numerus propositus æquaretur radici quadratæ & cubicæ pariter acceptis, non potuisset solui, nisi hoc secundo modo, per regulam generalem. Deducere autem æstimationes æquales ad idem, vt primam æstimationem ad secundam, iam te docui in libro quantitatum analogarum, quamuis sit difficillima operatio, & ideo complementum in his operationibus, est quasi extremum, ad quod peruenit perfectio humani intellectus, vel potius imaginationis, in hoc enim cognoscere illorum differentiam.

## QVÆSTIO VII.

Si quis igitur dicat, inuenias numerum qui ductus in R. cubicæ suam p. 6. faciat 64. dices igitur, posito eo numero 1. cubo, habebimus 1. quad. quadratum p. 6. cubis æqualia 64. quare per septimam transmutandi regulam septimi capituli huius habebimus 1. quad. quad. æquale 6. rebus p. 4. vnde habita æstimatione ex hoc capitulo per nonam regulam eiusdem capituli, habebimus intentum. Et quibosdam adeo videbuntur difficiles hæ operationes, vt vix eas veras esse credant, nos autem ostendi-

mus modum, quo quantitates istæ alogæ æquivalentes numeris, ad numeros reducuntur, & dedimus demonstrationem utramque, & Geometricam à causa, & Arithmeticam ab effectu.

## QVÆSTIO VIII.

Fac ex 6. tres partes, in continua proportionem, quarum quadrata primæ & secundæ iuncta simul faciant 4. ponemus primam 1. positionem, quadratum eius est 1. quadratum, residuum igitur ad 4. est quadratum secundæ quantitatis, id est 4. m. 1. quadrato, huius radicem, & 1 positionem detrahe ex 6. habebis tertiam quantitatem, vt vides, quare ducta prima in tertiam, ha-

1. pos. | v. R. 4. m. 1. quad. | 6. m. 1. pos. m. R. v. 4. m. 1. quad.

6. pos. m. 1. quad. m. R. v. 4. quad. m. 1. quad. quad.

4. | 6. pos. m. R. v. 4. quad. m. 1. quad. quad.

6. pos. m. 4. æqual. R. v. 4. quad. m. 1. quad. quad.

36. quad. p. 16. m. 48. pos. æquantur 4. quad. m. 1. quad. quad.

32. quad. p. 16. p. 1. quad. quad. æqualia 48. pos.

1. quad. quad. p. 32. quad. p. 256. æqualia 48. pos. p. 240.

bebis 6. positiones m. 1. quadrato m. R. v. 4. quadratorum m. 1. quad. quadrato æqualia 4. m. 1. quad. quadrato secundæ, abice 1. quadratum m. ex partibus, habebis 4. æqualia 6. positionibus m. R. v. 4. quad. m. 1. quad. quadrato, quare 6. positiones m. 4. æquantur R. v. 4. quadratorum m. 1. quad. quadrato. Quare quadrata horum etiam æqualia sunt, à quibus abice 4. quadrata communia, ex utraque parte, habebis tandem 32. quadrata p. 16. p. 1. quad. quadrato, æqualia 48. positionibus, quare addendo 240. utrique parti, id est residuum quadrati dimidij numeri quadratorum, habebis 1. quad. quadratum p. 32. quadratis p. 156. æqualia 48. positionibus p. 240. addas igitur 2. positiones quadratorum p. 1. quadrato p. 32. positionibus numeri quadratorum utrique parti, prima igitur pars habet radicem necessariam & quia volumus secundam etiam habere, quæ est 2. positiones quadratorum p. 48. positionibus, ex prioribus p. 1. quadrato p. 32. positionibus numeri quadratorum p. 240. ducemus primam partem trinomij in tertiam vt vides, & dimidium secundæ in se, & fient 576. quadrata æqualia 2. cub. p. 64. quadratis

576. | quad.

2. pos. p. 48. pos. p. 1. quad. p. 32. pos. p. 240. quad. numeri quad.

2. cub. p. 64. quad. p. 480. pos. | quad.



# 298 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

p. 480. pos. quadratorum, igitur 288. æquantur 1. cubo p. 32. quadratis p. pos. 240. quare per 17. capitulum huius, habebimus 1. cubum æqualem  $101\frac{1}{3}$  rerum p.  $420\frac{16}{17}$ , inde habita huius æstimatione per suum capitulum, minue  $10\frac{1}{3}$ , tertiam partem numeri quadratorum, per 17. cap. & consurgit rei fictæ æstimatione, habebis igitur 1. quadratum p. 16. p. dicta æstimatione, ex vna parte, æqualia rebus quæ sunt & dupli æstimationis inuentæ p. & aggregati ex quadrato dictæ æstimationis, & eadem æstimatione ducta per 32. & 240. numero addito, hoc autem vt liquet, est minus prioris numero, quia si loco 240. adderentur 256. essent æquales, igitur 1. quadratum p. æstimatione inuenta p. 16. m. & v. illa trium quantitarum, id est quadrati æstimationis cum eadem ducta per 32. & cum 240. tanquam vno numero, æquantur rebus quæ sunt secundum radicem dupli æstimationis inuentæ, quod est propositum.

## Q V A E S T I O I X.

Inuenias numerum, cuius quad. quadratum, cum quadruplo sui, & 8. æquetur decuplo sui quadrati, dicemus igitur 1. quad. quadratum p. 4. pos. p. 8. æquantur 10. quadratis. Quare semper positiones dabimus

|   |
|---|
| 1. quad. quad. p. 4. pos. p. 8.             |
| 10. quad.                                   |
| 1. quad. quad. p. 8.   10. quad. m. 4. pos. |
| 1. quad. quad. m. 2. quad. p. 8.            |
| 8. quad. m. 4. pos.                         |
| 1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1.            |
| 8. quad. m. 4. pos. m. 7.                   |
| 2. pos.   quad. p. 2. pos.                  |
| 1. quad. quad. m. 2. pos. m. 2.             |
| quad. p. 1. quad. p. 2. pos. p. 1.          |
| 8. quad. m. 2. pos. quad. m. 4.             |
| pos. p. 1. quad. p. 2. pos. m. 7.           |

quadratis, & auferemus à quad. quadrato, & habebimus 1. quad. quadratum p. 8. æquale 20. quadratis m. 4. positionibus, & quia videmus numerum quadratorum esse magnum, & rerum parum, ideo conabimur minuire numerum quadratorum potius, quàm augere, & faciemus vt diminutio sit ex vtraque parte 2. quad. nam à minori imò à 2. quadratis semper fermè est incipiendum, quia non oportet vt venias ad m. quad. ex parte rerum, quia sic non haberent radicem, subductis igitur 2. quadratis

|   |
|---|
| 3. m. 2. pos. quad.   4. pos.                     |
| 4. quad.  |
| 1. qd. p. 2. pos. m. 7.                           |
| 8. m. 2. pos.                                     |
| 8. quad. p. 16. pos. m. 56. m. 2. cu. m. 4. quad. |
| p. 14. pos. quad.                                 |
| 4. quad. p. 30. pos.   60. p. 2. cub.             |
| 1. cub. p. 30. æquatur 2. quad. p. 15. pos.       |
| pos. 2.   |

ex vtraque parte, habebis 1. quad. quadratum m. 2. quadratis p. 8. æqualia 8. quadratis m. 4. positionibus, clarum est autem quòd si 1. quad. quadratum m. 2. quadratis debet habere radicem, oportet vt numerus sit p. 1. sed erat p. 8. igitur oportebit auferre 7. ex vtraque parte, habebimus igitur 1. quad. quadratum m. 2. quadratis p. 1. æquale 8. quadratis m. 4. positionibus m. 7. addemus igitur per m. vt dictum est, 2. positiones quadratorum ad reliqua 2. quadrata m. ex regula, & addemus per p. vt in eadem, ad numerum 1, quadratum p. 2. positionibus ex vtraque parte, quare habebimus partes æquales, quæ enim adduntur & minuuntur sunt æqualia, igitur 8. m. 2. positionibus quadratorum m. 4. positionibus, p. 1. quadrato p. 2. positionibus m. 7. numeris, habent radicem, multiplicando igitur primam partem, quæ est 8. m. 2. positionibus quadratorum, in tertiam, quæ est 1. quadratum p. 2. positionibus m. 7. fit illud quod vides à latere, pro numero quadratorum, & hoc æquale esse debet 4. quadratis, qui est numerus productus, ex dimidio medietatis partis in se, quare abiciendo quad. vtrinque, fiet illud multinomium, æquale 4. quare tandem reductis partibus ad suas consimiles erunt 2. cubi p. 60. æquales 4. quadratis p. 30. positionibus, & 1. cubus p. 30. æqualia 2. quadratis p. 15. positionibus, quare res valet 2. vel per capitulum, vel etiam solo sensu experiendo.

Circa quod notanda sunt tria. Notandum  
Primum, quòd reduxi rem ad experimentum in numeris, vt videres veritatem rei facilius, stultum est enim semper difficultatem addere difficultati. Secundum, quòd 1. cubus p. 30. æqualis 2. quad. p. 15. rebus, habet aliam rei æstimationem quàm 2. quæ cognita est ex suo capitulo, sed pro nunc ne operatio longior euadat, eam relinquimus. Tertium notandum est, quòd tu vides, demonstrationem sic tenere in m. sicut in p. & quòd numerus semper est addendus necessariò, quia consurgit ex quadrato numeri quadratorum cum numero quadratorum priorum, seu quadrata sint addenda seu minuenda, ducto in dimidium numeri quadratorum minuendorum. Hoc stante, diximus quòd rei æstimatione est 2. & addendæ sunt 2. res per m. quadratorum, igitur minuemus 4. quadrata ex vtraque parte, habebimus igitur 1. quad. quadratum m. 6. quadratis p. 1. æqualia 4. quadratis m. 4. positionibus m. 7. pro numero autem addendus est quadratus numeri dimidij quadratorum detractorum, & hoc dimidium est 2. quadratum cuius est 4. & similiter productum ex numero priorum quadratorum in rei æstimationem, quod productum est 4. igitur addemus 8. vtrique parti, & fient tandem vt vides 1. quad. quadratum m. 6. quadratis p. 9. æqualia 4. quadratis m. 4. positionibus p. 1. manifestum est autem quòd ambo hæc habent radices duplices, vt vides, sed facta reductione veniunt necessario ad duo capitula, vel 1. quadratum æquale 2. positionibus p. 2. vel 1. quadratum p. 2. positionibus æqualia 4. horum capitulorum



# Cap. XXXIX. De Regula, &c. 299

|   |
|---|
| 1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1.<br>m. 4. quad. p. 8. |
| 1. quad. quad. m. 6. quad. p. 1.                      |
| 3. quad. m. 4. pos. m. 7. m.<br>4. quad. p. 8.        |
| 4. quad. m. 4. pos. p. 1.                             |

|  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1. quad. quad. m. 6. qd. p. 9.                                   | 1. quad. m. 3.<br>3. m. 1. quad. |
| 4. quad. m. 4. quad. p. 1.                                       | 2. pos. m. 1.<br>1. m. 2. pos.   |
| 1. quad. aequal. 2. pos. p. 2.<br>1. quad. p. 2. pos. aequal. 4. | 3. 3. p. 1.<br>3. 5. m. 1.       |
| p <sup>a</sup> æstimatio.      2 <sup>a</sup> æstimatio.         |                                  |
| res 3. p. 1.   | res 5. m. 1.                     |
| quad. 4. p. 3. 12.   | quad. 6. m. 3. 20.               |
| qd. qd. 28. p. 3. 768  | qd. qd. 56. m. 3. 2880.          |
| 4. res 3. 48. p. 4.  | 4. res 3. 80. m. 4.              |
| qd. qd. 3. 768. p. 28  | qd. quad. m. 3. 2880.            |
| p. 8.  | p. 36. p. 8.                     |
| aggreg. 3. 1200. p. 40.  | aggreg. 60. m. 3.                |
|  | 2000.                            |
| 10. quad. 40. p. 3.  | 10. quad. 60. m. 3.              |
| 1200.  | 2000.                            |

rum æstimationes sunt 3. p. 1. & 3. 5. m. 1. dico igitur quod in æstimationibus 1. quad. quadrati p. 4. positionibus p. 8. æquantur 10. quadratis, cuius probationis experimentum habes à latere dilucidum, ut patet, non declaro autem, an facta alia positione perueniremus ut dixi, cum 1. cubus p. 30. æquabatur 2. quadratis p. 15. rebus, ad alias duas æstimationes, sed si te delectat operatio, per te ipsum potes illud inquire.

## QVÆSTIO X.

Inuenias tres numeros in continua proportionem, quorum aggregatum sit 8. & quadratum tertij, sit æquale aggregato ex quadratis primi & secundi, ponemus eos per primam regulam 1. 1. pos. 1. quad. erunt igitur quadrata 1. 1. quadratum, 1. quad. quad. igitur 1. quad. quad. æquatur 1. quadrato p. 1. quare ex capitulo deriuatiuorum vigesimoquarto, habebimus rei æstimationem 3. v. 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & tertia quantitas est eius quadratum, scilicet 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & prima fuit 1. igitur totum aggregatum est  $1\frac{1}{2}$  p. 3.  $\frac{1}{4}$ , p. 3. v. 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ ,

|   |                |
|---|----------------|
| 1.  | p <sup>a</sup> |
| $\frac{1}{2}$ p. 3. $1\frac{1}{4}$  | 2 <sup>a</sup> |
| 3. v. 3. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$  | 3 <sup>a</sup> |
| $1\frac{1}{2}$ p. 3. $1\frac{1}{4}$ p. 3. v. 3. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ . |                |

hoc autem non est 8. ut propositum est, dic igitur per regulam trium quantitarum, si  $1\frac{1}{2}$  p. 3.  $1\frac{1}{4}$  p. 3. v. 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  esset 8. quid esset 1. prima quantitas? duc 8. in 1. fit 8. diuide 8. per  $1\frac{1}{2}$  p. 3.  $1\frac{1}{4}$  p. 3. v. 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & exit 4. p. 3. v. 3. 500. p. 10.

m. 3. v. 3. 1920. p. 18. & hæc est prima quantitas, qua habita si duxeris eam per 3.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , habebis tertiam quantitatem, quam si duxeris denuò in primam quantitatem vltimo inuentarum, 3. 6. producti; est secunda quantitas, & ne mireris quòd tertiam quantitatem præponam secundæ in operatione, quia est longè simplicior.

## QVÆSTIO XI.

Si quis dicat, inuenias numerum, qui ductus in 3. suam cubicam m. 3. faciat 64. Pones illum 1. cubum, igitur ductus in 3. cubicam m. 3. producit 1. quad. quadratum m. 3. cubis, æqualia 64. igitur 1. quad. quadratum m. 3. cubis, æquatur 64. dico quòd possumus soluere modo septimæ quæstionis, & etiam alio modo, sine transmutatione, quo potest etiam solui septima quæstio, & facilius, sed volui docere ambos modos, ut melius scires operari, debes igitur scire duo. Primum, quòd ut res debent semper manere ab alia parte, à qua est numerus cum quadratis, & non à parte quad. quadrati, sic cubi, seu p. seu m. debent manere cum quad. quadrato. Secundum, quòd ut numerus rerum nunquam debet variari, sic nec numerus cuborum. Et possumus addere tertium his, scilicet, quòd ubi sunt res, peruenimus ad 1. quad. quadratum p. quad. p. numero, æqualia quad. rebus p. vel m. & numero p. sic hîc peruenimus ad quad. quadratum p. quad. p. numero, æqualia quad. quad. cubis p. vel m. & quad. p. Hoc intellecto, sic soluitur quæstio, addes ad numerum 2. positiones quadratorum, igitur ducto eius dimidio in se, fit 1. quadratum numeri quadratorum quadratorum, diuiso igitur per 64. habes  $\frac{1}{64}$  quad. numerum quadratorum quadratorum, quare vides, quòd

|                          |            |         |                    |         |    |
|--------------------------|------------|---------|--------------------|---------|----|
| $\frac{1}{64}$ qd. p. 1. | m. 3. cub. | 2. pos. | $\frac{1}{64}$ qd. | 2. pos. | 64 |
| quad. qd.                |            | quad.   | qd. qd.            | qd.     |    |

addidisti ad habendam radicem  $\frac{1}{16}$  quadrat: pro numero quad. quad. & 2. positiones pro numero quad. igitur addes eadem ad 1. quad. quadratum m. 3. cubis, & habebis  $\frac{1}{46}$  quadrati p. 1. pro numero quad. quad. & m. 3. cubis & 2. positionibus, pro numero quadr. igitur ad hoc ut habeat radicem, oportet ut extrema inuicem ducta, producant, quantum dimidium mediæ quantitatis in se, est autem dimidium  $1\frac{1}{2}$  cubi, quod ductum in se, producit  $2\frac{1}{4}$  cu. quadrata, &  $\frac{1}{64}$  quadrati p. 1. numeri quad. quad. in 2. positiones numeri quad. producit  $\frac{1}{32}$  cubi p. 2. positionibus numeri cu. quadrati, nam quad. quadratum in quadratum, producit cu. quadratum, habes igitur  $\frac{1}{32}$  cubi p. 2. positionibus numeri cu. quad. æqualia  $2\frac{1}{4}$  cu. quadratis, igitur cu. quadratum, ad cu. quadratum in æqualitate; sic numerus ad numerum, quare  $\frac{1}{32}$  cubi p. 2. positionibus, æqualia  $2\frac{1}{4}$ , quare 1. cubus p. 64. positionibus æqualia 72. quare rei æstimatio, p. 3. v. cubica 3. 11005  $\frac{1}{27}$  p. 36. m. 3. v. cubica 3. 11005  $\frac{1}{27}$  m. 36. & duplum



# 300 Artis Magnæ, seu de Reg. Alg.

duplum huius pro quadratis addetur utrique parti, radix igitur ex vna parte est 8. p. rebus sub numero æstimationis rei, ex alia autem quadrata sub numero 32. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati, huius æstimationis addito 1. m. positionibus sub numero 32. dupli huius æstimationis.

## QVÆSTIO XII.

Si quis dicat, 1. quad. quadratum p. 3. æquatur 12. rebus, addes 2. positiones quadratorum, & 1. quadratum numeri quadratorum, quare sic habebit 32. quadratam si-

|                                 |                 |
|---------------------------------|-----------------|
| 1. quad. quad. p. 3.            | 12. pos.        |
| 2. pos. quad. p. 1. quad. m. 3. |                 |
| 1. qd. qd. p. 2. pos. p. 1. qd. | 2. pos. 12. 1.  |
|                                 | quad. m. 3.     |
| 1. qd. qd. p. 6. quad. p. 9.    | 6. quad. p. 12. |
|                                 | pos. p. 6.      |

ne numero vt clarum est, igitur addemus ex alia parte pro numero quadratorum 2. positiones, & pro numero 1. quad. m. 3. habebis partes vt vides, quare multiplicatis partibus, habes 2. cubos æquales 6. rebus p. 36. & 1. cubum, æqualem 3. rebus p. 18. & res valet 3. igitur partes sunt vt vides, & erit 1. quadratum p. 3. 32. primæ partis, æqualis rebus 32. 6. p. numero 32. 6. & res quæ sita erit, 32. v. 32. 6. m.  $1\frac{1}{2}$  p. 32.  $1\frac{1}{2}$ .

## QVÆSTIO XIII.

Inuenias numerum, cuius quad. quadratum cum duplo cubi, sit p. ipso numero, igitur dices, 1. quad. quadratum p. 2. cubis æquantur ad 1. positionem p. 1. hinc non datur locus radici subtrahendæ, nec diuisioni. Sed dices ex prima regula, inuenias tres numeros in continua proportionem, quorum aggregatum ad aggregatum secundi & tertij eandem habeat rationem quam aggregatum 2. & 3. ad primum. Pones igitur eos 1. 1. pos. 1. quad. habebis igitur 1. quad. quadratum p. 2. cubis p. 1. quadrato, æqualia 1. quadrato p. 1. positioni p. 1. quare abiectæ 1. quadrato communi, habebimus 1. quad. quadratum p. 2. cubis, æqualia 1. positioni p. 1. ergo iam scimus rationes quantitatum, quia verò ex aggregato in primam, sit quadratum aggregati secundæ & tertij, igitur tale aggregatum est diuisum secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & eius minor portio est 1. igitur residuum (& est maior portio) est 32.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , & hoc æquatur (vt supponitur) 1. quadrato p. 1. positione, igitur quantitantes sunt vt vides.

Mediæ igitur quantitatis (quæ est res), 1. quad. quadratum p. 2. cubis æquantur ipsi

|   |          |
|---|----------|
|   | prima 1. |
| 2. res 32. v. 32. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{3}{4}$ m. $\frac{1}{2}$              |          |
| 3. quad. 32. $1\frac{1}{4}$ p. 1. m. 32. v. 32. $1\frac{1}{4}$ p. $\frac{3}{4}$ |          |

quantitati p. 1. id est 32.  $1\frac{1}{4}$  p.  $\frac{3}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ : & per hæc intelligis modos harum regularum, si exempla hæc diligenter cum suis operationibus animaduertas.

## CAPVT XL.

De modis suppositionum generalium, ad artem maiorem pertinentibus, & regulis quæ extra ordinem sunt, ac æstimationibus diuersi generis ab his quæ dictæ sunt.

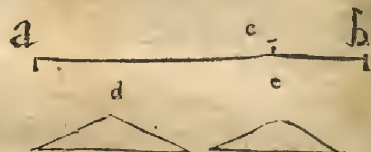
CVM fuerit cubus æqualis quadratis & numero, si ab æstimatione illa detrahatur numerus quadratorum, relinquetur æstimatio cubi & totidem quadratorum, æqualium numero qui sit in eadem proportionem cum numero primæ æquationis in qua est ipsa secunda æquatio seu æstimatio ad primam æstimationem. Exemplum, cubus æquatur 2. quadratis p.  $1\frac{17}{64}$ , & æsti-

|  |                |
|--|----------------|
|  | æstimat.       |
| 1. cu. æqual. 2. quad. p. $1\frac{17}{64}$ | $2\frac{1}{4}$ |
| 1. cu. p. 2. quad. æqual.                  | $\frac{1}{4}$  |

matio est  $2\frac{1}{4}$ , dico, quod si abiicias 2. numerum quadratorum, relinquetur  $\frac{1}{4}$ , æstimatio cubi & 2. quadratorum, æqualium  $\frac{9}{64}$ , qui numerus est in eadem proportionem cum  $1\frac{17}{64}$  numero prioris æquationis, in qua est  $\frac{1}{4}$  æstimatio secunda, ad  $2\frac{1}{4}$  primam æstimationem, cuius demonstratio sit hæc:

## DEMONSTRATIO.

Ponatur a b æstimatio prima, & a c numerus quadratorum, & erit b c æstimatio alicuius cubi & quadratorum, secundum a c numerum æqualium alicui numero, qui sit e, ponatur verò d numerus, qui cum quadratis a b secundum numerum a c æquetur cubo a b, quia igitur cubus a b æquatur producto ex a c & c b in quadratum a b,



itemque producto ex a c in quadratum a b cum numero d, erit d æqualis producto c b in a b quadratum, & similiter cubus c b cum producto a c in quadratum c b, æquatur e numero, & æquatur etiam producto ex a b in quadratum b c, igitur productum a b in quadratum b c, æquatur e, verum productum b c in quadratum a b, ad productum a b in quadratum b c, vt a b ad b c per 143. libri de proport. colligitur, & in lib. Alizæ. Proportio igitur d ad e, vt a b ad b c, quod erat probandum. Similiter sequitur, permutando proportionem æquationum numerorum ad suas æstimationes eandem esse, cum æstimationum differentia fuerit numerus quadratorum.

Cum fuerint cubus & quadrata, æqualia numero, item cubus æqualis totidem quadratis eidemque numero, erit proportio aggregati ex prima æstimatione & numero quadratorum, ad residuum, quod sit detracto à secunda æstimatione numero quadratorum,



# Cap. XL. De modis supposit. &c. 301

torum, vt secundæ æstimationis ad primam duplicata, velut si dicam, cubus & 3. quadrata, æquantur 20. & cubus æquatur 3. quadratis p. 20. in prima æstimatio rei est 2. in secunda est 8. v. cubica 11. p. 8. 120. p. 8. v. cubica 11. m. 8. 120. p. 1. dico quod si addas 3. numerum quadratorum, ad 2. primam æstimationem (& fiet 5.) & minuas idem 3. ex secunda æstimatione (& fiet 8. v. cu. 11. p. 8. 120. p. 8. v. cu. 11. m. 8. 120. m. 2.) quod proportio 5. ad hanc radicem, est velut 8. v. cubica 11. p. 8. 120. p. 8. v. cubica 11. m. 8. 120. p. 1. æstimationis secundæ, ad 2. æstimationem primam, duplicata, cuius rei est demonstratio hæc.

## DEMONSTRATIO.

Sit æstimatio prima b c, secunda a b, numerus quadratorum communis, a d. quia igitur cubus a b, æqualis est productis a d & d b in quadratum a b, & a b est



numerus quadratorum, erit productum ex d b in quadratum a b, æquale numero æquationis, quare & cubo b c cum producto a d in quadratum b c, igitur quod ex b d in quadratum a b, æquale est ei, quod ex aggregato a d & c b in quadratum c b, igitur per 7. sexti & 34. 11. Elementorum, a d & c b, iunctorum ad b d, velut a b ad b c, ratio seu proportio duplicata.

3. Cum fuerint quadrata æqualia cubo & numero, conuertetur capitulum in capitulum rerum æqualium cubo & numero, & æstimatio secunda semper est addenda vel detrahenda tertiæ parti numeri quadratorum, vt habeatur prima, & est ex his quæ ad septimum capitulum pertinent, & modus est. Sume differentiam numeri æquationis propositi, & dupli cubi tpquad. & eam pone pro numero, qui cum cubo æquatur rebus totidem, quotus est numerus, qui est tertia pars quadrati numeri quadratorum, ergo inuenta secunda æstimatione, pro habenda prima, addes eam tpquad. si numerus fuit maior duplo cubi tpquad. vel minues, si numerus fuit minor duplo cubi tpquad. & conflatum vel residuum, est æstimatio prima.

Exemplum, Cubus & 80. æquantur 9. quadratis, dupla cubum 3 qui est tpquad. fit 34. differentia cuius ab 80. est 26. igitur cubus p. 26. æquabitur 27. rebus, est autem 27. tertia pars quadrati 9. igitur æstimatio secunda est 1. quæ addita ad 3. tpquad. constituit 4. æstimationem primam quia numerus, qui est 80. est maior duplo cubi tpquad. quod est 34.

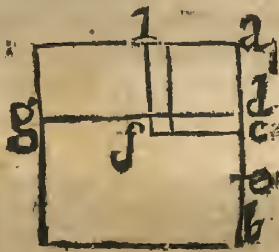
Aliud exemplum, Cubus p. 5. æquatur 6. quadratis, duc 6. in se fit 36. huius tertia pars est 12. numerus rerum, inde detrahe 5. numerum æquationis, ex 16. duplo

Tom. IV.

cubi 2. tpquad. & relinquitur 11. igitur 1. cub. p. 11. æquatur 12. rebus, æstimatio autem est 1. detrahe igitur 1. ex 2. tpquad. quia numerus est minor duplo cubi tpquad. relinquitur æstimatio cubi p. 5. æqualis 6. quad.

## DEMONSTRATIO.

Demonstratio autem huius est, ponatur a b numerus quadratorum 9. a c æstimatio rei, cuius cubus p. 80. æquatur a b ductæ in a f quadratum a c, & fit a d tertia pars



a b, & similiter d e & e b & a g superficies æquidistantium laterum, & tertia pars quadrati a b per primam sexti Elementorum, quia igitur ex b a in a c, fit cubus a f p. 80. erit quod ex b c in a f 80. quod igitur ex b d in a f 80. p. eo quod ex c d in a f, detracto igitur quod ex b d in a h, & est duplum cubi a d, fiet quod ex b d in gnomonem, 26. p. eo quod ex c d in a f, at quod ex b d in gnomonem, æquale est quadruplo c d in quadratum a h, & duplo a d in quadratum h f, eò quod lineæ b e, e d, d a, d h, & reliquæ supplementorum sunt æquales inuicem, quadruplum igitur c d in quadratum a h cum duplo a d in quadratum h f, æquatur 26. p. eo quod ex c d in f a, at ex c d in f a, fit cubus c d, & duplum a d in quadratum f h, & c d in quadratum a h semel, igitur ablato eo quod ex c d in quadratum a h semel, & ex a d in quadratum h f bis, vtrinque, erit triplum c d in a h, æquale cubo c d p. 26. at quod ex c d in h a ter, æquale est ei, quod ex c d in a g semel, cum d h sit tertia pars d g, igitur quod ex c d in a g tertiam partem quadrati a b, æquale est cubo ipsius c d p. 26.

Cum quæstionis solutio ad multitudinem 4 dehominationum peruenerit, solutio plerunque sperari potest, nam ex mala tractatione sæpius hoc evenit, vnde ad pauciores & notas denominationes deducta soluitur, & generaliter. At cum ad capitulum paucarum sed inæqualium denominationum peruenerit, quæstionis solutio, nunquam generaliter ad cognitionem peruenerit, cum semper in id incidat capitulum, quod generalem æstimationis inueniendæ regulam non habet: velut si ad capitulum r<sup>i</sup> p<sup>i</sup>, quadratorum, rerum ac numeri deuenierit.

Cum verò hoc in omnibus, tum maxime in Geometricis quæstionibus, quæ graues sunt, plurimum conferre solet, vt præuias alias, ac minus difficiles quæstiones oluas, huius libri auxilio, demum in regulas

C c

de



de modo solutiones has contrahes, inde illarum auxilio pededentim procedens per positionis præcepta & regulas, ad aliquod tandem horum capitulorum notorum peruenies, ex quo dilucida solutio apparebit.

- 6 Præter has autem æstimationes, aliæ quædam emergunt, quarum numerus est infinitus, nec vllius earum generalis est vsus, verum quæ maximè sunt frequentes, tribus modis fiunt. Aut enim regula peculiari, vt in sexto libro ostensum est. Tum magis in capitulis omnibus quantitatum continuè proportionalium, vt facile est experiri. Aliæ autem ex iterata regularum vel capitulorum operatione, vel mixtione: vt, cum ad quæsti solutionem pluribus capitulis vel regulis indigemus. Exemplum habes, superius, Capite 35. Quæstione 4. & Capite 31. Quæstione 2. huius, sed oportet perficere. Tertio modo habebis varias æstimationes, cum capitula vel regulas non in numeris, sed iam variatis æstimationibus exercueris, vt si dicam, fac ex  $\mathfrak{x}$ . vltimi 8.  $\mathfrak{m}$ .  $\mathfrak{x}$ . 2. duas partes, ex quarum ductu in radices alterius mutuo fiant numeri, qui iuncti inuicem faciant 4. operatio perueniet ad absconam quantitatem.

- 7 Natura producti ex partibus numeri in  $\mathfrak{x}$ . quadratam vel cubam vel alterius generis partis reliquæ, est de genere cubi, vel quad. quadrati, excepto quod quantitas sumenda est proximior maximè, non minori. Exemplum, si quis dicat, fac ex 10. duas partes, quarum productum vnus in quadratum alterius faciat 9. & postmodum velis dicere, fac ex aliquo numero duas partes, ex quarum ductu vnus in quadratum alterius, fiat 18. tunc vides quod talis productio est ex genere cubi, quia igitur, si proportio esset eadem, fieret hoc ex 20. quod est duplum 10. vt 18. est duplum 9. at quia est ex genere cubi, inueniemus duos terminos proportionem continuam medios inter 10. & 20. & sunt  $\mathfrak{x}$ . cubica 2000. &  $\mathfrak{x}$ . cubica 4000. igitur numerus quæsitus est  $\mathfrak{x}$ .
- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| 9.                   | 18.                  |
| 10.                  | 20.                  |
| $\mathfrak{x}$ . cu. | $\mathfrak{x}$ . cu. |
| 2000.                | 4000.                |

alia  $\mathfrak{x}$ . 1458. ducta  $\mathfrak{x}$ . cub. 1458. in quadratum  $\mathfrak{x}$ . cub. 2. fit  $\mathfrak{x}$ . cubica 5832. quæ est 18. Dico igitur quod si dixisset, vt facias de 10. duas partes, ex quarum mutua multiplicatione in  $\mathfrak{x}$ . alterius fiat 12. quod hæc habet rationem cubicam, vnde si diceremus, inuenias numerum ex cuius ductu vicissim partium in mutuas radices fiat 24. & velis ex primis partibus inuenire alias, tunc inter 10. & 20. eadem ratione, qui se habent vt 9. & 18. accipies in ratione cubica duos terminos medios proportionales, & maior illorum qui est  $\mathfrak{x}$ . cubica 4000. est terminus quæsitus, nam vna pars est  $\mathfrak{x}$ . cubica 4. alia  $\mathfrak{x}$ .

cubica 2916. due vicissim in  $\mathfrak{x}$ . quadratam alterius fiunt  $\mathfrak{x}$ . cubica 5832. &  $\mathfrak{x}$ . cub. 216. quæ sunt 18. & 6. & hæc iunctæ faciunt 24.

Quælibet æquatio cubi æqualis rebus & 8 numero, conuertitur in contimilem, cuius numerus rerum constat ex diuisione prioris numeri rerum per numerum æquationis, & numerus æquationis est  $\mathfrak{x}$ . eius quod prouenit diuisa monade per numerum æquationis, vt in exemplo, cubus æquetur 6. positionibus  $\mathfrak{p}$ . 2. diuide 6. numerum positio-

|   |
|---|
| 1. cub. æqualis 6. pos. $\mathfrak{p}$ . 2.                             |
| 1. cub. æqualis 3. pos. $\mathfrak{p}$ . $\mathfrak{x}$ . $\frac{1}{2}$ |
| 1. cub. æqualis 4. pos. $\mathfrak{p}$ . 4.                             |
| 1. cub. æqualis 1. pos. $\mathfrak{p}$ . $\frac{1}{2}$                  |
| 1. cub. æqualis 6. pos. $\mathfrak{p}$ . 9.                             |
| 1. cub. æqualis $\frac{1}{2}$ pos. $\mathfrak{p}$ . $\frac{1}{2}$       |

num per 2. numerum æquationis, exibat 3. numerus positionum secundæ æquationis, diuide etiam vnitatem per 2. numerum æquationis, exit  $\frac{1}{2}$ , cuius  $\mathfrak{x}$ . est numerus æquationis, & ita in duobus reliquis exemplis. Inuentio autem æstimationis vnus per aliam, est valde difficilis, veruntamen dico, quod habita secunda æstimatione, ipsa erit  $\mathfrak{x}$ . numeri rerum multiplicandarum cum monade seu vno per 1. cub. & per positiones, & numerum priorem ex alia parte, inde addes tot quadrata vtrique parti, quotus est numerus, qui prouenit diuiso vno per quadruplum quadrati eiusdem secundæ æstimationis, & habebis quad. quadratum  $\mathfrak{p}$ . cubo  $\mathfrak{p}$ . quadrato ex vna parte, habentia  $\mathfrak{x}$ . quæ erit quad.  $\mathfrak{p}$ . pos. & ex alia quad.  $\mathfrak{p}$ . pos.  $\mathfrak{p}$ . numero, habentia similiter radicem quæ erit positio  $\mathfrak{p}$ . numero, quare per capitulum, habebis æstimationem, vt in tertio exemplo, habes secundam rei æstimationem 1. pro habenda prima due 1. positionem  $\mathfrak{p}$ . 1. (pro regula sumitur 1.) sed 1.

|   |  |
|---|--|
| 1. cub.   | 6. pos. $\mathfrak{p}$ . 9.                |
| 1. pos. $\mathfrak{p}$ . 1.   | 1. pos. $\mathfrak{p}$ . 1.                |
| 1. quad. quad. $\mathfrak{p}$ . 1. cub.                               | 6. quad. $\mathfrak{p}$ . 15.              |
|   | pos. $\mathfrak{p}$ . 9.                   |
| 1. qd. qd. $\mathfrak{p}$ . 1. cu. $\mathfrak{p}$ . $\frac{1}{4}$ qd. | 6 $\frac{1}{4}$ quad. $\mathfrak{p}$ . 15. |
|   | pos. $\mathfrak{p}$ . 9.                   |
| 1. quad. $\mathfrak{p}$ . $\frac{1}{2}$ pos.                          | 2 $\frac{1}{2}$ pos. $\mathfrak{p}$ . 3.   |

pos. est propter quadratum æstimationis rei, quod fuit etiam 1. in 1. cubum & 6. positiones  $\mathfrak{p}$ . 9. habebis 1. quad. quadratum  $\mathfrak{p}$ . 1. cubo, æqualia 6. quadratis  $\mathfrak{p}$ . 9.  $\mathfrak{p}$ . 15. positionibus, deinde adde vtrique parti  $\frac{1}{4}$  quadrati, & est quod prouenit semper diuisa vnitatem per quadruplum quadrati numeri positionum additarum, & habebis partes habentes  $\mathfrak{x}$ . quadratas, quare res est 3.





HIERONYMI  
CARDANI  
ARS MAGNA  
ARITHMETICÆ.

Seu Liber quadraginta Capitulorum,  
& quadraginta Quæstionum.

PROOEMIUM  
AD R. D. PHILIPPUM ARCHINTVM,  
*Episcopum Burgi sancti Sepulchri.*



OST compositionem Libri Practicæ visum est mihi necessarium ea ostendere, quæ à pluribus impossibilia iudicata sunt, quæ omnia nos inuenimus ex demonstrationibus trium Librorum à nobis editorum super Euclidem, exceptis duabus regulis harum, nomina Auctorum cum ipsis regulis apposui; hæc autem omnia tibi dicaui, vt (cùm existimem hunc librum perpetuum futurum inter cæteros, vtpote quod Arithmeticæ artem totam complecti videatur) æternum testimonium præcellæ tuæ Virtutis, & Humanitatis, & meæ, erga te obseruantia, in futuris seculis. Vale.

CAPVT PRIMVM.

*De subiectis huius libri in comparatione ad decimum Euclidis.*

EUCLIDES inuenit 4. lineas simplices rationalem actu, & est numerus vt 3. vel  $2\frac{1}{2}$ : nam fractorum & integrorum eadem est ratio.

Rationalem in potentia, & est R. cuiuslibet numeri non habentis radicem quadratam, quæ sit numerus veluti R. 3. vel R.  $2\frac{1}{2}$ .

Medialem, & est R. R. cuiuslibet numeri non quadrati, veluti R. R. 3. & R. R.  $2\frac{1}{2}$  sed R. R.  $2\frac{1}{4}$  non est medialis, sed est rationalis potentia, quia R. R.  $2\frac{1}{4}$  æquale R.  $1\frac{1}{2}$ .

*Tom. IV.*

Irrationalem absolutè, & est quadam medialis & quadam non; veluti R. R. 3. est etiam irrationalis, omnis. n. medialis numerus est irrationalis, sed non conuertitur; est etiam irrationalis non medialis, veluti R. R. R. 3. vel R. cu. 3. vel R. v. 5. p. R. 10. & vniuersaliter sunt numero & specie infinitæ.

Rationalis actu: Rationalis potentia tantum:

3.

R. 3.

Medialis:

R. R. 3.

Irrationalis absolutè:

R. R. R. 3. vel R. cu. 3. vel R. v. 5. p. R. 10.

Post hæc considerat lineas compositas ex duabus, & sunt 6. in genere per additionem, & 6. conuersæ per diminutionem, sed antequam hoc consideret, comparat has quatuor lineas simplices inuicem, & semper præsupponit in omnibus quod sint actu in commensurabiles, quia alioqui fierent vna

Cc 2 linea,



linea, siue vnus numerus veluti  $\mathcal{R}$ . 12. &  $\mathcal{R}$ . 3. non comparantur inuicem, quia reuera iunctæ æquivalent  $\mathcal{R}$ . 27. in comparatione igitur fugit commensurabiles, igitur comparationem rationalis ad rationale. Fugit etiam eas quæ nihil producant rationale, nec potentiâ nec actu, nec quadrata illarum componant aliquid rationale, actu vel potentiâ, solum igitur considerat comparationem inter has quatuor quæ habent duas condiciones quod sint incommensurabiles longitudine, & quod aliquo modo producant numerum vel  $\mathcal{R}$ . simplicem.

Prima igitur comparatio fit inter numerum &  $\mathcal{R}$ . vel inter duas  $\mathcal{R}$ . & per additionem constituitur binomium, per diminutionem residuum veluti 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. vel  $\mathcal{R}$ . 7.  $\mathcal{P}$ . 2. vel  $\mathcal{R}$ . 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. omnia sunt binomia, hæc verò sunt residua vt 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. &  $\mathcal{R}$ . 7.  $\mathcal{M}$ . 2. &  $\mathcal{R}$ . 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2.

Secunda comparatio est duarum medialium; solum potentia commensurabilium, quæ vel inuicem multiplicatæ producant numerum, & tales iunctæ constituunt bimediale primum veluti  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 54. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 24. inuicem ductæ producant  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 1296. & est 6. sunt etiam potentia communicantes, quia proportio quadratorum  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 54. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 24. (suntque talia quadrata  $\mathcal{R}$ . 54. &  $\mathcal{R}$ . 24.) est in proportione  $\mathcal{R}$ . 9. ad  $\mathcal{R}$ . 4. quare proportio talium quadratorum est veluti 3. ad 2. & ita communicant, tales autem iuncti numeri producant bimediale primum, vt  $\mathcal{R}$ . 54.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 24. sed adiuncti perm. constituunt residuum mediale primum, vt  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 54.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 24.

Tertia comparatio est duarum medialium potentia tantum communicantium producentium mediale quarum longior sit potentior breuiore quadrato alicuius quantitatis incommensurabilis longiori, & tales numeri vel lineæ (non enim in nomine differentiam facio, nam & lineas pro numeris & numeros pro lineis intelligi volo) componunt iunctæ bimediale secundum, & residuatæ residuant residuum mediale secundum, veluti  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. est bimediale secundum, &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 18.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. est residuum mediale secundum, nam proportio  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 18. ad  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. est commensurabilium potentia, quia quadrata quæ sunt  $\mathcal{R}$ . 18. &  $\mathcal{R}$ . 8. sunt in proportione  $\mathcal{R}$ . 9. ad  $\mathcal{R}$ . 4. & est 3. ad 2. igitur sunt commensurabilia talia quadrata. Quod autem producat  $\mathcal{R}$ . patet quia ex  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 18. in  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. fit  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 144. quod est  $\mathcal{R}$ . 12.

Quarta comparatio est irrationalium & potentia incommensurabilium & tunc vel multiplicatæ inuicem producant  $\mathcal{R}$ . numeri & quadrata iuncta faciunt numerum, & tales numeri iuncti faciunt lineam maiorem vel residuati faciunt lineam minorem.

Si verò potentia incommensurabiles producant numerum & quadrata iuncta faciant  $\mathcal{R}$ . (& est conuersum præcedens) tunc compositæ faciunt lineam potentem in rationale & mediale, residuatæ autem fa-

ciunt lineam quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Si verò potentia incommensurabiles producant mediale inuicem multiplicatæ, & etiam quadrata iuncta componant mediale ita tamen quod hoc mediale non sit commensurabile productioni vnus in alteram: tunc hæc iunctæ faciunt lineam potentem in duo medalia & residuatæ lineam quæ iuncta cum mediali componit totum mediale.

Circa hoc nota duo, primum quod possibile est duas quantitates esse longitudine commensurabiles & tamen producere  $\mathcal{R}$ . & non numerum veluti  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 32. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. communicant longitudine, quia vna est dimidium alterius, eo quod vna continet aliam 16. vicibus quod est quadratum quadrati de 2. & tamen multiplicata  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. in  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 32. producit  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 64. & est  $\mathcal{R}$ . 8: qui non est numerus sed  $\mathcal{R}$ . Et per contrarium duæ quantitates mediales non communicabunt longitudine, & tamen inuicem multiplicatæ producant numerum veluti  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 54. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 24. inuicem ductæ producant 6. & tamen non communicant longitudine, quia proportio  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 54. ad  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 24. est veluti  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ .  $2\frac{1}{4}$  prodeuntis ex diuisione 54. per 24. quæ  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ .  $2\frac{1}{4}$  est  $\mathcal{R}$ .  $1\frac{1}{2}$  quod est numerus surdus, ideo non communicant.

Secundum est quod in vltima comparatione quantitatum diximus quod aggregatum quadratorum esset incommensurabile producto vnus in alteram, quia si essent commensurabilia, tunc totum esset mediale, quare per quartam secundi quadratum totius esset mediale, &  $\mathcal{R}$ . quod est aggregatum, esset quantitas medialis & non potens in duo medalia, nam hoc est suppositum generale tales species quantitatum inuicem omnes differre.

## C A P V T II.

### De inuentione dictarum quantitatum.

**P**ro inuentione binomij sufficit vel residui accipere numerum &  $\mathcal{R}$ . numeri vel duas  $\mathcal{R}$ . non communicantes & habes binomium addendo vel residuum minuendo vt  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. vel  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. vel 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. vel  $\mathcal{R}$ . 7.  $\mathcal{M}$ . 2. Porro tales quantitates non communicabunt, cum fuerit proportio earum, veluti numeri quadrati ad numerum non quadratum.

Pro inuentione constituentium bimediale primum vel residuum mediale primum, cape binomium aliquod quoduis veluti 6.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. quadra vtramque partem, sunt 36. & 2. multiplica vnâ in aliam, fit 72. huius accipe  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . fit  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 72. & hæc est prima quantitas: deinde multiplica quamuis partem binomij assumpti videlicet 6. vel  $\mathcal{R}$ . 2. in seipsam ter vtpote multiplico 6. in se fit 36. multiplico 36. in se fit 1296. multiplico 1296. in se fit 1679616. diuide hoc per 72. exit 23328. &



# Cap. II. De inuentione dict. quant. 305

|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| 6. p. R. 2.                      |  |
| 36. 2.                           |  |
| 1296. R. R. 72. R. R. 23328.     |  |
| 1679616.                         |  |
| 72.                              |  |
| 23328. R. R. 23328. p. R. R. 72. |  |
| R. R. 23328. m. R. R. 72.        |  |

& huius R. R. est secundus numerus, igitur bimediale primum erit R. R. 23328. p. R. R. 72. & residuum mediale primum erit R. R. 23328. m. R. R. 72. & sic potes inuenire infinitos.

Pro inuentione quantitatum componentium bimediale secundum, cape numerum quadratum utpote 36. quem diuide in duos non quadratos, veluti 24. & 12. deinde cape R. omnium, ita quod fiat trinomium hoc 6. p. R. 24. p. R. 12. deinde quadra duos primos & fient 36. & 24. multiplica

|                  |     |           |
|------------------|-----|-----------|
|                  | 36. |           |
| 24.              |     | 12.       |
| 6. R. 24. R. 12. |     |           |
| 36. 24. 12.      |     |           |
| 24.              |     | 144.      |
| R. R. 864.       |     | 124416.   |
| 144.             |     | 1296.     |
| 124416.          |     | R. R. 96. |

inuicem fiunt 864. huius cape R. R. & est R. R. 864. quantitas prima. Deinde quadra R. 12. bis, primò fit 12. secundò 144. multiplica 144. in 864. fit 124416. Diuide per quadratum 36. (quod est 1296.) exit 96. cuius R. R. est secundus numerus quæsitus. Habebis igitur primam quantitatem R. R. 864. secundam R. R. 96. quare erit bimediale secundum R. R. 864. p. R. R. 96. & residuum mediale secundum R. R. 864. m. R. R. 96.

Pro inuentione duarum quantitatum componentium lineam maiorem, & residuantium minorem accipe aliquod binomium sub hac formâ veluti cape vnum numerum quadratû qui fit 36. & diuide eum in duos non quadratos, qui sint 24. & 12. deinde accipe R. totius quæ est 6. & R. vnus partis quæ est puta 12. & habebis 6. p. R. 12. Deinde diuide minorem partem binomij quæ est R. 12. per æqualia fit R. 3. diuide 6. in duas partes, ex quarum multiplicatione producat quadratum R. 3. quod est 3. per

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| 36.                           |  |
| 24. 12.                       |  |
| 6. p. R. 12.                  |  |
| 3. p. R. 6. R. 3.             |  |
| 3. m. R. 6. 15. p. R. 216.    |  |
| 18. p. R. 216. 15. m. R. 216. |  |
| 18. m. R. 216.                |  |

centesimam regulam quadragesimi secundi capituli practicæ & habebis 3. p. R. 6. & 3. m. R. 6. Deinde quadra vtramque par-

Tom. I V.

tem & habebis 15. p. R. 216. & 15. m. R. 216. cuilibet harum partium adde quadratum dimidij minoris quantitatis & fuit 3. tale quadratum, habebis igitur 18. p. R. 216. & 18. m. R. 216. & R. v. talium

$$\begin{array}{l} R. v. 18. p. R. 216. \\ R. v. 18. m. R. 216. \end{array}$$

erunt quæsitæ quantitates videlicet R. v. 18. p. R. 216. & R. v. 18. m. R. 216. igitur linea maior est R. v. 18. p. R. 216. p. l. R. v. 18. m. R. 216. & linea minor erit R. v. 18. p. R. 216. m. l. R. v. 18. m. R. 216.

De tribus aliis lineis dictis fecimus probationem in primo capitulo, de hac autem facimus probationem sic: constat quadrata partium esse 18. p. R. 216. & 18. m. R. 216. & hæc sunt incommensurabilia. Igitur R. v. 18. p. R. 216. & R. v. 18. m. R. 216. sunt potentia incommensurabiles, quadrata etiam iuncta faciunt 18. igitur sunt numerus & est secundâ proprietas, multiplicatio etiam vnus in alteram facit R. 8. quare &c.

Pro inuentione duarum quantitatum componentium potentem in rationale & mediale, nota quòd duæ componentes bimediale primum huic inferuiunt sicut & componentes bimediale secundum inferuiunt potenti in duo medialia. Accipe igitur quantitates componentes residuum mediale primum vel bimediale primum & sint vt in exemplo primo R. R. 54. & R. R. 24. & operatio est eadem præcisè vt in præcedenti diuide R. R. 24. per æqualia fit R. R. 1 1/2 quadra R. R. 1 1/2 fit R. 1 1/2 diuide

$$\begin{array}{l} R. R. 54. R. R. 24. \\ R. R. 3 \frac{3}{8} R. R. 1 \frac{1}{2} \\ R. 3 \frac{3}{8} R. 1 \frac{1}{2} \\ R. 1 \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} R. \frac{3}{8} \\ R. R. 3 \frac{3}{8} p. R. R. \frac{3}{8} \\ R. R. 3 \frac{3}{8} m. R. R. \frac{3}{8} \\ R. 6. p. R. 4 \frac{1}{2} \\ R. 6. m. R. 4 \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} R. 13 \frac{1}{2} p. R. 4 \frac{1}{2} \\ R. 13 \frac{1}{2} m. R. 4 \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} R. v. R. 13 \frac{1}{2} p. R. 4 \frac{1}{2} \\ R. v. R. 13 \frac{1}{2} m. R. 4 \frac{1}{2} \end{array}$$

R. R. 54. in duas partes producentes R. 1 1/2 hoc modo per centesimam regulam quadragesimisecondi capituli practicæ. Diuide R. R. 54. per æqualia fit R. R. 3 3/8, quadra fit R. 3 3/8, aufer R. 1 1/2 remanet R. 3/8 cuius R. (quæ est R. R. 3/8) detracta & addita dimidio quod fuit R. R. 3 3/8 ostendit partes quæ sunt R. R. 3 3/8 p. R. R. 3/8 & R. R. 3 3/8 m. R. R. 3/8. Hæc enim partes inuicem multiplicatæ producant R. 1 1/2 quia producant R. 3 3/8 m. R. 3/8 & hoc est æquale R. 1 1/2 quia R. 1 1/2 cum R. 3/8 producit iuncta simul R. 3/8. Quadra igitur has partes per se, & sunt producta R. 6. p. R. 4 1/2 & R. 6. m. R. 4 1/2 quare addendo vtrique quadratum dimidij minoris quod fuit

Cc 3 R. 1 1/2



$\mathcal{R}.$   $1\frac{1}{2}$  fiet prima pars  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  p.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$  & secunda  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  m.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$ , horum igitur  $\mathcal{R}.$  v. sunt quantitates quæstæ, videlicet  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  p.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$  &  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  m.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$ . Igitur potens in rationale & mediale est  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  p.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$  p. l.  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  m.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$ , & quantitas quæ cum rationali constituit totum mediale erit  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  p.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$  m. l.  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  m.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$ .

Quod quadrata partium sint incommensurabilia patet, quia vnum est  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  p.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$ , aliud  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  m.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$  quare sunt binomium & recisum, ideo incommensurabilia.

Quod autem contineant numerum patet, productum enim vnius in alteram est  $\mathcal{R}.$  9. quod est 3. ideo est numerus.

Quod etiam quadrata iuncta sint mediale patet, nam sunt  $\mathcal{R}.$  54. nam  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  p.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$  cum  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  m.  $\mathcal{R}.$   $4\frac{1}{2}$  facit duas  $\mathcal{R}.$   $13\frac{1}{2}$  quæ sunt  $\mathcal{R}.$  54.

Pro inuentione componentium lineam potentem in duo mediale, aut residuum lineam quæ cum mediâ componit totum mediale iam dixi quod oportet assumere duas quantitates componentes bimediale secundum, & fuerunt  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  864. &  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  96. diuido minorem per æqualia, fit  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  6. quadratum eius est  $\mathcal{R}.$  6. diuido  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  864. in duas partes, quarum multi-

$\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  864.  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  96.

$\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  54.  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  6.

$\mathcal{R}.$  54.  $\mathcal{R}.$  6.

$\mathcal{R}.$  6.

$\mathcal{R}.$  24.

$\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  54. p.  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  24.

$\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  54. m.  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  24.

$\mathcal{R}.$  150. p. 12.

$\mathcal{R}.$  150. m. 12.

$\mathcal{R}.$  216. p. 12.

$\mathcal{R}.$  216. m. 12.

plicatio vnius in alteram, producat  $\mathcal{R}.$  6. hoc modo, diuido  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  864. per æqualia, fit  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  54. quadro fit  $\mathcal{R}.$  54. detraho  $\mathcal{R}.$  6. remanet  $\mathcal{R}.$  24. huius  $\mathcal{R}.$  quæ est  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  24. adde & minue ex  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  54. habebimus partes  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  54. p.  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  24. &  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  54. m.  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  24. quadra eas de per se, fiunt  $\mathcal{R}.$  150. p. 12. &  $\mathcal{R}.$  150. m. 12. quibus adde quadratum dimidij minoris, quod fuit  $\mathcal{R}.$  6. fiunt  $\mathcal{R}.$  216. p. 12. &  $\mathcal{R}.$  216. m. 12. horum  $\mathcal{R}.$  v. videlicet  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. p. 12. &  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. m. 12. sunt partes quæstæ. Vnde linea potens in duo mediale erit  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. p. 12. p. l.  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. m. 12. & linea quæ cum mediâ componit totum mediale erit  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. p. 12. p. l.  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. m. 12. & quantitas quæ cum mediâ constituit totum mediale erit  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. p. 12. m. l.  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. m. 12. Quod autem perficiantur partes conditiones prædictas patet, nam sunt incommensurabilia quadrata, videlicet  $\mathcal{R}.$  216. m. 12. &  $\mathcal{R}.$  216. p. 12. cum sint binomium & recisum, productio vero vnius

in alteram est  $\mathcal{R}.$  72. quæ est mediale, item aggregata quadratorum sunt  $\mathcal{R}.$  864. &  $\mathcal{R}.$  72. quæ sunt mediale inuicem incommensurabilia, est enim proportio  $\mathcal{R}.$  864. ad  $\mathcal{R}.$  72. veluti  $\mathcal{R}.$  12. ad 1. & ita patet quod verificantur conditiones.

Circa prædicta nota tria, primum quod Campanus demonstrat in decimo Euclidis, quod tantum est multiplicare  $\mathcal{R}.$  3. in  $\mathcal{R}.$  5. quantum multiplicare 3. in 5. & fit 15. deinde accipe  $\mathcal{R}.$  ipsius 15. & hoc tenet in radicibus quadratis cubicis  $\mathcal{R}.$   $\mathcal{R}.$  radicibus relatis & omnibus aliis. Secundum, quod quælibet quantitas irrationalis, siue multiplicata siue diuisa per numerum aliquem, remanet in eodem genere quantitatis irrationalis, ac si non esset multiplicata aut diuisa. Vnde si multiplicauerimus  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. p. 12. p. l.  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  216. m. 12. per 3. producetur  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  17496. p. 108. p. l.  $\mathcal{R}.$  v.  $\mathcal{R}.$  17496. m. 108. & hæc erit quantitas potens in duo mediale, & ita de reliquis. Et vniuersaliter omnis quantitas communicans alicui quantitati irrationali est in eodem genere & specie in quo est illa cui communicat, & hoc nota. Tertium notandum est quod quemadmodum ex bimediali primo & secundo fiunt potens in rationale & mediale, & potens in duo mediale cum suis residuis, ita ex binomio fit linea maior & minor, & ita patet qualiter cum tribus geminationibus linearum per ordinem secundum duas operationes fiunt sex lineæ principales, videlicet tres primæ fiunt per solam additionem quæ sunt binomium bimediale primum & bimediale secundum cum suis recisus quæ fiunt per detractionem, deinde assumptis eisdem quantitatibus per ordinem, diuisæque minore per æqualia & quadrata, deinde diuisa maiore in partes producentes quadratum dimidij minoris, deinde quadratis talibus partibus vtrique eorum adiungitur quadratum dimidij minoris, &  $\mathcal{R}.$  v. dictorum aggregatorum sunt partes componentes tres quantitates sequentes secundum suam correspondentiam vt hîc,

Ex binomio,  
linea maior  
& minor.

Ex bimediali primo, Ex bimediali secundo,  
linea potens in rationale & mediale      linea potens in duo mediale cum suo  
& suum residuum.      residuo.

Est tamen vna modica differentia, quoniam omnes lineæ constituentes bimediale primum sunt aptæ ad faciendum lineam potentem in rationale & mediale, & omnes lineæ componentes bimediale secundum, sunt aptæ ad constituendum lineam potentem in duo mediale, sed non omnes lineæ constituentes binomium possunt constituere lineam maiorem, sed requiritur quod maior pars sit potentior minore quadrato incommensurabilis longiori in longitudine vt declarauimus in constitutione lineæ maioris & minoris: & ita solum quantitates constituentes quartum, quintum,



# Cap. II. De inuentione dict. quant. 307

tum, & sextum binomium, quæ sunt tres vltimæ species binomiorum sunt aptæ ad constituendum lineam maiorem & minorem, primæ autem tres species binomiorum non sunt aptæ ad hoc.

Est etiam quoddam genus quantitatum simile prædictis, & non est de iis, sed æquualet numero, vel  $\mathcal{R}$ . 5. Si igitur volueris inuenire aliquod binomium, cuius  $\mathcal{R}$ . v. si addatur  $\mathcal{R}$ . v. sui recisi vel minuatur faciat numerum; scias quod hoc est possibile. Si igitur vis quod addendo proueniat numerus, cape numerum quadratum & eius cape dimidium & ab eo minue 1. & hoc est prima pars binomij. Deinde quadra hanc partem, & ab ea minue 1. & residui accipe  $\mathcal{R}$ . & hæc est secunda pars. Si autem volueris vt minuendo radicem residui à radice binomij proueniat numerus, tunc cape numerum quadratum, & eius dimidio adde 1. & hæc est prima pars. Deinde quadra ipsum, & ab eo minue 1. & residui cape  $\mathcal{R}$ . & hæc est secunda pars.

Exemplum primi, volo duas  $\mathcal{R}$ . v. binomij & sui recisi, quæ faciant numerum, capio 16. quadratum, diuido per æqualia fit 8. detraho 1. remanet 7. prima pars. Qua-

|   |
|---|
| $\mathcal{R}$ . v. 7. p. $\mathcal{R}$ . 48. p. $\mathcal{R}$ . v. 7. m. $\mathcal{R}$ . 48.   4. |
| $\mathcal{R}$ . v. 3. p. $\mathcal{R}$ . 8. m. $\mathcal{R}$ . v. 3. m. $\mathcal{R}$ . 8.   2.   |

dro 7. fit 49. detraho 1. fit 48. &  $\mathcal{R}$ . 48. est secunda pars. Igitur  $\mathcal{R}$ . v. 7. p.  $\mathcal{R}$ . 48. p.  $\mathcal{R}$ . v. 7. m.  $\mathcal{R}$ . 48. est numerus & est 4. Et similiter volo residuum  $\mathcal{R}$ . v. quod fit numerus, capio 4. numerum quadratum, diuido per æqualia fit 2. addo 1. fit 3. & hæc est prima pars, quadro 3. fit 9. detraho 1. remanet 8. &  $\mathcal{R}$ . 8. est secunda pars, igitur  $\mathcal{R}$ . v. 3. p.  $\mathcal{R}$ . 8. m.  $\mathcal{R}$ . v. 3. m.  $\mathcal{R}$ . 8. facit numerum qui est 2. Probatio sumitur ex modo adiungendi & detrahendi dictas  $\mathcal{R}$ . v. & ideo patet ex hoc quod duæ quantitates tales, quæ habent rationem binomij & recisi possunt esse numerus verè, & eadem ratio tenet in cubicis sed probatio est difficilior, & regula hæc tenet etiam in aliis & est quod quotiescunque duplum  $\mathcal{R}$ . differentie quadratorum partium binomij vel recisi additum duplo primæ partis, vel diminutum ab eo constituit numerum quadratum, tunc verificatur quod tale binomium vtile, vel recisum vtile æquualet numero vero &

|  |
|--|
| $\mathcal{R}$ . v. 6. p. $\mathcal{R}$ . 35. p. $\mathcal{R}$ . v. 6. m. $\mathcal{R}$ . 35.   $\mathcal{R}$ . 14. |
| $\mathcal{R}$ . v. 8. p. $\mathcal{R}$ . 63. m. $\mathcal{R}$ . v. 8. m. $\mathcal{R}$ . 63.   $\mathcal{R}$ . 14. |

ex hoc inuenimus binomium vtile vel recisum vtile, quod erit  $\mathcal{R}$ . 14. ponendo loco quadrati assumpti numerum 14. habebis pro binomio æquualemente & reciso, vt vides.

## C A P V T III.

### De cognoscendis sex speciebus Binomiorum & Recisorum.

**C**V M Binomium sit omnis quantitas composita ex duabus quantitibus, quarum vna est  $\mathcal{R}$ . alia numerus vel ambæ radices; diuiditur autem Binomium in sex species, hoc modo, aut enim quadratum maioris partis excedit quadratum minoris, in numero cuius  $\mathcal{R}$ . est commensurabilis maiori parti, & fit Binomium primum, secundum, vel tertium; vel talis  $\mathcal{R}$ . excessus est incommensurabilis maiori parti, & tunc fit Binomium quartum, quintum, vel sextum.

Quod si  $\mathcal{R}$ . excessus est commensurabilis parti maiori, & maior pars sit numerus, & minor  $\mathcal{R}$ . tunc est Binomium primum, vt in exemplo.

Binomium primum,      Residuum primum,  
3. p.  $\mathcal{R}$ . 5.      3. m.  $\mathcal{R}$ . 5.

Constat enim quod quadratum maioris partis, quod est 9. excedit quadratum minoris partis quod est 5. in 4. cuius  $\mathcal{R}$ . est 2. commensurabilis cum 3. maiore parte, & quia 3. maior pars est numerus, ideo erit Binomium primum: quare & 3. m.  $\mathcal{R}$ . 5. erit recisum primum, quia constat ex eisdem.

Si verò  $\mathcal{R}$ . excessus est commensurabilis maiori parti, & maior pars est  $\mathcal{R}$ . & minor numerus, erit Binomium secundum veluti,

Binomium secundum,      Residuum secundum,  
 $\mathcal{R}$ . 12. p. 3.       $\mathcal{R}$ . 12. m. 3.

Constat enim quod 12. quod est quadratum maioris excedit 9. quadratum minoris in 3. cuius  $\mathcal{R}$ . est commensurabilis,  $\mathcal{R}$ . 12. quæ est maior pars, quia  $\mathcal{R}$ . 3. est dimidium  $\mathcal{R}$ . 12. cum igitur  $\mathcal{R}$ . 12. sit  $\mathcal{R}$ . & 3. pars minor sit numerus, erit  $\mathcal{R}$ . 12. p. 3. binomium secundum, &  $\mathcal{R}$ . 12. m. 3. residuum secundum.

Si verò  $\mathcal{R}$ . excessus sit commensurabilis maiori parti, & vtrique pars sit  $\mathcal{R}$ . tunc est binomium tertium veluti,

Binomium tertium,      Residuum tertium,  
 $\mathcal{R}$ . 18. p.  $\mathcal{R}$ . 10.       $\mathcal{R}$ . 18. m.  $\mathcal{R}$ . 10.

Constat enim quod 18. quod est quadratum primæ partis, excedit 10. quadratum secundæ partis in 8. cuius  $\mathcal{R}$ . est commensurabilis  $\mathcal{R}$ . 18. vt apparebit in notando & quia tam  $\mathcal{R}$ . 18. quam  $\mathcal{R}$ . 8. sunt  $\mathcal{R}$ . non numeri, constat  $\mathcal{R}$ . 18. p.  $\mathcal{R}$ . 10. esse binomium tertium, &  $\mathcal{R}$ . 18. m.  $\mathcal{R}$ . 10. recisum tertium cum componatur ex eisdem.

Si verò  $\mathcal{R}$ . excessus est incommensurabilis maiori parti, & maior pars sit numerus & minor  $\mathcal{R}$ . erit binomium quartum veluti,

Binomium quartum,      Recisum quartum,  
3. p.  $\mathcal{R}$ . 2.      3. m.  $\mathcal{R}$ . 2.

Constat enim quod quadratum 3. maioris partis excedit 2. quadratum minoris in 7. cuius  $\mathcal{R}$ . est incommensurabilis 3. igitur cum maior pars quæ est 3. sit numerus, & minor  $\mathcal{R}$ . constat esse binomium quartum, quare



quare & 3. m. 2. erit residuum quartum.

Si verò 2. excessus est incommensurabilis maiori parti binomij vel recisi, & maior pars est 2. & minor numerus erit binomium vel recisum quintum, veluti,

Binomium quintum, Recisum quintum,  
2. 11. p. 2. 2. 11. m. 2.

Constat enim quòd quadratum 2. 11. maioris partis quod est 11. excedit 4. quadratum minoris partis in 7. cuius 2. est incommensurabilis 2. 11. & quia 2. 11. est 2. & 2. est numerus, constat 2. 11. p. 2. esse Binomium quintum & 2. 11. m. 2. recisum quintum.

Si verò 2. excessus quadrati maioris partis super quadratum minoris partis est incommensurabilis maiori parti & vtraque pars est 2. erit binomium vel recisum sextum veluti,

Binomium sextum, Recisum sextum,  
2. 7. p. 2. 3. 7. m. 2. 3.

Constat enim quòd quadratum maioris partis, quod est, 7. excedit quadratum minoris, quod est 3. in 4. cuius 2. est 2. dato quod sit numerus, est tamen incommensurabilis 2. 7. quod est maior pars, & quia 2. 7. & 2. 3. vtraque sunt 2. & non numeri, ideo erit 2. 7. p. 2. 3. binomium sextum, & 2. 7. m. 2. 3. erit recisum.

Nota igitur quòd præsentato binomio vel reciso, si vis scire cuius speciei sit, quadratramque partem per se, & aufer minorem à maiore, & residuum multiplica in quadratum maioris. Si sit numerus quadratus, dic quòd est primum vel secundum vel tertium binomium vel recisum: si verò non producit numerus quadratus, dic quòd est binomium vel recisum quartum vel quintum vel sextum. Quo cognito, si prima pars binomij vel recisi est numerus, & secunda 2. dic quod est primum si sit ex primo ordine, vel quartum si ex secundo ordine: si verò prima pars binomij vel recisi sit 2. & secunda numerus, dic quod est binomium aut recisum secundum si sit ex primo ordine, aut quintum si ex secundo ordine: si verò vtraque pars binomij vel recisi sit 2. dic quòd est tertium si ex primo ordine, vel sextum si ex secundo ordine.

Exemplum, offertur mihi binomium 2. 7. p. 2. volo scire quod binomium sit. Quadra 2. 7. fit 7. quadra 2. fit 4. detrahe 4. ex 7. remanet 3. multiplica 3. in 7. fit 21. quia igitur 21. non est quadratus, dices quòd est ex secundo ordine, id est binomium quartum vel quintum, vel sextum:

$$\begin{array}{r} 2. 7. p. 2. \\ 7. 4. \\ 3. \\ \hline 21. \end{array}$$

deinde quia minor pars est numerus, & maior 2. dices quòd est binomium quintum.

Exemplum aliud, Offertur recisum tale 2. 12. m. 3. volo scire quod recisum sit quadra 2. 12. fit 12. quadra 3. fit 9. detrahe 9. ex 12. remanet 3. multiplica 3. in 12. fit 36. & quia 36. est numerus quadratus,

$$\begin{array}{r} 2. 12. m. 3. \\ 12. 9. 3. \\ 3. \\ \hline 36. \end{array}$$

ideo dicemus quod tale recisum est ex primo ordine, videlicet primum, secundum vel tertium, & quia minor pars est numerus, & & maior 2. dicemus quòd sit recisum secundum.

Primus ordo in quo ex excessu quadratorum in quadratum maioris sit quadratum.

Secundus ordo in quo ex excessu quadratorum in quadratum maioris non sit quadratum.

Quartum binomium vel recisum.

Quintum binomium vel recisum.

Sextum binomium vel recisum.

In binomiis primo & quarto & suis recis, prima pars est numerus, secunda 2.

In binomiis secundo & quinto & suis recis, prima pars est 2. secunda numerus.

In binomiis tertio & sexto & suis recis, vtraque pars est 2.

Ex hoc igitur scimus subito cognoscere omne genus binomij vel recisi quale sit.

Et nota quòd sub his speciebus continentur omnes species binomiorum possibiles imaginari, loquendo de propriis binomiis, nam 3. p. 2. 2. 7. non est propriè binomium, quia non sunt partes potentia communicantes, nec 2. aliqua vniuersalis est binomium nisi æqualeat ligata, veluti 2. v. 8. p. 2. 60. est binomium, non in quantum 2. v. sed quia æqualeat 2. l. 5. p. 2. 3. quæ est binomium ex sexta specie.

#### C A P V T I V.

De modo inueniendi omnia sex genera Binomiorum & Recisorum.

PRO habendis autè 6. speciebus binomiorum & recisorum, pro primo capies numerum quadratum qui sit 9. & diuide eum in duos numeros, quorum alter sit quadratus alter non. Tales sunt 4. & 5. vel 1. & 8. componunt enim 9. & vnus est quadratus alter non. Capies 2. 9. quæ est 3. & 2. partis non quadrata, quæ sit 2. 5. dices igitur quòd 3. p. 2. 5. est binomium primum, & 3. m. 2. 5. recisum primum.

Pro secundo cape numerum quadratum qui sit 4. aufer vnitatem sit 3. multiplica 3. in se fit 9. multiplica 3. in 4. fit 12. & 2. horum quadratorum quæ sunt 2. 12. & 3. producant binomium secundum & recisum secundum, erit igitur binomium secundum 2. 12. p. 3. & recisum secundum 2. 12. m. 3. & ita si accipis 9. numerum quadratum detractâ vnitatem remanet 8. multiplica 8. in 9. fit 72. multiplica 8. in se fit 64. & 2. 72. p. 8. est binomium secundum & 2. 72. m. 8. est recisum secundum.

|        |   |   |   |     |
|--------|---|---|---|-----|
| 4      | — | 1 | — | 3.  |
| 3.     |   |   |   | 3.  |
| 12.    |   |   |   | 9.  |
| 2. 12. |   |   |   | 3.  |
| 9      | — | 1 | — | 8.  |
| 8.     |   |   |   | 8.  |
| 72.    |   |   |   | 64. |
| 2. 72. |   |   |   | 8.  |



# Cap. V. De comparat. bin. &c. 309

Pro tertio binomio cape numerum quadratum, qui sit 9. & diuide eum in numerum non quadratum & numerum quadratum qui sint 4. & 5. Deinde cape numerum primum qui sit 7. & eum multiplica in 9. qui fuit totum sit 63. multiplica etiam 7. in partem quæ non est numerus quadratus & est 5. sit 35. & 63. cum 35. cõstituunt binomium & recisum tertium.

|               |     |    |
|---------------|-----|----|
| 9.            | 5.  | 4. |
| 7.            | 7.  |    |
| 63.           | 35. |    |
| R. 63. R. 35. |     |    |

Erit igitur binomium tertium R. 63. p. R. 35. & recisum tertium R. 63. m. R. 35.

Pro quarto binomio cape numerum quadratum qui sit 9. diuide eum in duos non quadratos qui sint 7. & 2. deinde cape R. totius & est 3. & alterius partis puta 2. quæ est R. 2. Igitur binomium quartum est 3. m. R. 2.

Pro quinto binomio cape numerum quadratum & ei adde portionem ad quam se habeat totum sicut numerus quadratus ad aliquem non quadratum hoc modo. Velut capio 9. quadratum, hic ad 3. habet proportionem triplam, ab hac semper aufero 1. pro regula sit dupla. Capio igitur 16. numerum quadratum, & capio 8. ad quem 16. habet proportionem duplam, & addo 8. ad 16. sit 24. & R. 24. cum R. 16. faciunt binomium & recisum quintum. Erit igitur binomium quintum R.

|        |     |
|--------|-----|
| 16.    | 9.  |
| 2.     | 3.  |
| 8.     | 3.  |
| 16.    | 1.  |
| 8.     | 2.  |
| 24.    | 16. |
| R. 24. | 4.  |

24. p. 4. & recisum quintum R. 24. m. 4.

Pro binomio sexto cape numerum quadratum, qui sit 9. & eum diuide in duos non quadratos, qui sint 7. & 2. Deinde cape numerum primum qui sit puta 5. & eum multiplica in 9. quod est totum sit 45. & in alteram partem puta 2. sit 10. & R. horum productorum componunt binomium & recisum sextum, videlicet R. 45. & R. 10. erit igitur binomium sextum R. 45. p. R. 10. & recisum sextum R. 45. m. R. 10.

Nota quodd sunt etiam alij modi inueniendi binomia & recisa, sed hi sunt faciliores, vniuersaliores & Euclidi magis conformes, nam quod potest fieri per pauciora non debet fieri per plura.

## C A P V T V.

*De comparatione Binomiorum & Recisorum ad alias 12. quantitates.*

**E**T post comparauit Euclides 12. genera quantitatum ad 12. species quantitatum, & inuenit quodd genera erant R. specierum & species erant quadrata generum, ita quodd quadratum binomij in generali erat binomium primum & quadratum reci-

si in generali erat recisum primum, & ita per contrarium R. binomij primi erat aliquod binomium, & R. recisi primi erat aliquod recisum, & ita quadratum bimedialis primi erat binomium secundum, & quadratum residui medialis primi erat recisum secundum, & per contrarium R. binomij secundi erat bimediale primum & R. recisi secundi erat residuum mediale secundum, & ita posui exempla omnium quorum operatio est per 162<sup>am</sup> quæstionem libri practicæ.

Binomium primum 4. p. R. 7. eius R. est binomium hoc R. 3 $\frac{1}{2}$  p. R.  $\frac{1}{2}$  vel R. v. 4. p. R. 7. & æquivalent hæc duæ R. v. cum ligata.

Recisum primum 4. m. R. 7. eius R. est recisum hoc R. 3 $\frac{1}{2}$  m. R.  $\frac{1}{2}$  vel R. v. 4. m. R. 7. & æquivalent.

Binomium secundum, R. 72. p. 8. eius R. est bimediale primum hoc R. v. R. 18. p. R. 2. p. l. R. v. R. 18. m. R. 2. sed R. 18. p. R. 2. æquualet R. 32. & R. 18. m. R. 2. æquualet R. 8. igitur R. v. R. 18. p. R. 2. p. l. R. v. R. 18. m. R. 2. sunt R. R. 32. p. R. R. 8. & hoc bimediale primum est R. v. R. 72. p. 8. & æquualet R. v. R. 72. p. 8.

Recisum secundum R. 72. m. 8. eius R. est bimediale primum R. R. 32. m. R. R. 8. vel R. v. R. 72. m. 8. & æquivalent.

Binomium tertium est R. 18. p. R. 10. eius R. est bimediale secundum R. v. R. 4 $\frac{1}{2}$  p. R. 2. p. l. R. v. 4 $\frac{1}{2}$  m. R. 2. æquualet R.  $\frac{1}{2}$  igitur R. v. R. 4 $\frac{1}{2}$  p. R. 2. p. l. R. v. R. 4 $\frac{1}{2}$  m. R. 2. æquualet R. R. 12 $\frac{1}{2}$  p. R. R.  $\frac{1}{2}$  & hoc bimediale secundum est R. R. 18. p. R. 10. & æquualet R. v. R. 18. p. R. 10.

Recisum tertium est R. 18. m. R. 10. eius R. est bimediale secundum, & est R. R. 12 $\frac{1}{2}$  p. R. R.  $\frac{1}{2}$  vel R. v. R. 18. m. R. 10. & æquivalent.

Binomium quartum est 3. p. R. 2. eius R. est linea maior hæc R. v. 1 $\frac{1}{2}$  p. R. 1 $\frac{3}{4}$  p. l. R. v. 1 $\frac{1}{2}$  m. R. 1 $\frac{3}{4}$  hæc enim quantitas æquualet R. v. 3. p. R. 2. & habet conditiones lineæ maioris.

Recisum quartum est 3. m. R. 2. eius R. est linea minor hæc R. v. 1 $\frac{1}{2}$  p. R. 1 $\frac{3}{4}$  m. l. R. v. 1 $\frac{1}{2}$  m. R. 1 $\frac{3}{4}$  vel R. v. 3. m. R. 2. & æquivalent.

Binomium quintum est R. 24. p. 4. eius R. est linea potens inrationale & mediale & est R. v. R. 6. p. R. 2. p. l. R. v. R. 6. m. R. 2. vel R. v. 3. m. R. 2. & æquivalent, nam ex R. v. R. 6. p. R. 2. p. l. R. v. R. 6. m. R. 2. in se multiplicata producit R. 24. p. 4. & habet conditiones quantitatis potentis in rationale & mediale.

Recisum quintum est per exemplum R. 24. m. 4. eius R. est quantitas quæ cum rationali componit mediale & est R. v. R. 6. p. R. 2. m. l. R. v. R. 6. m. R. 2. vel R. v. R. 24. m. 4. & æquivalent.

Binomium sextum fuit in exemplo R. 7. p. R. 3. eius R. est quantitas quæ cum mediali componit totum mediale, & est R. v. R. 1 $\frac{1}{4}$  p. 1. p. l. R. v. R. 1 $\frac{3}{4}$  m. 1. vel R. v. R. 7. p. R. 3. & æquivalent. Habent enim



# 310 Ars Magna Arithmetica,

enim  $R. v. R. 1 \frac{3}{4} p. 1. p. l. R. v. R. 1 \frac{3}{4} m.$   
 1. conditiones quantitatis potentis in duo  
 medialis, & eius quadratum est  $R. 7. p.$   
 $R. 3.$

Recifum sextum fuit  $R. 7. m. R. 3.$  eius  
 $R.$  est quantitas, quæ cum mediali com-  
 ponit totum mediale, & est  $R. v. R. 1 \frac{3}{4} p.$   
 $1. m. l. R. v. R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$  vel  $R. v. R. 7.$   
 $m. R. 3.$  & æquivalent.

Et ut sit exemplum vnum in omnibus  
 extrahendi radicem quamquam in centesi-  
 ma sexagesima secunda quæstione dederimus  
 modum, tamen iterare propter difficulta-  
 tem non pigebit, & sit ut velim accipere  
 $R.$  binomij sexti, & fuit  $R. 7. p. R. 3.$  Di-

$$\begin{array}{r} R. 7. p. R. 3. \\ R. 4. R. 4. \\ R. 1 \frac{3}{4} R. 1 \frac{3}{4} \\ 1 \frac{3}{4} R. 1 \frac{3}{4} m. 1. \\ \hline 1. \\ R. 1. \text{ \& est } 1. \end{array}$$

uido  $R. 3.$  per æqualia & est minor quan-  
 titas, & est diuidere per  $R. 4.$  exit  $R. \frac{3}{4}.$   
 Quadro  $R. \frac{3}{4}$  fit  $\frac{3}{4}$ . Diuido  $R. 7.$  in duas  
 partes ex quarum multiplicatione fiat  $\frac{3}{4}$ .  
 Diuido  $R. 7.$  per æqualia & est diuidere per  
 per  $R. 4.$  exit  $R. 1 \frac{3}{4}$ . Quadra fit  $1 \frac{3}{4}$ . De-  
 trahe  $\frac{3}{4}$  quadratum dimidij minoris partis,  
 remanet 1. accipe  $R. 1.$  quæ est 1. detrahe  
 & adde ex  $R. 1 \frac{3}{4}$  fit  $R. 1 \frac{3}{4} p. 1.$  &  $R. 1 \frac{3}{4}$   
 $m. 1.$  Harum igitur partium  $R. v.$  sunt par-  
 tes quæ sitæ videlicet  $R. v. R. 1 \frac{3}{4} p. 1.$  &  
 $R. v. R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$  & hæ iunctæ compo-  
 nunt quantitatem potentem in duo media-  
 lia & sunt  $R. v. R. 7. p. R. 3.$  Quod autem  
 multiplicata hæc  $R.$  in se producat  $R. 7. p.$   
 $R. 3.$  Item quod quadrata partium faciant  
 mediale, & similiter quod ex multiplica-  
 tione vnus in alteram fiat mediale incom-  
 mensurabile mediali quod fit ex aggrega-  
 tione quadratorum partium, habebis in tri-  
 bus exemplis. In primo est multiplicatio  
 partium in se & aggregatio: in secundo  
 multiplicatio vnus partis in alteram: in  
 tertio aggregatio productorum quadrato-  
 rum & dupli producti vnus partis in alte-  
 ram, ex qua aggregatione fit quadratum to-  
 tius per quartam secundi Elementorum, si-  
 ue per regulam quinquagesimam tertiam  
 capituli quadragesimi secundi.

Prima operatio multiplicationis partium in  
 se,

|                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| Prima pars,                    | Secunda pars.                  |
| $R. v. R. 1 \frac{3}{4} p. 1.$ | $R. v. R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$ |
| $R. v. R. 1 \frac{3}{4} p. 1.$ | $R. v. R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$ |
| $R. 1 \frac{3}{4} p. 1.$       | $R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$       |
| Quadratum primæ<br>partis.     | Quadratum secun-<br>dæ partis. |
| $R. 1 \frac{3}{4} p. 1.$       | $R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$       |
| $R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$       |                                |

Aggregatum quadratorum  $R. 7.$

Secunda operatio multiplicationis partium  
 vnus in alteram,

Prima pars,  $R. v. R. 1 \frac{3}{4} p. 1.$   
 Secunda pars,  $R. v. R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$

Quadratum primæ partis,  $R. 1 \frac{3}{4} p. 1.$   
 Quadratum secundæ partis,  $R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$

Productum quadratorum inuicem,  $\frac{3}{4}$   
 Productum partium inuicem,  $R. \frac{3}{4}$   
 Duplum producti partium inuicem,  $R. 3.$

Tertia operatio,

Aggregatum quadratorum,  $R. 7.$   
 Duplum producti partium inuicem,  $R. 3.$   
 Quadratum totius quod est aggregatum,  $R.$   
 $7. p. R. 3.$   
 $R. v. R. 1 \frac{3}{4} p. 1. p. l. R. v. R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$   
 $R. v. R. 1 \frac{3}{4} p. 1. p. l. R. v. R. 1 \frac{3}{4} m. 1.$   
 Productum,  $R. 7. p. R. 3.$

Circa hoc nota quod aliud est dicere me-  
 diale, aliud est linea medialis, nam mediale  
 est  $R.$  numeri ut  $R. 5.$  est mediale siue su-  
 perfacies medialis, sed  $R. R. 5.$  linea me-  
 dialis, nam dicitur linea medialis eo quod  
 est  $R.$  quantitatis medialis, quæ est  $R.$  nu-  
 meri, concludo igitur quod cum dico me-  
 diale loquendo de producente, intelligo  $R.$   
 $R.$  alicuius numeri: Cum autem dico me-  
 diale loquendo de producto intelligo  $R.$  nu-  
 meri tantum, & ita caue ne decipiaris in  
 æquiuatione nominum.

## C A P V T VI.

De multiplicatione omnium radicum  
 multinomialium & etiam diuerso-  
 rum generum.

PRO multiplicandis radicibus vniuersa-  
 libus quoniam de eis sermo inciderat  
 & quoniam de quadratis in suo capitulo  
 diximus, & etiam in præcedenti capitulo,  
 dicam tamen vnum exemplum vtile: volo  
 multiplicare  $R. v. 7. p. R. 4. p. l. R. v. 8.$   
 $m. R. 16.$  in  $R. v. 13. p. R. 9. m. l. R. v.$   
 $5. m. 1.$  dispone ut vides vnam sub alia,  
 deinde quadra partes seorsum auferendo  $R.$   
 v. ab omnibus, & si esset vna pars  $R. l.$  tunc

$R. v. 7. p. R. 4. p. l. v. R. 8. m. R. 16.$   
 $R. v. 13. p. R. 9. m. l. v. R. 5. m. 1.$

$7. p. R. 4. p. l. 8. m. R. 16.$   
 $13. p. R. 9. m. l. 5. m. 1.$

$91. p. R. 36. p. l. 104. m. R. 144.$   
 $R. 676. p. R. 441. p. R. 576. m. R. 2704.$   
 $m. l. 35. p. R. 100. m. l. 40. m. R. 400.$   
 $m. 3. m. R. 4. m. 8. p. R. 16.$

Productum,  
 $R. v. 19. p. R. 36. p. R. 676. p. R. 441.$   
 $p. l. R. v. 104. m. R. 144. m. R. 2704. p. R. 576$

Quadrates eam per modum  $R. l.$  fient igitur  
 duæ  $R. l.$  quarum quælibet illarum con-  
 tinebit



# Cap. VI. De multipl. radicum, &c. 311

tinebit duas  $\mathcal{R}$ . ligatas, & ita productum est vt vides, nam prima  $\mathcal{R}$ . v. l. fuit 5. secunda autem 2. ex vna in aliam fit 10. nam prima  $\mathcal{R}$ . v. producta est 12. secunda 8.  $\mathcal{P}$ . quod est 20. tertia est 6.  $\mathcal{M}$ . & quarta 4.  $\mathcal{M}$ . quæ iuncta faciunt 10.  $\mathcal{M}$ . quod additum ad 20. facit 30. & tantum est productum.

Circa hoc nota quod plurimum differt dicere  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 4. &  $\mathcal{R}$ . v. 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 4. nam  $\mathcal{R}$ . v. 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 4. est  $\mathcal{R}$ . 7. & est vt accipias  $\mathcal{R}$ . 4. quæ est 2. & eam addas ad 5. fit 7. cuius  $\mathcal{R}$ . v. est  $\mathcal{R}$ . 7. sed  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 4. est vt accipias  $\mathcal{R}$ . 4. quæ est 2. & eam addas  $\mathcal{R}$ . 5. quæ est  $\mathcal{R}$ . 5. fit  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ . 2. & huius capias  $\mathcal{R}$ . v. quæ est  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ . 2. quare prima est  $\mathcal{R}$ . 7. & hæc est  $\mathcal{R}$ . v. 2.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. & ita  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . 9.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 169. est 4. vt vides, sed  $\mathcal{R}$ . v. 9.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 169. est  $\mathcal{R}$ . 22. quæ est longè maior & plurimum differt à 4. quare nota bene.

Multiplica  $\mathcal{R}$ . v. cu. 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 215. in se, tu vides quod est  $\mathcal{R}$ . cu. v. Cuba igitur eam fit 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 315. deinde multiplica 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 315. in se fit 639.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 408240. Huius igitur binomij  $\mathcal{R}$ . cu. v. est productum. Igitur ducta  $\mathcal{R}$ . v. cu. 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 315. in se fit  $\mathcal{R}$ . cu. v. 639.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 408240. Et similiter multiplica  $\mathcal{R}$ . v. cu. 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 3. in  $\mathcal{R}$ . v. cu. 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 7. cuba vtramque seorsum auferendo  $\mathcal{R}$ . v. cu. remanebunt cubi partium 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 3. & 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 7. duc 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 3. in 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 7. fit 50.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 700.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 75.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 21. Huius quadrinomij  $\mathcal{R}$ . cu. v. est productum, videlicet  $\mathcal{R}$ . cu. v. 50.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 700.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 75.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 21. & similiter volo multiplicare  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 7. in  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . cu. 10.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. Cuba primò vtramque partem, & fiunt  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 7. &  $\mathcal{R}$ . cu. 10.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. Deinde multiplica in crucem has partes vt vides cubando quadratas & quadrando cubas, habebis productum  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{R}$ . 12500.

|   |
|---|
| $\mathcal{R}$ . v. cu. $\mathcal{R}$ . 5. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 7.  |
| $\mathcal{R}$ . v. cu. $\mathcal{R}$ . cu. 10. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . 2. |

|  |
|--|
| $\mathcal{R}$ . 5. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 7.  |
| $\mathcal{R}$ . cu. 10. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . 2. |

|  |
|--|
| $\mathcal{R}$ . cu. $\mathcal{R}$ . 12500. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 70.           |
| $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . 10. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. $\mathcal{R}$ . 392. |

$\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 70.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{R}$ . 392. Huius igitur  $\mathcal{R}$ . v. cu. est productum, videlicet  $\mathcal{R}$ . cu. v.  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{R}$ . 12500.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 70.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{R}$ . 392. nam generale præceptum est, Cum multiplicas  $\mathcal{R}$ . in  $\mathcal{R}$ . cu. debes quadrare  $\mathcal{R}$ . cu. & cubare  $\mathcal{R}$ . deinde multiplicare inuicem, & producti  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{R}$ . est, productum. Et si radices multiplicande sint ambæ quadratæ, vel ambæ cubæ, sufficit multiplicare vnam in aliam, & producti  $\mathcal{R}$ . cu. vel  $\mathcal{R}$ . simplex, prout fuere partes multiplicatæ, est quæsitum.

Multiplica  $\mathcal{R}$ . v. cu. 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ . l.  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 10. in  $\mathcal{R}$ . v. 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 3.  $\mathcal{M}$ . l.  $\mathcal{R}$ . v. cu. 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 4. apposui hanc multiplicationem vt intelligeres modum cuiuslibet mixtionis, & hoc componitur ex exemplo primo & quarto, dispone

vt vides, deinde considera quod sunt quatuor partes, quarum duæ sunt  $\mathcal{R}$ . cu. v. & duæ  $\mathcal{R}$ . v. tantum. Cuba igitur  $\mathcal{R}$ . v. cu. & quadra  $\mathcal{R}$ . v. simplices, & habebis quod vides in prima multiplicatione, deinde quadra cubas & cuba quadratas, & habebis 105.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2000.  $\mathcal{P}$ . l. 353.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 3176523.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 926100. & ex alia parte 1003.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 81000000.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 243000.  $\mathcal{M}$ . l. 25.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 4000.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 16.

|   |
|---|
| $\mathcal{R}$ . v. cu. 10. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 5. $\mathcal{P}$ . l. $\mathcal{R}$ . v. 7. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 10.    |
| $\mathcal{R}$ . v. 10. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 3. $\mathcal{M}$ . l. $\mathcal{R}$ . v. cu. 5. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 4. |

|   |
|---|
| 10. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 5. $\mathcal{P}$ . l. 7. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 10.  |
| 10. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 3. $\mathcal{M}$ . l. 5. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 4.   |
| 105. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 2000. $\mathcal{P}$ . l. 353. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 3176523. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 926100. |
| 1003. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 81000000. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 243000.   |
| $\mathcal{M}$ . l. 25. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 4000. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 16.  |

Hæc duo multinomia ligata si inuicem multiplicaueris, habebis quadrinomialium ex quatuor ligatis numeris, quorum  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . est productum. Erunt igitur quatuor  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . inuicem ligatæ quarum duæ erunt per  $\mathcal{P}$ . & aliæ duæ per  $\mathcal{M}$ . Constabit autem prima pars quadrinomij ex 6. numeris per  $\mathcal{P}$ . & secunda pars ex 9. numeris per  $\mathcal{P}$ . & tertia pars ex 6. numeris per  $\mathcal{M}$ . & quarta pars ex 9. numeris per  $\mathcal{M}$ .

## C A P V T VII.

De diuisione per multinomia.

**D**I V I D E 10. per  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 4900.  $\mathcal{M}$ . 6.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 100.  $\mathcal{M}$ . 2. Dico quod debes quadrare vtramque partem, & multiplicare vnam in aliam, & habebis trinomialium  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 24010000.  $\mathcal{P}$ . 36.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 705600.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 10000.  $\mathcal{P}$ . 4.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 1600.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 490000.  $\mathcal{P}$ . 12.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 19600.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 3600. Hoc multiplica in 10. cubando 10. fit 1000. & fiet quadrando 1000. pro radicibus numerus diuidentus  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 240100000000.  $\mathcal{P}$ . 36000.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 705600000000.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 10000000000.  $\mathcal{P}$ . 4000.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 1600000000.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 4900000000.  $\mathcal{P}$ . 12000.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 19600000000.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 3600000000. huius diuisor est quod producit ex cubis partium detractis altera ab altera, & est  $\mathcal{R}$ . 4900.  $\mathcal{M}$ . 6.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 100.  $\mathcal{M}$ . 2. quod est  $\mathcal{R}$ . 4900.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 100.  $\mathcal{M}$ . 4. Si igitur diuidatur tale productum, per hoc trinomialium habebis intentum. Si verò partes sint æquales, veluti  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 306  $\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ . 9  $\frac{1}{2}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 306  $\frac{1}{4}$   $\mathcal{M}$ . 9  $\frac{1}{2}$ . Tunc sufficit prima operatio dicta & diuisor est 19. vt patet.

Nota etiam quod recisum cuiuslibet binomij & binomialium cuiuslibet recisi non solum fit per partes consimiles permutando  $\mathcal{P}$ . in  $\mathcal{M}$ . sed per omnes partes proportiona-



tas facta dicta permutatione, veluti dicendo  
40. p. R. 1500. suum recisum non solum  
est 40. m. R. 1500. sed 4. p. R. 15. nam

|                           |
|---------------------------|
| 40. p. R. 1500.           |
| 40. m. R. 1500.           |
| 100.                      |
| 40. p. R. 1500.           |
| 4. m. R. 15.              |
| 10.                       |
| 40. p. R. 1500.           |
| 10. m. R. $93\frac{3}{4}$ |
| 25.                       |
| 40. m. R. 1500.           |
| 100. p. R. 9375.          |

proportio 40. ad 4. est veluti 1000. ad 100.  
& similiter 10. m. R.  $93\frac{3}{4}$  est suum recisum,  
quia talis est proportio 40. ad 10. veluti R.  
1500. ad R.  $93\frac{3}{4}$  nam vbique quadrupla.

Pro sciendo productum in omnibus in-  
uento producto primi recisi & proprii mul-  
tiplica ipsum per numerum qui prouenit  
diuiso numero inuento per numerum pri-  
mum, quod fit est numerus prouentus. E-  
xemplum, numerus prouentus recisi pro-  
prij de 40. p. R. 1500. in 40. m. R. 1500.  
est 100. Si igitur vis scire prouentum de  
40. p. R. 1500. in 4. m. R. 15. Diuide 4.  
per 40. exit  $\frac{1}{10}$  multiplica  $\frac{1}{10}$  per 100. fit  
10. & 10. est productum. Similiter si volo  
scire productum de 40. p. R. 1500. in 10. m.  
R.  $93\frac{3}{4}$ , diuido 10. per 40. exiit  $\frac{1}{4}$ , multi-  
plico  $\frac{1}{4}$  in 100. fit 25. productum quæsi-  
tum. Similiter si volo productum de 40. m.  
R. 1500. in 100. p. R. 9375. quorum pro-  
portio numeri ad numerum est dupla sex-  
quialtera, est veluti R. ad R. diuido 100.  
numerum binomij nouiter inuenti per 40.  
numerum recisi propositi primo & exit  $2\frac{1}{4}$ .  
Multiplico  $2\frac{1}{4}$  in 100. numerum produ-  
ctum ex reciso in suum binomium (qui  
numerus inuenitur per primam proprieta-  
tatem 15. capituli) & fit 250. productum  
ex 40. m. R. 1500. in 100. p. R. 9375. &  
hæc regula plurimum valet.

## CAPVT VIII.

De cubandis Binomiis & Recisis.

**P**RO cubandis binomiis & suis recisis  
cum facilitate ita facies. Quadra vnam  
partem binomij vel recisi, & tripla eam,  
deinde quadra aliam partem, & adde tri-  
plato dicto & hoc multiplica in partem  
quam quadraisti & non multiplicasti per 3.  
Idem fac de alia parte, & habebis produ-  
ctum binomij vel recisi cubati. Exemplum,  
volo cubare R. 10. m. 2. Quadra R. 10. fit  
10. tripla, fit 30. Adde quadratum alterius  
partis quod est 4. fit 34. suppone ad 2. cu-  
ius quadratum non triplasti, & similiter  
quadra 2. fit 4. tripla fit 12. adde quadratum  
R. 10. quod est 10. fit 22. suppone 22. ad

R. 10. cuius quadra-  
tum non triplasti,  
multiplica numeros  
inferiores in superio-  
res, quadrando R. vt  
docui in capitulo suo,  
habebis R. 4840. m. 68.

|                 |
|-----------------|
| R. 10. m. 2.    |
| 22. 34.         |
| R. 4840. m. 68. |

Et similiter volo cubare 6. p. R. 3. quadra  
R. 3. fit 3. tripla, fit 9. adde quadratum 6.  
quod est 36. fit 45. Superpone 45. ad 6. si-

|                   |
|-------------------|
| 6. p. R. 3.       |
| 108. 9.           |
| 3. 36.            |
| 111. 45.          |
| 12321. 6.         |
| 3.                |
| 36963. 270.       |
| 270. p. R. 36963. |

militer quadra 6. fit 36. tripla, fit 108. ad-  
de ei quadratum R. 3. quod est 3. fit 111.  
Quadra 111. fit 12321. superpone ad 3.  
Deinde multiplica 6. in 45. fit 270. & hic  
est numerus: & R. 3. in 12321. fit R.  
36963. & ita cubus de 6. p. R. 3. est 270.  
p. R. 36963.

Et similiter volo cubare hoc binomium  
10. p. R. cu. 3. quadra 10. fit 100. tripla  
fit 300. adde ei quadratum R. cu. 3. quod  
est R. cu. 9. fit 300. p. R. cu. 9. suppone  
hoc ad R. cu. 3. & similiter quadra R. cu.  
3. fit R. cu. 9. tripla, id est multiplica per

|  |
|--|
| 10. p. R. cu. 3.                               |
| 100. p. R. cu. 243. 300. p. R. cu. 9.          |
| 1000. p. R. cu. 243000. 3. p. R. cu. 81000000. |

cubum de 3. quod est 27. fit R. cu. 243.  
adde ei quadratum 10. quod est 100. habebis  
100. p. R. cu. 243. hoc suppone ad 10. deinde  
multiplica inferiores cum suis superioribus,  
habebis ex vna parte 1000. p. R. cu. 243000.  
& ex alia autem parte 3. p. R. cu. 81000000.  
quod est dicere 1003. p. R. cu. 81000000.  
p. R. cu. 243000. & hic est cubus de 10.  
p. R. cu. 3.

## CAPVT IX.

De cubandis trinomiis & recisis.

**Q**UOD si volueris cubare aliquod tri-  
nomium vtpote 5. p. R. 3. m. R. 2.  
Regula est ferè eadem, duobus exceptis,  
primum, quod debes triplicare quadrata  
duorum, & duorum semper & addere qua-  
dratum tertij, & tale aggregatum ponere  
sub illo cuius quadratum non triplasti vt in  
exemplo quadra primo 5. fit 25. quadra R.  
3. fit 3. iunge ad 25. fit 28. tripla 28. fit  
84. adde ei quadratum R. 2. quod est 2. fit  
86. suppone 86. ad R. 2. cuius quadratum  
non



# Cap. IX. De cubandis trinom. &c. 313

non triplasti, & similiter quadra 5. fit 25. quadra 2. fit 2. iunge cum 25. fit 27.

5. p. 2. 3. m. 2. m. 2. 150.  
40. 84. 86. 6.  
200. p. 2. 21168. m. 2. 14792. m. 2. 5400.

tripla 27. fit 81. quadra 2. 3. fit 3. adde 81. fit 84. suppose ad 2. 3. cuius quadratum non triplasti, & similiter quadra 2. 3. fit 3. quadra 2. fit 2. iunge ad 3. fit 5. tripla 5. fit 15. adde ei quadratum 5. quod est 25. fit 40. suppose ad 5. cuius quadratum non triplasti postmodum quadra 5. & 2. 3. & 2. fiunt 25. & 3. & 2. hos numeros inuicem multiplica, fiunt 150. huius 2. est 2. 150. quam pone in directo 5. & 2. 3. & 2. & pone per m. si vna pars esset m. vt hic, & si essent duæ m. & vna p. poneres eam p. & si essent omnes p. poneres eam p. ita quod m. & p. sint semper paria, vel quod non sit nisi p. hoc facto huic addito semper suppose 6. pro regula, habes igitur quatuor numeros superiores, & quatuor inferiores, multiplica igitur superiores in inferiores quadrando 2. & numeros quos vis multiplicare in 2. & habebis quatuor producta, quæ iuncta sunt cubus dicti trinomij, vt in exemplo, multiplica 40. in 5. fit 200. & similiter multiplica 84. in 2. fit 168. & 2. 21168. ponetur p. quia 2. est p. Et similiter multiplica 86. in 2. fit 172. quadra 2. fit 2. quadra 86. fit 7396. multiplica 7396. in 2. fit 14792. huius accipe 2. & pone m. quia 2. fuit m. Et similiter multiplica 2. 150. in 6. quadrando vtrumque & multiplicando fiet 2. 5400. m. quia 2. 150. fuit m. erit igitur cubus de 5. p. 2. 3. m. 2. hoc quadrimonium 200. p. 2. 21168. m. 2. 14792. m. 2. 5400.

Et ita in hoc exemplo quadrando 2. 5. & 2. & 2. 3. habebis 5. 4. & 3. deinde iunges binos utpote 5. & 4. fiunt 9. tri-

|                 |                         |     |
|-----------------|-------------------------|-----|
| 2. 5. m. 2.     | p. 2. 3. m. 2.          | 60. |
| 26. 28.         | 30.                     | 6.  |
| 2. 3380. m. 56. | p. 2. 2700. m. 2. 2160. |     |

pla, fiunt 27. adde 3. fit 30. suppose ad 2. 3. Similiter iunge 5. & 3. fit 8. tripla. fit 24. adde 4. fit 28. suppose ad 2. 4. quod fuit 2. Similiter iunge 4. & 3. fiunt 7. tripla fit 21. adde 5. fit 26. suppose ad 5. Deinde multiplica 5. in 4. fit 20. & 20. in 3. fit 60. huius 2. quæ est 2. 60. pone in directo trinomij per m. quia sunt duæ partes p. & vna m. habebis m. 2. 60. huic suppose 6. pro regula, deinde sequere multiplicationem inferiorum cum superioribus in directo, habebis cubum de 2. 5. p. 2. m. 2. 3. esse 2. 3380. m. 56. p. 2. 2700. m. 2. 2160. & hæc regula tenet in quadrimoniis & quinomiis & reliquis talibus animaduertendo diligenter, sed quia cadunt raro in operatione, ideo dimisi

Tom. I V.

& fui contentus exemplo vnus trinomij cubici quod posui proportionatum propter quædam dicenda in capitulo.

Cum autem fuerit trinomium ex partibus continue proportionalibus, cuius vna pars sit numerus & reliquæ duæ sint 2. cu. sine vniuersales, siue simplices, erit cubus talis trinomij trinomium, constans etiam ex numero & duabus 2. v. Pro quo habendo, si sit prima pars vel tertia m. & reliquæ p. fac vt in hoc Exemplo: volo cubare 3. p. 2. cu. 18. m. 2. cu. 12. Cuba partes, vt vides;

|                                |                          |
|--------------------------------|--------------------------|
| 3. p. 2. cu. 18. m. 2. cu. 12. | m. 6.                    |
| 27. 18.                        | 12. 3.                   |
| 729. 144.                      | m. 18.                   |
| 27.                            | 27. 6.                   |
| 19683.                         | 3888. m. 108.            |
| 18.                            | 18. m. 12.               |
| 2. cu. 354294.                 | p. 2. cu. 69984. m. 120. |
|                                | p. 27.                   |
|                                | p. 18.                   |
|                                | p. 45.                   |
|                                | m. 75.                   |

Deinde quadra primam & tertiam, & habes 729. & 144. & quia tertia est per m. multiplica hæc per 27. habebis 19683. & 3888. Multiplica hæc per 18. cubum secundæ, habebis productum 2. cu. 354294. p. 2. cu. 69984. Pro numero autem multiplica 2. cu. 18. in 2. cu. 12. fit 6. m. quia 2. cu. 12. est m. Hoc multiplica in 3. reliquam partem trinomij fit 18. multiplica per 6. semper fit 108. m. Adde ei 12. m. qui est cubus de 2. cu. 12. m. fit 120. m. à quo detrahe 45. p. pro cubo reliquarum partium quæ sunt p. relinquitur 75. m. Est igitur cubus dicti trinomij 2. cu. 354294. p. 2. cu. 68184. m. 75.

Cum vero omnes partes fuerint per p. tunc numeros quos detraxisti iunges vt in exemplo priore detraxisti 45. ex 120. & remanserunt 75. addes igitur 45. ad 120. & habebis 165. pro numero: at pro 2. facta cubatione partium, quadra cubum secundæ & tertiæ, & productum multiplica per cubum primæ; deinde per 216. & ita rediges ad quatuor radices sumptis prioribus, quas rediges ad duas per suam regulam. Vt in exemplo priore quadra 18. & 12. fiunt 324. & 144. multiplica per 27. cubum primæ; fit 8748. & 3888. multiplica per 216. fit 1889568. & 839808. Habes igitur cubum de 3. p. 2. cu. 18. p. 2. cu. 12. fore 2. cu. 1889568. p. 2. cu. 839808. p. 2. cu. 354294. p. 2. cu. 69984. p. 165. & quia vt dixi 2. cubicæ semper sunt duæ tantum, ideo redigam has quatuor ad duas, diuidendo 1889568. per 69984. exit 27. & diuidendo 839808. per 354294. exit 2<sup>10</sup>/<sub>27</sub> 2. cuba 27. est 3. adde 1. fit 4. cuba fit 64. multiplica in 69984. fit

D d

fit



# 314 Ars Magna Arithmetica.

fit 4478976. & R. cuba  $2\frac{10}{27}$  est  $1\frac{1}{3}$ , adde  
1. fit  $2\frac{1}{3}$ , cuba, fit  $12\frac{27}{27}$ , multiplica in  
354294. fit 4500846. Igitur talis cubus  
est R. cu. 4500846. p. R. cu. 4478976.  
p. 165. & hæc operatio præsupponit  
præcedens exemplum cum sua operatio-  
ne.

## C A P V T X.

### De reducendis Binomiis ad censum cen- sus & R<sup>m</sup> primum.

**C** V M volueris reducere aliquod bino-  
mium ad cen. cen. tunc multiplica  
vnam partem in aliam, & productum multi-  
plica per 16. & hoc productum multipli-  
ca in quadrata vtriusque partis simul iun-  
cta, & habebis vnam partem producti. Et  
Similiter quadra tale productum, & qua-  
drupla & aggregatum quadratorum amba-  
rum partium, & iunge simul, & habebis  
secundam partem.

Exemplum, volo cen. cen. 3. p. R. 2.  
multiplica 3. in R. 2. fit R. 18. multiplica

|       |           |
|-------|-----------|
| 3.    | p. R. 2.  |
| 11.   | R. 18.    |
| <hr/> |           |
| 121.  | 16.       |
| 72.   | R. 288.   |
| 193.  | R. 121.   |
| <hr/> |           |
|       | R. 34848. |

R. 18. per 16. tanquam numerum fit R.  
288. quadra R. 2. fit 2. quadra 3. fit 9. iun-  
ge 9. cum 2. fit 11. multiplica 11. in 288.  
& quia 288. est R. quadra 11. fit 121.  
multiplica 121. in 288. fit R. 34848. Et  
similiter quadra 11. fit 121. quadra R.  
18. fit 18. quadrupla 18. fit 72. iunge ad  
121. fit 193 alia pars.

Exemplum in R. v. Volo reducere hoc  
binomium vniuersale, quod est R. v. R. 25.  
p. 4. m. R. v. R. 25. m. 4. ad ce. ce. Qua-  
dra partes, fiunt R. 25. p. 4. & R. 25. m. 4.

|  |              |
|--|--------------|
| R. v. R. 25. p. 4. m. R. v. R. 25. m. 4. |              |
| R. 25. p. 4.                             | R. 25. m. 4. |
| R. 100.                                  | R. 9.        |
| 100.                                     | 16.          |
| 36.                                      |              |
|  | R. 144.      |
|  | R. 100.      |
| 136. m.                                  | R. 14400.    |

quæ simul iunctæ faciunt R. 100. & simili-  
ter multiplica R. v. R. 25. p. 4. in R. v. R.  
25. m. 4. & fit R. 9. Quadra igitur R.  
100. fit 100. quadra R. 9. fit 9. quadrupla,  
fit 36. adde ad 100. habebis 136. pro vna  
parte. Et similiter multiplica R. 9. in 16.

fit R. 144. ponendo semper 16. tanquam  
quadratum de 4. sub nomine R. deinde  
multiplica R. 144. in R. 100. quod est ag-  
gregatum quadratorum, fit R. 14400. &  
hoc est secunda pars producti. Igitur pro-  
ductum est 136. m. R. 14400. quod est  
16.

Aliter pro reducendis binomiis ad cen. ce.  
scias quod quadruplum cubi partis, quæ est  
numerus cum eo quod fit ex numero in  
quadruplum quadrati R. est proportio R.  
ad R.

Et quod cen. ce. vtriusque partis, & sex-  
cuplum quadrati in quadratum est produ-  
ctum quod est numerus. Exemplum, volo  
reducere 3. p. R. 2. ad ce. ce. cuba 3. fit  
27. quadrupla fit 108. quadra R. 2. fit 2.  
quadrupla fit 8. multiplica in 3. fit 24. ad-  
de ad 108. fit 132. proportio R. cen. cen.  
ad R. quæ est 2. Deinde accipe cen. cen.  
3. & est 81. & cen. cen. R. 2. quod  
est 4. fit 85. deinde quadra 3. & R. 2. fiunt  
9. & 2. multiplica inuicem, fiunt 18. sex-  
cupla, fit 108. adde ad 85. fit 193. numerus.  
Similiter capio R. 5. m. 2. cuba 2. nume-  
rum, fit 8. quadrupla, fit 32. deinde multi-  
plica numeros inuicem tanquam ambo ei-  
sent numeri, fit 10. quadrupla, fit 40. adde  
ad 32. fit 72. m. proportio R. ce. ce. ad  
R. rei. Similiter accipe cen. cen. partium  
& est 41. deinde quadra partes, fiunt 5. &  
4. multiplica inuicem, fiunt 20. sexcupla fit  
120. adde 41. fit 161. numerus.

Cum volueris inuenire R<sup>m</sup> primum, ver-  
bi gratiâ, de R. 5. p. R. 2. tunc quadra R.  
5. fit 5. tripla, fit 15. adde ei quadratum R.  
2. quod est 2. fit 17. suppone 17. ad 2. sicut  
fecisti in cubatione. Et similiter quadra R.  
2. fit 2. tripla, fit 6. adde quadratum alte-  
rius partis, quod est 5. fit 11. suppone 11.  
ad 5. post quadra vtramque partem bino-

|                |            |
|----------------|------------|
| R. 5. p. R. 2. |            |
| 11.            | 17.        |
| 10.            | 7. 4.      |
| <hr/>          |            |
| 110.           | 68.        |
| 119.           | 77.        |
| 229.           | 145.       |
| <hr/>          |            |
| R. 104882      | R. 105125. |

mij fiunt 5. & 2. iunge, fiunt 7. pone in  
medio infra 17. & 11. deinde quadra R.  
2. fit 2. dupla fit 4. suppone ad 17.  
Similiter quadra R. 5. fit 9. dupla, fit 10.  
suppone ad 11. post multiplica inferiores  
cum superioribus, habebis 68. & 110.  
quos suppone suis productioribus, deinde  
multiplica 7. in 17. fit 119. suppone ad  
110. multiplica etiam 7. in 11. fit 77.  
suppone ad 68. deinde iunge inferiores cum  
superioribus, habebis 229. & 145. dein-  
de multiplica in crucem 229. cum R. 2.  
& 145. cum R. 5. quadrando si opor-  
tuerit, habebis tandem R<sup>m</sup> primum de  
R. 5. p. R. 2. hoc R. 104882. p. R.  
105125.

Et



# Cap. XI. De Infitione Radicum, 315

Et similiter in alio exemplo ponatur res  
2. p. R. 3. erunt numeri cubales 13. & 15.  
& aggregatum quadratorum est 7. & du-  
plum quadrati R. est 6. & duplum quadrati

|                    |      |
|--------------------|------|
| 2. p. R. 3.        |      |
| 13. / 15.          |      |
| 8. 7. 6.           |      |
| 104.               | 90.  |
| 105.               | 91.  |
| 209.               | 181. |
| R. 131043. p. 362. |      |

2. est 8. multiplica inferiores in superio-  
res, habebis 91. & 90. qui iuncti faciunt  
181. supponendum ad 3. & ex alia parte  
habebis 105. & 104. qui iuncti faciunt  
209. suppone ad 2. deinde multiplica in cru-  
cem, inferiores cum superioribus, habebis  
R<sup>m</sup> primum de 2. p. R. 3. esse 362. p. R.  
131043.

## C A P V T X I.

*De Infitione Radicum cum facilitate.*

**P**RO facilitate autem inferendi R. ma-  
gnas, utpote R. 77220700. cum R.  
772207. debes diuidere maiorem per mi-  
norem, exit 100. cuius accipe R. quæ est  
10. hanc semper duplica, fit 20. & adde ei 1.  
pro regula fit 21. multiplica 21. in 772207.  
qui est minor, fit 16216347. & hoc adde  
maiori R. quæ est 77220700. fit totum R.  
93437047. & hoc est longè facilius quàm  
facere in magnis numeris per additionem.  
Quod si in diuisione non haberes R. utpote  
volo addere R. 30. cum R. 3. tunc diuide  
30. per 3. exit 10. & quia 10. non habet  
R. ideo es excusatus ab hac operatione,  
non enim hæ radices, videlicet R. 30. &  
R. 3. possunt facere vnā R. sed si vis  
oportet facere per viam R. I. vel V. Aliud  
exemplum volo inferere R. 3872. cum R.  
72. vides quòd diuiso 3872 per 2. exit  
1936. cuius R. est 44. diuiso etiam 72. per  
2. exit 36. cuius R. est 6. ideo proportio R.  
3872. ad R. 72. est veluti 44. ad 6. Dico  
igitur quòd debes duplare  $\frac{44}{6}$  fit  $\frac{44}{3}$  adde ei 1.  
pro regula fit  $\frac{47}{3}$  nam addere vnitatem pro-  
portioni est addere denominatorem nume-  
ratori & addere 2. proportioni est addere bis  
denominatorem numeratori, & addere 3.  
est addere ter denominatorem numeratori,  
dico igitur quòd habes  $\frac{47}{3}$  multiplica igitur  
 $\frac{47}{3}$  in 72. & est multiplicare 47. in 72. fit  
3384. diuide per 3. fit 1128. hoc adde ad R.  
3872. fit R. 5000. & tantum faciunt R. 3872.  
& R. 72. simul iunctæ. Potuisses etiam diuide-  
re 72. per 3. antequam multiplicares in 47.  
& prouenisset 24. qui multiplicatus in 47.  
produxisset 1128. addendum ad R. 3872.

*Torn. IV.*

ut prius. Debes igitur inuenta proportio-  
ne radicum per communem diuisorem,  
& duplata addere 1. & totum multiplicare  
in minorem, & productum addere maiori  
numero, & R. totius æquualet duabus ra-  
dicibus assumptis. & hanc regulam feci ad  
facilitandum operationem in R. censuum  
radicum cuborum, & talium denominatio-  
num, quæ omnes ut demonstraui sunt com-  
municantes & possunt fieri vna R. & ple-  
rumque sunt magnæ, ita quòd in multipli-  
cando assumitur multum temporis & labo-  
ris, deinde in extrahendo R. & duplādo  
ita ut in tot operationibus vix homo possit  
evadere ab errore, cum plures fuerint R.  
inferendæ & valde magnæ.

Pro detrahenda autem R. minore à ma-  
iore, facies eēconuerso, diuide maiorem  
per minorem, exeuntis accipe R. quam  
dupla & detrahe 1. pro regula, residuum  
multiplica per minorem, & productum  
detrahe à maiore, R. residui est quod quæ-  
ris. Veluti volo detrahere R. 2. ex R. 32.  
diuide 32. per 2. exit 16. cape R. quæ est  
4. hanc dupla fit 8. detrahe 1. fit 7. mul-  
tiplica 7. in 2. minorem, fit 14. detrahe  
14. à 32. remanet 18. & R. 18. est resi-  
duum detracta R. 2. à R. 32.

## C A P V T X I I.

*De regulis supplementi.*

**C**V M fuerint duo numeri, quorum al-  
terum eorum in duas partes volue-  
ris diuidere continuè proportionales cum  
reliquo, dico quòd debes multiplicare  
vnum per alium, & ei addere quadratum  
medietatis numeri non diuidendi, qui de-  
bet esse prima quantitas & R. totius de-  
tracta dicta medietate numeri non diui-  
dendi est secunda quantitas & residuum  
numeri diuidendi est tertia quantitas. Exem-  
plum, volo diuidere 10. in duas partes quæ  
sint in continua proportionalitate cum 3:  
duc 10. in 3. fit 30. quadra dimidium 3:  
quod est  $1\frac{1}{2}$  fit  $2\frac{1}{4}$ , adde ad 30. fit  $32\frac{1}{4}$

|                                       |                                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| Partes,                               | 10. — 3.                             |
| 3.                                    | 30. $1\frac{1}{2}$                   |
| R. $32\frac{1}{4}$ m. $1\frac{1}{2}$  | $2\frac{1}{4}$ $2\frac{1}{4}$        |
| $11\frac{1}{2}$ m. R. $32\frac{1}{4}$ | R. $32\frac{1}{4}$ m. $1\frac{1}{2}$ |

accipe R.  $32\frac{1}{4}$  & ab ea minue  $1\frac{1}{2}$  me-  
dietatem numeri non diuidendi, fit valor rei  
R.  $32\frac{1}{4}$  m.  $1\frac{1}{2}$ . Erunt igitur quantitates  
prima 3. secunda R.  $32\frac{1}{4}$  m.  $1\frac{1}{2}$  tertia  
 $11\frac{1}{2}$  m. R.  $32\frac{1}{4}$ .

Exemplum aliud, Volo diuidere 3.  
in duas partes in continua proportio-  
ne cum 10. multiplica 10. in 3. fit  
30. adde ei 25. quadratum medietatis 10:  
non diuidendi fit 55. accipe R. 55. & ab ea  
Dd 2 minue



minue 5. medietate 10. numeri non diu-  
dendi fit valor rei  $\mathcal{R}$ . 55.  $\mathcal{M}$ . 5. quare quan-

| Partes,                                |  |
|--|--|
| 10.                                    | 10 — 3.                                |
| $\mathcal{R}$ . 55. $\mathcal{M}$ . 5. | 5. 30.                                 |
| 8. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . 55. | 25. 25.                                |
|  | $\mathcal{R}$ . 55. $\mathcal{M}$ . 5. |

titates erunt prima 10. secunda  $\mathcal{R}$ . 55.  $\mathcal{M}$ . 5.  
tertia 8.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 55. & hæc regula est eadem  
vigesima nonæ regulæ quinquagesimi primi  
capituli practicæ, sed est longè facilior.

Nota quod si volo cognoscere quanam  
2 proportio sit maior, vtpote  $\frac{12}{9}$  an  $\frac{17}{4}$  multi-  
plica in crucem 38. in 4. fit 152. & 9. in  
17. fit 153. & proportio componentium  
numerum maiorem erit maior sua cor-  
relatiua. Igitur proportio 17. ad 4. erit ma-  
ior quàm 38. ad 9. Et similiter proportio  
9. ad 38. est maior quàm 4. ad 17. quia  
9. & 17. multiplicati producant numerum  
maiores, & ita cognosces tam directas  
quàm conuersas proportionēs in vna ope-  
ratione semper ponendo producentes nu-  
merum maiorem vtrumque esse maiorem  
denominatorem, alterum directæ propor-  
tionis alterum conuersæ.

Cum volueris diuidere 12. in duas par-  
3 tes, ita vt vna pars ducta in radicem alte-  
rius, faciat maius quod possibile sit, semper  
accipe  $\frac{1}{4}$  de 12. & est 4. Dico igitur quod  
 $\mathcal{R}$ . 4. quæ est 2. ducta in 8. residuam par-  
tem producit 16. & quod 16. est maius  
quod possit produci ex vna parte 12. in  $\mathcal{R}$ .  
alterius partis, & ita si volueris diuidere 30.  
taliter accipies 10. & 20. & multiplicabis  
20. in  $\mathcal{R}$ . 10. & fit  $\mathcal{R}$ . 4000. & hoc est  
maius quod possit produci.

Cum autem volueris diuidere 12. ita  
4 quod multiplicatio vnius partis in quadra-  
tum alterius faciat maius quàm possibile est,  
accipe similiter  $\frac{1}{4}$  de 12. quod est 4. & hoc  
multiplica in quadratum de 8. quod est 64.  
fit 256. & hoc est maius quod potest produci.  
Et ita si diuideres 30. vna pars esset 10. alia  
20. & productum esset 4000. & semper  
hoc maximum productum est quadratum  
alterius maximi producti, veluti de 30. di-  
cimus quod 4000. est  
maximum quod po-  
test produci ex vna  
parte in quadratum  
alterius, &  $\mathcal{R}$ . 4000.  
est etiam maximum  
quod potest produci  
ex vna parte in radicem alterius, igitur ma-  
ximum vnum est  $\mathcal{R}$ . alterius. Et ita ma-  
ximum de 12. est per viam quadrati 256.  
& per viam  $\mathcal{R}$ . est 16. & 16. est  $\mathcal{R}$ . 256. vt  
patet in figura.

|      |          |     |
|------|----------|-----|
|      | 12.      |     |
| 8.   | $\times$ | 4.  |
| 64.  |          | 2.  |
| 256. |          | 16. |

## CAPVT XIII.

*De commensuratione partium binomiorum  
reciforum producibilium cum suis productis.*

**O**MNE binomium aut recifum quod  
componitur ex  $\mathcal{R}$ . & numero, & ta-  
lia sunt primum, secundum, quartum &  
quintum (nam de tertio & sexto non loquor  
quia componuntur ex duabus radicibus.)  
Cum igitur componatur ex  $\mathcal{R}$ . & nume-  
ro, census eius est binomium primum ex ca-  
pitulo quinto. Dico igitur quod pars cen-  
sus, quæ est  $\mathcal{R}$ . est commensurabilis parti  
quæ est  $\mathcal{R}$ . in binomio.

Exemplum, sit binomium  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ . 2.  
eius census per regulam est binomium pri-  
mum, & est 9.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .

80. Dico igitur quod  
 $\mathcal{R}$ . 80. est commen-  
surabilis  $\mathcal{R}$ . 5. nam in  
quadrando  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ . 2.  
necessariò quadramus 2. qui est numerus,  
igitur productum est numerus. Quadrabi-  
mus etiam  $\mathcal{R}$ . 5. ex quo etiam proveniet  
numerus, quia est  $\mathcal{R}$ . numeri simplex, qua-  
re per quinquagesimam tertiam regulam  
quadragesimi secundi capituli practicæ, siue  
per quartam secundi Euclidis remanet mul-  
tiplicanda  $\mathcal{R}$ . 5. in 2. & quia  $\mathcal{R}$ . 5. est  $\mathcal{R}$ .  
ideo quadranda est & fit 5. quadrandus est  
etiam 2. fit 4. igitur 4. est numerus quadra-  
tus, multiplicato igitur 5. in 4. fit 20; igitur  
proportio 20. ad 5. est veluti 4. ad 1.  
igitur vt numeri quadrati ad numerum  
quadratum, igitur  $\mathcal{R}$ . 20. &  $\mathcal{R}$ . 5. sunt com-  
mensurabiles longitudine per septimam de-  
cimi Euclidis. Et quia  $\mathcal{R}$ . 20. est duplenda,  
igitur cum sit  $\mathcal{R}$ . est multiplicanda per 4.  
Cum autem 4. sit quadratus & ductus in 4.  
producit quadratum per secundam noni Eu-  
clidis; constat igitur 16. esse quadratum,  
quare proportio 80. ad 5. est veluti numeri  
quadrati ad numerum quadratum. Igitur  
constat  $\mathcal{R}$ . 80. esse longitudine commensu-  
rabilem  $\mathcal{R}$ . 5. per dictam septimam decimi  
Euclidis. Igitur  $\mathcal{R}$ . cuiuslibet binomij pri-  
mi aut secundi aut 4<sup>i</sup> vel 5<sup>i</sup>, vel reciforum eis  
correspondentium est commensurabilis  $\mathcal{R}$ .  
producti, siue  $\mathcal{R}$ . census.

Item dico quod  $\mathcal{R}$ . cubi est commensura-  
bilis  $\mathcal{R}$ . binomij. Exemplum sit binomium aut  
recifum primum vel secundum aut quartum  
aut quintum, (tale erit cubus per octauum  
capitulum)  $\mathcal{R}$ . 1445. per 38. dico igitur quod  
 $\mathcal{R}$ . ipsa 1445. est commensurabilis  $\mathcal{R}$ . 5. &  
quod diuiso 1445. per  
5. exit numerus qua-  
dratus, nam ex octauo  
capitulo 1445. fit ex  
quadrato aggregati ex triplo quadrati 2. &  
quadrato  $\mathcal{R}$ . 5. addito, igitur productum quod  
est 1445. habet proportionē ad 5. quam ha-  
bet 289. quadratū dicti aggregati ad unita-  
tem. Igitur per septimam decimi  $\mathcal{R}$ . 1445.  
est commensurabilis  $\mathcal{R}$ . 5.

Vel aliter & clariùs, Demonstratum est  
quod  $\mathcal{R}$ . 80. est commensurabilis  $\mathcal{R}$ . 5. igitur  
productum est numerus: & similiter  
productum

|  |
|--|
| $\mathcal{R}$ . 5. $\mathcal{P}$ . 2.  |
| 9. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 80. |

|   |
|---|
| $\mathcal{R}$ . 5. $\mathcal{P}$ . 2.     |
| $\mathcal{R}$ . 1445. $\mathcal{P}$ . 38. |



# Cap. XIV. De proprietatibus, &c. 317

productum ex 2. in 9.  
remanent igitur duæ  
multiplicationes R. 5.  
in 9. & R. 80. in 2. sed  
multiplicato 9. in R.

$$\begin{array}{l} R. 5. \text{ p. } 2. \\ 9. \text{ p. } R. 80. \end{array}$$

5. productum necessariò est commensurabile R. 5. quia erit in proportione 9. ad 1. & quia R. 80. est commensurabilis R. 5. Igitur productum ex 2. in R. 80. est commensurabile R. 5. Igitur productum ex R. 80. in 2. est commensurabile producto ex R. 5. in 9. Igitur ex his fiet vna R. commensurabilis R. 5. per octauam & nonam decimi Euclidis quod est propositum.

Ex hac sequitur primò, quòd multiplicato binomio, siue cubato siue redacto ad ce. ce. siue ad R<sup>m</sup> primum siue ad ce. cu. atque ita in infinitum semper provenient binomia ex R. & numero composita quæ R. semper erunt communicantes & in proportione numeri ad numerum.

Sequitur etiam secundò, quòd cum ce. binomij sit incommensurabilis binomio cuius est ce. & cubo binomij (& ita de reliquis productis) quodlibet tamen illorum ita diuiditur in duas partes, quòd R. est commensurabilis R. & numerus numero, & hoc est mirabile. Et sit exemplum R. 5. p. 2. est incommensurabilis 9. p. R. 80. & tamen R. 5. est commensurabilis R. 80. & 2. est commensurabilis 9. & ita 9. p. R. 80. est incommensurabilis R. 1445. p. 38. & tamen 9. est commensurabilis cum 38. eo quòd ambo sunt numeri & R. 80. est commensurabilis R. 1445. & ita de aliis vsque in infinitum dependentibus ex vno binomio vel reciso, quod sit ex primo genere vel secundo vel quarto vel quinto.

Ex his sequitur terciò, quòd semper licet ce. & res sint incommensurabiles item ce. & cubi (& ita de aliis) poterimus tamen toties residuare ce. à rebus, aut addere aut ce. minuere ex cubis aut addere (& ita de aliis) quod remanebit numerus, & est quid mirabile. Licet igitur R. 5. p. 2. sit incommensurabilis 9. p. R. 80. attamen cum acceperimus 4. radices erunt R. 80. p. 8. Igitur detracta R. 80. p. 8. ex R. 80. p. 9. remanet 1. Igitur detractis 4. rebus ex vno ce. remanet vnitatis quæ est numerus, quare &c.

## C A P V T XIV.

*De proprietatibus quadrandi & cubandi binomia & recisa.*

**P**RIMA proprietas, cum diuideris aliquem numerum cubum per 6. numerus superfluous, est R. cubica illius numeri cubi. Exemplum, diuido 8. numerum cubum per 6. remanent 2. & 2. est R. cubica 8. diuido 27. per 6. supersunt 3. & 3. est R. cubica 27. diuido 125. per 6. remanent 5. & 5. est R. cubica 125. diuido 343. per 6. remanet 1. sed quia 1. non potest esse R. 343. adde 1. ad 6. fit 7. R. cubica 343. & ita diuiso 512. per 6. remanet 2. qui additus ad 6. facit 8. R. cubam 512. Et vniuersaliter si auferas. R. cu. alicuius

Tom. I P.

numeri cubi ab ipso numero cubo, residuum poterit diuidi per 6. ita quod nihil supererit. Exemplum, 100. est R. cu. de 1000000. detrahe 100. ex 1000000. remanent 999900. & hoc potest diuidi per 6. & exeunt 166650. quare patet propositum.

Secunda proprietas autem est, quòd omnis cubus binomij continet ex sua R. radicem rei in triplo quadrati numeri addito quadrato R. Exemplum sit binomium vel recisum ex dictis primo, secundo, quarto vel quinto, R. 5. m. 2. vt dictum est eius cubus est R. 1445. p. 38. dico quòd R. 1445. continet R. 5. in triplo quadrati 2. qui est numerus rei, & est tri-

plum quadrati 2. ipsum 12. cum quadrato R. rei quòd est 5. quæ iuncta faciunt

$$\begin{array}{l} R. 5. \text{ m. } 2. \\ R. 1445. \text{ m. } 38. \end{array}$$

17. Dices igitur quòd R. 1445. continet R. 5. vicibus 17. & ita si quis dicat R. cubi huius rei R. 7. p. 3. quantum continebit R. 7. dico quadra 3. fit 9. tripla, fit 27. adde quadratum R. 7. quod est 7. fit 34. & ita R. in cubo continebit R. 7. in 34. & ita de aliis, in numero verò est è conuerso, & hoc pender totum ex capitulo octauo. Tertia proprietas est quòd cubus cuiuslibet binomij est eiusdem speciei qualis est binomium, & ita dico de cubo recisi; veluti cubus de R. 7. m. 2. quod est recisum quintum, est R. 2527. m. 50. quod est recisum quintum, nam prima pars est R. & secunda numerus in vtroque, & differentia est incommensurabilis maiori parti, & ita cubus de R. 12. m. 3. est R. 18252. m. 135. & vterque tam R. quam cubus est binomium secundum, nam R. 18252. quadrata superat 18225. quod est quadratum minoris partis in 27. quod est  $\frac{7}{27}$  de 18252. cum autem  $\frac{7}{27}$  sit quadratum patet quod maior pars binomij, quæ est R. 18252. est potentior breuiore quæ est 135. in quadrato R. 27. quæ R. 27. est commensurabilis R. 18252. in longitudine, igitur tam binomium quod est R. quam eius cubus est ex secunda specie.

Quarta proprietas, Omne binomium componitur ex duabus partibus, quarum differentia si cubetur, producit differentia partium cubi. Exemplum, R. 7. m. 2. est binomium, differentia est R. 7. m. 2. & partes cubi sunt R. 2527. m. 50. & differentia harum partium est R. 2527. m. 50. quæ est cubus de R. 7. m. 2. differentia partium. Et ita in numeris 5. p. 3. habet cubum 260. p. 252. quorum differentia est 8. qui est cubus de 2. differentia inter 5. & 3. & similiter dico quòd quadrata partium cubi differunt in cubo differentia quadratorum partium radices, veluti si dico R. 7. p. 2. cubus eius est R. 2527. p. 50. quarum partium quadratarum differentia est 27. qui est cubus de 3. qui est differentia quadratorum R. 7. & 2. nam quadratum R. 7. est 7. & quadratum 2. est 4. quorum differentia est 3. & ita cubus de R. 10. p. 3. est R. 13690. p. 117. quarum partium quadrata differunt in 1. quod est cubus de 1. differentia quadratorum R. 10. & 3. vt patet.

D d 3

Quin.



Quinta proprietas, ex præcedente cognoscitur differentia partium cubi per differentiam partium radices & econtrà. Et similiter cognoscitur differentia quadratorum partium cubi per differentiam quadratorum partium  $\mathcal{R}$ . & econtrà. Exemplum, si quis dicat, volo differentiam quadratorum partium cubi de  $\mathcal{R}$ . 7.  $\mathcal{P}$ . 2. Quadra  $\mathcal{R}$ . 7. fit 7. & similiter quadra 2. fit 4. detrahe 4. ex 7. fit 3. cuba 3. fit 27. & 27. erit differentia partium cubi, quadratarum seorsum. Et similiter si dicat quæ est differentia partium quadratarum  $\mathcal{R}$ . cubicæ huius binomij quod est 68.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 4840. Quadra 68. fit 4624. quadra  $\mathcal{R}$ . 4840. fit 4840. detrahe 4624. ex 4840. remanent 216. accipe  $\mathcal{R}$ . cu. 216. quæ est 6. & 6. dices esse differentiam partium  $\mathcal{R}$ . cu. de 68.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 4840. cum partes illæ radices seorsum fuerint quadratæ.

Sed pro differentia proportionis duplica semper differentiam quadratorum partium quæ fuit 6. fit 12. & hæc est differentia proportionum, id est, quod si 68. continet numerum  $\mathcal{R}$ . 20. vicibus, igitur  $\mathcal{R}$ . 4840. continebit  $\mathcal{R}$ . quæ est pars  $\mathcal{R}$ . cu. de 68.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 4840. in 8. vicibus quæ sunt 12.  $\mathcal{M}$ . quam 20. quare tunc oportebit diuidere 68. per 20. &  $\mathcal{R}$ . 4840. per  $\mathcal{R}$ . 64. nam 64. est quadratum de 8. tales igitur proportionem sunt in hoc casu 34. & 22. Diuidemus igitur 68. per 34. exit 2. &  $\mathcal{R}$ . 4840. per  $\mathcal{R}$ . 484. & est idem quod 22. erit igitur  $\mathcal{R}$ . cu. de 68.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 4840. hoc  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{P}$ . 2. & hoc optime nota.

Sexta proprietas tangit quadraturam binomiorum & recisorum, & est quod omnium duarum quantitatum aggregatum quadratorum excedit duplum producti vnius in alteram in quadrato differentie, veluti capio 7. & 3. aggregatum quadratorum est 58. duplum vnius in alterum est 42. & 58. excedit 42. in 16. quod est quadratum de 4. quod est differentia 7. à 3. & hæc proprietas demonstratur à Campano in decimo Elementorum.

Septimam proprietatem autem censuum census in proportionem partium ad partes suarum radicum habes ex capitulo decimo sic, nam inuenies superationem cum facilitate & est ut multiplices numerum proportionis  $\mathcal{R}$ . in numerum quem habes  $\mathcal{R}$ . & producti accipe differentiam à numero cen. cen. & habebis 1. cen. cen.  $\mathcal{P}$ . vel  $\mathcal{M}$ . tot rebus quotus est numerus proportionis, æqualia numero differentie aut 1. ce. ce.  $\mathcal{P}$ . numero differentie æqualia tot rebus quotus est numerus proportionis secundum quod binomia vel recisa seruiunt capitulis.

Exemplum, volo superationem & numerum de 5.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. Quadra  $\mathcal{R}$ . 2. fit 2. quadra 5. fit 25. iunge fit 27. multiplica in 5. fit 135. quadrupla fit 540. numerus rerum. Item cape cen. cen. de 5. & de  $\mathcal{R}$ . 2. sunt 625. & 4. quæ iuncta sunt 629. multiplica 25. quadratum de 7. in 2. quadratum  $\mathcal{R}$ . 2. fit 50. sexcupla fit 300. adde ad 629 habebis 929. multiplica 540. in 5. fit 2700. detrahe 929. habebis igitur 1. ce. ce.  $\mathcal{P}$ .

1771. æqualia 540. rebus, quia æquatio binomij & recisi primi seruit capitulo ce. ce. & numeri æqualium rebus.


Et similiter volo scire æquationem de  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{M}$ . 2. quadra  $\mathcal{R}$ . 5. fit 5. quadra 2. fit 4. iunge sunt 9. multiplica in 2. fit 18. quadrupla fit 72. numerus rerum. Similiter accipe cen. cen. de  $\mathcal{R}$ . 5. & 2. habebis 25. & 16. iunge sunt 41. multiplica 5. in 4. quadrata partium, fit 20. sexcupla fit 120. adde 41. fit 161. multiplica 72. numerum rerum in 2. fit 144. detrahe ex 161. fiet 1. cen. cen.  $\mathcal{P}$ . 72. co. æqualia 17. quia recisum secundum & quintum seruiunt capitulo numeri æqualis cen. cen. & rebus, & per idem dices de  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ . 2. quod æquatio erit 1. cen. cen. æqualis 72. rebus  $\mathcal{P}$ . 17.

## C A P V T XV.

De quibusdam proprietatibus quantitatum in generali.

Cum fuerint quotlibet quantitates multiplicatio aggregati primæ & ultimæ in differentiam earundem æquatur differentie quadratorum illarum. Veluti capio 2. 5. 7. 11. Capio primam & ultimam, & sunt 13. multiplico in differentiam primæ ab ultima, quæ est 9. fit 117. & tantum differt quadratum 11. quod est 121. à quadrato 2. quod est 4.

Exemplum, capio 2. 4. 7. 11. dico quod si capias  $\mathcal{R}$ . 18. aggregati 11. & 7. &  $\mathcal{R}$ . 6. aggregati primæ & secundæ quantitatis sient aggregatæ  $\mathcal{R}$ . 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 6. & detrahe

|   |  |
|---|--|
| $\mathcal{R}$ . 18. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 6.                                      |  |
| 1.  1. |  |
| $\mathcal{R}$ . 18. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . 6.                                      |  |
| 18. $\mathcal{M}$ . 6. quod est 12.   |  |

$\mathcal{R}$ . 18.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 6. & ita aggregatum in differentiam multiplicatum producit 12. ut vides in figura. Dico igitur quod 12. est differentia quadratorum talium aggregatorum, nam aggregato 11. & 7. fit 18. & aggregato 2. & 4. fit 6. quo detracto à 18. remanent 12.

Si productioni aggregati radicum duarum quantitatum in earum differentiam addatur minor quantitas conflabitur maior. Exemplum, si ex  $\mathcal{R}$ . 7.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. in  $\mathcal{R}$ . 7.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. fit 5. igitur addita 2. minore quantitate ad 5. fiet 7. maior quantitas & econtrà dempta 2. minore ex 7. maiore remanebit 5. productum aggregati  $\mathcal{R}$ . in earum differentiam, si quis igitur dicat quantum facit  $\mathcal{R}$ . 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 19. in  $\mathcal{R}$ . 37.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 19. dic absolute quod facit 18. quod est residuum 37. detracto 19.

Ex hac sequitur quod si addito quadrato primi numeri ad productum aggregati  $\mathcal{R}$ . in earum differentiam conflatur maior numerus, tunc minor numerus erit necessarius vnitas, Patet quia tantum fit etiam addita



# Cap. XVI. De proprietatibus, &c. 319

dita ipsa quantitate ex præcedente, igitur illa quantitas æquatur quadrato suo, igitur est vnitas quoniam sola vnitas est æqualis quadrato suo. Vnde si quis dicat, inuenias duos numeros quorum aggregatum  $\mathcal{R}$ . ductum in differentiam earum superadditoque quadrato primæ quantitatis totum fit 10. dices igitur prima quantitas est 1. igitur productum est 9. nam 9. & 1. faciunt 10. pones igitur primam quantitatem 1. ce. & secundam 1. ce. & erit per præcedentem productum ex  $\mathcal{R}$ . 1. ce.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 1. siue  $\mathcal{P}$ . 1. (nam idem est) in  $\mathcal{R}$ . 1. ce.  $\mathcal{M}$ . 1. hoc 1. ce.  $\mathcal{M}$ . 1. & hoc æquatur 9. igitur 1. ce. æquatur 10. igitur prima quantitas est 1. & secunda 10. & ita  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{P}$ . 1. in  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{M}$ . 1. facit 9. cui addito 1. quadrato sui ipsius fit 10. quod est propositum.

Omnis numerus multiplicatus in duplum sui, & diuisus per 8. vel per 18. vel per 32. vel per 50. est exiens quadratus veluti multiplica 6. in 12. fit 72. diuiso 72. per 8. exit 9. quadratus, diuiso 72. per 18. exit 4. quadratus, & diuiso per 32. exit  $2\frac{1}{4}$  quadratus, & diuiso per 50. exit  $1\frac{11}{25}$  quadratus, & ita etiam omnis numerus productus ex numero in triplum sui, & diuisus per 12. vel per 27. vel per 48. vel per 75. est quadratus & ita de aliis, & hoc est quoniam 8. & 18. & 32. & 50. producuntur

|                |                |                  |
|----------------|----------------|------------------|
| 5.             | 15.            | 75.              |
| 6.             | 18.            | 108.             |
| $1\frac{1}{5}$ | $1\frac{1}{5}$ | $1\frac{11}{25}$ |

ex numero in duplum sui, & 12. & 27. & 48. & 75. producuntur ex numero in triplum sui, ideo si diuidant numeros similiter productos diuident latera producentia æqualiter. Igitur exiens erit quadratus vt in exemplo.

## C A P V T XVI.

*De proprietatibus quibusdam quantitarum continuè proportionalium.*

**P**RIMA proprietates est quod si fuerint quotlibet quantitates continuè proportionales, differentia primæ ab vltima æquatur producto ex aggregato omnium, præter vltimam in proportionem  $\mathcal{M}$ . 1. veluti capio 8. 12. 18. 27. differentia primæ ab vltima est 19. dico quod 19. producit ex aggregato omnium quantitarum, præter vltimam quod est 38. in proportionem  $\mathcal{M}$ . 1. id est in  $\frac{1}{2}$ , nam proportio cum sit sexquialtera, ita signatur  $1\frac{1}{2}$  quare dempto 1. remanet  $\frac{1}{2}$  & est generale.

Secunda proprietates est quod si fuerint quotlibet quantitates continuè proportionales si productum ex aggregato  $\mathcal{R}$ . primæ & vltimæ in differentiam dictarum  $\mathcal{R}$ . diuidatur per 1.  $\mathcal{M}$ . proportionem, exibat summa omnium quantitarum præter vltimam. Veluti capio 8. 12. 18. 27. Capió aggrega-

tum  $\mathcal{R}$ . primæ & vltimæ, quod est  $\mathcal{R}$ . 27.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. & duco in differentiam dictarum radicem, quæ est  $\mathcal{R}$ . 27.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. & fit 19. hoc diuido per 1.  $\mathcal{M}$ . proportionem, quod est  $\frac{1}{2}$  fit 38. aggregatum dictarum quantitarum præter vltimam, nam 8. 12. & 18. iuncta faciunt 38. & pendet hæc ex præcedente proprietate.

Tertia proprietates est quod si fuerint quotlibet quantitates continuè proportionales detracto quadrato primæ ex quadrato vltimæ, & residuo diuiso per aggregatum primæ & vltimæ, exiens æquabitur producto ex aggregato omnium quantitarum, excepta vltima in proportionem  $\mathcal{M}$ . 1. Veluti capio 8. 12. 18. 27. quadra 27. vltimam, fit 729. quadro 8. primam, fit 64. detraho 64. ex 729. fit 665. diuido per 35. aggregatum 27. vltimæ, & 8. primæ, exit 19. quod est productum ex aggregato omnium, præter vltimam quod fuit 38. in  $\frac{1}{2}$  quod est 1.  $\mathcal{M}$ . proportionem, & idem est differentia primæ ab vltima per primam proprietatem.

Quarta proprietates, Cum fuerint tres quantitates continuè proportionales, erit portio producti ex secunda in tertiam ad quadratum primæ, veluti cubi secundæ ad cubum primæ posita prima quacunque volueris.

Quinta proprietates est quod si fuerint tres quantitates, continuè proportionales, quod fit ex prima in quadratum secundæ, æquale est ei quod fit ex tertia in quadratum primæ & è contra. Igitur sequitur quod duplata producta triplatorum quadratorum secundæ & tertiæ in primam fient tantum quatuor quantitates: cum verò secunda harum communicet primæ productæ secundæ, & prima harum communicet secundæ secundæ erit vt fiant duæ quantitates & hoc in trimoniis  $\mathcal{R}$ . cubarum.

Sexta proprietates est quod omnium quantitarum continuè proportionalium ab vnitate inchoantium productum aggregati omnium earum in proportionem  $\mathcal{M}$ . 1. æquatur quadrato tertiæ quantitatibus detracta vnitate ab ipso quadrato. Veluti capio 1.  $1\frac{1}{2}$   $2\frac{1}{4}$   $3\frac{1}{8}$  aggregatum est  $8\frac{1}{2}$  ductum in  $\frac{1}{2}$  quod est 1.  $\mathcal{M}$ . proportionem producit  $4\frac{1}{16}$  & tantum fit quadrato  $2\frac{1}{4}$  quantitate tertia & detracta vnitate nam quadratum de  $2\frac{1}{4}$  est  $5\frac{1}{16}$ . Vnde detracta vnitate remanet  $4\frac{1}{16}$ .

Septima proprietates est quod si fuerint quinque quantitates continuè proportionales diuisa  $\mathcal{R}$ . quintæ quantitatibus per proportionem tertiæ quantitatibus ad primam illarum (& est duplicata proportio) quod exit est  $\mathcal{R}$ . primæ quantitatibus ex illis. Exemplum, Capió 32. 48. 72. 162. Capió  $\mathcal{R}$ . 162. & est  $\mathcal{R}$ . 152. diuido per proportionem 72. ad 32. & est  $2\frac{1}{4}$ , & quia  $\mathcal{R}$ . 162. est  $\mathcal{R}$ . reduco  $2\frac{1}{4}$  ad  $\mathcal{R}$ . & est  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{16}$ , diuido  $\mathcal{R}$ . 162. per  $\mathcal{R}$ .  $5\frac{1}{16}$  exit  $\mathcal{R}$ . 32. &  $\mathcal{R}$ . 32. est  $\mathcal{R}$ . primæ quantitatibus, & quadratum eius quod est 32. erit prima quantitas.

Octaua proprietates, Si fuerint tres quantitates continuè proportionales, aliarque totidem in eadem proportionem, sumaturque



aliqua pars aggregati primarum cuius quadratum ad mediam quantitatem siue ad primam siue ad tertiam certam habeat proportionem, si eademmet pars sumatur ex aggregato secundarum quantitatum, & quadretur, talem habebit proportionem ad secundam illarum quantitatum, vel primam, vel tertiam correspondentem qualis est proportio prima multiplicata in proportionem aggregati secundarum ad aggregatum primarum.

Exemplum sint 1. 2. 4. in proportionem dupla; item, 3. 6. 12. in eadem proportio- & capiamus  $\frac{1}{7}$  aggregati primarum quod

|                               |                                  |     |
|-------------------------------|----------------------------------|-----|
| Primæ, 1.                     | 2.                               | 4.  |
| Primarum aggregatum           | 7.                               |     |
| Septima pars aggregati        | 1. quad. $\frac{1}{7}$           |     |
| Secundæ, 3.                   | 6.                               | 12. |
| Secundarum aggregatum,        | 21.                              |     |
| Septima pars aggregati        | 3. quad. $\frac{9}{49}$          |     |
| Proportio prima $\frac{1}{7}$ | Proportio secunda $\frac{9}{49}$ |     |
| Triplara $\frac{3}{7}$        | vt $\frac{9}{49}$                |     |

est 7. & est 1. per exemplum & quadremus ipsum fit 1. & hoc est medietas secundæ quæ itatis & æquale primæ & quarta pars tertiæ hoc modo,  $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$  dico quod si 21. aggregatum secundarum sit triplum de 7. aggregato primarum quod assumpta eadem parte de 21. quæ est 3. & quadrata, & fit 9. quod ipsa erit in proportionem ad dictas partes, quæ fuerunt 3. 6. 12. in quæ esset multiplicando 3. proventum diuisionis 21. per 7. in numeratorem dictarum proportionum, & erit  $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{12}$

Nona propriet. Si fuerint tres aut quatuor, aut quotlibet numeri siue continuè proportionales siue non, aliique totidem

|    |     |     |     |       |
|----|-----|-----|-----|-------|
| 2. | 5.  | 10. | 13. | 30.   |
|    |     |     |     | 900.  |
|    |     |     |     | 18.   |
| 6. | 15. | 30. | 39. | 90.   |
|    |     |     |     | 8100. |
|    |     |     |     | 18.   |

in eadem proportionem qualis proportio quadrati aggregati primorum ad quadratum primi aut secundi aut tertij aut quarti si sint plures tribus aut ad multiplicationem primi in secundum, vel tertium vel quartum, vel secundi in tertium aut quartum, & ita in infinitum talis erit proportio quadrati aggregati duorum ad quadratum vel multiplicationem correspondentium in suo ordine.

## CAPVT XVII.

*De proprietatibus insequentibus maiori-  
tatem proportionis partium binomio-  
rum quadratorum cubatorum & re-  
ductorum ad censum census.*

**P**RIMA consideratio est generalis ser-  
uiens rebus comparatis aut censibus,  
aut cubis, aut censibus censuum, aut relatis  
& ita in infinitum dico quòd in primo &  
quarto binomio & suis recisis semper est  
maior proportio  $R.$  producti ad  $R.$  re-  
quam numeri producti ad numerum rei  
Exemplum, si res sit 3.  $p.$   $R.$  2. erit censu-  
s

|               |                 |
|---------------|-----------------|
| Res, 3.       | $p.$ $R.$ 2.    |
| Census, 11.   | $p.$ $R.$ 72.   |
| Cubus, 45.    | $p.$ $R.$ 1682. |
| Cen. ce. 193. | $p.$ $R.$ 8712. |

11.  $p.$   $R.$  72. & cubus 45.  $p.$   $R.$  1682.  
& ce. ce. 193.  $p.$   $R.$  8712. Proportio  
igitur  $R.$  72. ad  $R.$  2. est maior quàm 11.  
ad 3. & proportio  $R.$  1682. ad  $R.$  2. est  
maior quàm 45. ad 3. & proportio  $R.$  8712.  
ad  $R.$  2. est maior quàm 193. ad 3. cuius  
demonstratio patet ex regulis quas posui-  
mus, de productione censuum & cuborum  
& reliquarum denominationum. Et est re-  
gula generalis quòd proportio ex latere  
maiorè minor est, & ex minore maior, sed  
3. est maior quàm  $R.$  2. quia in primo &  
quarto binomio & recisis supponitur maior  
pars numerus, & minor  $R.$  Igitur propor-  
tio  $R.$  ad  $R.$  est maior quàm numeri ad nu-  
merum.

Et ex hoc patet, quòd in secundo &  
quinto binomiis & recisis erit è conuerso  
videlicet maior proportio numeri producti  
ad numerum rei quàm  $R.$  producti ad  $R.$   
rei. Veluti capio rem quæ sit  $R.$  5.  $m.$  2. &  
est recisum quintum, eius census est 9.  $m.$   
 $R.$  80. & cubus est  $R.$  1445.  $m.$  38 & ce.  
ce. est 161.  $m.$   $R.$  25920. & proportio 9.  
ad 2. est maior quàm  $R.$  80. ad  $R.$  5. & prob-

|                               |
|-------------------------------|
| Res, $R.$ 5. $m.$ 2.          |
| Census, 9. $m.$ $R.$ 80.      |
| Cubus, $R.$ 1445. $m.$ 38.    |
| Ce. ce. 161. $m.$ $R.$ 25920. |

portio 38. ad 2. est maior quàm  $R.$  1445  
ad  $R.$  5. & proportio 161. ad 2. est maior  
quàm  $R.$  25920. ad  $R.$  5. & ita in his quæ  
pertinent ad rem & sua producta regula est  
generalis, quòd proportio est maior ex par-  
te minore, & minor ex maiore, ideo si in  
binomio vel reciso, quod est res, sit nume-  
rus maior pars tunc proportio radicum est  
maior, & si maior pars est  $R.$  tunc propor-  
tio numerorum est maior.

Et hæc eadem regula seruit comparando  
censum ad censum census, quoniam in pri-  
mo & quarto binomio & recisis suis maior  
est



# Cap. XVII. De proprietatibus, &c. 321

est proportio  $\frac{1}{2}$  ad  $\frac{1}{2}$  quam numeri ad numerum : in secundo autem & quinto binomio & suis recisis maior est proportio numeri ad numerum quam  $\frac{1}{2}$  ad  $\frac{1}{2}$  quia census habet locum rei & ce. ce. habet locum census.

3 In cubis autem & censibus eiusdem rei est alia ratio, nam semper est maior proportio  $\frac{1}{2}$  cubi ab  $\frac{1}{2}$  quadrati quam numeri cubi ad numerum quadrati, & hoc in binomio primo, secundo, quarto, & quinto & suis recisis, ideo regula est generalis. Velu-

|             |       |       |
|-------------|-------|-------|
| Res, 3.     | p. R. | 2.    |
| Census, 11. | p. R. | 72.   |
| Cubus, 45.  | p. R. | 1682. |

---

|                 |       |     |
|-----------------|-------|-----|
| Res, R. 5.      | m.    | 2.  |
| Census, 9.      | m. R. | 80. |
| Cubus, R. 1445. | m.    | 38. |

ti capio rem in quarto binomio, quæ sit 3. p.  $\frac{1}{2}$ . 2. & eius census sit 11. p.  $\frac{1}{2}$ . 72. & cubus sit 45. p.  $\frac{1}{2}$ . 1682. Proportio  $\frac{1}{2}$ . 1682. ad  $\frac{1}{2}$ . 72. est vt. 29. ad 6. & hæc est maior quam 45. ad 11. & similiter ponatur res  $\frac{1}{2}$ . 5. m. 2. & est recisum quintum, & erit eius census 9. m.  $\frac{1}{2}$ . 80. & cubus  $\frac{1}{2}$ . 1445. m. 38. proportio  $\frac{1}{2}$ . 1445. ad  $\frac{1}{2}$ . 80. est veluti 17. ad 4. & hæc est maior quam 38. ad 9. cum illa sit quadrupla sexquiquarta, hæc verò est aliquantulo minor, nam proportio  $\frac{1}{2}$  ad 9. est quadrupla sexquiquarta, igitur proportio 38. ad 9. est minor quadrupla sexquiquarta.

4 In cubis & cen. cen. in primo, secundo, quarto & quinto binomiis & recisis, semper est maior proportio numeri cen. cen. ad numerum cubi, quam  $\frac{1}{2}$  cen. cen. ad  $\frac{1}{2}$  cubi, & est conuersum precedentis considerationis veluti sit res 3. p.  $\frac{1}{2}$ . 2. erit cu-

|              |             |
|--------------|-------------|
| Res, 3.      | p. R. 2.    |
| Cubus, 45.   | p. R. 1682. |
| ce. ce. 193. | p. R. 8712. |

---

|                 |              |
|-----------------|--------------|
| Res, R. 5.      | p. 2.        |
| Cubus, R. 1445. | p. 38.       |
| ce. ce. 161.    | p. R. 25920. |

bus 45. p.  $\frac{1}{2}$ . 1682. & ce. ce. 193. p.  $\frac{1}{2}$ . 8712. est igitur proportio 193. ad 45. veluti  $\frac{1}{2}$  ad 1. & hæc est maior quam  $\frac{1}{2}$ . 8712. ad  $\frac{1}{2}$ . 1682. quæ est vt 66. ad 29. proportio igitur 193. numeri ce. ce. ad 45. numerum cubi est maior quam 66. ad 29. qualis est proportio  $\frac{1}{2}$  ce. ce. ad  $\frac{1}{2}$  cubi.

Et similiter in alio exemplo, proportio 161. numeri cen. ce. ad 38. numerum cubi est vt  $\frac{1}{2}$  ad 1. sed proportio  $\frac{1}{2}$ . 25920.  $\frac{1}{2}$  ce. ce. ad  $\frac{1}{2}$ . 1445. est veluti  $\frac{1}{2}$  ad 1. & hæc est minor quam  $\frac{1}{2}$  quia vnitas remanet eadem &  $\frac{1}{2}$  est plus quam  $\frac{1}{2}$  ablato enim 4. de communi  $\frac{1}{2}$  est plus quam  $\frac{1}{2}$  nam cum multiplicauerimus 17. in 38. fit 646. cuius si accipimus  $\frac{1}{2}$  erunt  $\frac{1}{2}$  nam  $\frac{1}{2}$  de 646. est 17. igitur  $\frac{1}{2}$  sunt  $\frac{1}{2}$  per idem  $\frac{1}{2}$  sunt  $\frac{1}{2}$ , igitur  $\frac{1}{2}$  sunt plus

quam  $\frac{1}{2}$  & ita proportio numeri ad numerum in cen. cen. comparatis ad cubos semper est maior quam  $\frac{1}{2}$  ad  $\frac{1}{2}$ . & ita posses per has regulas procedere in infinitum.

Et meminisse debes eius quod dictum est in capitulo quod in secundo & quinto binomiis ac recisis census ac ce. ce. & cen. cu. & ita vsque in infinitum vnâ semper intermissâ denominatione sunt dissimiles suis rebus, quoniam talia producta ex dicta regula semper sunt binomium aut recisum primum, sed res ipsa supponitur ex secunda vel quinta specie binomij vel recisi, igitur sunt dissimilia : Cubus verò &  $\frac{1}{2}$  p<sup>m</sup> &  $\frac{1}{2}$  2<sup>m</sup> & ita in infinitum, vnâ semper intermissâ denominatione semper in omnibus 6. speciebus binomiorum & recisorum sunt similes iuis rebus & etiam inter se, ita quod si res est in tertia specie binomiorum erit etiam cubus &  $\frac{1}{2}$  p<sup>m</sup> &  $\frac{1}{2}$  2<sup>m</sup> in tertia specie binomiorum, & ita vsque in infinitum, & hoc pendet ex tertia proprietate capituli quartidecimi.

Cum volueris scire an  $\frac{1}{2}$  cu.  $\frac{1}{2}$ . 108. p. 5 10. m.  $\frac{1}{2}$  cu.  $\frac{1}{2}$ . 108. m. 10. Inueniatur in binomio, scias quod eadem est ratio inueniendi  $\frac{1}{2}$  cu.  $\frac{1}{2}$ . 108. p. 10. &  $\frac{1}{2}$ . 108. m. 10. quadra igitur  $\frac{1}{2}$ . 108. fit 108. quadra 10. fit 100. Si igitur differentia 108. & 100. quæ est 8. non esset numerus cubus, dico quod tale binomium non habet  $\frac{1}{2}$  cu. & quia 8. habet  $\frac{1}{2}$  cu. quod est 2. tripla igitur semper ipsam  $\frac{1}{2}$  cu. quod est 2. fit 6. Quare igitur an detur aliquis numerus minor quarta parte 10. & est 1. cuius  $\frac{1}{2}$  cu. quod est etiam 1. ducta per 6. & detracta à 10. quia 10. est minor  $\frac{1}{2}$ . 108. vel addita ad 10. vbi 10. esset maior  $\frac{1}{2}$ . 108. faciat quadruplum numeri primò inuenti, quod fuit 1. quia igitur ducto 1.  $\frac{1}{2}$  cu. 1. per 6. fit 6. qui detractus à 10. relinquit 4. quadruplum 1. erit 1. pars binomij. Quadra eam fit 1. adde ei 2.  $\frac{1}{2}$  cu. differentia (quia 10. est minor  $\frac{1}{2}$ . 108.) fit 3. huius accipe  $\frac{1}{2}$  quæ est  $\frac{1}{2}$ . 3. & adde ad 1. fiet  $\frac{1}{2}$  cu.  $\frac{1}{2}$ . 108. p. 10. hoc  $\frac{1}{2}$ . 3. p. 1. & ita  $\frac{1}{2}$  cu.  $\frac{1}{2}$ . 108. m. 10. esset  $\frac{1}{2}$ . 3. m. 1. quare sequitur vt  $\frac{1}{2}$  v. cu.  $\frac{1}{2}$ . 108. p. 10. m.  $\frac{1}{2}$  v. cu.  $\frac{1}{2}$ . 108. m. 10. fit  $\frac{1}{2}$ . 3. p. 1. m.  $\frac{1}{2}$ . 3. m. 1. quod est dicere 2.

Similiter dices quod  $\frac{1}{2}$ . 5. p. 2. est  $\frac{1}{2}$  cu.  $\frac{1}{2}$ . 1445. p. 38. nam  $\frac{1}{2}$  cu. differentia quadratorum quæ est 1. triplata facit 3. &

| Binomia,                     | Differ. | $\frac{1}{2}$ cu. diff. | $\frac{1}{2}$ cu. bin.   |
|------------------------------|---------|-------------------------|--------------------------|
| $\frac{1}{2}$ . 108. p. 10.  | 8.      | 2.                      | $\frac{1}{2}$ . 3. p. 1. |
| $\frac{1}{2}$ . 1445. p. 38. | 1.      | 1.                      | $\frac{1}{2}$ . 5. p. 2. |
| 26. p. $\frac{1}{2}$ . 675.  | 1.      | 1.                      | 2. p. $\frac{1}{2}$ . 3. |
| 45. p. $\frac{1}{2}$ . 1682. | 343.    | 7.                      | 3. p. $\frac{1}{2}$ . 2. |

hic multiplicatus per 2.  $\frac{1}{2}$  cu. 8. minorem quartâ parte 38. facit 6. qui detractus à 38. relinquit 32. quadruplum cubi 2. Igitur dicemus quod 2. est pars minor, quadra eam fit 4. adde ei 1.  $\frac{1}{2}$  cu. differentia, habebis 5. cuius  $\frac{1}{2}$  est maior pars binomij, & per idem  $\frac{1}{2}$ . 5. m. 2. erit  $\frac{1}{2}$  cu.  $\frac{1}{2}$ . 1445. m. 38. Quod si numerus sit maior  $\frac{1}{2}$  vt volo  $\frac{1}{2}$  cu. 45. p.  $\frac{1}{2}$ . 1682. differen-

tia



tia quadratorum est 343. cuius  $R.$  cu. est 7. Hæc debet triplari fit 21. multiplica igitur per  $R.$  cu. alicuius numeri maioris quarta parte 45. ita quod productum additum ad 45. æquetur quadruplo illius numeri, & erit 27. numerus ille cuius  $R.$  cu. quæ est 3. ducta in 21. facit 63. qui additus ad 45. facit 108. quadruplum 27. Igitur  $R.$  cu. 27. est maior pars binomij, quia numerus est maior, & pro minore parte quadra 3. fit 9. detrahe 7.  $R.$  cu. differentia, remanet 2. cuius  $R.$  est minor pars, & ita  $R.$  cu. 45.  $m.$   $R.$  1682. erit 3.  $m.$   $R.$  2. Eodẽ modo  $R.$  cu. 26.  $p.$   $R.$  675. est 2.  $p.$   $R.$  3. &  $R.$  cu. 26.  $m.$   $R.$  675. est 2.  $m.$   $R.$  3.

Ex his scies quando capitula cubi & cen. vel cubi & rerum æqualium numero vel cubi æqualis rebus & numero, vel censibus & numero, peruenient ad numerum vel ad binomium, nam prima duo exempla in quibus  $R.$  est maior numero seruiunt capitulo cubi & rerum æqualium numero, & duo exempla vltima seruiunt reliquis tribus capitulis, veluti si dico, 1. cu. æquatur 3. co.  $p.$  18. res valet  $R.$  v. cu. 9.  $p.$   $R.$  80.  $p.$   $R.$  v. cu. 9.  $m.$   $R.$  80. at  $R.$  v. cu. 9.  $p.$   $R.$  80. est  $1\frac{1}{2}$   $p.$   $R.$   $1\frac{1}{4}$  quia 3. quod est triplum 1.  $R.$  cu. differentia quadratorum ductum in  $1\frac{1}{2}$  facit  $4\frac{1}{2}$  quod additum ad 9. facit  $13\frac{1}{2}$  quadruplum cubi de  $1\frac{1}{2}$  qui est  $3\frac{1}{8}$ . Igitur per per idem  $R.$  v. cu. 9.  $m.$   $R.$  80. est  $1\frac{1}{2}$   $m.$   $R.$   $1\frac{1}{4}$ . Igitur  $R.$  v. cu. 9.  $p.$   $R.$  80.  $p.$   $R.$  v. cu. 9.  $m.$   $R.$  80. est  $1\frac{1}{2}$   $p.$   $R.$   $1\frac{1}{4}$   $p.$   $1\frac{1}{2}$   $m.$   $R.$   $1\frac{1}{4}$  quod est 3.

## CAPVT XVIII.

*De aliquibus Premittendis necessariis.*

**P**RIMUM est ex duabus  $R.$  simul iunctis non fit numerus, nam si coniunctæ fuerint duæ superficies mediales commensurabiles, latus tetragonum erit linea medialis per nonam & vigesimam primam decimi Euclidis: si verò fuerint incommensurabiles, igitur latus potens in totam superficiem, est aut bimediale secundum, aut linea potens in duo medalia per sexagesimam sextam decimi Euclidis, constat igitur quod non erit numerus, quia  $R.$  numeri non est nec linea medialis, nec bimediale secundum, nec linea potens in duo medalia, sed linea potentia tantum rationalis.

Secundum notandum, nec  $R.$  à  $R.$  detracta potest residuare numerum, nam vel sunt commensurabiles, igitur erit etiam residuum commensurabile toti, igitur erit  $R.$  eo quod omnis superficies communicans mediali est medialis per eandem vigesimam primam decimi Euclidis: vel sunt incommensurabiles, & tunc  $R.$  residui est vel residuum mediale secundum, vel quæ cum mediali constituit mediale per centesimam quintam decimi Euclidis, quar: non potest tale residuum esse numerus.

Tertium notandum quod cum volueris inuenire regulas aliquas capitulorum algebrae vniuersales, aut condere ipsa capitula debes facere hoc per viam binomiorum &

non simplicium numerorum, dato quod velis etiam experiri in numeris rationalibus. Exemplum, si quis dicat 1.  $p.$   $R.$   $p.$  10. æquatur 21. co. tunc tu scis quod valet rei est 2. non tamen experieris facere regulam cum 2. sed diuide 2. in duas partes, quarum vna sit  $R.$  alia numerus, & dices quod valet rei est utpote  $1\frac{1}{2}$   $p.$   $R.$   $\frac{1}{4}$  nam hoc binomium æquualet 2. Regula igitur quæ perducet te ad hanc æquationem cum hoc binomio  $1\frac{1}{2}$   $p.$   $R.$   $\frac{1}{4}$  licet sit improprie binomium, talis regula habebit aliquam vniuersalitem, & hoc nota bene, quia hæc est clavis totius Arithmetice tam ampla ut per ipsam possis peruenire ad omnem solutionem cuiuslibet quæstionis quantumcunque arduæ.

Quantum notandum est quod in tertio & sexto binomio & suis recisis radix & cubi, & relatum primum & relatum secundum, & omnes denominationes pares, id est vnâ semper intermissâ denominatione, habent partes inuicem communicantes, impares etiam inter se habent partes communicantes veluti cen. cum ce. ce. & cum ce. cu. sed pares non communicant cum imparibus, veluti partes rei non communicant cum partibus census, nec partes cen. cum partibus cubi.

Quintum notandum, subiecta capitulorum sunt per se vsque ad cubum duodecim, primum est binomium primum & quartum, ut 7.  $p.$   $R.$  2. Secundum est recisum primum, & quartum, ut 7.  $m.$   $R.$  2. Tertium est binomium secundum & quintum, ut  $R.$  7.  $p.$  2. Quartum est recisum secundum & quintum, ut  $R.$  7.  $m.$  2. Quintum est binomium cubicum simplex, ut  $R.$  cu. 32.  $p.$   $R.$  cu. 2. vel vniuersale ut  $R.$  cu. v.  $p.$   $R.$  17.  $p.$   $R.$  v. cu. 5.  $m.$   $R.$  17. & in hoc animaduerte, quod semper componuntur ex binomio primo vel quarto cum suo reciso. Sextum est recisum cubicum simplex, ut  $R.$  cu. 9.  $m.$   $R.$  cu. 3. vel est recisum vniuersale cubicum, ut  $R.$  v. cu.  $R.$  33.  $p.$  5.  $m.$   $R.$  v. cu.  $R.$  33.  $m.$  5. Et in hoc animaduerte quod semper componuntur ex binomio secundo vel quinto cum suo reciso. Septimum est trinomium ex binomio duarum  $R.$  v. cubarum primi vel quarti binomij cum suo reciso, & tertia pars est  $R.$  numeri producibilis ex multiplicatione dictarum partium inuicem detracta ab illo binomio, veluti  $R.$  v. cu.  $9\frac{1}{2}$   $p.$   $R.$   $89\frac{1}{4}$   $p.$   $R.$  v.  $9\frac{1}{2}$   $m.$   $R.$   $89\frac{1}{4}$   $m.$  1. 1. Octauum est trinomium quod constat ex duabus  $R.$  v. cubicis vel simplicibus, & tertia parte quæ est  $R.$  numeri qui producitur ex vna parte  $R.$  cubice, in aliam veluti  $R.$  cu.  $65\frac{67}{125}$   $p.$   $R.$  cu.  $\frac{32}{125}$   $p.$   $1\frac{3}{5}$ . Nonum est recisum secundum mixtum, cuius vna pars, est  $R.$  cu. alia numerus, ut  $R.$  cu. 30.  $m.$  2. Decimum est binomium secundum mixtum, cuius vna pars est  $R.$  cu. alia numerus, ut  $R.$  cu. 30.  $p.$  2. Vndecimum est binomium primum mixtum, cuius vna pars est numerus, alia  $R.$  cu. ut 3.  $p.$   $R.$  cu. 2. Duodecimum est recisum primum mixtum cuius vna pars est numerus, alia  $R.$  cu. veluti 3.  $m.$   $R.$  cu. 2. ut in figura vides.

Subiecta



# Cap. XVIII. De aliq. præmit. &c. 323

## Subiecta artis.

Binomium primum vel quartum, 7. p. R. 2.  
 Recisum primum vel quartum, 7. m. R. 2.  
 Binomium secundum vel quintum, R. 7. p. 2.  
 Recisum secundum vel quintum, R. 7. m. 2.  
 Binomium cubicum simplex, R. cu. 32. p.  
 R. cu. 2. vel vniuersale, R. v. cu. 5. p. R.  
 17. p. R. v. cu. 5. m. R. 17.  
 Recisum cubicum simplex, R. cu. 9. m. R.  
 cu. 3. vel vniuersale R. v. cu. R. 33. p.  
 5. m. R. v. cu. R. 33. m. 5.  
 Trinomium recisum vniuersale, R. v. cu.  
 $9\frac{1}{2}$  p. R.  $89\frac{1}{4}$  p. R. v. cu.  $9\frac{1}{2}$  m. R.  $89\frac{1}{4}$   
 m. l. 1.  
 Trinomium vniuersale vel simplex, R. cu.  
 $65\frac{67}{125}$  p. R. cu.  $\frac{32}{125}$  p.  $1\frac{1}{5}$ .  
 Recisum cubicum mixtum secundum, R.  
 cu. 30. m. 2.  
 Binomium cubicum mixtum secundum, R.  
 cu. 30. p. 2.  
 Binomium primum mixtum cubicum, 3. p.  
 R. cu. 2.  
 Recisum primum mixtum cubicum, 3. m.  
 R. cu. 2.

Sunt & plura alia genera æquationum, quæ propter tedium dimittimus, his autem omnibus duodecim generaliter vtemur.

Sextum notandum quod postquam homo cognouerit capitula vsque ad cubum & sunt 19. tunc habet sufficientiam totius artis, quoniam vsque ad cubum inuenitur differentia in natura rerum: nam dantur lineæ, superficies, & corpora: & lineæ correspondent rebus: superficies censibus: corpora cubis; si igitur tradiderimus sufficienter de his erit cognitum quod est necessarium, verum quod superaddidimus vltra, est ad voluptatem, non ad effectum rei deducenda in opus. Capitula verò deriuatiua non sunt per se, sed per accidens, etiam quod sint vniuersalia.

Septimum notandum est quod cum fuerint denominationes extremæ æquales extremis, semper æquatio erit vna tantum, & casus possibilis quotquot fuerint denominationes: Cum verò denominationes inter mediæ fuerint æquales extremis, tunc semper erunt plures æquationes in quæsito, & casus poterit cum hoc etiam esse impossibilis.

Exemplum primi, 1. cen. æqualis 3. co. p. 10. vel 10. æqualia 1. cen. p. 3. co. vel 1. cu. æqualis 3. cen. p. 6. vel 6. æquales 1. cu. p. 3. cen. vel 1. cu. æqualis 4. co. p. 10. vel 1. cu. p. 10. co. æqualia 20. vel 1. cu. p. 3. cen. æqualia 7. co. p. 20. vel 1. cu. æqualis 3. cen. p. 7. co. p. 20. vel 1. cen. cen. p. 3. cu. p. 7. cen. æqualia 10. vel æqualia 20. co. p. 10. in omnibus enim his non potest verificari quæsitum, nisi in vna certa quantitate & casus est semper possibilis. Si verò dicat 1. cen. p. 10. æquatur 6. co. vel 1. cu. p. 10. æquatur 6. cen. vel 6. co. vel 1. cu. p. 10. æquatur 10. cen. p. 3. co. vel 1. ce. ce. p. 3. cu. p. 10. æquatur 2. cen. p. 5. co. in omnibus talibus in quibus æquationes extremæ æquantur intermediis casus potest verificari plusquam in vna certa quantitate, videlicet in duabus, vel

etiam aliquando pluribus & quæsitum potest esse etiam impossibile sicut apparet, si quis dicat 1. cen. p. 10. æquatur 3. co. vel 1. cu. p. 12. æquatur 4. co. & ita in reliquis, & hoc bene nota. Scias etiam quod aliquando non habent nisi vnam æquationem tantum, sed hoc est per accidens, nam naturaliter habent aut plures æquationes, aut nullam quando casus est impossibilis.

## CAPVT XIX.

De proprietatibus tertii & sexti binomij & recisi, & inhabilitate ad capitula.

**P**RIMò igitur dico quod in tertio & sexto binomio & reciso non verificatur aliquod capitulum algebræ, nec de inuentis nec de non inuentis vsque in infinitum: Nam oportet scire quod ex duabus R. simplicibus iunctis, nunquam prouenit numerus, cum ex duabus superficiebus simpliciter medialibus siue communicantes sint siue non, non possit fieri superficies rationalis. Hoc igitur stante cum in tertio & sexto binomio & reciso sit res habens duas R. veluti dicendo R. 7. p. R. 5. vel igitur res iuncta censui vel cen. ce. vel cu. ce. æquatur numero, & hoc esse non potest, quia census est binomium primum. Et similiter omnes sequentes deoominationes, intermissa vna vt vides. Cum igitur iunxerimus, gratiæ exempli, R. 5. p. R. 2. cum 7. p. R. 40. aut cum 89. p. R. 7840. non poterit aliqua illarum R. incorporari cum sua maiore

|               |               |         |
|---------------|---------------|---------|
| Res, R. 5.    | p. R. 2.      | 2.      |
| census, 7.    | p. R. 40.     | 40.     |
| cen. ce. 89.  | p. R. 7840.   | 7840.   |
| cu. ce. 1183. | p. R. 349690. | 349690. |

quia non sunt in proportionem numeri quadrati ad numerum quadratum, & dato quod incorporarentur superessent duæ R. quæ per suppositum iunctæ non possunt facere numerum, igitur res cum censu aut cum cen. cen. aut cum cu. ce. non potest æquari numero, quia non potest facere numerum.

Dico etiam quod res detracta ab illis non potest facere numerum, quia dato etiam quod essent commensurabiles ex vna parte R. 5. vel R. 2. vtpote cum R. 349690. R. 5. est incommensurabilis R. 2. ex diffinitione binomij declarata supra in capitulo primo, sequitur quod detracta altera à R. 349690. remanebit reliqua. Vtpote si R. 5. esset commensurabilis R. 349690. ita quod sumpta 264. vicibus æquaretur illi, tunc detractis 264. rebus ex vno cubo census remaneret 1183. m. R. 139876. quod esset 264. R. 2. dato quod 264. foret R. 69938. quare non poterit res addita aut diminuta ab aliquo illorum æquari numero in tertio vel sexto binomio vel reciso.

Quod si dicas quod census potest æquari censui



cenſui ce. & numero, & ita de aliis reſpon-  
deo quòd ibi non ingreditur binomium  
tertium aut ſextum nec reciſum, imò tunc  
ce. eſt reſ, & ce. ce. fit cenſus, & ſunt in bi-  
nomio primo.

Nec etiam poteſt fieri talis æquatio rei  
cum cubo, aut cum Relato primo & nu-  
mero, quia vt vides omnes ſunt R. igitur  
non poteſt per additionem fieri numerus ex  
primo ſuppoſito, nec per diminutionem,  
eo quòd dato quòd R. 5. fit commensura-  
bilis R. 605. eſt enim  $\frac{1}{11}$  eius. Et ſimiliter

|                               |            |       |         |
|-------------------------------|------------|-------|---------|
| Res, R.                       | 5.         | p. R. | 2.      |
| cubus, R.                     | 605.       | p. R. | 578.    |
| R <sup>m</sup> p <sup>m</sup> | R. 105125. | p. R. | 104882. |

R. 2. eſt commensurabilis R. 578. quia eſt  
 $\frac{1}{17}$  eius vt patet ex regula cubandi binomia  
ſuccintè datà ſuperiùs. Et ſimiliter R. 5.  
eſt  $\frac{1}{143}$  de R. 105125. & R. 2. eſt  $\frac{19}{2220}$  de R.  
104882. vt patuit in notando de genera-  
tione relati, quia tamen ſi auferatur R. de  
R. dato quod ſint commensurabiles aut nihil  
remanet aut quantitas ſurda, igitur reſ cum  
numero non poteſt æquari cubo aut relato  
primo, & ſic in infinitum in binomio aut  
reciſo tertio vel ſexto.

Et eadem ratione patet quòd nec cubus  
cum numero poterit æquari relato primo,  
vt patet per eandem rationem, nec relatum  
primum cum numero poterit æquari cubo  
& ſic in infinitum.

Nec etiam poterunt denominationes ta-  
bulæ ſuperioris æquari denominationibus  
tabulæ huius, ita quòd ſuperſit numerus  
vtpote cenſus & numerus non poterunt  
æquari cubo. Patet quoniam in denomina-  
tionibus ſuperioribus eſt tantum vna pars  
R. reliqua eſt numerus. In his autem deno-  
minationibus ambæ partes ſunt R. igitur,  
nec additæ nec detractæ poterunt conflare  
numerum. Relinquitur igitur quòd tam ter-  
tium quàm ſextum binomium & reciſum  
ſunt inutilia ad capitula omnia algebræ vſ-  
que in infinitum.

Ex hoc patet quòd ſi quis proponat quæ-  
ſtionem prouenientem in ligata R. quo ad  
æquationem quod tale capitulum non ha-  
bet ſolutionem niſi quatenus duæ R. liga-  
tæ habent locum numeri.

Dico tamen quòd per accidens ſiunt  
æquationes in tertio & ſexto binomio &  
ſuis reciſis, & etiam in quantitatis vni-  
uerſalibus ligatis, & eſt quod cum in ali-  
quo capitulo fuerit numerus rerum, aut cu-  
borum in R. alicuius numeri, tunc æqua-  
tio cadet extra binomia & reciſa regularia.

Et ſit exemplum primò hoc, 1. cen. æ-  
quatur rebus R. 8. p. 10. dimidia R. 8.  
fit R. 2. quadra fit 2. adde. ad 10. fit 12.  
cape R. quæ eſt R. 12. ei adde dimidium  
rerum, fiet valor rei R. 12. p. R. 2. quod  
eſt binomium ſextum.

Et ſimiliter ſi dicam 10. æquatur 1. cen.  
p. R. 8. rerum, dimidia R. 8. fit R. 2. qua-  
dra fit 2. adde ad 10. fit 12. Et R. 12. m.  
R. eſt 2. valor rei, & eſt reciſum ſextum. Et  
poſſes facere eam R. ſimplicem, veluti 16.

æquatur R. 8. rerum p. 1. cen. tunc reſ ef-  
ſet R. 18. m. R. 2. quod eſt R. 8.

## C A P V T XX.

*De numero capitulorum quærendorum.*

**D**E ſimplicibus autem capitulis quo-  
niam per ſe nota ſunt ex capitulo  
quadrageſimo ſeptimo nunc dicendum non  
eſt. Capitula autem compoſita quæ ſecun-  
dum communem conſiderationem ad vſum  
venire poſſunt, ſunt 99. è quibus 9. dicun-  
tur triplicia neceſſaria deriuatiua, 6. tripli-  
cia non neceſſaria, 6. triplicia non neceſſa-  
ria deriuatiua, 7. quadruplicia neceſſaria,  
7. quadruplicia neceſſaria deriuatiua, 21.  
quadruplicia prætermiſſa, 21. quadruplicia  
prætermiſſa deriuatiua, 5. quincuplicia, 5.  
quincuplicia deriuatiua.

*Nonem Capitula triplicia neceſſaria.*

- † Cen. & reſ æqualia numero.
- † Cen. & numerus æqualia rebus.
- † Reſ & numerus æqualia cenſibus.
- † Cubus & reſ æqualia numero.
- † Cubus & numerus æqualia rebus.
- † Reſ & numerus æqualia cubis.
- † Cubus & cen. æqualia numero.
- † Cubus & numerus æqualia cenſibus.
- † Cen. & numerus æqualia cubis.

*Duodecim Capitula triplicia neceſſaria  
deriuatiua.*

- † Cenſus cenſus & cenſus æqualia numero.
- † Cenſus cenſus & numerus æqualia cen-  
ſibus.
- † Cenſus & numerus æqualia cenſibus cen-  
ſus.
- † Cubus cenſus & cenſus æqualia numero.
- † Cubus cenſus & numerus æqualia cenſi-  
bus.
- † Cenſus & numerus æqualia cubo cenſus.
- † Cubus cenſus & cenſus cenſus æqualia  
numero.
- † Cubus cenſus & numerus æqualia cenſi-  
bus cenſus.
- † Cenſus cenſus & numerus æqualia cubo  
cenſus.
- † Cen. cen. cen. & cen. cen. æqualia nu-  
mero.
- † Cen. cen. cen. & numerus æqualia cenſi-  
bus cenſus.
- † Cen. cen. & numerus æqualia cen. cen.  
cen.

*Sex Triplicia non neceſſaria.*

- \* Cenſus cenſus & reſ æqualia numero.
- \* Cenſus cenſus & numerus æqualia rebus.
- \* Reſ & numerus æqualia cenſibus cen-  
ſuum.
- \* Cenſus cenſus & cubus æqualia numero.
- \* Cenſus cenſus & numerus æqualia cubo.
- \* Cubus & numerus æqualia cenſui cen-  
ſus.



# Cap. XX. De numero Capit. quær. 325

## *Sex Triplicia non necessaria deriuatiua.*

- \* Cen. cen. cen. & census æqualia numero.
- \* Cen. cen. cen. & numerus æqualia censibus.
- \* Census & numerus æqualia cen. cen. cen.
- \* Cen. cen. cen. & cen. cubi æqualia numero.
- \* Cen. cen. cen. & numerus æqualia cen. cubi.
- \* Cen. cubi & numerus æqualia cen. cen. cen.

## *Septem Quadruplicia necessaria.*

- \* Cubus & census & res æqualia numero.
- Cubus & census & numerus æqualia rebus.
- Cubus & res & numerus æqualia censibus.
- Census & res & numerus æqualia cubis.
- Cubus & census æqualia rebus & numeris.
- \* Cubus & res æqualia censibus & numero.
- Cubus & numerus æqualia censibus & rebus.

## *Septem Quadruplicia necessaria deriuatiua.*

- \* Cubus census, & census census & census æqualia numero.
- Cubus census, & census census & numerus æqualia censibus.
- Cubus census, & census & numerus æqualia censibus census.
- Census census, & census & numerus æqualia cubo census.
- Cubus census, & census census æqualia censibus & numero.
- \* Cubus census & census æqualia censibus census & numero.
- Cubus census & numerus æqualia censibus census & censibus.

## *21. Quadruplicia prætermissa.*

- Cen. cen. & cen. & res æqualia numero.
- Cen. cen. & cen. & numerus æqualia rebus.
- Cen. cen. & res & numerus æqualia censibus.
- Cen. & res & numerus æqualia cen. cen.
- Cen. cen. & census æqualia rebus & numero.
- Cen. cen. & res æqualia censibus & numero.
- Cen. cen. & numerus æqualia censibus & rebus.
- Cen. cen. & cubi & res æqualia numero.
- Cen. cen. & cubi & numerus æqualia rebus.

Tom. IV.

- Cen. cen. & res & numerus æqualia cubis.
- Cubus & res & numerus æqualia censibus census.
- Cen. cen. & cubi æqualia rebus & numero.
- Cen. cen. & res æqualia cubis & numero.
- Cen. cen. & numerus æqualia cubis & rebus.
- Cen. cen. & cubi & census æqualia numero.
- Cen. cen. & cubi & numerus æqualia censibus.
- Cen. cen. & census & numerus æqualia cubis.
- Cubus & census & numerus æqualia cen. cen.
- Cen. cen. & cubi æqualia censibus & numero.
- Cen. cen. & census æqualia cubo & numero.
- Cen. cen. & numerus æqualia cubo & censibus.

21. Capitula quadruplicia prætermissa deriuatiua non posui, quia ex præcedentibus facilius cognoscuntur, & difficile est peruenire ad æquationem, & rarissime cadunt in usum.

## *Quinque Capitula quincuplicia prætermissa.*

- Cen. cen. & cubi & census & res æqualia numero.
- Cen. cen. & cubi & census & numerus æqualia rebus.
- Cen. cen. & cubi & res & numerus æqualia censibus.
- Cen. cen. & census & res & numerus æqualia cubis.
- Cubus & census & res & numerus æqualia censui census.

Reliqua etiam sua correspondentia deriuatiua quinque capitula non posui propter rationes superius adductas.

Meminisse autem oportet, quod cognito quocumque capitulo suum deriuatiuum ei correspondens subito cognoscitur, siue istud ex necessariis siue non, siue ex prætermisissis siue ex triplicibus, siue ex quadruplicibus, siue quincuplicibus, nam æquatio deriuatiui semper est æ. v. æquationis principalis, cuius exempla videbis in capitulo penultimo.

Est etiam aliud genus capitulorum quod vocatur assimilatorum & sunt 9. & sunt vniuersalia, & assimilantur primis 9. & cognoscuntur per illa sine difficultate & sunt hæc:

## *Novem Capitula vniuersalia assimilata.*

- † Cubus census & cubus æqualia numero.
- † Cubus census & numerus æqualia cubis.
- † Cubus & numerus æqualia cubo census.
- † Cubus cubi & cubus æqualia numero.

E e

† Cubus



- † Cubus cubi & numerus æqualia cubis.  
 † Cubus & numerus æqualia cubo cubi.  
 † Censui relati primi &  $R^m P^m$  æqualia numero.  
 † Censui relati primi & numerus æqualia  $R^o P^o$ .  
 †  $R^m P^m$  & numerus æqualia censui  $R^i$  primi.

Et nota quod ubi apponitur † talia capitula sunt vniuersaliter nota, ubi verò ponitur \* sunt particulariter nota tantum, ubi nihil, sunt ignota, licet possint cognosci per regulas huiuslibri; nos enim negleximus ob prolixitatem ponere regulas de singulis & etiam propter causam dictam in capitulo decimo octauo.

Summa igitur capitulorum vniuersaliter cognitorum est 30. & particulariter 16. omnia autem 46. exceptis simplicibus quæ nota sunt vsque in infinitum, vt apparet in libro practicæ capitulo 47.

## CAPVT XXI.

## De permutatione Capitulorum inuicem.

**S**CIENTIA quod capitula in quibus ingreditur cubus, sunt duo principalia & quatuor dependentia. Principalia sunt duo, cubus & res æqualia numero & cubus æqualis rebus & numero. Talia enim sunt cognita per se. Non principalia autem sunt cubus & numerus æqualia rebus, & cubus & censui æqualia numero, & cubus æqualis censui & numero, & cubus & numerus æqualia censibus; & modus est talis:

Cubus & res æquales numero in cubum æqualem censibus & numero, & è contrà.

Cubus æqualis rebus & numero in cubum & censum æqualia numero, & è contrà.

Cubus æqualis rebus & numero in cubum & numerum æqualia rebus, & è contrà.

Cubus & numerus æqualia rebus in cubum & numerum æqualia censibus, & è contrà.

Cen. cen. & numerus æqualia rebus in cen. cen. & numerum æqualia cubis & è contrà.

Cen. cen. & cubi æqualia numero in cen. cen. æqualem rebus & numero, & è contrà.

Cen. cen. & cen. & numerus æqualia rebus in cen. cen. & cen. & numerum æqualia cubis, & è contrà.

Cum igitur fuerit cubus æqualis censibus & numero, tunc ita conuerteris in capitulum cubi & rerum æqualium numero. Quadra numerum censuum, & cum eo diuide numerum quem habes, quod exit serua. Similiter diuide numerum quem habes per numerum censuum, quod exit est numerus rerum, multiplica numerum rerum in numerum quem seruasti, quod fit est numerus cui res inuentæ cum cubo æquantur.

Exemplum, 1. cu. æquatur 3. cen. p. 45.

diuide 45. per 3. numerum censuum, exit 15. numerus rerum, diuide 45. per 9. qua-

|                                 |         |          |
|---------------------------------|---------|----------|
| 1. cu.                          | 3. cen. | 45. res. |
|                                 | 9.      | 5.       |
|                                 | 5.      | 75.      |
|                                 |         | numerus; |
| 1. cu. p. 15. rebus æqualia 75. |         |          |

dratum numeri censuum, exit 5. multiplica 5. per 15. exit 75. numerus. Igitur dicemus quod 1. cu. p. 15. rebus æquatur 75.

Cum autem ex hac æquatione volueris scire priorem æquationem, diuide numerum rerum, vtpote 15. per æquationem cubi & rerum æqualium numero iam inuentam ex suo capitulo, & quod exit est valor rei in prima æquatione, id est, dum 1. cu. æquatur 3. cen. p. 45. cum igitur 1. cu. p. 15. rebus æquatur 75. valor rei vt videbitur erit  $R. v. cu. R. 153 \frac{1}{4} p. 37 \frac{1}{2} m. R. v. cu. R. 153 \frac{1}{4} m. 37 \frac{1}{2}$ . Diuide igitur 15. numerum rerum & exibat trinomium compositum ex duabus  $R. v. cubicis$  & tertiâ parte numero simul iunctis, quod erit valor rei de 1. cu. æquali 3. cen. p. 45.

Aliud exemplum, 1. cu. æquatur 3. cen. p. 36. diuide 36. per 3. numerum censuum,

|                                 |         |          |
|---------------------------------|---------|----------|
| 1. cu.                          | 3. cen. | 36. res. |
|                                 | 9.      | 4.       |
|                                 | 4.      | 48.      |
|                                 |         | numerus; |
| 1. cu. p. 12. rebus æqualia 48. |         |          |

exit 12. numerus rerum, diuide etiam 36. per 9. quadratum numeri censuum, exit 4. multiplica 4. in 12. fit 48. numerus. Dices igitur quod 1. cu. p. 12. rebus æquatur 48.

Cum igitur ex hac æquatione volueris habere æquationem priorem, habita æquatione de 1. cu. p. 12. co. æqualibus 48. per suum capitulum, & est  $R. v. cu. R. 640 p. 24 m. R. v. cu. R. 640 m. 24$ . diuides 12. numerum rerum per hoc binomium vniuersale cubicum, quod exit est valor rei de 1. cu. æquali 3. cen. p. 36.

Et hæc regula extrahitur ex decima nona quæstione inferius posita, nam ex eadem positione peruenimus ad cu. & co. æqualia numero, & habemus valorem secundæ quantitatis, & ad cen. & nu. æqualia cubo, & habemus valorem tertiæ quantitatis: & quia ex secundâ quantitate in tertiâ fit numerus producendus, igitur diuiso numero producendo per valorem secundæ quantitatis inuentum per regulam cu. & co. æqualium numero, exibat valor tertiæ quantitatis qui est valor rei quærendæ per capitulum cu. æqualis cen. & numero.

Exemplum, ponamus quod 1. cu. æquatur  $4 \frac{4}{5}$  cen. p.  $57 \frac{3}{5}$ ; Tu scis quod si quis proponat quæstionem talem, diuide  $2 \frac{1}{2}$  in duas partes, ita quod si addatur tertia in continua proportionalitate productum secundæ in tertiâ, erit 12. Si igitur ponatur tertia pars 1. co. & secunda  $\frac{12}{100}$  peruenies



# Cap. XXI. De permut. Capit. &c. 327

peruenies ad 1. cu. æqualem  $4\frac{4}{5}$  cen.  $\bar{p}$ .  $57\frac{3}{5}$ . Igitur diuiso  $57\frac{3}{5}$  per  $4\frac{4}{5}$  exit 12. numerus producendus, & diuiso  $57\frac{3}{5}$  per  $23\frac{1}{5}$  quod est quadratum de  $4\frac{4}{5}$  exit  $2\frac{1}{5}$ . Ecce quod reduxisti talem quæstionem ad primam quæstionem propositam, quam solves ponendo mediam quantitatem 1. co. & peruenies ad cu. & co. æqualia numero, & valor rei erit  $\bar{r}$ . cu. 32.  $\bar{m}$ .  $\bar{r}$ . cu. 2. & quia ex hac secunda quantitate in tertiam fit 12. igitur valor rei erit  $\bar{r}$ . cu.  $65\frac{67}{125}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . cu.  $\frac{32}{125}$   $\bar{p}$ .  $1\frac{4}{5}$  & ita habemus valorem rei de 1. cu. æquali  $4\frac{4}{5}$  cen.  $\bar{p}$ .  $57\frac{3}{5}$ . Et scias quod  $1\frac{1}{5}$  qui est tertia pars valoris rei est  $\frac{1}{5}$  de  $4\frac{4}{5}$  numeri censuum, & quod multiplicatio  $65\frac{67}{125}$  in  $\frac{32}{125}$  producit inuicem ducta  $16\frac{2144}{15625}$  cuius  $\bar{r}$ .  $4\frac{12}{125}$  est cubus de  $1\frac{1}{5}$  tertiæ partis numeri censuum.

2. Cum verò volueris reducere æquationem cubi & censuum æqualium numero ad æquationem cubi æqualis rebus & numero, accipe tertiam partem numeri censuum & cuba eam & adde numero proposito: Deinde quadra numerum censuum, & eius accipe tertiam partem & hoc est numerus rerum. Hunc numerum, etiam rerum, multiplica in tertiam partem numeri censuum, & productum detrahe ex numero prius aggregato, & residuum est numerus æquationis.

Pro valore autem rei, habito valore rei de 1. cu. æquali rebus & numero, detrahe à dicta æquatione tertiam partem numeri censuum, & fiet trinomium ex duabus radicibus cubicis simplicibus vel vniuersalibus iunctis & tertiâ parte, quæ est numerus per  $\bar{m}$ . & hoc est valor rei de 1. cu.  $\bar{p}$ . cen. æqualibus numero.

Exemplum, 1. cu.  $\bar{p}$ . 3. cen. æquatur 21. Volo reducere ad 1. cu. æqualia rebus & numero; Accipe  $\frac{1}{3}$  de 3. numeri censuum, quod est 1. cuba, fit 1. adde ad 21. fit 22. deinde quadra numerum censuum, fit 9. accipe  $\frac{1}{3}$  huius quadrati quod est 3. & hic est numerus rerum, hunc numerum rerum qui est 3. multiplicabimus in  $\frac{1}{3}$  numeri censuum quod est 1. fit 3. detrahe 3. à 22. prius seruato, fit 19. numerus. Habebimus igitur 1. cu. æqualem 3. co.  $\bar{p}$ . 19.

|                                       |                            |     |
|---------------------------------------|----------------------------|-----|
| 1. cu.                                | 3. cen.                    | 21. |
|                                       | 1. tertia pars,            | 1.  |
|                                       | 1. cubus eius,             | 22. |
|                                       | 9. quadratum cen.          |     |
|                                       | 3. tertia pars & sunt res, |     |
|                                       | 1. tertia pars censuum.    |     |
|                                       | 3. productum,              | 22. |
|                                       |                            | 3.  |
|                                       | numerus,                   | 19. |
| 1. cu. æqualis 3. co. $\bar{p}$ . 19. |                            |     |

Deinde pro æquatione, inuenta æquatione de 1. cu. æquali 3. co.  $\bar{p}$ . 19. & est  $\bar{r}$ . v. cu.  $9\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $89\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v. cu.  $9\frac{1}{2}$   $\bar{m}$ .

Tom. IV.

$\bar{r}$ .  $89\frac{1}{4}$  ab hoc binomio vniuersali cubi-co minue  $\frac{1}{3}$  numeri censuum quod est 1. remanebit valor rei de 1. cu.  $\bar{p}$ . 3. cen. æqualibus 21. Hoc trinomium  $\bar{r}$ . v. cu.  $9\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ .  $89\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v. cu.  $9\frac{1}{2}$   $\bar{m}$ .  $\bar{r}$ .  $89\frac{1}{4}$   $\bar{m}$ . l. 1.

Aliud, 1. cu.  $\bar{p}$ . 6. cen. æquatur 40. Volo reducere ad 1. cu. æquale rebus & numero; Accipe  $\frac{1}{3}$  de 6. numeri censuum

|  |                             |     |
|--|-----------------------------|-----|
| 1. cu.                                 | 6. cen.                     | 40. |
|  | 2. tertia pars,             | 8.  |
|  | 8. cubus eius,              | 48. |
|  | 36. quadratum censuum,      |     |
|  | 12. tertia pars & sunt res. |     |
|  | 2. tertia pars censuum.     |     |
|  | 24. productum               | 48. |
|  |                             | 24. |
|  | numerus,                    | 24. |
| 1. cu. æqualis 12. co. $\bar{p}$ . 24. |                             |     |

quod est 2. cuba, fit 8. adde ad 40. fit 48. deinde quadra 6. fit 36. accipe  $\frac{1}{3}$  de 36. quod est 12. & hic est numerus rerum: multiplica 12. in 2. quod est  $\frac{1}{3}$  numeri censuum, fit 24. detrahe 24. ex 48. remanet 24. pro numero, habes igitur 1. cu. æqualem 12. co.  $\bar{p}$ . 24.

Pro æquatione igitur sua, quære æquationem de 1. cu. æquali 12. co.  $\bar{p}$ . 24. & est per exemplum  $\bar{r}$ . v. cu. 12.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 80.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v. cu. 12.  $\bar{m}$ .  $\bar{r}$ . 80. & ab hac minue  $\frac{1}{3}$  numeri censuum, quod est 2. habebimus valorem rei de 1. cu.  $\bar{p}$ . 6. cen. æqualibus 40. esse hoc trinomium  $\bar{r}$ . v. cu. 12.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . 80.  $\bar{p}$ .  $\bar{r}$ . v. cu. 12.  $\bar{m}$ .  $\bar{r}$ . 80.  $\bar{m}$ . l. 2.

Et nota quod quandoque accidit vt numerus qui fit ex  $\frac{1}{3}$  quadrati censuum in  $\frac{1}{3}$  numeri censuum fit maior numero à quo detrahi debet, & tunc habes  $\frac{1}{3}$  quadrati census pro numero rerum æqualium 1. cu.  $\bar{p}$ . numero qui deficit. Veluti si 1. cu.  $\bar{p}$ . 12. cen. æquetur 56. tunc accipe  $\frac{1}{3}$  de 12. & cuba, fit 64. adde ad 56. fit 120. deinde quadra 12. fit 144. accipe  $\frac{1}{3}$  quod est 48. multiplica in 4. quod est  $\frac{1}{3}$  de 12. numeri censuum, fit 192. detrahe 192. ex 120. remanent 72.  $\bar{m}$ . habebis igitur 1. cu.  $\bar{p}$ . 72. æqualia 48. co. sequere æquationem vt in sua regula, quando res æquatur cubo & numeris, & habito valore rei, detrahe  $\frac{1}{3}$  numeri censuum ex eo valore, & residuum est valor rei quæsitæ, siue  $\bar{r}$ . census.

Alius modus conuertendi capitulum de cu. & cen. æqualia numero in capitulum cubi æqualis rebus & numero; Et hoc fiet accipiendo  $\bar{r}$ . numeri qui æquatur cubo & censibus & ipsam addes tot rebus quot erant census, & habebis cubum æqualem rebus & numero: Si autem volueris habere valorem rei, quando cubus & census æquantur numero per valorem rei cognitum quando cubus æquatur rebus & numero, diuides  $\bar{r}$ . numeri qui erat æqualis censibus & cubo per valorem rei inuentum in æquatione cubi æqualis rebus

Ee 2

&



& numero, & quod exit est valor rei in æquatione cubi & censuum æqualium numero.

Exemplum, 1. cu. p. 4. cen. æquatur 225. dices igitur 1. cu. æquatur 4. co. p. 15. Et similiter 1. cu. p. 2. cen. æquatur 441. igitur 1. cu. æquatur 2. co. p. 21. qui est 3. 441. Et similiter 1. cu. p. 3. cen. æquatur 20. igitur 1. cu. æquatur 3. co. p. 3. 20. Pro habenda igitur æquatione ponamus quod quando dico 1. cu. æquatur 2. co. p. 21. res sit 3. diuide 21. per 3. exit 7. valor rei de 1. cu. p. 2. cen. æqualis 441. Et ita si 1. cu. æquatur 4. co. p. 15. & valor rei est 3. diuide 15. per 3. exiit 5. valor rei de 1. cu. p. 4. cen. æqualis 225. Et eodem modo si 1. cu. p. 3. cen. æquatur 20. valor rei est 2. igitur cum 1. cu. æquatur 3. co. p. 3. 20. valor rei erit 3. 5. qui prouenit diuisa 3. 20. per 2.

Per contrarium autem si fuerit cubus æqualis rebus & numero, tunc quadra numeram & habebis cubum & census in numero rerum æqualia dicto quadrato. Deinde si habueris æquationem cubi & censuum æqualium dicto quadrato, & velis habere æquationem cubi æqualis rebus & numero, diuide ipsum numerum quem prius quadrasti siue numerum primæ æquationis, per valorem rei inuentum in secunda æquatione, quod exit est valor rei in prima æquatione.

Exemplum, 1. cu. æquatur 2. co. p. 21. dices igitur conuertendo igitur 1. cu. p. 2. cen. æquatur 441. Et similiter 1. cu. æquatur 4. co. p. 15. igitur 1. cu. p. 4. cen.

|                                |
|--------------------------------|
| 1. cu. æquatur 2. co. p. 21.   |
| 1. cu. p. 2. cen. æquatur 441. |
| 1. cu. æquatur 4. co. p. 15.   |
| 1. cu. p. 4. cen. æquatur 225. |

æquatur 225. qui est quadratum de 15. sicut 441. fuit quadratum de 21. Pro habendo autem valore rei, ponamus quod in æquatione de 1. cu. p. 2. cen. æqualium 441. res valeat 7. diuide 21. numerum qui est 3. 441. per 7. exit 3. qui est valor rei de 1. cu. æqualis 2. co. p. 21. Et similiter si in 1. cu. p. 4. cen. æqualis 225. valor rei esset 5. diuidemus 15. 3. 225. p. 5. & exiit 3. valor rei de 1. cu. æqualis 4. co. p. 15.

Conuersio autem cubi & numeri æqualium rebus in cubum æqualem rebus & numero, extrahitur per subtilem inuestigationem capituli cubandi binomia. Cum igitur fuerit 1. cu. p. nu. æqualia rebus, dices igitur 1. cu. æquatur rebus & nu. sub eisdem terminis. Veluti si dico 1. cu. p. 88. æquatur 53. co. igitur 1. cu. æquatur 53. co. p. 88. quare per vigesimam regulam vniuersalem habebimus valorem rei qui est 8. Pro habenda verò æquatione, diuide 8. per æqualia, & quadra, fit 16. & tripla, fit

48. detrahe 48. à 53. numero rerum, remanet 5. accipe 3. 5. & adde vel minue ad 4. dimidium rei, habebis 4. p. 3. 5. vel 4. m. 3. 5. & ita si 1. cu. p. 88. æquatur 53. co. res valet 4. m. 3. 5. vel 4. p. 3. 5. Et similiter si dicam 1. cu. p. 12. æquatur 34. co. dices igitur 1. cu. æquatur 12. p. 34. co. quare per regulam res valebit 6. accipe dimidium 6. quod est 3. quadra, fit 9. tripla, fit 27. detrahe ex 34. numero rerum, remanet 7. accipe 3. 7. & cam adde vel minue à dimidio rei quod est 3. habebimus valorem rei 3. p. 3. 7. vel 3. m. 3. 7. Si igitur 1. cu. p. 12. æquatur 34. co. res valet 3. p. 3. 7. vel 3. m. 3. 7.

Cum verò volueris conuvertere capitulum cubi & numeri æqualium censibus in capitulum cubi & numeri æqualium rebus, multiplica 3. cubam numeri in numerum censuum, quod fit est numerus rerum. Veluti 1. cu. p. 216. æqualia 27. cen. accipe 3. cu. 216. & est 6. multiplica in 27. numerum censuum, fit 162. co. dices igitur 1. cu. p. 216. æquatur 162. co. & tunc res erit non prima quantitas vt in prima æquatione, sed tertia, veluti quantitates sint 3. 6. 12. 24. in prima æquatione 1. cu. p. 216. æquatur 27. cen. res erat 3. & cen. 9. & cubus 27. in secunda æquatione res est 12. & cubus 1728. quare, &c.

Et per idem cum fuerit cubus & numerus æqualia rebus, diuide numerum rerum per 3. cubicam numeri, & habebis exiens numerum censuum, & ita erit cubus & numerus æqualia censibus, & vtrumque extrahitur ex trigesima secunda regula quinquagesimi primi capituli, & sicut in prima æquatione res erat tertia quantitas, hic erit prima, vnde habita vna æquatione, quadra 3. cubam numeri, quæ semper cadit in medio vtriusque æquationis, & quod fit diuide per æquationem secundam; si habes eam, exiit semper prima æquatio.

Ponamus igitur pro exemplo quod quis dicat 1. cu. p. 16. æquatur 6. cen. dico, debes accipere 3. cu. numeri & est 3. cu. 16. multiplica in 6. fit 3. cu. 3456. & ita dices quod 1. cu. p. 16. æquatur co. 3. cu. 3456. quod fit verum, tunc in prima æquatione res est 2. nam 1. cu. est 8. additis 16. fit 24. quod est æquale 6. cen. nam cen. est 4. Cum igitur ex regula 3. cu. numeri fit semper secunda quantitas, erit igitur 3. cu. 16. quantitas secunda: quare cum prima sit 2. quadra 3. cu. 16. fit 3. cu. 256. diuide per 2. exit 3. cu. 32. Habes igitur quod prima quantitas est 2. secunda 3. cu. 16. tertia 3. cu. 32. & hic debet esse valor rei in tertia æquatione. Quod sit verum 1. cu. de 3. cu. 32. est 32. additis 16. fit 1. cu. p. 16. totum 48. dico igitur quod co. 3. cu. 3456. sunt 48. nam res valet vt dictum est 3. cu. 32. multiplica igitur 3. cu. 32. in 3. cu. 3456.



# Cap.XXI. De permutat. Cap.&c. 329

cu. 3456. fit  $\frac{8}{1}$ . cu. 110592. Igitur cum talis  $\frac{8}{1}$ . cu. fit 48. præcisè patet intentum.

5 Cum verò cen. cen. æquatur rebus & numero, dices conuertendo igitur cen. cen. & res æquantur numero, & æquatio erit eadem, excepto quòd in prima erit binomium secundum vel quintum, & in secunda recisum secundum vel quintum; & ita valet è conuerso. Exemplum, 1. cen. cen. æquatur 72. co. p. 17. & valor rei est  $\frac{8}{5}$ . p. 2. Dices igitur 1. ce. ce. p. 72. co. æquatur 17. & res valebit  $\frac{8}{5}$ . m. 2. & è contrà, quare inuento vno capitulo, habes reliquum sine difficultate, & est hæc conuersio similis conuersioni capituli cen. & rerum æqualium numero in capitulum census, æqualis rebus & numero.

6 Cum verò cen. cen. & numerus æquantur cubis conuertetur capitulum in cen. cen. p. numero eodem æqualia rebus & è contrà.

Et similiter cum 1. cen. cen. æquatur cubis & numero, conuertetur capitulum in numerum eundem æqualem censui census & rebus & è contrà.

Et similiter si numerus æquatur censui census & cubis, conuertetur capitulum in cen. cen. æqualem rebus & numero eadem.

Et regula in omnibus est vna, ideo posui eam pro vpo capitulo, semper multiplica  $\frac{8}{1}$ . numeri in numerum cuborum, & quod fit est numerus rerum: vel è contrà si diuiseris numerum rerum per  $\frac{8}{1}$ . numeri, exibat numerus cuborum.

Exemplum, 1. cen. cen. æquatur 10. cu. p. 64. accipe  $\frac{8}{1}$ . 64. quæ est 8. multiplica in 10. numerum cuborum, fit 80. Dices igitur quod 64. æquatur 1. cen. cen. p. 80. co. & è contrà si diceres 1. cen. cen. p. 80. co. æquatur 64. accipe  $\frac{8}{1}$ . 64. quæ est 8. & cum ea diuide 80. numerum rerum, exit 10. numerus cuborum. Dices igitur quòd 1. cen. cen. æquatur 10. cu. p. 64. & ita de aliis.

Pro æquatione verò habita vna æquatione capituli diuide  $\frac{8}{1}$ . numeri per eam, quod exit est æquatio capituli sui conuersi. Exemplum, dicamus quòd 1. cen. cen. æquatur 3. cu. p. 64. & ponamus quòd valor rei sit 4. Accipe conuersum capitulum accipiendo  $\frac{8}{1}$ . 64. quæ est 8. & cum ea multiplica 3. numerum cuborum, fit 24. igitur dices 64. æquatur 1. cen. cen. p. 24. co. Pro habendo valorem rei diuide 8.  $\frac{8}{1}$ . 64. numeri habiti per 4. æquationem primam, exit 2. æquatio secunda. Dices igitur quòd si 64. æquatur 1. cen. cen. p. 24. co. quòd res valet 2.

Et hæc regulæ extrahuntur ex tribus quæstionibus, quarum prima dicit inuenias tres numeros continuè proportionales, ex quorum multiplicatione primi in secundum, fiat 8. & primus cum tertio iunctus faciat 10. Secunda dicit, inuenias tres numeros continuè proportionales, ex quorum multiplicatione primi in secundum, fiat 8. & primus sit maior tertio in 10. Tertia quæstio dicit, inuenias tres numeros continuè proportio-

Tom. IV.

nales, ex quorum multiplicatione primi in secundum, fiat 8. & tertius sit maior primo in 10. & licet quæstiones videantur particulares regulæ tamen istæ sunt generalissimæ, nec vnquam fallunt, & sunt demonstrabiles.

Conuersio verò capituli cen. cen. & cen. & numeri æqualium cubis in cen. cen. & cen. 7 & numerum æqualia rebus quando partes fuerint continuè proportionales oritur ex hac quæstione. Diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ex quarum multiplicatione primæ in secundam, fiat 8. nam posita prima parte 1. co. secunda  $\frac{8}{1}$ . erit tertia  $\frac{64}{1}$ . & hæc æquatur 10. quare erit 1.

|  |               |                   |         |
|--|---------------|-------------------|---------|
| 1. co.                                 | $\frac{8}{1}$ | $\frac{64}{1}$    | 10.     |
|  | $\frac{8}{1}$ | $\frac{64}{1}$    |         |
|  | 1. cu.        |                   |         |
| 1. ce. ce. p. 8.                       | cen. p. 64.   |                   | 10. cu. |
| $\frac{8}{1}$                          | 1. co.        | $\frac{1}{8}$ cu. | 10.     |
|  | 1. co.        |                   |         |
| 8. p. 1. cen. p. $\frac{1}{8}$ ce. ce. |               |                   | 10. co. |
|  | 8.            |                   |         |
| 64. p. 8. cen. p. 1. ce. ce.           |               |                   | 80. co. |

ce. ce. p. 8. cen. p. 64. æqualia 10. cu. & in secunda æquatione posita secunda parte 1. co. habebis 64. p. 8. cen. p. 1. cen. cen. æqualia 80. co. Cum igitur fuerint 1. cen. cen. p. cen. p. numero æqualia cubis & fuerint numeri cen. cen. & cen. & numerus continuè proportionales, multiplica  $\frac{8}{1}$ . numeri in numerum cuborum, & habebis numerum rerum æqualium totidem censibus censum, & censibus & numeris. Et similiter habebis æquationem vnã per aliam diuidendo  $\frac{8}{1}$ . numeri per æquationem inuentam, quod exit est æquatio secunda quæ sita.

Exemplum, 1. cen. cen. p. 8. cen. p. 64. æquatur 10. cu. accipe  $\frac{8}{1}$ . 64. quæ est 8. & eam multiplica per 10. numerum censuum, fit 80. numerus rerum. Igitur 1. ce. ce. p. 8. cen. p. 64. æquatur 80. co. & è contrà facies diuidendo. Pro habenda autem æquatione diuides 8.  $\frac{8}{1}$ . numeri per æquationem habitam, quod exit erit æquatio conuersi capituli. Veluti 1. cen. cen. p. 8. cen. p. 64. æquatur 7. cu. dices igitur per regulam 1. ce. ce. p. 8. cen. p. 64. æquatur 56. co. & valor rei est 2. in hac æquatione. Diuide igitur 8. per 2. exit 4. & hic erit valor rei in prima æquatione, videlicet de 1. cen. cen. p. 8. cen. p. 64. æqualibus 7. cu. Hæc tamen regula non tenet, vt dixi, vbi partes non sint continuè proportionales.

Conuersio capituli cubi & numeri æqualium censibus in capitulum cubi & rerum æqualium censibus & numero, ita quòd æquatio est eadem. Quadra dimidium censuum & adiunge productum pro numero rerum ipsi cubo, deinde accipe  $\frac{1}{8}$  ipsius numeri pro numero addendo censibus.

Exemplum, 1. cu. p. 8. æquatur 7. cen. accipe dimidium 7. quod est  $3\frac{1}{2}$ , quadra fit  $12\frac{1}{4}$ , & tot sunt res. Deinde accipe  $\frac{1}{8}$  de 8.

Et 3

quod



# 330 Ars Magna Arithmeticae,

quod est 1. dices igitur 1. cu. p.  $12\frac{1}{4}$  co. æquatur 7. cen. p. 1. & ita si dixerit 1. cu. p. 40. æquatur 8. cen. dices igitur quod 1. cu. p. 16. co. (quod est quadratum dimidij numeri censuum) æquatur 8. cen. p. 5. quod est  $\frac{1}{4}$  de 40. & ita poteris conuertere capitulum è conuerso; & hæc est regula de modo quam inueni laboriosè ex capitulo vigesimo septimo, iterando positionem super regulam.

Est & vnus modus generalis conuertendi capitula omnia inuicem quomodolibet sint & per eundem modum, non tamen omne capitulum conuertitur in quoduis & summa regulæ constat quod si sint census in æquatione, accipe  $\frac{1}{4}$  vel  $\frac{1}{2}$  numeri censuum, & adde ad 1. co. & pone valorem rei 1. co. p.  $\frac{1}{4}$  vel  $\frac{1}{2}$  numeri censuum vel m: Si verò capitulum fuerit de rebus, pone  $\frac{1}{4}$  numeri rerum cum 1. co. per p. vel m. & hoc erit valor rei. Deinde cuba per modum cubandi binomia, & similiter reduc ad numerum rerum vel censuum, & semper inuenies census vel res ex vtraque parte æquales. Igitur remanebit aliud capitulum cuius inuenta æquatione adde numerum quem assumpsisti cum 1. co. si numerus sit per p. vel minue si sit per m. & relinquetur æquatio quæ sita.

Exemplum, Dicamus quod 1. cu. p. 5. æquatur 12. co. Accipe  $\frac{1}{4}$  de 12. quod est

|  |                |
|--|----------------|
| 1. cu. p. 5. æqualia 12. co.             |                |
| Res 1. co. p. 2.                         |                |
| Cubus 1. cu. p. 6. cen. p. 12. co. p. 8. |                |
|  | p. 5.          |
| 12. res                                  | 12. co. p. 24. |
| 1. cu. p. 6. cen. æqualia 11.            |                |

4. huius accipe  $\frac{1}{4}$  quæ est 2. Pone igitur valorem rei 1. co. p. 2. vel 1. co. m. 2. Si primum, habebis 1. cu. esse 1. cu. p. 6. cen. p. 12. co. p. 8. quibus additis 5. fient 1. cu. p. 6. cen. p. 12. co. p. 13. æqualia 12. rebus, quæ sunt 12. co. p. 24. Igitur detra-

|   |                |
|---|----------------|
| 1. cu. p. 5. æqualia 12. co.                |                |
| res 1. co. m. 2.                            |                |
| cubus 1. cu. p. 12. co. m. 6. cen. m. 8.    |                |
|   | p. 5.          |
| 12. res.                                    | 12. co. m. 24. |
| 1. cu. p. 21. æqualia 6. cen.               |                |
| 1. cu. p. 7. æqualia 6. cen.                |                |
| res 1. co. p. 2.                            |                |
| cubus 1. cu. p. 6. cen. p. 12. co. p. 8.    |                |
|   | p. 7.          |
| 6. census, 6. cen. p. 24. co. p. 24.        |                |
| 1. cu. æqualis 12. co. p. 9.                |                |
| 1. cu. p. 81. æqualia 12. cen.              |                |
| res 1. co. p. 8.                            |                |
| cubus 1. cu. p. 24. ce. p. 192. co. p. 512. |                |
|   | p. 81.         |
| 12. census, 12. cen. p. 192. co. p. 768.    |                |
| 1. cu. p. 12. cen. æqualis 175.             |                |

ctis 12. co. relinquentur 1. cu. p. 6. cen. æqualia 11. Quod si ponas valorem rei 1. co. m. 2. habebis 1. cu. esse 1. cu. p. 12. co. m. 6. cen. m. 8. quibus additis 5. fient 1. c. p. 12. co. m. 6. cen. m. 3. æqualia 12. co. m. 24. Quare 1. cu. p. 21. æquabitur 6. cen.

Et similiter si habuerimus 1. cu. p. 7. æqualia 6. cen. accipe  $\frac{1}{4}$  de 6. ce. quod est 2. & ponemus valorem rei 1. co. p. 2. vel 1. co. m. 2. Si igitur fuerit 1. co. p. 2. erit cubus 1. cu. p. 6. cen. p. 12. co. p. 8. & additis 7. quæ erant in æquatione fient 1. cu. p. 6. ce. p. 12. co. p. 15. & hoc debet æquari 6. ce. est autem ce. 1. ce. p. 4. co. p. 4. & 6. ce. sunt 6. ce. p. 24. co. p. 24. quare abiectis 6. ce. vtrunque erit 1. cu. æqualis 12. co. p. 9. & valor rei erit per capitulum suum  $\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{3}{4}$ . Quare addito 2. tertia parte cen. siue numero æquationis primæ, habebis valorem rei  $3\frac{1}{2}$  p.  $\frac{1}{4}$  p.  $5\frac{1}{4}$  huius cubus p. 7. æquatur 6. ce. vt patet.

Et similiter si dicas, 1. cu. p. 81. æquatur 12. ce. accipe  $\frac{1}{4}$  de 12. quod est 3. & pone valorem rei 1. co. p. 8. cuba fit 1. cu. p. 24. ce. p. 192. co. p. 512. quibus adde 81. fit 1. cu. p. 24. ce. p. 192. co. p. 593. & hoc debet æquari 12. ce. qui sunt 12. ce. p. 192. co. p. 768. Igitur abiectis 192. co. vtrunque remanent 1. cu. p. 12. cen. æqualia 175. & valor rei erit  $\frac{1}{4}$  p.  $47\frac{1}{4}$  m.  $3\frac{1}{2}$  quibus si addantur 8 qui sunt  $\frac{1}{4}$  numeri cen. fiet valor rei quæritæ  $\frac{1}{4}$  p.  $47\frac{1}{4}$  & ita in aliis.

## CAPVT XXII.

De examine primi, secundi, quarti & quinti binomij cum suis recisis.

**H**I s igitur visis, dico quod binomium primum & quartum, & sua recisa seruiunt capitulo algebræ de co. æqualibus censibus & numeris, nam proportio numeri ce. ad numerum rerum sit minor quam  $\frac{1}{4}$  censuum ad  $\frac{1}{4}$  rerum ex capitulo decimo septimo, consideratione prima: cum igitur proportio  $\frac{1}{4}$  384. ad  $\frac{1}{4}$  6. sit octupla, assumptis igitur 8. rebus ipsæ erunt 32. p.  $\frac{1}{4}$  384. Igitur detracto 1. ce. qui est 22. p.

|  |  |
|--|--|
| Res æquales ce. & numero.  |  |
| Res 4. p. $\frac{1}{4}$ 6.   |  |
| cen. 22. p. $\frac{1}{4}$ 384. Binomium pr <sup>m</sup> 4 <sup>m</sup> . |  |
| Res æquales cen. & numero.   |  |
| Res 4. m. $\frac{1}{4}$ 6.   |  |
| cen. 22. m. $\frac{1}{4}$ 384. Recisum pr <sup>m</sup> 4 <sup>m</sup> .  |  |

$\frac{1}{4}$  384. ex 8. rebus, remanebunt 10. igitur 1. ce. p. 10. æquatur 8. rebus, & ita census & numerus æquantur rebus.

Et similiter huic capitulo seruit recisum primum & quartum, nam res sit 4. m.  $\frac{1}{4}$  6. erit cen. 22. m.  $\frac{1}{4}$  384. & proportio  $\frac{1}{4}$  ad  $\frac{1}{4}$  maior quam numeri ad numerum ex 17<sup>o</sup> capitulo



# Cap. XXII. De examine pr. fec. & c. 331

capitulo consideratione prima. igitur 8. co. erunt 32. m. R. 384. à quibus detracto uno censu remanent 10. igitur res 8. æquantur 1. ce. p. 10. cum igitur res 8. æquata ad 1. ce. p. 10. verificentur de 4. p. R. 6. & de 4. m. R. 6. patet quod capitulum de co. æqualibus cen. & numero habet duas æquationes bonas, unam in qua addimus R. ad dimidium rerum & aliam in qua minuimus.

Et ex hoc patet quod tale binomium & recisum (nam in omnibus his casibus non facimus differentiam inter binomium primum & quartum nec inter recisum primum & quartum similiter, nec inter binomium secundum & quintum nec inter recisum secundum & quintum) non seruit aliis capitulis videlicet ce. æquali numero, & rebus nam cum assumis tot res quod æquetur R. rerum R. censuum necessario numerus rerum excedit numerum census, eò quod proportio R. est maior quam numero- rum, igitur census non potest æquari rebus & numero similiter nec numerus potest æquari ce. & co. quia cum iungantur ce. & co. cum ambæ R. sint p. aut ambæ m. igitur non possunt aggregare numerum per primum præmittendum 18<sup>i</sup> capituli oportet igitur ad hoc ut extinguatur R. quod tam in binomio quam in reciso census auferatur à rebus igitur necessario fient ce. & numerus æqualia rebus.

Binomium verò quintum & secundum seruit capitulo ce. æqualium rebus & numero, nam cum ce sit binomium primum ex regula quinta & res binomium secundum (intelligendo vt dixi per secundum etiam quintum) erit ut cum proportio R. ad R. sit minor quam numeri ad numerum eo quod maior proportio est R. per primam considerationem regulæ undecimæ, igitur assumptis rebus in numero proportionis R. & detractis à ce. relinquetur numerus, igitur 1. ce. æquabitur rebus & numero.

Exemplum proportio R. 684. ad R. 19. est sexcupla igitur 6. res sunt R. 684. p. 18.

cen. æqualis rebus & numero  
Res R. 19. p. 3. binomium 2<sup>m</sup> 5<sup>m</sup>  
census 28. p. R. 684.

ergo ce. æquatur 6. rebus & 10. numeris nam detractis R. 684. s. 18. ex 28. p. R. 684. remanent 10. nec potest tale binomium seruire alteri capitulo ex his tribus quia per additionem R. non potest fieri numerus nec posita æqualitate R. potest numerus rei superare numerum census.

Recisum vero secundum & quintum seruiunt capitulo numeri æqualis ce. & rebus quia proportio R. ad R. est minor quam numeri ad numerum, proportio igitur R. 684. ad R. 19. est sexcupla, assumptis igitur 6. radicibus & additis censui quia R. in re

Numerus æqualis ce. & rebus  
Res R. 19. m. 3. recisum 2<sup>m</sup> 5<sup>m</sup>  
census 28. m. R. 684.

est m. & in censu p. igitur additæ 6. res cum uno censu facient 10. igitur 1. ce. p. 6. co.

æquatur 10. numero; igitur numerus æquatur rebus & censui nec potest census in hoc reciso minui à rebus aut è contra per primum præmittendum 18<sup>i</sup> capituli quia R. addita R. non facit numerum, esset autem addere quia minuendo m. à p. totum fit m.

Cum vero comparantur cubis res & numerus dico quod binomium primum & quartum & recisum primum & quartum, item recisum secundum & quintum seruiunt tantum capitulo rerum æqualium cubo & numero, nam cum proportio R. ad R. in binomio primo sit ut 29. ad 1. & maior quam numeri ad numerum quæ est ut 15. ad 1. igitur assumptis 29. rebus erunt 87. p. R. 1682. quare detracto cubo qui est 45. p. R. 1682. remanebit 42. igitur 1. cu. p. 42. æquatur 29. rebus igitur res non possunt æquari nisi cubo & numero in dicto primo binomio: At nec per idem in reciso nam cum 29. res sint 87. m. R. 1682.

Res æquales cubo & numero  
Res 3. p. R. 2. binomium 1<sup>m</sup> 4<sup>m</sup>  
cubus 45. p. R. 1682.

Res æquales cubo & numero  
Res 3. m. R. 2. recis. primum quartum  
cubus 45. m. R. 1682.

Res æquales cubo & numero  
Res R. 5. m. 2. recis. secundum quintum  
cubus R. 1445. m. 38.

igitur detracto cubo remanebunt 42. igitur 29. res æquantur 1. cu. p. 42. ut prius. Et similiter in secundo & quinto reciso nam cum maior sit proportio numeri ad numerum per primam considerationem undecimæ regulæ quam R. ad R. igitur ponatur proportio R. 1445. ad R. 5. ut 17. ad 1. igitur maior est 38. ad 2. cum igitur acceperimus 17. res erunt R. 1445. m. 34. posita re R. 5. m. 2. cum igitur detraxerimus cubum à 17. rebus remanebunt 4. nam si R. 1445. m. 38. debet detrahi ex R. 1445. m. 34. est ad si detrahas R. 1445. p. 34. ex R. 1445. p. 38. nam quod est m. ex una parte fit p. ex altera, igitur etiã hic 17. res æquantur cubo p. 4. licet aliquantulum improprie, relinquatur igitur quod capitulum de rebus æqualibus, cubo & numero habet binomium primum & quartum cum eorum recisis & recisum secundum & quintum, nec talia binomia aut recisa possunt seruire alijs capitulis de cubis rebus & numeris per rationes superius allegatas quas toties repetere est omnino superfluum, cum semper fundentur in consideratione prima capituli 17. & in primo & secundo præmittendo 18<sup>i</sup> capituli.

Binomium vero secundum & quintum seruit capitulo de cubis æqualibus rebus & numero nam cum maior sit proportio 38.

Cubus æqualis rebus & numero  
Res R. 5. p. 2. binomium secund. quint.  
cubus R. 1445. p. 38.

ad 2. quam R. 1445. ad R. 5. ex consideratione prima undecimæ regulæ vt pote hic



Proportio 38. ad 2. est ut 19. ad 1, & proportio  $\mathfrak{R}$ . 1445. ad  $\mathfrak{R}$ . 5. est ut 17. ad 1. igitur assumptis 17. rebus fient  $\mathfrak{R}$ . 1445.  $\mathfrak{P}$ . 34. igitur detractæ ab 1. cu. remanebunt 4. igitur 1. cu. æquatur 17. rebus  $\mathfrak{P}$ . 4. nec potest inferuire alijs, &c.

Et causa dissimilitudinis recisi secundi & quinti in hoc & in capitulis cen. rei. & numeri est quoniam ( vt declaratum est in regula quinta) secundum & quintum recisum habent censum sibi dissimilem, sed cubus in omnibus est semper similis suæ  $\mathfrak{R}$ . per tertiam proprietatem capituli 14<sup>i</sup>.

Ex hoc pendent duo notabilia, primum quod capitulum de cubis & rebus æqualibus numero in binomijs vel recisis quadratis est impossibile: nam cum tertium & sextum binomium cum suis recisis non sint vtilia ad capitula per hanc regulam, primum vero & quartum binomium cum suis recisis & recisum secundum & quintum inferuiunt tantum capitulo de rebus æqualibus cubo & numero, binomium vero secundum & quintum inferuiunt tantum capitulo de cubo æquali rebus & numero relinquitur à sufficienti diuisione quod cubus & res non possunt æquari numero in aliquo genere binomiorum aut recisorum.

Secundum Notabile est quod cum res æqualis cubo & numero verificetur & de binomio primo & de suo reciso & de reciso secundo, quorum trium natura est diuersa nec potest uno titulo assignari, quia in binomio primo numerus est maior  $\mathfrak{R}$ . & uterque  $\mathfrak{P}$ . in reciso primo  $\mathfrak{R}$ . est  $\mathfrak{M}$ . in binomio secundo numerus est minor  $\mathfrak{R}$ . igitur nullum poterit assignari capitulum generale, quia æquatio cadit super tres res omnino diuersas. Et si quis dicat non ne binomiū primum cum suo reciso inferuiunt capitulo de rebus æqualibus censui & numero, dico quod est verum sed est vnus terminus fixus veluti si dico 8. res æquantur 1. cen.  $\mathfrak{P}$ . 10. dico quod valor rei est 4.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 6. vel 4.  $\mathfrak{M}$ .  $\mathfrak{R}$ . 6. ecce quod hic 4. manet firmum sed in capitulo de rebus æqualibus cubo & numero inueniuntur tres æquationes diuersæ nihil continentes firmum ita quod illud quod est in una æquatione sit in duabus reliquis igitur sequitur quod tale capitulum non potest habere regulam generalem.

Cum vero comparantur ce. ce. & res & numeri fiunt tria alia capitula & sunt similia illis de cen. rebus & numeris & binomium

Res æquales ce. ce. & numero  
Res 3.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 2. binomium prim. quart.  
ce. ce. 193.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 8712.

Res æquales ce. ce. & numero  
Res 3.  $\mathfrak{M}$ .  $\mathfrak{R}$ . 2. rec. primum quintum  
ce. ce. 193.  $\mathfrak{M}$ .  $\mathfrak{R}$ . 8712.

primum & quartum cum suis recisis verificatur de rebus æqualibus ce. ce. & numero vt in exemplo tu scis quod proportio  $\mathfrak{R}$ . 2. est veluti 66. ad 1. & est maior quam 8712. ad  $\mathfrak{R}$ . 193. ad 3. ex capitulo decimo septimo consideratione prima sapius allegata. igitur

assumptis 66. rebus erunt 188.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 8712. quibus si detrahatur 1. ce. ce. quod est 19.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 8712. remanebunt 5. igitur 1. ce. ce.  $\mathfrak{P}$ . 5. æquatur 66. rebus quod est propositum.

Et similiter in reciso 66. res sunt 198.  $\mathfrak{M}$ .  $\mathfrak{R}$ . 8712. à quibus detractis 193.  $\mathfrak{M}$ .  $\mathfrak{R}$ . 8712. pro uno censu census remanebunt 5. igitur 1. ce. ce.  $\mathfrak{P}$ . 5. æquatur 66. rebus sicut prius. igitur tam binomium primum quam suum recisum inferuiunt huic capitulo quod dicitur res æquales ce. ce. & numero.

In binomio autē secundo proportio  $\mathfrak{R}$ . ad  $\mathfrak{R}$ . est vt 72. ad 1. quare assumptis 72. rebus erunt  $\mathfrak{R}$ . 25920.  $\mathfrak{P}$ . 144. igitur detractis ab

Ce. ce. æqualis rebus & numero  
Res  $\mathfrak{R}$ . 5.  $\mathfrak{P}$ . 2. binomium secund. quint.  
ce. ce. 161.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 25920.

1. ce. ce. qui est 161.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 25920. remanebunt 17. igitur 1. ce. ce. æquatur 72. rebus  $\mathfrak{P}$ . 17. numeris.

In reciso autē secundo & quinto cum proportio numeri ad numerum sit maior quam  $\mathfrak{R}$ . ad  $\mathfrak{R}$ . vt etiam in suo binomio; assumptis  $\mathfrak{R}$ . in exemplo 72. rebus erunt  $\mathfrak{R}$ . 25920.  $\mathfrak{M}$ . 144. quibus additis 161.  $\mathfrak{M}$ .  $\mathfrak{R}$ .

Numerus æqualis ce. ce. & rebus  
res  $\mathfrak{R}$ . 5.  $\mathfrak{M}$ . 2. rec. secundum quintum  
Ce. ce. 161.  $\mathfrak{M}$ .  $\mathfrak{R}$ . 25920.

25920. pro uno ce. ce. fient 17. igitur 1. ce. ce.  $\mathfrak{P}$ . 72. co. æquantur 17. igitur numerus æquatur ce. ce. & rebus in secundo & quinto recisis.

Cum cen. & cen. cen. & numerus comparantur inuicem ex consideratione secunda regulæ undecimæ oriuntur tria capitula omnino similia capitulis de censu re & numero, & correspondentia singula singulis ita quod binomium primum & quartum cum suis recisis seruiunt capitulo cen. æqualis ce. ce. & numero, & binomium secundum & quintum seruiunt capitulo ce. ce. æqualis ce. & numero.

Et recisum secundum & quintum seruiunt capitulo numeri æqualis ce. ce. & cen. quare cum ita sit non repetam sed sufficiunt exempla cen. rei & numeri.

Cum vero comparaueris cu. cen. & numerum tunc binomium primum & quartum cum suis recisis & etiam binomium secundum & quintum inferuiunt capitulo census æqualis cubo & numeris, sicut etiam in rebus æqualibus cubo & numeris dictum est. Et sit exemplum census sit 11.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 72. & cubus 45.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 1682. tunc per tertiam considerationem 17<sup>i</sup> capituli proportio  $\mathfrak{R}$ . ad  $\mathfrak{R}$ . est maior quam numeri ad numerum, sit igitur proportio  $\mathfrak{R}$ . 1682. ad  $\mathfrak{R}$ . 72. vt 29. ad 6. cum igitur assumeris 4 $\frac{1}{2}$ . census erunt 53 $\frac{1}{2}$ .  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{R}$ . 1682. detracto igitur cubo à 4 $\frac{1}{2}$ . census remanebunt 8 $\frac{1}{2}$ . igitur 1. cu.  $\mathfrak{P}$ . 8 $\frac{1}{2}$ . æquatur 4 $\frac{1}{2}$ . census quod est propositum.

Similiter in reciso primo & quarto cum proportio  $\mathfrak{R}$ . ad  $\mathfrak{R}$ . sit maior quam numeri



# Cap. XXII De examine pr. sec. & c. 333

ad numerum ut in tertia consideratione  
17<sup>i</sup> capituli, igitur cum non possint  $\mathcal{R}$ . ad-  
di per primum præmittendum 18<sup>i</sup> capituli,

Cen. æqualis cubo & numero  
Res 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2.  
cen. 11.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 72. binom. prim. quart.  
cubus 45.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 1682.

Cen. æqualis cubo & numero  
Res 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2.  
cen. 11.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 72. rec. primum quint.  
cubus 45.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 1682.

cen. æqualis cubo & numero  
Res  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ . 2.  
cen. 9.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 80. binom. secund. quart.  
cubus  $\mathcal{R}$ . 1445.  $\mathcal{P}$ . 38.

necessario oportebit minuere cubum à cen-  
sibus nam in exemplo assumptis  $4\frac{5}{8}$ . census  
erunt  $53\frac{1}{8}$ .  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 1682. detracto igitur cu-  
bo qui est 45.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 1682. remanebunt  
 $8\frac{1}{8}$ . igitur etiam 1. cu.  $\mathcal{P}$ .  $8\frac{1}{8}$ . æquatur  $4\frac{5}{8}$ .  
cen. Et similiter in binomio secundo & quin-  
to cum proportio  $\mathcal{R}$ . 1445. ad  $\mathcal{R}$ . 80. est  
vt  $4\frac{1}{4}$ . ad 1. igitur census  $4\frac{1}{4}$ . erunt  $38\frac{1}{4}$ .  
 $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 1445. & quia per tertiam confi-  
derationem vndecimæ regulæ numerus vnus  
cubi est minor quam numerus de  $4\frac{1}{4}$ . cen-  
sus eò quod proportio radicum est maior  
quam numerorum, igitur detracto 1. cubo  
qui est  $\mathcal{R}$ . 1445.  $\mathcal{P}$ . 38. ex.  $4\frac{1}{4}$ . cen. qui  
sunt  $38\frac{1}{4}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 1445. remanebit  $\frac{1}{4}$ . igitur  
1. cu.  $\mathcal{P}$ .  $\frac{1}{4}$ . numeri æquatur  $4\frac{1}{4}$ . censibus.

At recisum secundum & quintum ser-  
uiunt capitulo numeri æqualis cubo & cen-  
sibus vt pote cum census sit 9.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 80. &

Numerus æqualis cen. & cubo  
Res  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{M}$ . 2.  
cen. 9.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 80. rec. secundum quint.  
cubus  $\mathcal{R}$ . 1445.  $\mathcal{M}$ . 38.

cubus  $\mathcal{R}$ . 1445.  $\mathcal{M}$ . 38. igitur additis  $4\frac{1}{4}$ .  
census qui sunt in proportione  $\mathcal{R}$ . 1445. ad  
ad  $\mathcal{R}$ . 80. fiet totum ex 1. cu. &  $4\frac{1}{4}$ . cen.  
 $\frac{1}{4}$ . numeri igitur 1. cu.  $\mathcal{P}$ .  $4\frac{1}{4}$ . cen. æquan-  
tur  $\frac{1}{4}$ . numeri, igitur habemus capitulum  
numeri æqualis cubo & censibus.

Ex hoc sequitur eadem ratione ad vn-  
guem qua probauimus capitulū de rebus æ-  
qualibus cubo & numeris non habere regu-  
lam generalem quod hic etiam capitulum  
de censibus æqualibus cubo, & numeris  
non habet regulam generalem cum cadat in  
tres diuersas æquationes.

Sequitur secundo quod sicut ibi non da-  
batur capitulum de cubo & rebus æqualibus  
numero à sufficienti diuisione, ita nec hic  
datur capitulum aliquod de cubis æqualibus  
censui & numero, & ideo in binomijs vel  
recisis non datur æquatio talis capituli.

Sequitur tertio quod hæc capitula diffe-  
runt à capitulis cubi rerum & numeri in tri-  
bus. Primum quod hic in omnibus semper  
est maior proportio  $\mathcal{R}$ . cubi ad  $\mathcal{R}$ . census  
quam numeri cubi ad numerum census quod  
ibi non est generale sed tantum verificatur in

primo & quarto binomio & suis recisis. Se-  
cundum quod ibi non inuenitur capitulum  
de cu. & co. æqualibus numeris, sed hic non  
inuenitur capitulum de cen. & numero æ-  
qualibus cubo. Tertium quod in capitulo de  
cu. co. nu. primum binomium & recisum.  
Et recisum etiam secundum seruiunt capitu-  
lo de co. æqualibus cubo & numero, at hic  
primum binomium & recisum & secundum  
binomium seruiunt capitulo censuum æqua-  
lium cubo & numero, ita quod loco recisi  
secundi ibi hic ponitur binomium secun-  
dum & loco binomij secundi ibi hic po-  
nitur recisum secundum in reliquis similan-  
tur hæc capitula illis.

Cum vero comparantur ce. ce. cubi &  
numerus consurgunt alia tria capitula &  
sunt omnino similia præcedentibus exeepto  
quod oportet operari per quartam conside-  
rationem vndecimæ regulæ eò quod pro-  
portio numeri ce. ce. ad numerum cubi  
semper est maior quam  $\mathcal{R}$ . ce. ce. ad  $\mathcal{R}$ . cu-  
bi proportio igitur  $\mathcal{R}$ . 8712. ad  $\mathcal{R}$ . 1682 est

Ce. ce. æqualis cubus & numero  
Res 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2.  
cubus 45.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 1682. bin. prim. quart.  
ce. ce. 193.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8712.

Ce. ce. æqualis cubis & numero  
Res 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2.  
cubus 45.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 1682. rec. prim. quart.  
ce. ce. 193.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 8712.

Ce. ce. æqualis cubis & numero  
Res  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{P}$ . 2.  
cubus  $\mathcal{R}$ . 1445.  $\mathcal{P}$ . 38. bin. sec. quint.  
ce. ce. 161.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 25920.

vt  $2\frac{8}{25}$ . ad 1. igitur assumptis cubis  $2\frac{8}{25}$ . erunt  
 $102\frac{12}{25}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8712. igitur detractis cubis  
 $2\frac{8}{25}$ . ex 1. ce. ce. remanebunt  $90\frac{17}{25}$ . quare  
1. ce. ce. æquatur  $2\frac{8}{25}$ . cu.  $\mathcal{P}$ . 90.  $\frac{17}{25}$ . quod  
est propositum.

Et similiter in reciso primo & quarto in  
exemplo detractis  $2\frac{8}{25}$ . cubis ex 1. ce. ce.  
remanent  $90\frac{17}{25}$ . igitur cubi  $2\frac{8}{25}$ .  $\mathcal{P}$ .  $90\frac{17}{25}$ . æ-  
quantur 1. ce. ce.

Et similiter in binomijs secundo & quin-  
to ex eadem quarta consideratione vndeci-  
mæ regulæ cum sit proportio  $\mathcal{R}$ . 25920. ad  
 $\mathcal{R}$ . 1445. vt  $4\frac{1}{17}$ . ad 1. igitur acceptis cubis  
 $4\frac{1}{17}$ . erunt  $\mathcal{R}$ . 25920.  $\mathcal{P}$ . 16017. cum igitur  
1. ce. ce. sit maior in numero & est  $\mathcal{R}$ .  
25920.  $\mathcal{P}$ . 161. quare detractis cubis  $4\frac{1}{17}$ .  
ex 1. ce. ce. remanent  $\frac{1}{17}$ . igitur cubi  $4\frac{1}{17}$ .  
 $\mathcal{P}$ .  $\frac{1}{17}$ . numeri æquantur 1. ce. ce. recisum  
autem secundum & quintum inferuiunt ca-  
pitulo numeri æqualis cen. cen. & cubis  
vt in exemplo, cum proportio 161. ad 38.

Numerus æqualis ce. ce. & cubis  
Res  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{M}$ . 2.  
Cubus  $\mathcal{R}$ . 1445.  $\mathcal{M}$ . 38. rec. sec. quint.  
ce. ce. 161.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 25920.

sit maior quam  $\mathcal{R}$ . 25920. ad  $\mathcal{R}$ . 1445.  
quæ est vt  $4\frac{1}{17}$ . ad 1. igitur assumptis cubis  
 $4\frac{1}{17}$ . erunt vt dictum est  $\mathcal{R}$ . 25920.  $\mathcal{M}$ .  
160



$160\frac{10}{17}$ . additi igitur ad 1. ce. ce. facient  $\frac{1}{17}$ . igitur 1. ce. ce. p.  $4\frac{4}{17}$ . cuborū æquantur  $\frac{1}{17}$ . numeri, igitur numerus æquatur ce. ce. & cubis quod est propositum.

Ex hoc sequitur quod hīc similiter deficiet capitulum de ce. cen. & numero æqualibus cubis atque etiam non dabitur regula generalis pro capitulo ce. ce. æqualis cubis & numero, & vniuersaliter hoc capitulum est in totum simile capitulo cen. cu. & numeri proxime præcedentis, nisi quod hīc proportio numeri ce. ce. ad numerum cubi est maior quam  $\frac{1}{2}$ . ad  $\frac{1}{2}$ . & ibi proportio  $\frac{1}{2}$ . cubi ad  $\frac{1}{2}$ . census est maior quam numeri cubi ad numerum census, in reliquis sunt omnino similia.

Circa prædicta. notanda sunt duo. primum quod si quis dicat non ne ad inuentionem rerum satisfacit regula aurea pro approximatione. Respondeo quod per capitula algebræ lucramur quatuor plus quæ non possunt haberi in regula aurea primum quod aliquando habemus præcisionem veram numeri quam non possumus habere ex regula quia illa fractio est nimis absconsa. Exemplum huius est in quæstione 150<sup>a</sup> capituli 66<sup>a</sup> secundum quod per regulam non possumus ita ad libitum appropinquare per fractiones quantum volumus veritati, sicuti facta æquatione: nam cum æquatio eadat in  $\frac{1}{2}$ . cubicas vel  $\frac{1}{2}$ . simplices vel  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . ligatas aut vniuersales quæ tandem resoluantur in  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . vel  $\frac{1}{2}$ . vel  $\frac{1}{2}$ . cu. simplices quas possumus per capitulum 23. regula sexta approximare quantum volumus cum facilitate. Tertium est quod tales  $\frac{1}{2}$ . possunt deduci ad opus geometricum & ad actum præcise per quæstionē 34<sup>a</sup> 67<sup>a</sup> capituli quod in appropinquationibus fractorū non potest omnino parere præcisionem; & ultra hoc longe difficilius operamur in quæstione 34<sup>a</sup> cum fractis quam cum surdis. Quartū est quod pulchrum est operanti dare exquisitam quantitatem & si illa non sit omnino ita sensibilis quia præcisiōne nihil potest esse præcisius sed omni appropinquatione assignata potest dari propinquius.

Secundum notandum est quod licet in capitulis numeri ce. & ce. ce. item in capitulis numeri census & cubi, item in capitulis numeri cubi & ce. ce. semper ponatur census ex primo genere binomiorum. Scias quid hoc fuit ad maiorem claritatem quia voluit ponere etiam rem quare posita re binomio vel reciso fuit necessarium ponere censum aut ce. ce. fore binomium primum & intentio in omnibus talibus vbi non ponitur res non est quærere principaliter valorem rei sed valorem census, quo habito habes valorem rei quæ est  $\frac{1}{2}$ . census, & est res quandoque: tunc autem binomium aut recisum vel bimediale primum vel residuum mediale primum aut quantitas maior aut minor aut quæ potest in rationale & mediale aut quæ cum rationali constituit totum mediale: numquam autem potest esse bimediale secundum, nec residuum mediale secundum, nec potens in duo medialia, nec quæ cum mediali constituit totum mediale, si igitur assumas in capitulis ce. ce.

ce. & numeri binomium secundum aut quintum, aut recisum pro censu, inuenies valorem census, quo habito habes valorem rei & hoc est quia tunc cen. cen. esset binomium aut recisum primum necessario ex quinto capitulo sed in capitulis cen. & cubi & numeri & capitulis ce. ce. cubi & numeri cum posueris cen. aut cen. cen. aliamquam in primo genere binomij vel recisi, tunc res necessario est aliqua irrationalis ex tribus, videlicet vel bimediale primum vel linea maior, vel potens in rationale & mediale vel aliquod suorum recisorum, igitur cum cubus sit necessario similis rebus vt dictum est sæpius igitur cubus erit altera illarum trium quantitarum vel recisum illarum: sed hæ sunt incommensurabiles binomij per partes suas vt etiam demonstrat Euclides in vltima propositione decimi, cum igitur in his capitulis ingrediatur cubus, igitur nulla potest sequi æquatio si census sit alius quam ex primo genere binomij aut recisi, igitur relinquitur quod in talibus necessarium est ponere censum in genere primo binomiorū, vel recisorum, excepto quod in capitulo numeri census & cen. cen. nam eo quod vt dictum est cen. & cen. cen. ambo semper remanent in genere binomiorum ideo quantumvis ponatur census ex genere secundi aut quinti binomij vel recisi, nihil minus poterit sequi æquatio, & tunc res erit aliqua ex tribus quantitatibus irrationalibus iam memoratis vel erit  $\frac{1}{2}$ . v. binomij vel recisi & æquivalent.

## C A P V T XXIII.

### De examine binomij cubici & sui recisi.

**B**inomium autem cubicum vel recisum si quadretur per præcedentia euadit trinomium cubicum veluti capio  $\frac{1}{2}$ . cu. 6.

$$\frac{1}{2}. \text{cu. } 6. \text{ p. } \frac{1}{2}. \text{cu. } 2.$$

$$\frac{1}{2}. \text{cu. } 36. \text{ p. } \frac{1}{2}. \text{cu. } 4. \text{ p. } \frac{1}{2}. \text{cu. } 96.$$

p.  $\frac{1}{2}$ . cu. 2. eius quadratum est  $\frac{1}{2}$ . cu. 36. p.  $\frac{1}{2}$ . cu. 4. p.  $\frac{1}{2}$ . cu. 96. proportio autem 96. ad 36. est vt 8. ad 3. & ad 4. vt 24. ad 1. & 36. ad 4. vt 9. ad 1. igitur tam binomium quam recisum sunt inutilia ad capitula, cen. & cen. cen.

Cum vero ex multiplicatione partium inuicem producitur numerus veluti  $\frac{1}{2}$ . cu. 4. p.  $\frac{1}{2}$ . cu. 2. vel  $\frac{1}{2}$ . cu. 4. m.  $\frac{1}{2}$ . cu. 2. tunc quadrata fiunt trinomia, quorum vna

$$\frac{1}{2}. \text{cu. } 4. \text{ p. } \frac{1}{2}. \text{cu. } 2.$$

$$\frac{1}{2}. \text{cu. } 4. \text{ m. } \frac{1}{2}. \text{cu. } 2.$$

$$\frac{1}{2}. \text{cu. } 16. \text{ p. } \frac{1}{2}. \text{cu. } 4. \text{ p. } 4.$$

$$\frac{1}{2}. \text{cu. } 16. \text{ p. } \frac{1}{2}. \text{cu. } 4. \text{ m. } 4.$$

pars est numerus: sed proportio partium cubalium quadrati ad partes cubales  $\frac{1}{2}$ . non est



# Cap. XXIII. De examine bin. &c. 335

est eadem, maior enim proportio est  $\text{Rz. cu.}$  16. ad  $\text{Rz. cu.}$  4. quam  $\text{Rz. cu.}$  4. ad  $\text{Rz. cu.}$  2. igitur & hæc binomia erunt inutilia ad capitula prædicta.

Cum vero capitur binomiū cubicum & cubatur fit trinomium cuius vna pars est numerus aliæ autem sunt  $\text{Rz. cubica}$  proportionatæ  $\text{Rz. cubicis}$  rei, quare assumptis radicibus & detractis à cubo supererit numerus solus, igitur cubus æquabitur rebus & numero. Exemplum  $\text{Rz. cu.}$  6.  $\text{p. Rz. cu.}$  2.

$\text{Rz. cu.}$  6.  $\text{p. Rz. cu.}$  2.  
 $\text{Rz. cu.}$  648.  $\text{p. Rz. cu.}$  1944.  $\text{p.}$  8.

eius cubus est ex suo capitulo  $\text{Rz. cu.}$  648.  $\text{p. Rz. cu.}$  1944.  $\text{p.}$  8. & quia proportio 1944. ad 6. est veluti 648. ad 2. eò quod est proportio 324. ad 1. dicemus igitur quod res  $\text{Rz. cu.}$  324.  $\text{p.}$  8. æquatur 1. cu. & res valet  $\text{Rz. cu.}$  6.  $\text{p. Rz. cu.}$  2. vt autem habeas res in numero semper oportet vt partes  $\text{Rz.}$  inuicem multiplicatæ producant numerum veluti si capio  $\text{Rz. cu.}$  4.  $\text{p. Rz. cu.}$  2. Inuicem ductæ producant illæ partes  $\text{Rz. cu.}$  8. quæ

$\text{Rz. cu.}$  4.  $\text{p. Rz. cu.}$  2.  
 $\text{Rz. cu.}$  864.  $\text{p. Rz. cu.}$  432.  $\text{p.}$  6.

est 2. quare habemus quod  $\text{Rz. cu.}$  4.  $\text{p. Rz. cu.}$  2. cubatum æquabitur radicibus  $\text{p.}$  6. quod est aggregatum semper cuborum partium 4. & 2. habemus igitur cubum  $\text{Rz. cu.}$  4.  $\text{p. Rz. cu.}$  2. esse  $\text{Rz. cu.}$  864.  $\text{p. Rz. cu.}$  432.  $\text{p.}$  6. quare cum diuiso 864. per 4. exeat 216. & similiter diuiso 432. per 2. exit 216. cuius  $\text{Rz. cubica}$  est 6. igitur dicemus quod 6. res & 6. numeri æquantur cubo.

Ex hoc patet quod talis æquatio non seruiet capitulo cen. cubi & numeri nec cen. cen. cubi & numeri. patet quia  $\text{Rz. cubæ}$  rei non sunt proportionatæ per partes ad  $\text{Rz. cubas}$  censuum nec censuum census & sunt proportionatæ ad  $\text{Rz. cubas}$  cubi, igitur  $\text{Rz. cubæ}$  cubi non sunt proportionatæ  $\text{Rz. cubis}$  partium census aut cen. cen. igitur nullum sequitur capitulum.

Et similiter dico de reciso nisi quod numerus productus fit per subtractionem & est numerus  $\text{p.}$  & partes  $\text{m.}$  &  $\text{p.}$  sunt conuersæ in radice & cubo: ita quod si  $\text{Rz. cubica}$  in requæ est  $\text{m.}$  est minor in cubo est maior, igitur oportet vt fiat additio cubi ad rem & superest numerus & annihilantur  $\text{Rz. cubicæ}$ , igitur 1. cu.  $\text{p.}$  radicibus æquatur numero.

Exemplum cubus de  $\text{Rz. cu.}$  4.  $\text{m. cu.}$  2. est ex suo capitulo  $\text{Rz. cu.}$  432.  $\text{m. Rz. cu.}$  864.

$\text{Rz. cu.}$  4.  $\text{m. Rz. cu.}$  2.  
 $\text{Rz. cu.}$  432.  $\text{m. Rz. cu.}$  864.  $\text{p.}$  2.

$\text{p.}$  2. assumptis igitur 6. radicibus & additis ad cubum remanebit 2. igitur 1. cu.  $\text{p.}$  6. rebus æquatur 2.

Ex hoc patet eadem præcedente ratione quod talis æquatio non seruiet capitulis cu-

bi censuum & numeri nec cubi cen. cen. &c numeri.

Circa prædicta nota quod proportio partium quæ sunt  $\text{Rz. cubicæ}$  cubi alicuius binomij cubici ad partes quæ sunt  $\text{Rz. cubicæ}$  rei, est in triplo producti ex vna  $\text{Rz. cubicæ}$  rei in aliam veluti si dico  $\text{Rz. cu.}$  16.  $\text{p. Rz. cu.}$  4. eius cubus est  $\text{Rz. cu.}$  27648.  $\text{p. Rz.}$

Res  $\text{Rz. cu.}$  16.  $\text{p. Rz. cu.}$  4.  
cub.  $\text{Rz. cu.}$  27648.  $\text{p. Rz. cu.}$  6912.  $\text{p.}$  20  
proportio  $\text{Rz. cu.}$  1728. quæ est  
12. quod est triplum  $\text{Rz. cu.}$  16. in  
 $\text{Rz. cu.}$  4.

$\text{cu.}$  6912.  $\text{p.}$  20. dico quod proportio  $\text{Rz. cu.}$  27648. ad  $\text{Rz. cu.}$  16. &  $\text{Rz. cu.}$  6912. ad  $\text{Rz. cu.}$  4. est duodecupla, & est triplum eius quod fit ex  $\text{Rz. cu.}$  16. in  $\text{Rz. cu.}$  4. ex quo sequitur quod si cubus æquatur rebus & numero vel cubus & res æquentur numero quod oportet vt res sint triplum productionis partium rei vnius in alteram, igitur cubus tertiæ partis rerum æquatur productioni vnius partis in alteram tamquam numero, igitur oportebit diuidere numerum in duas partes ex quarum vna in alteram producat cubus tertiæ partis rerum.

## CAPVT XXIV.

De examine recisorum cubicorum mixtorum & suorum binomiorum.

Cum autem quadraveris  $\text{Rz. cu.}$  30.  $\text{p.}$  2. ex prædictis consurget trinomium ex vno numero & duabus radicibus cubicis quarum altera erit cōmensurabilis  $\text{Rz. cubicæ}$  rei, igitur reliqua supererit. igitur non fiet capitulum vt in exemplo  $\text{Rz. cu.}$  1920. est

$\text{Rz. cu.}$  30.  $\text{p.}$  2.  
 $\text{Rz. cu.}$  900.  $\text{p.}$  4.  $\text{p. Rz. cu.}$  1920.

quadrupla radici cubicæ 30. igitur 4. radices superabunt cubum in 4. & superabuntur in  $\text{Rz. cu.}$  900. igitur non datur capitulum cen. numeri & rerum nec cen. cen. numeri & rerum.

Et similiter in reciso vt vides non fit per additionem capitulum in his quia superest  $\text{Rz. cu.}$  900. multo minus fit per diminu-

$\text{Rz. cu.}$  30.  $\text{m.}$  2.  
 $\text{Rz. cu.}$  900.  $\text{p.}$  4.  $\text{m. Rz. cu.}$  1920.

tionem, igitur tam recisum secundum quam quintum cum suo binomio est inutile ad capitula censuum & cen. cen.

Et hoc idem apparet in binomio primo

2.  $\text{p. Rz. cu.}$  3.  
4.  $\text{p. Rz. cu.}$  9.  $\text{p. Rz. cu.}$  192.

2.  $\text{m. Rz. cu.}$  3.  
4.  $\text{p. Rz. cu.}$  9.  $\text{m. Rz. cu.}$  192.

& suo reciso vt in suo exemplo nam vbique siue addas siue mintas superest  $\text{Rz. cu.}$  9. igitur



tur in talibus non fit aliqua æquatio perti-  
nens ad dicta capitula.

Si verò cubaueris talia binomia fient si-  
militer trinomia vt vides quorum vna pars  
est numerus, alia autem pars est commen-  
surabilis  $\mathcal{R}$ . cubæ rei veluti  $\mathcal{R}$ .cu. 30. est  $\frac{1}{12}$ . de

|  |
|--|
| $\mathcal{R}$ . cu. 30. $\mathcal{P}$ . 2.   |
| $\mathcal{R}$ . cu. 51840. $\mathcal{P}$ . 38. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 194400. |
| $\mathcal{R}$ . cu. 30. $\mathcal{M}$ . 2.   |
| $\mathcal{R}$ . cu. 51840. $\mathcal{P}$ . 22. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 194400. |

$\mathcal{R}$ . cu. 51840. igitur supererit  $\mathcal{R}$ . cu. 194400  
in prima per detractionem, in secunda per  
additionem igitur capitula cubi rerum &  
numeri in his non verificabuntur.

Et similiter dico de comparatione radi-  
cum rei ad radices cubi in bonomio & re-  
ciso primo quia nullum sequetur capitulum

|   |
|---|
| 2. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 3.   |
| 11. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 5184. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 1944. |
| 2. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 3.   |
| 5. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 5184. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 1944.  |

vt vides propter eandem causam: nam siue  
per additionem siue per detractionem sem-  
per supererit  $\mathcal{R}$ .cu. 1944. quare non fiet æ-  
quatio.

Si vero comparaueris cubum ad censum  
tunc tu vides quod in vtroque est numerus  
& duæ  $\mathcal{R}$ . cubicæ commensurabiles veluti  
 $\mathcal{R}$ . cu. 900. est  $\frac{1}{6}$ . de  $\mathcal{R}$ . cu. 194400. &  $\mathcal{R}$ .  
cu. 1920. est  $\frac{1}{7}$ . de  $\mathcal{R}$ . cu. 51840. sed  $\frac{1}{6}$ . &  
 $\frac{1}{7}$ . non coincidunt & hæc proportio serua-  
tur semper inter has partes vt vna sit du-  
pla alteri vt etiam vides quod  $\mathcal{R}$ . cu. 9.  
est  $\frac{1}{6}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 1944. &  $\mathcal{R}$ . cu. 192. est  $\frac{1}{7}$ . de  
 $\mathcal{R}$ . cu. 5184.

Et similiter si res sit  $\mathcal{R}$ . cu. 100.  $\mathcal{P}$ . vel  $\mathcal{M}$ .  
4. proportio  $\mathcal{R}$ . cubicarum vna est  $\frac{1}{12}$ . al-  
ia  $\frac{1}{6}$ . nam  $\mathcal{R}$ . cu. 10000. est  $\frac{1}{12}$ . de  $\mathcal{R}$ . cu.  
17280000. &  $\mathcal{R}$ . cu. 51200. est  $\frac{1}{6}$ . de  $\mathcal{R}$ .  
cu. 11059200. cum igitur hæc proportionem  
non possint coincidere non fiet capitu-  
lum.

|   |
|---|
| $\mathcal{R}$ . cu. 100. $\mathcal{P}$ . 4.   |
| $\mathcal{R}$ . cu. 10000. $\mathcal{P}$ . 16. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 51200.           |
| $\mathcal{R}$ . cu. 17280000. $\mathcal{P}$ . 164. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu.<br>11059200. |

Quia igitur detrahendo  $\mathcal{R}$ . cu. 1920. ex  
 $\mathcal{R}$ . cu. 51840. ter nihil remanet, ex parte  
autem  $\mathcal{R}$ . 194400. remanet  $\mathcal{R}$ . cu. 24300.  
& hæc est incommensurabilis  $\mathcal{R}$ . cu. 30.  
ideo non potest fieri æquatio: sed si detraxe-  
rimus 6. cen. ex 1. cu. remanebit  $\mathcal{R}$ . cu.  
remanebit  $\mathcal{R}$ . cu. 51840.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{P}$ . 14. & quia  
 $\mathcal{R}$ . cu. 30. est  $\frac{1}{12}$ . de  $\mathcal{R}$ . cu. 51840. igitur 12.  
res additæ ad 1. cu. tollunt 6. cen. & quia  
12. res sunt 24. & 2. cu. est 38. quod totum  
est 62. igitur 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 12. co. æquantur 6.  
cen.  $\mathcal{P}$ . 38. nam 6. cen. sunt 24. igitur talis  
æquatio seruit cubo & rebus æqualibus  
censibus & numero.

Et similiter in reciso quia conuertuntur  
partes erunt 6. cen. cu. 1. cu. æqua-  
lia 26.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 51840. igitur additis 12.  
rebus fient 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. cen.  $\mathcal{P}$ . 12. co. æqua-  
lia 2. igitur cubus census & res æquales nu-  
mero seruiunt huic æquationi.

Et similiter comparando censum de 2.  $\mathcal{P}$ .  
 $\mathcal{R}$ . cu. 3. ad suum cubum erit vt cubus de-  
tractus à 6. censibus relinquat 13.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  
5184. à quo detractis 12. rebus relinquantur  
11.  $\mathcal{M}$ . igitur 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 12. co. æquatur 6.  
cen.  $\mathcal{P}$ . 11. igitur talis æquatio seruit cu-  
bis & rebus æqualibus censibus & nu-  
mero.

Et si assumpseris recisum quod est 2.  $\mathcal{M}$ .  
 $\mathcal{R}$ . cu. 3. erunt 1. cu.  $\mathcal{P}$ . cen. 29. cum radi-  
cibus cubicis multiplicatis quia partes com-  
municantes sunt  $\mathcal{P}$ . &  $\mathcal{P}$ . &  $\mathcal{M}$ . cum  $\mathcal{M}$ . igi-  
tur etiam fiet detractio 1. cu. à 6. cen. & re-  
manebunt 19.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 5184. quare de-  
tractis 12. rebus remanebunt 5.  $\mathcal{M}$ . igitur  
1. cu.  $\mathcal{P}$ . 12. co. æquatur 6. cen.  $\mathcal{P}$ . 5. igitur  
adhuc habemus capitulum cubi & rerum  
æqualium censibus & numero.

Ex his igitur patet quod tales æquatio-  
nes non seruiunt alijs capitulis nisi ponere-  
tur cen. cen. loco cen. ternarijs igitur nul-  
lis possunt seruire.

## C A P V T XXV.

### De examinatione trinomialium utilium cum suis recisis.

**T**rinomialium ex duabus  $\mathcal{R}$ . cubicis sex  
sunt species aut enim omnes partes  
sunt  $\mathcal{P}$ . aut ambæ  $\mathcal{R}$ . cubicæ sunt  $\mathcal{P}$ . & nu-  
merus  $\mathcal{M}$ . vel  $\mathcal{R}$ . cubica maior & numerus  
est  $\mathcal{P}$ . &  $\mathcal{R}$ . cubica minor est  $\mathcal{M}$ . vel nu-  
merus &  $\mathcal{R}$ . cubica minor est  $\mathcal{P}$ . &  $\mathcal{R}$ . cubi-  
ca maior est  $\mathcal{M}$ . vel numerus est  $\mathcal{P}$ . & am-  
bæ  $\mathcal{R}$ . cubicæ sunt  $\mathcal{M}$ . vel  $\mathcal{R}$ . cubica ma-  
ior est  $\mathcal{P}$ . &  $\mathcal{R}$ . cubica minor & nume-  
rus sunt  $\mathcal{M}$ .

|   |
|---|
| $\mathcal{R}$ . cu. 32. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2. $\mathcal{P}$ . 3. |
| $\mathcal{R}$ . cu. 32. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2. $\mathcal{M}$ . 3. |
| $\mathcal{R}$ . cu. 32. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2. $\mathcal{P}$ . 3. |
| $\mathcal{R}$ . cu. 32. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2. $\mathcal{M}$ . 1. |
| 3. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 32. |
| 6. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 24. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 9. |

Cum igitur fuerit trinomialium ex dua-  
bus  $\mathcal{R}$ . cubicis & tertia numero, fuerint-  
que quantitates continue proportionales  
semper productum  $\mathcal{R}$ . cubicarum inuicem  
est numerus nam si prima & tertia sunt  
 $\mathcal{R}$ . cubicæ productum earum æquabitur  
quadrato secundæ quod est numerus quia  
secunda quantitas ponitur numerus. Si  
vero prima & secunda sint  $\mathcal{R}$ . cubicæ igi-  
tur productum earum se habet ad quadra-  
tum tertiæ sicut cubus primæ ad cu-  
bum secundæ sed proportio cubi primæ  
ad cubum secundæ est veluti numeri ad  
numerus quia ambo cubi sunt nume-  
ri



# Cap. XXV. De examin. trin. &c. 337

ri eo quod prima & secunda quantitas sunt  
 $\mathcal{R}$ . cubicæ numerorum. Igitur proportio  
 producti primæ in secundam ad quadratum  
 tertiæ, est veluti numeri ad numerum: sed  
 quadratum tertiæ est numerus, quia tertia est  
 numerus. Igitur productum primæ in secun-  
 dam est numerus. Possibile tamen est quod  
 partes non sint continuè proportionales &  
 tamen  $\mathcal{R}$ . cubicæ inuicem ductæ producant  
 numerum veluti 4. &  $\mathcal{R}$ . cu. 32. &  $\mathcal{R}$ . cu.  
 2. non sunt continuè proportionales, attam-  
 en.  $\mathcal{R}$ . cu. 32. in  $\mathcal{R}$ . cu. 2. produ-  
 cit 4.

Patet autem quod æquationes partium  
 continuè proportionalium, per secundam  
 regulam capituli noni ad minus producant  
 in cubo trinomium ex numero & duabus  
 $\mathcal{R}$ . cubicis: cum autem  $\mathcal{R}$ . illæ cubicæ  
 non sint in eadem proportionem ad  $\mathcal{R}$ . cubi-  
 cas rei, igitur non fiet capitulum cubi re-  
 rum & numeri, proportio enim partium  
 cubi inuicem est quadruplicata ad propor-  
 tionem partium radicis. Veluti cubus de  
 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 18.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 12. est  $\mathcal{R}$ . cu.  
 354294.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 69984.  $\mathcal{M}$ . 75. Porro  
 cum diuideris  $\mathcal{R}$ . cu. 354294. per  $\mathcal{R}$ . cu.  
 18. exit  $\mathcal{R}$ . cu. 19683. & cum diuidis  $\mathcal{R}$ .

cu. 69984. per  $\mathcal{R}$ . cu. 12. exit  $\mathcal{R}$ . cu.  
 5832. Hæ autem radices cubæ sunt 27. &  
 18. quæ sunt in triplicata proportionem  $\mathcal{R}$ . cu.  
 18. ad  $\mathcal{R}$ . cu. 12. Igitur  $\mathcal{R}$ . cu. 354294.  
 ad  $\mathcal{R}$ . cu. 69984. est in quadruplicata  
 proportionem 18. ad 12. & ita constat quod  
 non sit capitulum cubi cum rebus in tali  
 trinomio nec in trinomio in quo numerus  
 est pars media. Veluti  $\mathcal{R}$ . cu. 32.  $\mathcal{P}$ . 2.  $\mathcal{P}$ .  
 $\mathcal{R}$ . cu. 2. eius cubus est 90.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 629856.  
 $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 746496. Proportio harum radi-  
 cium cubicarum est veluti  $\mathcal{R}$ . cu. 864. ad  
 $\mathcal{R}$ . cu. 729. quæ est 9. & ideo est longè mi-  
 nor quàm  $\mathcal{R}$ . cu. 32. ad  $\mathcal{R}$ . cu. 2. quare  
 non potest cubus æquari rebus & numero,  
 nec cubus cum rebus æquari numero. In hoc  
 autem genere trinomiorum proportiona-  
 lium quorum pars media est numerus, &  
 prima pars & tertia sunt  $\mathcal{R}$ . cubicæ & am-  
 bæ sunt  $\mathcal{P}$ . cadit æquatio cubi æqualis cen-  
 sibus & numero, si pars media sit  $\mathcal{P}$ . & cu-  
 bi & censuum æqualium numero, si pars  
 media siue numerus sit  $\mathcal{M}$ . Et causa est quia  
 census talium trinomiorum per  $\mathcal{P}$ . constat  
 ex tribus partibus, quarum vna est nume-  
 rus qui est triplum quadrati partis mediæ,  
 alia est  $\mathcal{R}$ . cubica constans ex quadrato pri-

| Prima,<br>Res $\mathcal{R}$ . cu. 32.                                  | Secunda,<br>$\mathcal{P}$ . 2. | Tertia,<br>$\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2.                    |
|--|--------------------------------|--|
| Quadratum primæ $\mathcal{R}$ . cu. 1024.                              | Triplum quad. secundæ, 12.     | Quadratum tertiæ $\mathcal{R}$ . cu. 4                               |
| Duplum secundæ in te t m, $\mathcal{R}$ . cu. 128.                     |                                | Duplum primæ in secundā, $\mathcal{R}$ . cu. 2048                    |
| Census, $\mathcal{R}$ . cu. 325.                                       | $\mathcal{P}$ . 12.            | $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2916.                            |
| Triplum quadrati primæ in secun-<br>dam, $\mathcal{R}$ . cu. 221184.   | Cubus primæ &<br>tertiæ, 34.   | Triplum quadrati tertiæ in secun-<br>dam, $\mathcal{R}$ . cu. 864.   |
| Sexcuplum quadrati secundæ in ter-<br>tiam, $\mathcal{R}$ . cu. 27648. | Septuplum cubi<br>secundæ, 56. | Sexcuplum quadrati secundæ in<br>primam, $\mathcal{R}$ . cu. 442368. |
| Cubus, $\mathcal{R}$ . cu. 746496.                                     | $\mathcal{P}$ . 90.            | $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 629856.                          |

mæ & duplo secundæ in tertiam, facienti-  
 bus necessariò vnam  $\mathcal{R}$ . cubicam tantum.  
 Tertia pars est  $\mathcal{R}$ . cubica constans ex qua-  
 drato tertiæ & duplo secundæ in primam,  
 facientibus etiam vnam  $\mathcal{R}$ . cubicam tan-  
 tum. Cubus autem constat similiter ex tri-  
 bus partibus, quarum vna est numerus con-  
 stans ex cubo primæ & tertiæ & septuplo  
 cubi secundæ partis: alia pars est  $\mathcal{R}$ . cubi-  
 ca constans ex triplo quadrati primæ in se-  
 cundam, & sexcuplo quadrati secundæ in  
 tertiam facientibus vnam  $\mathcal{R}$ . cubicam tan-  
 tum. Tertia pars est  $\mathcal{R}$ . cubica constans ex  
 triplo quadrati tertiæ in secundam & sexcu-  
 plo quadrati secundæ in primam facienti-

bus etiam vnam  $\mathcal{R}$ . cubicam tantum, vt ap-  
 paret ex demonstratione secundi libri super  
 Euclidem. Quare partes  $\mathcal{R}$ . cubarum cubi,  
 sunt æquè proportionales partibus  $\mathcal{R}$ . cubi-  
 carum census, igitur per deductionem fiet  
 capitulum cubi æqualis rebus & nume-  
 ro, vt in casu 1. cu. æquabitur 6. cen-  
 $\mathcal{P}$ . 18.

Si verò pars media ponatur  $\mathcal{M}$ . constabit si-  
 militer census ex prima parte quæ est nume-  
 rus qui est triplū quadrati secundæ, & secun-  
 da pars est quadratum primæ dempto duplo  
 secundæ in tertiam, & tertia pars erit quadra-  
 tum tertiæ dempto duplo primæ in secun-  
 dam, sicut prius addebantur inuicem.

| Prima,<br>Res $\mathcal{R}$ . cu. 32.  | Secunda,<br>$\mathcal{M}$ . 2.                 | Tertia,<br>$\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2.                                    |
|--|--|--|
| Quadratum primæ $\mathcal{R}$ . cu. 1024.  | Triplum quad. secundæ, 12.                     | Quadratum tertiæ $\mathcal{R}$ . cu. 4.  |
| Duplum secundæ in tertiam, $\mathcal{R}$ . cu. 128. $\mathcal{M}$ .                    |  | Duplum primæ in secundā, $\mathcal{R}$ . cu. 2048. $\mathcal{M}$ .                   |
| Census $\mathcal{R}$ . cu. 128.  | $\mathcal{P}$ . 12.                            | $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 1372.  |
| Triplum quadrati primæ in secun-<br>dam, $\mathcal{R}$ . cu. 221184. $\mathcal{M}$ .   | Cubus primæ &<br>tertiæ, $\mathcal{P}$ . 34.   | Triplum quadrati tertiæ in secun-<br>dam, $\mathcal{R}$ . cu. 864. $\mathcal{M}$ .   |
| Sexcuplum quadrati secundæ in ter-<br>tiam, $\mathcal{R}$ . cu. 27648. $\mathcal{P}$ . | Septuplum cubi<br>secundæ, $\mathcal{M}$ . 56. | Sexcuplum quadrati secundæ in<br>primam, $\mathcal{R}$ . cu. 442368. $\mathcal{P}$ . |
| Cubus, $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 27648.                                      | $\mathcal{M}$ . 22.                            | $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 296352.  |

Et similiter de cubo detrahendo patet  
 quod necessariò erunt partes cubi æquæ  
 Tom. IV.

proportionales partibus census loquendo  
 de  $\mathcal{R}$ . cubicis, quare cum sint mutue  
 Ff  $\mathcal{P}$ . &



p. & m. Igitur 1. cu. p. 6. cen. æquabitur 50, nam 6. cen. sunt 72. p. & 1. cu. est 22. m. Igitur iuncti faciunt 50. & ex hac creatione patet quod nullum aliud genus trinomialium cubicorum est idoneum ad aliquod capitulum Algebra. Et ex hoc scies multiplicare talia trinomia faciliter & cubare ad supplementum capituli noni, & scies extrahere faciliter capitula duo propofita, vt videbis suo loco.

### CAPVT XXVI.

*De reliquis speciebus binomialium, trinomialium, & quadrinomialium inutilium ad capitula Algebra & de recisis eorum.*

**Q**UANTITATES autem quæ sunt R. simplices & binomia vel recisa ex tertio & sexto genere & R. cubica & mediales, id est R. R. & binomiales ex R. & R. cubica & trinomialia non proportionata & R. v. quadrata triplicata siue proportionata siue non, & trinomia ex radicibus quadratis, & trinomia cubica in quibus prima vel tertia pars est m. vel est numerus, nullo modo faciunt capitulum generale, nec possunt esse pars æquationis generalis ita quod totum genus illius quantitatis inferuiat vni capitulo. Quia bene possibile est (vt dictum est in capitulo) quod æquatio census æqualis rebus & numero perueniat ad æquationem vnus R. tantum, & similiter possibile est inuenire trinomia ex R. v. & R. & numero, vel binomia ex duabus R. v. vel ex R. v. & R. simplici quæ æquivalent numero vel alteri R. in quam cadat æquatio capituli, sed hoc non est per se nec generale. Quod autem ita sit patet, nam si maximè hoc esset, posset esse in trinomio quadrato proportionaliter, cuius pars media sit numerus; veluti R. 8. p. 2. p. R. 2. Quod autem hoc non ita sit patet, nam in cubo proueniunt plus quam tres partes non communicantes, quare non potest æquari rebus & numero, & vt videas quod eadem ratione, nec cen. & res possunt æquari numero etiam posita parte media m. nec eadem ratione; & à fortiori cen. cen. possunt æquari rebus & numero: cum autem reliqua capitula habeant suas æquationes & superiora, vt relatum primum non concordet in denominationibus patet non dari capitulum generale.

|           |       |          |
|-----------|-------|----------|
| Res R. 8. | p. 2. | p. R. 2. |
| Census.   |       |          |
| Cubus.    |       |          |

Si quis igitur dicat ad quid sunt alie quantitates irrationales non bimediales quæ non possunt producere æquationem. Dico quod etsi non producunt æquationem per se, producunt per accidens, vt in capitulo decimo nono, & etiam iuuant ad æquationem & producuntur ex hoc quod si quadrata

sunt æqualia etiam R. sunt æquales, & etiam habent æquationem in capitulis imparibus vt dictum est de cen. cen. & cen. & numero & similiter in paribus vt cu. & co. æqualia numero.

### CAPVT XXVII.

*De modis inueniendi Capitula noua.*

**Q**UINQUE modis inueniuntur Capitula noua. Primus & principalis est per demonstrationem Geometricam, & hoc modo inuenta sunt prima tria capitula Algebra composita, vt patet suo libro, & similiter capitulum cubi & rerum æqualium numero, veluti patet in libro nostro super Euclidem. Et est modus vniuersalis & generalis, & quandoque operamur hoc cum corporibus ipsis, & sunt ex his pulcherrima inuenta prout in decem libris de triangulis siue circulis diximus.

Secundus modus est etiam valde pulcher, & est vt accipias quæstionem notam per aliquam viam, deinde fac positionem peruenientem ad capitulum ignotum super eandem quæstionem præcisè. Postmodum applicabis modum quo soluiisti quæstionem capitulo ignoto, & formabis capitulum notum. Exemplum, Inuenias duos numeros quorum aggregatum æquetur quadrato vnus partis, & ex vno multiplicato in alium fiat 6. pone quod primus sit 1. co. & quia ex primo ducto in secundum sit 6. erit secundus  $\frac{6}{1.co.}$ , & quia iuncti debent æquari

|                                       |                   |                    |
|---------------------------------------|-------------------|--------------------|
| 1. co.                                | $\frac{6}{1.co.}$ | $\frac{36}{1.co.}$ |
| 1. cen.                               |                   |                    |
| 1. cu. p. 6. co.                      | 36.               |                    |
| Res R. v. cu. R. 332. p. 18. m. R. v. |                   |                    |
| cu. R. 332. m. 18.                    |                   |                    |
| 1. co.                                | $\frac{6}{1.co.}$ | 1. cen.            |
| 1. co.                                |                   |                    |
| 1. cen. p. 6.                         |                   | 1. cu.             |

quadrato vnus partis, primò igitur æquetur quadrato de  $\frac{6}{1.co.}$  quod est  $\frac{36}{1.co.}$ . Habes igitur 1. co. p.  $\frac{6}{1.co.}$  æqualia  $\frac{36}{1.co.}$ . Multiplica omnia per 1. cen. habebis igitur 1. cu. p. 6. 50. æqualia 36. quare res valebit per capitulum suum R. v. cu. R. 332. p. 18. m. R. v. cu. R. 332. m. 18. Deinde iterato fac quod æquetur quadrato de 1. co. & habebis 1. co. p.  $\frac{6}{1.co.}$  æqualia 1. cen. quare multiplicando omnia per 1. co. habebis 1. cen. p. 6 æqualia 1. cu. Tu vides igitur quod si dixeris duo numeri multiplicant 18. & aggregatum est æquale quadrato vnus partis, quod illa pars necessarid est pars minor, & est 3. & alia pars est 6. non igitur potest esse quæstio hæc verificata nisi de vno numero qui est 3. & alio qui est 6. Si igitur in hoc casu proueniet etiam valor rei, & prima res fuit alia à secunda & prima fuit R. v. cu. R. 332. p. 18. m. R. v. cu. R. 332. m. 18. &



& prima in secundam ducta facit 6. igitur diuiso 6. per primam æquationem dictam, quod exit est æquatio de 1. cu. æquali 1. cen. p. 6. & quia vides quod permutando secundam positionem in primam debes quadrare 6. fit 36. dices igitur, si 1. cu. æquatur 1. cen. p. 6. igitur 1. cu. p. 6. co. æquabitur 36. & ita si 1. cu. æquatur 1. cen. p. 10. igitur 1. cu. p. 10. co. æquatur 100. & ita de aliis. Deinde inuenies æquationem vt dixi de 1. cu. p. 6. co. vel p. 10. co. æqualibus numero, qua habita diuide numerum rerum per eam, quod exit est æquatio cubi æqualis censui & numero, ecce qualiter per vnam quæstionem ex capitulo noto venatus es capitulum ignotum Et hoc modo venatus sum plura capitula generalia, sed quia hæc conuersio supponit censum esse vnum tantum, ideo non est generalis. Quare non posui eam, sed posui generalem sumptam è tribus quantitibus continue proportionalibus, vt patet in capitulo vigesimo primo.

Tertius modus sumitur ab æquationibus. Exemplum, volo capitulum censuum æqualium cubo & numeris. Tu scis ex capitulo vigesimo secundo qualiter hoc verificatur in binomio primo & quarto cum suis recisis, & etiam in binomio secundo & quinto. Capió igitur vnum ex his, vt pote 6. p. 12. & est binomium quartum, quadratum ipsum, fit 48. p. 1728. Multiplica ipsum in suam 12. id est in 6. p. 12. & vides quod talis multiplicatio ex regula cubandi binomia fit ex parte 12, quadrando

|                 |          |
|-----------------|----------|
| 6. p. 12.       | 12. res. |
| 48. p. 1728.    | census.  |
| 432. p. 172800. | cubus.   |
| 10. census.     |          |
| 480. p. 172800. |          |

6. fit 36. deinde triplando fit 108. deinde addendo quadratum 12. quod est 12. fit 120. & hoc multiplicando in 12. fit 172800. & numerus est 432. vides igitur quod si assumpseris 10. census ex parte radicem æquabuntur vni cubo, quia vtriusque quæ est 12. 172800.

Hoc viso assumo iterum quæstionem 10. cen. æquatur 1. cu. p. numero, & quia non alligat te ad numerum. Cape quemuis numerum pro parte binomij, & dicamus quod sit gratia exempli 6. igitur reliqua pars binomij erit 1. co. quadra igitur & fit 36. p. 1. cen. p. 12. co. & quia quadrando binomium vel recisum quadratum vtriusque partis est numerus & multiplicatio vnus in alteram est 12. Igitur dicemus quod 36. p. 1. cen. est numerus quadrati, & 12. co. sunt 12. Separa igitur inuicem, & multiplica 12. per 10. quia tu vis scire quanta sit 12. censuum 10. quia illa debet æquari cubo. Multiplica igitur 10. in 12. co. fit 120. co. & hoc est pars quæ est 12. 10. censuum, & quia vt dictum est, 12. cubi fit ex triplo quadrati numeri & est 108. cum quadrato radicis & est 1. cen. in radicem

Tom. IV.

rei quæ est 1. co. Igitur fiet 108. co. p. 1. cu. æqualia 120. co. ex supposito nam debent æquari vt dictum est pars quæ est 12. in cubo, & pars quæ est 12. in 10. censibus.

Hoc facto vides quod si 1. cu. p. 108. co. æquatur 120.

co. Igitur 1. cu. æquatur 12. co. & quod 1. cu. remanet idem. Vide igitur ex quo sumitur 12. & vides quod si quadraueris 6. fit 36. item multiplica duplum 6. quod est 12 in 4. differentiam 6. numeri positi à 10. numero censuum, fit 48. detrahe 36. à 48. remanet 12. Igitur 1. cu. æquatur 12. co. Igitur 1. cen. æquatur 12. Igitur prima regula erit hæc: Detrahe numerum positum à numero censuum, & quod relinquitur multiplica per duplum numeri positi, & ab eo detrahe quadratum numeri positi, residui 12. est 2<sup>a</sup> pars.

Hoc viso quia multiplicare numerum in se est tantum quantum multiplicare duplum illius numeri in dimidium eiusdem ex decima sexta sexti Euclidis. Igitur 12. quæ sita erit differentia eius quod fit ex duplo numeri positi in differentiam numeri positi à numero censuum ab eo quod fit ex duplo numeri positi in suum dimidium: sed talis differentia æquatur ei quod fit ex duplo numeri positi in differentiam medietatis eiusdem numeri à differentia numeri positi à numero censuum. Igitur regula secunda erit: Detrahe dimidium numeri positi à differentia numeri positi à numero censuum & residuum multiplica per duplum numeri positi & 12. prouentus est 2<sup>a</sup> pars binomij quæ sita.

Hoc stante sic formabimus regulam ex multiplici abbreviatione. Adde dimidium numeri positi numero posito, & totum detrahe ex numero censuum, quod relinquitur multiplica in duplum numeri positi, producti accipe 12. & hæc erit secunda pars binomij. Exemplum, 10. cen. æquantur 1. cu. p. numero, & ponamus primam partem binomij esse 2. adde ei dimidium, fit 3. detrahe 3. à 10. numero censuum, remanet 7. multiplica 7. in 4. duplum numeri positi, fit 28. & 12. 28. erit adicienda ad 2. Igitur 12. 28. p. 2. erit binomiam cuius 10. census æquantur cubo & alicui numero. Et si accepissem 3. addidisset 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub> quod est dimidium, & fuisset aggregatum 4<sup>1</sup>/<sub>2</sub>, quod detractum à 10. reliquisset 5<sup>1</sup>/<sub>2</sub>, quod multiplicatum in 6. duplum numeri fecisset 33. igitur 12. 33. addita ad 3. fecisset binomium cuius 10. census potuissent æquari cubo & numeris, & ita posses complere capitulum pro numero iterando positionem & perueniens ad complementum regulæ positæ in capitulo suo trigesimo septimo.

Quartus modus dicitur deriuatio, & fit hoc modo: Cognitus est modus capituli cubi & rerum æqualium numero; dices igitur deriuatiue quadrando vtrumque igitur cubus census & census sunt æqualia numero, quia sicut res est 12. cubica cubi, ita census est 12. cubica

|                    |            |
|--------------------|------------|
| 6. p.              | 1. co.     |
| 36. p. 1. cen.     | p. 12. co. |
|                    | 10.        |
|                    | 120. co.   |
| 6. p.              | 1. co.     |
| 36.                | 1. cen.    |
| 3.                 |            |
| 108. p. 1. cen.    |            |
|                    | 1. co.     |
| 108. co. p. 1. cu. |            |



Cubus & res æquales numero,  
 Cubus cen. & census æqualia numero.  
 Cubus æqualis rebus & numero.  
 Cubus cen. æqualis censibus & numero.

bica cubi census: ideo modus in vtroque est præcisè vnus, excepto quod in primo inuenies valorem rei, in deriuatiuo valorem census. Quare pro habendo valore rei, accipe postmodum  $\mathcal{R}$ . v. æquationis census, & hæc erit valor rei. Et hoc modo inuenimus 20. capitula deriuatiua explicata in capitulo vigesimo, vbi adsunt signa crucis aut stellæ, & similiter inuenimus 9. capitula quæ vocantur assimilata, veluti in censu & re æqualibus numero elicis cubum census & cubum æqualia numero, nam sicut cubus

Census & res æqualia numero.  
 Cubus census & cubus æqualia numero.  
 Census æqualis rebus & numero.  
 Cubus census æqualis cubis & numero.

est cubus rei, ita cubus census est cubus census. Quare inuenies æquationem per capitulum census, & rerum æqualium numero, & habebis valorem cubi. Vt igitur habeas valorem rei, accipe  $\mathcal{R}$ . v. cubam talis valoris. Hucusque isti modi sunt vniuersales demonstratiui & infallibiles.

Quintus modus est similitudinis, & est quadruplex, & non est nec generalis nec demonstratiuus. Primus sumitur à similitudine augmentorum in æquationibus vt demonstratum est in capitulo vigesimo secundo nam per talem similitudinem augmentorum veniamur capitula plurima particularia, velut capitula census census rerum & numeri. Secundus modus fit per similitudinem conuersionis æquationis, veluti dicendo 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. co. æquatur 9. valor rei est vt vides. Si verò dicas 1. cu. æquatur 6.

1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. co. æqualis 9.  
 Valor rei.  
 $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ .  $28\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $4\frac{1}{2}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  
 $\mathcal{R}$ .  $28\frac{1}{4}$   $\mathcal{M}$ .  $4\frac{1}{2}$ .  
 1. cu. æqualis 6. co.  $\mathcal{P}$ . 9.  
 Valor rei,  
 $\mathcal{R}$ . v. cu.  $4\frac{7}{8}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $12\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $4\frac{7}{8}$   
 $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $12\frac{1}{4}$ .  
 6  
 16

co.  $\mathcal{P}$ . 9. valor rei est vt vides etiam. Manifestum est autem quòd secundus valor habet dependentiam à primo & est talis. Accipe secundam partem primæ æquationis quæ est  $4\frac{1}{2}$  pro prima in secunda æquatione, deinde cuba tertiam partem rerum quæ est 2. fit 8. & eam duplica, fit 16. detrahe 16. à quadrato primæ partis binomij primæ æquationis & sui recisi. & est  $28\frac{1}{4}$  remanet  $12\frac{1}{4}$ , hoc adde & minue tamquam

radicem in secunda æquatione. Habes igitur secundam æquationem extractam à prima, & tamen hæc regula non est omnino generalissima quia non tenet, quando tale duplum cubi tertiæ partis rerum non potest detrahi à quadrato secundæ partis binomij & recisi primæ æquationis. Et ita extraxi conuersionem capituli cubi æqualis rebus & numero, in capitulum cubi & rerum æqualium numero sub eisdem terminis præcisè, attamen neglexi ponere in capitulo vigesimo primo, quia non est generalis, sed fallit in dicto casu. Tertius modus est ex similitudine æquationum, veluti si dico 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. co. æquatur 2.

1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. co. æqualia 2.  
 Valor rei,  
 $\mathcal{R}$ . cu. 4.  $\mathcal{M}$ . 2.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2.  
 Cubus eius,  
 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $432$   $\mathcal{M}$ . 2.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $864$ .  
 6. res,  
 $\mathcal{R}$ . cu.  $864$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $432$ .  
 1. cu. æqualis 6. co.  $\mathcal{P}$ . 6.  
 Valor rei,  
 $\mathcal{R}$ . cu. 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2.  
 Cubus eius,  
 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $432$   $\mathcal{P}$ . 2.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $864$ .  
 6. res,  
 $\mathcal{R}$ . cu.  $864$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $432$ .

Video quòd valor rei est  $\mathcal{R}$ . cu. 4.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. & video quòd cubus eius est 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $432$   $\mathcal{M}$ . 2.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $864$ . & video quòd 6. co. sunt  $\mathcal{R}$ . cu.  $864$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $432$ . Igitur video quòd vbi partes cubi sunt  $\mathcal{P}$ , partes rei sunt  $\mathcal{M}$ . & è contrà: & quòd partes cubi, quæ sunt numerus & sunt 4. & 2. detrahuntur ideo dico quòd si deberent detrahi, ita quòd 1. cu. esset æqualis 6. co.  $\mathcal{P}$ . numero oportet vt partes omnes sint  $\mathcal{P}$ . Igitur partes numeri cubi necessariò aggregabuntur. Dicam igitur quòd aggregatis partibus (quæ erant  $\mathcal{M}$ . in prima æquatione) ita vt valor rei sit  $\mathcal{R}$ . cu. 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. fiet 1. cu. æqualis 6. co.  $\mathcal{P}$ . 6. quia sicut 2. detrahitur à 2. in prima æquatione, fuit causa quòd 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. co. æquaretur 2: ita 2. additum ad 4. facit 6. & est causa quòd 1. cu. æquatur 6. co.  $\mathcal{P}$ . 6. Et hoc modo extraxi capitulum cubi æqualis rebus & numero ex capitulo cubi & rerum æqualium numero. Nam hoc inuento vidi quòd partes æquationis remanebant eadem, & quòd semper componebant numerum æquationis, vt pote 6. quare dixi oportet facere duas partes ex numero assignato ex quarum multiplicatione producatur cubus tertiæ partis rerum, nam vidi quòd in secunda æquatione partes inuicem duarum producebant cubum tertiæ partis rerum, & simul iunctæ faciebant dictum numerum. Et hoc modo inueni capitulum cubi æqualis rebus & numero. Quartus autem modus similitudinis est vt consideres veluti in censibus æqualibus rebus & numero capitulum est simile capitulo de censibus & rebus æqualibus



# Cap. XXVIII. De Capit. gen. &c. 341

æqualibus numero, excepto quod in illo additur radix aggregati dimidio rerum, in alio minuitur. Igitur verisimile est quod in capitulis cubi rerum & numeri sit etiam parua differentia & quasi similis. Et ita est, nam in capitulo cubi æqualis rebus & numero adduntur  $\mathcal{R}$ . cubæ inuicem, & in capitulo cubi & rerum æqualium numero minuuntur altera ab altera. Et similiter sicut in capitulo censuum rerum & numeri dimidiuntur radices & quadrantur, ita in capitulo cubi rerum & numeri debet assumi  $\frac{1}{2}$  radicem & debet cubari, & ita in censu assumi  $\frac{1}{2}$  radicem & reduci ad censum census. Et similiter videmus quod in capitulis censuum rerum & numeri æquatio est ex genere  $\mathcal{R}$ . simplicium in vnoquoque capitulo eorum, igitur in cubo erit ex genere  $\mathcal{R}$ . cubarum, & in capitulis censuum census & census & numerierit ex genere  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . & ita in capitulis relati rerum & numeri erit ex genere  $\mathcal{R}$ . relatarum, quamuis aliquando coniungantur numeris, aliquando sint  $\mathcal{R}$ . v. vnum est quod æquatio est semper de genere maioris denominationis, & hoc in capitulis vniuersalibus, nam in particularibus vides quod regula non tenet, quia binomia & recisa simplicia seruiunt capitulis cubi æqualis rebus & numero & cubi & numeri æqualium rebus ut visum est in capitulo vigesimo secundo, & plenius videbitur infra. His igitur modis bene intellectis aditus patet ad omne capitulum ignotum, nam postquam inueneris regulam, semper (si es expertus) facillimè inuenies eius demonstrationem & Geometricam & Arithmetica.

## C A P V T XXVIII.

De Capitulo generali cubi & rerum æqualium numero, Magistri Nicolai Tartaglia, Brixienfis.

**H**Oc Capitulum habui à præfato viro ante considerationem demonstrationum secundi libri super Euclidem, & æquatio hæc cadit in  $\mathcal{R}$ . cu. v. binomij ex genere binomij secundi & quinti  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cuba vniuersali recisi eiusdem binomij. Et est exemplum  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 7.  $\mathcal{P}$ . 2.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. v.  $\mathcal{R}$ . 7.  $\mathcal{M}$ . 2. potest esse valor rei cuius cubus cum rebus æquatur numero & aliquando talis  $\mathcal{R}$ . vniuersalis æquiualeat  $\mathcal{R}$ . cu. reci-

|   |   |
|---|---|
| $\mathcal{R}$ . cu. 9. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 3.   |   |
| $\mathcal{R}$ . cu. 243. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 81.  | $\mathcal{R}$ . cu. 2187. $\mathcal{P}$ . |
|   | $\mathcal{R}$ . cu. 9.                    |
| Cubus 9. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2187. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 6561. $\mathcal{M}$ . 3. |   |
| 9. res $\mathcal{R}$ . cu. 6561. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 2187.                                      |   |
| 6.  |   |

sæ duorum numerorum tantum & exprimitur per eos veluti  $\mathcal{R}$ . cu. 9.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 3.

Tom. IV.

tunc hic est valor rei, cuius 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 9. co. æquantur 6. numero: nam cubus eius est 9.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2187.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 6561.  $\mathcal{M}$ . 3. quod est dicere 6.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2187.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 6561: sed 9. co. sunt  $\mathcal{R}$ . cu. 6561.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2187. Igitur iunctæ 9. res cum cubo, faciunt 6. præcisè, eò quod ambæ  $\mathcal{R}$ . simul cadunt: & aliquando dicta æquatio æquiualeat numero, & designatur per ipsum. Veluti si dicam 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 9. co. æquantur 26. tunc æquatio fit ut valor rei sit  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 196.  $\mathcal{P}$ . 13.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 196.  $\mathcal{M}$ . 13.  $\mathcal{R}$ . autem 196.  $\mathcal{P}$ . 13. est 27. cuius  $\mathcal{R}$ . cu. est 3: &  $\mathcal{R}$ . 196.  $\mathcal{M}$ . 13. est 1. cuius  $\mathcal{R}$ . cu. est 1. Igitur valor rei est  $\mathcal{R}$ . cu. 27.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 1. quod est dicere 2. & aliquando reducitur æquatio ad æquiualens numero, sed non est numerus de facto, sed reducibilis arte ad numerum. Veluti 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. co. æqualia 10. æquatio est  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 108.  $\mathcal{P}$ . 10.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 108.  $\mathcal{M}$ . 10. & hoc est in veritate 2: non tamen simpliciter reducitur ad 2. quia  $\mathcal{R}$ . 108.  $\mathcal{P}$ . 10. &  $\mathcal{R}$ . 108.  $\mathcal{M}$ . 10. sunt quantitates surdæ, & multò plus earum  $\mathcal{R}$ . v. cu. attamen dictæ  $\mathcal{R}$ . v. cu. detractæ inuicem æquiualent 2. quia 6. co. sunt 12. & 1. cu. est 8. & totum aggregatum est 20. Cum igitur cubus cum rebus æquatur numero, accipe  $\frac{1}{2}$  radicem & cuba, deinde quadra dimidium numeri, & iunge hos duos prouentus, & aggregati accipe  $\mathcal{R}$ , huic  $\mathcal{R}$ . adde dimidium numeri propositi, & habebis binomium, & ab eadem  $\mathcal{R}$ . minue dimidium numeri, & habebis residuum; deinde accipe  $\mathcal{R}$ . cubam binomij &  $\mathcal{R}$ . cubam residui, & minue  $\mathcal{R}$ . cubam residui à  $\mathcal{R}$ . cuba binomij per  $\mathcal{M}$ , & quod relinquitur est valor rei. Exemplum, volo æquationem de 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. co. æqualia 10. Accipe  $\frac{1}{2}$  de 6. qui est numerus rerum, & est 2, cuba fit 8. accipe dimidium 10. quod est 5. quadra fit 25. iunge 25. ad 8. fiunt 33. accipe  $\mathcal{R}$ . quæ est  $\mathcal{R}$ . 33. ei adde 5. fit  $\mathcal{R}$ . 33.  $\mathcal{P}$ . 5. minue

|   |     |
|---|-----|
| 1. cu. p̄. 6. co. æqualia 10.                       |     |
| 3.  | 2.  |
| <hr/>   |     |
| 2.  | 5.  |
| 8.  | 25. |
| <hr/>   |     |
| 25.   |     |
| 8.  |     |
| <hr/>   |     |
| R. 33. p̄. 5.                                       |     |
| R. 33. m̄. 5.                                       |     |
| <hr/>   |     |
| R. v. cu. R. 33. p̄. 5. m̄. R. v. cu. R. 33. m̄. 5. |     |

etiam 5. fit  $\mathcal{R}$ . 33.  $\mathcal{M}$ . 5. accipe  $\mathcal{R}$ . cu. v. Horum binomij & recisi habebis  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 33.  $\mathcal{P}$ . 5. &  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 33.  $\mathcal{M}$ . 5. minue  $\mathcal{R}$ . cu. recisi à radice binomij, habebis valorem rei  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 33.  $\mathcal{P}$ . 5.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 33.  $\mathcal{M}$ . 5.

Et similiter si dicam quod 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 3. co. æquatur 10. tunc diuide 3. numerum rerum per 3. exit 1. cuba 1. fit 1. diuidi de 10. fit 5. quadra, fit 25. adde 1. productum siue cubum tertie partis rerum, fit

F f 3

26.



|  |     |
|--|-----|
| 1. cu. p. 3. co. æqualia 10.                     |     |
| 3.   | 2.  |
| tertia pars 1.                                   | 5.  |
| cubus eius 1.                                    | 25. |
| 25.  |     |
| 1.   |     |
| 26.  |     |
| Valor binomij R. 26. p. 5.                       |     |
| Valor recisi R. 26. m. 5.                        |     |
| Valor rei,                                       |     |
| R. v. cu. R. 26. p. 5. m. R. v. cu. R. 26. m. 5. |     |

26. Accipe igitur R. 26. & ei adde 5. & minue 5. dimidium numeri, habebis R.

26. p. 5. & R. 26. m. 5. accipe R. cu-  
bam utriusque, & minue minorem de  
maiore, habebis valorem rei esse R. v.  
cu. R. 26. p. 5. m. R. v. cu. R. 26.  
m. 5.

Vt autem videas veritatem, quare per  
regulam septimam numeros multiplica-  
dos hoc modo: Tu scis quod quadrata  
partium sunt R. v. cu. 51. p. R. 2600.  
& R. v. cu. 51. m. R. 2600. & quia tri-  
planda sunt dicta quadrata addendo aliam  
partem, fiat igitur multiplicando per 27.  
habebimus multiplicatorem primum ut vi-  
des, & secundum, quos multiplicabimus in  
partes rei. Multiplica igitur R. v. cu. R.  
26. m. 5. in primum multiplicatorem, &  
R. v. cu. R. 26. p. 5. in secundum multi-

|   |                                |
|---|--------------------------------|
| Res R. v. cu. R. 26. p. 5. m. R. v. cu. R. 26. m. 5.                        |                                |
| us partium, R. 26. p. 5. m. R. 26. m. 5.                                    |                                |
| Quadratum partium cubatarum 51. p. R. 2600. m. 51. m. R. 2600.              |                                |
| Quadratum partium, R. v. cu. 51. p. R. 2600. m. R. cu. v. 51. m. R. 2600.   |                                |
| Triplum quadrati partium,   |                                |
| R. v. cu. 1377. m. R. 1895400.  | R. v. cu. 1377. p. R. 1895400. |
| Quadratum partium,  |                                |
| R. v. cu. 51. p. R. 2600.   | R. v. cu. 51. m. R. 2600.      |
| Partes radices,   |                                |
| R. v. cu. R. 26. p. 5.  | R. v. cu. R. 26. m. 5.         |
| Productum,  |                                |
| R. 26. p. 5. p. R. v. cu. R. 49299354. m. R. 47385000. p. 6885. m. 7020.    |                                |
| m. R. 26. m. 5. m. R. v. cu. R. 49299354. m. R. 47385000. p. 7020. m. 6885. |                                |
| Productum æquivalens superiori,   |                                |
| R. 26. p. 5. p. R. v. cu. 18954. m. 135.                                    |                                |
| m. R. 26. m. 5. m. R. v. cu. R. 18954. p. 135.                              |                                |
| Cubus igitur est æquivalens superiori,                                      |                                |
| 10. p. R. v. cu. R. 18954. m. 135. p. R. v. cu. R. 18954. p. 135.           |                                |

plicatorem; Et quoniam omnis R. cubica  
ducta in suum quadratum producit cubum  
sui ipsius, id est, talem numerum absque R.  
cu. igitur ex productione R. v. cu. R. 26.  
p. 5. in R. v. cu. 51. p. R. 2600. produci-  
tur R. 26. p. 5. & ex ductu R. v. cu. R.  
26. m. 5. in R. v. cu. 51. m. R. 2600.  
producit R. 26. m. 5. Igitur istæ duæ  
multiplicationes non plus producunt quam  
R. 26. p. 5. & R. 26. m. 5. & quia vna est  
m. alia p. igitur detracta vna ab alia pro-  
uenit 10. p. producto R. v. cu. R. 26. p. 5.  
in R. v. cu. 1377. m. R. 1895400. m.  
producto R. v. cu. R. 26. m. 5. in R. v. cu.

1377. p. R. 1895400. pro quibus multi-  
plicationibus faciendis per sextum capitu-  
lum, cuba omnia & habebis R. 26. p. 5.  
multiplicandum in 1377. m. R. 1895400.  
& R. 26. m. 5. multiplicandum in 1377. p. R.  
1895400. Habebis igitur pro primâ multi-  
plicatione R. 49299354. m. R. 47385000. p.  
6885. m. 7020: & pro secunda R. 49299354.  
m. R. 47385000. p. 7020. m. 6885. Igi-  
tur primum productum est R. 49299354.  
m. R. 47385000. m. 135. & secun-  
dum productum est R. 49299354. m. R.  
47385000. p. 135. sed R. 49299354. p. &  
R. 47385000. m. faciunt R. 18954. Igi-

|   |  |
|---|--|
| R. v. cu. R. 26. p. 5. m. R. v. cu. R. 26. m. 5.                        |  |
| R. 26. p. 5. m. R. 26. m. 5.  |  |
| 27.   |  |
| R. 18954. p. 135. m. R. 18954. m. 135.                                  |  |
| 3. res R. v. cu. R. 18954. p. 135. m. R. v. cu. R. 18954. m. 135.       |  |
| cubus 10. m. R. v. cu. R. 18954. p. 135. p. R. v. cu. R. 18954. m. 135. |  |

tur hæc producta erunt R. 18954. m. 135.  
& R. 18954. p. 135. Igitur cubus totius  
est 10. p. R. v. cu. R. 18954. m. 135. m.  
R. v. cu. R. 18954. p. 135. Sed 3. radices  
habebimus cubando 3. fit 27. cubando  
etiam partes radices, erunt R. 26. p. 5. &

R. 26. m. 5. duc in 27. fit R. 18954. p.  
135. m. R. 18954. m. 135. Harum igitur  
partium R. cubicæ sunt 3. radices. Igitur  
3. radices sunt R. v. cu. R. 18954. p. 135.  
m. R. v. cu. R. 18954. m. 135. adde hoc  
ad 1. cu. vt vides in præcedente figura, fiet



# Cap. XXIX. De cubo æquali. &c. 343

1. cu. p. 3. co. iuncta simul 10. quia partes radicum sunt m. vbi partes cubi sunt p. & e contra, igitur iunctæ nihil faciunt.

2. p. 3. cu. 4. huius igitur 1. cu. æquabitur 6. cen. p. 4. & talis æquatio non habet impedimentum, ideo capitulum est generalissimum.

## CAPVT XXIX.

*De cubo æquali censibus & numero generali.*

**C**um habueris capitulum cubi æqualis censibus & numero tunc per primam conuersionem capituli 21. conuerteres illud in capitulum cubi & rerum æqualium numero, deinde quæres æquationem cubi & rerum æqualium numero per præcedens capitulum, quâ habitâ quære æquationem capituli cubi æqualis censibus & numero per dictam primam conuersionem capituli 21<sup>a</sup> quæ æquatio erit valor rei quæsitæ.

Exemplum 1. cu. æquatur  $13\frac{1}{2}$ . cen. p.  $121\frac{1}{2}$ . volo scire valorem rei diuide per primam regulam capituli 21.  $121\frac{1}{2}$ . per  $13\frac{1}{2}$ . exit. 9. numerus rerum quadra  $13\frac{1}{2}$ . fit  $182\frac{1}{2}$ . diuide  $121\frac{1}{2}$ . p.  $182\frac{1}{2}$ . exit.  $\frac{2}{3}$ . multiplica  $\frac{2}{3}$ . per 9. habes 6. igitur per dictam regulam 1. cu. p. 9. co. æquatur 6. quare per præcedens capitulum valor rei est 32. cu. 9. m. 32. cu. 3. diuide igitur per dictam regulam 9. numerum rerum per 32. cu. 9. m. 32. cu. 3. exit. 32. cu.  $273\frac{1}{2}$ . p.  $4\frac{1}{2}$ . p. 32. cu.  $30\frac{1}{2}$ . valor rei de 1. cu. æquali  $13\frac{1}{2}$ . ce. p.  $121\frac{1}{2}$ . nam cubus huius trinomij æquatur  $13\frac{1}{2}$ . ce. p.  $121\frac{1}{2}$ . ex finet 26<sup>a</sup> capituli.

Et similiter si dicat 1. cu. æquatur 6. cen. p. 18. tunc diuidemus 18. per 6. numerum censuum exit. 3. numerus rerum: diuide etiam 18. per 36. quadratum numeri censuum fit  $\frac{1}{2}$ . deinde multiplicabimus  $\frac{1}{2}$ . in 3. fit  $1\frac{1}{2}$ . pro numero. Igitur 1. cu. p. 3. co. æquatur  $1\frac{1}{2}$  quare res valet 32. cu. 2. m. 32. cu.  $\frac{1}{2}$ . diuide 3. per 32. cu. 2. 32. cu.  $\frac{1}{2}$ . exit 32. cu. 32. p. 2. p. m. cu. 2. & hic est valor cuius 1. cu. qui est 32. cu. 629856. p. 32. cu. 746496. p. 90. æquatur 18. p. 6. cen. nam 6. cen. sunt 32. cu. 629856. p. 32. cu. 746496. p. 72. igitur additis 18. fient æqualia cubo prout patuit in 26<sup>a</sup> capitulo.

Alius modus longè facilior, cuba tertiam partem censuum & eam dupla, & totum hoc adde numero quem habes & de toto hoc aggregato fac duas partes ex quarum multiplicatione proueniat cubus census tertie partis censuum & 32. cubicæ talium partium simul iunctæ addita tertia parte censuum constituunt valorem rei.

Exemplum 1. cu. æquatur 6. cen. p. 4. accipe  $\frac{1}{3}$ . de 6. quod est 2. cuba eum fit 8. dupla, fit 16. adde ad 4. fit 20. deinde cuba 2. tertiam partem 6. fit 8. quadra fit 64. & hoc est census cubi de 2. fac igitur de 20. duas partes ex quarum multiplicatione vnus in alteram fiat 64. & erunt partes 16. & 4. accipe igitur radices cubas vtriusque & erunt 32. cu. 16. & 32. cu. 4. has iunge simul & adde 2. tertiam partem censuum habebis valorem rei 32. cu. 16. p.

## CAPVT XXX.

*De capitulo generali habente tantum vnâ exceptionem quando cubus æquatur rebus & numero.*

**H**oc capitulum est fere conuersum capituli 28<sup>a</sup>. Accipe igitur  $\frac{1}{3}$ . rerum & cuba, deinde quadra dimidium numeri, & ab eo minue cubum tertie partis rerum iam seruatum & 32. residui adde & minue à dimidio numeri, & habebis similiter binomium & recisum quorum capies 32. v. & iunges eas per p. & aggregatum est valor rei exemplum 1. cu. æquatur 6. co. p. 10.

1. cu. æqualis 6. co. p. 10.

|  |     |
|--|-----|
| 3.   | 2.  |
| 2.   | 5.  |
| 8.   | 25. |
| 25.  | 8.  |
| 5. p. 32.  | 17. |
| 5. m. 32.  | 17. |
| 32. v. cu. 5. p. 32. 17. p. 32. v. cu. 5. m. 32. 17. |     |

accipe  $\frac{1}{3}$ . de 6. numeri rerum & est 2. cuba fit 8. accipe dimidium numeri & est 5. quadra fit 25. ab hoc detrahe 8. cubum tertie partis rerum fit 17. accipe 32. fit 32. 17. hanc adde & minue dimidio numeri quod fuit 5. habebis binomium 5. p. 32. 17. & recisum 5. m. 32. 17. horum accipe 32. v. cubas & iunge per p. & habebis valorem rei 32. v. cu. 5. p. 32. 17. p. 32. v. cu. 5. m. 32. 17. ex hoc patet vt dictum est quod vbi cubus tertie partis rerum est maior quadrato dimidij numeri, tunc nulla potest sequi æquatio, aliter autem semper sequitur & hoc etiam ego inueni ex regulis capituli 27<sup>a</sup> sicut & omnia reliqua præter illa duo quibus assignauit auctores suis locis.

## CAPVT XXXI.

*De capitulo & regulis particularibus cubi æqualis rebus & numero.*

**S**unt autem modi particulares cubi æqualis rebus & numero tres, primus est vt addendo vel minuendo tantum de numero ad cubum proueniat proportio radices cubicæ numeri ad vnitatem talis qualis est proportio numeri ad radices & tunc diuide 1. cu. p. vel m. numero illo per 1. co. p. vel m. 32. cu. numeri illius & prouentus est æquatio vt in capitulo 31<sup>a</sup> dictum est. exemplum

Ff 4

1. cu.



1. cu. æquatur 16. rebus  $\bar{p}$ . 21. tunc hæc non potest solui per præcedens capitulum sed addemus 27. vtrique parti & fiet 1. cu.  $\bar{p}$ . 27. æqualia 16. rebus  $\bar{p}$ . 48. quare cum proportio 48. ad 16. sit tripla, &  $\bar{p}$ . cubica 27. est 3. igitur diuidemus 1. cu.  $\bar{p}$ . 27. per 1. co.  $\bar{p}$ . 3. & exibat 1. cen.  $\bar{m}$ . 3. co.  $\bar{p}$ . 9. diuidemus etiam 16. res  $\bar{p}$ . 48. per 1. co.  $\bar{p}$ . 3. exit. 16. igitur 1. cen.  $\bar{m}$ . 3. co.  $\bar{p}$ . 9. æquatur 16. igitur 1. cen. æquatur 3. co.  $\bar{p}$ . 7. quare res valet  $\bar{p}$ .  $9\frac{1}{4}$ .  $\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$ . & ita de aliis. Et scias quod numerus qui additur vel diminuitur est semper cubus.

Secunda regula est quod si potes diuidere numerum rerum in duas partes ita quod multiplicata vna per  $\bar{p}$ . alterius proueniat numerus, tunc facta tali diuisione accipe  $\frac{1}{4}$ . partis cuius erat accipienda  $\bar{p}$ . & ipsum adde alteri numero, & totius accipe  $\bar{p}$ . cui adde dimidium  $\bar{p}$ . partis cuius accipienda erat  $\bar{p}$ . & aggregatum est valor rei. exemplum 1. cu. æquatur 20. co.  $\bar{p}$ . 32. tunc quia ex 20. possunt fieri duæ partes quæ sunt 16. & 4. ex quarum multiplicatione vnus in  $\bar{p}$ . alterius fit 32. (nam ex 16. in 2.  $\bar{p}$ . 4. quæ est altera pars fit 32.) igitur hoc stante accipe  $\frac{1}{4}$ . de 4. cuius est accipienda  $\bar{p}$ . & est 1. & adde 1. ad 16. fit 17. accipe  $\bar{p}$ . 17. & ei adde 1. dimidium  $\bar{p}$ . 4. fit  $\bar{p}$ . 17.  $\bar{p}$ . 1 valor rei.

Aliud exemplum 1. cu. æquatur 29. co.  $\bar{p}$ . 52. quia igitur ex 29. possunt fieri duæ partes ex quarum vna quæ est 13. in  $\bar{p}$ . alterius quæ est 4.  $\bar{p}$ . 16. fit 52. nam 13. in 4. facit 52. igitur accipe  $\frac{1}{4}$ . de 16. quod est 4. adde ad 13. fit 17. accipe  $\bar{p}$ . 17. cui adde 2. dimidium  $\bar{p}$ . 16. fit valor rei  $\bar{p}$ . 17.  $\bar{p}$ . 2.

Aliud si dicat 1. cu æquatur 65. co.  $\bar{p}$ . 8. quia igitur ex 65. possunt fieri duæ partes & sunt 64. & 1. ex quarum vna in  $\bar{p}$ . alterius fit 8. capiam  $\frac{1}{4}$ . de 64. cuius erat accipienda  $\bar{p}$ . & est 16. addo 1. alteram partem fit 17. cape  $\bar{p}$ . 17. & ei adde  $\frac{1}{4}$ . dimidium  $\bar{p}$ . 64. fiet valor rei  $\bar{p}$ . 17.  $\bar{p}$ . 4.

Aliud 1. cu. æquatur 23. co.  $\bar{p}$ . 28. tunc quia diuiso 23. in 16. & 7.  $\bar{p}$ . 16. quæ est 4. ducta in 7. facit 28. ideo capiam  $\frac{1}{4}$ . de 16. quod est 4. addo ad 7. fit 11. capio  $\bar{p}$ . 11. & ei addo dimidium  $\bar{p}$ . 16. quod est 2. fit valor rei  $\bar{p}$ . 11.  $\bar{p}$ . 2. & quod hoc sit verum patet nam

|   |  |
|---|--|
| Res $\bar{p}$ . 11. $\bar{p}$ . 2.                      |  |
| 23.   |  |
| 23. Res $\bar{p}$ . 5819. $\bar{p}$ . 46.) differentia. |  |
| Cubus $\bar{p}$ . 5819. $\bar{p}$ . 74.) 28.            |  |

23. res sunt  $\bar{p}$ . 5819.  $\bar{p}$ . 46. & cubus est  $\bar{p}$ . 5819.  $\bar{p}$ . 74. igitur differentia est 28. quare 1. cu. æquatur 23. rebus  $\bar{p}$ . 28. quod est probandum.

Et similiter si dicas quod 1. cu. æquatur rebus 24.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 6.  $\bar{p}$ . 12. numero, diuides numerum rerum in 24. &  $\bar{p}$ . 6. ita quod  $\bar{p}$ . ducta in  $\bar{p}$ . alterius partis quæ est  $\bar{p}$ . 24. facit 12. cape igitur  $\frac{1}{4}$ . 24. quod est 6. adde ad  $\bar{p}$ . 6. alteram partem fit 6.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 6. huius accipe  $\bar{p}$ . v. quæ est  $\bar{p}$ . v. 6.  $\bar{p}$ . 6. cui adde dimidium  $\bar{p}$ . 24. quod est  $\bar{p}$ . 6. fiet valor rei  $\bar{p}$ . v. 6.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 6.  $\bar{p}$ . l.  $\bar{p}$ . 6. huius 1. cu. æ-

quabitur rebus 24.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 6.  $\bar{p}$ . 12. numero.

Tertius modus est quod cum fuerint duo numeri producentes numerum æquationis quorum vnus eorum sit  $\bar{p}$ . aggregati ex numero rerum & reliquo numero, tunc numerus ille qui est  $\bar{p}$ . erit valor rei. Exemplum 1. cu. æquatur 24.  $\bar{p}$ . 32. co. tunc valor rei est 6. quia diuiso 24. per 6. exit 4. qui additus ad 32. facit 36. quadratum de 6. & similiter 1. cu. æquatur 24.  $\bar{p}$ . 10. co. res valebit 4. quia diuiso 24. per 4. exit 6. qui additus ad 10. facit 16. quadratum de 4. Et ita 1. cu. æqualis 24.  $\bar{p}$ . 61. co. res valebit 8. eò quod diuiso 24. per 8. exit 3. qui additus ad 61. numerum rerum facit 64. quadratum de 8. & ita 1. cu æquatur 24.  $\bar{p}$ . 575. co. quia ponendo 24. valorem rei si diuidatur 24. per 24. exit 1. qui additus ad 575. facit 576. quadratum de 24.

## C A P V T XXXII.

*De capitulo cubi & census equalium numero & est generale habens vnā exceptionem tantum.*

**C**Vba in hoc capitulo  $\frac{1}{3}$ . numeri censuum & productum dupla, & hoc duplatum minue à numero quem habes & de residuo fac duas partes ex quarum multiplicatione producat cubus census tertie partis numeri censuum, illarum partium accipe  $\bar{p}$ . cubicas & eas iunge simul & ab his minue  $\frac{1}{3}$ . numeri censuum & quod aggregatur est valor rei. exemplum 1. cu  $\bar{p}$ . 6. cen. æquatur 36. dico cuba 2. tertiam partem censuum fit 8. dupla fit 16. detrahe à 36. fit 20. fac. igitur de 20. duas partes ex quarum multiplicatione producat 64. & partes erunt 16. & 4. accipe igitur  $\bar{p}$ . cu. 16. & 4. & iunge simul fient  $\bar{p}$ . cu. 16.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . cu. 4. ab his minue 2. tertiam partem censuum fiet valor rei  $\bar{p}$ . cu. 16.  $\bar{m}$ . 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . cu. 4. & est hoc capitulum ferme conuersu. 23.

Alius modus est vt conuertas capitulum hoc in capitulum cubi æqualis rebus & numero deinde inuenias æquationem per capitulum 21<sup>m</sup> & ab ea minue  $\frac{1}{3}$ . numeri censuum. exemplum, aliquis dixerit multiplicui numerum in suam  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 3. & prouenit 21. tunc supponemus illum numerum fore 1. cen. qui multiplicatus in  $\bar{p}$ . suam  $\bar{p}$ . 3. producet 1. cu.  $\bar{p}$ . 3. cen. & hoc æquatur 21. quare sequendo capitulum 21<sup>m</sup> in sua conuersione accipe  $\frac{1}{3}$ . de 3. numeri censuum quod est 1. & cuba fit 1. adde ad 21. fit 22. quadra etiam 3. numerum censuum fit 9. accipe  $\frac{1}{3}$ . eius quod est 3. & multiplica in 1. quod est  $\frac{1}{3}$ . numeri censuum fit 3. detrahe ex 22. remanet 19. habebis igitur 1. cu. æqualem 3. co.  $\bar{p}$ . 19. fac igitur de 19. duas partes ex quarum multiplicatione proueniat 1. cubus tertie partis numeri rerum & erunt partes  $9\frac{1}{2}$ .  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 89 $\frac{1}{4}$ . &  $9\frac{1}{2}$ .  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 89 $\frac{1}{4}$ . harum  $\bar{p}$ . cubicæ iunctæ detracto  $\frac{1}{3}$ . numeri censuum facient valorem rei, igitur res valet  $\bar{p}$ . v. cu.  $9\frac{1}{2}$ .  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 89 $\frac{1}{4}$ .  $\bar{m}$ . 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ .



# Cap. XXXII. Decapitulo cubi, &c. 345

p. R. v. cu.  $9\frac{1}{2}$ . m. R.  $89\frac{1}{4}$ . quod autem ita sit per probationem experieris hoc modo. Primo inuenias quadrata partium secundum regulam cubandi trinomia & quadratum primæ partis est R. v. cu.  $179\frac{1}{2}$ . p. R.  $32219\frac{1}{4}$ . & quadratum secundæ partis si-

militer est R. v. cu.  $179\frac{1}{2}$ . m. R.  $32219\frac{1}{4}$ . & quadratum tertiæ partis est i. ex his quæ dicta sunt in capitulo nono & productum trium partium inuicem est m. i. ex eadem regula.

|   |   |                  |
|---|---|------------------|
| R. l. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . p. R. $89\frac{1}{4}$ .   | p. R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . m. R. $89\frac{1}{4}$ .   | m. l. i.   m. i. |
| R. v. cu. $179\frac{1}{2}$ . p. R. $32219\frac{1}{4}$ . | R. v. cu. $179\frac{1}{2}$ . m. R. $32219\frac{1}{4}$ . | i.   6.          |

Sequere igitur regulam vt in capitulo 28<sup>o</sup> fecisti habebis primo partes cubi  $9\frac{1}{2}$ . p. R.  $89\frac{1}{4}$ . p.  $9\frac{1}{2}$ . m. R.  $89\frac{1}{4}$ . m. i. m. 6.

quæ omnia simul iuncta faciunt 19. m. 7. quod est 12. deinde tripla partes omnes vt vides.

|   |   |    |
|---|---|----|
| R. v. cu. $4846\frac{1}{2}$ . p. R. $23487833\frac{1}{4}$ . | R. v. cu. $4846\frac{1}{2}$ . m. R. $23487833\frac{1}{4}$ . | 3. |
|---|---|----|

triplate quadratorum.

Cum igitur multiplicauerimus duo quælibet ex his triplatis vt vides in tribus figuris in reliquam partem fient tria producta

ex tribus trinomiis quare cubus totus erit compositus ex 9. partibus & 12. iam prius seruato.

|   |   |       |
|---|---|-------|
| R. v. cu. $4846\frac{1}{2}$ . p. R. $23487833\frac{1}{4}$ . | p. l. R. v. cu. $4846\frac{1}{2}$ . m. R. $23487833\frac{1}{4}$ . | m. i. |
|---|---|-------|

|  |   |  |
|--|---|--|
| m. R. v. cu. $4846\frac{1}{2}$ . p. R. $23487833\frac{1}{4}$ . | p. l. R. v. cu. $4846\frac{1}{2}$ . m. R. $23487833\frac{1}{4}$ . |  |
|--|---|--|

|   |          |  |
|---|----------|--|
| R. v. cu. $4846\frac{1}{2}$ . p. R. $23487833\frac{1}{4}$ . | p. l. 3. |  |
| R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . m. R. $89\frac{1}{4}$ .          |          |  |

|   |                                    |                            |
|---|------------------------------------|----------------------------|
| p. R. v. cu. $46041\frac{1}{4}$ . p. R. $2119776950\frac{7}{8}$ . | m. R. $2096289117\frac{9}{16}$ .   |                            |
| m. R. $2096354180\frac{13}{16}$ .                                 | p. l. R. v. cu. $256\frac{1}{2}$ . | m. R. $65063\frac{1}{4}$ . |

|   |          |  |
|---|----------|--|
| R. v. cu. $4846\frac{1}{2}$ . m. R. $23487833\frac{1}{4}$ . | p. l. 2. |  |
| R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . p. R. $89\frac{1}{4}$ .          |          |  |

|   |                                    |                            |
|---|------------------------------------|----------------------------|
| p. R. v. cu. $46041\frac{1}{4}$ . p. R. $2096354180\frac{13}{16}$ . | m. R. $2119776950\frac{7}{8}$ .    |                            |
| m. R. $2096289117\frac{9}{16}$ .                                    | p. l. R. v. cu. $256\frac{1}{2}$ . | p. R. $65063\frac{1}{4}$ . |

Igitur cubus totus est 12. m. R. v. cu.  $4846\frac{1}{2}$ . p. R.  $23487833\frac{1}{4}$ . m. l. R. v. cu.  $4846\frac{1}{2}$ . m. R.  $23487833\frac{1}{4}$ . p. l. R. v. cu.  $46041\frac{1}{4}$ . p. R.  $2119776950\frac{7}{8}$ . m. R.  $2096289117\frac{9}{16}$ . m. R.  $2096354180\frac{13}{16}$ . p. l. R. v. cu.  $256\frac{1}{2}$ . m. R.  $65063\frac{1}{4}$ . p. R. v. cu.

$46041\frac{1}{4}$ . p. R.  $2096354180\frac{13}{16}$ . m. R.  $2119776950\frac{7}{8}$ . m. R.  $2096289117\frac{9}{16}$ . p. l. R. v. cu.  $256\frac{1}{2}$ . p. R.  $65063\frac{1}{4}$ . Hoc viso quadra trinomium ducendo quamlibet partium in totum trinomium hoc modo.

|  |   |       |
|--|---|-------|
| R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . p. R. $89\frac{1}{4}$ . | p. R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . m. R. $89\frac{1}{4}$ . | m. i. |
|--|---|-------|

|   |   |          |
|---|---|----------|
| m. R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . p. R. $89\frac{1}{4}$ . | m. R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . m. R. $89\frac{1}{4}$ . | p. l. i. |
|---|---|----------|

|  |   |       |
|--|---|-------|
| R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . p. R. $89\frac{1}{4}$ . | p. R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . m. R. $89\frac{1}{4}$ . | m. i. |
| R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . p. R. $89\frac{1}{4}$ . |   |       |

|  |   |          |
|--|---|----------|
| p. R. v. cu. $179\frac{1}{2}$ . p. R. $32219\frac{1}{4}$ . | m. R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . p. R. $89\frac{1}{4}$ . | p. l. i. |
|--|---|----------|

|  |   |       |
|--|---|-------|
| R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . p. R. $89\frac{1}{4}$ . | p. R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . m. R. $89\frac{1}{4}$ . | m. i. |
| R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . m. R. $89\frac{1}{4}$ . |   |       |

|  |   |          |
|--|---|----------|
| p. R. v. cu. $179\frac{1}{2}$ . m. R. $32219\frac{1}{4}$ . | m. R. v. cu. $9\frac{1}{2}$ . m. R. $89\frac{1}{4}$ . | p. l. i. |
|--|---|----------|

Multiplica igitur totam summam trium productorum per 3. & habebis 9. m. R. v. cu.  $256\frac{1}{2}$ . p. R.  $65063\frac{1}{4}$ . m. R. v. cu.  $256\frac{1}{2}$ . m. R.  $65063\frac{1}{4}$ . p. R. v. cu.  $4846\frac{1}{2}$ . p. R.  $23487833\frac{1}{4}$ . p. R. v. cu.  $4846\frac{1}{2}$ . m. R.  $23487833\frac{1}{4}$ . m. R. v. cu.  $256\frac{1}{2}$ . p. R.  $65063\frac{1}{4}$ . m. R. v. cu.  $256\frac{1}{2}$ . m. R.  $65063\frac{1}{4}$ .

Facta igitur aggregatione partium cubi cum triplo censum sit totum 21. p. R. v. cu.  $46041\frac{1}{4}$ . p. R.  $2119776950\frac{7}{8}$ . m. R.  $2096289117\frac{9}{16}$ . m. R.  $2096354180\frac{13}{16}$ . p. R. v. cu.  $46041\frac{1}{4}$ . p. R.  $2096354180\frac{13}{16}$ . m. R.  $2119776950\frac{7}{8}$ . m. R.  $2096289117\frac{9}{16}$ .

m. R. v. cu.  $256\frac{1}{2}$ . p. R.  $65063\frac{1}{4}$ . m. R. v. cu.  $256\frac{1}{2}$ . m. R.  $65063\frac{1}{4}$ . nam ceteræ partes cedunt vna per p. alia per m. quia sunt numero & quantitate pares. Oportet igitur vt tales partes sint æquales quod cognoscitur quoniam cubi earum partium sunt æquales. Sic igitur constituemus adiungendo partes inuicem vt totum vnus sit æquale toti alterius fient.

|                            |                                   |       |
|----------------------------|-----------------------------------|-------|
| $46041\frac{1}{4}$ .       | p. R. $2119776950\frac{7}{8}$ .   | m. R. |
| $2096289117\frac{9}{16}$ . | m. R. $2096354180\frac{13}{16}$ . |       |
| $46041\frac{1}{4}$ .       | m. R. $2119776950\frac{7}{8}$ .   | m. R. |
| $2096289117\frac{9}{16}$ . | p. R. $2096354180\frac{13}{16}$ . | æqua- |



# 346. Ars Magna Arithmeticae,

æquantur cum  
 $256\frac{1}{2}$ . p. r. 65063 $\frac{1}{4}$ .  
 $256\frac{1}{2}$ . m. r. 65063 $\frac{1}{4}$ .

Et quia vt vides partes p. & m. nihil faciunt sequitur tandem vt 513. æquantur  $92083\frac{1}{2}$ . m. r. 8385156470 $\frac{1}{4}$ . quod est duplum r. 2096289117 $\frac{9}{16}$ . igitur demptis 513. ex  $92083\frac{1}{2}$ . remanebit 91570 $\frac{1}{2}$ . quod est p. æqualis r. 8385156470 $\frac{1}{4}$ . & ita est quare patet probatio exempli non minus vtilis ipsa regula.

Tertius modus est vt inuenias conuersionem cubi & census æqualium numero in cubum æqualem rebus & numero per secundum modum talis conuersionis 21. capituli, deinde inuenias æquationem cubi æqualis rebus & numero, & cum ea diuide r. numeri æquationis cubi & censuum æqualium numero. Exemplum 1. cu. p. 6. cen. æquatur 36. dices igitur 1. cu. æquatur 6. co. p. 6. quare valor rei est r. cu. 4. p. r. cu. 2. cum hac igitur diuide 6. numerum qui fuit r. 36. & exibat valor rei r. cu. 16. m. 2. p. r. cu. 4.

## CAPVT XXXIII.

*De regulis particularibus cubi & censuum æqualium numero.*

**T**V scis ex capitulo binomiorum & reciforum quod recisum secundum & quintum solum inferuiunt capitulo cubi & censuum æqualium numero. Fac igitur ex numero censuum duas partes ex quarum multiplicatione vnus in quadratum alterius proueniat assignatus numerus. Quibus inuentis scias quod dimidium partis quæ non quadratur in dicta multiplicatione est pars secunda recisi quæ est numerus m. deinde multiplica vnā partē in alteram & ei adde quadratum numeri m. & r. aggregati est prima pars valoris rei, à qua minue numerum m. & habebis valorem rei. Exemplum

|                                       |
|---------------------------------------|
| 1. cu. p. 20. cen. æqualia 72.        |
| 18. 2. partes                         |
| 9. dimidium siue numerus m.           |
| 81. quadratum numeri m.               |
| 18. 2. 36. productum vnus in alteram. |
| 117. aggregatum cuius r. quæritur     |
| r. 117. m. 9. valor rei.              |

1. cu. p. 20. cen. æquatur 72. diuide 20. in duas partes ex quarum vna in quadratum alterius fiat 72. & erunt partes 18. & 2. nam 18. in 4. quadratum 2. facit 72. accipe igitur 9. dimidium 18. numeri qui non quadratur & est numerus m. deinde quadra ipsum fit 81. adde ei multiplicationem vnus partis in alteram idest 18. in 2. quæ est 36. fit 117. cuius r. est prima pars residui quæsitæ, igitur valor rei est r. 117. m. 9.

Et similiter si dicat 1. cu. p. 11. cen. æquantur 72. partes de 11. erunt 8. & 3. nam 8. in 9. quadratum 3. facit 72. igitur

|                                  |
|----------------------------------|
| 1. cu. p. 11. cen. æqualia 72.   |
| 8. 3. partes                     |
| 4. dimidium siue numerus m.      |
| 16. quadratum numeri m.          |
| 24. productum vnus in alteram.   |
| 40. aggregatum cuius r. quæritur |
| r. 40. m. 4. valor rei.          |

numerus m. est 4. videlicet dimidium partis non quadratæ, quadra igitur 4. fit 16. multiplica 8. in 3. fit 24. iunge cum. 16. fit 40. cuius r. est prima pars recisi, igitur valor rei est r. 40. m. 4.

Similiter si dicat 1. cu. p. cen. 4. r. 10. æquatur 40. tunc numerus censuum est 4. r. 10. & diuisus in 4. & r. 10. & ducta

|   |
|---|
| 1. cu. p. cen. 4. r. 10. æqualia 40.    |
| 4. r. 10. partes                        |
| 2. dimidium siue numerus m.             |
| 4. quadratum numeri m.                  |
| r. 160. productum vnus in alteram.      |
| r. 160. p. 4. aggreg. cuius r. quærit.  |
| r. v. r. 160. p. 4. m. l. 2. valor rei. |

vna parte quæ est 4. in quadratum alterius quod est 10. fit 40. igitur numerus m. est 2. & eius quadratum est 4. & productum vnus partis in alteram est r. 160. igitur iungendo erit aggregatum r. 160. p. 4. à cuius r. minuendo 2. numerum m. fiet valor rei r. v. r. 160. p. 4. m. l. 2. id est quod oportet accipere r. 160. & ei addere 4. & totius accipe r. à qua minues 2. & totum hoc est parum plus quam 2. vt patet & hæc est regula de modo optime abbreviata.

Alia regula est vt conuertas hoc capitulum in capitulum cubi æqualis rebus & numero deinde per 31<sup>m</sup> capitulum inuenta æquatione si possibile inuenies per capitulum, conuersionis æquationem cubi & censuum æqualium numero, nam hoc est generale quod capitula conuertibilia sibi inuicem inferuiunt, & ideo hoc etiam inferuit illi & res tam clara est vt non indigeat exemplo.

Quod si dixeris 1. cu. p. 8. cen. æquantur 40. tu scis quod res est 2. cuius cubus est 8. & census est 4. & 8. census sunt 32. quæ addita ad 8. faciunt 40. nec potest addi nec minui quin sit 2. quia quando denominationes æquantur numero solo semper æquatio est vna tantum vt diximus. Tu scis igitur quod res valet 2. inquirendo autē per modum huius capituli dices fac ex 8. duas partes ex quarum multiplicatione vnus in quadratum alterius fiant 40. & erunt per 37<sup>m</sup> partes illæ 3. p. r. 5. & 3. m. r. 5. nam 3. m. r. 5. ductum in 30. p. r. 500. quadratum 5. p. r. 5. facit 40. vt ibi apparet & similiter dico de reliquis duabus partibus



1. cu. p. 8. cen. æqualia 40.

5. p. 8. 5. 3. m. 8. 5. partes

5. m. 8. 5. 3. p. 8. 5. partes

1½. m. 8. 1¼. numerus m.

3½. m. 8. 11¼. quad. numeri m.

10. m. 8. 20. prod. vnus in alter.

13½. m. 8. 61¼. aggregatum

8. v. 13½. m. 8. 61¼. p. l. 8. 1¼. m. l. 1¼. valor

8. v. 13½. p. 8. 61¼. m. l. 8. 1¼. m. l. 1¼. valor

2.

valor.

tibus, capio igitur gratia exempli 5. p. 8. 5. erit igitur numerus m. dimidium alterius partis videlicet 1½. m. 8. 1¼. cuius quadratum est 3½. m. 8. 11¼. productum vero vnus in alteram partem est 10. m. 8. 20. quæ iuncta cum 3½. m. 8. 11¼. faciunt 13½. m. 8. 61¼. cuius 8. v. est prima pars residui, à qua detrahe numerum m. habebis valorem rei 8. v. 13½. m. 8. 61¼. p. l. 8. 1¼. m. l. 1¼. & hoc æquualet 2. igitur hoc trinomium æquualet 2. Et similiter si accepisses primam partem 5. m. 8. 5. fuisset secunda pars 3. p. 8. 5. & valor rei sequendo capitulum fuisset 8. v. 13½. p. 8. 61¼. m. l. 8. 1¼. m. l. 1¼. & hoc etiam necessario est 2. vt dictum est, igitur illa tria æquualet videlicet 2. & 8. v. 13½. m. 8. 61¼.

Æquualet.

8. v. 13½. m. 8. 61¼. p. l. 8. 1¼.

8. v. 13½. p. 8. 61¼. m. l. 8. 1¼.

3½.

p. l. 8. 1¼. m. l. 1¼. & 8. v. 13½. p. 8. 61¼. m. l. 8. 1¼. m. l. 1¼. quare addito numero 1½. vbiq; fient hæc tria vt vides æquualetia videlicet 8. v. 13½. m. 8. 61¼. p. l. 8. 1¼. & 8. v. 13½. p. 8. 61¼. m. l. 8. 1¼. & 3½. & probatio huius habetur per modum capituli secundi in fine quadrando partes & ei aggregato addendo duplum vnus in alterum & totius accipiendo 8. relinquetur enim 12¼. cuius 8. est 3½.

Et similiter si dicat 1. cu. p. 7. cen. æquantur 50. tunc facies ex 7. duas partes, ex quarum multiplicatione vnus in quadratum alterius producat 50. & erunt partes 5. & 2. vel 8. 1. p. 1. & 6. m. 8. 11. capio autem hanc secundam æquationem vt videas æquualetiam & sequor capitulum & habeo valorem rei 8. v. 8. 44. p. 6¼. p. l. 8. 2¼.

1. cu. p. 7. cen. æqualia 50.

5. 2. partes

8. 11. p. 1. 6. m. 8. 11. partes

3. m. 8. 2¼. numerus m.

11¼. m. 8. 99. quad. numeri m.

8. 275. m. 5. prod. vnus in alteram

8. v. 44. p. 6¼. aggregatum

8. v. 44. p. 6¼. p. l. 8. 2¼. m. l. 3.

valor rei vel

8. 11. m. 1.

m. l. 3. & hoc æquualet inueniendo æquatione mper alias duas partes quæ fuerunt

5. & 2. huic 8. 11. m. 1. manifestum est igitur quod talia trinomia cubicata & iuncta quibusdam censibus annihilantur, ex parte omnium radicum tam vniuersalium quam ligatarum, & quod dempto m. 1. ex vtraque parte quod 8. 11. æquualet 8. v. 8. 44. p. 6¼. p. l. 8. 2¼. m. l. 2. quare cum 8. 2¼. sit 1¼. de 8. 11. detrahendo fiet 8. 2¼. æqualis 8. v. 8. 44. p. 6¼. m. l. 2.

Ex his igitur patent tria primum quod dantur quædam binomia mixta in quibus verificantur æquationes cubi & censuum æqualium numero item cubi & numeri æqualium censibus nam & illa poterunt inueniri per hæc.

Secundum quod capitulum cubi & censuum æqualium numero conuertitur in capitulum cubi & numeri æqualium censibus. Patet nam cum dico 1. cu. p. 40. æquatur 8. cen. sequitur igitur 1. cu. p. 8. cen. æquatur 40. & contra ex vnâ habitâ cognosces reliquam & aliquando vna est notior alterâ veluti cum dico 1. cu. p. 8. cen. æquatur 40. hoc est notius quam 1. cu. p. 40. æquatur 8. cen. & si dico 1. cu. p. 50. æquatur 7. cen. hoc post modum est notius quam 1. cu. p. 7. cen. æquatur 50. nam ibi inuenies valorem rei vt dictum est, fore 5. & ita per vnum habebis aliud semper. Modus autem conuersionis illius in hunc patet, modus autem conuersionis huius in illum patet ibi.

Tert. Notandum quod tales æquationes possunt æquari & numeris & radicibus & quod talia capit. nisi expertis sunt valde difficilia & propter hoc subtiliabitur ingenium tuum si volueris usque in infinitum, est n. campus hic cui non est terminus nam ex binomio potes facere trinomium & ex trinomio quadrimomium & ita deinceps & omnia æquualet numero vel 8. & aliquando non æquualet & tamen fient capitula cubi censuum & numeri & alia plura de quibus non dico.

## C A P V T XXXIV.

De regula generali cubi & numeri æqualis rebus.

Conuertes capitulum cubi & numeri æqualium rebus in capitulum cubi æqualis rebus & numero & inuenies æquationem veluti si dicam 1. cu. p. 88. æquatur 48. co. dicemus igitur 1. cu. æquatur 48. co. p. 88. quare res valet per capitulum suum 8. 45. p. 1. dimidia igitur 8. 45. p. 1. fit 8. 11¼. p. ½. quadra fit 11¼. p. 8. 11¼. tripla fit 34¼. p. 8. 101¼. detrahe ex 48. numero rerum remanent 13½. m. 8. 101¼. huius 8. v. addita vel detracta à 8. 11¼. p. ½. dimidio prioris valoris constituit secundum valorem de 1. cu. p. 88. æquali 48. co. igitur res valet 8. 11¼. p. ½. p. 8. v. 13½. m. 8. 101¼. vel etiam 8. 11¼. p. ½. m. 8. v. 13½. m. 8. 101¼. Huius probatio est manifesta nam ex triplo quadrati primæ partis



|   |  |
|---|--|
| Res $R. 11\frac{1}{4}$ . $P. \frac{1}{2}$ . $P. R. v. 13\frac{1}{2}$ . $m. R. 101\frac{1}{4}$ . |  |
| Triplum quadrati primæ partis $34\frac{1}{2}$ . $P. R. 101\frac{1}{4}$ .                        |  |
| quadratum secundæ partis $13\frac{1}{2}$ . $m. R. 101\frac{1}{4}$ .                             |  |
| aggregatum 48.  |  |
| Triplum quadrati secundæ partis $40\frac{1}{2}$ . $m. R. 911\frac{1}{4}$ .                      |  |
| Quadratum primæ partis $11\frac{1}{2}$ . $P. R. 11\frac{1}{4}$ .                                |  |
| Aggregatum $52. m. R. 720$ .  |  |

partis & quadrato secundæ aggregatur 48. igitur cum hoc aggregatum debeat multiplicari in  $R. v.$  quæ est  $R. v. 13\frac{1}{2}$ .  $m. R. 101\frac{1}{4}$ . hoc productum æquabitur 48. rebus ductis in talem  $R. v.$  nihil igitur superest ex parte  $R.$  vniuersalis. Deinde multiplicabimus 48. in  $R. 11\frac{1}{4}$ .  $P. \frac{1}{2}$ . & fiet  $R. 25920$ .  $P. 24$ . Et similiter multiplicabimus  $R. 11\frac{1}{4}$ .  $P. \frac{1}{2}$ . in  $52. m. R. 720$ . & fiet  $R. 25920. m. 64$ . multiplicabimus etiam  $R. 11\frac{1}{4}$ .  $P. \frac{1}{2}$ . per 48. fiet  $R. 25920. P. 24$ . de trahere  $R. 25920. m. 64$ . valorẽ cubi ex  $25920. P. 24$ . valore 48. co. relinquetur 88. igitur 1. cu.  $P. 88$ . æquatur 48. co.

$52. m. R. 720$ .  
 $\frac{1}{2} P. R. 11\frac{1}{4}$ .  
26.  $m. 90. P.$   
 $R. 30420. m. R. 180$   
quod est  $R. 25920. m. 64$ .  
valor 48. co.  
 $R. 25920. P. 24. P.$   
 $R. v.$   
valor 1. cu.  
 $R. 25920. m. 64$ .  
 $P. R. v.$   
Residuum 88.

Ex hoc igitur patet quod æquationes census rerum & numeri sunt binomia & recisa: & æquationes cen. cen. & censuum & numeri sunt  $R. v.$  binomiorum & recisorum: & æquationes cubi & rerum æqualium numero, item cubi æqualis censibus & numero sunt  $R. v.$  cubicæ binomiales vel trinomiales: & æquationes cubi æqualis rebus & numero & cubi & censuum æqualium numero sunt partim binomiales aut trinomiales  $R.$  cubicæ partim quadratæ, & æquationes cubi numeri æqualium censibus aut rebus sunt  $R.$  binomiales aut trinomiales quadratæ, igitur capitula cubi æqualium rebus & numero, & cubi, & censuum æqualium numero sunt media inter hæc.

Liquet ex capitulo cubi & numeri æqualium rebus habentis duas æquationes quod illa quæ est recisum & est  $R. 11\frac{1}{4}$ .  $P. \frac{1}{2}$ .  $m. R. v. 13\frac{1}{2}$ .  $m. R. 101\frac{1}{4}$ . est æquivalens 2. quia quando 2. est valor rei tunc 1. cu.  $P. 88$ . æquatur 48. rebus nam ambo sunt 96. igitur dempto  $\frac{1}{2}$ . remanebit  $R. 11\frac{1}{4}$ .  $m. R. v. 13\frac{1}{2}$ .  $m. R. 101\frac{1}{4}$ . æquivalens  $1\frac{1}{2}$ . & de talibus iam dixi in capitulo præcedente.

Nota quod cum volueris inuenire vno valore æquationis cubi & numeri æqualium rebus habere reliquum valorem tu scis quod vnus semper est  $R.$  vnus partis numeri radicem quæ multiplicata in reliquam partem producit numerum æquationis reliquus valor est etiam eiusmodi videlicet  $R.$  vnus partis quæ ducta in reliquam producit numerum æquationis.

Exemplum 1. cu.  $P. 32$ . æqualia 20. co. valor est 2. nam quadra fit 4. abijce ex 20. fit 16. multiplicato 2. in 16. fit 32. Item

alius valor est  $R. 17. m. 1$ . quadra fit 18.  $m. R. 68$ . abijce ex 20. fit  $R. 68. P. 2$ . multiplico  $R. 17. m. 1$ . in  $R. 68. P. 2$ . fit etiam 32. & ita 1. cu.  $P. 12$ . æqualia 34. co. valor est 3.  $m. R. 7$ . vel 3.  $P. R. 7$ . quadra 3.  $m. R. 7$ . fit 16.  $m. R. 252$ . abijce ex 34. numero rerum fit 18.  $P. R. 252$ . multiplica 3.  $m. R. 7$ . in 18.  $P. R. 252$ . fit 12. & similiter si quadraveris alium valorem habebis 16.  $P. R. 252$ . abijce ex 34. relinquantur 18.  $m. R. 252$ . multiplica in 3.  $P. R. 7$ . fiunt 12. vt prius. cum igitur habueris vnā æquationem pro alia habenda hæc est regula generalissima. Quadra æquationem quam habes vt pote

1. cu.  $P. 12$ . æqualis 34. co.  
3.  $m. R. 7$ .  
16.  $m. R. 252$ .  
18.  $P. R. 252$ .  
4.  $m. R. 15\frac{1}{4}$ .  
22.  $P. R. 141\frac{1}{4}$ .

18.  $P. R. 252$ . huic adde quartam partem pro regula quadrati prioris  $R.$  & est 4.  $m. R. 15\frac{1}{4}$ . fiet 22.  $P. R. 141\frac{1}{4}$ . huius accipe  $R. v.$  & est  $R. v. 22. P. R. 141\frac{1}{4}$ . & ab ea minue dimidium prioris valoris quod est  $1\frac{1}{2}$ .  $m. R. 1\frac{1}{2}$ . habebis valorem secundum  $R. v. 22. P. R. 141\frac{1}{4}$ .  $P. l. R. 1\frac{1}{2}$ .  $m. 1\frac{1}{2}$ . & hoc cum resoluitur æquualet 3.  $P. R. 7$ . nam  $R. v. 22. P. R. 141\frac{1}{4}$ . æquualet  $R. l. 20\frac{1}{4}$ .  $P. R. 1\frac{1}{2}$ . sed  $R. 20\frac{1}{4}$ . est  $4\frac{1}{2}$ . igitur  $R. v. 22. P. R. 141\frac{1}{4}$ . æquualet  $4\frac{1}{2}$ .  $P. R. 1\frac{1}{2}$ . adde igitur  $R. 1\frac{1}{2}$ . & minue  $1\frac{1}{2}$ . fiet 3.  $P. R. 7$ . ecce quomodo per regulam generalissimam peruenisti ex vno valore in alium & idem accideret conuertendo.

## CAPVT XXXV.

*De regulis particularibus cubi & numeri æqualium rebus.*

Post quod cum potes accipere  $R.$  aliam quam alicuius numeri minoris tertia parte numeri rerum & maioris quarta parte & cum ea diuidendo numerum æquationis & eius quod provenit addendo dimidium numero rerum tunc aggregatur quadruplum quadrati  $R.$  assumptæ tunc sequetur æquatio veluti si dico 1. cu.  $P. 12$ . æquatur 34. co. tunc accipio 3. radicem 9. qui est minor de  $\frac{1}{3}$ . & maior de  $\frac{1}{4}$ . de 34. qui est numerus rerum & cum 3. diuido 12. exit 4. cuius dimidium est 2. quod additum ad 34. numerum rerum facit 36. quadruplum quadrati 9. tunc dico quod æquatio perueniet ad binomium & recisum, & prima pars



# Cap. XXXV. De reg capitul. &c. 349

pars binomij vel recisi est ipsa  $\mathcal{R}$ . quæ fuit 3. & secunda pars est  $\mathcal{R}$ . residui dempto triplo quadrati 3. quod est 27. ex numero rerum qui est 7. relinquitur igitur quod valor rei de 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 12. æqualibus 34. est 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 7. vel 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 7. Et similiter si dixerò quod 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 88. æquatur 53. co. accipio 4.  $\mathcal{R}$ . 16. qui est minor de  $\frac{1}{4}$ . & maior  $\frac{1}{4}$ . de 53. numeri rerum & quia diuiso 88. per 4. exit 22. cuius dimidium est 11. quod additum ad 53. numerum rerum facit 64. quadruplum 16. quadrati de 4. dicam igitur quod æquatio est 4. qui fuit  $\mathcal{R}$ . 16. & reliqua pars est  $\mathcal{R}$ . 5. residui 48. tripli quadrati 4. ad 53. numerum rerum. Dicemus igitur quod si 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 88. æquatur 53. rebus valor rei est 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. vel 4.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. & ita assequuta prima possibilitate habes secundam, quare igitur primam possibilitatem diligenter. Et nota quod hac regula habes duas æquationes primas, tertiam habes ex sequente.

Tertium exemplum 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 10. æquatur 23. co. tunc capio  $2\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{R}$ .  $6\frac{1}{4}$  qui est minor de  $\frac{1}{4}$ . & maior de  $\frac{1}{4}$  de 23. & diuido 10. per  $2\frac{1}{2}$  exit 4. cuius dimidium est 2. addo 2. ad 23. fit 25. quadruplum quadrati  $2\frac{1}{2}$ . Igitur dico quod res valet  $2\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $4\frac{1}{4}$  residui tripli quadrati  $2\frac{1}{2}$  à 23. numero rerum, vel  $2\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $4\frac{1}{4}$  nam in utroque verificabitur quæsitum, & ita patet quod æquatio erit in fractis & verificatio erit in integris. Si igitur 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 10. æquatur 23. co. res valet  $2\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $4\frac{1}{4}$  vel  $2\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $4\frac{1}{4}$  & regula hæc de se est generalis, verum ego tradidi eam particulariter, nam formando eam vniuersaliter, debes dicere, fac ex numero rerum duas partes, ita vt maior sit saltem tripla minori, quarum  $\mathcal{R}$ . tertiæ partis maioris earum diuidens numerum & prouentus accipiendo dimidium, & addendo numero rerum, totum fit  $\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{P}$ . dicta parte cuius accepisti  $\mathcal{R}$ . tertiæ partis eius: & semper prima  $\mathcal{R}$ . addendo  $\mathcal{R}$ . residui vel minuendo constituet valorem rei.

Secunda regula, Cum fuerit numerus rerum diuisibilis in duas partes, ex quarum multiplicatione vnus in  $\mathcal{R}$ . alterius proueniat numerus æquationis, tunc diuide partem illam cuius est accipienda  $\mathcal{R}$ . per 4. & ei adde reliquam partem, & totius accipe  $\mathcal{R}$ . à qua minue dimidium prioris  $\mathcal{R}$ . & tale residuum secundum vel quintum est valor rei.

Exemplum, 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 4. æquatur 17. co. quia igitur 17. potest diuidi in 16. & 1. ex quarum multiplicatione vnus in  $\mathcal{R}$ . alterius, videlicet ex 1. in  $\mathcal{R}$ . 16. quæ est 4. fit 4. ideo accipe semper  $\frac{1}{4}$  de 16. cuius accipienda erat  $\mathcal{R}$ . & est 4. ei adde 1. reliquam partem fit 5. Igitur accipe  $\mathcal{R}$ . 5. & ab ea minue 2. dimidium  $\mathcal{R}$ . 16. fit valor rei  $\mathcal{R}$ . 5.  $\mathcal{M}$ . 2. Et similiter si dicat 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 16. æquatur 17. co. quia ex 16. in  $\mathcal{R}$ . 1. alterius partis quæ est 1. fit 16. accipio  $\frac{1}{4}$  de 1. cuius erat accipienda  $\mathcal{R}$ . & fit  $\frac{1}{4}$ , adde ad 16. alteram partem, fit  $16\frac{1}{4}$ , cuius accipe  $\mathcal{R}$ . & est  $\mathcal{R}$ .  $16\frac{1}{4}$ , à qua minue  $\frac{1}{4}$  dimidium prioris  $\mathcal{R}$ . habebis  $\mathcal{R}$ .  $16\frac{1}{4}$ .  $\mathcal{M}$ .  $\frac{1}{4}$  valorem rei. Et similiter si dicat 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 12. æquatur 19. co. quia ex 19. sunt duæ partes quæ sunt

16. & 3. ex quarum multiplicatione 3. in  $\mathcal{R}$ . 16. fit 12. ideo accipe  $\frac{1}{4}$  de 16. cuius erat accipienda  $\mathcal{R}$ . & est 4. huic adde 3. reliquam partem fit 7. cuius accipe  $\mathcal{R}$ . & ab ea minue dimidium 4. prioris  $\mathcal{R}$ . habebis valorem rei  $\mathcal{R}$ . 7.  $\mathcal{M}$ . 2. Et scias quod hîc habes vnâ æquationem in reciso secundo vel quinto, & semper huic correspondent alia in integris, & est  $\mathcal{R}$ . illius partis multiplicandæ, cuius dimidium ponitur  $\mathcal{M}$ . in secunda æquatione veluti si dico 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 4. æquatur 17. co. valor rei est 4.  $\mathcal{R}$ . 16. & si dico 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 16. æquatur 17. co. valor rei est 1.  $\mathcal{R}$ . 1. partis multiplicandæ, & si dico 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 12. æquatur 19. rebus prima æquatio est 4. cuius cubus est 64. quibus additis 12. fit 76. qui sunt 19. co. nam 19. in 4. producit 76. & ita hîc prima regula habet vtramque æquationem in surdis in binomio vel reciso primo & quarto, hæc autem habet æquationem in numero integro & reciso secundo vel quinto, & omnes hæc regulæ si exercentur generaliter perdunt hominem ad æquationem semper, nam de se sunt generales.

Et nota quod hæc secunda regula est præcisè eadem cum secunda regula trigessimæ primi capituli si bene consideras, excepto quod illa addit dimidium  $\mathcal{R}$ . hæc autem minuit.

Ex hac etiam regula apparet quod si quis dicat 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 88. æquatur 48. co. quod valor rei est  $\mathcal{R}$ . 45.  $\mathcal{M}$ . 1. & in capitulo superiore fuit in eodem casu  $\mathcal{R}$ .  $11\frac{1}{4}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\frac{1}{4}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v.  $13\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $101\frac{1}{4}$ . Igitur cum reliqua æquatio sit 2. relinquitur quod  $\mathcal{R}$ . 45.  $\mathcal{M}$ . 1. æquiualeat  $\mathcal{R}$ .  $11\frac{1}{4}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\frac{1}{4}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v.  $13\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $101\frac{1}{4}$ . Quare detrahendo  $\frac{1}{4}$  de communi fiet  $\mathcal{R}$ . 45.  $\mathcal{M}$ .  $1\frac{1}{2}$  æquiualeat  $\mathcal{R}$ .  $11\frac{1}{4}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . v.  $13\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $101\frac{1}{4}$  & ita vides qualiter recisum simplex æquiualeat binomio ex  $\mathcal{R}$ . simplici & vniuersali, & ita posset per hoc & præcedens capitulum formari quæstio, inuenias binomium ex  $\mathcal{R}$ . simplici & vniuersali quod æquiualeat  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{M}$ . 1. & apparet quod oportet operari per  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{P}$ . 1. quod est binomium de  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{M}$ . 1.

Tertia regula est posita in capitulo quinquagesimo primo practicæ & est quod cum diminutione communi numeri numerus residuatus continuerit res per  $\mathcal{R}$ . cubicam numeri qui relinquitur, tunc æquatio est possibilis, veluti si dico 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 21. æquatur 16. rebus, tunc detrahendo 48. ex vtraque parte fiet 1. cu.  $\mathcal{M}$ . 27. æqualia 16. rebus  $\mathcal{M}$ . 48. & quia 48. numerus detractus continet 16. in 3. qui est  $\mathcal{R}$ . cubica 27. habebimus diuidendo 1. cu.  $\mathcal{M}$ . 27. per 1. co.  $\mathcal{M}$ . 3. hoc 1. cen.  $\mathcal{P}$ . 3. co.  $\mathcal{P}$ . 9. æqualia 16. Quare 1. cen.  $\mathcal{P}$ . 3. co. æquabitur 7. & ita valor rei est  $\mathcal{R}$ .  $9\frac{1}{4}$ .  $\mathcal{M}$ .  $1\frac{1}{2}$  & est conuersum primæ regulæ 31. capituli, nam ibi additur & diminuitur, hîc verò tantum diminuitur.

Capituli cubi æqualis rebus & numero non potest verificari residuum in  $\mathcal{R}$ . simplicibus nec binomialibus sicut nec capitulū cubi & numeri æqualium rebus, nam vt etiam in p<sup>a</sup> regula cum volueris diuidere gratiâ exempli 34. numerū rerum in duas partes quarum



$\mathcal{R}$ . tertiae partis vnus earum diuidens 16. & addito dimidio prouentus ad 34. fiat quadruplum quadrati dictae partis dico quod non potest esse  $\mathcal{R}$ . tertiae partis dicti numeri nec  $\mathcal{R}$ . simplex, quia si sic, igitur triplum quadrati eius est numerus, igitur residuum ad 34. est numerus: & quia diuidendo 16. per  $\mathcal{R}$ . numeri prouenit  $\mathcal{R}$ . & dimidium eius erit  $\mathcal{R}$ . Igitur addita  $\mathcal{R}$ . ad residuum de 34. fiet binomium, & hoc iam supponitur quadratum  $\mathcal{R}$ . Igitur numerus aequabitur binomio quod est impossibile, nec potest esse binomium vel recisum, quia quadratum earum & triplum quadrati erit similiter binomium si  $\mathcal{R}$ . sit binomium. Quare residuum ad 34. erit recisum, & prouentus diuisionis 16. similiter erit recisum. Igitur additum dimidium prouentus cum residuo ad 34. fiet totum recisum, & iam hoc debet esse quadratum  $\mathcal{R}$ . binomialis assumptae. Igitur quadratum binomij erit recisum quod est impossibile. Cum igitur non verificatur in numeris habentibus  $\mathcal{R}$ . non verificabitur in numeris non habentibus  $\mathcal{R}$ . nec in  $\mathcal{R}$ . simpliciter nec in binomiis nec recisis, sed alia genera oportebit inuenire quantitatum.

### CAPVT XXXVI.

*De Capitulo uniuersali cubi & numeri aequalium censibus.*

**D**ICO, reduces hoc capitulum per vigesimum primum capitulum ad capitulum cubi & numeri aequalium rebus, aut ad capitulum cubi & censuum aequalium numero, deinde aequationem inuentam in illis reduces per idem capitulum ad capitulum hoc, & scias quod (vt etiam alias dixi) aequatio generalis huius capituli est aequatio mixta.

Cum volueris, in cubo & numero aequalibus censibus per vnum valorem habere reliquum scias quod vterque valor est pars numeri censuum quae quadrata & ducta in residuum producit numerum aequationis, veluti si dico 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 12. aequalia 5. cen. res valet 2. quia quadrato 2. parte 5. & ducto quadrato in 3. residuum ad 5. fient 12. & reliquus valor est  $\mathcal{R}$ .  $8\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $1\frac{1}{2}$  cuius quadratum est valor census. Regula igitur generalis est; Multiplica valorem habitum in residuum numeri censuum, & ei adde quadratum dimidij ipsius residui, & totius accipe  $\mathcal{R}$ . cui adde dimidium ipsius residui. Exemplum, Volo per valorem qui est  $\mathcal{R}$ .  $8\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $1\frac{1}{2}$  in aequatione de 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 12. aequalibus 5. co. habere reliquum valorem, detraho  $\mathcal{R}$ .  $8\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $1\frac{1}{2}$  ex 5. relinquuntur  $3\frac{1}{2}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $8\frac{1}{4}$  duco  $3\frac{1}{2}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $8\frac{1}{4}$  in  $\mathcal{R}$ .  $8\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $1\frac{1}{2}$  fiunt  $\mathcal{R}$ . 33.  $\mathcal{M}$ . 3. huic addo quadratum dimidij residui, id est  $1\frac{3}{4}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $2\frac{1}{16}$  quod est  $5\frac{1}{8}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $25\frac{17}{64}$  fiunt  $2\frac{1}{8}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\frac{33}{64}$  huius capio  $\mathcal{R}$ . quae est  $\mathcal{R}$ . v.  $2\frac{1}{8}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\frac{33}{64}$  & ei addo dimidium residui quod est  $1\frac{3}{4}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $2\frac{1}{16}$  fiet valor rei  $\mathcal{R}$ . v.  $2\frac{1}{8}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\frac{33}{64}$   $\mathcal{P}$ . l.  $1\frac{3}{4}$   $\mathcal{M}$ .  $2\frac{1}{16}$ . Et hoc in veritate, est 2. nam  $\mathcal{R}$ . v.  $2\frac{1}{8}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\frac{33}{64}$  est  $\mathcal{R}$ .  $2\frac{1}{16}$   $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\frac{1}{16}$  quod est dicere  $\mathcal{R}$ .

|   |
|---|
| $\mathcal{R}$ . $8\frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ . $1\frac{1}{2}$   |
| $3\frac{1}{2}$ $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . $8\frac{1}{4}$   |
| $\mathcal{R}$ . 33. $\mathcal{M}$ . 3.  |
| $5\frac{1}{8}$ $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . $25\frac{17}{64}$  |
| $2\frac{1}{8}$ $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . $\frac{33}{64}$  |
| $\mathcal{R}$ . v. $2\frac{1}{8}$ $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . $\frac{33}{64}$ $\mathcal{P}$ . l. $1\frac{3}{4}$ $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . $2\frac{1}{16}$ . |

$2\frac{1}{16}$   $\mathcal{P}$ .  $\frac{1}{4}$  cui si addantur  $1\frac{1}{2}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $2\frac{1}{16}$  fient 2. praecise.

### CAPVT XXXVII.

*De Regulis particularibus cubi & numeri aequalium censibus.*

**T**V scis quod hoc capitulum quantum ad particulares aequationes verificatur in tribus, videlicet in binomio primo & quarto & suis recisis, & in binomio secundo & quinto. Et quia habet quilibet casus duas aequationes simul, quando habet aequationem binomij primi vel quarti, habet etiam aequationem sui recisi, & quando habet aequationem in integris, habet etiam aequationem binomij secundi & quinti. Et antequam demonstrarem hoc, oportet ostendere quod genus binomij & recisi non est sufficiens satisfacere omni aequationi huius capituli, nam si posuerimus 1. cu.  $\mathcal{P}$ . numero aequalia 7. cen. & capiamus  $2\frac{1}{3}$  pro numero posito erit valor rei per vigesimum septimum capitulum  $\mathcal{R}$ . 16.  $\mathcal{P}$ .  $2\frac{1}{3}$ , quod est  $6\frac{2}{3}$ , residuum igitur erit  $\frac{1}{3}$ . Quare multiplicato vno per quadratum alterius prouenient  $\frac{2}{27}$  nam  $6\frac{2}{3}$  in quadratum  $\frac{1}{3}$  facit  $\frac{22}{27}$  & ducto  $\frac{1}{3}$  in quadratum  $6\frac{2}{3}$  quod est  $44\frac{4}{9}$  fiunt  $14\frac{1}{3}$ . Quare posito numero censuum in numero integro & valore rei in numero fracto, aequatio superationis censuum ad cubum nunquam perueniet ad numerum integrum vt demonstraui, sed talis aequatio superationis aequatur multiplicationi vnus partis in quadratum alterius. Igitur tale productum non erit numerus integer. Hoc stante capio 7. cen. aequales numero quorum multiplicatio vnus partis in quadratum alterius potest ascendere ad  $50\frac{22}{27}$  ex sua regula, igitur 7. potest diuidi taliter vt partes multiplicatae producant 1. 2. 3. & ita vsque ad 50. & in maiori parte poterit diuidi duobus modis, sed 7. in fracta ex praecedenti non potest diuidi vt producat integros nec in integra nisi 4. modis,

nam 5. & 6. non sunt idonei numeri, quia excedunt  $\frac{2}{3}$  de 7. igitur diuisio 7. non potest procedere nisi ad 4. erunt igitur partes vt vides in figuris ex quibus patet quod 7. non potest diuidi in his aequationibus nisi vt ducta vna in quadratum alterius producat 6. vel 8. vel 36. vel 50. & non aliter. Cum igitur ab 1. vsque ad 50. sint 50. numeri completi, ex quibus non possunt compleri nisi 4. remanent igitur 46. numeri qui non possunt haberi per regulam, quia aequatio non attingit. Igitur capitulum est valde particulare, nec eadem ratione potest verificari

|                               |
|-------------------------------|
| 7.                            |
| $4\frac{2}{3}$ $2\frac{1}{3}$ |
| $21\frac{2}{3}$               |
| $2\frac{1}{3}$                |
| 50 $\frac{22}{27}$            |



# Cap. XXXVII. De reg. part. &c. 351

verificari in  $\mathbb{R}$ . simplicibus aut in quantitatibus binomialibus aut recisis propter dicta in fine capituli trigefimi quinti.

Est & alia proprietas in hoc capitulo digna memoriâ, quod cum census æquantur cubo & numeris semper numerus censuum potest diuidi dupliciter in duas partes, ex quarum multiplicatione vnus in quadratum alterius fiat numerus, & partes illæ sunt semper idem cum æquatione censuum æqualium cubo & numeris.

Exemplum, Si dico 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 50. æquatur 7. cen. dico quod 7. qui est numerus censuum potest diuidi dupliciter in duas partes, ex quarum multiplicatione vnus in quadratum alterius fiat 50. & prima diuisio erit in 5. & 2. nam 2. in 25. quadratum 5. facit 50. & 5. est prima æquatio de 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 50. æqualibus 7. censibus, nam vtrumque aggregat 175. nam 1. cu. de 5. est 125. quibus additis 50. fit 175. qui sunt 7. census & alia æquatio est  $\mathbb{R}$ . 11.  $\mathbb{P}$ . 1. nam diuiso 7. in  $\mathbb{R}$ . 11.  $\mathbb{P}$ . 1. & 6.  $\mathbb{M}$ .  $\mathbb{R}$ . 11. si multiplicetur 6.  $\mathbb{M}$ .  $\mathbb{R}$ . 11. in 12.  $\mathbb{P}$ .  $\mathbb{R}$ . 44. quadratum  $\mathbb{R}$ . 11.  $\mathbb{P}$ . 1. fient 50. præcisè, & eadem æquatio quæ quadratur, quæ est  $\mathbb{R}$ . 11.  $\mathbb{P}$ . 1. est æquatio de 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 50. æqualibus 7. cen. hoc stante sit

Prima regula, inuenta prima æquatione multiplica partem vnâ in reliquam, & producto adde quadratum dimidij partis quæ non quadratur, & totius accipe  $\mathbb{R}$ . cui adde dimidium partis quæ non quadratur. Exemplum 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 50. æquatur 7. cen. tu

1. cu.  $\mathbb{P}$ . 50. æqualia 7. cen.

$$\begin{array}{r} 5. \quad 2. \\ \hline 10. 1. \\ 1. 1. \\ \hline \mathbb{R}. 11. \mathbb{P}. 1. \end{array}$$

scis quod primus valor est 5. quia ductum in se, & in reliquam partem quæ est 2. producit 50. Multiplica igitur 5. in 2. fit 10. adde 1. quadratum 1. dimidij partis non quadratæ fit 11. accipe  $\mathbb{R}$ . & est  $\mathbb{R}$ . 11. adde ei dimidium partis non quadratæ quod est 1. fiet valor rei  $\mathbb{R}$ . 11.  $\mathbb{P}$ . 1.

Et similiter si dicat 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 32. æquatur 10. cen. tunc res valet 2. nam quadrato

1. cu.  $\mathbb{P}$ . 32. æqualia 10. cen.

$$\begin{array}{r} 2. \quad 8. \\ \hline 16. 4. \\ 16. 16. \\ \hline \mathbb{R}. 32. \mathbb{P}. 4. \end{array}$$

2. & ducto in 8. residuum fit 32. Igitur multiplica 2. in 8. reliquam partem fit 16. huic adde 16. quadratum 4. dimidij partis non quadratæ fit 32. accipe  $\mathbb{R}$ . & ei adde dimidium partis quæ non quadratur, fiet valor rei  $\mathbb{R}$ . 32.  $\mathbb{P}$ . 4.

Et ita si dicat 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 16. æquatur 6.

Tom. IV.

cen. pars quæ quadratur est 2. & est valor rei, reliqua est 4. duc vnâ in alteram, fit 8. adde ei 4. quadratum dimidi

1. cu.  $\mathbb{P}$ . 16. æqualia 6. cen.

$$\begin{array}{r} 2. \quad 4. \\ \hline 8. 2. \\ 4. 4. \\ \hline \mathbb{R}. 12. \mathbb{P}. 2. \end{array}$$

alterius partis, fit 12. accipe  $\mathbb{R}$ . cui adde 2. dimidium partis non quadratæ, fiet valor rei  $\mathbb{R}$ . 12.  $\mathbb{P}$ . 2.

Secunda regula est quando æquatio cadit in binomio & reciso veluti si dico 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 40. æquatur 8. cen. vel 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 10. æquatur 9. cen. tunc æquatio non cadit in numero sensibili & tamen casus est possibilis in binomiis & recisis.

Pro cognoscendo igitur possibilitatem & inueniendo postmodum æquationem.

Scias quod si aliquis numerus minor  $\frac{1}{4}$  numeri censuum & maior de  $\frac{1}{4}$  diuidat numerum æquationis, ita quod proueniat numerus quadratus & dimidium illius  $\mathbb{R}$ . prouentus additum numero censuum faciat quadruplum dicti diuisoris tunc æquatio est possibilis, & valor rei est duplum numeri diuisoris qui est minor  $\frac{1}{4}$  numeri censuum, & maior de  $\frac{1}{4}$  addita vel diminuta  $\mathbb{R}$ . eius, quod fit ex duplo residui tripli numeri ad numerum censuum in duplum diuisoris. Exemplum, 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 48. æquatur 10. cen. tunc capio 3. quod est minus  $\frac{1}{4}$  & maius  $\frac{1}{4}$  de 10. numeri censuum & diuido 48. numerum exit 16. quadratus numerus, cuius dimidium  $\mathbb{R}$ . quod est 2. additum ad 10. numerum censuum, facit 12. quadruplum 3. numeri assumpti. Igitur dico quod æquatio est possibilis & est 6.  $\mathbb{P}$ .  $\mathbb{R}$ . 12. vel 6.  $\mathbb{M}$ .  $\mathbb{R}$ . 12. & 6. est duplum 3. tertie partis, quæ est diuisor & 12. fit ex 2. duplo superationis 10. numeri censuum à 9. triplo numeri diuisoris in 6. duplum diuisoris, & ita si dico 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 40. æquatur 8. cen. diuido 40. per 2  $\frac{1}{2}$  qui est minor  $\frac{1}{4}$  & maior  $\frac{1}{4}$  de 8. exit 16. cuius dimidium  $\mathbb{R}$ . quod est 2. additum ad 8. numerum censuum facit 10. quadruplum numeri diuisoris qui fuit 2  $\frac{1}{2}$ , igitur habebit æquationem in binomio & reciso & valor rei erit 5.  $\mathbb{P}$ .  $\mathbb{R}$ . 5. vel 5.  $\mathbb{M}$ .  $\mathbb{R}$ . 5. & 5. est duplum numeri assumpti &  $\mathbb{R}$ . 5. est  $\mathbb{R}$ . numeri qui fit ex prima parte binomij vel numeri assumpti in 1. quod est duplum superationis 8. numeri censuum supra 7  $\frac{1}{2}$  triplum numeri diuisoris. Et ita si dicam 1. cu.  $\mathbb{P}$ . 8. æquatur 7. cen. tunc ex 7. capio 2. minus tertia parte, & maius quarta, quo diuidente 8. numerum æquationis exit 4. numerus quadratus, cuius dimidium  $\mathbb{R}$ . quod est 1. additum ad 7. facit 8. quadruplum 2. numeri diuisoris. Igitur habet æquationem in binomio & reciso, & erit valor rei ex dictis 4.  $\mathbb{P}$ .  $\mathbb{R}$ . 8. vel 4.  $\mathbb{M}$ .  $\mathbb{R}$ . 8.

G g 2

82



& est conuersa primæ regulæ trigessim: quinti capituli, & est generalissima & conuertibilis in tali æquatione.

Tertia regula est quod debes reducere cu. & nu. æqualia cen. ad cu. & nu. æqualia co. Deinde inuenies æquationem siue valorem rei, deinde quadra  $\mathcal{R}$ . cubam numeri quem habes cum cubo æqualem rebus siue censibus, nam ille numerus manet idem in vtraque æquatione, vt patet ex vigesimo primo capitulo. Diuide igitur quadratum  $\mathcal{R}$ . cu. dicti numeri per æquationem iam inuentam, & quod exit est æquatio cu. & nu. æqualium cen. Res clara est, nec indiget exemplo.

## C A P V T XXXVIII.

*De æquationibus cen. cen. rerū & numeri.*

**C**V M in æquatione non generali trium capitulorum debeas diuidere semper numerum rerum per 4. deinde inuenire quos velis duos numeros quorum alter cubatus & etiam multiplicatus per quadratum alterius faciat dictum numerum tuncque illi duo numeri faciant binomium aptum illis radicibus, ideo quantitas erit vt describetur. Exemplum, volo scire 144. co. cum 1. cen. cen. quot numeris possint æquari. Diuide 144. per 4. semper exit 36. deinde capio cubum minorem puta 27. eius  $\mathcal{R}$ . cu. est 3. cum qua diuido 9. residuum ad 36. exit 3. huius capio  $\mathcal{R}$ . & eam adiungo  $\mathcal{R}$ . cubicæ 27. fit valor rei 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 3. vel  $\mathcal{M}$ . & numerus erit per regulam 180. Dicemus igitur quod 1. ce. ce.  $\mathcal{P}$ . 180. æquatur 144. co. &

|  |       |
|--|-------|
| co. 144.                               |       |
| 36.                                    |       |
| 27. 9.                                 |       |
| 3. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 3.  | 180.  |
| 28. 8.                                 |       |
| $\mathcal{R}$ . 14. $\mathcal{P}$ . 2. | 260.  |
| 35. 1.                                 |       |
| $\mathcal{R}$ . 35. $\mathcal{P}$ . 1. | 1092. |

| Valor rei,   | Valor census,   |
|--|---|
| $\mathcal{R}$ . cu. 30. $\mathcal{M}$ . 2.   | $\mathcal{R}$ . cu. 900. $\mathcal{P}$ . 4. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 1920.       |
| 12.  | 6.  |
| $\mathcal{R}$ . cu. 51840. $\mathcal{M}$ . 24.   | $\mathcal{R}$ . cu. 194400. $\mathcal{P}$ . 24. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 414720. |
| Valor cubi,  |   |
| 22. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 51840. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 194400.   |   |
| 1.   |   |
| 22. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 51840. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 194400.   |   |
| Partes,  |   |
| 1. cu. 22. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 51840. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 194400.  |   |
| 6. ce. 24. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 414720. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 194400.   |   |
| 12. co. $\mathcal{M}$ . 24. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 51840:   |   |
| Summa, 22. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 51840. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 51840. $\mathcal{M}$ . $\mathcal{R}$ . cu. 414720. |   |

Sed duæ  $\mathcal{R}$ . cu. 51840.  $\mathcal{P}$ . faciunt  $\mathcal{R}$ . cu. 414720.  $\mathcal{P}$ . quia debent multiplicari per 8. in duplicatione, igitur cum  $\mathcal{R}$ . cu. 414720.

hoc quia est binomium aut recisum primum vel quartum.

Diuido etiam 36. in 28. & 8. capio  $\mathcal{R}$ . cu. 8. quæ est 2. cum ea diuido 28. exit 14. &  $\mathcal{R}$ . 14.  $\mathcal{P}$ . 2. & eius numerus erit 260. Dicemus igitur quod 1. cen. cen. æquatur 144. co.  $\mathcal{P}$ . 260. quia est binomium.

Vel dicemus quod valor rei est  $\mathcal{R}$ . 14.  $\mathcal{M}$ . 2. & tunc 1. ce. ce.  $\mathcal{P}$ . 144. co. æquatur 260. quia æquatio est recisum.

Diuido etiam 36. in 35. & 1. capio  $\mathcal{R}$ . cu. 1. quæ est 1. diuido 35. residuum per 1. exit 35. Capio  $\mathcal{R}$ . 35. & ab ea minuo vel addo 1. habeo valorem rei  $\mathcal{R}$ . 35.  $\mathcal{P}$ . 1. vel  $\mathcal{R}$ . 35.  $\mathcal{M}$ . 1. & numerus eius est 1092. Dicemus igitur quod si æquatio est  $\mathcal{R}$ . 35.  $\mathcal{P}$ . 1. quod 1. cen. cen. æquatur 144. co.  $\mathcal{P}$ . 1092. & si æquatio est  $\mathcal{R}$ . 35.  $\mathcal{M}$ . 1. quod 1. cen. cen.  $\mathcal{P}$ . 144. co. æquatur 1092.

## C A P V T XXXIX.

*De æquationibus capitulorum quadrinomialium & quinquinomialium.*

**P**R M A Regula Ludouici de Ferrariis quam inuenit Geometrica demonstratione, Cum fuerint cubus, census & res æquales numero, fueritque numerus rerum æqualis ei quod fit ex numero censuum in tertiam sui partem, semper habebitur æquatio posito numero quocumque volueris.

Exemplum, Si quis dicat 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. cen.  $\mathcal{P}$ . 12. co. æquatur 10. vel 20. vel 30. semper habebitur æquatio quia 12. qui est numerus rerum producit ex 6. numero censuum in tertiam sui partem. Modus autem æquationis talis est Cuba tertiam partem censuum, & productum adde numero & aggregati accipe  $\mathcal{R}$ . cubam à qua detrahe tertiam partem numerici censuum & residuum est valor rei. Exemplum, 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. cen.  $\mathcal{P}$ . 12. co. æquantur 22. Accipe tertiam partem 6. numeri censuum & eam cuba fit 8. adde ad 22. fit 30. accipe  $\mathcal{R}$ . cu. 30. fit  $\mathcal{R}$ . cu. 30. minue 2. ab ea, erit valor rei  $\mathcal{R}$ . cu. 30.  $\mathcal{M}$ . 2. Ponam igitur valorem rei census & cubi, deinde multiplicabo per suos numeros & iungam simul,

$\mathcal{P}$ . &  $\mathcal{M}$ . nihil faciant, patet quod 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. cen.  $\mathcal{P}$ . 12. co. æquantur 22. quod est positum.

Secunda,



# Cap. XXXIX. De æquation. &c. 353

Secunda & ex hac sequitur quod cum fuerit 1. cu. p. co. æqualia cen. & numero & fuerit numerus rerum productus ex tertia parte numeri cen. in numerum cen. tunc cuba tertiam partem numeri censuum & eam minue à numero proposito vel ab ea minue numerum propositum, & residui accipe R. cubam quam addes aut minues à tertia parte numeri censuum & tale binomium aut recisum est valor rei. Ex quo sequitur quod talis æquatio potest cadere tribus modis nam si tertia pars numeri censuum est minor R. cu. residui non poterit auferri R. cu. residui sed solum addi tertiæ parti numeri censuum & erit binomium secundum: si vero tertia pars numeri censuum sit maior R. cuba residui, poterit dicta R. au-

ferri & addi, quare fiet binomium aut recisum primum:

Exemplum 1. cu. p. 12. co. æquatur 6. cen. p. 38. accipe  $\frac{1}{3}$  de 6. quod est 2. cuba sit 8. minue ex 38. remanet 30. accipe R. cu. 30. quæ est R. cu. 30. & quia ipsa est maior de 2. qui est tertia pars censuum necessario addetur ad 2. & fiet valor rei binomium secundum quasi R. cu. 30. p. 2. eius probationem vide in capitulo 24.

Aliud exemplum 1. cu. p. 12. co. æquatur 6. cen. p. 11. accipe  $\frac{1}{3}$  de 6. quod est 2. cuba sit 8. detrahe ex 11. remanet 3. accipe R. cu. 3. quæ est R. cu. 3. & quia R. cu. 3. est minor 2. dicemus quod valor rei est 2. p. R. cu. 3. vel 2. m. R. cu. 3. eius probatio est vt vides.

|  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1. cu. p. 12. co. æqualia 6. cen. p. 11. |                                  |
| Res 2.                                   | p. R. cu. 3.                     |
| Cen. 4.                                  | p. R. cu. 9. p. R. cu. 192.      |
| Cubus 11.                                | p. R. cu. 5184. p. R. cu. 1944.  |
| 12. res 24.                              | p. R. cu. 5184.                  |
| Summa 35.                                | p. R. cu. 41472. p. R. cu. 1944. |
| 6. cen. 24.                              | p. R. cu. 41472. p. R. cu. 1944. |
| Numerus 11.                              |                                  |
| Summa 35.                                | p. R. cu. 41472. p. R. cu. 1944. |

Et per idem faceres in exemplo vbi æquatio esset 2. m. R. cu. 3. excepto quod minueres 5. numerum æquationis ex cubo tertiæ partis censuum & haberes 1. cu. p. 12. co. æqualem 6. cen. p. 5. quare aduerte.

Capitula igitur quæ sunt in 4. denominationibus sunt vt dixi 28. & quæ sunt in quinque sunt 15. & de quibusdam eorum dicam prout verificantur in binomijs & recis dando sufficientiam in reliquis.

3 Cum numerus æquatur rebus censibus & cubo tunc tu scis quod cubus & res sunt vnius naturæ, & in secundo reciso proportio numeri census ad numerum rei est maior quam R. ad R. igitur è contra proportio R. rei ad R. census est maior quam numeri ad numerum, igitur cum & proportio R. cubi ad R. census sit maior quam numeri census ad numerum rei ex tertia consideratione capituli, igitur proportio R. cubi & rerum ad R. census est maior quam numeri ad numerum, congregata igitur R. totidem quot in censu & addita censui facient numerum. Exemplum. Proportio R. 1445. ad

Numerus æqualis cubo ce. & rebus

Res R. 5. m. 2.

Census 9. m. R. 80. rec. secund. quint.

Cubus R. 1445. m. 38.

R. 80. est veluti 17. ad 4. proportio R. 5. ad R. 80. est veluti 1. ad 4. igitur proportio R. 1445. p. R. 5. & etiam R. 1620. ad R. 80. est veluti 18. ad 4. siue vt 9. ad 2. census igitur  $4\frac{1}{2}$ . sunt  $40\frac{1}{2}$ . m. R. 1620. igitur addita ad 1. cu. p. 1. co. faciunt  $\frac{1}{2}$ . igitur 1. cu. p.  $4\frac{1}{2}$ . cen. p. 1. co. æquantur  $\frac{1}{2}$ :

nam  $40\frac{1}{2}$ . p. & 40. m. faciunt  $\frac{1}{2}$ . p. & 1. cu. p. 5. cen. p. 3. co. æquantur 1. in hac æquatione. Nec puta quod res sibi determinant propriam quantitatem censuum quia re variata variatur æqualitas. Veluti si ponatur res R. 5. m. 1. erit 1. cu. p. 2. co. p. 5. cen. æqualia 12. & 1. cu. p. 4. co. p. 6. cen. æqualia 16.

Cum res æquatur cubis censibus & numero verificatur capitulum in binomio

Numerus æqualis cubo ce. & rebus

Res R. 5. m. 1.

Census 6. m. R. 20. rec. secundum quint.

Cubus R. 320. m. 16.

Res æquales cubo cen. & numero

Res 3. p. R. 2.

Census 11. p. R. 72. binom. prim. quint.

Cubus 45. p. R. 1682.

Res æquales cubo cen. & numero

Res 3. m. R. 2.

Cen. 11. m. R. 72. rec. prim. quartum

Cubus 45. m. R. 1782.

Res æquales cubo cen. & numero

Res R. 5. m. 2.

Census 9. m. R. 80.

Cubus R. 1445. m. 38. rec. secund. quint.

Cen & cubus R. 845. m. 29.

13. res R. 845. m. 26.

13. res æquales 1. cu. p. 1. ce. p. 3.



primo & quarto cum suis recisis atque etiam in reciso secundo & quinto. Exemplum ut hic 1. cu. p. 1. ce. æquantur in 2. 35. rebus quia ambo faciunt 2. 2450. sed 35. res sunt 105. in numero & 1. cu. p. 1. cen. sunt 56. in numero, igitur 1. cu. p. 1. ce p. 49. æquatur 35. rebus, igitur res æquantur cubo cen. & numero.

Et similiter 1. cu. p. 2. ce. p. 56. æquantur 41. rebus & ita 1. cu. p. 3. cen. p. 63. æquantur 47. rebus. Idem patet in reciso primo & quarto.

Et similiter in reciso secundo & quinto fient 1. cu. p. 1. ce. 2. 845. m. 29. igitur cum 13. res sint 2. 845. m. 26. igitur deductis 1. cu. p. 1. ce. ex 13. rebus remanebunt 3. quare 13. res æquabuntur 1. cu. p. 1. ce. p. 3. & si ponas 1. cu. p. 2. cen. p. 2. æquabuntur 9. rebus & similiter si dicas 1. ce. p. 2. cu. p. 7. æquantur 30. rebus & 1. ce. p. 3. cu. p. 11. æquatur 47. rebus.

Nota quod in capitulis ubi ingrediuntur cubus & census potes etiam reducere eos ad 1. ce. sicut ad 1. cu. tam in ternariis quam quaternariis. Exemplum 1. cen. æquatur  $\frac{1}{2}$ . cu. p. 2. vel 1. cen. æquatur  $\frac{1}{2}$ . cu. p. 1. co. p. 3. & dicitur reductio ad imparem denominationem & hoc maxime debet fieri in capitulis quæ verificantur in secundo & quinto binomij vel recisis.

Secundo nota quod posita tali unitate maioris denominationis in ternariis vel quaternariis capitulis ut sunt hæc quæ sunt quaternaria eo quod comprehendunt 4. denominationes tunc semper respectu eiusdem binomij vel recisi servatur æqualitas augmenti in omnibus alijs veluti in exemplo primo dictum est quod res valet 3. p. 2. & quod 1. cu. p. 1. cen. p. 49. æquantur 35. rebus & 1. cu. p. 2. cen. p. 56. æquantur 41. rebus & 1. cu. p. 3. cen. p. 63. æquantur 47. rebus, ubi vides quod numerus semper augetur per 7. & res per 6.

## Tabula æqualium augmentorum

|                         |           |
|-------------------------|-----------|
| 1. cu. p. 1. ce. p. 49. | rebus 35. |
| 1. cu. p. 2. ce. p. 56. | rebus 41. |
| 1. cu. p. 3. ce. p. 63. | rebus 47. |

## Exemplum aliud

|                         |           |
|-------------------------|-----------|
| 1. ce. p. 1. cu. p. 3.  | rebus 13. |
| 1. ce. p. 2. cu. p. 7.  | rebus 30. |
| 1. ce. p. 3. cu. p. 11. | rebus 47. |

& procedit in infinitum. Et similiter in secundo exemplo numerus augetur per 4. & res per 17. & proceditur in infinitum in tali secundo vel quinto reciso de 2. 5. m. 2.

Quinta. Cum vero census æquatur cubis rebus & numero tunc h. c. verificatur in binomio primo & quarto & eius recisis & etiam in binomio secundo & quinto, habet igitur triplicem æquationem. Exemplum 5. census æquantur 1. cu. p. 1. co. p. 7. hoc est verum ubi res valet 3. p. 2. & est binomium quartum nam 1. cu. p. 1. co. sunt

48. p. 2. 1800. & 5. census sunt 55. p. 2. 1800. igitur 5. census exuperant 1. cu. p. 1. co. in 7. igitur 5. census æquantur 1. cu. p. 1. co. p. 7.

## Census æquales cubis rebus & num.

Res 3. p. 2.

Cen. 11. p. 2. 72. binomium primum quartum.

Cubus 45. p. 2. 1682.

5. cen. 55. p. 2. 1800.

Cubus & res 48. p. 2. 1800.

æquatio 7.

Et per idem dices in residuo primo vel quarto ut in exemplo 5. census sunt 55. m. 2. 1800. & cubus 1. cum 1. co. sunt 48. m. 2. 1800. igitur 5. census æquantur 1. cu. p. 1. co. p. 7. ut prius, & ita hoc verifica-

## Census æqualis cubis rebus & numero

Res 3. m. 2.

Cen. 11. m. 2. 72. recisum primum quart.

Cubus 45. m. 2. 1682.

5. cen. 55. m. 2. 1800.

Cubus & res 48. m. 2. 1800.

æquatio 7.

## Census æqualis cubis rebus & numero

Res 2. 5. p. 2.

Cen. 9. p. 2. 80. binomium secundum quintum

Cubus 2. 1445. p. 38.

bitur ex dicendis dummodo 2. cuborum exuperet proportionaliter 2. rerum & ideo si poneret in hoc binomio vel reciso 1. cu. p. 2. co. p. 5. hoc æquabitur 5. census: & si poneret 1. cu. p. 3. co. p. 4. æquabitur 5. census & ita vides quod augendo res minuitur numerus donec perveniat ad hoc ut numerus cadat ex parte census, & tunc census & numerus æquabitur cubo rebus & erimus extra hoc capitulum. Et facile est hoc videre quoniam ut dixi procedunt ex supposita re per æqualia augmenta veluti hic aucta 1. co. semper census augetur per  $\frac{1}{2}$ . & numerus minuitur per  $\frac{1}{2}$ . & ideo auctis 4. co. fient 1. cu. p. 7. co. æquales 6. censibus præcisè & post cadet numerus ex parte census utpote 1. cu. p. 8. co. æquabitur 6. census p. 1. numeri & ita deinceps.

Et per idem dices in secundo & quinto binomio, erit enim 1. cu. p. 1. co. p. 7. æqualia 4. census & 1. cu. p. 2. co. p. 4. æqualia 4. census & 1. cu. p. 3. co. p. 1. æqualia 5. censibus cumque hoc verificetur etiam de unitate patet quod si quis dicat 1. cu. p. 3. co. p. 1.



# Cap. XXXIX. De æquat. Cap. & c. 355

p. 1. æquatur 5. censibus, poteris dicere quodd res sit 1. vel quod sit 2. 5. p. 2. & verificabitur in utroque.

Cum verò cubus æquatur censibus, re-

Cubus æqualis cen. rebus & numero.

Res 2. 5. p. 2.

Census 9. p. 2. 80. Binomium sec. quintū.

Cubus 2. 1445. p. 38.

bus & numero, tunc solum seruiet hic binomium secundum & quintum, ut in exemplo 1. cen. p. 1. co. sunt 2. 125. p. 11. cubus fuit 2. 1445. p. 38. Igitur proportio 2. ad 2. est veluti 17. ad 5. proportio autem hæc est veluti  $3\frac{2}{5}$  ad 1. Igitur  $3\frac{2}{5}$  cen. p.  $3\frac{2}{5}$  co. erunt 2. 1445. p.  $37\frac{2}{5}$ , detracta hac à cubo, remanent  $\frac{3}{5}$ , igitur 1. cu. æquatur  $3\frac{2}{5}$  cen. p.  $3\frac{2}{5}$  co. p.  $\frac{3}{5}$  numeri & 5. cubi æquabuntur 17. cen. p. 17. co. p. 3. ex his sequuntur hæc verificationes.

Numerus æqualis cu. cen. rebus

In reciso secundo & quinto.

Census æqualis cu. rebus & numero,

In bin<sup>o</sup> p<sup>o</sup> & 4<sup>o</sup> & suis rec<sup>is</sup> & bin<sup>o</sup> 2<sup>o</sup> & 5<sup>o</sup>

Res æquales cubo cen. & numero.

In bin<sup>o</sup> p<sup>o</sup> & 4<sup>o</sup> & suis rec<sup>is</sup> & rec<sup>o</sup> 2<sup>o</sup> & 5<sup>o</sup>.

Cubus æqualis censibus rebus & numero

In binomio secundo & quinto.

Manifestum est igitur quodd hæc capitula valde generalia sunt excepto ultimo, videlicet quando cubus æquatur censibus, rebus & numero, nam tale capitulum, etsi sit generale, attamen est valde inuolutum cuius inuolutionis causa & modus declarandi subiungitur.

Pendent autem capitula quaternaria ex ternariis, ut vides, nam cum numerus æqualis cubo & rebus non faciat capitulum per regulam præcedentem, igitur capitulum de numero æquali cubo, censibus & rebus, æquualet quasi capitulo de numero æquali cubo & censibus. Hoc autem verificatur in reciso secundo & quinto, igitur hoc reducitur ad illud.

Similiter res æquales cubo, censibus & numero, componuntur ex capitulis rei æqualis cen. & numero, & his seruit binomium primum & quartum & sua recisa & capitulo rei æquualetis cubo & numeris, sed tale capitulum verificatur in binomio primo & quarto & suis recisis, & etiam reciso secundo & quinto. Igitur capitulum hoc habebit triplicem æquationem ut & illa ex quibus componitur.

Et similiter capitulum census æqualis cubo & rebus & numero, componitur ex capitulis census æqualis cubo & numero, & census æqualis rebus & numero, sed in his æquatio cadit in binomio primo, secundo, quarto vel quinto, vel reciso primo & quarto, igitur & hic.

Et similiter capitulum de cubo æquali censibus rebus & numero componitur ex duobus capitulis, quorum vnum est cubus æqualis censibus & numero, & hoc non datur per præcedentem regulam in corollario. Alterum est cubus æqualis rebus & numero, & hoc habet æquationem in binomio secundo & quinto; igitur hoc capitulum necessariò habet æquationem in binomio secundo & quinto tantum, & ita de aliis.

Ex hoc sequitur quod regula hæc tenet vniuersaliter in componendis capitulis, nec vnquam oportet prætermittere numerum.

7 Ex qua habetur capitulum de numero & cu. æqualibus censibus & rebus, nam hoc componitur ex capitulis duobus, quorum vnum est numerus & cubus æqualia censibus, & hoc verificatur in binomio primo & quarto & suis recisis, & etiam in binomio secundo & quinto. Alterum est cubus

& numerus æqualia rebus, & hoc verificatur in binomio primo & quarto & suis recisis, & etiam in reciso secundo & quinto. Igitur possibilis est in hoc casu omnis æquatio, videlicet in utroque binomio & utroque reciso.

Et similiter capitulum de numero & 8 cen. æqualibus cubo & rebus componitur ex duobus capitulis quorum vnum est census & numerus æqualia rebus, & hoc verificatur in binomio primo & quarto, & suis recisis, & aliud est capitulum cen. & numeri æqualis cubis, & hoc non habet æquationem, ut patet in regula præcedenti. Igitur cum numerus & census æquantur cubis & rebus, æquatio cadet in binomio primo & quarto cum suis recisis.

Et similiter capitulum de numero & re- 9 bus æqualibus censibus & cubo, componitur ex capitulo numeri & rei æqualis censui, & hoc verificatur in binomio secundo & quinto, & similiter ex capitulo numeri & rerum æqualium cubo, sed tunc æquatio cadit in binomio secundo & quinto. Igitur totum capitulum hoc cadet in æquatione binomij secundi & quinti quod est propositum.

Cubus & numerus æqualia cen. & rebus.

Æquatio in binomio primo, secundo, quarto, quinto & suis recisis.

Cu. & res æquales cen. & numero.

Æquatio in primo & quarto binomio & suis recisis.

Cu. & census æqualia rebus & numero.

Æquatio in secundo & quinto binomio.

Nota, quodd hoc vltimum capitulum fortitur aliquando æquationem in 2. numeri simplicis cum fuerint partes proportionatæ, veluti si dico 1. cu. p. 3. cen. æquatur 5. co. p. 15. numero, tunc res valet 2. 5. & census est 5. & ita fortitur quantitatem potentia tantum rationalem, quod nulli ex aliis accedit capitulis.

Et ex hoc patent capitula cen. cen. cu. rerum & numeri quæ sunt 7. Et similiter alia 7. cen. cen. cu. numeri & rerum, & alia 7. cen. cen. cu. cen. & numeri, nam si dicat cen. cen. æquatur cubis cen. & numero, tunc tu scis quodd hoc capitulum componitur ex cen. cen. æquato cubis & numero quod verificatur in binomio primo, secundo, quarto & quinto, & reciso

G g 4 etiam



etiam primo & quarto: & ex capitulo cen. cen. æqualis cen. & numero, quod verificatur in binomio secundo & quinto. Igitur verificabitur in omnibus. Memento tamen illum esse valorem census, quare res non poterit esse nisi vel binomium primum, secundum, quartum vel quintum, aut recisum primum aut secundum, aut  $\mathcal{R}$ . recisi secundi vel quinti, & est quantitas residua medialis prima, vel quæ cum rationali componit totum mediale; & ita de aliis facilis est inquisitio, vt clarum est. Si autem vis regulas æquationis, omnes faciliter inuenies per capitulum vigesimum septimum.

Regula, cum 1. cen. cen.  $\mathcal{P}$ . cen. æquatur cubis & numero cuius & fuerit dimidium numeri cuborum  $\mathcal{R}$ . numeri censuum, tunc semper assequeris æquationem hoc modo: Minue  $\mathcal{R}$ . numeri propositi ex quarta parte numeri censuum, & residui accipe  $\mathcal{R}$ . quam minue & adde ex quarta parte numeri cuborum, & habebis valorē rei quæsitæ. Exemplum, 1. cen. cen.  $\mathcal{P}$ . 36. cen. æquatur 12. cu.  $\mathcal{P}$ . 49. tunc quia 6. qui est medietas 12. numeri cuborum est  $\mathcal{R}$ . 36. numeri censuum, dico quodd æquatio habebitur ex regula præcedente sic. Accipe  $\mathcal{R}$ . numeri propositi quæ est 7. minue eam ex quarta parte numeri censuum quæ est 9. remanent 2. cuius accipe  $\mathcal{R}$ . quæ est  $\mathcal{R}$ . 2. hanc adde & minue ad 3. quartam partem

|           |  |
|-----------|--|
| Res,      | 3. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 2.      |
| Census,   | 11. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 72.    |
| Cubus,    | 45. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 1682.  |
| Cen. cen. | 193. $\mathcal{P}$ . $\mathcal{R}$ . 8712. |

numeri cuborum, habebis rem valere 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. & 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. Quodd ita sit patet, nam 1. cen. cen.  $\mathcal{P}$ . 36. cen. est 589.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8712.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 93312. quod est totum  $\mathcal{R}$ . 242208. & 12. cubi sunt 540.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 242208. quibus si addantur 49. fient 12. cubi  $\mathcal{P}$ . 49. æquales 1. cen. cen.  $\mathcal{P}$ . 36. cen. quod est propositum.

## CAPVT XL.

### De Capitulis deriuatiuis vel assimilatis.

Cum autem fuerint capitula incognita in denominationibus habentibus se similiter cum cognitis, tunc æquatio erit certa ponendo incognitas cognitarum loco. Deinde inuenta æquatione quære minorem denominationem cognitam quæ pars sit respectu minoris denominationis incognitæ, & secundum illud accipe partem ex denominatione incognita. Exempla subiiciam.

Scis quodd capitulum census, rerum & numeri est cognitum, & scis quodd res est  $\mathcal{R}$ . census, igitur scies omne capitulum in quo minor denominatio est  $\mathcal{R}$ . maioris. Veluti census & res & numerus habent tria capitula nota, igitur & reliqua sequentia, in quibus commune est quodd minor denominatio est  $\mathcal{R}$ . maioris. Dicamus igitur quodd

1. ce. cu. æquetur 3. cu.  $\mathcal{P}$ . 10. tunc vides quodd cubus est  $\mathcal{R}$ . cen. cubi sicut res est  $\mathcal{R}$ .

|              |   |
|--------------|---|
| Principalis. | Numerus, $\mathcal{R}$ . census.  |
|              | Numerus, res census.  |
| Deriuatiua.  | Numerus, census, census cens.   |
|              | Numerus, cubus, cen. cubi.  |
|              | Numerus, cen. cen. cen. cen. cen.   |
|              | Numerus, Rel <sup>m</sup> p <sup>m</sup> cen. Rel <sup>i</sup> p <sup>i</sup> . |
| Principalis. | Numerus, $\mathcal{R}$ . cu. cubus.   |
|              | Numerus, res cubus.   |
| Deriuatiua.  | Numerus, census, cen. cubi.   |
|              | Numerus, cubus, cubus cubi.   |

census, dices igitur 1. cen. æquatur 3. co.  $\mathcal{P}$ . 10. Igitur res valet per capitulum in practica compositorum minorum  $\mathcal{R}$ . 12  $\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ . 1  $\frac{1}{2}$  quod est 5. & hic est valor cubi quia posuisti cubum esse rem. Igitur si 5. est valor cubi, & nos quærimus valorem rei, erit valor rei  $\mathcal{R}$ . cubica 5.

Aliud exemplum habeo cen. cubi  $\mathcal{P}$ . 3. cen. æquatur 10. tunc tu vides quodd cen. est  $\mathcal{R}$ . cubica cen. cubi. Igitur dices 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 3. co. æquatur 10. quia etiam res est  $\mathcal{R}$ . cubica cubi, quare valor rei erit  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 26.  $\mathcal{P}$ . 5.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 26.  $\mathcal{M}$ . 5. & hic est valor census qui est  $\mathcal{R}$ . cubica census cubi. Si igitur quæris valorem rei, tu scis quodd res est  $\mathcal{R}$ . census; igitur valor rei erit  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 26.  $\mathcal{P}$ . 5.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 26.  $\mathcal{M}$ . 5. & hic est valor rei, cuius 1. cu. cen.  $\mathcal{P}$ . 3. cen. æquatur 10. Et ita dicam, quodd si 1. cu. cen. æquatur 6. cen. cen.  $\mathcal{P}$ . 18. tunc vides quodd  $\mathcal{R}$ . cen. cen. est cen. & hoc est  $\mathcal{R}$ . cubica cubi cen. & ita

|              |  |
|--------------|--|
| Principalis. | Numerus, $\mathcal{R}$ . $\mathcal{R}$ . cen. cen.       |
|              | Numerus, res cen. cen.                                   |
| Deriuatiua.  | Numerus, cen. cen. cen. cen.                             |
| Principalis. | Numerus, cubus $\mathcal{R}$ . $\mathcal{R}$ . cen. cen. |
|              | Numerus, cubus cen. cen.                                 |
| Deriuatiua.  | Numerus, cen. cubi. cen. cen. cen.                       |
| Principalis. | Numerus, cen. $\mathcal{R}$ . cubica cubus               |
|              | Numerus, cen. cubus.                                     |
| Deriuatiua.  | Numerus, cen. cen. cubus cen.                            |

etiam  $\mathcal{R}$ . censuum est  $\mathcal{R}$ . cubica cubi, quare hoc capitulum est, ac si diceret 1. cu. æquatur 6. cen.  $\mathcal{P}$ . 18. & tunc æquatio est  $\mathcal{R}$ . cu. 32.  $\mathcal{P}$ . 2.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. & hic est valor  $\mathcal{R}$ . cen. cen. quia est valor rei positæ in qua cen. cen. obtinet locum census, sed nos volumus  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . igitur  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . cu. 32.  $\mathcal{P}$ . 2.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. est valor rei de 1. cu. cen. æquali 6. cen.  $\mathcal{P}$ . 18. Et ita explicauī capitula 27. deriuatiua siue assimilata triplicia per quæ manifesta sunt quadruplicia & reliqua.

Cum



Cap. XL. De Capitulis deriu. &c. 357

\* \* \* \* \*

INCIPIVNT  
QVADRAGINTA  
QVÆSTIONES.

**P**RIMA, inuenias omne genus  $\mathcal{R}$ . de  $\frac{63}{64}$  tu  
scis quòd eius  $\mathcal{R}$ . quadrata est  $\mathcal{R}$ .  $\frac{63}{64}$  &

[illegible]

cubica est  $\mathcal{R}.$  cu.  $\frac{63}{64}$  & in pronica maiore habebis  $\mathcal{I}.$  cen. cen.  $\mathcal{P}.$   $\mathcal{I}.$  co. æqualia  $\frac{63}{64}$  quare res valebit per capitulum trigessimum octauum  $\mathcal{R}.$   $\frac{15}{16}$  m.  $\frac{1}{4}$  & in media habebis  $\mathcal{I}.$  cu.  $\mathcal{P}.$   $\mathcal{I}.$  co. æqualia  $\frac{63}{64}$ . Quare per capitulum vigessimum octauum res valet  $\mathcal{R}.$  v. cu.  $\mathcal{R}.$   $\frac{23517}{442368}$   $\mathcal{P}.$   $\frac{63}{128}$  m.  $\mathcal{R}.$  v. cu.  $\mathcal{R}.$   $\frac{133547}{442368}$  m.  $\frac{63}{128}$  & ita pro pronica minore erit  $\mathcal{I}.$  ce.  $\mathcal{P}.$   $\mathcal{I}.$  co. æqualia  $\frac{63}{64}$  quare res valebit  $\mathcal{R}.$   $\frac{15}{64}$  m.  $\frac{1}{2}$  & ita scies operari in aliis.

Secunda, Inuenias  $\mathcal{R}$ . cubam de  $\mathcal{R}$ . 12.  $\mathcal{P}$ . 2. Tu scis quod  $\mathcal{R}$ . cubica differentiarum quadratorum partium, est differentia quadratorum radicum. Ideo quadra  $\mathcal{R}$ . 12. fit 12. quadra 2. fit 4. detrahe 4. à 12. remanet 8. cuius  $\mathcal{R}$ . cu. est 2. differentia quadratorum radicum. Pone igitur quod quadratum partis minoris ipsius radice sit 1. ce. igitur quadratum partis maioris radice est 1. ce.  $\mathcal{P}$ . 2. & pars minor radice erit 1. co. Tripla igitur quadratum maioris partis, sit 3. ce.  $\mathcal{P}$ . 6. adde ei quadratum minoris quod est 1. cen. fit 4. cen.  $\mathcal{P}$ . 6. multiplica in minorem quantitatem quæ fuit 1. co. fit

1. co.  
1. ce. 1. ce.  $\tilde{p}$ . 2.  
1. 3.  
1. ce. 3. ce.  $\tilde{p}$ . 6.  
3. ce.  $\tilde{p}$ . 6.  
4. ce.  $\tilde{p}$ . 6.  
1. co.  
4. cu.  $\tilde{p}$ . 6. co. æqualia 2.  
1. cu.  $\tilde{p}$ . 1  $\frac{1}{2}$  co. æqualia  $\frac{1}{2}$   
1. co.  
1. ce. 1. ce.  $\tilde{m}$ . 2.  
1. ce. 3. ce.  $\tilde{m}$ . 6.  
3. ce.  $\tilde{m}$ . 6.  
4. ce. m. 6.  
1. ce.  
4. cu.  $\tilde{m}$ . 6. co. æqualia 12. 12.

4. cu.  $\bar{p}$ . 6. co.  $\bar{a}$ qualia 2. Igitur 1. cu.  $\bar{p}$ .  
 $1\frac{1}{2}$  co. est  $\bar{a}$ qualis  $\frac{1}{2}$ . Accipe  $\frac{1}{3}$  de  $1\frac{1}{2}$  &  
est  $\frac{1}{2}$ , cuba fit  $\frac{1}{8}$  inuenias numeros quorum  
differentia fit  $\frac{1}{5}$  & productum fit  $\frac{1}{8}$  &  
erunt numeri  $\Re. \frac{3}{16} \bar{p}. \frac{1}{4}$  &  $\Re. \frac{3}{16} \bar{m}. \frac{1}{4}$ . Igitur  
valor rei est  $\Re. v. cu. \Re. \frac{3}{16} \bar{p}. \frac{1}{4} \bar{m}. \Re. v. cu. \Re. \frac{3}{16}$   
 $\bar{m}. \frac{1}{4}$  & hæc erit minor pars. Alia autem  
potest inueniri addendo 2. quadrato huius  
totius sumendo  $\Re. v.$  sed longè melius ite-  
rando positionem ponendo maiorem par-  
tem 1. co. eius quadratum 1. ce. & qua-  
dratum minoris partis erit igitur 1. ce.  $\bar{m}$ .  
2. & habebis operando vt priùs 4. cu.  $\bar{m}$ .  
6. co.  $\bar{a}$ qualia  $\Re. 1\frac{1}{2}$ , quare 1. cu.  $\bar{a}$ qua-  
bitur  $1\frac{1}{2}$  co.  $\bar{p}. \frac{1}{4}$  numeri & res habebitur  
per capitulum accipe  $\frac{1}{3}$  de  $1\frac{1}{2}$  quod est  
 $\frac{1}{2}$  & cuba fit  $\frac{1}{8}$  diuide  $\frac{3}{4}$  in duas partes

$\text{Rz. } 12. \tilde{p}. 2.$   
 $\text{Rz. cuba eius est } \text{Rz. cu. } \frac{1}{4} \tilde{p}. \text{Rz. cu. } \frac{1}{4} \tilde{p}. \text{Rz. cu.}$   
 $\text{v. Rz. } \frac{3}{16} \tilde{p}. \frac{1}{4} \tilde{m}. \text{Rz. cu.}$   
 $\text{v. Rz. } \frac{1}{16} \tilde{m}. \frac{1}{4}.$

producentes  $\frac{1}{3}$  & erunt per centesimam regulam quadragessimæ secundæ capituli practicæ partes



partes  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{2}$  igitur  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{2}$  p.  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{4}$  est maior pars.

3 Tertia, Fac de 10. duas partes, quarum cubi iuncti simul faciant 500. Scias primo quæsitum an sit possibile, & est quia maximum quod possit fieri per aggregationem cuborum est cubus totius, videlicet 1000. & minimum est quarta pars eius, videlicet 250. non igitur possunt fieri ex 10. duæ partes quarum cubi iuncti sint plus quam 1000. vel minus quam 250. quia igitur 500. est maius 250. & minus 1000. casus est possibilis. Diuide igitur 10. in 1. co. & 10. m. 1. co. cuba per regulam cubandi binomia, habebis 1. cu. ex vna parte, ex alia

|        |  |
|--------|--|
| 1. co. | 10. m. 1. co.                          |
| 1. ce. | 100. p. 3. ce.   1. ce. p. 300.        |
| 1. cu. | 1000. p. 30. ce. m. 1. cu. m. 300. co. |

1000. p. 30. ce. m. 1. cu. m. 300. co. æqualia 500. quare cum 1. cu. p. & m. nihil faciant, habebis 500. p. 30. cen. æqualia 300. co. quare 1. cen. p.  $16\frac{2}{3}$  æquatur 10. co. quare res valet 5. p.  $\mathcal{R}$ .  $8\frac{1}{3}$ , & reliqua pars est 5. m.  $\mathcal{R}$ .  $8\frac{1}{3}$ . Et ex hac patet etiam talis quæstio:

Fac de 90. duas partes quarum  $\mathcal{R}$ . cubæ iunctæ faciant 6. In hac similiter aduertere oportet, quod minimum quod possint aggregare  $\mathcal{R}$ . cubæ talium partium est  $\mathcal{R}$ . Cuba 90. & maximum quod possint aggregare est  $\mathcal{R}$ . cuba quadrupli de 90. id est  $\mathcal{R}$ . cuba 360. Quia igitur cubus de 6. est maior quam 90. & minor quam 360. casus est possibilis quia igitur de 90. habes facere duas partes quarum  $\mathcal{R}$ . cubæ iunctæ faciant 6. igitur faciendo de 6. duas partes, quarum cubi iuncti faciant 90. habebis quod quæris; id est partes de 90. quarum  $\mathcal{R}$ . cubæ iunctæ faciunt 6. Erunt igitur tales partes 45. p.  $\mathcal{R}$ . 1682. & 45. m.  $\mathcal{R}$ . 1682. quæ iunctæ faciunt 90. & radices cubæ earum faciunt iunctæ 6.

4 Quarta, Fac de 10. duas partes quarum quadrata inuicem multiplicata faciant 60. Pone quodd vna sit 5. p. 1. co. alia erit 5. m. 1. co. quadra fiunt 25. p. 1. ce. p. 10. co. & 25. p. 1. cen. m. 10. co. Deinde multiplica inuicem, fient 625. p. 50. cen.

|  |
|--|
| 5. p. 1. co.                               |
| 25. p. 1. ce. p. 10. co.                   |
| 5. m. 1. co.                               |
| 25. p. 1. cen. m. 10. co.                  |
| 625. p. 50. cen. p. 1. ce. ce. m. 100. ce. |

p. 1. cen. cen. m. 100. cen. nam aliæ incrucciationes cadunt, igitur 625. p. 1. ce. ce. æquantur 36. p. 50. cen. quare 589. p. 1. ce. ce. æquantur 50. cen. Igitur abbreviando accipe  $\mathcal{R}$ . 36. & est 6. eam minue à 25. fit 19. huius accipe  $\mathcal{R}$ . quæ est  $\mathcal{R}$ . 19. Igitur dicemus quod vna pars fuit 5. p.  $\mathcal{R}$ . 19. alia 5. m.  $\mathcal{R}$ . 19. Quadra igitur 5. p.  $\mathcal{R}$ . 19. fit 44. p.  $\mathcal{R}$ . 1900. quadra 5. m.  $\mathcal{R}$ . 19. fit 44. m.  $\mathcal{R}$ . 1900. Multiplica 44.

|                              |
|------------------------------|
| 5. p. $\mathcal{R}$ . 19.    |
| 44. p. $\mathcal{R}$ . 1900. |
| 5. m. $\mathcal{R}$ . 19.    |
| 44. m. $\mathcal{R}$ . 1900. |

1936. m. 1900. quod est 36.

p.  $\mathcal{R}$ . 1900. in 44. m.  $\mathcal{R}$ . 1900. fit 36. præcisè.

Similiter posset solui, fac ex 10. duas partes quarum  $\mathcal{R}$ . inuicem multiplicatæ faciant 4. Nam potes dicere conuertendo, Inuenias duos numeros ex quorum multiplicatione fiat 4. & quadrata iuncta sint 10. & hoc potest fieri pluribus modis, vt ostendi in practica.

Quinta, Fac de 10. duas quantitates, & iterum duas alias, ita quod multiplicatio secundæ in tertiam sit septupla multiplicatio primæ in quartam, & proportio secundæ ad primam diuisa per proportionem tertie ad quartam, relinquat proportionem 8. ad 3. Circa hoc oportet vt scias quod cum fuerint quatuor quantitates quarum primæ duæ tantum aggregent quantum secundæ duæ, & multiplicatio secundæ in tertiam produxerit exempli gratiâ septuplum eius quod fit ex prima in quartam, quod semper diuisa proportione secundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam, semper exibat septula, & si dixisses quod fecisset quintuplum in diuisione exisset quintupla, quare cum ex illis duabus proportionibus prodeuntibus ex diuisione proportionis secundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam & tertie ad quartam, semper inuicem in cruce multiplicatis, prodeat proportio duplicata tertie ad quartam. Igitur multiplicatis talibus proportionibus inuicem, & accepta  $\mathcal{R}$ . producti, habebimus proportionem tertie ad quartam. Ex hoc soluitur prædicta quæstio hoc modo, nam dictum est quod diuisa proportione secundæ ad primam per proportionem tertie ad quartam exeat  $\frac{2}{3}$ , & dictum est quod multiplicatio secundæ in tertiam, sit septupla multiplicationi primæ

|   |   |                 |    |
|---|---|-----------------|----|
| 8 | 7 | $\mathcal{R}$ . | 21 |
| 3 | 1 | $\mathcal{R}$ . | 8  |

in quartam. Igitur diuisa proportione secundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam, exibat  $\frac{7}{21}$  quare multiplicabimus in cruce & est diuidere vnā per aliam, & habebimus proportionem  $\frac{21}{8}$  cuius  $\mathcal{R}$ . id est proportio  $\mathcal{R}$ . 21 ad  $\mathcal{R}$ . 8. est proportio partium. Dices igitur, fac de 10. duas partes quarum proportio sit veluti  $\mathcal{R}$ . 21. ad  $\mathcal{R}$ . 8. dicendo per regulam 3. si  $\mathcal{R}$ . 21. p.  $\mathcal{R}$ . 8. esset 10. quid esset  $\mathcal{R}$ . 8. multiplica  $\mathcal{R}$ . 8. in 10. fit  $\mathcal{R}$ . 800. diuide per  $\mathcal{R}$ . 21. p.  $\mathcal{R}$ . 8. & exit  $\mathcal{R}$ .  $99\frac{69}{169}$  m.  $\mathcal{R}$ .  $37\frac{17}{169}$  & hæc est quarta quantitas, tertia erit 10. p.  $\mathcal{R}$ .  $37\frac{17}{169}$  m.  $\mathcal{R}$ .  $99\frac{69}{169}$ . Deinde pro prima & secunda, tu scis quod diuisa proportione secundæ ad primam per proportionem quartæ ad tertiam, exit proportio  $\frac{7}{21}$  igitur multiplicata proportione quartæ ad tertiam, per proportionem  $\frac{7}{21}$  habebimus proportio-

nem



|                                    |                          |   |                                    |                            |
|------------------------------------|--------------------------|---|------------------------------------|----------------------------|
| Rz. 99 $\frac{69}{169}$ m.         | Rz. 37 $\frac{147}{169}$ | 7 | Rz. 4871 $\frac{1}{169}$ m.        | Rz. 1855 $\frac{101}{169}$ |
| 10. p. Rz. 37 $\frac{147}{169}$ m. | Rz. 99 $\frac{69}{169}$  | 1 | 10. p. Rz. 37 $\frac{147}{169}$ m. | Rz. 99 $\frac{69}{169}$    |

sem secundæ ad primam est autem propor-  
tio quartæ ad tertiam hæc cum sua multipli-  
catione. Diuide igitur 10. in duas partes se  
habentes in tali proportionem, & inuenies  
primam esse Rz.  $\frac{2755}{1809}$  m.  $\frac{10}{53}$  & secunda erit  
 $\frac{10}{53}$  m. Rz.  $\frac{2755}{1809}$ .

Aliter pro inueniendâ prima & secunda,  
pone quod prima sit 1. co. secunda erit 10.  
m. 1. co. quare proportio secundæ ad pri-  
mam erit  $\frac{10. m. 1. co.}{1. co.}$  & quia hæc diuisa per  
proportionem tertix ad quartam, relinquit  
proportionem 8. ad 3. igitur diuisa pro-  
portione  $\frac{10. m. 1. co.}{1. co.}$  per  $\frac{8}{3}$  exhibit proportio ter-  
tiæ ad quartam. Diuide igitur  $\frac{10. m. 1. co.}{1. co.}$  per  
 $\frac{8}{3}$  exit  $\frac{80. m. 3. co.}{8. co.}$  & hæc est proportio tertix  
ad quartam. Quare diuidemus 10. per 1.  
p. istâ proportionem, & est addere semel nu-  
meratorem denominatori per dicta in quæ-  
stionibus practicæ erit diuisor  $\frac{30. p. 5. co.}{8. co.}$  quare

proueniet multiplicato denominatore in 10.  
& diuiso per numeratorem, sic enim diui-  
duntur integra per fracta  $\frac{80. co.}{30. p. 5. co.}$  & hæc est  
quarta pars, & tertia erit residuum ad 10.  
igitur exit 10. m.  $\frac{80. co.}{30. p. 5. co.}$  Habes igitur om-  
nes 4. quantitates vt vides. Multiplica pri-

|  |  |
|--|--|
| Prima,<br>1. co.                               | Secunda,<br>10. m. 1. co.                  |
| Tertia, $\frac{10. m. 80. co.}{30. p. 5. co.}$ | Quarta,<br>$\frac{80. co.}{30. p. 5. co.}$ |
| 100. p. $\frac{80. cen.}{30. p. 5. co.}$       |  |
| m. 10 co. m. $\frac{800. co.}{30. p. 5. co.}$  |  |

mam in quartam, & habes  $\frac{80. cen.}{30. p. 5. co.}$  Multi-  
plica secundam in tertiam fit 100. m.  $\frac{800. co.}{30. p. 5. co.}$   
p.  $\frac{80. cen.}{30. p. 5. co.}$  m. 10. co. Et hoc debet esse se-  
ptuplum multiplicationi primæ in quar-  
tam, quod est  $\frac{560. cen.}{30. p. 5. co.}$  Igitur multiplica om-  
nia per 30. p. 5. co. habebimus 560. cen.  
æqualia 80. cen. m. 50. cen. p. 3000. p. 500.  
co. m. 300. co. quare tandem 1. cen. p.  
 $\frac{1}{53}$  co. æquabitur  $\frac{560. cen.}{53}$  quare res valebit Rz.

|  |  |
|--|--|
| Prima,<br>Rz. $\frac{2755}{1809}$ m. $\frac{10}{53}$               | Secunda,<br>10 $\frac{10}{53}$ m. Rz. $\frac{2755}{1809}$      |
| Tertia,<br>10. p. Rz. 37 $\frac{147}{169}$ m. Rz. $\frac{69}{169}$ | Quarta,<br>Rz. 99 $\frac{69}{169}$ m. Rz. 37 $\frac{147}{169}$ |

$\frac{2755}{1809}$  m.  $\frac{10}{53}$  & hæc erit prima pars, secunda  
igitur erit residuum ad 10. quod est  $\frac{10}{53}$  m.  
Rz.  $\frac{2755}{1809}$  & ita habebimus partes vt vi-  
des.

6 Sexta, Inuenias 5. quantitates continuè  
proportionales, ita quod quadratum primæ  
additum summæ omnium faciat quadratum  
secundæ quantitatis. Nota quod hæc quæ-

stio dicitur libertatis, quia verificatur in  
omni proportionem, & ideo positio libera  
est. Vnde homo ignorans hoc laboraret  
cum magna difficultate, quærens illud quod  
non est quærendum, & hoc accidit in plu-  
ribus casibus. Quando igitur homo ponit  
tibi rem difficilem, experiaris semper pri-  
mò hanc regulam libertatis, quia forte in  
omni positione eueniet quod putas accidere  
in vna tantum. Pone igitur quod sint illæ  
quantitates in proportione tripla. Igitur  
prima erit 1. co. secunda 3. co. tertia 9. co.  
quarta 27. co. 5<sup>a</sup> 81. co. Iunge omnes, sunt  
121. co. adde quadratum primæ, fit 1. ce. p.  
121. co. æqualia quadrato secundæ, quod  
est 9. ce. Igitur 8. ce. æquatur 121. co.  
igitur 8. co. æquantur 121. igitur res valet  
 $15\frac{1}{8}$  & est prima quantitas & reliquæ  
erunt in proportione tripla consequentes,  
vt  $45\frac{1}{8}$  &  $136\frac{1}{8}$  &  $408\frac{1}{8}$  &  $1225\frac{1}{8}$  &  
per idem soluitur hæc.

Inuenias duos numeros in proportione  
dupla, quorum quadrata sint æqualia ip-  
sis numeris. Et potes dicere etiam de cubis &  
de quacunque proportionem volueris, & est  
quæstio facilis. Pone igitur quod primus sit  
1. co. secundus erit 2. co. Horum quadrata  
sunt 1. ce. & 4. cen. hæc iuncta faciunt 5. ce.  
æqualia 3. co. Igitur res valet  $\frac{2}{3}$  diuidendo 3.  
per 5. & secunda pars est duplum quod est  
 $1\frac{1}{5}$  quæ iuncta faciunt  $1\frac{4}{5}$  & tantum fa-  
ciunt quadrata etiam horum iuncta, nam  
quadratum  $\frac{2}{3}$  est  $\frac{4}{9}$  & quadratum  $1\frac{1}{5}$  est  
 $\frac{16}{25}$ , quæ iuncta faciunt  $\frac{45}{25}$  quæ sunt  $1\frac{4}{5}$  &  
ex hoc patet etiam talis quæstio.

Inuenias tres quantitates continuè pro-  
portionales in proportione tripla, ita quod  
 $\frac{1}{26}$  aggregati earum in se ductum sit  $\frac{1}{3}$   
mediæ quantitatis. Pone quod prima sit 1.  
co. & quia secunda est tripla erit 3. co. &  
tertia erit 9. co. Igitur aggregatum 13. co.  
quare  $\frac{1}{13}$  est  $\frac{1}{3}$  co. & quadratum est  $\frac{1}{4}$  cen.  
& hoc est  $\frac{1}{3}$  de 3. co. quantitatis secundæ.  
Quare  $\frac{1}{4}$  cen. æquatur 1. co. igitur 1. cen.

|                                   |                    |        |         |
|-----------------------------------|--------------------|--------|---------|
| 1. co.                            | 3. co.             | 9. co. | 13. co. |
| $\frac{1}{2}$ co.                 | $\frac{1}{4}$ cen. |        | 26.     |
| $\frac{1}{4}$ cen. æqualis 1. co. |                    |        |         |
| 1. cen. æqualis 4. co.            |                    |        |         |
| Res valet 4.                      |                    |        |         |
| Partes,                           |                    |        |         |
| 4.                                | 12.                | 36.    |         |

æquatur 4. co. Igitur res valet 4. & tanta  
est prima quantitas, & secunda est tripla  
ei, quare erit 12. & tertia 36. Ex quo patet  
quod hæc quæstio in nullis aliis quantitati-  
bus potest verificari, & ex hoc etiam patet  
talis quæstio.

Inuenias tres quantitates continuè pro-  
portionales, quarum secunda est 12. &  $\frac{1}{16}$   
aggregati ductum in se facit  $\frac{1}{3}$  secundæ  
quantitatis, igitur facit 4. quod est  $\frac{1}{3}$  de 12  
igitur



igitur fuit 2. Igitur cum 2. fit  $\frac{1}{26}$  aggregati erit aggregatum 52. Igitur per centesimam regulam quadragesimi secundi capituli practica erunt partes vt prius 4. 12. 36.

7 Septima, inuenias tres quantitates continuè proportionales, quarum secunda sit  $\frac{1}{2}$  cubica aggregati primæ & tertiæ, & cubus secundæ in quadratum ipsius secundæ ductus producat quincuplum aggregati omnium trium quantitatum. Pone quod secunda sit 1. co. Igitur aggregatum primæ & tertiæ est 1. cu. igitur aggregatum omnium quantitatum est 1. cu. p. 1. co. cuba igitur secundam fit 1. cu. quadra eandem, fit 1. ce. multiplica 1. ce. in 1. cu. fit 1. p<sup>o</sup> Rel<sup>o</sup> & hoc est quincuplum ad 1. cu. p. 1. co. quare 1. p<sup>o</sup> Rel<sup>o</sup> est æquale 5. cu. p. 5. co. quare schifando 1. ce. ce. æquatur 5. ce. p. 5. res valet  $\frac{1}{2}$  p.  $\frac{1}{2}$  quare aggregatum primæ & tertiæ est inueniendum hoc modo: Quadra  $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{2}$  1  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , fit  $\frac{1}{2}$ .

|  |  |
|--|--|
| $\frac{1}{2}$ v. $\frac{1}{2}$ 11 $\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$ |  |
| $\frac{1}{2}$ 11 $\frac{1}{4}$ p. $\frac{1}{2}$                  |  |
| 30. 40.  |  |
| $\frac{1}{2}$ 10125. p. 100.                                     |  |
| $\frac{1}{2}$ v. $\frac{1}{2}$ 10125. p. 100.                    |  |

11  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ . Cuba  $\frac{1}{2}$  11  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$ , fit  $\frac{1}{2}$  10125. p. 100. Accipe  $\frac{1}{2}$  huius, fit  $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{2}$  10125. p. 100. huius igitur  $\frac{1}{2}$  v. fac duas partes, quæ inuicem multiplicatæ faciant  $\frac{1}{2}$  11  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  quod est quadratum secundæ quantitatis, & eodem ferè modo soluitur hæc.

Inuenias tres quantitates continuè proportionales, quarum secunda sit  $\frac{1}{2}$  cubica aggregati tertiæ & primæ, & ex productione aggregati  $\frac{1}{2}$  tertiæ, & primæ in differentiam ipsarum radicum producatur secunda quantitas. Pone igitur quod secunda sit 1. co. Igitur aggregatum primæ & tertiæ est 1. cu. & quia per primam regulam decimi quinti capituli ex tali multiplicatione producit differentia primæ & tertiæ, igitur cum producatur secunda quæ est 1. co. ex supposito erit differentia primæ & tertiæ 1. co. Igitur fac de 1. cu. duas partes, quarum differentia sit 1. co. & erunt partes  $\frac{1}{2}$  cu. p.  $\frac{1}{2}$  co. &  $\frac{1}{2}$  cu. m.  $\frac{1}{2}$  co. Multiplica inuicem, fiunt  $\frac{1}{4}$  cen. cu. m.  $\frac{1}{4}$  cen. & hoc debet esse æquale quadrato secundæ, quod est 1. ce. propter quantitates continuè proportionales. Igitur æquando fient 1. ce. cu. æqualis 5. ce. Quare 1. ce. ce. æquatur 5. igitur media quantitas est  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  5. & aggregatum primæ & tertiæ erit  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  125. cubus eius, & quia prima est  $\frac{1}{2}$  cu. m.  $\frac{1}{2}$

|  |  |
|--|--|
| $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 7 $\frac{1}{16}$ m. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{16}$ |  |
| $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 5.   |  |
| $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ 7 $\frac{1}{16}$ p. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{16}$ |  |

co. & tertia  $\frac{1}{2}$  cu. p.  $\frac{1}{2}$  co. erit vt diuidamus  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  125. per 16. quod est cen. cen. de 2. exit 7  $\frac{1}{16}$  & similiter diuidemus  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$

5. per æqualia fit  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  igitur quantitates sunt vt vides.

Octaua, Inuenias tres numeros continuè 8 proportionales, quorum primus sit  $\frac{1}{2}$  cubica aggregati, & secundus cum tertio iunctus faciat 10. Hæc est alterius modi à præcedente. Pone igitur primum 1. co. & quia est  $\frac{1}{2}$  cubica aggregati, igitur 1. cu. est aggregatum, & quia secunda & tertia faciunt 10. & prima est 1. co. Igitur aggregatum est 10. p. 1. co. & hoc æquatur 1. cu. Igitur per regulam suam cubi æqualis rebus & numero res valet  $\frac{1}{2}$  v. cu. 5. p.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  24  $\frac{26}{27}$  p.  $\frac{1}{2}$  v. cu. 5. m.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  24  $\frac{26}{27}$  & hæc est prima quantitas. Dices igitur per capitulum regularum supplementi. Diuide 10. in duas partes in continua proportionione cum  $\frac{1}{2}$  v. cu. 5. p.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  24  $\frac{26}{27}$  p.  $\frac{1}{2}$  v. cu. 5. m.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  24  $\frac{26}{27}$ , & facta diuisione habebis dictos tres numeros. Per idem si dixisses quod prima & tertia forent 10. & secunda  $\frac{1}{2}$  cubica aggregati, haberes idem aggregatum, videlicet secundam quantitatem  $\frac{1}{2}$  v. cu. 5. p.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  24  $\frac{26}{27}$  p.  $\frac{1}{2}$  v. cu. 5. m.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  24  $\frac{26}{27}$ . Deinde oportet operari per centesimam regulam quadragesimi secundi capituli practica loco primæ regulæ supplementi.

Nona, Inuenias tres numeros continuè 9 proportionales, ex quorum multiplicatione primi in secundum, fiant 6. & differentia primi à tertio sit 13  $\frac{1}{3}$ . Pone quod secunda quantitas sit 1. co. multiplica in se fit 1. cen. diuide per  $\frac{6}{1. co.}$  exit  $\frac{1}{6}$  cu. Habes igitur  $\frac{6}{1. co.}$  &  $\frac{1}{6}$  cu. quorum differentia æquatur 13  $\frac{1}{3}$ . Dices igitur 13  $\frac{1}{3}$  p.  $\frac{6}{1. co.}$  æquatur  $\frac{1}{6}$

|                         |                        |                                      |
|-------------------------|------------------------|--------------------------------------|
| 6.                      | 13 $\frac{1}{3}$       | $\frac{1}{6}$ cu.                    |
| $\frac{6}{1. co.}$      | 1. co.                 |                                      |
|                         | 1. co.                 |                                      |
| 6.                      | 13 $\frac{1}{3}$ co.   | $\frac{1}{6}$ ce. ce.                |
| 6.                      |                        |                                      |
| 36.                     | 80. co.                | 1. ce. ce.                           |
| $\frac{1}{2}$ 54. m. 6. | $\frac{1}{2}$ 6. p. 2. | $\frac{1}{2}$ 54. p. 7 $\frac{1}{3}$ |

cu. Multiplica omnia per 1. co. deinde per 6. habes 80. co. p. 36. æqualia 1. cen. cen. quare per capitulum trigessimum octauum res valebit  $\frac{1}{2}$  6. p. 2. & hæc est media quantitas, quare cum ex prima in secundam fiat 6. diuide 6. per  $\frac{1}{2}$  6. p. 2. exit  $\frac{1}{2}$  54. m. 6. prima quantitas. Et quia prima differt à tertia in 13  $\frac{1}{3}$  igitur tertia est  $\frac{1}{2}$  54. p. 7  $\frac{1}{3}$  & tales quantitates sunt continuè proportionales, & productum primæ in tertiam, siue secundæ in seipsam est 10. p.  $\frac{1}{2}$  96.

Decima, Dixit Princeps Astrologo quantum viuum? Dixit Astrologus 5. radicibus annorum quos habeo superuiues. Iterum dixit Princeps Astrologo, quot annis superuiues tu? Respondit Astrologus, 10. radicibus cubicis annorum quos habes, iam porro anni quos habeo & anni quos superuiues & anni quos habes & anni quibus superuiuum sunt in continua proportionione. Queritur quot annorum erat vnusquisque, & quot annis superuiuet. Pone igitur quod Astrologus



# Quæstio 10. 11. 12. 13. & 14. 361

Astrologus haberet 1. cen. annorum, igitur Princeps superuiuet 5. co. annorum quæ sunt 5. radices annorum Astrologi. Et quia anni quos habet Princeps sunt in continua proportionē, dices si 1. cen. producit 5. co. quid producet 5. co. multiplica 5. co. in se fit 25. cen. diuide per 1. cen. exit 25. & tot annos habebat Princeps. Deinde dic si 1. cen. producit 5. co. quid producet 25. multiplica 25. in 5. co. fit 125. co. diuide per 1. cen. exit  $\frac{125}{1. co.}$  & hoc est tempus quo

|         |        |          |                      |
|---------|--------|----------|----------------------|
| 1. cen. | 5. co. | 25. anni | $\frac{125}{1. co.}$ |
|---------|--------|----------|----------------------|

superuiuet Astrologus: sed hoc debet æquari 10. radicibus cubicis temporis quod habet Princeps. Tale tempus est 25. anni vt visum est, igitur accipiemus 10. R. cubas 25. & erunt R. cuba 25000. & hoc æquatur  $\frac{125}{1. co.}$  Igitur multiplica omnia per 1. co. erit 125. æquale R. cu. 25000. cu. cubando igitur vtramque partem, habebimus 1953125. æqualia 25000. cu. Diuide igitur 1953125. per 25000. exit  $78\frac{1}{8}$  igitur R. cu.  $78\frac{1}{8}$  est valor rei. Cū igitur anni vitæ iam exacti Astrologi sint 1. cen. erunt igitur R. cu.  $7103\frac{31}{64}$ , & quia anni quibus superuiuet Princeps, sunt 5. co. multiplicabimus 5. in R. cu.  $78\frac{1}{8}$  & fit R. cu.  $6765\frac{5}{8}$  & tot annis superuiuet Princeps. Anni autem exacti Re-

|                            |                          |
|----------------------------|--------------------------|
| Anni exacti Astrologi      | Anni quibus viuet        |
| R. cu. $6103\frac{31}{64}$ | R. cu. 25000.            |
| Anni exacti Regis          | Anni quibus viuet        |
| 25                         | R. cu. $9765\frac{5}{8}$ |

gis fuerant 25. & anni quibus superuiuet Astrologus sunt  $\frac{125}{1. co.}$  igitur diuide 125. per R. cu.  $78\frac{1}{8}$  exit R. cu. 25000.

11 Vndecima, Fac de  $2\frac{1}{2}$  duas tales partes ita quod si addatur tertiā in continua proportionalitate, productum secundæ in tertiam sit 12. Posui autem  $2\frac{1}{2}$  ad facilitatem, quæsitum est enim generale. Pone igitur quod vna partium quæ est media sit 1. co. igitur si ipsa multiplicata in tertiam facit 12. igitur tertia quantitas est  $\frac{12}{1. co.}$  Dic igitur si  $\frac{12}{1. co.}$  esset 1. co. quid esset 1. co. per regulam trium multiplica 1. co. in se fit 1. cen. diuide per  $\frac{12}{1. co.}$  fit  $\frac{1}{12}$  cu. per dicta in libro practicæ de diuisionibus, nam cū diuidis per aliquam fractionem multiplica diuidendum per denominatorem, & productum diuide per nume-

|   |                               |                    |
|---|-------------------------------|--------------------|
| $\frac{12}{1. co.}$   | $2\frac{1}{2}$                | $\frac{1}{12}$ cu. |
|   | 1. co.                        |                    |
|   | 12. co. p. 1. cu. æqualia 30. |                    |
| Partes  |                               |                    |
| prima $2\frac{1}{2}$ p. R. cu. 2. m. R. cu. 32.                               |                               |                    |
| secunda R. cu. 32. m. R. cu. 2.   |                               |                    |
| tertia $1\frac{3}{5}$ p. R. cu. $65\frac{67}{125}$ p. R. cu. $\frac{32}{125}$ |                               |                    |

ratores, habes igitur secundam partem 1. co. & tertiam  $\frac{1}{12}$  cu. æqualia  $2\frac{1}{2}$  & ex con-  
Tem. IV.

sequenti multiplicando omnia per 12. habebis 1. cu. p. 12. co. æqualia 30. quare per regulam cubi & rerum æqualium numero quantitas media quæ est la co. valebit R. cu. 32. m. R. cu. 2. Hanc detrahe ex  $2\frac{1}{2}$  fiet prima  $2\frac{1}{2}$  p. R. cu. 2. m. R. cu. 32. & tertia erit diuidendo 12. per R. cu. 32. m. R. cu. 2. per quæstionem 159. libri practicæ & habebis 30. pro diuisore, & erit pars tertia R. cu.  $65\frac{67}{125}$  p.  $1\frac{3}{5}$  p. R. cu.  $\frac{32}{125}$ .

Duodecima, Inuenias tres quantitates 12 continuè proportionales quarum productum primæ in secundam faciat 6. & quadrata secundæ & tertiæ simul iuncta faciant  $1\frac{1}{3}$ . Hæc est similis præcisè præcedenti excepto quod habitis partibus oportet quadrare eas, quare habebis 1. cu. cen. p. 36. cen. æqualia 48. multiplicatis partibus per 36. Igitur per regulam suam inuenies duos numeros producentes 1728. qui est cubus de

|                                   |                |                        |
|-----------------------------------|----------------|------------------------|
| $\frac{6}{1. co.}$                | $1\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ cu.      |
|                                   | 1. co.         |                        |
|                                   | 1. cen.        | $\frac{1}{36}$ cu. ce. |
| 1. cu. ce. p. 36. ce. æqualia 48. |                |                        |
| Valor rei.                        |                |                        |
| R. v. R. cu. 72. m. R. cu. 24.    |                |                        |

12. quod est tertia pars censuum, & tales differant in 48. Tales igitur erunt 24. & 72. quare valor rei erit R. v. R. cu. 72. m. R. cu. 24. & hæc erit secunda quantitas: & tertia erit R. v.  $1\frac{1}{3}$  p. R. cu. 24. m. R. cu. 72: & prima erit illud quod fit diuiso 6. per R. v. R. cu. 72. m. R. cu. 24.

Decima tertia, Inuenias 5. numeros continuè proportionales quorum R. quinti sit tripla ei quod prouenit diuiso tertio per primum, & productum quadrati primi in quartum sit æquale quadrato secundi. Tu scis ex capitulo quod prima quantitas necessariò est 9. & quia multiplicatio quartæ in quadratum primæ est æqualis quadrato tertiæ, igitur posita secunda 1. co. erit tertia  $\frac{1}{9}$  cen. & quarta  $\frac{1}{81}$  cu. quare multiplicato  $\frac{1}{81}$  cu. in quadratum primæ quod est 81. fit 1. cu. & hoc æquatur  $\frac{1}{81}$  ce. ce. quod est quadratum tertiæ quantitatis. Igitur 1. ce. ce. æquatur 81. cu. igitur res valet 81. & secunda quantitas est 81. tertia autem 729. & quarta 6561. & quinta 59049. cuius R. est 283. quod est triplum ad 81. & est proportio tertiæ ad primam. Et ita poteris multas soluere quæstiones tales.

Decima quarta, Fac de 10. partes 3. continuè proportionales, ita quod productum secundæ in tertiam sit triplum quadrato primæ, pone quod prima sit 1. secunda 1. co. tertia 1. cen. multiplica primam in se fit 1. multiplica secundā in tertiam fit 1. cu. igitur 1. cu. est triplum ad 1. Igitur 1. cu. æquatur 3. igitur valor rei est R. cu. 3. & quia tertia quantitas est 1. cen. igitur erit R. cu. 9. Habes igitur tres quantitates continuè proportionales ex quarum multiplicatione secundæ in tertiam fit triplum primæ &  
H h sunt



sunt 1. & R. cu. 3. & R. cu. 9. sed hæ iunctæ non faciunt 10. dic igitur, si R. cu. 9. p. R. cu. 3. p. 1. foret 10. quid esset R. cu. 9. & R. cu. 3. & 1. multiplica quamlibet partem in 10. & fiunt R. cu. 9000. & R. cu. 3000. & 10. diuide per illud trinomium proportionale multiplicando ip-

sum per suum recifum vt in quæstione capituli sexagesimi sexti sit diuisor 6. & diuidendi vt vides. Vnde facta diuisione prodibunt partes hæ prima R. cu. 375. m. 5. secunda R. cu. 1125. m. R. cu. 375. tertia R. cu. 3375. m. R. cu. 1125. Sed R. cu. 3375. est 15. ideo tertia erit 15. m. R. cu. 1125.

|   |                            |
|---|----------------------------|
| R. cu. 9. p. R. cu. 3. p. 1.  | 10. R. cu. 9. R. cu. 3. 1. |
| R. cu. 9.   | R. cu. 3.                  |
| 10.   | 10.                        |
| R. cu. 9000.  | R. cu. 3000.               |
| Diuisor R. cu. 9. p. R. cu. 3. p. 1.                                    | Recifum R. cu. 81. m. 3.   |
| Diuisor 6.  |                            |
| R. cu. 9000.  | R. cu. 3000.               |
| R. cu. 81. m. 3.  | R. cu. 81. m. 3.           |
| R. cu. 729000.  | R. cu. 243000.             |
| m. R. cu. 243000.   | m. R. cu. 81000.           |
| 6.  | 6.                         |
| R. cu. 3375. m.   | R. cu. 1125. m.            |
| R. cu. 1125.  | R. cu. 375.                |
| R. cu. 375.   | R. cu. 375.                |
| Partes  |                            |
| Prima R. cu. 375. m. 5.   |                            |
| Secunda R. cu. 1125. m. R. cu. 375.                                     |                            |
| Tertia 15. m. R. cu. 1125.  |                            |
| Quadratum primæ R. cu. 140625. p. 25. m. R. cu. 375000.                 |                            |
| Productum secundæ in tertiam R. cu. 3796875. p. 75. m. R. cu. 10125000. |                            |

quamobrem erit vt partes sint inuentæ. Quod autem iunctæ faciant 10. patet quia deductis R. cu. 1125. p. & m. & R. cu. 375. p. & m. remanent 15. m. 5. quod est 10. Productum verò ex secunda in tertiam est R. cu. 3796875. p. 75. m. R. cu. 10125000. & hoc est triplum quadrato primæ quod est R. cu. 140625. p. 25. m. R. cu. 375000. Quod etiam sint continuè proportionales patet multiplicando secundam in se & primam in tertiam, talia enim producta sunt æqualia. Per idem soluitur hæc,

Fac de 10. partes tres continuè proportionales ita quòd quadratum tertiæ sit quadruplum aggregato quadratorum secundæ & primæ. Oportet in hoc primò inuenire proportionem sicut in decima quæstione. Pone igitur quòd prima sit 1. secunda 1. co. tertia 1. cen. Quadra habebis 1. cen. cen. quadruplum de 1. cen. p. 1. quare 1. cen. cen. æquatur 4. cen. p. 4. Igitur res valet R. v. R. 8. p. 2. erunt igitur partes 1. & R. v. R. 8. p. 2. & R. 8. p. 2. Deinde dic si R. 8. p. 3. p. R. v. R. 8. p. 2. Producit 10. quid producet 1. & R. 8. p. 2. & R. v. R. 8. p. 2. Et ita de aliis.

15 Decima quinta, Fac de 10. tres partes continuè proportionales ita quòd quadrata primæ & tertiæ sint triplum quadrato secundæ. Hæc soluitur generaliter, ita quòd si dicas quòd sit quadratum primæ & secundæ quintuplum quadrato tertiæ soluitur eodem modo mutatis mutandis. Constat igitur quòd si partes sunt continuè proportionales, quòd etiam quadrata sunt continuè proportionalia. Igitur si quadratum secundæ partis esset 1. igitur aggregatum qua-

dratorum primæ & tertiæ esset 3. & quia 3. componitur ex duabus quantitibus (vt dixi) in quarum medio cadit 1. igitur faciemus de 3. duas partes, in quarum medio cadat 1. per 116. regulam 42. capituli & erunt  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{4}$  &  $1\frac{1}{2}$  m. R.  $1\frac{1}{4}$ . Habebimus igitur tres quantitates in proportionem prædictorum quadratorum quærendorum. Igitur cum quæramus R. & non quadrata, erunt R. v. prædictorum quales quærentur. Erit igitur (posita quantitate media 1.) prima quantitas R. v.  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{4}$  & tertia erit

|   |
|---|
| $1\frac{1}{2}$ p. R. $1\frac{1}{4}$ 1. $1\frac{1}{2}$ m. R. $1\frac{1}{4}$                |
| R. v. $1\frac{1}{2}$ p. R. $1\frac{1}{4}$ 1. R. v. $1\frac{1}{2}$ m. R. $1\frac{1}{4}$    |
| 10.   |
| 10.   |
| R. v. $1\frac{1}{2}$ p. R. $1\frac{1}{4}$ p. 1. p. R. v. $1\frac{1}{2}$ R. $1\frac{1}{4}$ |

R. v.  $1\frac{1}{2}$  m. R.  $1\frac{1}{4}$ . Dic igitur si hoc totum aggregatum trium quantitatum esset 10. quid esset 1. quantitas media, multiplica 1. in 10. fit 10. diuide 10. per 1. p. R. v.  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{4}$  p. R. v.  $1\frac{1}{2}$  m. R.  $1\frac{1}{4}$  & quod exit est quantitas media, quâ inuentâ per 116<sup>am</sup> regulam, habebis primam & 3<sup>am</sup> quantitatē. Et similiter si diceret quòd quadratum primæ & tertiæ iuncta essent triplum quadratis primæ & secundæ, poneret primam 1. secundam 1. co. tertiā 1. ce. & haberes 1. ce. ce. p. 1. triplum ad 1. ce. p. 1. Quare 1. ce. ce. æquatur 3. cen. p. 2. quare quantitates erunt prima 1. secunda R. v.  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $4\frac{1}{4}$ , tertia  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $4\frac{1}{4}$ . quare diuide 10. per hoc & habebis primam partē.

In primo igitur casu si facias positionem de 1. & 1. co. & 1. ce. habebis 1. ce. ce. p. 1. æqualia 3. ce. quare res valet R. v.  $1\frac{1}{2}$  p. R.



p. R.  $1\frac{1}{4}$  & hæc est secunda quantitas. Igitur tertia erit  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{2}$ . Igitur aggregatum erit  $2\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{4}$  p. R. v.  $1\frac{1}{2}$  p. R.  $1\frac{1}{4}$ . Huius igitur quære recisum, & pone R. v. per m. habebis productum vt vides. Quare detrahendo simile à simili fiet produ-

|  |  |
|--|--|
| $2\frac{1}{2}$ p. R. $1\frac{1}{4}$  | p. R. v. $1\frac{1}{2}$ p. R. $1\frac{1}{4}$ |
| $2\frac{1}{2}$ p. R. $1\frac{1}{4}$  | m. R. v. $1\frac{1}{2}$ p. R. $1\frac{1}{4}$ |
| <hr/>  |  |
| $7\frac{1}{2}$ p. R. $31\frac{1}{4}$   | m. $1\frac{1}{2}$ m. R. $1\frac{1}{4}$       |
| 6. p. R. 20.   |  |
| 6. m. R. 20.   |  |
| <hr/>  |  |
| 16.  |  |
| <hr/>  |  |
| $2\frac{1}{2}$ p. R. $1\frac{1}{4}$ m. R. v. $1\frac{1}{2}$ p. R. $1\frac{1}{4}$ |  |
| 6. m. R. 20.   |  |
| <hr/>  |  |
| 15. p. R. 45. p. R. v. 30. p. R. 500.  |  |
| m. R. 125. m. 5. m. R. v. 54. p. 1620.   |  |
| 8 est 10. m. R. 20. p. R. v. 30. p. R. 500.                                      |  |
| m. R. v. 54. p. R. 1620.   |  |
| <hr/>  |  |
| 5  |  |
| <hr/>  |  |
| 8  |  |
| <hr/>  |  |
| $6\frac{1}{4}$ m. R. $7\frac{13}{16}$ p. R. v. $11\frac{23}{32}$                 |  |
| p. R. $76\frac{301}{1024}$ m. R. v. $21\frac{1}{32}$ p. R.                       |  |
| <hr/>  |  |
| $247\frac{197}{1024}$  |  |

ctum 6. p. R. 20. Huius quære recisum quod est 6. m. R. 20. fiet igitur multiplicando diuisor 16: multiplica igitur secundum recisum in primum fiet 10. m. R. 20. p. R. v. 30. p. R. 500. m. R. v. 54. m. R. 1620. Diuide igitur 10. diuidendum per 16. exit  $\frac{5}{8}$ , multiplica  $\frac{5}{8}$  in supradictum productum habebis primam partem ex his  $6\frac{1}{4}$  m. R.  $7\frac{13}{16}$  p. R. v.  $11\frac{23}{32}$  p. R.  $76\frac{301}{1024}$  m. R.

v.  $21\frac{1}{32}$  p. R.  $247\frac{197}{1024}$  qua primâ parte habita habebis reliquas per positionem factam.

Decima sexta, Fac de 10. partes 4. continuè proportionales ita quod quadrata prima & quarta sint sexquialtera quadratis secundæ & tertiæ. Pone igitur quod quadrata secundæ & tertiæ sint 1. igitur quadrata prima & quarta erunt  $1\frac{1}{2}$ , igitur ex quinta quagesimo primo capitulo cum talia quadrata sint continuè proportionalia, inuenimus primam partem esse  $\frac{1}{6}$ , secundam  $\frac{1}{3}$ , tertiam  $\frac{2}{3}$ , quartam  $1\frac{1}{3}$ . Igitur proportio quadratorum est dupla, quare proportio erit vt 1. 2. 4. 8. & proportio quantitatum erit vt R. 1. R. 2. R. 4. R. 8. Iunge omnia, faciunt 3. p. R. 18. Dic igitur si 3. p. R. 18. esset 10. quid erit 1. & quid erit R. 2. & quid erit 2. & quid erit R. 8. Quære recisum de R. 18. p. 3. & est R. 18. m. 3. & productum quod est diuisor est 9. Multiplica R. 18. m. 3. in productum ex 10. in 1. R. 2. 2. & R. 8. & diuide per 9. habebis primam partem R.  $22\frac{2}{9}$  m.  $3\frac{2}{3}$ , secundam:  $6\frac{2}{3}$  m. R.  $22\frac{2}{9}$ , tertiam R.  $88\frac{8}{9}$  m.  $6\frac{2}{3}$ , quartam  $13\frac{1}{3}$  m. R.  $88\frac{8}{9}$ . Hæc autem partes si rectè consideras faciunt 10. præcisè. Quod autem sint continuè proportionales patet multiplicando primam in tertiam, fit  $44\frac{4}{9}$  p.  $22\frac{2}{9}$  m. duplo eius quod fit ex R.  $22\frac{2}{9}$  in  $6\frac{2}{3}$  & est R. producti ex  $44\frac{4}{9}$  in  $22\frac{2}{9}$ : multiplicata autem secunda in se fit idem, nam producitur  $44\frac{4}{9}$  p.  $22\frac{2}{9}$  m. duplo eius quod fit ex R.  $22\frac{2}{9}$  in  $6\frac{2}{3}$  quare patet secundum, quoniam quarta in secundam multiplicata producit quadratū tertiæ.

| Aggregatum R. 18. p. 3.              |                                      |                                      |                                       |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| Recisum R. 18. m. 3.                 |                                      |                                      |                                       |
| Diuisor 9.                           |                                      |                                      |                                       |
| 1.                                   | R. 2.                                | 2.                                   | R. 8.                                 |
| 10.                                  | 10.                                  | 10.                                  | 10.                                   |
| 10.                                  | R. 200.                              | 20.                                  | R. 800.                               |
| R. 18. m. 3.                         | R. 18. m. 3.                         | R. 18. m. 3.                         | R. 18. m. 3.                          |
| R. 1800. m. 30.                      | 60. m. R. 1800.                      | R. 7200. m. 60.                      | 120. m. R. 7200.                      |
| 9.                                   | 9.                                   | 9.                                   | 9.                                    |
| <hr/>                                |                                      |                                      |                                       |
| R. $22\frac{2}{9}$ m. $3\frac{2}{3}$ | $6\frac{2}{3}$ m. R. $22\frac{2}{9}$ | R. $88\frac{8}{9}$ m. $6\frac{2}{3}$ | $13\frac{1}{3}$ m. R. $88\frac{8}{9}$ |

Quod autem quadrata quartæ & primæ sint dimidium plus quadratis secundæ & tertiæ patet. Quadra  $6\frac{2}{3}$  m. R.  $22\frac{2}{9}$  fit  $66\frac{2}{3}$  m. R.  $3950\frac{50}{81}$ . Quadra R.  $88\frac{8}{9}$  m.  $6\frac{2}{3}$ , fit  $133\frac{1}{3}$  m. R.  $15802\frac{18}{81}$  quæ iunctæ faciunt 200. m. R.  $35555\frac{5}{9}$ . Quadra primam, fit  $33\frac{1}{3}$  m. R.  $987\frac{13}{81}$ . Quadra quartam, fit  $266\frac{2}{3}$  m. R.  $63209\frac{71}{81}$  quæ iunctæ faciunt 300. m. R. 80000. sed 300. m. R. 80000. est dimidium plus de 200. m. R.  $35555\frac{5}{9}$ .

17 Decima septima, Diuide 8. in tres partes continuè proportionales, ita quod diuisa secunda per primam, & tertia per secundam, atque etiam diuisa tertia per primam, aggregata iuncta sint 20. Tunc scis quod diuisa tertia per primam prouentus æquatur producto ex prouentu diuisionis secundæ per primam in prouentum diuisionis tertiæ per secundam, quia proportio est duplicata ex regula 42<sup>i</sup> capitulo practicæ. Igitur oportebit facere de 20. duas partes quarum qua-

dratū dimidij minoris æquetur maiori quantitati. Pro quo faciendo adde 1. ad 20. pro regula fit 21. & huius accipe R. fit R. 21. ab hoc minue 1. pro regula fit R. 21. m. 1. & hæc est semper proportio. Pone igitur primam partem 1. igitur secunda erit R. 21. m. 1. Quadra R. 21. m. 1. fit 22. m. R. 84. iunge simul partes fiunt 22. m. R. 21. Dic igitur si 22. m. R. 21. esset 8. quid esset 1. multiplica 1. in 8. fit 8. diuide per 22. m. R. 21. exit

$$1. | R. 21. m. | 22. m. R. 84.$$

$\frac{176}{463}$  p. R.  $\frac{144}{214369}$  & hæc est prima pars quam multiplicabis per R. 27. m. 1. (& est proportio) & habebis secundam, qua iterum multiplicata per R. 21. m. 1. habebis tertiam.

Decima octaua, Inuenias 4. quantitates 18 continuè proportionales quarum prima fit 2. & productum aggregati illarum in 1. m. proportionem, producat 20. Adde primam quantitatem ad tale productum, fit 22. diuide

H h 2



diuide per proportionem ponendo proportionem 1. co. Diuiso igitur 22. per 1. co. fit  $\frac{22}{1.co.}$  & hæc est quarta quantitas, hanc diuide per proportionem habebis  $\frac{22}{1.co.}$  pro tertia. Hoc diuide per 1. co. exibat  $\frac{22}{1.co.}$  pro secunda, hoc diuide per 1. co. exit  $\frac{22}{1.co.co.}$  pro prima, & hoc est æquale 2. Igitur multiplica omnia per diuisorem, habebis 22. æqualia 2. co. co. quare 11. aequatur 1. co. co. igitur proportio est R. R. 11.

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| 2.   R. R. 176.   R. R. 1936.   R. R. 21296. |  |  |  |
| R. R. 11. m. 1.                              |  |  |  |
| <hr/>  |  |  |  |
| R. R. 176. p. R. R. 1936. p. R. R. 21296.    |  |  |  |
| p. R. R. 234256.                             |  |  |  |
| m. R. R. 176. m. R. R. 1936. m. R. R.        |  |  |  |
| 21296. m. 2.                                 |  |  |  |
| <hr/>  |  |  |  |
| Remanent R. R. 234256. m. 2. quod            |  |  |  |
| est 20.                                      |  |  |  |

Quantitas igitur secunda est R. R. 176. & tertia est R. R. 1936. & quarta est R. R. 21296. Hæ igitur iunctæ & multiplicatæ in R. R. 11. m. 1. faciunt 20.

- 19 Decima nona, Fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd ducta prima in aggregatum secundæ & tertiæ fiat 8. & ducta tertia in aggregatum primæ & secundæ, fiat 12. Scias quòd talia producta sunt in proportionem ipsarum quantitatum. Igitur cum proportio 12. ad 8. sit sexquialtera, erit proportio ipsarum quantitatum sexquialtera, quare prima erit  $2\frac{2}{3}$ , secunda  $3\frac{1}{3}$ , tertia  $4\frac{1}{3}$ ; ipsæ autem non possunt producere dictos numeros quare questio est impossibilis & ideo bene aduerte ne decipiaris. Si verò dicat sic

Fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quòd productum primæ in secundam & tertiam, item tertiæ in primam & secundam faciat 20. Tunc tu scis quòd talia producta æquantur ei quod sit ex media quantitate in aggregatum, & ex media quantitate in seipsam. Pone igitur mediam 1. co. erit vt multiplicando in se & in 10. fiat 1. co. p. 10. co. & hoc est æquale 20. igitur res valet R. 45. m. 5. & residuum erit 15. m. R. 45. Quare partes erunt  $7\frac{1}{2}$  m. R.  $11\frac{1}{4}$  m. R. v. R. 4500. m. R. 2531.  $\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{3}{4}$ , secunda erit R. 45. m. 5. & tertia erit  $7\frac{1}{2}$  m. R.  $11\frac{1}{4}$  p. R. v. R. 4500. m. R. 2531.  $\frac{1}{4}$  m.  $2\frac{3}{4}$ .

- 20 Vigesima, Diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ita quòd diuisa secunda per primam, exeat 8. Hoc non est aliud dicere quàm diuide 10. in tres partes continuè proportionales in proportionem octupla. Et si dixisset quòd exiret 12. dixissem quòd essent proportionales in proportionem duodecupla. Posita igitur prima parte 1. co. secunda erit 8. co. & tertia 64. co. quare aggregatum erit 73. co. æquales 10. res igitur valet  $\frac{10}{73}$  & est prima

quantitas, & secunda octuplum quod est  $1\frac{7}{73}$ , & tertia  $8\frac{15}{73}$ . Si verò dicat hoc modo,

Diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ita quòd diuiso aggregato aliarum per quamlibet illarum & prouenientia iuncta facerent 17. tunc hic est alius modus querendi valde diuersus à præcedente. Scias igitur quòd diuidere aggregatum aliarum, & diuidere totum aggregatum quod est 10. differentiâ in qualibet parte est 1. veluti si vna pars sit 3. & aggregatum aliarum necessariò erit 7. diuidere igitur 10. per 3. exit semper 1. p. quàm diuidere 7. per 3. Igitur cum diuisores sint 3. erunt exeuntia diuidendo totum 20. est igitur semper addendum 3. pro regula ad numerum quemuis prouenientem. Cum igitur debeat prouenire 17. dices quòd si diuideres 10. per quamlibet illarum prouenientia erunt 20. æquiualeat igitur hæc questio addendo 3. questioni 77\*. Igitur dic diuide 10. in tres partes continuè proportionales, ita quòd diuiso 10. per quamlibet illarum ex aggregatis prouentibus proueniat 20. & manifestum est ex septuagesima septima questione quòd partes erunt maior 5. m. R.  $1\frac{1}{4}$  p. R. v.  $21\frac{1}{4}$  m. R. 125. media est R. 5. minor 5. m. R.  $1\frac{1}{4}$  m. R. v.  $21\frac{1}{4}$  m. R. 125.

Vigesima prima, Fuit fornax capacitas 21 pedum 3000. habens longitudinem maiorem latitudine 20. pedibus, & latitudo maior est altitudine 20. pedibus. Queritur quantum fuit longa, alta & profunda; Pone quòd latitudo quæ est media inter altitudinem & longitudinem sit 1. co. igitur erit longitudo 1. co. p. 20. & altitudo 1. co. m. 20. Multiplica longitudinem in altitudinem fiunt 1. co. m. 400. multiplica hoc in latitudinem fiunt 1. cu. m. 400. co. æqualia 3000. Igitur 400. co. p. 3000. æquantur 1. cu. Diuide 400. per decimam sextam regulam in duas partes, ita quòd vnus ducta in alteram faciat 300. & erunt partes 300. & 100. Igitur diuide R. 100. quæ est 10. fit 5. quadra fit 25. adde ad 300. fit 325. accipe R. quæ est R. 325. cui adde dimidium R. 100. quod fuit 5. erit valor rei siue latitudo R. 325. p. 5. & longitudo erit 25. p. R. 325. & altitudo R. 325. m. 15. ductæ enim hæc inuicem faciunt 3000. & differentia est 20. pedum in utroque, nam ex ductu R. 325. p. 5. in R. 325. p. 25. fit 450. p. R. 292500. ex hoc autem in R. 325. m. 15. fit R. 95062500. p. R. 65812500. m. R. 65812500. m. 6750. sed R. 65812500. p. & m. nihil faciunt. Igitur productum est R. 95062500. m. 6750. sed R. 95062500. est 9750. Igitur tale productum est 9750. m. 6750. & hoc est 3000. præcisè.

Vigesima secunda, Fuit Camera cuius 22 capacitas cum toto ambitu fuit 16. peticarum & ipsa camera quadrata erat. Queritur capacitas & ambitus. Tu scis quòd camera ambitur 6. superficiebus sicut cubus. Dices igitur 1. cu. p. 6. cen. æquantur 16. quare res valet R.



12. m. 2. & parietes erunt 16. m.  
R. 192. & ambitus, id est sex parietes

|                           |
|---------------------------|
| Res, R. 12. m. 2.         |
| census, 16. m. R. 192.    |
| 6. census 96. m. R. 6912. |
| Cubus, R. 6912. m. 80.    |
| Aggregatum, 16.           |

erunt 96. m. R. 6912. cubus autem R. 12. m. 2. erit R. 6912. m. 80. quare iunctus cubus cum 6. superficiebus facit 16. ut vides in figura.

23 Vigesima tertia, Inuenias numerum binomium ex R. v. & R. simplici æquale 5. Si velles ex duabus R. v. dictum est in capitulo secundo in fine: nunc autem dicimus in aliis quæ sunt diuersæ. Accipe igitur R. cuiuslibet numeri qui non sit quadratus, & sit R. 2. utpote & si vis binomium minue à 5. fit 3. m. R. 2. quadra fit 27. m. R. 200. huius accipe R. v. quæ est R. v. 27. m. R. 200. & ei adde R. 2. habebis R. v. 27. m. R. 200. p. l. R. 2. æqualia 5. Et si voluisses per viam recisi adde R. 2. ad 5. fit 3. p. R.

|                                    |
|------------------------------------|
| 5.                                 |
| R. v. 27. m. R. 200. p. l. R. 2.   |
| R. v. 27. p. R. 200. m. l. R. 2.   |
| R. v. 28. m. R. 300. p. l. R. 3.   |
| R. v. 28. p. R. 300. m. l. R. 3.   |
| R. v. 55. p. R. 3000. m. l. R. 30. |
| Omnia hæc superscripta æquivalent. |

2. cuius quadratum est 27. p. R. 200. huius R. v. est R. v. 27. p. R. 200. à qua minue R. 2. fiet R. v. 27. p. R. 200. m. l. R. 2. æqualia 5. Et si addidisses R. 3. fieret 5. p. R. 3. & quadratum eius 28. p. R. 300. cuius R. v. est R. v. 28. p. R. 300. ab hac minue R. 3. habebis iterum R. v. 28. p. R. 300. m. l. R. 3. æqualia 5. & è contrà minuendo habuisses conuersum. Quod si addidisses maius quàm 5. utpote R. 30. haberes R. 30. p. 5. cuius quadratum est 55. p. R. 3000. cuius R. v. est R. v. 55. p. R. 3000. detrahe R. 30. fit R. v. 55. p. R. 3000. m. l. R. 30. æqualia iterum 5. Et è contrà minuendo non potest fieri, quia R. 30. non potest minui à 5. quia maior non potest auferri de minore. Et ita vides quòd per hunc modum semper sit in primo vel quarto genere binomij vel recisi, & quod R. simplex est minor vniuersali, & quod infinitæ dantur æquivalentiæ cuilibet numero. Idem fac de R.

24 Vigesima quarta, Inuenias duos numeros qui tantum faciant multiplicati quantum iuncti, & eorum cubi iuncti faciant 25. Quòd dico de hoc numero dico de aliis, sed posui ob commoditatem. Soluitur per regulam de duplo & per capitulum vigesimum nonum. Pone igitur quòd

Tom. IV.

aggregatum eorum sit 1. co. Igitur cum aggregatum æquetur producto vnius partis in alteram, igitur productum vnius in alterum est etiam 1. co. Fac igitur ex 1. co. duas partes ex quarum multiplicatione vnius in alterum fiat 1. co. & erunt per centesimam regulam vel centesimam decimam sextam quadragesimi secundi capituli practicæ partes  $\frac{1}{2}$  co. p. R. v.  $\frac{1}{4}$  cen. m. 1. co. &  $\frac{1}{2}$  co. m. R. v.  $\frac{1}{4}$  cen. m. 1. co. Cuba igitur has partes & iunge simul, & quia vides quòd cubus binomio-

|  |
|--|
| $\frac{1}{2}$ co. p. R. v. $\frac{1}{4}$ cen. m. 1. co.                |
| 1. ce. m. 3. co. $\frac{1}{4}$ cen. m. 1. co.                          |
| $\frac{1}{2}$ cu. m. $\frac{1}{2}$ ce.                                 |
| $\frac{1}{2}$ co. m. R. v. $\frac{1}{4}$ cen. m. 1. co.                |
| 1. cen. m. 3. co.  |
| $\frac{1}{2}$ cu. m. 1. $\frac{1}{2}$ ce. $\frac{1}{4}$ cen. m. 1. co. |
| 1. cu. m. 3. cen.  |

rum sit ex triplo quadrati vnius partis in alteram cum quadrato eiusdem partis, & quia partes sunt æquales p. & m. & primæ partes etiam sunt æquales, ideo sufficit multiplicare triplum quadrati secundæ partis cum quadrato primæ, & est totum 1. cen. m. 3. co. eo quòd triplum quadrati secundæ partis est  $\frac{3}{4}$  cen. m. 3. co. & quadratum primæ partis est  $\frac{1}{4}$  cen. igitur totum est 1. cen. m. 3. co. multiplica in  $\frac{1}{2}$  co. fient partes  $\frac{1}{2}$  cu. m. 1.  $\frac{1}{2}$  cen. igitur iunctæ fient 1. cu. m. 3. cen. æqualia 25. Igitur 1. cu. æquatur 3. cen. p. 25. Quare per capitulum vigesimum nonum res valet R. cu. 27. p. 1. p. R. cu.  $\frac{1}{27}$ .

Et nota quòd si vis abbreviare in similibus quaestionibus; Scias quòd semper habebis 1. cu. æqualem 3. cen. p. numero proposito, & ideo si dixisset inuenias duos numeros qui tantum faciant iuncti quantum multiplicati, & eorum cubi iuncti faciant 30. vel 40. Dices igitur quòd 1. cu. æquatur 3. cen. p. 30. vel p. 40. & ita de aliis numeris, sed feci operationem illam ut melius intelligeres.

|                       |                 |
|-----------------------|-----------------|
| 2 $\frac{1}{6}$ p. R. | $\frac{13}{36}$ |
| 4 $\frac{25}{36}$     | $\frac{13}{36}$ |
| 1 $\frac{1}{36}$      |                 |
| 5 $\frac{7}{9}$       |                 |

|                       |                 |
|-----------------------|-----------------|
| 2 $\frac{1}{6}$ m. R. | $\frac{13}{36}$ |
| 4 $\frac{25}{36}$     | $\frac{13}{36}$ |
| 1 $\frac{1}{36}$      |                 |
| 5 $\frac{7}{9}$       |                 |

|                  |
|------------------|
| 11 $\frac{5}{6}$ |
| 2 $\frac{2}{6}$  |

Hoc viso quia nos habemus valorem rei quæ est aggregatum & est R. cu. 27. p. 1. p. R. cu.  $\frac{1}{27}$  quod est totum 4.  $\frac{1}{3}$  & H h 3



& debet diuidi in duas partes ex quarum multiplicatione producat  $4\frac{1}{2}$ , faciemus hoc per centesimam regulam iterum quadragesimi secundi capituli, & erunt partes  $2\frac{1}{6}$  p. &  $2\frac{1}{6}$  m. & horum multiplicatio tantum facit quantum aggregatum & cubi earum sunt  $25\frac{1}{27}$ .

Circa hoc nota quoniam cum 1. cu. æquetur 3. cen. p. numero & æquatio debeat esse talis quod dimidium in se ductum saltem debeat æquari aggregato & hoc non competit alicui numero minori 4. Igitur aggregatum æquationis non potest esse minus quam 4. & quia minimus cubus partium 4. diuisi in duas partes est 16. nam cubus de 2. est 8. & 8. duplicatum facit 16. igitur talis quæstio non potest proponi in minori numero quam 16.

- 25 Vigesima quinta, Inuenias tres numeros continuè proportionales, quorum primus sit 2. & quadrata secundi & tertij iuncta faciant 40. Pone quod secundus sit 1. co. quadrata, sit 1. cen. & hoc cum quadrato tertij debet æquari 40. igitur tertius est  $40\frac{1}{m}$ .

|       |                     |                    |
|-------|---------------------|--------------------|
| 2.    | 1. co.              | R. 40. m. 1. ce.   |
| 4.    | 1. ce.              | 40. m. 1. ce.      |
| <hr/> |                     |                    |
|       | 160. m. 4. ce.      | æqualia 1. ce. ce. |
| 2.    | R. v. R. 164. m. 2. | R. 41. m. 1.       |
|       | R. 164. m. 2.       | 42 m. R. 164.      |
| <hr/> |                     |                    |
|       |                     | 40.                |

1. cen. Habes igitur eos, quadra singulos, habebis 4. 1. cen. & 40. m. 1. cen. multiplica primum in tertium, sit 160. m. 4. ce. & hoc est æquale quadrato secundi quod est 1. ce. ce. Igitur 1. ce. ce. p. 4. ce. æquatur 160. Igitur res valet R. v. R. 164. m. 2. & hæc est secunda quantitas, quadra eam sit R. 164. m. 2. diuide per 2. primam quantitatem, exit tertia R. 41. m. 1. & quadrata secunda & tertia, faciunt 40. vt vides in figura, nam R. 164. p. & m. nihil faciunt, & 42. & m. 2. faciunt 40.

Quod si dicat quod media sit 2. & quadrata prima & tertia sint 40. tunc est longè facilius. Quadra 2. sit 4. diuide 40. in duas partes, ex quarum multiplicatione fiat 4. & erunt (per centesimam regulam quadragesimi secundi capituli practica) partes 20. p.

|                      |    |                      |
|----------------------|----|----------------------|
| R. v. 20. p. R. 396. | 2. | R. v. 20. m. R. 396. |
|----------------------|----|----------------------|

R. 396. & 20. m. R. 396. & R. v. harum erunt numeri quæsti.

- 26 Vigesima sexta, Fac de 10. tres partes continuè proportionales, ita quod multiplicatio secunda in primam sit  $\frac{1}{3}$  aggregati quadratorum secunda & tertia. Pone primò quod partes sint 1. 1. co. 1. ce. productio secunda in primam est 1. co. quadrata secunda & prima sunt 1. ce. p. 1. ce. ce. Igitur 1. cu. p. 1. co. æquatur 3. schifando omnia per 1. co. quare res valet R. v. cu. R.  $2\frac{1}{108}$  p.  $1\frac{1}{2}$  m. R. v. cu. R.  $2\frac{1}{108}$  m.  $1\frac{1}{2}$  & hæc est secunda quantitas, & prima fuit 1.

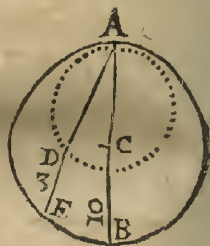
| Prima,     | Secunda,  | Tertia,           |
|------------|-----------|-------------------|
| 1.         | 1. co.    | 1. ce.            |
| <hr/>      |           |                   |
|            | 1. co.    | 1. ce. 1. ce. ce. |
| 1.         | 1. co.    | 1. cu.            |
| <hr/>      |           |                   |
| 3. æqualis | 1. cu. p. | 1. co.            |

& tertia est quadratum secunda ex supposito quod est 1. ce. quare habita summa trium quantitatum, multiplica 10. per secundam & sit R. v. cu. R.  $287037\frac{1}{27}$  p. 1500. m. R. v. cu. R.  $287037\frac{1}{27}$  m. 1500. hoc productum diuide per tale aggregatum, quod exit est valor secunda quantitatis. Et si per eundem diuisorem, id est aggregatum diuiseris 10. exhibit valor prima quantitatis, & ita de tertia multiplicando eam per 10. & diuidendo per dictum aggregatum.

Vigesima septima, Sit circulus a b e, cuius diameter sit a b & sit 10. & sit in eo circulus a d c & contingat maiorem in a, & sit protracta ad medio modo proportionalis inter a c & c b, & sit d e 3. Quæro quanta est a c diameter parui circuli, quia enim a d se habet ad d e sicut a c ad c b, quia productis d c & e b sunt duo trigoni similes, igitur erit proportio quadrati a c ad quadratum a d veluti a c ad c b & ex consequenti veluti a d ad d e:

sed proportio quadrati a c ad quadratum a d est veluti quadrati a d ad quadratum b c (quia a c a d c b sunt continuè proportionales) igitur proportio quadrati a d ad quadratum c b est veluti a d ad d e:

sed proportio quadrati a d ad quadratum c b est duplicata ad proportionē a d ad c b. Igitur proportio a d ad d e est duplicata proportioni a d ad c b. Igitur a c, a d, c b, d e, sunt continuè proportionales. Ponatur igitur c b 1. co. quadrata, sit 1. ce. diuide per e d quæ est 3. sit d a  $\frac{1}{3}$  cen. Multiplica  $\frac{1}{3}$  cen. in 1. co. sit  $\frac{1}{3}$  cu. diuide per e d quæ est 3. exit  $\frac{1}{9}$  cu. & hoc est a c. Igitur  $\frac{1}{9}$  cu. p. 1. co. æquatur 10: nam a c est  $\frac{1}{9}$  cu. & c b posita est 1. co. & a b est 10. quare multiplicando per 9. fiet 1. cu. p. 9. co. æqualia 90. Quare per capitulum suum res valet R. v. cu. R. 2052. p. 45. m. R. v. cu. R. 2052. m. 45. & hæc est quantitas b c. Quare a c est 10. m. R. v. cu. R. 2052. p. 45. m. R. v. cu. R. 2052. m. 45. Pro cognoscenda autem a e, dices si R. v. cu. R. 2052. p. 45. m. R. v. cu. R. 2052. m. 45. producit 10. quid producet 3. Multiplica 3. in 10. sit 30. diuide per R. v. cu. R. 2052. p. 45. m. R. v. cu. R. 2052. m. 45. quod exit est quantitas a e. Vel aliter, quadra c b sit R. v. cu. 4077. p. R. 16621200. p. R. v. cu. 4077. m. R. 16621200. m. l. 6. diuide per d e quæ est 3. exit R. v. cu. 151. p. R. 22800. p. R. v. cu. 151. m. R. 22800. m. l. 2. & tanta est a d. Igitur cum a e sit 3. p. erit a e R. v. cu. 151. p. R. 22800. p. R. v. cu. 151. m. R. 22800.

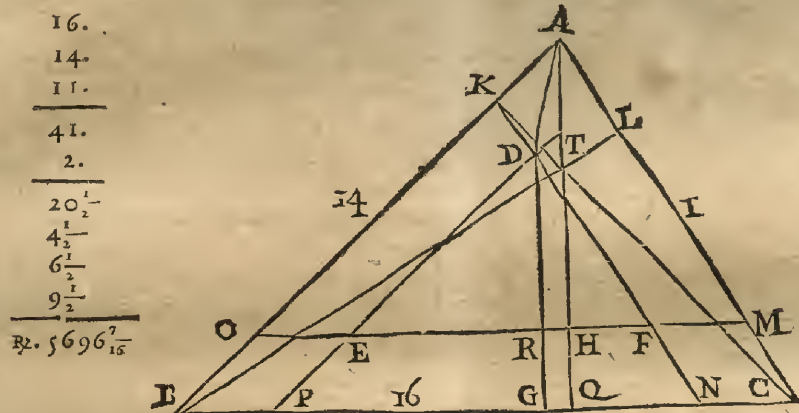




R. 22800. p. 1. & tantum prouenit diuiso  
30. per R. v. cu. 2052. p. 45. m. R. v. cu.  
R. 2052. m. 45.

28 Vigesima octaua, Sit trigonus a b c & sit  
a b 14. a c 11. b c 16. & velim in illo fa-  
cere murum crassitudinis brachiorum 2.  
Volo scire latera capacitatis interioris vide-  
licet d e f & etiam aream, & etiam quan-  
tus est murus angularis videlicet linea a d.  
debes scire quodd de trigono æquilatelo dixi-  
mus in capitulo sexagesimo septimo. Et ideo

hæc est longe difficilior. Protraho tres per-  
pendiculares ab angulis a b c, & erunt a g,  
b l, c k erunt autem notæ vt patet ex capi-  
tulo operis, quæram igitur vt vna operatio-  
ne habeam omnes perpendiculares & aream  
trigoni a b c faciendo vt vides, & habebis  
aream trigoni a b c R. 5696 $\frac{7}{16}$  quam diuide  
per dimidium cuiuslibet lateris, & habebis  
katetos a g R. 89 $\frac{7}{1024}$ , b l R. 188 $\frac{15}{484}$ , c k R.  
116 $\frac{199}{784}$ ; deinde producam latera d e vsque ad  
p. & d f vsque ad n, & e f in vtramque partē,



eruntque superficies e o b p & f m n c  
æquidistantium laterum. Quare b p est  
æqualis b o, & m f æqualis n c, & n f  
æqualis m c. Dic igitur si R. 89 $\frac{7}{1024}$  produ-  
cit R. 89 $\frac{7}{1024}$  m. 2. quid producet 16? mul-  
tiplica 16. R. in 89. m. 2. fit R. 22785 $\frac{1}{4}$  m.  
32. diuide per R. 89 $\frac{7}{1024}$  & exibat 16. m. R.  
11 $\frac{46003}{91143}$  & tanta est o m. Circa quod nota  
quodd semper o m erit quanta est c b in nu-  
mero videlicet 16. m. illud quod producitur  
diuiso eo quod fit ex g h quæ est 2. in b c quæ  
est 16. fit 32. pro a g. Abbrenuando igitur  
ponemus o m 16. m. 32. diuiso per R.  
89 $\frac{7}{1024}$  & ita est 16. m. R. 11 $\frac{46003}{91143}$  & hoc  
dixi ad abbrevianda alia exempla talia.  
Postmodum dic si R. 188 $\frac{15}{484}$  producit 2.  
quid producet 16? Diuide igitur idem 32.  
per R. 188 $\frac{15}{484}$  exibat f m R. 5 $\frac{39901}{91143}$ : simi-  
liter diuide 32. per R. 116 $\frac{199}{784}$  & habebis  
o e R. 8 $\frac{73677}{91143}$ . Demptis igitur f m & o e ex  
o m quæ fuit 16. R. 11 $\frac{46003}{91143}$ , habebis e f  
16. m. R. 11 $\frac{46003}{91143}$  m. R. 5 $\frac{39901}{91143}$  m. R.  
8 $\frac{73677}{91143}$ .

Abbrenuatio igitur est, Multiplica 2.  
grossitudinem muri in vnum latus putà  
b c fiet 32. hoc diuide per omnes katetos,  
& tria prodeuntia deme à latere ipso quod  
multiplicasti & est 16. remanens erit quan-  
titas lateris correspondentis e f.

Habito igitur vno latere dic per regu-  
lam 3. si 16. producit 16. m. R. 11 $\frac{46003}{91143}$   
m. R. 5 $\frac{39901}{91143}$  m. R. 8 $\frac{73677}{91143}$  quid producet  
11? & quid producet 14? Multiplica præ-  
dictum quadrinomialium per 11. & diuide per  
16. quoc exit est quantitas d f, & similiter  
multiplica prædictum quadrinomialium per  
14. & diuide per 16. quod exit est quanti-  
tas d e.

Habitis lateribus habebis aream per suum  
modum, vel facilius. Quadrabis e f & si-  
militer b c, eritque proportio quadrati b c  
ad quadratum e f veluti trigoni a b c ad  
trigonum d e f. Multiplica igitur quadra-

tum e f in aream trigoni a b c quæ fuit  
R. 5696 $\frac{7}{16}$ , & quod prouenit diuide per 256.  
quadratum b c, exiens est area trigoni d e f.

Pro abbreviatione talis operationis, no-  
ta quodd cum area trigoni diuisa per dimi-  
dium laterum producantur kateti, igitur  
kateti cuiuslibet trigoni sunt communican-  
tes, & proportio illorum est veluti laterum.  
Quare reducemus hæc quadrinomia in bi-  
nomia, habebimus igitur e f 16. m. R.  
75 $\frac{49651}{91143}$ , & d f 11. m. R. 35 $\frac{64411}{91143}$ , & de 14.  
m. R. 57 $\frac{76165}{91143}$ .

Ex his habebimus lineam a d hoc modo:  
nam proportio b g ad g c est veluti o h ad  
h m & quia o m fuit 16. m. R. 11 $\frac{46003}{91143}$ , igitur  
o h cognita est: & quia proportio e r  
ad r f est veluti o h ad h m quia trianguli  
sunt similes, & e f fuit 16. m. R. 75 $\frac{49651}{91143}$ ,  
igitur e r est cognita. Et quia e o cognita  
fuit, igitur o r est cognita, quare detracta  
o r ex o h remanebit h r cognita. Quare  
& d t ei æqualis: & quia d r est cognita eo  
quodd est perpendicularis trigoni cuius  
omnia latera & etiam area sunt cognita,  
igitur h t cognita est. Et quia a h fuit R.  
89 $\frac{7}{1024}$  m. 2. igitur residuum detracta h t  
cognita remanebit cognitum. Quare cum  
a t & d t sint cognitæ erit a d R. aggregati  
quadratorum a t & d t cognita quod fuit de-  
monstrandum. Operationem dimisi quia  
patet ex dictis.

Vigesima nona, Inuenias duos nu-  
meros ex quorum multiplicatione fiant  
6. & eorum cubi iuncti faciant 30. Tunc  
regula est vt diuidas 30. in duas partes, ex  
quarum multiplicatione proueniat 216. cu-  
bus 6. & tales partes erunt 18. & 12. per  
centesimam regulam quadragesimi secundi  
capituli. Harum partium R. cubicæ sunt  
numeri quæsti, id est R. cu. 18. & R. cu.  
12. nam inuicem ducti faciunt R. cu. 216.  
quæ est 6. ex supposito, & eorum cubi iun-  
cti sunt 30.

H h 4 Similiter



Similiter si dicat, Inuenias duos numeros ex quorum diuisione vnus per alterum, pro-  
ueniat 6. & cubus vnus cum quadrato al-  
terius faciat 30. tunc est ac si diceret inue-  
nias duos numeros in proportionem sexcupla  
quorum cubus vnus cum quadrato alte-  
rius faciat 30. tunc pone vnum 1. co. alter  
igitur erit 6. co. & tunc semper debes cuba-  
re maiorem & quadrare minorem, & habe-  
bis 216. cu. p. 1. cen. æqualia 30. Quare 1.  
cu. p.  $\frac{1}{216}$  cen. æquabitur  $\frac{1}{30}$  & hoc habet  
æquationem vt patet. Quod si dicat quod  
quadratum maioris detractum à cubo mi-  
noris, vel quadratum minoris detractum à  
cubo maioris faciat 30. id est residuum, fit  
30. tunc debes cubare & quadrare quod  
proponitur & detrahere, nam semper sequi-  
tur æquatio quia peruenitur ad capitulum  
cubi æqualis censibus & numero.

30 Si verò dicat quod diuidatur 4. in duas  
partes quarum cubus vnus cum quadrato  
alterius faciat 30. exempli gratia dico hoc  
debet fieri per positionem incruatam &  
est quartum genus positionis, & fit hoc  
modo. Accipe  $\frac{2}{3}$  de 4. numeri diuidendi  
semper & est  $2\frac{2}{3}$ , huic adde pro regula  
semper  $\frac{1}{9}$  fit  $2\frac{7}{9}$ , huius accipe R. quæ est  
 $1\frac{2}{3}$  & ei adde  $\frac{1}{9}$  pro regula quod fuit R.  $\frac{7}{9}$   
etiam additi pro regula fiet totum 2. deinde  
adde 2. ad 4. fit 6. deinde pone vnam par-  
tem esse 1. co. m. 2. & aliam 6. m. 1. co.  
nam 6. fuit aggregatum ex numero inuen-  
to & numero diuidendo, & 2. est nume-  
rus inuentus & la. co. minuitur ab aggre-  
gato, & numerus inuentus minuitur de la.  
co. nam iunctis 6. m. 1. co. cum 1. co. m. 2. fit  
4. præcisè. Cuba igitur partem quæ est res  
m. numero, fit 1. cu. m. 8. m. 6. cen. p.  
12. co. quadra maiorem numerum m. co.

|                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Prima pars,                       | 6. m. 1. co.                      |
| Census,                           | 36. p. 1. ce. m. 12. co.          |
| Secunda pars,                     | 1. co. m. 2.                      |
|                                   | 12. p. 1. ce. 3. ce. p. 4.        |
| Cubus,                            | 1. cu. m. 8. m. 6. ce. p. 12. co. |
| Aggregatū cubi & cen <sup>s</sup> | 1. cu. p. 28. m. 5. ce.           |
| æqualia                           | 30.                               |

fit 36. p. 1. ce. m. 12. co. iunge simul, fiunt  
1. cu. p. 28. m. 5. cen. æqualia 30. Igitur  
1. cu. æquatur 5. ce. p. 2. Quare res valebit  
R. v. cu.  $5\frac{27}{27}$  p. R.  $10\frac{7}{27}$  p.  $1\frac{2}{3}$  p. R. v. cu.  
 $5\frac{17}{27}$  m. R.  $10\frac{7}{27}$  & quia prima pars fuit 6.  
m. 1. co. igitur prima pars quæ fuit qua-  
dranda est  $4\frac{1}{3}$  m. R. v. cu.  $5\frac{17}{27}$  p. R.  $10\frac{7}{27}$   
m. R. v. cu.  $5\frac{17}{27}$  m. R.  $10\frac{7}{27}$ , & alia pars  
(& est pars maior cubanda) est R. v. cu.  
 $5\frac{17}{27}$  p. R.  $10\frac{7}{27}$  p. R. v. cu.  $5\frac{17}{27}$  m. R.  $10\frac{7}{27}$   
m. l.  $\frac{2}{3}$  & est valor rei m. 2. & ita in reli-  
quis tenet regula generaliter.

Velut si diceret, fac de 6. duas partes ita  
quod cubus vnus cum quadrato alterius fa-  
ciat 100. Tunc accipe  $\frac{2}{3}$  de 6. quod est  
4. huic adde  $\frac{1}{9}$  pro regula fit  $4\frac{1}{9}$ , accipe R.  
 $4\frac{1}{9}$  & ei adde  $\frac{1}{9}$  pro regula fit R.  $4\frac{1}{9}$  p.  
 $\frac{1}{9}$ , hoc adde ad 6. habebis  $6\frac{1}{9}$  p. R.  $4\frac{1}{9}$ .  
Pone igitur hunc numerum m. 1. co. & 1.  
co. m. numero inuenito, habebis igitur  $6\frac{1}{9}$

p. R.  $4\frac{1}{9}$  m. 1. co. & 1. co. m. R.  $4\frac{1}{9}$  m.  
 $\frac{1}{9}$ , cuba hunc & quadra primum habebis  
1. cu. æqualem censibus & numero quia  
per modum huius positionis cadunt res ab  
vtraque parte.

Si verò dicat fac de 7. duas partes qua-  
rum cubus vnus cum quadrato alterius fa-  
ciat 49. tunc quando numerus producen-  
dus est quadratum numeri diuidendi vt hic  
(nam 49. est quadratum 7.) tunc dupla nu-  
merum diuidendum qui est 7. fit 14. ei adde  
 $\frac{1}{4}$  pro regula semper fit  $14\frac{1}{4}$ , huius accipe  
R. & ab ea minue  $\frac{1}{2}$  pro regula habebis  
valorem rei R.  $14\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ . Et ita si dixisset  
diuide 9. in duas partes quarum cubus  
vnus cum quadrato alterius faceret 81.  
tunc semper duplica 9. numerum diuiden-  
dum fit 18. adde ei  $\frac{1}{4}$  pro regula, fit  $18\frac{1}{4}$ ,

|   |  |
|---|--|
| Res R. $18\frac{1}{4}$ m. $\frac{1}{2}$ | $9\frac{1}{2}$ m. R. $18\frac{1}{4}$     |
| 19.                                     | 55.                                      |
| Cubus R. $6588\frac{1}{4}$ m.           | $108\frac{1}{2}$ m. R. $6588\frac{1}{4}$ |
| 27 $\frac{1}{2}$                        |  |

cape R. & ab ea minue  $\frac{1}{2}$  fiet valor rei R.  
 $18\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  & residuum erit  $9\frac{1}{2}$  m. R.  $18\frac{1}{4}$   
cuius probatio est quod cubus R.  $18\frac{1}{4}$  p.  
 $\frac{1}{2}$  fit R.  $6588\frac{1}{4}$  m.  $27\frac{1}{2}$  quadra  $9\frac{1}{2}$  m. R.  
 $18\frac{1}{4}$  fit  $108\frac{1}{2}$  m. R.  $6588\frac{1}{4}$  iunge simul,  
fiunt 81. quod erat propositum.

Trigesima prima, Sunt duo numeri quo-  
rum differentia est 10. & quadratum mino-  
ris cum quadrato tertiae partis maioris, &  
R. aggregati æquatur 110. soluitur ex cen-  
tesima decima septima quæstione practicæ  
per regulam positionis proportionatæ nam  
si minor numerus ponatur 1. co. erit maior  
1. co. p. 10. &  $\frac{1}{3}$  maioris  $\frac{1}{3}$  co. p.  $3\frac{1}{3}$   
Multiplica 3. denominatorem in se fit 9  
adde 1. fit 10. multiplica etiam 3. in  $3\frac{1}{3}$  fit

|                   |                   |               |                |
|-------------------|-------------------|---------------|----------------|
| 1. co.            | $\frac{1}{3}$ co. | $\tilde{p}$ . | $3\frac{1}{3}$ |
| <hr/>             |                   |               |                |
|                   | 3.                |               | 10.            |
|                   | 9.                |               |                |
|                   | 1.                |               |                |
|                   | <hr/>             |               |                |
|                   | 10.               |               | 1.             |
| <hr/>             |                   |               |                |
| 1. co.            | $\tilde{m}$ .     | 1.            |                |
| $\frac{1}{3}$ co. | $\tilde{p}$ .     | 3.            |                |

10. diuide hoc secundum productum per pri-  
mum, exit 1. & hic est numerus minuen-  
dus ab 1. co. Multiplica hoc per 3. etiam  
fit 3. & hic est numerus addendus ad  $\frac{1}{3}$  co.  
quare quadra vtrumque & habebis  $\frac{1}{9}$  ce.

|                                   |
|-----------------------------------|
| $\frac{1}{9}$ co. p. 3.           |
| $\frac{1}{9}$ ce. p. 2. co. p. 9. |
| 1. co. m. 1.                      |
| 1. ce. m. 2. co. p. 1.            |
| $1\frac{1}{9}$ ce. p. 10.         |
| R. v. $1\frac{1}{9}$ ce. p. 10.   |

p. 2. co. p. 9. & 1. cen. m. 2. co. p. 1.  
quæ simul iuncta faciunt  $1\frac{1}{9}$  ce. p. 10. huic  
aggregato



aggregato adde  $\frac{1}{2}$ . fiet totum  $1\frac{1}{2}$  cen.  $\bar{p}$ . 10.  $\bar{p}$   $\frac{1}{2}$   $\bar{v}$ .  $1\frac{1}{2}$  ce.  $\bar{p}$ . 10. & hoc æquatur 110. igitur  $1\frac{1}{2}$  m.  $1\frac{1}{2}$  ce. m. 10. quod est dicere 100. m.  $1\frac{1}{2}$  ce. æquatur  $\frac{1}{2}$   $\bar{v}$ .  $1\frac{1}{2}$  ce.  $\bar{p}$ . 10. Quadra partes, fient 10000.  $\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$  ce. ce. m. 222  $\frac{2}{3}$  ce. æqualia  $1\frac{1}{2}$  cen.  $\bar{p}$ . 10. Quare fient 9990.  $\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$  ce. ce. æqualia 223  $\frac{1}{3}$  ce. reduc ad 1. ce. ce. habebimus 1. ce. ce.  $\bar{p}$ . 8091  $\frac{2}{3}$  æqualia 180  $\frac{2}{3}$  ce. quare sequendo capitulū dimidia census, fient 90  $\frac{2}{3}$ , quadra fient 8181  $\frac{8}{9}$ , aufer numerum qui fuit 8091  $\frac{2}{3}$  fit residuum 89  $\frac{1}{9}$ , huius  $\frac{1}{2}$  est 9  $\frac{1}{2}$ , quam minue ex 90  $\frac{2}{3}$ , remanent 81. cuius  $\frac{1}{2}$  est 9. valor rei. Et quia posuimus numeri maioris esse  $\frac{1}{2}$  eo  $\bar{p}$ . 3. igitur fuit 6. igitur numerus maior fuit 18. quod erat querendum.

Et hoc exemplum est positionis proportionalis,

Et exemplum quæstionis præcedentis est positionis incruciata.

Et in quarta quæstione huius libri habes exemplum positionis æqualis.

Exemplum positionis simplicis habes in tertia quæstione harum.

Exemplum positionis collectæ habes in vigesima quarta quæstione, & seruit regulæ de duplo.

Exemplum positionis iteratæ habes in quæstione decima quarta harum.

Exemplum positionis liberæ habes in sexta quæstione harum.

Exemplum positionis duplicatæ inferuentis regulæ de medio habebis in sequenti quæstione.

Exemplum positionis falsæ per m. & est fortior omnibus, habes in quæstione trigesima quarta & trigesima octava infraposita.

Et ita sunt novem genera positionum diuersa cum quibus soluuntur omnes quæstiones.

32 Trigesima secunda, Inuenias duos numeros quorum quadratum vnus cum cubo alterius faciat 10. & quadratum maioris æquetur multiplicationi minoris in aggregatum. Hæc soluitur per regulam de medio, & possunt formari infinitis modis quæstiones sub hac forma diuersæ. Pone quod prima sit 1. co. & secunda  $\frac{1}{2}$ . Igitur quadra maiorem habebis 1. ce. multiplica minorem in aggregatum habebis  $\frac{1}{2}$  co.  $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  quare res valet (per capitulum census æqualis rebus & numero)  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  & hic est valor rei. Deinde fac secundam positionem ponendo  $\frac{1}{2}$  co. &  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  co. quadra fit cen  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  co. fit  $\frac{1}{8}$  cu. Igitur  $\frac{1}{2}$  cu.  $\bar{p}$ .  $\frac{1}{8}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  cen. æquantur 10. igitur 1. cu.  $\bar{p}$ . 3.  $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  ce. æquatur 80. Accipe  $\frac{1}{2}$  numeri census quod est 1.  $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  & cuba, fit 2  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 7  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 9, dupla fit 5  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 28  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . minue ex 80. remanent 74  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 28  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . fac duas partes ex hoc ex quarum multiplicatione producatur quadratum 2  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . 7  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 9 &  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . cubæ talium partium detracto 1.  $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ . sunt valor rei cuius dimidium est pars minor, quia posuimus  $\frac{1}{2}$  co. esse valorem rei. Reliqua pars inuenitur iterando positionem facilius quam per multiplicationem.

Et si dixisset quod quadratum minoris

æquetur ductui aggregati earum in differentiam, & quod cubus aggregati earum esset 20. tunc scis quod aggregatum est  $\frac{1}{2}$  cu. 20. ex qua oportet facere duas partes quarum quadratum minoris sit æquale productioni  $\frac{1}{2}$  cu. 20. in differentiam, & licet solui possit eo modo, melius tamen soluitur per regulam de medio. Pone quod minor sit 1. maior sit 1. co. igitur quadratum minoris est 1. & productum aggregati in differentiam est 1. cen. m. 1. Igitur cum 1. cen. m. 1. sit æqualis 1. res valebit  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 2. Prima igitur est 1. co. secunda co.  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 2. iunge fit co.  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 2.  $\bar{p}$ . 1. & huius cubus est cubi  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 50.  $\bar{p}$ . 7. & hoc æquatur 20. Igitur res valet  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  cu.  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 20000. m. 140. & hæc est minor pars, alia erit  $\frac{1}{2}$  cu. 20. m.  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  cu.  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 20000. m. 140.

Trigesima tertia, Diuide 10. in duas partes quarum cubus vnus sit æqualis quadrato alterius. Hæc soluitur per positionem duplicatam, sed cum animaduersione nam eo quod cubus minoris æquatur quadrato maioris, sequitur vt cubus minoris partis & quadratum maioris sit vnum & idem. Igitur oportet inuenire denominationem habentem  $\frac{1}{2}$  quadratam & cubam, & hæc est 1. cu. cen. eius namque  $\frac{1}{2}$  quadrata est 1. cu. &  $\frac{1}{2}$  cu. est 1. cen. Igitur vides quod cubus de 1. cen. æquatur quadrato de 1. cu. igitur tales partes de 10. necessariò erunt 1. cu. & 1. cen. alicuius quantitatis, quia cubata minore quæ est 1. cen. & quadrata maiore quæ est 1. cu. prouenit idem quod est 1. cu. cen. Igitur dices quod 1. cu.  $\bar{p}$ . 1. cen. æquetur 10. eò quod 10. est diuisus in duas partes quarum vna est 1. cu. altera 1. cen. Quare per capitulum trigessimum secundum, cum 1. cu.  $\bar{p}$ . 1. cen. æquatur 10. res valet  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  cu.  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 24  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . m. l.  $\frac{1}{3}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$   $\bar{p}$ .  $\frac{1}{4}$  cu.  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 24  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . m. & ita patet solutio pulchræ quæstionis. Si autem velles habere dictas partes oporteret cubare & quadrare dictam quantitatem secundum præcepta vigesimi quinti capituli.

Ex hoc apparet quod cum 1. cu.  $\bar{p}$ . co. æquatur 1. cen.  $\bar{p}$ . numero, & fuerit dimidium numeri rerum  $\frac{1}{2}$  numeri tunc habebis 1. cu.  $\bar{p}$ . 1. cen. æqualia  $\frac{1}{2}$  illius numeri, & valor rei inuentus per hanc æquationem erit  $\frac{1}{2}$  quadrata valoris rei inueniendi per primam æquationem propositam. Exemplum, 1. cu.  $\bar{p}$ . 24. co. æquatur 1. cen.  $\bar{p}$ . 144. Dices igitur quia dimidium rerum (quod est 12) est  $\frac{1}{2}$   $\bar{p}$ . 144. numeri, quod 1. cu.  $\bar{p}$ . 1. cen. æquatur 12. dictæ  $\frac{1}{2}$  & valor rei est 2. in hac æquatione. Igitur cum hic valor sit  $\frac{1}{2}$  primi valoris, erit valor rei de 1. cu.  $\bar{p}$ . 24. co. æqualibus 1. cen.  $\bar{p}$ . 144. quadratū 2. quod est 4. & tantum valuit res.

Eodem



Eodem modo præcisè soluitur quæstio hæc : Fac de 10. duas partes quarum  $\mathcal{R}$ . cu. vnus sit æqualis  $\mathcal{R}$ . quadratæ alterius. Igitur  $\mathcal{R}$ . cubica & quadrata cum sint vna, erunt 1. co. Igitur partes erunt 1. cu. & 1. cen. igitur 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 1. ce. æquatur 10. & valor rei erit vt prius cuius cubus & census erunt partes quæstæ.

34 Trigesima quarta, Quidam dixit quantum dotis attulit Lucretia Ælij respondit ille, duc. 1000. plusquam haberet Ælius in facultatibus. Iterum interrogauit ille, quantum habuit Ælius in facultatibus. Respondit alius aurei facultatum Ælij quadrati sunt 20000.  $\mathcal{M}$ . quàm aurei dotis Lucretiæ quadrati, quæritur dos Lucretiæ & facultas Ælij. Scias quòd hæc est pulcherrima quæstio quia per negotiationem inueniri nequit ; ideo Mercator maximè in talibus hallucinatur, quia quantò plus operatur, tantò magis elongatur à quæsto: idèd pone quòd Ælius habeat  $\mathcal{M}$ . 1. co. igitur dos fuit 1000. duc.  $\mathcal{M}$ . 1. co. quia habuit Lucretia duc. 1000. dotis  $\mathcal{P}$ . facultatibus Ælij, quadra habebis  $\mathcal{P}$ . 1. cen. ex parte Ælij, quia  $\mathcal{M}$ . in  $\mathcal{M}$ . facit  $\mathcal{P}$ . & ex parte Lucretiæ 1000000.  $\mathcal{P}$ . 1. cen.  $\mathcal{M}$ . 2000. co. Detrahe censum Ælij ex censu dotis Lucretiæ, remanent 1000000.  $\mathcal{M}$ . 2000. co. æqualia 20000. Igitur detrahe 20000. ex 1000000. remanent 980000. duc. æquales 20000 co. quare res valet 490. & tantum habuit  $\mathcal{M}$ . Ælius in facultatibus suis, id est debiti sine aliquo capitali, detrahe 490. ex 1000. remanent 510. valor dotis, & tantum attulit Lucretia. Et si tales proponas Mercatoribus quæstiones, tunc agnoscunt errorem suum, & nota bene quòd quadratum  $\mathcal{M}$ . est  $\mathcal{P}$ . & cubus  $\mathcal{M}$ . est  $\mathcal{M}$ ; & ideo dixit alius, quantum attulit Iulia dotis? respondit ille duc. 40. plusquam Sergius habeat in facultatibus. Iterum interrogauit ille quantum habuit Sergius in facultatibus? respondit alius, cubus duc. Sergij est 17920. duc. minus cubo ducatorum dotis Iuliæ. Quæritur quantum habuit vnusquisque; Pone quòd Sergius habeat 1. co. minus, igitur Iulia habuit 40. duc. m. 1. co. Cuba partes, habebis 1. cu. m. & 64000.  $\mathcal{P}$ . 120. cen. m. 4800. co. m. 1. cu. detrahe m. 1. cu. facultatum Sergij ex m. 1. cu. dotis Iuliæ reliquantur 64000.  $\mathcal{P}$ . 120. cen. m. 4800. co. æqualia 17920. Igitur habebimus 46080.  $\mathcal{P}$ . 120. cen. æqualia 4800. co. quia eò quòd vna pars superabat alteram in 17920. igitur detracta parte & superatione detractione debet relinqui nihil. Igitur cum relinquuntur  $\mathcal{P}$ . & m. oportet vt partes  $\mathcal{P}$ . & m. æquiualeant ad hoc vt illud tale compositum sit nihil, reduc ad 1. cen. habebimus 384.  $\mathcal{P}$ . 1. cen. æqualia 40. co. quare res valebit 16. duc. & tantum habuit  $\mathcal{M}$ . Sergius sine aliquo capitali, detrahe 16. ex 40. remanet 24. duc. dos Iuliæ: vel potes dicere è contrà quòd Sergius habuit 24. duc. debiti, & Iulia 16. duc. attulit ei dotis, & verificatur in vtroque. Et similiter si dicat, inuenias numerum cuius 1. cu. æquatur 1. cen.  $\mathcal{P}$ . 20. co. & 1. cen. æquetur 4. co.  $\mathcal{P}$ . 32. Tunc scias quòd in

talibus si quæreres per  $\mathcal{P}$ . videbis impossibilitatem manifestam, sed dices conuertendo igitur 1. cen.  $\mathcal{P}$ . 4. co. æquatur 32. & 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 1. ce. æquatur 20. co. Igitur res valet 4. & ideo nota conuersionem capitulorum  $\mathcal{P}$ . & m. per subiecta illorum. Et si bene intellexeris hoc secretum, facies mirabilia. Et tu vides quòd si 1. cen. æquatur 4. co.  $\mathcal{P}$ . 32. res valet  $\mathcal{R}$ . 36.  $\mathcal{P}$ . 2. & si 1. cen.  $\mathcal{P}$ . 4. co. æquatur 32. res valet  $\mathcal{R}$ . 36. m. 2. Igitur proportio valoris vnus ad alterum est veluti binomij ad suum recensum. Et hoc nota,

Trigesima quinta, Fiscus Mediolani sumptus mutuo duc. 12000. ad 14. pro 100. ad rationem anni, ea conditione vt soluerentur, in 9. mensibus æqualiter quia assignationes sunt super vectigalibus à publicanis persoluendis singulo mense. Et hic qui dederit pecunias pactus est vt reciperet eas æqualiter singulo mense tantundem computatis redditibus, & quòd redditus capitalis esset simplex & non ad caput anni. Quærentur igitur duo, quot pecuniæ debent solui singulo mense, & pro quantum fuit pro 100. ista conuentio. Hæc & tales similes accidunt quotannis fermè Mediolani, vtinam non ita esset! & fuit re vera diebus proximè præteritis, & hoc modo est difficilis quæstio, & quidam conantur soluere per reductionem ad vnum terminum, & non est ita, nam esset in magnum damnum Fisci.

Propterea debes considerare quòd redditus singulo mense simplex est  $1\frac{1}{12}$  pro 100. quia est 14. pro 100. in anno. Igitur si 100. sit  $101\frac{1}{12}$  in mense, 600. fient 607. in mense. Et ex consequenti lucratur  $\frac{7}{600}$  capitalis. Quia igitur vsura nihil lucratur oportet vt tota solutio sit super capitale & vsura maneat in vltimo. Promerere igitur 600. ad menses vt vides non ponendo solutionem primi mensis, deinde accipe vltimum terminum qui est 600. m. 8. co. & ei iunge redditus 9. mensium qui sunt 63. m.  $\frac{21}{50}$  co. fiunt 663. m.  $8\frac{21}{50}$  co. æqualia 1. co. nam solutio vltimi mensis debet æquari aliis ex supposito, & in aliis soluit 1. co. igitur & in hoc vltimo mense soluet 1. co. & iam suppositum est quòd solueret residuum totum ex capitali & vsura, igitur tale residuum

| Menses,   | Capitale,      | Vsura,                     |
|---|----------------|----------------------------|
| 1.  | 600.           | 7.                         |
| 2.  | 600. m. 1. co. | 7. m. $\frac{7}{600}$ co.  |
| 3.  | 600. m. 2. co. | 7. m. $\frac{14}{600}$ co. |
| 4.  | 600. m. 3. co. | 7. m. $\frac{21}{600}$ co. |
| 5.  | 600. m. 4. co. | 7. m. $\frac{28}{600}$ co. |
| 6.  | 600. m. 5. co. | 7. m. $\frac{35}{600}$ co. |
| 7.  | 600. m. 6. co. | 7. m. $\frac{42}{600}$ co. |
| 8.  | 600. m. 7. co. | 7. m. $\frac{49}{600}$ co. |
| 9.  | 600. m. 8. co. | 7. m. $\frac{56}{600}$ co. |
| 600. m. 8. co. $\mathcal{P}$ . 63. m. $\frac{21}{50}$ co. |                |                            |
| Æqualia 1. co.  |                |                            |

æquatur 1. co. quod vt dixi erat 663. m.  $8\frac{21}{50}$  co. Igitur cum hoc æquetur 1. co. fient 663. æqualia  $9\frac{21}{50}$  co. quare diuide numerum



rum per le. co. exibat valor rei duc.  $70\frac{60}{157}$ .  
Et quia positum est quod essent ducat.  
12000. diuide 12000. per 600. exit 20.  
Multiplica 20. per duc.  $70\frac{60}{157}$  fit duc.  
 $1407\frac{101}{157}$ , & tantum debuit solui singulo  
mense, & qui solunt aliter, grauit er-  
rant & in damnum fisci. Si igitur vis sci-  
re quantum lucrantur, Primò multiplica so-  
lutionem per menses qui sunt 9. exit duc.  
 $12668\frac{114}{157}$ . Detrahe capitale, fit lucrum  
duc.  $668\frac{124}{157}$ . Et si vis scire quantum lucran-  
tur pro 100. diuide 12000. capitale per  
 $1407\frac{101}{157}$  solutionem vnus mensis, quod exit  
est numerus mensium in quo fit solutio ca-  
pitalis. Deinde reduc illos menses ad vnum  
terminum, & habebis in quanto tempore  
duc. 12000. lucrantur duc.  $668\frac{124}{157}$ . Dein-  
de fac per regulam 3.

Si verò velles pro regula hoc facere vi-  
de 12000. aureos, quot aureos lucrantur in  
nouem mensibus ad 14. pro 100. & inue-  
nies quòd lucrantur ducatos 1260. adde ad  
12000. fiunt 13260. Deinde accipe pro-  
gressionem de 8. qui est 1. m. numero  
mensium semper, & est 36. hanc multipli-  
ca per lucrum vnus mensis quod est 140.  
fit 5040. diuide per capitale quod est 12000.  
exit  $\frac{21}{50}$ , adde ad 9. numerum terminorum  
fit  $9\frac{11}{50}$ , diuide 13260. per  $9\frac{11}{50}$  quod exit est  
 $1407\frac{101}{157}$  solutio vnus mensis, quæ si multi-  
plicatur per 9. numerum mensium, habebis  
vt prius aggregatum lucri & capitalis, vn-  
de detracto capitali remanebit lucrum.

36 Trigesima sexta, Inuenias duos numeros  
quorum differentia sit 4. & cubi iuncti eo-  
rum sint 100. Pone semper 1. co. p. dimi-  
dio & m. dimidio numeri differentie, &  
habebis 1. co. p. 2. & 1. co. m. 2. & cuba  
vt vides, & iunge: habebis igitur 2. cu. p.  
24. co. æqualia 100. Quare sequere capi-

|                                   |
|-----------------------------------|
| 1. co. p. 2.                      |
| 1. cu. p. 12. co. p. 6. ce. p. 8. |
| 1. co. m. 2.                      |
| 1. cu. p. 12. co. m. 6. ce. m. 8. |
| 2. cu. p. 24. co. æqualia 100.    |

ulum, habebis valorem rei esse  $\mathcal{R}$ . v. cu.  
 $\mathcal{R}$ . 3012. p. 50. m.  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 3012. m.  
50. & hic est valor rei. Et quia posuimus  
vnum ex illis numeris 1. co. p. 2. & alium  
1. co. m. 2. addemus & detrahemus 2. à  
valore supradicto, & habebimus dictos nu-  
meros fore  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 3012. p. 50. m.  $\mathcal{R}$ .  
v. cu.  $\mathcal{R}$ . 3012. m. 50. p. l. 2. & hic est  
maior: & minor erit  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 3012.  
p. 50. m.  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . 3012. m. 50. m.  
l. 2.

Quòd si dixerit, Inuenias duos numeros  
quorum differentia sit 4. & cuborum diffe-  
rentia sit 100. similiter facies positionem,  
& cubabis vtramque partem, demum mi-  
nue minorem de maiore & relinquuntur  
12. cen. p. 16. æqualia 100. quare 84.  
æquatur 12. cen. & res valebit  $\mathcal{R}$ . 7. Et  
quia vt prius suppositum est quòd vnus  
numerosum sit 1. co. p. 2. alter 1. co. m. 2.  
habebimus illos numeros esse  $\mathcal{R}$ . 7. p. 2.

|                                   |
|-----------------------------------|
| 1. co. p. 2.                      |
| 1. cu. p. 12. co. p. 6. ce. p. 8. |
| 1. co. m. 2.                      |
| 1. cu. p. 12. co. m. 6. ce. m. 8. |
| 12. cen. p. 16.                   |

&  $\mathcal{R}$ . 7. m. 2. Quòd si dicat sunt duonũ  
meri quorum differentia est 8. & differen-  
tia cubi vnus à quadrato alterius fuit 100.  
quærentur numeri. Fac igitur primò de 8.  
duas partes quarum triplum quadrati vnus  
sit æquale duplo reliquæ partis, & hoc pro  
regula, & erit prima pars 1. co. secunda  
8. m. 1. co. Dupla 8. m. 1. co. fit 16. m. 2.  
co. quadra 1. co. fit 1. cen. tripla fit 3.  
cen. æqualia 16. m. 2. co. quare 1. ce. p.  
 $\frac{2}{3}$  co. æquantur  $5\frac{1}{3}$  & res valebit 2. Vna  
igitur pars est 2. alia 6. Fac igitur per po-  
sitionem incruciatam ponendo numerum  
primum 1. co. m. 2. & secundum 1. co. p.  
6. quorum differentia est 8. cuba minorem  
& quadra maiorem, deinde detrahe, habe-  
bis tandem 1. cu. m. 7. cen. m. 44. æqua-  
lia 100. Quare 1. cu. æquatur 7. cen. p.  
144. Cuba  $2\frac{1}{3}$  tertiam partem censuum,  
habebis  $12\frac{19}{27}$ , dupla fit  $25\frac{1}{27}$ , adde ad 144.  
fit  $169\frac{11}{27}$ . Quadra  $12\frac{19}{27}$  fit  $161\frac{280}{729}$ , diuide

|                                      |
|--------------------------------------|
| 1. co. m. 2.                         |
| 1. cu. p. 12. co. m. 6. ce. m. 8.    |
| 1. co. p. 6.                         |
| 1. ce. p. 12. co. p. 36.             |
| 1. cu. m. 7. ce. m. 44. æqualia 100. |

$169\frac{11}{27}$  in duas partes, ex quarum multipli-  
catione fiant  $161\frac{280}{729}$  & erunt partes  $84\frac{19}{27}$  p.  
 $\mathcal{R}$ .  $7013\frac{1}{3}$  &  $84\frac{19}{27}$  m.  $\mathcal{R}$ .  $7013\frac{1}{3}$ . Igitur  
valor rei est  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $84\frac{19}{27}$  p.  $\mathcal{R}$ .  $7013\frac{1}{3}$  p.  
l.  $2\frac{1}{3}$  p.  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $84\frac{19}{27}$  m.  $\mathcal{R}$ .  $7013\frac{1}{3}$  quia  
igitur partes sunt vna 1. co. m. 2. & est illa  
quæ cubatur, & alia 1. co. p. 6. illa quæ  
quadratur erunt partes vt vides,

Prima,  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $84\frac{19}{27}$  p.  $\mathcal{R}$ .  $7013\frac{1}{3}$  p. l.  $\frac{1}{3}$   
p.  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $84\frac{19}{27}$  m.  $\mathcal{R}$ .  $7013\frac{1}{3}$ .  
Secunda,  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $84\frac{19}{27}$  p.  $\mathcal{R}$ .  $7013\frac{1}{3}$  p. l.  
 $8\frac{1}{3}$  p.  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $84\frac{19}{27}$  m.  $\mathcal{R}$ .  $7013\frac{1}{3}$ .

Si verò dicat quod inuenias duos nume-  
ros quorum differentia sit 8. & cubus vnus  
cum quadrato alterius faciat 100. tunc fa-  
cies præcisè vt in præcedente pro inuenien-  
da positione & erunt partes 2. & 6. vt prius,  
in positione verò pones 1. co. p. 2. cuban-  
dam & 1. co. m. 6. quadrandam. Quare  
quadra 1. co. m. 6. fit 1. cen. m. 12. co.  
p. 36. cuba 1. co. p. 2. fit 1. cu. p. 12. co.  
p. 6. cen. p. 8. iunge simul fiunt 1. cu. p.  
7. cen. p. 44. æqualia 100. Quare 1. cu. p.  
7. cen. æquabitur 56. Sequere æquatio-  
nem cubando  $2\frac{1}{3}$  fit  $12\frac{19}{27}$ , dupla fit  
 $25\frac{1}{27}$ , detrahe ex 56. remanent  $30\frac{16}{27}$ , qua-  
dra  $12\frac{19}{27}$  fit  $161\frac{280}{729}$ , fac ex  $30\frac{16}{27}$  duas partes  
ex quarum multiplicatione producat  
 $161\frac{280}{729}$  & erunt partes  $15\frac{2}{27}$  p.  $\mathcal{R}$ .  $72\frac{16}{27}$  &  
 $15\frac{2}{27}$  m.  $\mathcal{R}$ .  $72\frac{16}{27}$ , & ideo valor rei erit  $\mathcal{R}$ .  
v. cu.  $15\frac{2}{27}$  p.  $\mathcal{R}$ .  $72\frac{16}{27}$  m. l.  $2\frac{1}{3}$  p.  $\mathcal{R}$ . v.  
cu.



|                                   |
|-----------------------------------|
| 1. co. p. 2.                      |
| 1. co. m. 6.                      |
| 1. cu. p. 12. co. p. 6. ce. p. 8. |
| 1. ce. m. 12. co. p. 36.          |
| 1. cu. p. 7. cen. p. 44.          |
| æqualia 100.                      |

cu.  $15\frac{8}{27}$  m.  $72\frac{16}{27}$ . Et quia primus numerus cubandus est 1. co. p. 2. & secundus numerus quadrandus 1. co. m. 6. erit primus numerus  $72\frac{16}{27}$  p.  $72\frac{16}{27}$  m.  $1\frac{1}{3}$  p.  $72\frac{16}{27}$  v. cu.  $15\frac{8}{27}$  m.  $72\frac{16}{27}$  & secundus numerus erit  $72\frac{16}{27}$  p.  $72\frac{16}{27}$  m.  $1\frac{1}{3}$  p.  $72\frac{16}{27}$  v. cu.  $15\frac{8}{27}$  m.  $72\frac{16}{27}$  & patet quod hæc quantitas est per m. vt in questione trigesima quarta dictum est. Quod si velles per p. oporteret vt æquauisses dictum cubum cum quadrato magno numero vt-pote 1000.

Si verò dicat, fac de 4. duas partes quarum cubus vnus cum quadrato alterius faciat 30. dico quod hæc est posita in trigesima regula, & soluitur alio modo quàm ibi. Fac igitur duas partes de 4. quarum duplum vnus sit æquale triplo quadrati alterius, & erunt partes  $1\frac{1}{3}$  &  $2\frac{2}{3}$ . Pone igitur vnam quantitatem  $2\frac{2}{3}$  m. 1. co. & aliam  $1\frac{1}{3}$  p. 1. co. manifestum est quod hæc iunctæ faciunt 4. Cuba partem minoris numeri, & & quadra partem maioris numeri, deinde iunge vt vides. Habebis igitur  $9\frac{13}{27}$  p. 5. cen. p. 1. cu. æqualia 30. Quare 1. cu. p.

|  |
|--|
| $1\frac{1}{3}$ p. 1. co.                                 |
| $2\frac{2}{3}$ p. 4. ce. p. $5\frac{1}{3}$ co. p. 1. cu. |
| $2\frac{2}{3}$ m. 1. co.                                 |
| $7\frac{1}{9}$ p. 1. cen. m. $5\frac{1}{3}$ co.          |
| $9\frac{13}{27}$ p. 5. cen. p. 1. cu.                    |
| æqualia 30.  |

5. cen. æquabitur  $20\frac{14}{27}$ . Cuba  $\frac{1}{3}$  censuum fit  $4\frac{17}{27}$ , dupla fit  $9\frac{14}{27}$ , detrahe ex  $20\frac{14}{27}$  remanent  $11\frac{2}{27}$ , fac ex  $11\frac{2}{27}$  duas partes quarum productum vnus in alteram faciat quadratum  $4\frac{17}{27}$  quod est  $21\frac{316}{729}$  & habebis partes  $5\frac{17}{27}$  p.  $10\frac{7}{27}$  &  $5\frac{17}{27}$  m.  $10\frac{7}{27}$ . Harum igitur cubicæ iunctæ (detrahta tertia parte censuum) erunt valor rei. Igitur res valet  $72\frac{16}{27}$  v. cu.  $15\frac{8}{27}$  p.  $10\frac{7}{27}$  m.  $1\frac{1}{3}$  p.  $72\frac{16}{27}$  v. cu.  $15\frac{8}{27}$  m.  $10\frac{7}{27}$  igitur cum numeri dicti sint  $1\frac{1}{3}$  p. 1. co. &  $2\frac{2}{3}$  m. 1. co. erunt primus  $72\frac{16}{27}$  v. cu.  $15\frac{8}{27}$  p.  $10\frac{7}{27}$  m.  $1\frac{1}{3}$  p.  $72\frac{16}{27}$  v. cu.  $15\frac{8}{27}$  m.  $10\frac{7}{27}$ , & secundus erit  $4\frac{17}{27}$  m.  $72\frac{16}{27}$  v. cu.  $15\frac{8}{27}$  p.  $10\frac{7}{27}$  m.  $72\frac{16}{27}$  v. cu.  $15\frac{8}{27}$  m.  $10\frac{7}{27}$  vt prius.

37 Trigesima septima, Sit trigonusa b c, cuius angulus a sit rectus, & a b & a c iuncta sint 12. & basis b c si 6. p. kateto a d, quaruntur latera. Per quartam secundi Euclidis, quadratum aggregati ex a b & a c, quod est 144. ex supposito æquatur quadra a b & a c, & duplo a b in a c, sed quadrata a b & a c æquantur quadrato b c per quadragesimam sextam primi Euclidis, & duplum eius quod fit ex a c in a b æquatur du-

plo eius quod fit ex a d in b c per octauam sexti eiusdem. Igitur quadratum b c cum duplo eius quod fit ex a d in b c æquatur



144. pone igitur a d 1. co. erit b c 1. co. p. 6. ex supposito. Quadra b c fit 1. ce. p. 12. co. p. 36. multiplica a d in b c fit 1. ce. p. 6. co. duplica fit 2. ce. p. 12. co. adde cum quadrato b c habebis 3. ce. p. 24. co. p. 36. æqualia 144. Quare 1. cen. p. 8. co. æquabitur 36. Igitur res valet  $72\frac{16}{27}$  m. 4. & tanta est a d, & b c erit  $72\frac{16}{27}$  p. 2. Pro inueniendo igitur partes, tu scis quod quadratum b c æquatur quadratis a b & a c, quadra igitur b c fit 56. p.  $832\frac{16}{27}$ . fac de 12. duas partes quarum quadrata iuncta faciant 56. p.  $832\frac{16}{27}$ . per algebra ponendo 6. p. 1. co. & 6. m. 1. co. horum quadrata iuncta sunt 72. p. 2. cen. & hæc æquatur 56. p.  $832\frac{16}{27}$ . igitur 1. cen. æquatur  $72\frac{16}{27}$  m. 8. Igitur res valet  $72\frac{16}{27}$  v.  $208\frac{16}{27}$  m. 8. & quia a c maior pars qualiscumque sit supponitur 6. p. 1. co. & a b 6. m. 1. co. erit a c 6. p.  $208\frac{16}{27}$  m. 8. & a b erit  $72\frac{16}{27}$  v.  $208\frac{16}{27}$  m. 8. Et nota circa hoc quod dantur limites superationis b c super a d, nam b c non potest esse maior a d, in plusquam 12. quod est aggregatum a b & a c, nec potest talis superatio esse minor  $72\frac{16}{27}$  m. 8. quæ est  $72\frac{16}{27}$  quadrati aggregati a b & a c quod est 144. & hoc est vniuersale in omnibus quod excessus non potest esse maior aggregato laterum, nec minor  $72\frac{16}{27}$  quadrati aggregati laterum.

Trigesima octaua, Fac de 6. duas partes 38 quarum multiplicatio vnus in alteram faciat 16. Tu debes diuidere 6. fit 3. quadra fit 9. aufer 16. fit 7. m. huius  $72\frac{16}{27}$ . adde & minue à 3. fiunt partes 3. p.  $72\frac{16}{27}$  m. 7. & 3.

|                               |
|-------------------------------|
| 3. p. $72\frac{16}{27}$ m. 7. |
| 3. m. $72\frac{16}{27}$ m. 7. |
| 9. m. m. 7. quod est 16.      |

m.  $72\frac{16}{27}$  m. 7. Multiplica igitur 3. p.  $72\frac{16}{27}$  m. 7. in 3. m.  $72\frac{16}{27}$  m. 7. fit 9. m. m. 7. sed m. m. 7. est p. 7. Igitur ex tali multiplicatione fit 16. quod autem tales numeri tantum faciant 6. patet, quia p.  $72\frac{16}{27}$  m. 7. & m.  $72\frac{16}{27}$  m. 7. nihil faciunt vt patet. Quod etiam m. m. 7. fit p. 7. patet, nam m. in m. facit p. item quia minuere vnam diminutionem est addere, ponatur igitur tota a b dimi-



nuta a c, si igitur minuas illud m. vel auferas ex a b remanebit a b in sua integritate, abstulisti enim quod minuebat: & etiam quod si minuas vnum p. relinquitur tantò minus



minus quantum est illud quod diminuisti. Igitur si diminuis vnum m. tantundem addes. Et si dicas quodd hoc est contra quintam secundi Euclidis, dico quodd qui hoc dicit, non intelligit verè Euclidem, & eius imaginatio est supra intellectum, istud tamen verum est quod tales æquationes requirunt intellectum subtilissimum & sunt quasi entia rationis.

Quod si dicat fac ex 6. duas partes ex quarum multiplicatione vnus in alteram fiat 20. tunc eadem ratione dices quodd valor rei est 3. m. r. m. 11. & 3. p. r. m. 11. Differt hæc à præcedente quia r. 11. est maior 3. nec talis æquatio potest conuerti dicendo quodd sit r. 11. p. 3. & r. 11. m. 3. Primò quia faciunt r. 44. & etiam quia multiplicatæ faciunt 2. & non 20. Et nota quodd r. p. 9. est 3. p. vel 3. m. nam p. & m. in m. faciunt p. Igitur r. m. 9. non est 3. p. nec m. sed quædam tertia natura abscondita.

Quodd si dicat, fac de 6. duas partes, quarum quadrata iuncta faciant 116. habebis ex trigesima quinta regula quinquagesimi primi capituli practicæ per hunc modum partes 10. p. & 4. m. hæc iuncta faciunt 6. & eorum quadrata sunt 116. quia m. in m. facit p.

Quodd si dicat, fac de 6. duas partes ex quarum multiplicatione fiant 40. m. & tunc hæc sit eodem modo quasi dicas inuenias duos numeros quorum differentia sit 6. & multiplicatio vnus in alterum faciat 40. operando igitur quadra 3. dimidium 6. sit 9. adde ad 40. sit 49. accipe r. quæ est 7. eam adde & minue ad 3. dimidium numeri diuidendi, sunt partes 10. p. & 4. m. quæ iunctæ faciunt 6. & ex multiplicatione vnus in alterum sit 40. m.

Quodd si dicat, fac ex 6. duas partes quarum quadrata iuncta faciant 40. m. quadra 3. dimidium 6. sit 9. auferex 20. m. dimidio producendi, sit 29. m. accipe r. quæ est r. m. 29. eam adde & minue à 3. fient partes 3. p. r. m. 29. & 3. m. r. m. 29. quadra 3. p. r. m. 29. sit 9. m. 29. p. r. m. 1044. quadra 3. m. r. m. 29. sit 9. m. 29. m. r. m. 1044. iunge simul hæc, fiant m. 40. præcisè & tales numeri aggregant 6.

Ex hoc patet complementum capitulorum omnium cubi æqualis rebus & numero, & cubi & censuum æqualium numero, & cubi & numeri æqualium rebus & censibus. Si igitur quis dicat 1. cu. æquatur 9. co. p. 6. cuba 3. tertiam partem rerum sit 27. fac de 6. duas partes ex quarum multiplicatione vnus in alteram fiat 27. & erunt partes 3. p. r. m. 18. & 3. m. r. m. 18. Igitur r. cubicæ horum iunctæ sunt valor rei, videlicet r. v. cu. 3. p. r. m. 18. p. r. v. cu. 3. m. r. m. 18. Proba & inuenies.

Et similiter si dicat, 1. cu. p. 6. cen. æquatur 12. cuba 2. tertiam partem censuum sit 8. dupla sit 16. detrahe ex 12. sit 4. m. fac ex 4. m. duas partes ex quarum multiplicatione vnus in alteram fiat 64. census cubi de 2. tertiæ partis censuum. Quadra igitur 2. m. sit 4. p. detrahe 64. ex 4.

Tom. IV.

remanent 60. m. accipe r. & eam adde & minue à dimidio residui habebis valorem rei m. 2. p. r. m. 60. & m. 2. m. r. m. 60. Horum igitur r. cubicæ iunctæ dempta tertia parte censuum faciunt valorem rei hunc r. v. cu. m. 2. p. r. m. 60. p. r. v. cu. m. 2. m. r. m. 60. m. l. 2.

Et ex hoc soluitur talis quæstio, Inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta sint 10. & cubi iuncti sint 30. hæc enim peruenit ad capitulum cubi & numeri æqualium rebus. Ponemus igitur quodd aggregatum talium numerorum sit 1. co. fac de 1. co. duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10. per trigessimam quintam regulam quinquagesimi primi capituli, & erunt partes  $\frac{1}{2}$  co. p. r. v. 5. m.  $\frac{1}{4}$  cen. &  $\frac{1}{2}$  co. m. r. v. 5. m.  $\frac{1}{4}$  cen. Horum cubi sunt vt vides quia in cubatione duæ partes quæ sunt à dextra nihil faciunt quia in vna sunt p. in alia m.

|              |   |
|--------------|---|
| Prima pars   | $\frac{1}{2}$ co. p. r. v. 5. m. $\frac{1}{4}$ cen.           |
| Secunda pars | $\frac{1}{2}$ co. m. r. v. 5. m. $\frac{1}{4}$ cen.           |
|              | $\frac{1}{8}$ cu. p. 7 $\frac{1}{2}$ co. m. $\frac{3}{8}$ cu. |
|              | $\frac{1}{2}$ cu. p. 7 $\frac{1}{2}$ co. m. $\frac{3}{8}$ cu. |
|              | 15. co. m. $\frac{1}{2}$ cu. æqualia 30.                      |
|              | 30. co. æquales 1. cu. p. 60.                                 |

quare per trigessimum sextum capitulum dices 1. cu. æquatur 30. co. p. 60. quare ex suo capitulo & hac regula valor rei est r. v. cu. 30. p. r. m. 100. p. r. v. cu. 30. m. r. m. 100. Hanc igitur r. diuide per æqualia sit r. v. cu. 3  $\frac{3}{4}$  p. r. m. 1  $\frac{9}{16}$  p. r. v. cu. 3  $\frac{3}{4}$  m. r. m. 1  $\frac{9}{16}$ , hoc totum quadra sit r. v. cu. 12  $\frac{1}{2}$  p. r. m. 87  $\frac{57}{64}$  p. r. v. cu. 12  $\frac{1}{2}$  m. r. m. 87  $\frac{57}{64}$  p. l. 5. hoc totum tripla fiet r. v. cu. 337  $\frac{1}{2}$  p. r. m. 63900  $\frac{18}{25}$  p. r. v. cu. 337  $\frac{1}{2}$  m. r. m. 63900  $\frac{18}{25}$  p. l. 15. hoc totum auferes ex 30. numero rerum, remanebunt 15. m. r. v. cu. 337  $\frac{1}{2}$  p. r. m. 63900  $\frac{18}{25}$  m. r. v. cu. 337  $\frac{1}{2}$  m. r. m. 63900  $\frac{18}{25}$ . Huius igitur totius r. addita vel diminuta à dimidio primi valoris (quod fuit r. v. cu. 3  $\frac{3}{4}$  p. r. m. 1  $\frac{9}{16}$  p. r. v. cu. 3  $\frac{3}{4}$  m. r. m. 1  $\frac{9}{16}$ ) ostendit valorem rei. Erit igitur valor rei r. v. cu. 3  $\frac{3}{4}$  p. r. m. 1  $\frac{9}{16}$  p. r. v. cu. 3  $\frac{3}{4}$  m. r. m. 1  $\frac{9}{16}$  p. r. v. huius totius 15. m. r. v. cu. 337  $\frac{1}{2}$  p. r. m. 63900  $\frac{18}{25}$  m. r. v. cu. 337  $\frac{1}{2}$  m. r. m. 63900  $\frac{18}{25}$ . Si igitur de hoc toto feceris duas partes, quarum quadrata iuncta sint 10. per trigessimam quintam regulam quinquagesimi primi capituli, habebis illas partes esse numeros quæstos quorum quadrata iuncta sint 10. & cubi iuncti sint 30.

Et similiter poteris eodem modo perficere capitulum cubi & numeri æqualium censibus. Nota tamen, quodd dantur solutiones particulares in aliquibus casibus veluti si dicat inuenias duos numeros quorum quadrata iuncta sint 12. & cubi iuncti 40. peruenies eodem modo ad 1. cu. p. 80. æqualia 36. co. quare ex regula capituli particularis cubi & numeri æqualium rebus numeri illi erunt 2. p. r. 2. & 2. m. r. 2.

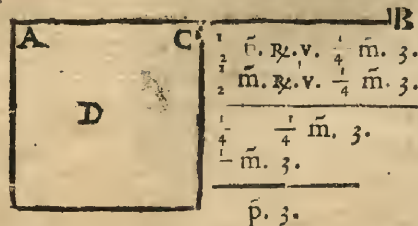
Et vt habeas verum intellectum horum

Ii

&



& demonstrationem simul. Ponamus quod aliquis dicat diuide 1. in duas partes, quarum multiplicatione fiat triplum. Tunc ponemus lineam a b esse 1. & accipiemus a c dimidium cuius quadratum d. & ab eo auferemus triplum a b cū quod volumus productionem tripli, residuū igitur superfi-



ciei si aliquid maneret r. addita & diminuta ex a c ostendit partes ex quinta secundi Elementorum. Quia vero supponitur illud residuum esse m. erit igitur residuum  $\frac{1}{4}$  quadrati a b quod est d minus triplo a b quod supponitur vnitas igitur erit vt partes sint  $\frac{1}{2}$  p. r. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati m. 3. &  $\frac{1}{2}$  m. r. v.  $\frac{1}{4}$  quadrati m. 3. Cū igitur duxeris vnā in aliam, quia incrucesiones cadunt, habebis productum p. esse  $\frac{1}{4}$  quadrati a b, & productum m. esse  $\frac{1}{4}$  eiusdem naturæ, videlicet eiusdem quadrati m. 3. pro numero. Aufer igitur  $\frac{1}{4}$  m. 3. ex  $\frac{1}{4}$  quia m. detractum facit p. &  $\frac{1}{4}$  ex  $\frac{1}{4}$  eiusdem naturæ detractum nihil facit, relinquetur p. 3. Igitur manifestum est quod ex his partibus producit p. 3. Ex hoc apparet quod conuenientius est dicere valorem partium esse  $\frac{1}{2}$  p. r. v.  $\frac{1}{4}$  cen. m. 3. &  $\frac{1}{2}$  m. r. v.  $\frac{1}{4}$  cen. m. 3. & ideo hæc æquatio seruit vnitati in generali prout est communis omni numero, nec ex hoc sequitur aliquod inconueniens. Cū autem supponis quod  $\frac{1}{4}$  sit eiusdem naturæ cum  $\frac{1}{2}$  & cum 3. potes dicere conuenienter quod partes sunt  $\frac{1}{2}$  p. r. m.  $\frac{2}{4}$ , &  $\frac{1}{2}$  m. r.  $\frac{2}{4}$  in æquationibus igitur dices ponendo quod valor rei sit 1. co. quod si 1. cu. æquatur 9. co. p. 6. quod posito 6. numero cuiusdam rei ignotæ sue de la co. & 9. numero quantitatis surdæ, quod res valebit r. v. cu. 3. co. p. r. v. 9. cen. m. 27. cu. quantitatis p. r. v. cu. 3. co. m. r. v. 9. cen. m. 27. cu. quantitatis surdæ. Triplum igitur huius si ab eo addatur & minuatur r. nonupli census diminuto 27<sup>lo</sup> cubi proportionati ad valorem rei sicut est valor rei ad vnitatem si horum capiantur r. cubæ, ipsæ sunt valor rei.

39 Trigesima nona quæstio promiscua, Si quis dicat inuenias tres numeros continuè proportionales quorum primus & secundus æquetur tertio, & similiter quadratum primi & secundi iuncta æquentur aggregato primi & secundi, operate per positionem collectam, habebis quantitates vt vides. Fac de 10. duas partes

|   |  |
|---|--|
| quarum quadratum vnus cum r. alterius faciat 10. dices igitur illæ partes sunt r. vna | Prima $\frac{1}{2}$ p. r. $\frac{1}{10}$   |
|   | Secunda $\frac{1}{2}$ p. r. $\frac{9}{10}$ |
|   | Tertia 1. p. r. $\frac{4}{5}$              |

alterius. Igitur 1. cen. p. 1. co. æquatur 10. & valor rei est r. 10  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$ , & alia pars est 10  $\frac{3}{4}$  m. r. 10  $\frac{1}{4}$ .

Inuenias tres numeros continuè propor-

tionales quorum primus cum secundo æquentur tertio, & tertius sit r. quadrata cubi secundi numeri. Pones mediam 1. co. & tertia erit r. 1. cu. quare per regulam trium prima erit r. 1. co. habebis igitur 1. co. p. r.

|          |  |
|----------|--|
| Primus   | r. v. 1 $\frac{1}{2}$ p. r. 1 $\frac{1}{4}$  |
| Secundus | 1 $\frac{1}{2}$ p. r. 1 $\frac{1}{4}$  |
| Tertius  | 1 $\frac{1}{2}$ p. r. 1 $\frac{1}{4}$ p. r. v. 1 $\frac{1}{2}$ p. r. 1 $\frac{1}{4}$ |

1. co. æqualia r. 1. cu. Quare in talibus pone r. ab vna parte, habebis r. 1. cu. m. r. 1. co. æqualia 1. co. quare quadrando partes habebis numeros vt vides.

Diuide 10. in duas partes tales, quod maior diminutis duabus suis r. æquetur minori additis duabus suis r. Vel dicas, Diuisi 10. in duas partes quarum maior additis duabus r. minoris æquatur minori additis duabus r. maioris. Dico in vtraque pones vnā partem 5. p. 1. co. & aliam 5. m. 1. co. quare detracta vna ab altera sient 2. co. æquales r. v. 20. p. 4. co. p. r. v. 20. m. 4. co. Vel per viam recisi quadrando igitur partes peruenies ad æquationem ce. ce. & cen. & est secretum. Hanc inueni in libro magno ex carta in banco primo Bibliothecæ S. Antonij Venetiis, à quo libro abasus fuit titulus auctoris, & fuit factus vt testatur de anno 1202. & sunt in eo paucae operationes non difficiles per manum tractis Lucæ in margine explicatæ, & sunt pleraque ibi fere quæ sunt in libro fratris Lucæ vt videatur frater Lucas qui posterior fuit annis ferme 300. totum librum transferipisse. Et in eo libro est nomen auctoris libri qui dicitur Algebra, & vocabatur Mahomet; & post inueni in libro alio quod vocabatur Mahomet filius Moisi. Quod autem dixerim esse secretum patet nam in secunda harum peruenies ad 4. cen. æqualia 40. m. r. v. 1600. m. 64. cen. quare conuertendo fieret 40. m. 4. cen. æqualia r. v. 1600. m. 64. cen. Hæc autem æquatio perducit ad 1. cen. æquale 16. & tamen æquatio falsa est, nam partes essent 9. & 1. Ideo scias quod hoc est ex ordine numerorum quadratorum integrorum quorum initium proportionis differentiæ ad differentiā r. est a tripla, nec potest deduci ad duplam, nec inueniri in datis terminis minor, vnde 10. non potest diuidi in duas partes quarum differentia sit tripla ad differentiā r. partium quia differentia 9. ab 1. est quadrupla differentiæ r. ideo potest diuidi in omnem triplā maiorem in infinitū. Et hoc accidit quia quando celsus, æquatur alicui numero diminuta radice censuum tunc est in capitulo cen. & numeri æqualium rebus in quo cadit r. m. numeri.

Quod si dicat, inuenias tres numeros continuè proportionales quorum productū primi in secundum æquetur primo vel secundo vel tertio vel aggregato ex duobus illorum vel omnibus dico potes ponere primū numerum ad libitum, & secundum 1. co. veluti primus sit 4. secundus 1. co. tertius erit  $\frac{1}{4}$  cen. quare si voluerimus æquationem ad aggregatum habebimus 4. co. æquales  $\frac{1}{4}$  cen. p. 1. co. p. 4. quare 12. co. æquabuntur 1. cen. p. 16. & res valebit 6. p. r. 20. v. 16. m.







semper debes dicere igitur 1. cu. p. cen. 32. 10. & est 32. numeri censuum alterius numeri propositi æquabitur 32. 490. qui 490. producit ex quadrato numeri æquationis (qui fuit 7.) in numerum censuum propositorum alterius quantitatis qui fuit 10. Dices igitur si 1. cu. alicuius numeri æquatur 10. cen. alterius numeri, & illi numeri iuncti faciunt 7. igitur 1. cu. p. cen. 32. 10. æquabitur 32. 490. quare res est in capitulo & valor rei est 32. quadrata numeri illius cuius cubus æquatur 10. cen. alterius. Potest etiam solui hoc modo facilius, sed non elicitur regula quam posui. Cum proportio 6. ad a sit veluti quadrati a ad quadratum

|        |                   |                    |   |
|--------|-------------------|--------------------|---|
| 6      | d                 | a                  | c |
| 1. co. | $\frac{1}{6}$ ce. | $\frac{1}{36}$ cu. |   |

c & proportio quadrati a ad c est duplicata ad proportionem a ad c, erit proportio 6. ad a duplicata ad proportionem a ad c, quare interpolito d inter 6. & a erunt 6. d a c continue proportionales. Ponatur igitur d 1. co. erit a  $\frac{1}{6}$  cen. & c  $\frac{1}{36}$  cu. quare cum a & c æquetur 6. igitur  $\frac{1}{36}$  cu. p.  $\frac{1}{6}$  cen. æquantur 6. quare 1. cu. p. 6. cen. æquantur 216. Sequere æquationem, habebis valorem rei 32. v. cu. 100. p. 32. 9992. p. 32. v. cu. 100. m. 32. 9992. m. l. 2. & hic est valor d. Et quia a est  $\frac{1}{6}$  ce. ipsius d, quadrabimus hoc trinomium, & illius accipiemus sextam partem, & hæc erit maior pars, qua detracta ex 6. relinquitur minor. Quod autem a & c æquetur 6. nihil refert, posses enim dicere diuide 6. in duas partes, quarum quadratum minoris & quadratum maioris, & maior multiplicata per 10. vel per 3. sint continue proportionalia. Vides quod loco 6. poneres 10. vel 3. sed in æquatione post modum a & c siue partes cubi & censuum æquabuntur 6. vt etiam in alia solutione patuit. Idem regula est generalissima ex qua innumeræ aliæ regulæ etiam longè difficiliore elici possunt, has non pono quia non comprehenderentur in decem libris similibus libro fratris Luca, & qui intelligit fundamenta artis, cognoscit quod ego dico veritatem, nam etiam ex quæstione trigesima elicitur capitulum vniuersalissimum cubi censuum, rerum & numeri per viam reuersionis vt patet intuenti.

40 Quadragesima, Nauis quædam ventis vrgentibus in perditionem per plures dies ac incertum æquor vincta in pelago quiescente tempestate ignorans vbi sit: reditum postulat quæritur quibus ventis dirigi debeas, quantumve à destinato loco recesserit: id autem scire facile licebit si prius locum vbi est cognouerimus. Hanc mihi Baptista de Ponte vigo proposuit ac solui cum per horam ferme hæsitassem, visaque est mihi responsio utilis & ad alia & à præceptis Ptolomei non abhorrens, vbi de me-

theoroscopio instrumento differit. Obserua igitur, quando luna in meridiani capsula siue magnetis lineam inciderit cum armillis aut metheoroscopio ipsius locum per distantiam à sole aut stella aliqua noti loci, per altitudinem etiam solis aut stellæ cognita horam & minutum temporis à meridie supputa. Dixi autem ad meridianum capsula quia facile ille habetur, & iuxta zodiacum propter incruciationem sub æquinoctiali parum differt à vero meridiano, quo cognito diligentissime supputa ad eandem horam lunæ locum cum tabulis & motum in hora, detrahæque locum inuentum per tabulas à loco inuento per instrumentum, si prior minor fuerit, aut è contrà si maior, & differentiam loci vide in quanto tempore luna perambulat ex motu lunæ in hora, & colliges tempus differentie cui pro vnaquaque hora adde gradus 15. & pro vnoquoque minuto horum 15. minuta distantie & colliges differentiam longitudinis loci in quo es à loco tuo secundum quem supputasti locum lunæ ex tabulis, hanc differentiam adde longitudini loci tui patrii si locus lunæ ex tabulis maior fuerit eo qui per instrumentum conspicitur, aut minue si locus lunæ loci incogniti per instrumentum habitus locum lunæ ex tabulis patrium superauerit, quo facto habes verum locum longitudinis loci in quo es. Deinde sume altitudinem solis in meridie cui adde declinationem loci solis si sol fuerit à libra ad pisces, aut minue si fuerit ab ariete ad virginem, & quod conflatur minue de 90 habebis residuum elevationem poli supra horizontem. Cum metheoroscopio igitur signabis verum locum longitudinis & altitudinis loci in quo es, similiter & loci ad quem reuerti destinās, & superinducto circulo magno habebis differentiam graduum & minutorum loci in quo es à loco ad quem reuerti vis: dando autem singulis gradibus miliaria 62  $\frac{1}{2}$  & cuilibet minuto miliare vnū habebis distantiam. Deinde abiicies nonam partem graduum quia capsula (quam vulgariè busolum vocant) circulum in 320. partes diuisum habet, nam 16. ventis constat principalibus, quilibet quatuor habet quartas, vnicuique quartæ quinque puncta distribuuntur ex quo consurgunt partes in circuitu 320. relinquitur igitur partes inseruientes capsula vel cartæ maritimæ ex quo inuentis locis tuis secundum veritatē vel æstimationem habebis lineam venti cum quo regredi debes, vnde etiam carta geographica vniuersiorbis sine obseruatione eclipsium quæ rara & difficilis est diligentissime & cum maxima facilitate ab vno posset instaurari, cum ratio eclipsidis innumeros obseruatores & peritos requirat. Exemplo non vtor cum facilis res sit his qui instituta nostra geographiæ perlegerint.





# D E

## REGVLA ALIZA

### LIBELLVS.

#### CAPVT PRIMVM.

*De suppositis ac modis.*



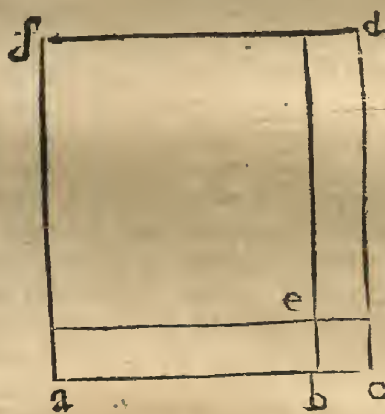
VM iam in Arte Magna demonstrauerimus omnia capitula conuer-  
ti, modò duo principa-  
lia, nec iam ex conuer-  
sione, inuenta generalia  
fuerint, manifestum est  
inuento alio capitulo generali, præter capi-  
tula cubi, & rerum æqualium numero, &  
cubi æqualis quadratis & numero, quod ex  
priori per conuersionem deducitur, & si ge-  
nerale sit, omnia capitula seu ex tribus, seu  
ex quatuor nominibus, generaliter non so-  
lùm cognita esse, sed & demonstrata; modo  
hoc ipsum demonstratione inuentum sit. At  
verò faciliora inuentu sunt, quæ ex tribus  
nominibus constant, quàm quæ ex qua-  
tuor, non solùm quia hæc pluribus partibus  
constent, sed quoniam hæc per illa habeantur.  
Horum autem quæ tribus nominibus  
constant facillimum est capitulum cubi  
æqualis rebus & numero, cuius pars iam  
maxima ex prima regula habetur, & quod  
secundùm rationem capituli iam inuenti se  
habet: & etiam quod ex illo in alia non  
contra conuersionem ostenderimus. Ho-  
rum omnium causa de illo agemus.

In capitulo igitur Cubi æqualis rebus &  
numero, duo proponuntur speciatim, nu-  
merus æquationis, numerus etiam rerum:  
generaliter autem, quòd cubus nunc ali-  
cuius lineæ seu quantitatis, propositis nu-  
meris simplici & rerum æqualis est. Opor-  
tet autem vt generaliter hoc inueniamus  
& demonstratiuè & facillimè. Cùm ergò  
cubus æqualis sit duabus quantitatibus di-  
uersi generis (aliter non esset hoc generale,  
si ad solos numeros & eorum partes exten-  
deretur) necesse est vt & ipse in duas tan-  
tùm partes resoluator, quarum vna nume-  
rus sit, & assignato æqualis, alia totidem  
partes contineat natura varias, quot in re-  
bus continentur de eis æquales. Quo circa  
necesse est cubum saltem ex duabus parti-

Tota. IV.

bus constare natura diuersis, igitur & latus  
eius seu res, neque enim ab vnus generis  
natura per multiplicationem quotiescunque  
repetitam plures quantitates diuersorum  
generum fieri possunt, vt ab Euclide in de-  
cimo libro demonstratum est. Verùm si in  
re contineantur duæ quantitates à numero  
alienæ, necesse est vt inter se sint incom-  
mensæ, aliter æquiualerent vni: at ex eius-  
modi necesse est cubum fieri, qui tres par-  
tes contineat, numerum & duas rethæ, vt  
rebus ac numero possit cœquari. Cùm er-  
gò diuiserimus rem in duas partes, oportet  
cubum tres eiusmodi progignere, & si in  
tres progignat quatuor atque ita dein-  
ceps, & (vt dictum est) vt in illis sit nume-  
rus numero proposito æqualis: reliquæ par-  
tes verò vt sint ex natura partium lateris,  
& illarum aggregatis cœquales.

Rursus vt repetamus quæ dicta sunt, sit  
cubus a d ex linea a c diuisa trib. & constat  
quòd in eo erunt quatuor partes diuersæ  
principales cubus a b, cubus b c, triplum



a b in quadratum b c, & triplum b c in  
quadratum a b. Oportet igitur accommo-  
dare numerum, & potest fieri septem mo-  
dis, facilioribus, vt diximus, si non possu-  
mus inuenire æstimationem in faciliori, quo-  
modo in difficiliori inueniemus? Primus er-  
gò modus est, vt numerus tribuatur cubis:  
atque hic modus est inuentus, & est pars  
illa capituli quæ habetur in qua accipimus  
æ. cubicas partium numeri pro rei parti-  
bus,

Ii 3



bus, & ita cubi illarum sunt numeri qui iuncti æquantur aggregato cuborum  $c$  &  $e$  &  $f$  & res ipsæ æquantur parallelipedis sex, quæ ex cubo  $a$  &  $d$  residua sunt. Sed quoniam cubi  $a$  &  $b$  &  $b$  &  $c$  nunquam possunt esse minores quarta parte totius cubi  $a$  &  $d$ , & hoc etiam non contingit nisi cum fuerit  $a$  &  $c$  diuisa per æqualia in  $b$ . Cum igitur numerus fuerit minor quadrante cubi totius  $a$  &  $d$ , non poterit æquari cubis  $a$  &  $b$ ,  $b$  &  $c$ : & ideo capitulum hac in parte non fuit generale.

Per 9 secundum  
di El. & re-  
gula Dialectic.

Sequitur ergo secundus modus, & est ut parallelipeda omnia dentur numero & cubi rebus: & quia parallelipeda non possunt esse maiora dodrante totius cubi, quia cubi non possunt pariter accepti esse minores quadrante, ideo nec hoc capitulum potest esse generale, quoniam cum numerus fuerit maior dodrante totius cubi, non poterit tribui parallelipedis. Cum ergo neutrum istorum capitulorum possit esse generale per se, ambo tamen iuncta constituunt capitulum generale: etiam primum seruit quando numerus non fuerit minor quadrante totius cubi, seu triente rerum, quod idem est: secundus cum numerus non fuerit maior dodrante totius cubi, seu maior triplo quantitatis rerum, quod ad idem pertinet. Ex quo liquet quod cum numerus fuerit à quadrante ad dodrantem totius cubi, & est magna latitudo scilicet semissis, tunc æstimatio potest haberi per vtranque regulam, quia numerus potest tradici cubis & parallelipeda rebus, & conuerso modo numerus parallelipedis & res ipsis cubis. Æstimatio ergo erit eadem, & duobus modis inuenta. Licet autem videre ex demonstratis in lib. de Proport. quod proportio aggregati cuborum ad aggregatum sex parallelipedorum est, veluti aggregati quadratorum  $a$  &  $b$  &  $b$  &  $c$ , partium detracto producto  $a$  &  $b$  in  $b$  &  $c$  ad triplum producti seu superficiei  $a$  &  $b$  in  $b$  &  $c$ , seu triplum superficiei  $a$  &  $c$ .

Propos. 146.

Tertius, quartus, quintusque modus non sunt adeo elegantes tametsi priores duo quippiam habeant præcipui. Tertius siquidem est cum quatuor parallelipeda numero dantur, reliqua duo cum cubis rebus. Est autem hoc inter corpora illa præcipuum, quod proportio ipsorum corporum est, ut quadratorum partium simul iunctorum ad ambo producta: velut, capio rem 7. diuisam in 5. & 2. quatuor parallelipeda sunt 140. cubi partium cum duobus parallelipedis sunt 203. proportio 203. ad 140. est velut 29. aggregati quadratorum 5. & 2. ad 20. duplum producti 5. in 2. Et similiter, in quarto modo numerus datur duobus tantum parallelipedis mutuis. Hoc tamen habet præcipui, quod extenditur ad quadrantem ad vnguem numeri, vnde videtur ad vnguem perficere capitulum cum prima regula. Manifestum est ergo quod in secundo modo oportet producere tertiam partem numeri ex mutuis parallelipedis, in tertio medietate, in hoc autem totum numerum. Et semper aggregatum ex duobus mutuis parallelipedis æquale est ductui producti partium inuicem in aggregatum earum: seu in rem. Sed in quinto mo-

do damus numerum vni cubo, reliqua septem corpora rebus, ideo est valde difficilis, & redit ad capitulum quatuor nominum inde ex eo ad primum, ideo est deterius omnibus: si tamen posset inueniri, esset generale ut duo sequentia.

Sextus modus est, ut demus numerum vni cubo & tribus parallelipedis quæ sunt ex latere cubi illius in quadrata lateris alterius cubi, & reliqua quatuor corpora, scilicet, cubum cum tribus parallelipedis rebus. Et ideo est difforme, quoniam quod æquatur est simile scilicet cubi cum parallelipedis tribus aduersis, cui æquatur dissimile, nam vnum aggregatum æquatur numero, aliud rebus. Præcipuum tamen est his corporibus, ut differentia aggregatorum sit æqualis cubo differentie laterum, velut in exemplo posito primum aggregatum est 185. secundum 158. differentia 27. cubus 3. differentia 5. & 2. Et hoc capitulum si inueniretur, esset generale.

Septimus modus est, cum numerum damus aggregato ex cubo & duobus coherentibus parallelipedis cum vno aduerso & res reliquis quatuor corporibus, velut in exemplo ad 125. cubum 5. addo 100. duplum parallelipedi 2. in 25. quadratum 5. & 20. parallelipedum 5. in 4. quadratum 2. & totum fit 245. & similiter reliquum erit 8. pro cubo, & 40. pro duplo 5. in 4. quadratum 2. & 50. parallelipedum 2. in quadratum, ut omnia sint 98. Præcipuum in hoc est, quod vtrique pars habet rationem quadrati, & 32. quadrata fit ex 75. in 32. vnius partis, velut 32. 245. fit ex 7. in 32. 5. & 98. ex 7. in 32. 2. Et proportio talium corporum est velut partium rei, id est velut 5. ad 2. Patitur tamen & hoc difficultatem eandem cum priore, scilicet quod corpora similia generatione comparantur naturis diuersis per se in genere, ut numero & rebus. Reliquæ autem compositiones, aut sunt anomalæ, velut si daremus numerum vni parallelipedo, vel trib. vel quinque vel duobus, non mutuis, aut quatuor, ex quibus duo mutua non essent, aut vni cubo & vni parallelipedo, vel duobus vel tribus non eiusdem generis. Aliæ sunt inutiles, velut si daremus numerum aggregato ex ambobus cubis, & duobus parallelipedis aut quatuor quomodocunque, nam si numerus cum paruus sit, non sufficit aggregato cuborum, quomodo sufficit eidem si addantur parallelipeda?

## C A P V T II.

De regulis specialibus Cap. XXV. Artis  
magna cubi æqualis rebus & numero.

**P**R I M A hinc sit  $a$  &  $d$  numerus rerum earum ratione constructa superficie rectangula, ut altitudo eius  $c$  &  $d$  ducta in residuum, deducto quadrato  $b$  &  $d$ , quod sit  $a$  &  $e$  producat  $f$  numerum, liquet ergo quod cubus  $c$  &  $d$  seu  $c$  &  $b$  cum numero  $f$  æquatur numero rerum, id est parallelipedo ex  $b$  &  $c$  in  $a$  &  $d$ , sumatur ergo



ergo b l quarta pars b d, & totius a l latus a m, cui adiciatur m n dimidium b c, quæ in b l, erit ergo posita a n re corpus ex a n in a d rursus res ipsæ dico quod cubus a n æquatur totidem rebus a n, id est secundum numerum a d & numero f. Nam quadratum a n est æquale quadrato a m & m n, quare superficiebus a l & b l ex supposito & duplo a m in m n, quod est æquale duplo quadrati m n (posita m o æquali l m n) producti ex m n, in m o, & duplo producti m n in a o, duplum autem producti m n in m o, seu quadrati m n est ex supposito æquale duplo b l. Quadratum igitur a n est æquale superficiei a l, & triplo b l, & duplo a o in m n, a l autem cum triplo b l est tota superficies a d: quadratum igitur a n est æquale a d superficiei a d, & duplo m n in a o, est autem c d dupla m n igitur superficiei ex c d in a o, cubus ergo a n qui fit ex a n in quadratū a n æqualis est parallelepido ex a n in a d & in c d in a o, sed ex a n, c d, a o, fit idem quod ex c d in superficiem ex a n in a o, quæ est æqualis superficiei a e, nam ex a n in a o fit cum quadrato m n, quod est b l quadratum a m, eò quod m n & m o sunt æquales, igitur detracta communi superficiei b l ex a n in a o fit a c, & ex c d in a o ex supposito fit f numerus, igitur cubus a n æqualis est parallelepido ex a n in a d, & ex c d in superficiem a e, quod est æquale f numero, igitur cubus a n est æqualis parallelepido ex a n in a d cum numero f, at ex a n in a d est numerus rerum positarum supponendo a n rem, quia adfuit numerus rerum, igitur cubus est æqualis rebus & numero propositis. Hæc demonstratio ostendit quod hoc capitulum non oritur ex illis septem modis, sed aliâ ratione. Ex hoc etiam sequitur quod capitulum cubi & numeri æqualium rebus est simplicius, & ex se magis obuium cognitioni capitulo cubi æqualium rebus & numero. Nam in eo sufficit ut inuenias partem in numero rerum, cuius radix ducta in reliquam partem producat numerum propositum. Hæc etiam regula non est generalis per se toti capitulo cubi æqualium rebus & numero, quia ubi numerus esset maior non satisfaceret, sed est generalis capitulo cubi & numeri æqualium rebus. Secunda quoque regula nec ex his demonstratur, sed accepta quacunque parte cubi pro numero reliqua est æqualis rebus ex supposito, igitur superficies est æqualis numero rerum. Si ergo ea superficies cum eo quod prouenit diuiso numero per eandem quantitatem fuerit quadratum illius quantitatis, igitur quantitas illa est res. Sed neque hoc ad hoc propositum pertinet, cum ex illa diuisione rei non pendeat. Et licet ad quadrati diuisionem quod cubi basis est, res diuisa intelligatur, attamen illa diuisio magis pertinet ad capita cubi & numeri comparatorum quadratis quàm rebus. Tertia regula oritur ex tertio modo præcedentis diuisionis. Quarta regula similiter ex quarto modo demonstratur, nam duo cubi cum quatuor parallelepido ad duo reliqua parallelepida eam obtinent proportionem quàm

quadrata partium rei diuise cum superficie vnius partis in alteram ad alteram superficiem quæ quadratum complet. Cum ergo duo quadrata & superficies ex vna parte in aliam sint tres quantitates continuæ proportionis & radices extremarum, seu latera quadratorum ex supposito ducta in ipsa quadrata mutuo producant numerū æquationis & parallelepida etiam, igitur parallelepida sunt æqualia numero, reliqua autem corpora rebus. Ergo cum cubus sit æqualis illis octo corporibus, erit etiam æqualis rebus & numero. Quod verò sex illa corpora sint æqualia rebus, constat ex constitutione cubi, & demonstratis in lib. de Proport. Quinta regula ex secundo modo originem ducit, verum cum ibi demonstrata sit, non est ut eam repetam. Sexta regula huic proposito non congruit, nam specialis est. Septima oritur ex quinta, sed videtur ab ea diuersa, quia in illa supponitur æ. tota, scilicet æ. v. 28. m. 3. quad. in hac dimidium æ. 7. m. 3. quad. Et quia in vna ducuntur partes mutuo in quadrata in alia aggregatum in productum partium: sunt tamen idem ut demonstratum est in lib. de Proport. Pendet autem per regulam de modo cum 1. cu. æqualis sit 7. reb. p. 90. ex 7. m. quadrato differentie quod est 1. quad. posita differentia 1. pos. (tanquam producto partium, & est semper æquale differentie aggregati quadratorum à producto vnius partis in alteram) in æ. v. 28. m. 3. quadrata, inuentum per regulam de modo fit 30. tertia pars numeri æquationis. Sic octaua pendet ex tertia eodem processu: sed quia posite sunt solum ad inuentionem generis quantitatum quæ multiplicatæ in quadrata vel radices producant numerum, ideo omitto.

### C A P V T III.

*De modo inueniendi quantitates que seruiant capitulis per producta vnius partis in aliam, & quadratum differentie partium.*

**C** V M dixerit quis 1. cu. p. 8. æqualia 7. quadratis, tunc diuides 7. in duas partes, ex quarum vna in alterius quadratum fit numerus, & semper oportet ut reliqua pars quæ non in se ducitur sit binomium vel recisum primum, quia quadratum alterius necessariò est binomium vel recisum primum. Ex Euclide igitur si debet numerum efficere ductum in reliquam partem, oportet ut sit illa secunda pars binomium vel recisum primum. Prima ergo pars potest esse binomium vel recisum primum, secundum & terium, & potest etiam esse binomium quartum, quintum & sextum, non tamen recisum, quia cum prima sit æ. & secunda pars necessariò sit binomium, quia prima est recisum, igitur in vtraque esset æ. p. igitur non potest esse numerus ille qui ab initio diuisus est. Dico ergo quod diuiso numero quadratorum in duas partes quas vocabimus principales, &



eam quæ in se ducitur, vocabimus principalem, & pro aliis duabus partibus inueniendis, duc primam in duplum secundæ, & à producto deducto quadratum primæ, &  $\mathcal{R}$ . residui est pars addenda principalibus, aut detrahenda cum conditionibus conditis. Et similiter pro numero producendo duc differentiam principalium in se, & productum in duplum primæ principalis, & quod producitur est quæsitus numerus. Exemplum ergo in proposito, diuido 7. in 4. & 3. duc 4. in duplum 3. fit 24. deduco e b quadratum 4. relinquitur 8. cuius  $\mathcal{R}$ . addita 4. vel detracta & ita addita vel detracta à 3. conuerso modo constituit partes 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. & 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. vel 4.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. & 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. Et ideo notandum est quod sub æquatione eadem prima pars principalis, & secunda idem faciunt per binomium & recisum. Vtraque enim harum æstimationum scilicet 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. & 4.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. est æstimatio 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 8. æqualium 7. quadratis. Pro numero ergo habendo æstimationis, seu qui producitur, cape 1. differentiam 4. & 3. partium principalium: & duc in se, fit 1. duc in 8. duplum primæ principalis fit 8. numerus quæsitus. Exemplum ergo aliud, diuido 7. in 3. & 4. & fit 3. pars prima, duc in duplum 8. fit 24. aufero 9. quadratum primæ fit 15. Et erit pars  $\mathcal{R}$ . 15. detrahenda à 4. & addenda 3. propter ea quæ dicta sunt. Pro numero sume differentiam quæ est 1. duc in se, fit 1. duc in duplum 3. primæ principalis, fit 6. numerus quæsitus. Habebo igitur 1. cu.  $\mathcal{P}$ . 6. æqualia 7. quadrata. Et similiter diuido 7. in  $1\frac{1}{2}$  &  $5\frac{1}{2}$  & duc u duplum  $5\frac{1}{2}$  in  $1\frac{1}{2}$  fit  $16\frac{1}{2}$  detractio  $1\frac{1}{4}$  quadratum  $1\frac{1}{2}$  relinquitur  $14\frac{1}{4}$ , huius igitur radici adde  $1\frac{1}{2}$  & detrahe à  $5\frac{1}{2}$  & herent partes  $\mathcal{R}$ .  $14\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $1\frac{1}{2}$  &  $5\frac{1}{2}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $14\frac{1}{4}$ . At productum fit ex differentia  $5\frac{1}{2}$  &  $1\frac{1}{2}$  in se & fit 16. & ducto 16. in 3. duplum  $1\frac{1}{2}$  fit 48. simili modo ferè ex 8. duas partes, ex quarum ductu vnus in quadratum alterius fiat 9. posita vna  $4\frac{1}{2}$  alia  $3\frac{1}{2}$ , per secundam regulam patet propositum, scilicet quod producemus 9. vel 7. nam quadratum differentie est 1. & ductum in duplum  $4\frac{1}{2}$  constituit 9. & in duplum  $3\frac{1}{2}$  constituit 7. & ita si diuidatur in 5. & 3. produceretur 40. vel 24. In prima ergo diuisione erunt partes  $4\frac{1}{2}$   $\mathcal{P}$ . vel  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $11\frac{1}{4}$  &  $3\frac{1}{2}$   $\mathcal{P}$ . vel  $\mathcal{M}$ . eadem  $\mathcal{R}$ .  $11\frac{1}{4}$ , & ita si diuideris in  $2\frac{1}{2}$  &  $5\frac{1}{2}$  habebis 45. & erunt partes  $\mathcal{R}$ .  $21\frac{1}{4}$   $\mathcal{P}$ .  $2\frac{1}{2}$  &  $5\frac{1}{2}$   $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ .  $21\frac{1}{4}$ . Nam aliter esse non potest, vt ab initio diximus. Et si diuideris in  $1\frac{1}{2}$  &  $6\frac{1}{2}$  habebimus 75. Et ex hac operatione patet, quod præter integra dimidia non potest vlla diuisio esse utilis. Sic enim duc diuisum in a & b, & sit c differentia, & quia si diuidatur per  $4\frac{1}{4}$  &  $5\frac{1}{2}$  vel  $6\frac{1}{2}$  &  $3\frac{1}{2}$ , & sic de singulis differentia est numerus integer, ergo cum a & b non sunt neque integer neque media. erunt maiora vel minora, ergo c est maius vel minus integro. Et quia numerus qui debet produci, necessariò fit ex quod diato c in duplum a, vbi a sit prima pars, & iam a non est nec integer numerus nec dimidium, igitur duplum a non est nu-

merus, sed aliquis ex eadem denominatione cum c. At quia ducitur in se, & est vltra integrum, aliquid erit productum, factum genere denominationis quadratæ, vt si sit  $2\frac{1}{2}$  erit  $5\frac{1}{4}$  at ductum 5. in  $\frac{1}{2}$  in  $7\frac{1}{2}$  duplum minoris, quia denominatio composita est ad  $5\frac{1}{2}$  producit numerum ex genere fractionum, quorum denominator est 27. vt pote  $41\frac{20}{27}$  vt demonstratum est suo loco, igitur productum non potest esse numerus aliquis integer, sed 10. non potest diuidi per integra & media nisi decem modis, ergo numerus æquationum non potest esse nisi decem. At 10. quadrata æqualia cubo & numero possunt æquari, vt demonstratum est in libro de Proportionibus vsque ad 148. numeris integris & singulis, ergo diuisio binomiorum & recisorum, & per integra non satisfacit, sed desunt 138. numeri integri: præter illos, in quibus sunt adiectæ partes ipsæ numerorum quibus eadem ratione hæ quantitates satisfacere non possunt. Sed pro nunc sufficiat ostendisse de de integris, & quia capitula omnia conuertuntur, liquet quod idem defectus est in illis.

Considerandum præterea quod ex hac regula habetur proportio numeri cum additione producti ad numerum sine additione, velut si 8. diuisum in 3. & 5. producit 45. & additis partibus quæ sunt ex regula producitur 24. vt superius dixi  $\mathcal{R}$ . ex regula secunda dico, quod proportio 45. ad 24. vt demonstratione patet se habet, vt 15. productum 5. in 3. ad 8. duplum quadrati differentie. Et ita diuidendo 8. in 6. & 2. fit 24. primo modo, & per secundam regulam fit 64. & proportio 24. ad 64. est velut 12. producti ex 6. in 2. ad 32. duplum quadrati 4. differentie.

#### C A P V T IV.

*De modo redigendi quantitates omnes, quæ dicuntur latera prima ex decimo Eucledis in compendium.*

**E**VCLIDES constituit viginti quatuor lineas analogas, id est, irrationales, & vnā rhete seu rationalem vicem habentem numeri.

Rationalis seu rhete, vt sex vel septem: aloga simpliciter quæ numero & rhete potentia tantum est commensa, vt  $\mathcal{R}$ . sex vel septem, id est latus tetragonum superficiei rhete, sed non quadratæ. Media & est latus tetragonum superficiei alogæ simpliciter. vt  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 6. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 7. Ex comparatione autem alogarum inter se, vel cum rhetis consurgunt sex genera binomiorum, de quibus dicemus.

Proprium primi binomij & similiter recisi est, quod prima pars sit numerus, & secunda aloga, & quadrata harum differant numero quadrato, vt 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. quorum quadrata sunt 9. & 5. differentia est 4. latera autem 9. & 4. sunt 3. & 2. & ita 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. erit residuum primum. Et ita 4.  $\mathcal{P}$ .

$\mathcal{R}$ . 12.



*Cap. 19. Regula 2.*  
*Lib. 10. Propos. 54.*  
*Propos. 66.*  
*Propos. 6.*  
*Propos. 17.*

$\mathfrak{B}$ . 12. conueniunt autem, vt dictum est in tertio libro, tam binomia quam recisa, quod primi & quarti prima pars est numerus 2.  $\mathfrak{B}$ . 2. & 5. secunda pars est numerus 2.  $\mathfrak{B}$ . 3. & 6. 1. ambæ partes sunt  $\mathfrak{B}$ . sed primus ordo, id est 1. 2. & 3. differunt à 2. ordine, id est 4. 5. & 6. quod in primo ordine pars maior, seu prima semper est potentior minore parte, seu secundo quadrato quantitate commensæ primæ parti, in secundo ordine incommensæ. Modus autem generalis omnibus binomiis & recisis habendi radicem est, vt ducas secundam partem in se, vt  $\mathfrak{B}$ . 12. per se fit 12. cuius sume quartam partem semper, & est 3. fac ex prima parte 4. duas partes producentes 3. & erunt 3. & 1. horum radices iunctæ faciunt 4.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{B}$ . 12. & in producendo quadrata, efficiunt semper rhete, & aloga fit ex duplo vnius partis in alteram: & est regula quam posuimus in tertio libro operis perfecti. Cum verò Euclides non poneret latus linearum hoc inuenit, vt acciperet superficiem ex rheti & binomio primo, cuius latus tetragonum dixit esse aliquod binomium. Constat autem talem superficiem etiam esse binominum primum, & est tertia regula quæ vt antedicta excipitur ab Euclide. Omnis enim quantitas commensæ binomio primo, est binomium primum. Sunt autem commensæ cum fuerit proportio earum vt numeri ad numerum ex dictis ab illo in decimo libro. Sed non sunt omnia binomia eiusdem speciei inter se commensæ, & est quarta regula: nam vt visum est 3.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{B}$ . 5. & 4.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{B}$ . 7. sunt binomia prima, & tamen inter se non sunt commensæ ex eodem Euclide. Idem in omni genere contingit alogarum, scilicet vt commensæ sint eiusdem speciei, non tamen quæ sunt eiusdem speciei inuicem commensæ sint. Inueni postmodum quod idem est ducere  $\mathfrak{B}$ . 5. in 3. & fit  $\mathfrak{B}$ . 45. quæ si ducatur in  $\mathfrak{B}$ . 5. fit  $\mathfrak{B}$ . 225. & est 15. si duxerimus  $\mathfrak{B}$ . 5. in se fit 25. & 5. in 3. fit 15. vide quanto facilius sit. & hæc est quinta regula. Sexta autem continet quatuor propositiones quæ inuicem conuertuntur, & est quod cum fuerint duæ quantitates a d maior & c minor, & diuisa fuerit a b in d, ita vt inter b d & d a cadat media, pars dimidia c, tunc si ab est potentior c quadrato commensæ b d est commensæ d a, etsi non, non. Et si b d est commensæ d a tota a b, est potentior c commensæ ipsi a b, etsi non, non. Hoc autem pendet ex hoc quod abscissa de æquali d a quadratum a b superat quadratum c, quod est æquale quadruplo b d in d a per octauam secundi Elementorum in quadrato b e. Vfus autem harum linearum est, vt manifestum est ad binomia & recisa inuenienda, & ambas dictas bimedias. Septima regula sumitur ab Euclide, & est quod si superficies æqualis quadrato binomij ad rheten adiungatur, latus secundum est binomium primum. Et est eadem tertiæ regulæ licet videatur conuersa. Cum enim vt in illa diximus latus binomij primi si aliquod binomium, igitur quadrata binomiorum omnium sunt binomia prima, at latus illud rhete est tanquam proportio, & non variat speciem,

igitur latus illud alterum necessario est binomium primum. Et omnia quæ hic dicuntur de binomiis, intelliguntur de suis residuis, & sunt generalia in omnibus quantitatibus comparando aggregatum ad recisum seu residuum, idè per hanc octauam regulam tractabimus solum de sex generibus binomiorum, & quinque aliis, & ponemus nomina singulatim hic à latere. Modus quoque iungendi  $\mathfrak{B}$ . has, vt apparet in eodem tertio libro commodior est, vt diui-

| Rhete     | Aloga               | Media.                 |
|-----------|---------------------|------------------------|
| Binom. 1. | Binom.              | Ref. 1. Resid.         |
| Binom. 2. | Bimed. 1. Ref. 2.   | Ref. med. 1.           |
| Binom. 3. | Bimed. 2. Ref. 3.   | Ref. med. 2.           |
| Binom. 4. | linea ma. Ref. 4.   | linea mi.              |
| Binom. 5. | Pot. in Rat. & Med. | Ref. 5. cum Rat. & Med |
| Binom. 6. | Pot. in duo Med.    | Ref. 6. cum Med. & Med |

das maiorem radicem per minorem, & exeuntis accipe radicem cui adde, id est, & duc in se: & productum in quadratum minoris radices  $\mathfrak{B}$ . productum est quæsitum. Decima regula est, quod huiusmodi diuisiones sunt magis conspicuæ in figura quàm in numeris, veluti posita  $\mathfrak{B}$ . maximi aloga constat per 44. primi Elementorum posse super datam rheten fieri superficiem æqualem illi. Eius ergo latus secundum erit; vt dixi in septima regula naturæ eiusdem, cuius est superficies, & cum eo latere potero diuidere superficiem rationalem seu rheten; & confestim ex prima diffinitione secundi Elementorum habebis latus secundum quod vix in numeris haberi potest, & cum habetur fit magno labore, ibi verò statim est conspicuum, sed ars generalis nondum est inuenta in numeris. Est autem iuxta vndecimam regulam, vt inuenias recisum vsque ad quatuor quantitates, velut: volo diuidere 10. per  $\mathfrak{B}$ . 6.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{B}$ . 15.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{B}$ . 5.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{B}$ . 2. ponēs recisum ex æquis partibus contrariis, & habebis diuidendum & diuisorem: qui est 6.

|    |  |
|----|--|
| 10 | $\mathfrak{B}$ . 6. $\mathfrak{P}$ . $\mathfrak{B}$ . 5. $\mathfrak{P}$ . $\mathfrak{B}$ . 3. $\mathfrak{P}$ . $\mathfrak{B}$ . 2.         |
|    | $\mathfrak{B}$ . 6. $\mathfrak{P}$ . $\mathfrak{B}$ . 5. $\mathfrak{M}$ . $\mathfrak{B}$ . 3. $\mathfrak{M}$ . $\mathfrak{B}$ . 2.         |
|    | 6. $\mathfrak{P}$ . $\mathfrak{B}$ . 120. $\mathfrak{M}$ . $\mathfrak{B}$ . 24.  |
|    | $\mathfrak{B}$ . 600. $\mathfrak{P}$ . $\mathfrak{B}$ . 500. $\mathfrak{M}$ . $\mathfrak{B}$ . 300. $\mathfrak{M}$ . $\mathfrak{B}$ . 200. |
|    | 6. $\mathfrak{P}$ . $\mathfrak{B}$ . 120. $\mathfrak{P}$ . $\mathfrak{B}$ . 24.  |
|    | 133. $\mathfrak{P}$ . $\mathfrak{B}$ . 17280.  |
|    | 132. $\mathfrak{M}$ . $\mathfrak{B}$ . 17280.  |

$\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{B}$ . 120.  $\mathfrak{M}$ .  $\mathfrak{B}$ . 24. cui appone trinomium quod ductum in recisum producit 132.  $\mathfrak{P}$ .  $\mathfrak{B}$ . 17280. duc etiam trinomium illud in quadrinomium, & habebis diuidendum, quem tædij & breuitatis causa omitto. Rursus appono recisum & duco in binomium, & fit 144. pro diuisione, ducto autem reciso in quantitatem quæ constat ex duodecim nominibus fiet diuidendum vigintiquatuor nominum. Forsan poterunt reduci ad pauciora, quia radices illæ sint commensæ. Et si transeant quatuor quantitates non commensas in duobus casibus adhuc poterit esse



esse diuisus. Vel quando habuerit radicem, vt 6. p. R. 24. p. R. 12. p. R. 8. vel cum habuerit diuisorem: velut si quis dicat, diuide 10. per R. 24. p. R. 15. p. R. 15. p. R. 12. p. R. 10. p. R. 5. p. R. 2. p. R. 2. Hic quia producit ex R. 6. p. R. 5. p. R. 2. in R. 3. p. R. 2. p. 1. diuidemus per regulam datam per alterum horum, inde quod exit per reliquum. Et ideo possumus reducere ad vnum casum quando diuisor diuidi potest per multinomium, vt ita dicam, ita vt minuatur numerus nominum. Nam inuentio lateris est quedam diuisio. Consideranda est vltimo ratio proportionis superficiei ad lineam. Et dico quod superficies a ad lineam b c est, vt super b c fiat superficies rectangula æqualis a dico quod c d. latus secundum est proportio, vel id quod adæquatur proportioni a ad b c, quia n ex proportionem ducta in terminum fit alter terminus vt in numeris videmus, & est ex diffinitione proportionis, & ex latere c d in b c fit a, quia sit d b æqualis a, igitur c d dicetur proportio vera superficiei a ad lineam b c. Et est magis conspicua quam superficiei ad superficiem, & lineæ ad lineam. Euclides tamen (vt dixi) prætermisit, quoniam videbat lineas in latitudine esse indiuiduas: nos tamen dicimus quod componitur ex lineis, sicut ex fluxu puncti fit linea, & instantis tempus, & alia eodem modo, & hæc est duodecima regula.

Binomij secundi latus est bimedia prima vt docet Euclides suo modo, poterit igitur vel sub nomine R. v. ostendi vel recta ratione. Capiamus ergo R. 72. p. 8. & per secundam regulam ducamus 8. in se fit 64. cuius pars quarta est 16. fac ex R. 72. duas partes, ex quarum ductu inuicem fiet 16. accipio per quintam secundi Elementorum dimidium R. 72. quod est R. 18. & duco in se fit 18. abicio 16. remanet 2. cuius R. addita & detracta à R. 18. facit R. 32. & R. 8. per nonam regulam: igitur R. harum partium. i. R. R. 32. p. R. R. 8. constituunt bimediam primam, & subtrahæ vna ab altera residuum bimedij primi. Sunt enim commensæ tantum potentia, nam quadratum R. R. 8. est dimidium quadrati R. R. 32. nam R. 8. est dimidium R. 32. & continent superficiem rheten, & maior est potentior breuiore in quadrato R. 8. cuius latus est R. R. 8. incommensa in longitudine R. R. 32. quod est propositum. Et iste modus est omnibus aliis longe facilius, & à nobis pro exemplo explicatur.

Binomij tertij sumatur radix vt R. 32. p. R. 24. & erit R. R. 18. p. R. R. 2. quæ potestate tantum commensæ sunt, & continent superficiem mediam 1. R. R. 36. seu R. 6. & in hoc differt à priore, & maior est potentior minore in quadrato R. R. 8. quæ est R. R. 18. incommensa in longitudine, sicut R. dimidij ad radicem totius: aut radix 3. ad R. 2. & hæc vocatur bimedia secunda.

Binomij quarti vt 3. p. R. 6. inuenio radicem: capioque ad vitandas fractiones 6. p. R. 24. cuius accipio R. quæ est R. v. 3. p. R. 3. p. R. v. 3. m. R. 3. ducito primum R. v. 3. p. R. 3. in se fit 3. p. R. 3. duc R. 3. m. R. 3. fit

3. m. R. 3. iunge, fiunt 6. duc R. v. 3. p. R. 3. in R. v. 3. m. R. 3. fit quadratum ducendo vnamquamque seorsum in se, & fiunt 3. p. R. 3. & 3. m. R. 3. inde inuicem, & fiunt 6. inde accipiendo R. quæ erit R. 6. & hoc erit productum R. v. 3. p. R. 3. in R. v. 3. m. R. 3. Sed quia oportet bis multiplicare fient dua R. 6. quæ sunt R. 24. Sed quia per quartam secundi Elementorum quadratum R. v. 3. p. R. 3. p. R. v. 3. m. R. 3. æquale est quadratis partium cum duplo vnius in alteram, igitur quadratum R. v. 3. p. R. 3. p. R. v. 3. m. R. 3. est 6. p. R. 24. est quadratum R. v. 3. p. R. 3. p. R. v. 3. m. R. 3. In

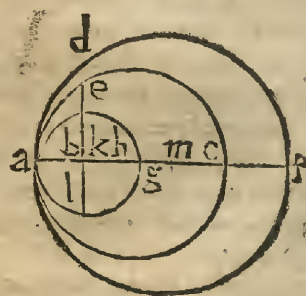


figura autem capiemus a b, cui triplam faciemus b c in directum coniunctam, & sumemus medium ac quod sit h delineabimus super id circulum a e c, & ducemus ex a b ad perpendicularum b e, quæ erit latus seu R. 3. hanc adiungemus a c in directum, & bscindemus ab a c, & fient b f 3. p. R. 3. & b g 3. m. R. 3. super c a, igitur & a r diuisis per æqualia in k & m. ducemus circulos ad f & a l, ex parte e producemus b e d latus b f, & ex aduerso b l latus b g. Itaque id erit æqualis R. v. 3. p. R. 3. & R. v. 3. m. R. 3. Ex hoc patet quod Geometrica ostensio est clarior arithmetica: & vt ita dicam euidentior, ea vero quæ fit per numeros est fidelior, certior & securior, quia experimento probatur, vt supra feci. Et est tertia decima regula, sequitur etiam alia pulchra quartadecima, scilicet in ordine (licet non ad artem multum) & est quod sicut vnum est principium in rebus naturalibus, ita etiam in transitu arithmetico ad Geometricas figuras monas, quam quidam appellant vnitatem, est principium necessarium inuentionis super qua fundatur ars. Dico modo quod R. v. 3. p. R. 3. p. R. v. 3. m. R. 3. conueniunt omnes incommensæ proprietates lineæ maioris. Nam sunt duæ quantitates potentia incommensæ, omne etiam binomium est incommensum suo reciso, etiam est vera in omnibus alogis, & facile demonstratur, & est regula quintadecima, & ambo quadrata pariter accepta sunt rhete, & productum vnius in alteram mediam, nam quadrata iuncta faciunt 6. & productum vnius in alteram est R. 6. Notandum quod apud Euclidem additur <sup>Propos 33</sup> vna operatio, scilicet quod partes in se ducuntur, & additur quadratum mediæ partis minoris inde sumitur R. v. 1. Et hæc operatio in numeris est superflua, quia possumus accipere radicem cuiuslibet quantitatis. Binomij quinti, & est vt R. 24. p. 4. ducemus dimidium minoris in se per secundam



dam regulam fiet 4. fac ex  $\text{R. } 24.$  duas partes producentes 4. & erunt medietates  $\text{R. } 6.$  quæ ductæ in se faciunt 6. adice 4. relinquitur 2. cuius  $\text{R.}$  addita ad  $\text{R. } 6.$  facit  $\text{R. } 6.$   $\text{p. } \text{R. } 2.$  & detracta  $\text{R. } 6.$   $\text{m. } \text{R. } 2.$  & harum quantitatum  $\text{R. } v.$  constituunt quantitatem quæ potest in rheten & mediam.

Propos. 40.

Quadrata quidem harum sunt  $\text{R. } 24.$  & productum vnius in alteram est  $\text{R. } 4.$  quod est 2. cuius duplum est 4. numerus binomij. Et sunt potentia incommensæ, quoniã sunt vt dixi binomiũ, & recisum  $\text{R. } 6.$   $\text{p. } \text{R. } 2.$  cum  $\text{R. } 6.$   $\text{m. } \text{R. } 2.$  Omnes igitur hæc quantitates cum sint radices binomiorum in se ductæ, producunt suum binomium. Et est regula sextadecima. Eadem vt dixi intelligenda sunt de recisis & residuis, quæ sunt radices recisorũ.

Binomij sexti, & est vt  $\text{R. } 24.$   $\text{p. } \text{R. } 12.$  ducemus  $\text{R. } 12.$  in se fit 12. cuius quarta pars est 3. faciemus ex  $\text{R. } 24.$  duas quæ partes producant 3. & ducemus  $\text{R. } 6.$  dimidium  $\text{R. } 24.$  in se fit 6. aufer 3. relinquitur 3. cuius  $\text{R.}$  addita & detracta ex  $\text{R. } 6.$  facit  $\text{R. } 6.$   $\text{p. } \text{R. } 3.$  &  $\text{R. } 6.$   $\text{m. } \text{R. } 3.$  quarum quantitatum radices vniuersales constituunt iunctæ quantitatem, quæ potest in duo media, nam sunt potentia primum incommensæ, quia quadrata illarum sunt binomium & recisum. Deinde quia compositum ex quadratis est  $\text{R. } 24.$  medium, & productum vnius in alterum est  $\text{R. } 3.$  &  $\text{R. } 3.$  est incommensa  $\text{R. } 24.$  est enim proportio vnius ad alteram  $\text{R. } 8.$  constat propositum ex Euclide. Præter hoc demonstrat quod dictæ alogæ quantitates, aliter diuidi non possunt vt sint ex eodem genere, in quo erant ante separationem. Vt pote 6.  $\text{p. } \text{R. } 20.$  est diuisum in 6. &  $\text{R. } 20.$  & constituit binomium primum, aliter vt idem constituat diuidi non potest. Cum diuisæ fuerint quantitates rhere per residuum aliquod exibat binomium eiusdem ordinis commensum partibus suis illi residuo: et si per binomium exibat residuum eiusdem ordinis, similiter commensum partibus, & erunt partes illæ binomiorum cum recisis, & etiam binomiorum & recisorum eadem proportione, & ex ductu residui in binomium semper producit rhere. Et hæc demonstrantur ab Euclide in fine 10. li. Ex his constat quod binomio commenso binomio residui aut residuo commenso residuo binomij rhere semper producit. Item si latus secundum superficiem æqualis quadrato linearum potentia tantum rationalis diuidatur binomio vel residuo, exibat binomium vel recisum cum eadem proportione partium, quandoque eiusdem ordinis quandoque diuersi. Velut diuidendo  $\text{R. } 24.$   $\text{p. } \text{R. } 3.$   $\text{p. } \text{R. } 2.$  exit  $\text{R. } 72.$   $\text{m. } \text{R. } 48.$  At proportio  $\text{R. } 72.$  ad  $\text{R. } 48.$  est vt  $\text{R. } 3.$  ad  $\text{R. } 2.$  & sunt eiusdem ordinis. At si diuidas eandem  $\text{R. } 24.$   $\text{p. } 2.$   $\text{p. } \text{R. } 2.$  exibat  $\text{R. } 24.$   $\text{m. } \text{R. } 12.$  quæ licet habeant partes in eadem proportione, eadem tamen sunt binomium cum reciso eiusdem ordinis, sed binomium est ordinis quarti & recisum sexti. Ex quo patet vnum mirum quod licet non possint esse quatuor quantitates in eadem proportione, quarum tres sint numeri, & quarta sit potentia tan-

tum rationalis, possunt tamen esse quatuor quantitates, quarum tres erunt potentia tantum rationales, & vna erit numerus, & poterit esse quantitatis alogæ ad numerum proportio, velut alterius alogæ, ad alogam, seu vt duarum alogarum. Sequitur etiam quod duæ quantitates incommensæ habebunt ambas partes commensas, vt 2.  $\text{p. } \text{R. } 3.$  & 5.  $\text{p. } \text{R. } 12.$  nam cum sint binomia primi & quarti ordinis sunt incommensa, & tamen 2. & 5. sunt commensa, & similiter  $\text{R. } 12.$  &  $\text{R. } 3.$  cum vna sit dupla ad aliam.

## C A P V T V.

*De consideratione binomiorum & recisorum continentium figuram rheten, vbi de æstimatione capitulorum.*

Cum omne binomium & recisum possit esse latus superficiem numeratæ, id est non distinguam nisi ratione partium, in quibusdam enim maior pars est numerus, in quibusdam minor, in quibusdam neutra. Proponam autem exemplum in omnibus. Dico quod æstimatio in binomio vel reciso, in quo non est numerus, non est

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} 4. \text{ p. } \text{R. } 2. \\ 4. \text{ m. } \text{R. } 2. \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} 2. \text{ p. } \text{R. } 3. \\ 4. \text{ m. } \text{R. } 12. \end{array} \right| 2. \\ \left| \begin{array}{l} \text{R. } 6. \text{ p. } 2. \\ \text{R. } 6. \text{ m. } 2. \end{array} \right| 2. \left| \begin{array}{l} \text{R. } 6. \text{ p. } 2. \\ \text{R. } 216. \text{ m. } 2. \end{array} \right| 12. \\ \left| \begin{array}{l} \text{R. } 6. \text{ p. } \text{R. } 2. \\ \text{R. } 6. \text{ m. } \text{R. } 2. \end{array} \right| 4. \left| \begin{array}{l} \text{R. } 6. \text{ p. } \text{R. } 12. \\ \text{R. } 216. \text{ m. } \text{R. } 79. \end{array} \right| 24. \end{array}$$

idonea in hoc casu: quia detracta à numero relinquit tres quantitates incompositas numerum & duas radices, & ex radicibus illis in se ductis non fit nisi numerus, & vna radix numeri, ergo in producto non poterunt se delere. Examinemus ergo rem per singula capita, & dicamus quod si cubus 24. æquetur 32. rebus rei æstimatio cum sit duplex est 3.  $\text{p. } \text{R. } 5.$  & 3.  $\text{m. } \text{R. } 5.$  & ipsæ conficiunt iunctæ 6. æstimationem cubi æqualis 32. rebus  $\text{p. } 24.$  & quia ex 32. oportet facere duas partes, ex quarum vna in radicem alterius fiat 24. duco ergo 3.  $\text{p. } \text{R. } 5.$  in se fit 14.  $\text{p. } \text{R. } 180.$  detraho ex 32. relinquuntur 18.  $\text{m. } \text{R. } 180.$

180. Et hic ductus in 3.  $\text{p. } \text{R. } 5.$  debet producere 24. numerum æstimationis. Apparet ergo in hoc primo exemplo quod oportet diuisionem fieri in binomio primo, nam 18.  $\text{m. } \text{R. } 180.$  & 14.  $\text{p. } \text{R. } 180.$  sunt binomia prima, quia habent radicem, & illa etiam oportet vt sit binomium primum, quia ducta in binomium primum producit numerum. Et si residuum non fuisset binomium primum, sed quartum, etiam radix binomij primi fuisset binomium quartum, aliter non potuisset producere numerum. Secundum exemplum igitur sit 1. cu.  $\text{p. } 12.$  æqualia 34. rebus rei æstimationes sunt

$$\begin{array}{r} 18. \text{ m. } \text{R. } 180. \\ 2. \text{ p. } \text{R. } 5. \\ \hline 24. \\ \hline 14. \text{ p. } \text{R. } 180. \\ 3. \text{ p. } \text{R. } 5. \\ \hline 18. \text{ m. } \text{R. } 180. \end{array}$$

Propos. 41.

Prop. 112.  
113. &  
114.



sunt 3. p. 7. & 3. m. 7. quæ componunt 6. æstimationem 1. cu. æqualis 34. rebus p. 12. duco ergo 3. p. 7. gratia exempli in se fit 16. p. 7. 252. detraho ex 24. relinquuntur 18. m. 252. ex quo & 3. p. 7. producitur 12. ad vnguem. Ita sunt plana. Tertium est 1. cu. p. 8. æquatur 18. rebus, & æstimatio est 6. m. 2. (omitto nunc integram) quadratum 6. m. 2. est 10. m. 96. residuum 96. p. 8. Caula est ergo quod binomium primum relinquitur residuum quin & econuerso. Quia ergo fuit radix residuum quintum res bene se habet.

R. 96. p. 8.

R. 6. m. 2.

8

1. cu. p. 8. æqual. 18. pos.  
æstim. R. 6. m. 2.

1. cu. p. 48. æqual. 25. rebus  
æstim. R. 3. p. 7. m. 1. 1/2

1. cu. p. 21. æqual. 16. rebus  
æstim. R. 9. p. 7. m. 1. 1/2

1. cu. p. 18. æqual. 19. rebus  
æstim. R. 17. p. 7. m. 1/2

1. cu. p. 18. æqual. 15. rebus  
æstim. R. 8. p. 7. m. 1/2

1. cu. p. 18. æqual. 39. rebus  
R. 12. m. 3.

1. cu. p. 12. æqual. 34. rebus  
æstim. 3. p. 7. vel 3. m. 7.

1. cu. p. 24. æqual. 34. rebus  
æstim. 3. p. 7. vel 3. m. 7.

Idem dico de binomio & residuo secundis. Et in hoc genere habet ferme plura exempla quam in primo velut vides. Et R. 12. m. 3. est recisum secundum, & R. 6. m. 2. est recisum quintum, & 3. m. 7. recisum primum, & 3. m. 7. recisum quartum, habes igitur omnia exempla.

Primum igitur considerandum est, quod in primo & quarto potest esse rei æstimatio binomium & recisum vt vides induobus ultimis exemplis, sed in secundo & quinto non potest esse nisi recisum. Probat, nam si sit binomium primum, igitur residuum erit, vel residuum primi vel quarti modi, ergo per præcedentem ductum in recisum secundi vel quinti generis non producit numerum. Sunt igitur sex æstimationum genera binomium, primum quartum, & recisum primi quarti, itemque secundi & quinti modi. Secundum est, quod cum sint duæ æstimationes in hoc capitulo cubi & numeri æqualium rebus, vel æquales vel inæquales, & in reciso secundo, & quinto non possit esse suum binomium, & secunda æstimatio habeatur per primam (ducto illius dimidio in se, & triplicato producto & detracto à numero rerum) R. residui deducto dimidio æstimationis primæ est æstimatio secunda: velut 1. cu. p. 18. æquatur 39. rebus & rei æstimatio est R. 12. m. 3. duco R. 3. m. 1 1/2 in se fit 5 1/4 m. R. 27.

triplica fit 153. m. R. 243. detrahe ex 39. numero rerum, relinquitur 33 1/4 p. R. 243. à cuius radice vniuersali detrahe R. 3. m. 1 1/2 dimidium primæ æstimationis, erit secunda æstimatio R. v. 23 1/4 p. R. 243. ablata R. 3. m. 1 1/2 & hoc totum constat esse æquale 69. necesse est vt secunda æstimatio sit numerus, vel aliquid quod se habeat ad priorem æstimationem, vt R. v. 23 1/4 p. R. 243. p. 1 1/2 m. R. 3. ad recisum secundum. Et ita liceret per eandem regulam inuenire secundam æstimationem. Tertium est, quod cum in eodem numero puta 18. inueniantur plures æstimationes vt pote puta R. 4. 17 1/4 m. 1/2 & R. 12. m. 3. Ita oporteret sub eodem numero rerum idem facere. Et hoc magis cōueniret ad rei intelligentiam.

Quantum, quod videmus numerum rerum in numeros non solum integros sed etiam fractos velut in quarto exemplo 19. diuiditur in 17 1/2 & 1 1/2 in Quinto autem 15. in 10 1/2 & 4 1/2 & in secundo 25 in 3 1/2 & 21 1/2 & in tertio 16. in 11 1/2 & 4 1/2 Considerare igitur oportet num in alias.

Quintum, quod videmus numerum æquationis si sit compositus, vt 18. 12. 24. facile habere æstimationem & plures etiam, si autem primus, difficile est inuenire vnā solam.

## CAPVT VI.

De operationibus p. & m. secundum communem vsū.

**I**N multiplicatione & diuisione p. fit semper ex similibus m. ex contrariis, vnde p. ductum in p. & diuisum per p. & m. ductum in m. & diuisum per m. producant semper p. Et ita p. in m. vel m. in p. vel p. diuisum per m. vel m. per p. producit m.

In additione omnia retinent suam naturam, in detractōe commutant, vt p. additum fit p. m. detractum p. vicem gerit m. m. detractum p. Sin autem vincatur, relinquitur id à quo detrahitur, vt m. 4. à m. 6. relinquitur m. 2. quia m. à quo detrahitur p. maius.

R. p. est R. m. quadrata nulla est iuxta; vsū communem, sed de hoc inferius agemus; de cubica dubium non est, nam R. 1. cu. m. 8. est m. 2.

Si quis dicat diuide 8. p. 2. p. R. 6. vel R. 4. 6. p. 2. tum inuenies ambo recisa R. 6.

R. 6. p. 2.

8 — R. 6. m. 2.

R. 384. m. 16. p. 2.

8 — 2. m. R. 6.

16. m. R. 384. 2. p. R. 6.

m. 2.

R. 96. m. 8.

R. 96. m. 8.

m. 2. & 2. m. R. 6. quod est vere m. ducas ergo recisa in 8. pro quantitate diuidenda, sunt



fiunt  $\mathcal{R}z. 384. \bar{m}. 16. \& 16. \bar{m}. \mathcal{R}z. 384.$  quod est  $\bar{m}.$  hoc igitur cum primum sit diuidendum per  $\bar{p}. 2.$  exit manifestè  $\mathcal{R}z. 96. \bar{m}. 8.$  Secundum diuiditur per  $\bar{m}. 2.$  exit ex prima regula idem scilicet  $\mathcal{R}z. 96. \bar{m}. 8.$

Recisum autem quod componitur ex  $\bar{p}.$  &  $\bar{m}.$  potest habere radicem, & illa constat ex  $\bar{p}.$  &  $\bar{m}.$  vt  $5. \bar{m}. \mathcal{R}z. 24.$  eius  $\mathcal{R}z.$  est  $\mathcal{R}z. 3. \bar{m}.$   $\mathcal{R}z. 2.$

## CAPVT VII.

De examine æstimationum, sumptarum ex regula secunda & tertia, secundici capituli.

**P**roponamus quod cubus æqualis sit 18. rebus  $\bar{p}. 30.$  vnde rei æstimatio iuxta partem capituli inuentam, sit  $\mathcal{R}z. cu. 18. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 12.$  & supra augendo numerum extenditur in infinitum. Et si dederimus parallelepipedum omnia numero, oportebit ex hac æstimatione facere duas partes, ex quarum ductu in quadrata mutuo fiat 10. tertia pars numer. Quare etiam ex ductu aggregati, seu æstimationis in productum fiet idem. Diuidam ergo 10. per  $\mathcal{R}z. cu. 18. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 12.$  exit  $\mathcal{R}z. cu. 12. \bar{m}. 2. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 5. \frac{1}{3}$  productum, diuidam  $\mathcal{R}z. cu. 18. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 12.$  in duas partes, quæ ductæ inuicem producant  $\mathcal{R}z. cu. 12. \bar{m}. 2. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 5. \frac{1}{3}$  & erunt partes.

Per quintā  
Elem.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}z. cu. 2. \frac{1}{4} \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 1. \frac{1}{2} \bar{p}. \mathcal{R}z. v. 5. \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. \frac{5}{16} \\ \mathcal{R}z. cu. \frac{1}{12} \\ \text{Et } \mathcal{R}z. cu. 2. \frac{1}{4} \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 1. \frac{1}{2} \bar{m}. \mathcal{R}z. v. 5. \bar{m}. \mathcal{R}z. \\ cu. \frac{5}{16} \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. \frac{5}{12} \end{array} \right.$$

Dico ergo quod cum duo parallelepipedum cū simili æstimatione possint æquari etiam 30. sex parallelepipedum poterūt æquari 90. & multo amplius veluti cubus æquatur 18. rebus  $\bar{p}. 58.$  rei æstimatio est  $\mathcal{R}z. cu. 54. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 4.$  Et si cubus æquetur 18. rebus  $\bar{p}. 75.$  rei æstimatio erit  $\mathcal{R}z. cu. 72. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 3.$  Et si quis dicat 1. cu æquatur 18. rebus  $\bar{p}. 33.$  rei æstimatio, per eandem regulam erit  $\mathcal{R}z. cu. 24. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 9.$  Diuidam ergo 11. per  $\mathcal{R}z. cu. 24. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 9.$  exit  $\mathcal{R}z. cu. 21. \frac{1}{3} \bar{m}. 2. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 3.$  Partes igitur erunt

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}z. cu. 3. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 1. \frac{1}{2} \bar{p}. \mathcal{R}z. v. 5. \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. \frac{1}{3} \\ \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. \frac{3}{64} \\ \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 3. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 1. \frac{1}{2} \bar{m}. \mathcal{R}z. v. 5. \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. \frac{1}{3} \\ \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. \frac{3}{64} \end{array} \right.$$

similiter si cu. æqualis sit 18. rebus  $\bar{p}. 42.$  erit æstimatio  $\mathcal{R}z. cu. 36. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 6.$  Et parallelepipedum 14. diuide 14. ergo per  $\mathcal{R}z. cu. 36. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 6.$  exit  $\mathcal{R}z. cu. 48. \bar{m}. 2. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. 1. \frac{1}{2}$  duc  $\mathcal{R}z. cu. 4. \frac{1}{2} \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. \frac{3}{4}$ , in se fit  $\mathcal{R}z. cu. 20. \frac{1}{4} \bar{p}. 3. \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. \frac{9}{16}$ , detrahe ex hoc quod produci vis, id est aggregatum relinquitur  $5. \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. \frac{5}{4} \bar{m}.$   $\mathcal{R}z. cu. \frac{1}{48} \bar{p}. \mathcal{R}z.$  partes erunt.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}z. cu. 4. \frac{1}{2} \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. \frac{1}{4} \bar{p}. \mathcal{R}z. v. 5. \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. 6. \frac{1}{4} \\ \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. \frac{3}{24} \bar{p}. \\ \mathcal{R}z. cu. 4. \frac{1}{2} \bar{p}. \mathcal{R}z. cu. \frac{3}{4} \bar{m}. \mathcal{R}z. v. 5. \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. 6. \frac{3}{4} \\ \bar{m}. \mathcal{R}z. cu. \frac{1}{48} \end{array} \right.$$

Tom. IV.

## CAPVT VIII.

De natura laterum parallelepipedorum.

**S**it parallelepipedum ex a b in c d quadratum æquale numero: & dico primo quod si a b fuerit latus cubi, & cubus b c numerus, erunt a b & b c commensurabiles. Nam <sup>Per sextam diff. 10. Elem.</sup> proportio a b ad b c est vt numeri ad numerum, igitur commensurabiles, quod si a b sit

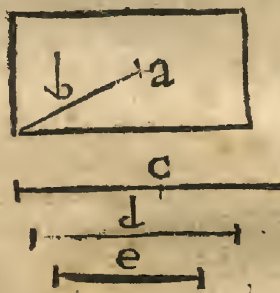


latus cubi, & non commensurabile b c clarum est, quod cubus b c non potest esse numerus per præcedentem, neque b c ipsa. Tertio dico quod si cubus b a non sit numerus, & parallelepipedum sit numerus, nec b c est latus cubicum numeri: aliter essent parallelepipedum ad cubum, vt a b ad b c, & idem vt numeri ad numerum, & a b commensurabile b c, quod est contra Euclidem. Omnis enim commensurabile lateri cubi est latus cubi. Dico <sup>Per 33. 11. Elem.</sup> demum quod in hoc casu a b non est commensurabile b c. nam cum cubus b c non sit numerus, & parallelepipedum sit numerus, ergo parallelepipedum est incommensurabile cubo b c, sed a b ad b c, vt parallelepipedum ad cubum igitur a b est incommensurabile b c, quod est quartum.

## CAPVT IX.

Quomodo ex quacumque linea constituantur duo parallelepipedum non maiora quarta parte cubi linea proposita.

**S**it parallelepipedum a, cuius altitudo b, proposita linea cuius duplum cubi medietatis non sit minus parallelepipedum propositum, volo datam lineam sic diuidere, vt contentum sub c altitudine in superficiem par-



tium, sit æquale a parallelepipedum. Inter c & b statuatur media proportio d, & fiat vt c ad d ita lateris tetragoni a ad e lineam, erit ergo superficiem a ad quadratum c, velut c ad d duplicata, quare vt c ad b, quæ etiam est dupla proportioni c ad d, parallelepipedum ergo <sup>ex</sup> K k



Per 24.  
11<sup>a</sup> Elem.

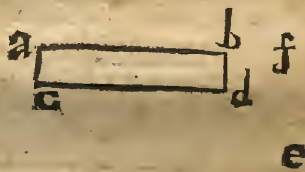
ex c in quadratum e, & ex b in a erunt æqualia, quia ergo parallelepipedum ex b in a non est maius parallelepipedo ex c in quadratum medietatis eius, neque ergo parallelepipedum ex c in quadratum e maius erit parallelepipedo ex c in quadratum medietatis ipsius c, ergo e non est maius medietate c. Ex c igitur facio duas partes, quarum rectangulum sit æquale quadrato c per ea quæ demonstraui-  
mus in Geometria & habebimus partes lineæ propositas: Cum igitur parallelepipedum ex c in superficiem, ex suis partibus sit æquale parallelepipedo ex b in a sequitur per demonstrata in libro de Proportionibus, quod duo mutua parallelepipeda partium c lineæ propositæ sunt æqualia parallelepipedo ex b in a, quod est propositum.

Per 143.  
propof.

## C A P V T X.

*Quomodo conueniant partes cum linea  
proposita in parallelepipedo.*

**S**It proposita primùm a c linea diuisa in b, vt parallelepipedum ex tota a c in superficiem a d ex a b in b c sit æquale numero, & sit primò a c numerus, constat quod oportet a d esse numerum & partes a b, b c numeros aut binomium cum reciso, & potest demonstrari quia



Ex quinta  
secundi El.

differentia partium necessariò est numeri radix, aut numerus ipse ad hoc, vt quadratum medietatis quod est numerus, quia a c tota est numerus, excedat rectangulum a d qui est numerus, quoniam ex illo in a c numerum sit numerus e. Exempli causa, sit a c tota, b & e numerus 36. possum ex secundo modo tribuere numerum sex parallelepipedis, & tunc duo erunt 12. diuide 12. per a c, exit 2. superficies a d, igitur partes erunt 3. p. R. 7. & 3. m. R. 7. Et duo cubierunt 90. p. R. 8092. Et 90. m. R. 8092. quod totum est 180. vnde parallelepipedis relinquuntur 36. Possum dare dimidium e iuxta tertium modum vni parallelepipedo, & erunt partes 3. p. R. 6. & 3. m. R. 6. possum iuxta quartum modum tribuere totum 36. duobus parallelepipedis, & partes erunt 3. p. R. 3. & 3. m. R. 3. Et in primo casu cubus æquabitur 30. rebus p. 36. In secundo cubus æquabitur 30. rebus etiam p. 36. Et in tertio rursus eodem modo, sed discrimen est, quoniam in primo casu 30. res æquantur cubis solum, in secundo cubis & duobus parallelepipedis: in tertio duobus cubis & quatuor parallelepipedis.

2 Ponantur rursus e 12. a c R. 24. diuidam e totum, sed melius est reducere ad tertium modum diuidendo dimidium, scilicet

6. per R. 24. exit R. 1.  $\frac{1}{2}$ , duc R. 6. dimidium R. 24. in se fit 6. abice R. 1.  $\frac{1}{2}$ , & fit 6. m. R. 1.  $\frac{1}{2}$ , huius R. v. addita & detracta a R. 6. ostendit partes, proponam autem iuxta

Sec. mod. R. 6. p. R. v. 6. m. R.  $\frac{1}{2}$  R. 6. m. R. v. 6. m. R.  $\frac{2}{3}$   
Ter. mod. R. 6. p. R. v. 6. m. R. 1.  $\frac{1}{2}$  R. 6. m. R. v. 6. m. R.  $\frac{2}{3}$   
Quar. mod. R. 6. p. R. v. 6. m. R. 6. R. 6. m. R. v. 6. m. R. 6.

singulos modos. Constat hanc æstimatione inutilem esse, nam habemus cubum per parallelepipeda duo vel quatuor, vel sex æqualia numero. At reliquum ergo est R. aliqua vt pote R. 13824. m. 12. aut m. 6. vel m. 4. sed hoc diuiso per R. 24. quæ est res, nullus potest prodire numerus, igitur cubus non potest æquari rebus sub aliquo numero integro vel fracto.

Simili ratione sed alia tamen causa ostendo, quod si a c sit R. cu. numeri simplex quod non potest satisfacere. Proponamus ergo quod a c sit R. cu. 40. & e sit 2. & accipio quartum modum in hoc casu, vt faciliorem seu simpliciorum, diuido 2. per R. cu. 40. exit R. cu.  $\frac{1}{2}$  superficies a d, diuido a c per æqualia, sit R. cu. 5. duco in se fit R. cu. 25. detraho R. cu.  $\frac{1}{2}$  relinquitur R. cu. 12  $\frac{1}{2}$ , huius R. addo & detraho ad R. cu. 5. partes erunt R. cu. 5. p. R. cu. R. 2  $\frac{1}{2}$ , & R. cu. 5. m. R. cu. R. 12  $\frac{1}{2}$ , ita tam igitur partium duo tantum parallelepipeda faciunt 2. reliquum igitur à cubo R. cu. 40. manifestum est quod necesse sit esse numerum, & est 38. igitur diuisum per rem quæ p. R. cu. 40. necessariò producit R. cu. igitur numerus rerum non potest esse numerus verus, sed R. cu. vt si quis dicat cubus æquatur rebus, R. cu. 100. p. 10. hoc autem non venit in usum. Quærimus enim nos cubum æqualem numero rerum, & numero seu integro seu fracto. Et dato quod incideremus in talem casum hoc esset rarò, nec habemus regulam generalem, sed posset inueniri, velut in binomiis vel recisis prout nunc subiungemus.

Proponatur nunc (postquam priores tres 4 modi parum viles sunt, nam primus est notus etiam sine capitulis, & est cuique obuiam, nec est generalis, nec vt in pluribus saltem, reliqui duo prorsus inutiles, nec vlla R. alia simplex vt R. R. vel R. R. p. vel R. quadrata potest eadem ratione esse utilis, quia cubus eius necessariò esset e genere primæ R. & detractò e reciso, ergo diuiso per rem non posset exire numerus ullus) quod a c sit duæ R. quadrata, dico quod & hic modus inutilis est, nam detractò numero e relinqueretur cubus recisum, & ita non potest diuidi per rem vt prodeat numerus, nam in cubo binomij vel recisi vbi ambæ partes sint radices, non potest prodire numerus, vt constat.

Et neque potest a c esse R. R. vel R. R. vel R. cu. quadrata, quia tales perueniunt ad radices eiusdem generis, vnde detractò numero fiut recisæ sed recisum non potest diuidi per R. vllam



# Cap. XI. Partes Cubi quot, &c. 387

vllam vnus generis, vt prodeat numerus, igitur non poterit esse numerus rerum verus in æquatione. Sed neque ex  $\mathcal{R}$ . 2. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 18. nec ex  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. nam quamuis tria parallelepipeda in prima sint 18. & in secunda 6. relinquuntur tamen tres naturæ diuersæ, vt in prima  $\mathcal{R}$ . 8. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 5832. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 23328. constat autem quod  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . non potest magis esse commensura  $\mathcal{R}$ . simplici quam  $\mathcal{R}$ . simplex numero. Ergo  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 23328. nec  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 5832. possunt esse commensuræ cum  $\mathcal{R}$ . 8. sed neque inter se: quia  $\mathcal{R}$ . 5832. fit ex  $\mathcal{R}$ . 18. in  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 18. &  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 23328. fit ex 6. in  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 18. at 6. &  $\mathcal{R}$ . 18. non sunt commensuræ, licet diuisæ 23328. per 5832. exeat 4. & idè contingit, quia diuisa  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 23328. per  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 5832. exit  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. igitur non sunt commensuræ. Cum ergo in re non sint nisi duo genera quantitatum in diuidendo, & est residuum cubi tria, non poterit prodire numerus rerum. Et ita in omnibus similibus.

Cor. 1.

Ex quo patet quod hoc est generale, licet explicuerimus de parallelepido, qualiscūque tribuatur pars cubi ipsi numero, reliquum erit plerum partium non commensurarum quàm sint in re, igitur non poterunt esse res sub numero aliquo.

Cor. 2.

Ex hoc etiam sequitur quod quo plures erunt eiusmodi partes incommensuræ, eo fiet discrimen numeri partium cubi detracto numero à partibus radicis maius, ergo multò minus poterit residuum diuisum per rem reddere numerum vt proponbatur.

Nec potest esse vna  $\mathcal{R}$ . v. quadrata, neque cuba, alterius generis: nam si sit  $\mathcal{R}$ . quadrata, idem sequitur quod in secunda regula. Sin autem cubica dissoluatur, ergo non poterit continere rem, id est  $\mathcal{R}$ . v. cu. sub aliquo numero. Neque  $\mathcal{R}$ . v. quadrata iuncta alteri  $\mathcal{R}$ . simplici, nam vt dixi in corollario secundo præcedentis, quo plures fuerint partes incommensuræ in re, eo plures erunt in cubo in comparatione ad reliquas.

Necesse est igitur vt huiusmodi æstimatione vniuersalis sit aut sub binomio, in quo sit numerus, aut in quo non sit, aut trinomio in quo sit numerus, aut in quo non sit, aut in pluribus nominibus in quo sit, aut in quo non sit, aut in quantitate syluestri, scilicet quæ non sit in aliquo genere radicum, nec composita ex illis, nec per deductionem relicta. Velut quantitas cuius  $\mathcal{R}$ . ducta in residuum ad 12. producat 2. vbi capitulum inuentum non esset.

## C A P V T XI.

Partes cubi quot & quæ, & de necessitate illarum, & quæ incommensuræ.

**R**EPETAMVS igitur & dicamus quod latus cubi, cuius quantitas quæritur, si debet æquari cubus duobus rebus  
Tom. IV.

& numero, oportebit vt cubus sit diuisus in duo saltem, ergo latus eius, hanc ex vno non prouenit nisi vnum: ergo in duo saltem, cum ergo fuerint duæ partes; dum sit cubus, necesse est vt fiat quadratum totius, & hoc constat ex tribus parti-



tum totius, & hoc constat ex tribus partibus diuersis natura, & si prima potentia a c & a b sint incommensuræ omnibus inuicem incommensuris, nam proportio quadrati a c ad id quod fit ex a c in c b, est velut a c ad c b, & similiter proportio eius quod fit ex a c in c b ad quadratum b c eodem modo, ergo quod fit ex a c in c b, est incommensurum vtrique. Quadrata etiam a c & c b inter se incommensuræ ergo per demonstrata ab Euclide erunt tres superficies in quadrato a b, quadratum a c, c b, duplum a c in c b omnes incommensuræ, cubus autem a b constat ex a c & c b in tres distinctas superficies, & fiunt quatuor genera corporum: vnum ex a c in quadratum a c, aliud ex b c in quadratum b c, tria ex a c in quadratum a b, & tria ex b c in quadratum a c. (Hæc autem non recito, quia revocare velim constructionem cubi in memoriam, sed cum alibi sint demonstrata, vt possim quæ opus est ostendere.) Quare primum quæ fiunt ex a c in quadrata b c sunt incommensuræ cubo b c, quia scilicet habent vt a c ad c b, & eadem ratione quæ fiunt ex b c in quadrata a c, & similiter quæ fiunt ex a c in quadrata

Quarta secundæ Elem.

b c ad ea quæ fiunt ex d e f g b c in quadrata a c, 8. 12. 18. 27. sunt enim omnia vt dixi in proportionem a c ad c b, vt à laterè vides. Sed posui numeros vt clariùs videres proportionem & ipsos ductus mutuos semel tantum, representantes parallelepipeda ex a c in quadratum a b, & c b in quadratum a c. Dico etiam quod perabsurdum esset accipere partes commensuras inuicem a c & c b, quia sic esset perinde ac si essent vna & eadem quantitas. Hoc stante habes proximas esse incommensuras. At proportio f ad d est duplicata ei quæ est a c ad c b, vbi ergo a c & c b essent potestate commensuræ d & f essent commensuræ; & c & g. Si verò secunda potestate, vt si vna esset numerus alia  $\mathcal{R}$ . cu. vel ambæ  $\mathcal{R}$ . cu. commensuræ tunc cubi inuicem essent commensuri, sed ad parallelepipeda vtraque incommensuri. Etiam ipsa parallelepipeda incommensura sunt, vt liquet inter se, quoniam sunt in proportionem a c ad c b. Et similiter  $\mathcal{R}$ . quad. 2. &  $\mathcal{R}$ . cu. quad. 32. &  $\mathcal{R}$ . quad. 3. &  $\mathcal{R}$ . cu. quad. 108. sunt commensuræ potestate secunda. Primæ enim ductæ ad cubum, producant  $\mathcal{R}$ . quad. 8. &  $\mathcal{R}$ . quad. 32. secundæ  $\mathcal{R}$ . quadrata 27. &  $\mathcal{R}$ . quadrata 180. quæ sunt inuicem duplæ. Vnde notandum quod aliud est  $\mathcal{R}$ . cu. esse secunda potestate commensuras, nam omnes tales sunt, & earum cubi necessa-

K k 2

rid



riò sunt numeri, aliud ipsas esse commensas velut  $\mathcal{R}$ . cub. 16.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. vel  $\mathcal{M}$ . ipsæ enim solæ sunt quarum parallelepeda sunt numeri, quod demonstratur: nam si non sint commensæ a c & c b, igitur nec g & f, nec d & e, sed d & g sunt numeri, quia cubi  $\mathcal{R}$ . cu. igitur e & f non possunt non esse numeri. Non ergo potest esse a b composita ex duabus  $\mathcal{R}$ . cubicis incommensis, quia parallelepeda non essent numeri neque commensis, quia esset vñ  $\mathcal{R}$ . cub. & cubus totus numerus. Nullæ ergo duæ quantitates aliquo modo si non adsit numerus possunt satisfacere parallelepedis pro numero, vt reliquum cubi satisfaciatur rebus, nam si omnino sint incommensæ longitudine prima & secunda potentia, erunt quatuor producta incommensæ: ergo dato quòd vñ esset numerus, tria illa reliqua non possent continere duas quæ sunt in rebus numero, ergo non datur numerus rerum. Si autem essent commensæ longitudine, essent vna quantitas, igitur non satisfaceret. Si verò commensæ potentia secunda, & essent  $\mathcal{R}$ . cu. cubi essent numeri non parallelepeda, sin autem non essent  $\mathcal{R}$ . cu. erit e ad f, vt a c ad c b, sed a c non est commensum c b, ergo nec e cum f, igitur duo incommoda sequuntur primum, quòd si vñ parallelepedum est numerus, alterum non erit, quare non poterit fieri regula generalis. Secundum quod aggregatum cuborum, quod erit eiusdem naturæ, non poterit vni parti conuenire secundum numerum, quia est in proportionem commensæ ad quamcunque partem cum quadrato vñ earum, cum ergo sit quadratum non numerus, nisi quantitas sit  $\mathcal{R}$ . & si sit, tunc est contra dicta, constet quod non potest fieri æquatio. Exemplum dictum est  $\mathcal{R}$ . cu. quad 32.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. cubus secundum simplicia parallelepeda ad laborem fugiendum est  $\mathcal{R}$ . quad. 72  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. quad 2048.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. quad 8192. Hic constat nullum fieri numerum, idè conuenire non potest. Dico modò quòd nullum parallelepedum potest in his suppositis esse numerus: aliter sint a & b non  $\mathcal{R}$ . cubicæ in secunda potentia commensæ, & producant parallelepedum c numerum si fieri potest, & quia sunt potentia secunda

commensæ, capio duas  $a \text{---} b \text{---} c$   
 $\mathcal{R}$ . cu. in eadem pro-  $d \text{---} e \text{---} f$   
 portione d & e, quæ

producant f, parallelepedum, erit ergo ex dictis f  $\mathcal{R}$ . cu. numeri, at c numerus est, ergo proportio c ad f, vt numeri ad  $\mathcal{R}$ . cu. talis est triplicata ex Euclide ei quæ est a ad d, at d  $\mathcal{R}$ . cu. est alicuius numeri, igitur a est numerus, vel  $\mathcal{R}$ . cu. numeri, quod est contra suppositum. Sed neque possunt esse potentia prima commensæ partes, quia sic esset f ad d, & g ad e, vt numeri ad numerum. Essent ergo hæ duæ quantitates, si igitur vna est numerus reliquæ non potest continere a c & c b, quæ sunt longitudine incommensæ: si nulla ergo cubus non æquatur numero. Neque poterunt hæ duæ partes esse  $\mathcal{R}$ . v. cu. Quoniam

si commensæ, erunt vna: hoc autem demonstratum est esse non posse, si incommensæ sient quatuor partes in cubo incommensæ, ergo vna erit superflua. Relinquitur tandem vt vna sit numerus alia  $\mathcal{R}$ . vt videbimus, vel vt sint plures quàm duæ partes. Videamus ergo de tribus partibus primum cubicis omnibus, & incommensis, vt sunt  $\mathcal{R}$ . cu. 6.  $\mathcal{R}$ . cu. 5. &  $\mathcal{R}$ . cu. 2. cognosces autem esse incommensas longitudine, quando (vt dixi) numeri illarum ducti in quadratum alterius, non producant numerum cubum, neque tunc  $\mathcal{R}$ . cu. vñ ducta in alterius quadratum producit numerum, conuertuntur ergo sic producere numerum, & mutuo producere & numeros producere eodem modo numerum cubum, & radices illas commensas esse. Et contraria horum etiam conuertuntur. Ex quo tandem concluditur, partem illam capituli cubi æqualium rebus & numero non posse consistere in quantitate composita ex duabus  $\mathcal{R}$ . cubicis simplicibus aut vniuersalibus, aut numero &  $\mathcal{R}$ . cubica. Nam in numero &  $\mathcal{R}$ . cubica oportebit dare cubos numero, quia erunt numeri, ergo in numero partio non satisfacient, præterea parallelepeda incommensæ erunt & duæ  $\mathcal{R}$ . cu. & in re non est nisi vna pars quæ sit  $\mathcal{R}$ . cu. igitur non erit numerus rerum. Nequæ si ambæ partes sint  $\mathcal{R}$ . cu. quoniam si dederis parallelepeda numero primum non conuenient cum necessario, si non sint commensæ, sint  $\mathcal{R}$ . cu. ergo non numerus. Præterea cubi erunt numeri, ergo non poterunt res continere per numerum, cum res constet ex duabus  $\mathcal{R}$ . cu. sic enim  $\mathcal{R}$ . cu. ductæ in numerum, producerent numerum. Neque possumus dare vtrunque cubum  $\mathcal{P}$ . numero vbi numerus sit minor quarta parte totius cubi, vt docuimus, vbi autem est maior vel æqualis, damus, & sit illa pars capituli cubi æqualis rebus & numero, quæ iam nota est, igitur reliqua pars in hac æquatione nullum habet locum. Neque possumus dare differentiam cuborum numero, vt in  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{P}$ . &  $\mathcal{M}$ . velut  $\mathcal{R}$ . cu. 6.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. quia parallelepeda  $\mathcal{M}$ . erunt maiora &  $\mathcal{P}$ . minora, ergo cum in re  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{P}$ . sit maior  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{M}$ . necessario, nullo modo res poterunt contineri per numerum in parallelepedis, sed bene iungendo  $\mathcal{P}$ . cum  $\mathcal{M}$ . &  $\mathcal{M}$ . cum  $\mathcal{P}$ . rerum cum cubo fiet ad vnguem capitulum cubi, & rerum æqualium numero. Sed neque æstimatio potest constare ex numero, &  $\mathcal{R}$ . quadrata, vt sit generalis, hoc enim demonstratum supra, neque potest constare ex numero &  $\mathcal{R}$ . v. quadrata quia in cubo erunt duæ partes præter numerum incommensæ (quia  $\mathcal{R}$ . v. non est potentia prima commensæ numero) & in fine. re vna tantum ergo non constabit numerus rerum. Neque ex numero &  $\mathcal{R}$ . v. cu. quoniam oportebit dare cubos numero, & parallelepeda erant duo incommensæ, ergo vt prius cum sit tantum vna  $\mathcal{R}$ . v. cu. non poterunt res numero aliquo contineri in cubo.

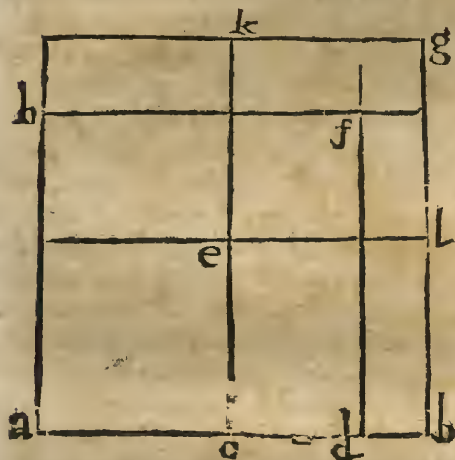
Ex cap. 10.

Cap. 3. in fine.



# Cap. XII. De modo demonst. &c. 389

cubo. Iam ergo ventum est necessariò ad Triarios, sit ergo a b diuisa in tres partes, quæ omnes sint  $\frac{1}{2}$ . cu. incommensæ, nec in eadẽ proportionẽ, & constat quodd fient octo genera corporum, vnum quod erit numerus qui constabit ex cubo singularum partium. Cũ enim a c, c d, d b, sint  $\frac{1}{2}$ . cu. numerorũ, erunt cubi earum numeri: quare & aggregatum eorum numerus. Secundum corpus constabit ex sexcuplo corporis, cuius latera sunt omnes partes scilicet a c, c d, d b, iam



ergo habes nouem corpora. Reliquia decemodo cũ sint tria, & tria æqualia, erunt ergo sex, primum constabit ex c d in triplum quadrati a c, secundum ex b d in triplum quadrati a c, tertium ex a c in triplum quadrati c d, quartum ex b d in triplum quadrati c d, quintum ex a c in triplum quadrati b d, sextum ex c d in triplum quadrati b d, cũ ergo sint septem partes incommensæ in cubo, & tres tantũ in re, cubus non poterit æquari rebus sub aliquo numero. Ostendo modo quod ita sit: nam in superficie a g sunt tria quadrata a e, e f, f g: & sex superficies quarum binæ, & binæ sunt æquales d e e h, & d l h k, & l f f k. At ex a c, c d, d b, in sua quadrata fiunt tres cubi, ex a c verò in f l, f k, idem sit quod ex c d in d l h k, & ex b d in d e, e h, igitur constat de nouem iam corporibus in duo redactis. Dico modò quodd ex vna parte in quadratum alterius fiunt tria corpora, vtpotè ex a c in e d, e h, & ex c d in, fiunt tria parallelipeda ex c d in quadratum a c, igitur cũ binæ quantitates residuæ multiplicentur in quadratum tertiæ fient sex aggregata ex tribus parallelipedis, omnia igitur viginti septem reducẽta ad octo.

Prop. 43. primi Elem.

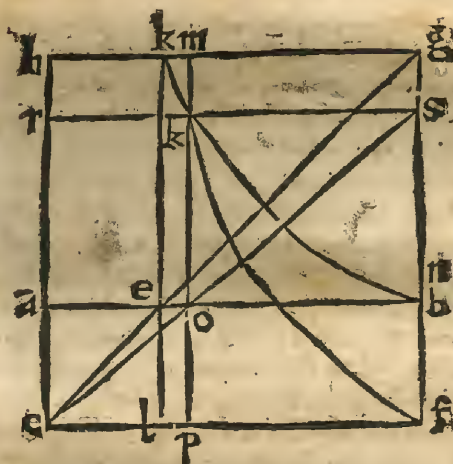
## C A P V T XII.

De modo demonstrandi geometricè estimationem cubi & numeri æqualium quadratis.

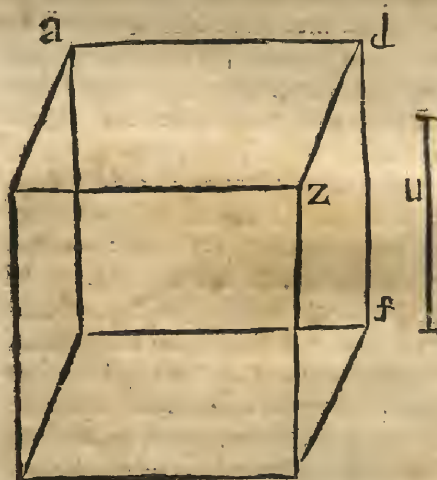
SIN T quadrata duodecim æqualia cubo, & centum nonaginta duobus numero, gratiã exempli, & constat ex supradictis, quodd si numerus esset maior ducentis quinquaginta sex, quodd propositum esset falsum, & si esset ipse numerus ducenti quinquaginta sex, quodd latus cubi esset

Tom. I V.

octo seu bes eiusdem numeri quadratorum, & idèd proposuimus numerum illo minorem. Et ex eisdem constat quod si numerus esset dimidium maximi numeri, scilicet centum viginti octo, quodd res esset tertiã pars numeri quadratorum propositorum, quia proportio quadrati beßis ad quadratum trientis est velut beßis ad id quod prouenit diuiso centum viginti octo solido proposito per quadratum beßis, quod est sexaginta quatuor, exit enim duo qui est quarta pars octo, vt sexdecim quadratum quatuor, trientis est quarta pars sexaginta quatuor quadrati octo beßis numeri quadratorum propositi. Nos ergo sumpsimus alium numerum ab his vt dixi. Proponatur ergo corpus solidum d q t z rectilineum & æquidistantium laterum a c superficierum, cuius imã superficies sit d q c quadrata, & sit totum solidum centum nonaginta duo, scilicet numerus propositus, & eius altitudo sit lineã d z, & sit a b data duodecim æqualis, scilicet numero quadratorum proposito, & diuisa ita vt b e sit dupla ad e a. Et duabus c b &



d q subtendatur lineã quãdam u, & sit d z ad a c, vt e b ad u, erit ergo quadrati e b ad quadratum q t, vt e b ad u, quare vt d z ad a c: igitur solidum quod sub a c & quadrato e b æquale solido d q t z, propositum igitur est sic diuidere a b, vt solidum ex vna parte in quadratum alterius sit z:



quale solido ex a c in quadratum e b. Et hoc nos docet facere Eutocius Ascalonita.

K k 3



lonita in secundum de Sphæra, & Cylindro bifariam, sed sufficiat adduxisse primam illius demonstrationem. Non adducam autem propositiones ex Euclide tanquam notissimas, erigo ergo  $a c$  ad perpendicularum super  $a b$ , & compleo superficiem  $a b e f$ , & duco  $c e$  vsque occurrat  $f b$  in  $g$ , & compleo similiter superficiem æquidistantium laterum  $h g e f$ , & duco ex  $e$  æquidistantem  $c h$ , quæ sit  $l e k$ , & refecetur  $g m$ , æqualis  $d q$ , & duabus lineis  $a b$  &  $e b$  subtendatur in continua proportionem  $f n$ . Ducatur ergo super  $g f$  axe paraboles quæ transibit per  $m$ , vt ostendam, & similiter ex  $b$ , ducatur circa coincidentes  $h c$  &  $c f$  hyperboles quæ transibit per  $k$ , per earum quæ demonstrata sunt ab Apollonio in secundo conicorum Elementorum. Vbi ergo si diuident  $k b$  &  $m f$  in  $x$ , ducam  $r x$  æquidistantem  $a b$  &  $x p$  æquidistantem  $r c$ , quæ secabit  $a b$  in  $o$ , quem punctum dico esse quæsitum. Ducam ergo  $e o$  quam ostendam pertingere ad  $f$ , quia ergo vt  $e a$  ad  $a c$ , ita quadratum  $b e$  ad quadratum  $g m$ , & idè rectanguli ex  $c f$  in  $f n$  ad idem, at vt  $e a$  ad  $a c$ , ita  $e f$  ad  $f g$ , & vt  $c f$  ad  $f g$  sic quadratum  $c f$  ad id quod sub  $c f$ ,  $f g$ , quare vt id quod sub  $c f$ ,  $f n$  ad quadratum  $g m$ , ita quadratum  $c f$  ad id quod sub  $c f$ ,  $f g$ . Igitur quadratum  $c f$  ad id quod sub  $c f$ ,  $f n$ , vt id quod sub  $c f$ ,  $f g$  ad quadratum  $g m$ . At vt quadratum  $c f$  ad contentum sub  $c f$ ,  $f n$ , ita  $c f$  ad  $f n$ , & vt  $c f$  ad  $f n$ , ita contenti sub  $c f$ ,  $f g$  ad contentum sub  $f g$  &  $f n$ , igitur vt  $c f$ ,  $f g$  ad quadratum  $g m$ , ita contenti sub  $c f$ ,  $f g$  ad contentum sub  $g f$ ,  $f n$ , igitur quadratum  $g m$  æquale ei quod sit ex  $g f$  in  $f n$ . Igitur  $g m$  est media proportionem inter  $g f$  &  $f n$ . Ducta ergo parabola ex primo Conicorū Apollonij per  $f$ , ita vt ductæ possint ad  $f n$  axe  $g f$  cadet in  $m$  punctum, quod est primum. Et quia  $h c$  est æqualis  $e f$ , sunt enim supplementa, erunt  $h l$  &  $a f$  æqualia, & coincidentes  $h c$ ,  $c f$ . Ergo hyperbole ducta ex  $b$  refecabit proportionem respondentem  $f b$  ipsi  $g f$  ex  $g h$ : igitur cadet in  $k$ , quod est secundum. Cum ergo  $h c$  &  $c f$  sint coincidentes, & rectangula  $r x p$ , &  $a b f$  tangant hyperbolem, igitur inuicem sunt æqualia, detracta igitur communi  $a o p c$ , erunt duæ superficies  $a r x o$  &  $a b p f$  æquales. Et cum sint supplementa erunt circa eandem diametrum. Igitur  $c o$  cadet in  $f$ , quod est tertium. Quoniam ergo  $c f$  ad  $f f$ , vt  $c p$  ad  $p o$ , & idè vt  $a o$  ad  $a c$ , & vt  $c f$  ad  $f f$  ita contenti sub  $c f$ ,  $f n$ , quod est quadratum  $e b$  ad contentum sub  $f f$ ,  $f n$ , erit quadrati  $e b$  ad contentum sub  $f f$ ,  $f n$ , velut  $o a$  ad  $a c$ , & contentum sub  $n f$ ,  $f f$  æquale quadrato  $f x$ , propter parabolam assumptam, super  $n f$ , igitur quadrati  $e b$  ad quadratum  $o b$ , quod est æquale quadrato  $x f$ , velut  $o a$  ad  $a c$ , igitur solidum ex  $a o$  in quadratum  $o b$  est æquale solido ex  $a c$  in quadratum  $c b$ , quod fuit demonstrandum. Et fuit quantum, liquet autem quod ratio constructionis huius problematis pendet ex his duobus, primum quod assumpto puncto  $n$

Per nonam  
octauæ Ele.

Per trigessimā quartā  
undecimi  
Elementorū.

æqualiter distante à vertice paraboles, qui est  $f$ , ita vt paraboles refecet æqualem ex perpendiculari ducta ex  $n$  ad parabolam ipsi  $n f$  semper ducta ad perpendicularum ex illo axe  $g f$ , quantuscunque sit ad parabolam, media illa est inter  $n f$ , & lineam à vertice ad punctum, ex quo perpendicularem eduxisti. Alterum pendet ex constructione hyperboles, nam cum ducta ad perpendicularum super axe, & axis inciderint in duas rectas ad perpendicularum, illæ in quas incidunt, vocantur coincidentes, & semper faciunt superficies æquales extra contentas. Vt in exemplo sumpto puncto  $k$  cum vertice  $k e$  est æqualis  $c b$ , & sumpto puncto  $x$  cum vertice sit  $x c$  æqualis eidem  $c b$ . Ex quo sequitur manifestè quod  $x c$  est æqualis  $x c$ , idè hoc euenit, quia semper  $k$  est æqualis  $x l$ , vbicunque punctus  $x$  statuatur. Apparet ergo quod supposita  $a b$  12. semper  $f n$  erit eadem quia in proportionem  $a d$ ,  $a b$  &  $e b$ , & idè  $5\frac{1}{3}$ . Et si  $d q t z$  ponatur 192. erit  $a c$  3. & si 128. erit  $a c$  2. & si 64. erit 1. Et in primo casu  $x c$  semper erit 36 in secundo 24. in tertio erit 12. Posita ergo  $f f$  quad.  $c$ , erit  $x f$  in omni casu res numero  $3x$ .  $5\frac{1}{3}$ , igitur  $r x$  erit 12. m. rebus  $3x$ .  $5\frac{1}{3}$ , quia ergo  $x p$  est æqualis  $f f$ , erit superficies  $r p$ , atque idè  $a f$  12. quad. m. cu.  $3x$ .  $5\frac{1}{3}$ , & hoc potest esse æquale 36. & 24. & 12. vel cuicunque numero. Cum ergo reducerimus ad vnum cubum, sient in omni casu 8. quadrata, scilicet ducta quantitate  $a b$ , quæ est 12. per  $f n$ , quæ est  $5\frac{1}{3}$ , sit 64. tum est 8. Igitur supposita  $a b$  solum 12. quantumcunque sit solidum  $d q t z$ , erunt semper 8. quadrata æqualia cubo & numero, qui producit ducta  $a c$  &  $a b$ , & producto in  $3x$ .  $5\frac{1}{3}$ , si ergo  $b c$  sit 36. erit numerus 6912. & si fuerit 24. erit  $3x$ . 172. & si fuerit 12. erit  $3x$ . 168. Et æstimatio in se ducta producet  $f f$ , quæ ducta in  $n f$ , & eius sumpta radice proueniet  $f x$  pars quæ sita, nam ipsa est æqualis  $o b$ . Ergo data in se, & detracta ab  $a b$ , & vno in alterum ducto proueniet solidum  $d q t z$ . Et idè facilis operatio Geometrica difficillima est arithmetice, nec etiam satisfacit.

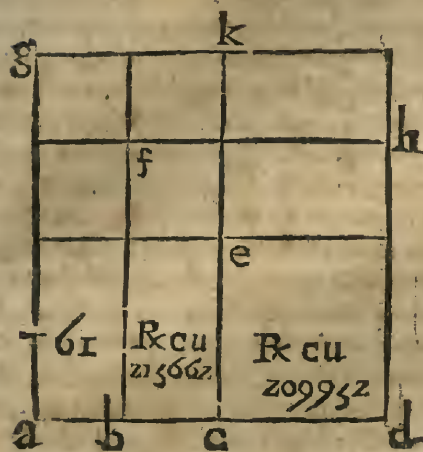
### C A P V T XIII.

De inuentione partium trinomij cubici,  
quod cubum producit cum duabus  
partibus tantum cubicis.

ET dico modo quod si assumatur trinomium cubicum, ex cuius ductu partium producat numerus, quod producentur duæ partes tantum, quæ sint  $3x$  cubica, sed in re sunt tres partes cubica incommensæ, vt dictum est, igitur partes cubi non possunt continere partes rerum secundum numerum. Ex quo sequitur quod cum res fuerit ex tribus radicibus cubicis in continua proportionem, quod idem sequetur, nam  $3x$ . cu. 12. p.  $3x$ . cu. 6. p.  $3x$ . cu. 3. producant quantum media ducta ad cubum, igitur inuicem ducta produ-

cunt





R. cu. R. cu. 4. R. cu. 18.

|       |      |      |      |
|-------|------|------|------|
| 1296. | 216. | 972. | 729. |
| 162.  | 27.  | 288. | 216. |
| 48.   | 8.   | 36.  | 27.  |

Per 17. cunt R. cu. 216. quæ est 6. Hoc igitur  
*sexi Elem.* generaliter sic demonstratur. Supponatur  
 trinomium cubicum a b c d, solum cum  
 hac conditione, quod corpus ex a b, c: d  
 sit numerus, constet ergo quod sunt no-  
 uem corpora, quæ sunt æqualia numero.  
 Reliqua decem octo, sunt tria, vt dictum  
 est, ex a b in quadratum b c, & ex c d in  
 quadratum a b, quæ dico esse commensa,  
 velut & ex b c in quadratum c d. Nam quod  
 sit ex a b in quadratum b c, ad id quod sit  
 ex c d in in quadratum a b se habet, vt  
 quadratum b c ad id quod sit ex a b in c d,  
 at quadratum b c se habet ad id quod sit  
 ex a b in c d, vt numerus ad numerum, nam  
 ex b c in quadratum suum fit cubus, qui  
 est numerus, & ex b c in rectangulum a b,  
 in c d, fit parallelepipedum æquale numero,  
 igitur proportio b c quadrati ad superficiem  
 a b in c d, est velut numeri ad numerum, ea  
 igitur ratione etiam quæ ex b c in quadra-  
 tum c d, igitur fient duo tantum R. cu. in-  
 commensæ, at in radice sunt tres, igitur non  
 possunt res æquari cubis assumptæ per nu-  
 merum. At si proposueris partem nume-  
 rum velut R. cu. 31. p. R. cu. 16. p. 2. proue-  
 niunt 152 p. R. cu. 131072. p. R. cu. 128000.  
 Idem cum sit longe minor proportio quàm  
 partium rei, non poterit cubus æquari cer-  
 to numero rerum. vide etiam infra.

Per 32.  
 undecimi  
 Elem.

Cap. 31.

## C A P V T XIV.

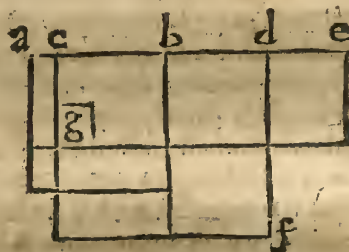
De inuentione generis æstimationis.

Cap. 13. Ar-  
 tis magna.

ride cap. 5.  
 supra.

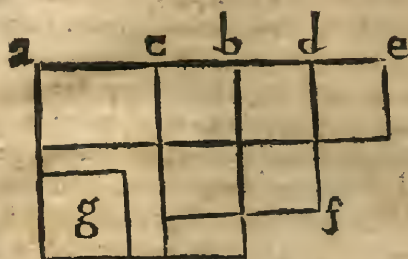
Cum sit constitutum quod æstimatio  
 cubi & numeri sit duplex, aut bino-  
 mium & suum recisum primum, aut reci-  
 sum quintum, & ex vtraque fiat æstimatio  
 cubi æqualis rebus & numero necesse est,  
 vt cum ex binomio & suo reciso fiat nume-  
 rus, & ex reciso quinto, & numero bino-  
 mium quintum, vt capituli cubi æqualis  
 rebus & numero sit tantum inuenta æstima-  
 tio binomij quinti vltra numerum. Idem pri-  
 mum quæramus habitæ æstimatione cubi

& numeri, sed non dati æqualium rebus,  
 numerum rerum & æquationis. Proposito  
 ergo binomio primo vel quarto, aut resi-  
 duo eorum, seu residuo secundo aut quin-  
 to, ducatur pars quæ est numerus in se &  
 triplicetur, & ei addatur quadratum partis,  
 quæ est radix, & constabitur numerus re-  
 rum. Deinde pro numero æquationis du-  
 plica partem, quæ est numerus, & d c in  
 se, & residuum à numero rerum ducatur in  
 idem duplum numeri, & fiet numerus æqua-  
 tionis. Exemplum R. 7. m. 2. Primum duc 2.  
 in se fit 4. triplica fit 12. adde quadratum  
 R. 7. fit 7. & totum 19. numerus rerum. In-  
 de pro numero æquationis dupla 2. fit 4.  
 duc in se fit 16. differentia à 19. numero re-  
 rum est 3. duc in 4. duplum 2. fit 12. nu-  
 merus æquationis. Igitur 1. cu. p. 12. æqua-  
 tur 12. rebus. Huius causa est quod posita a b



re diuisa, quomodocunque in c, ita quod  
 b c sit numerus, & a c alia quantitas, &  
 iuxta quadratum b c addantur duo alia qua-  
 drata ei æqualia, & eadem sumantur cum  
 quadrato a c pro numero rerum, illæ res  
 erunt æquales cubo assumptæ lineæ a b cum  
 eo quod sit ex duplo b c in differentiam  
 numeri rerum à duplo quadrati b c, quod  
 sit b d, nam si tria quadrata b c cum qua-  
 drato a c sunt numerus rerum, ergo res sunt  
 æquales tribus cubis b c, & triplo a c in  
 quadratum b c, & cubo a c, & paralleli-  
 pedo ex b c in quadratum a c, detraho igitur  
 cubum a b ex illis corporibus, relinque-  
 tur differentia dupli cubi b c, duplo b c, in  
 quadratum a c, at verò numerus ex suppo-  
 sito sit ex duplo b c in differentiam e f, à  
 numero rerum quæ est quadratum b c, mi-  
 nus quadrato a c, nam quadratum c f con-  
 tinet quater quadratum b c, & numerus re-  
 rum continet quadratum b c ter & insu-  
 per quadratum a c, igitur facto g æquali  
 quadrato a c, duplum quadrati b c excedit  
 numerum rerum in gnomone g, at demon-  
 stratum est quod res excedunt cubum a b,  
 in differentia dupli cubi a b, ab eo quod sit  
 ex b c in quadratum a c, quod est g, idem  
 que in duplo b c in gnomonem, igitur nu-  
 merus hic additus cubo æquatur rebus. Idem  
 dices si numerus esset minor radice, sed a b  
 residuum, eodem enim modo procedit de-  
 monstratio, sed oportet mutare figuras.  
 Idem verò contingit vbi cubus sit æqualis  
 rebus & numero, & sit binomium secun-  
 dum aut quintum, vt sit numerus rerum  
 triplum quadrati b c, cum quadrato a c erit  
 que numerus, id quod sit ex duplo c b in  
 differentiam quadrati c f, à quadrato dupli  
 b c, quod sit f. Erunt enim tres triplum cu-  
 bo b c, triplum parallelepedi a c in quadra-





tum  $bc$ , cubus  $ac$ , & parallelepipedum ex  $bc$  in quadratum  $ac$ , detrahantur hæc octo corpora ex cubo  $ab$ , relinquetur differentia cubi  $ab$ , ab octo corporibus duplum  $bc$  in quadratum  $ac$ , à duplo cubi  $bc$ , at numerus sit ex supposito ex duplo  $bc$  in differentiam  $cf$ . quadrati à tribus superficiebus quadratis  $bc$ , cum quadrato  $ac$ , hæc autem est quantum differentia quadrati  $ac$ , à quadrato  $bc$ , cum triplum quadrati  $bc$  sit commune utrisque quantitatis, fiat igitur  $g$  quadratum  $bc$  in quadrato  $ac$ , cum sit minus ergo numerus æquatur duplo  $bc$  in gnomonem  $g$ , cubus autem  $ab$  excedit res, ut demonstratum est in differentia dupli  $bc$  in quadratum  $ac$ , à duplo cubi  $bc$ , sed duplum  $bc$  in gnomonem  $g$  est æquale duplo excessus  $bc$  in quadratum  $ac$ , à duplo cubi  $bc$ , quoniam sunt eadem altitudines & superficies, ergo cubus æquatur rebus & numero assumptis.

Gorm.

Ex hoc patet quod hæc æquatio est inæqualis, ideoque neque generaliter potest tradi regula, nam numerus datur duplo parallelepidi minoris partis in gnomonem, qui est differentia quadratorum partium, liquet etiam quod talis gnomon in omni casu est æqualis rebus solis, ubi partes suppositæ sint dimidium numeri plus una re, & minus una re.

## C A P V T XV.

*De inuentione partium rei per partes cubi.*

**V**bi propositæ sint partes cubi  $a$  &  $c$  notæ, ex quibus velis scire quantitatem lineæ  $a$  &  $c$ . Quinque suppositis id ages cognitis. Primum ut scias proportionem par-

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $a$ | $b$ | $c$ |
| D   | E   | F   |
| 27. | 18. | 12. |
|     |     | G   |
|     |     | 8.  |

tium singularum aut excessum, quæ continentur his regulis. Prima, proportio cubi ad cubum est triplicata lateris ad latus. Secunda, proportio cubi ad parallelepipedum, si est ex quadrato lateris sui est ut partium lineæ. Tertia, proportio cubi ad parallelepipedum alternum est, ut partium lineæ duplicata. Quarta proportio parallelepipedorum inuicem, est ut partium lineæ. Quinta, proportio aggregati cuborum ad aggregatum duorum mutuoarum parallelepipedorum est ve-

lut aggregati quadratorum partium lineæ, detracto parallelogramo ipsarum ad illud parallelogramum. Sexta, proportio cubi cum parallelepipedo proximo ad parallelepipedum alternum, cum alio cubo est ut partium lineæ duplicata. Septima, proportio aggregati ex cubo & parallelepipedo alterno, ad aggregatum ex parallelepipedo proximo, & alio cubo est velut partium lineæ. Octaua, differentia aggregati ex cubo, & triplo parallelepipedorum alternorum, ab aggregato parallelepipedorum trium proximorum, & alterius cubi est cubus differentiarum partium lineæ. Secundum suppositum debet reducere parallelepidæ, & cubos semper ad vnum præterquam in hac octaua regula, ut vnum vni comparetur. Tertium suppositum, proportionem partium reducuntur ad proportionem 1. cu. 1. quad. 1. pos. & 1. ipsius proportionis, ita ut 1. pos. sit ipsa proportio. Vnde si quis dicat, fuit parallelepipedum 4. & residuum cubi 104. dico tu scis constitutionem cubi, & pones 1. cub.  $\bar{p}$ . 1. pro re  $\bar{p}$ . 1. & habebis 1. cu.  $\bar{p}$ . 3. cu. quad.  $\bar{p}$ . 3. cu.  $\bar{p}$ . 1. & hoc est in proportionem ad 1. cu. ut 108. quod sit restituito 4. ad 104. ad 4. ut 27. ad 1.  $\bar{p}$ . autem cubica 1. cu. cu.  $\bar{p}$ . 3. cu. quad.  $\bar{p}$ . 3. cu.  $\bar{p}$ . 1. est 1. cu.  $\bar{p}$ . 1. radix cu. 1. cu. est 1. pos.  $\bar{p}$ . cu. 27. est 3. igitur 1. cu.  $\bar{p}$ . 1. æquatur 3. pos. Et in hoc supposito ingreditur scientia compositionis cubi ex cubis partium, & sex parallelepipedis, quorum tria sunt similia & æqualia, & tria similiter inter se, & quod sunt ex vna parte in alterius quadratum & cognitio extrahendi  $\bar{p}$ . cu. & quadratam, & diuidendi per communem diuisorem, cum fuerint plures denominationes. Quartum suppositum est, ut scias quod dum volueris iungere aliquas  $\bar{p}$ . eiusdem generis aut detrahere, diuides vnum per aliud, & accipe  $\bar{p}$ . illius generis prouentus, & pro additione adde 1. & pro deductione auferto, & quod sit, ducito ad quadratum, si fuit  $\bar{p}$ . quadrata, vel ad cubum si cuba, & productum multiplicabis per diuisorem, & quod prouenit est quæsitum. Quintum suppositum est, ut adiunges te cum regulis generalibus Algebraticis, & de modo.

Si quis ergo dicat cubus & duo parallelepidæ altitudo sunt 24. & cubus alter cum duobus parallelepipedis 18. igitur per tertium suppositum 1. cub.  $\bar{p}$ . 2. pos. est sesquitercium 2. quad.  $\bar{p}$ . 1. & æquale  $2\frac{2}{3}$  quad.  $\bar{p}$ .  $1\frac{2}{3}$  & habebis  $\frac{10}{27}$  rerum  $\bar{p}$ .  $\frac{720}{729}$ , æqualia cubo & rei æstimatio cum  $\frac{8}{9}$  TPNQ est rei æstimatio.

Et generaliter posito vno cubo, puta  $ab$  cum quattis parte nota erit reliquum notum. Quia  $ab$  nota: ergo si cubus  $bc$ , igitur  $bc$ , igitur parallelepidæ, vel si parallelepipedum diuiso eo per  $ab$ , vel quadratum  $ab$  prodibit  $bc$ , igitur tota  $ac$ .

Ex difficilioribus autem modis primus est cum cubi & tria parallelepidæ proxima cognita sunt: habebis tamen rei æstimationem  $\bar{p}$ . cubicâ totius, velut vnum aggregatum sit 48. aliud 16. erit res 4. latus cubicum 64. totius. Secundum adhuc difficilium, cum cubi, & duo parallelepidæ proxima



proxima nota fuerint, nam nec licebit assequi rem, ut in priore, subiaceret tamen inuentioni, & habet æqualitatem. Vltimum est, cum est anomalum, ut aggregatum ex ex duobus parallelepipedis vnius generis, & vno vel tribus ex alio genere, vel duo cubi cum vno parallelepipedo, vel duobus ex vno genere, alio ex alio genere, vel cubus & tria parallelepipeda vnius generis cum parallelepipedo alterius generis. Et ita de aliis modis inæqualitatis.

Demum est compositio notior cubi cum duobus parallelepipedis proximo, & vno remotiore, nam primum talia aggregata sunt in proportionem partium linearum. Et singula eorum habent radicem quadratam, velut vnum sit 20. aliud 80. erit proportio partium lateris totius cubici quadrupla, igitur ponemus vnam 1. pos. aliam 4. inde produimus 64. cu. p. 48. cu. p. 12. cu. p. 1. cu. & hæc sunt æqualia 100. res igitur est  $\frac{1}{2}$  cu.  $\frac{1}{2}$ . Aliter ponemus proportionem 1. quad. erunt

$$\begin{array}{l} 1. \text{cu. qd. p. 3. qd. qd. p. 3. qd. p. 1.} \\ 1. \text{cu. qd. p. 2. qd. qd. p. 1. qd. — 1. cu. p. 1. pos.} \\ 1. \text{qd. qd. p. 2. qd. p. 1.} \\ 4. \text{qd. qd. p. 8. qd. p. 4. — 2. qd. p. 2.} \\ \hline \frac{1}{2} \text{ pos.} \end{array}$$

partes ut à latere: dissolue in duo aggregata proposita, habebis partes, ut vides, igitur cum sit proportio illarum quadrupla, multiplicabis aggregatum minus per 4. & assumes  $\frac{1}{2}$  quadratam partium quam semihabent, quia ab initio habuerunt, & post duxisti per numerum, habes igitur 1. cu. p. 1. pos. æqualia 2. quad. p. 2. & idem semper poteris diuidere vnum per aliud, habebit ergo  $\frac{1}{2}$  pos. æqualia duplæ. Circa quod nota quod cum 1. cu. p. 1. pos. sit æquale 2. quad. p. 2. pos. igitur diuidendo vnum per aliud, prouenit vnum, & iam prouenit  $\frac{1}{2}$  pos. igitur  $\frac{1}{2}$  pos. est 1. & 1. pos. est 2. & ego posui 1. quad. pro proportionem, res ergo redit ad idem. Sed hoc volui ostendere ob reliqua.

## C A P V T XVI.

*Quod quadrinomij ex radicibus cub. cubus ad tres partes quarum due sint tantum  $\frac{1}{2}$  cuba, reducitur aut longè plures.*

ET sit primò quadrinomium ex  $\frac{1}{2}$  cubicis in continua proportionem, in quibus non sit numerus, ut  $\frac{1}{2}$  cu. 3. p.  $\frac{1}{2}$  cu. 6. p.

$\frac{1}{2}$  cu. 12. p.  $\frac{1}{2}$  cu. 24. est ergo  $\frac{1}{2}$  cub. 24. ad  $\frac{1}{2}$  cu. 3. triplicata proportio, at 6. ad 3. ut  $\frac{1}{2}$  cu. 6. ad  $\frac{1}{2}$  cu. 3. triplicata, igitur  $\frac{1}{2}$  cu. 3. est dimidium  $\frac{1}{2}$  cu. 24. igitur faciunt  $\frac{1}{2}$  cu. quæ est  $\frac{1}{2}$  cu. 81. sed  $\frac{1}{2}$  cu. 81. ducta in  $\frac{1}{2}$  cu. 72. productum ex  $\frac{1}{2}$  cu. 6. in  $\frac{1}{2}$  cu. 12. producit  $\frac{1}{2}$  cu. 729. scilicet 9. duplicatam, igitur per supradicta quadrinomium illud reductum ad cubum non habet nisi duas  $\frac{1}{2}$  cub. idè res non possunt æquari cubo. Ostendo modò quod ex producto ex cu. 72. in  $\frac{1}{2}$  cu. 81. fiat numerus, quia per dicta productum ex  $\frac{1}{2}$  cu. 3. in  $\frac{1}{2}$  cu. 3. in  $\frac{1}{2}$  cu. 6. inde in  $\frac{1}{2}$  cu. 12. cum sint in continua proportionem. Pariter ex  $\frac{1}{2}$  cu. 6. in  $\frac{1}{2}$  cu. 12. & exinde in  $\frac{1}{2}$  cu. 24. fit numerus: igitur ex producto  $\frac{1}{2}$  cu. 6. in  $\frac{1}{2}$  cu. 12. in  $\frac{1}{2}$  cu. 3. & in  $\frac{1}{2}$  cu. 24. fiunt numeri, ergo in aggregatum sit numerus, quod erat demonstrandum.

Si verò inter illas  $\frac{1}{2}$  cub. sit numerus, velut  $\frac{1}{2}$  cub. 2. p.  $\frac{1}{2}$  cu. 4. p.  $\frac{1}{2}$  cu. 8. p.  $\frac{1}{2}$  cu. 16. Idem continget ut palam est, producantur enim  $\frac{1}{2}$  cu. 128. & 4. & reliquæ omnes illis commensuræ sunt, ut facillè demonstrari potest, idem fiet in trinomio solo ex  $\frac{1}{2}$  cu. 16. p.  $\frac{1}{2}$  cu. 4. p.  $\frac{1}{2}$  cu. 2. Et eo magis ut de hoc non sit dubitatio, quia sumus in casu priore.

Si verò sint tales, ut duæ in quadratum alterius producant numerum iam commensuræ sunt. Et idè non sunt amplius quatuor, sed tres: si vna  $\frac{1}{2}$  alterius nihil refert in hoc casu, capiamus ergo  $\frac{1}{2}$  cu. 2.  $\frac{1}{2}$  cu. 3.  $\frac{1}{2}$  cu. 4.  $\frac{1}{2}$  cu. 5. Et manifestum est quod sunt plures  $\frac{1}{2}$  cu. non commensuræ quam quatuor reducendo ad cubum. Ergo nullum quadrinomium ex  $\frac{1}{2}$  cubicis non est idoneum.

## C A P V T XVII.

*Quot modis numerus possit produci ex non numero.*

PRIMUM numerus quilibet producit ex his numeris, à quibus diuidi potuit. Et ita si volo diuidere 10. potest diuidi per numerum alogon qui constet ex quatuor radicibus incommensuris non tamen ultra etiam si sit vna pars numerus. Et si sint  $\frac{1}{2}$  cub. non ultra tres. Et hoc fit per recisa, ut in tertio lib. operis perfecti, velut si diuidens sit  $\frac{1}{2}$  6. p.  $\frac{1}{2}$  5. p.  $\frac{1}{2}$  3. p.  $\frac{1}{2}$  2. inuenies suum recisum ut vides. Et ita si volo diuidere per  $\frac{1}{2}$  cu. 4. p.  $\frac{1}{2}$  cu. 3. p.  $\frac{1}{2}$  cu. 2. ut docuit Scipio Terrus Bononiensis.

$$\begin{array}{l} \text{Exemplum} \\ \text{primum} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ cu. 6. p. } \frac{1}{2} \text{ cu. 5. p. } \frac{1}{2} \text{ cu. 3. p. } \frac{1}{2} \text{ cu. 2.} \\ \frac{1}{2} \text{ cu. 6. p. } \frac{1}{2} \text{ cu. 5. m. } \frac{1}{2} \text{ cu. 3. m. } \frac{1}{2} \text{ cu. 2.} \\ \hline 6. \text{ p. } \frac{1}{2} \text{ cu. } 120. \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ cu. } 24. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Exemplum} \\ \text{secundum} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ cu. 4.} \\ \frac{1}{2} \text{ cu. 16. p. } \frac{1}{2} \text{ cu. 9. p. } \frac{1}{2} \text{ cu. 4. m. } \frac{1}{2} \text{ cu. 12. m. } 2. \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ cu. 6.} \\ \hline \text{Productum } 9. \text{ m. } \frac{1}{2} \text{ cu. } 648. \\ 81. \text{ p. } \frac{1}{2} \text{ cu. } 4199645. \frac{1}{2} \text{ cu. } 472392. \\ \hline \text{Diuisor } 81. \end{array} \right.$$

Et



Et manifestum est quod assumuntur quadrata illarum  $\bar{p}$ . & producta inuicem pro  $\bar{m}$ . productum autem est aggregatum cuborum partium. 4. & 3. & 2. quod est 9.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . cubica tripla ei quæ fit ex prima in extremam, scilicet  $\bar{R}$ . cu. 24. quæ triplicata producit  $\bar{R}$ . cu. 648. Et eadem ratione inuenies suum trinomium eodem modo, ut vides ducendo partes in seipsas & inter se. Et ita conficies numerum diuiforem. Sed hæc ut dixi alio pertinent.

Hoc ipsum est quod volebam docere, scilicet quod ubi non possis diuidere numerum propter multitudinem partium, sufficiet supponere, velut volo diuidere 10. per  $\bar{R}$ . 6.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 5.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 2.  $\bar{p}$ . sufficiet supponere diuiforem diuidendo, & habebis.

10

$\bar{R}$ . 6.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 5.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 2.  $\bar{p}$ . 1. Et cum hoc potes operari multiplicando, diuidendo, addendo & detrahendo ad vnguem, sicut in fractis numeris fieri solet. Velut volo diuidere 20. per hunc numerum exibat  $\bar{R}$ . 24.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 20.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 12.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 8.  $\bar{p}$ . 2. Et ita habes quod 10. producit ex quibusuis numeris diuidentibus cum suo alterno.

At propriè fit primo ex quibusuis binomiis & recisis, quorum differentia partium in se ductarum, est ille idem numerus, velut ex  $\bar{R}$ . 11.  $\bar{p}$ . 1. &  $\bar{R}$ . 11.  $\bar{m}$ . 1. &  $\bar{R}$ . 12.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 2. &  $\bar{R}$ .  $\bar{R}$ . 12.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 2. & ita de aliis & ita potest produci ut 4.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 6. & 4.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 6. & 5.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 15. & 5.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 15.

Secundo potest produci ex binomio, & reciso proportionem habentibus, ut 4.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 12. & 2.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 3. producant enim 2. proposito ergo quouis binomio vel reciso inuenias suum alternum, & duc inuicem, & producto diuide numerum propositum, & id quod exit, duc per secundo inuentum, & habebis quæsitum, velut volo inuenire numerum qui ductus per 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 7. producat 10. inuento 3.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 7. & ductis inuicem fit 2. diuide 10. per 2. exit 5. duc 5. in 3.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 7. fit 15.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 175. duc 15.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 175. in 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 7. fit 45.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 1225. cuius  $\bar{R}$ . est 35. detrahe à 45. relinquitur 10.

Tertio fit ex fractis eodem modo, quo in primo  $\bar{R}$ .  $17\frac{1}{5}$   $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ .  $3\frac{1}{5}$  in  $\bar{R}$ .  $17\frac{1}{5}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ .  $7\frac{1}{5}$ , producant 10. & ita in numeris, velut  $3\frac{1}{6}$   $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ .  $\frac{1}{6}$ , &  $3\frac{1}{6}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ .  $\frac{1}{6}$ , & ita in alogis, velut  $3\frac{1}{5}$   $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ .  $\frac{1}{5}$  & 3.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ .  $\frac{6}{25}$ .

Quarto, si velis duos numeros quorum quadrata differant in 10. facile hoc est cum quouis numero, exemplum capio 2. & 10. duc 2. in se fit 4. detrahe à 10. remanent 6. diuide per 2. exit 3. huius dimidium per se sumptum & additum ad 2. producit quadrata quorum differentia est 10. nam quadrata  $3\frac{1}{2}$  &  $1\frac{1}{2}$  differunt in 10. Similiter capio  $2\frac{1}{5}$  duco in se, fit  $4\frac{1}{25}$ , detraho ex 10. relinquantur  $5\frac{24}{25}$ , diuide per  $2\frac{1}{5}$ , & est 2. c si diuidas  $\frac{120}{25}$  per  $\frac{11}{5}$ , quod est ac si diuideres 1295. per 55. exeunt ergo  $2\frac{12}{55}$  cuius dimidium est  $\frac{12}{110}$ , adde ad  $2\frac{1}{5}$ , fiet  $3\frac{14}{110}$  &  $\frac{10}{110}$ , producant quadrata quorum differentia est 10.

Producitur insuper à numeris simplicibus quibuslibet qui sunt in ordine eodem, & producant numerum iuxta naturam eius,

ut à  $\bar{R}$ . 10. in se: & à  $\bar{R}$ .  $\bar{R}$ . quauis, quæ ducta in aliam  $\bar{R}$ .  $\bar{R}$ . producat  $\bar{R}$ . 100. & ab analogis ut  $\bar{R}$ . 20. in  $\bar{R}$ . 5. producant 10. quia proportio  $\bar{R}$ . 20. ad  $\bar{R}$ . 10. est ut  $\bar{R}$ . 10. ad  $\bar{R}$ . 5. Et proportio  $\bar{R}$ . 50. ad  $\bar{R}$ . 10. ut  $\bar{R}$ . 10. ad  $\bar{R}$ . 2. Et quauis  $\bar{R}$ . cubica inuicem ductæ producentes 1000. cubum 10. ut  $\bar{R}$ . cu. 1000. in  $\bar{R}$ . cu. 10.  $\bar{R}$ . cu. 200. in  $\bar{R}$ . cu. 5. &  $\bar{R}$ . cu. 50. in  $\bar{R}$ . cu. 20. Et ita 10. producit ab omnibus  $\bar{R}$ . relatis producentibus 100000.  $\bar{R}$ . primum 10.

## CAPVT XVIII.

*Quod vltima diuisio cubi non satisfacit capitulo proposito.*

**P**orro, vltima diuisio cubi superius data <sup>Cap. 15.</sup> licet sit speciosa valde non satisfacit capitulo proposito, uti neque æstimatio binomiorum vel recisorum primi vel quarti ordinis, nec recisorum secundi vel quinti. Sed nec æstimatio differentiarum  $\bar{R}$ . cub. nec  $\bar{R}$ . quadrata aut cuba differt à numero per  $\bar{R}$ . quadratam aut cubam aliter recisum ellet æquale radici simplici, quod esse non potest, sed est differentia recisum. Sed veniamus ad aggregata, quorum vnum parti sit æquale numero, si capitulum debet esse generale & diuisio utilis, igitur hoc modo triplex est radix quadrata cubica & corporea. Quadrata est per rationem compositionis ex duabus partibus, atque duabus velut diuiso cubo 125. in 100. & 25. radix quadrata 100. est composita ex 8. & 2. & tota est 10. & quadratum 8. est 64. & quadratum 2 est 4. & duplum 8. in 2. est 32. qui omnes iuncti faciunt 100. Et ita est compositum ex quatuor corporibus 64. 16. 16. & 4. Et ita reliquæ partis quæ est 25. radix, est 4. & 1. corpora 16. 4. 4. & 1. quæ sunt 25. Proportio igitur partium est ut partium cubi, nam 8. ad 2. & 4. ad 1. ut 100. ad 25. Et ita si 1. cu. æquetur 6. rebus  $\bar{p}$ . 6. rei æstimatio est  $\bar{R}$ . cu. 4.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cu. 2. & si velimus dare corpus vnum ipsi numero, id est ipsi 6. reliquum rebus erit illud æquale necessariò  $\bar{R}$ . 864.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cu. 432. Igitur qualis proportio  $\bar{R}$ . cu. 864.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cu. 432. ad 6. talis partium  $\bar{R}$ . quadratæ 6. inuicem. Quare ut  $\bar{R}$ . cu. 864.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cu. 432.  $\bar{p}$ . 6. ad 6. ita  $\bar{R}$ . 6. ad partem radicis minorem per compositam proportionem, igitur ducto 6. in 6. & producto quod  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 216. diuiso per  $\bar{R}$ . cub. 864.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cub. 432.  $\bar{p}$ . 6. exibat pars illa. Diuido ergo  $\bar{R}$ . 216. per  $\bar{R}$ . cub. 864.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cu. 432.  $\bar{p}$ . 6. & assumam suum recisum, quod est  $\bar{R}$ . cub. 432.  $\bar{m}$ . 6. & ducam cum priore, & fit 36. diuisor, ergo diuidendum esset  $\bar{R}$ . 216. ductum in  $\bar{R}$ . cub. 432.  $\bar{m}$ . 6. quare diuidam  $\bar{R}$ . 216. per 36. exit  $\bar{R}$ .  $\frac{1}{6}$  id duco per  $\bar{R}$ . cu. 432.  $\bar{m}$ . 6. & producit  $\bar{R}$ . cu. 6. quad. 864.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 6. pars minor, quare maior est  $\bar{R}$ . 24.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . cu. quad. 864. Hæc nolui addere tanquam utilia ad institutum, sed ob operationem.



# Cap. XVII. Quot modis 395

## SCHOLIUM.

Ex hoc habetur quod cum duæ radices cubicæ, fuerint in continua proportionē cum numero, radices illæ inuicem ductæ, produciunt numerum, sint a b c in continua proportionē, & sit a numerus, & b c r. cub. dico productum b in c esse numerum subiungatur d in continua proportionē, eritque d ad a, c, si triplicata ei quæ est b ad a, at b ad a est velut r. cu. ad numerum, igitur d ad a est vt numeri ad numerum, sed a est numerus ergo d est numerus: igitur productum d in a est numerus, sed id est æquale productum ex b in c, quia quantitates sunt in continua proportionē, igitur productum b in c est numerus. Hoc dixi, vt ostenderem r. cu. 864. ductam in r. cu. 432. producere numerum scilicet quantum produciatur ex 6. in 12. quartam quantitatem, quæ est in continua proportionē scilicet 72. à quo detracto 36. m. relinquebatur 30. vt fuit assumptum in supposito.

Secundum genus r. est cubicum, de quo toties actum est. Sed hic non est in supposito.

Tertium autem genus vocatur corporeæ radices, & est velut diuidendo 125. cub. 5. in 75. pro 15. rebus, & 50. pro numero, & radix est eadem vtrique parti, & etiam toti scilicet 3. & 2. & sunt quatuor corpora vtrunque cubus, & productum alterius partis in quadratum proprium 615. & productum eiusdem in quadratum alterius semel: cum ergo vna pars supponatur numerus, erit diuisio illa ad hoc, vt cubus eius sit cubus partiseius radices, aliter diuisio esset inutilis: quare pars illa est numerus necessarius, aut r. cu. numeri, cum ergo reliquæ partes ponantur quadrata eius r. cu. ducta in aliam, erunt numerus rerum, & quadratum æqualia numero, igitur erit secunda pars, aut numerus, aut recisum, ergo æstimatio rei non potest esse generalis: quia (vt dixi) æstimatio est capituli, & totius & partis, ergo nihil proficimus. Si verò prima pars sit r. cub. velut 1. cu. æqualis est 6. rebus p. 6. & ponatur prima pars r. cu. 3. Ponemus secundam 1. pos. igitur partes erunt 3. scilicet cubus r. cu. 3. & reliquum quad. r. cu. 3. p. pos. r. cu. 72. nam ducendo 1. pos. secundam partem in quadratum primæ partis, quod est r. cu. 9. nam prima pars fuit r. cub. 3. sunt res, r. cub. 9. & quia assumimus duplum illius quadrati, erunt res numero r. cub. 72. & hoc est æquale 3. residuo 6. detracto cubo primæ partis scilicet 3. igitur reducendo ad 1. quadrata, id est diuidendo per r. cu. 3. fiet igitur 1. quad. p. rebus r. cu. 24. æqualia r. cu. cuius, sequere capitulum, & erit rei æstimatio r. r. cub. 72. m. r. cu. 3. Eset igitur

tur vna pars, scilicet maior r. cu. 3. minor r. r. cu. 72. m. r. cu. 3. Et res ipsa r. r. cu. 72. At constat quod cubus huius non potest esse æqualis 6. rebus p. 6. sed neque vlli numero rerum, cum numerus non possit æquari ex r. cu. quare hæc diuisio licet speciosa non potest generaliter satisfacere, ita simpliciter sumpta. Quod autem necesse sit ad hoc genus quantitatis simplicis r. r. cub. deuenire demonstro. Nam posita a prima parte, & b secunda, assumitur numerus rerum in creatione corporis in duplo quadrata a, quod

& numerus quadratorum est a, igitur vt numerus quadratorum deducatur ad vnum oportet diuidere per a, ergo etiam oportet diuidere per a, quia ergo c est duplum quadrati a, diuisum c per a, exibat duplum a, quod sit d, igitur numerus rerum, quæ cum quadrato æquantur numero cuius qui sit e, erit d duplum a, at in capitulo inueniendæ æstimationis quadrati, & rerum æqualium numero oportet ducere dimidium numero rerum in se, numerus autem rerum fuit

d duplum a, igitur oportebit ducere a dimidium d in se, & addere ipsi numero e, & totius excipere r. a, qua detrahemus dimidium numeri rerum 1. ipsi a r. erit æstimatio secundæ partis semper r. quad. r. cub. aggregati ex quadrato a & e diuiso. per a detracto a, sed prima pars est a, igitur tota æstimatio est r. quadrata aggregati duarum r. cu. scilicet a in se ducti, & e diuisi per a. Ita ergo posito numero e 8. vt dixi, & a r. cu. 2. sufficiet, ducere r. cu. 2. in se, sit r. cu. 4. & detrahere 2. cub. r. cu. 2. ex 8. relinquitur 6. hoc diuide per r. cu. 2. exit r. cu. 108. hoc autem est comenium r. cu. 4. idem iunctæ faciunt r. cub. 256. igitur secunda quantitas b p. r. cu. 256. m. r. cu. 2. sed a fuit r. cu. 2. igitur tota res est r. r. cu. 256. Non est igitur idonea hæc diuisio.

## SCHOLIUM II.

Dico igitur quod duæ illæ r. cubicæ, scilicet quadratum a, & residuum e, quod est numerus (quia e est numerus, cubus a est numerus) diuisum per a facit comensum. Quia enim diuiso cubo a, qui est numerus, exit quadratum a, quod sit b, & diuiso c numero qualicunque per a exit d, sit autem cubus a e, erit e, ad c vt b ad d, quare cum c & e sint numeri ex supposito, erit b comensum d, quod est propositum.

Constat etiam ex hoc quod diuiso cubo æquali 10. rebus p. 8. in duas partes, vt in ultimo modo & supposito vna parte rei 1. pos. erit reliqua pars r. m. 1. pos. hac igitur ducta ad cubum & in quadratum alterius semel, & quadrati duplo etiam in eandem fiet totum æquale 10. rebus primis, at, 10. res primæ sunt decuplam vtriusque partis rei 1. r. m. Et idem hoc erit æquale

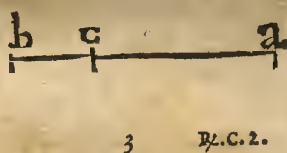


illi parti cubi compositæ ex illis quatuor partibus dictis. Et quia proportio rerum ad numerum est sicut proportio partium rei inuicem, & proportio rerum ad numerum est manifestè  $1\frac{1}{4}$  ipsius rei. Ideò oporteret facere ex 8. duas partes eo modo, ita vt ducta minore in totum cum quarta parte produceret maiorem dico de radicibus cubicis.

De æstimatione autem binomij primi aut quarti, vel reciforum ratio est, quia tria quadrata numeri & vnum radicis necessariò sunt maiora tribus quadratis radicis & vno numeri, quia in his numerus semper est maior radice, ergo cum volueris æquare radices, vt cadant, numerus in rebus superabit numerum in cubo, & ita cubus non poterit æquari rebus & numero, sed res potius cubo & numero. Et ita in reciso secundo & quinto, apparet ratio dum deduces, & formabis cubum ex partibus.

De cubi radice posita 3. &  $\mathcal{R}$ . cu. 2. differentia partium est 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. detracta

enim b c ex a b, relinquitur a c. Ergo differentia a b, quæ est 3.



& a c quæ est 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cub. 2. cum sit b c, manifestè erit  $\mathcal{R}$ . cu. 2. Tanta verò est 3.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. a 3. Ergo nulla  $\mathcal{R}$ . differt à numero in radice.

Ex his tandem patet quòd non datur æstimatio generalis pro capitulo cubi æqualis rebus & numero in parte ea quæ nondum est inuenta, sed dantur multæ æstimationes, quæ simul iunctæ satisfaciunt, vt si sciri possit, nondum cognita sit generaliter.

### C A P V T XIX.

*Quod ubi æstimatio satisfacit, quouis modo diuidatur cubus satisfacit. si non, non.*

**P**ropono ergo istud quòd si  $\mathcal{R}$ . cu. non satisfacit gratia exempli aut  $\mathcal{R}$ . qd. qd. cum  $\mathcal{R}$ . cuba, quomodo vis diuidatur cubus, nunquam satisfaciet. Item dico, quòd si 1. cub. æqualis sit 6. rebus  $\mathcal{P}$ . 6. & rei æstimatio dando numeros cubis sit  $\mathcal{R}$ . cub. 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. Eadem æstimatio satisfaciet diuiso cubo in duas partes, quomodo vis. Non tamen sequitur quòd si hæc quantitas vt pote  $\mathcal{R}$ . cu. 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cub. 2. sic diuisa non satisfaciat cubo diuiso in corpora similia non ob id sit æstimatio, satisfacit tamen alio modo, vt a latere vides Ergo si cubus æquatur 9. rebus  $\mathcal{P}$ . 9.

cū sit aliqua æstimatio, poterit satisfacere iuxta quancunque diuisionem, sed non vt ipsa diuisa est, &

|  |   |
|--|---|
|  | $\mathcal{R}$ . cu. 64. $\mathcal{R}$ . cu. 8.    |
|  | $\mathcal{R}$ . cu. 256. $\mathcal{R}$ . cu. 128. |
|  | $\mathcal{R}$ . cu. 16. $\mathcal{R}$ . cu. 32.   |

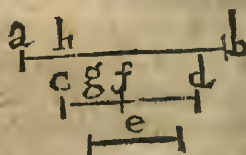
iuxta quancunque diuisionem, sed non vt cubus erit diuisus.

### C A P V T XX.

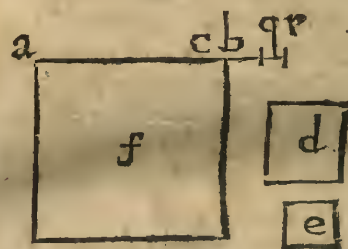
*Data linea quomodo quadrifariam diuidatur in duas partes, vt sit proportio vnius ad productum totius in alteram data.*

**S**it data a b quam volo diuidere ita in puncto h, vt sit proportio a b & a h ad

b h, vt c d ad e, abscindo d f æqualem e, & diuido e f per æqualia in g, & facio vt g d ad d f, ita a b ad b



h, cum ergo sit ita, erit g d ad g f, vt a b ad a h, quare coniungendo ab a h ad a h, vt g d g f quare vt c d ad g f, at rursus ab ad b h, vt g d ad d f, igitur disiungendo a h ad h b, vt g f ad f d, quare per eam quam vocant proportionem æquam c d ad d f, vt ab a h ad h b. Secundo volo diuidere a b in e, vt sit quadrati a c ratio, ad id quod sit ex a b in b c, vt d ad e, facio g quadratum



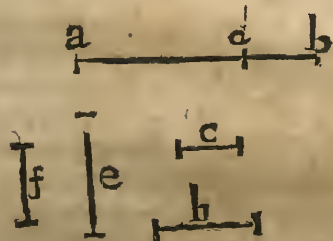
ad f, vt d ad e. Et rursus facio per eandem h l ad h k, vt h k ad a b, eritque h l ad a b, vt d ad e, & sit h m dimidium h l & eius quadratum p, cui æqualem gnomonem circumpono quadrato g, ita vt totum quadratum quod vocetur o, sit æquale quadratis g & p, facio igitur a c æqualem m n, dico a b rectè esse diuisam in c. Quadratum enim h n, cum sit æquale quadratis h k & h m, & quadratis h m, m n, & duplo h m in m n detracto communi quadrato h m relinquetur quadratum g æquale quadrato



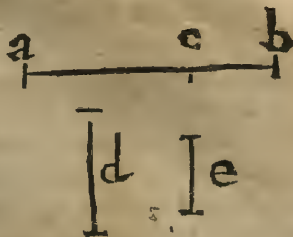
m n, & duplo m n in m h, quare quadrato m n, & ei quod sit ex m n in h l, siquidem h m est



h m est dimidium h l. cum igitur supposuerimus a c æqualem m n, erit quadratum a c cum eo quod fit ex a c in h l æquale quadrato g, igitur quadratum a c cum eo quod fit ex a c in h l, habet proportionem ad quadratum f, quam habet d ad e, nam talem habuit quadratum g ad ipsum quadratum f. Addo ad a b, 69. ei æqualem, & 92. ad quam sit proportio, vt a c ad 69. Cum ergo quadratum a b sit æquale quadratis a c, b & duplo a c in c b, at duplum a c in c b est æquale ei quod fit ex a c in d c quia c q est dupla b c, & quadratum b c est æquale ei quod fit ex a c in 92. erit quod fit ex a c in a r æquale quadrato f, igitur quod fit ex a c in f e & in h l se habet ad id quod fit ex a c in a r, vt d ad e. Quare h l & a c ad a r, vt d ad e. At quia a c e b, & 92. sunt in continua proportionem ex supposito erit coniungendo a b ad 62. vt a c ad c b. Igitur quod fit ex b r in a c, est æquale ei quod fit ex a b in c b. At proportio quadrati a c ad id quod fit ex a c in b r est veluti a c ad b r, ergo proportio a c ad b r est veluti quadrati a c ad id quod fit ex a b in b c. At proportio h l & a c ad a r est veluti a c ad b r, quia h l ad a b fuit, vt d ad e, & h b cum a c ad b r, vt d ad e, igitur h l cum a c ad a r, vt h l ad a b, quare permutando h l cum a c ad h l, vt a r ad a b, igitur disiungendo h l ad a c, vt a b ad b r, quare rursus permutando h l ad a b, vt a c ad b r, sed h r ad a b vt d ad e, & a c ad b r, vt a c quadrati ad id quod fit ex a b in b c, igitur a c quadrati ad id quod fit ex a b in c, vt d ad e.

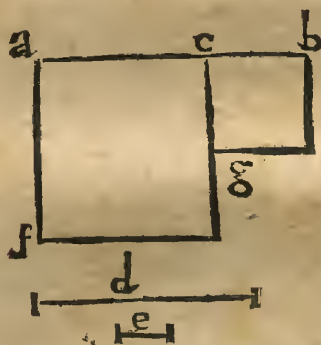


Tertio, proponatur eadem a b, & data ratio ad monadem c, volo diuidere a b in d, vt sit ratio rectanguli a b in b d, ad lineam a d, qualis e ad f. Potest & generalius proferri: vt quod fit ex a b in b d, ad id quod fit ex a d in c habeat proportionem e ad f. Quod est vt rectangulum a b in b d æquale sit rectangulo ex a d in h, quæ h se habeat ad e, vt c ad f: adeo vt reducat ad hoc, & est generale, diuisa a b in d, vt sit proportio a b ad h, vt a d ad d b. Hoc autem est quasi per se manifestum, nam coniunctis h & a b, vt fiat a b h ad h, ita a b ad b d erit disiungendo ad d b, vt a b ad h. Quartum est, vt diuidamus a b, datam in inc, vt sit ratio cubi a c, ad id quod fit ex a b in quadratum b c, aut b c in qua-



Tem. IV.

dratum a b, vt d ad e. Et dico quod oportet, vt in primo casu proportio a c ad c b, habeat rationem duplicatam a b ad a c. Et in secundo, vt ratio a b ad a c sit duplicata ei quæ est a c ad c b. Et quia in prima quæstione reducitur res ad cubum, cum rebus æqualia numero, & istud est cognitum, ideo declarabo solum secundam, vt proponatur quod cubus a c sit non a plus producto a b in b c, & describam quadrata a c & b c, & quia si essent æqualia, essent basis a f c & b e g in proportionem a b ad a c, quare a b ad a c duplicata ei quæ est a c ad c b, cum igitur sit d ad e nonupla, erit a f c ad b e g nonupla b c quæ est a b ad a c. Nam si 216. est nonuplum ad 24. & Per 34. vni-  
24. constat 6. & 4. & 216. ex 36. & 6. pro-  
portio 36. ad 1. est nonupla eius, quæ est 24.  
ad 6. si ergo posuerimus a c vnum quadra-  
tum, & b c 4. m. quadrato vno, erit cub. a



e cub. qd. & b c qd. 16. p. 1. quad. quad. m. 8. quad. Si igitur proportio d ad e sit nonupla, erit 1. cu. quad. æqualis 576. p. 36. quad. quad. m. 288. quad. & si proportio d ad e sit sexdecupla, erit 1. cub. qd. æqualis 5024. p. 64. qd. quad. m. 42. qd. Igitur in primo casu accipiendo radices quadratas partium habebimus 1. cu. æqualem 24. m. 6. quad. Et in secundo 1. cu. æqualem 32. m. 8. quad. & si essent æquales, esset 1. cub. æqualis 4. m. 1. quad. habes igitur æstimationes, vt vides quatuor æqualis quadruplæ nonuplæ sexdecuplæ. Cum ergo prima tria exem-

- |                               |
|-------------------------------|
| 1. cu. p. 2. quad. æqual. 8.  |
| 1. cu. p. 4. quad. æqual. 16. |
| 1. cu. p. 6. quad. æqual. 24. |
| 1. cu. p. 8. quad. æqual. 32. |

pla solui possint ex capitulo, vltimum non possit, & demonstratio Geometrica sit vniuersalis, patet eam non esse generalem rationem capituli ad inueniendam æstimationem, sed esse longè meliorem.



## CAPVT XXI.

*Demonstratio ostendens æquationis necessitatem.*

ET proponatur a b diuisa in c, & per præcedentem est vna demonstratio proportionis cubi a c, ad solidum ex a b in quadratum b c in parte cognita & incognita, vbi proportio est maior sed parum, aut minor semper nota, at hæc propor-



tio composita est ex duabus quarum vna est nota altera data: nota quidem est ex præcedenti proportio cubi a c ad solidum ex c b in quadratum a b, cum sit cubi & rerum æqualium numero generalis, alia est data solidi b c in quadratum a b ad solidum, ex a b in quadratum b c, semper velut c b

*Per conuer.* ad b a, fiunt enim illa ex rectangulo eodem a b in b c, alterum iuxta altitudinem a b, alterum iuxta altitudinem b c, cum ergo interposito solido ex b c in quadratum a b, inter cubum a c & solidum a b in quadratum b c, componetur proportio cubi a c ad solidum a b in quadratum b c, quomodolibet constat propositum.

*Per secundam propositionem lib. de Proport.*

## PARADOXVM.

Ex hoc patet quod diuisa linea inter puncta data, in proportionem data cubi partis vnius ad solidum ex tota in alterius quadratum, vt sit proportio horum solidorum (quæuis linea sit aut pars) data & cognita quantitate partium sub vno numero diuise lineæ, non erit cognita quantitas earundem partium sub eadem diuisione, sed mutato solum numero seu denominatione assumptæ lineæ. Et hoc contingit, quia vltima pars præcedentis propositionis non est perfecte nota: quia quantitates natura similes non possunt esse in proportionem lineæ, velut linea ad lineam superficies ad superficiem, & corpus ad corpus non possunt esse in proportionem vnius lineæ, sed lineæ ad lineam: vt visum est in libro de Proportionibus. Dico ergo quod si data est a b inter duo puncta data, & proportio cubi a c ad solidum a b in quadratum b c secundum totam lineam a b, vel secundum quamlibet illius partem, veluti a d vt omnia hæc sint data & immota, nihilo minus, si constituamus a b totam sub numero paruo puta quatuor aut sex, perueniemus per vltimam partem præcedentis quantacunque supposita a d modò sit pars a b ad cognitionem a c, quia perueniemus ad 1. cu. p. quadratis, non pluribus quàm quatuor æqualibus numero alicui, qui poterit conuenire æquationi iam cognita. Et

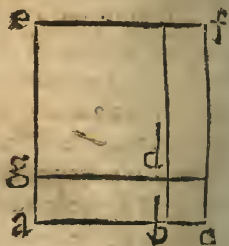
*Propos. 34.*

supposita a b centum exempli gratia, licet sit eadem linea, quæ prius nec maior, & proportionem sub eadem a d, poterit esse vt perueniamus ad æquationem eiusdem capituli, & non cognitam. Et hoc est (quia vt dixi) proportio talium solidorum, non potest esse verè linea a b, neque a d, sed vel vt linea a b vel a d ad aliquam aliam lineam, aut simpliciter denominationis a b vel a d, quæ sumitur in comparatione ad monadem. Vnde si quis inueniat demonstrationem, vt dixi veram proportionis cubi a c ad solidum ex a b in quadratum b c, secundum lineam a d, tunc inuenta æstimatione sub a b denominata, vt decem inueniretur sub denominatione vt centum. Et ita sub duobus inueniretur sub decem, & est mirabile pulchrum & arduum.

## CAPVT XXII.

*De contemplatione p. & m. & quod m. in m. facit m. & de causis horum iuxta veritatem.*

CVM dico 6. p. 2. clarum est, quod est 8. secundum rem: sed iuxta nomen est compositum ex 6. & 2. similiter cum dico 10. m. 2. secundum rem est 8. iuxta nomen autem est 10. detracto. Et idem in operatione quod ad finem attinet 6. p. 2. debet producere 64. quia 8. in se ductum producit 64. & ita 10. m. 2. quia est 8. debet producere idem 64. Sed quod ad modum operandi, quia 8. est diuisum in 6. p. 2. seu in 10. m. 2. oportet operari per quartam secundi Euclidis. Et in 6. p. 2. est manifestum, vt in figura ponatur a b 6. b c 2. fient a d 12. d e 4. d f 12. d e 36. totum igitur 64. & de hoc non est dubium, sed si ponatur a c 10. & b c 2. m. erit quadratum a c nihilominus 64. id est quadratum d e, quia a b verè est 8. Est ergo ac, si quis diceret habes agrum decem pedum quadratum, cuius duo pedes sunt alterius, & quadratum partis tuæ est, tuum reliquum totum est alterius, igitur tu haberes d e solum, quod est 64. & gnomon ille g b f esset alterius, & esset 36. vt liquet.



Causa ergo diuisionis in p. vel m. est duplex nam si essent eiusdem naturæ, vt 6. & 2. vel 10. & 2. vel 6. &  $\frac{1}{2}$  aut 10. m.  $3\frac{1}{2}$ , stultum esset & superfluum dicere 6. p. 2. aut 6. p.  $\frac{1}{2}$  aut 10. m. 2. aut 10. m.  $3\frac{1}{2}$ , sed deberemus dicere 8. m. 6. p. 2. aut 10. m. 2. vel  $6\frac{1}{2}$  in 6. p.  $\frac{1}{2}$  vel 10. m.  $3\frac{1}{2}$ , & esset facilius pro multiplicatione & diuisione. Et præcipue quod in diuisione semper oportet reducere quantitatem significatam per plura nomina, seu p. seu m. ad vnam simplicem quantitatem. Sed causa talium nominum p. seu

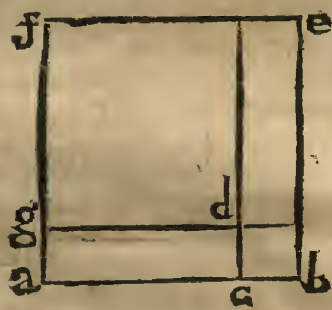


p. seu m. est, vel quia quantitas quæ additur vel detrahatur, non est eiusdem naturæ cum prima, vt 6. p. 2. aliter binomium esset rhete, aut alogum, id est numerus aut radix numeri, quod demonstratum est ab Euclide esse non posse. Et ita 6. m. 2. cu. quia sunt diuersarum naturarum, nec possunt significari vno nomine, necess. fuit iungere illas quantitates per p. vel m. neque etiam possunt significari vno nomine per viam 2. nam 6. p. 2. & 2. v. 3 8. p. 2. 2 8 8. & licet videatur simplex, est tamen 2. vnus compositi numeri seu quantitatis, id est 3 8. & 2. 2 8 8. Secunda causa est cum secunda quantitas, aut tertia adiuncta vel detracta est ignota, velut si dicamus 6. p. 1. pos. licet enim poneremus quod positio esset 2. & ita totum hoc esset verè 8. quia tamen nescimus quanta sit positio, idè cogimur dicere 6. p. 1. pos. 10. m. 1. pos. ex quo constat quod in primo casu nunquam nisi per fortunam multiplex potest reduci ad vnam naturam, neque enim vt dictum 6. p. 2. 2. potest effici vnus numerus, nec vnus naturæ, sed in secundo casu aliquando potest, aliquando non. Vt si dicamus 10. m. 1. pos. & pos. sit 2. tunc æquivaleret 8. At si positio esset 2. vel 2. cub. 3. manifestum est quod nunquam posset reduci ad vnam naturam, sed æquivaleret semper binomio, vel reciso, vel aliæ quantitati alogæ, vt 6. m. 2. 6. m. 2. cu. 3. Dixi in primo casu quod aliquando tamen quantitas multiplex æquualet simplici, & hoc maxime accidit in 2. v. & abstrusis, velut declaratum est à nobis in Arte magna, quod 2. v. cu. 2. 10. 8. p. 10. m. 2. v. cu. 2. 10. 8. m. 10. idem est quod 2. Et hoc etiam accidit in quadratis, vt 2. v. 6. p. 2. 9. est 3. Ergo vt dixi ob duas illas causas necesse fuit ponere p. & m.

Cap. II.

Propos. 4.

Hoc viso cum operatio p. sit clara, ex demonstratis ab Euclide in secundo Elementorum reliquum est, vt ostendam illud idem de m. & ponatur ab 10. vt prius & b c 2. m. liquet ergo quod a c verè est 8. & eius quadratum d f erit 64. sed totus residuus gnomon est, vt dixi perinde, ac si b c esset alterius, ideoque totus gnomon etiam illius, vt

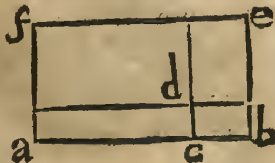


ostendam, & constat quod ille gnomon per eandem propositionem fiet ex a c in b c bis, & sunt rectangula ad d e cum quadrato b c, iste autem gnomon totus est 36. quia a c quadratum est 100. & f d 64. igitur g c e gnomon residuus est 36. & a d & d e sunt m. & sunt 32. & gnomon est 36. m. igitur qua-

4. secundi  
Elem.

Tom. IV.

dratum b c, quod est 4. est etiam m. nam si esset p. non esset gnomon m. nisi 2 8 & d f 72. & a c 2. 72. & non 2. 64. quod est 8. igitur quadratum b c est m. & sit ex m. in se ducto, igitur m. in se ductum, producit m. & similiter statuatur a b 10. & b c m. 2. erit ergo verè a c 8. & ponatur a f 4. & a g 1. m. gratia exempli, erit igitur verè f g 3. quare f d 24. tota autem a e superficies est 40. igitur gnomon g c est 16. residuum, & sit ex a c in c d, ideoque superficies ad est



8. & ex b c in g f, superficies d e b, & ex b c in c d, & est 2. quod totum est 16. sed hoc est m. quia est differentia productorum 10. in 4. & 10. m. 2. in 4. m. 1. igitur tam m. in m. id est b c in c d, quarum vtraque est m. producit b d m. quæ est 2. quàm a c p. in c d m. & b c m. in f g p. quæ ex confesso apud illos producant. m. Et idè patet communis error dicentium, quod m. in m. producit p. neque enim magis m. in m. producit p. quàm p. in p. producat m. Et quia nos vbique diximus contrarium, idè docebo causam huius, quare in operatione m. in m. videatur producere p. & quomodo debeat intelligi. Supponamus ergo in secunda figura quod a b sit 20. vt prius & b c sit 1. pos. m. manifestum est quod oporteret iuxta hanc operationem ducere a c in se, & b c in se, & a c in b c bis, sed cum a c sit ignota, est 10. m. 1. pos. accipimus a b, quæ est nota: est enim 10. vt operamur cum a b & b c 9. & quia quadratum a b cum quadrato b c est æquale quadrato a c cum duplo a b in b c, idè detrahimus duplum a b in b c ex quadratis a b & b c, & quoniam duplum a b in b c, superat gnomonem g c e in quadrato b d, vt constat idè detrahimus, quantum est quadratum b c plusquam oporteret & ponimus m. cum solus gnomon verè sit m. quia ergo detrahimus quantum est quadratum b c, plusquam deberemus à quadrato a b, tanquam p. idè ad restitutionem illius m. quod detrahimus præter rationem oporteret addere, quantum est quadratum b c p. idè cum b c sit m. dicemus quod 62. m. quadratum conuersum est in p. idè quod m. in m. produxit p. Sed non est verum: sed nos addidimus quantum est quadratum b c p. non quod quadratum b c sit p. sed alia assumpta quantitas pro arbitrio nostro æqualis b c addita est, & facta est p. idem dico in tertia figura, quia operamur per a b & a f loco a c & f g, idè in operando videtur quod m. in m. producat p. Et sit ergo, vt in secundo exemplo a b sit 10. b c 1. pos. & sic 2. verè erit a c 8. igitur d f erit 64. & gnomon g c e 16. pos. p. 1. quad. 136. nam 16. pos. sunt 32. & 1. quad. 4. quod totum est 36. Et tunc debet dici a b iunctum & separatum non propriè m. si verò operemur cum tota a b c, habebimus 100. p. 1. quad. m. 20. pos. ecce quod

L I 2

ita



in priore æquatione non habebas nisi 16. pos.  $\bar{m}$ . hic verò habes 20. & idè cum in priore æquatione haberes 1. quad.  $\bar{m}$ . & hic habebas 1. quad.  $\bar{p}$ . idè oportuit addere numerop os. 4. 1. à 16. ad 20. seu quia addidisti illas 4. pos.  $\bar{m}$ . plusquam oporteret, idè subtraxisti 1. quad.  $\bar{m}$ . & etiam loco eius addidisti 1. quad.  $\bar{p}$ . & idè ad hoc deuenisti, vt diceres  $\bar{m}$ . in  $\bar{m}$ . producere  $\bar{p}$ . quod tamen est falsum, non enim contingit ex operatione multiplicationis, sed vt peruenires ad maiorem notitiam per illam septimam propositionem secundi Euclidis, similiter dicò, si multiplicas 3.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 2. in 5.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 3. verè oporteret ducere a c in f g, & haberes verum productum: sed quia nec 3.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 2. nota est verè sub 5.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 3. vno nomine, nec 5.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 3. sub 5.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 2. est nota sub vno nomine, & omnis multiplicatio & diuisio fit singillatim per simplices quantitates, idè in recisis necesse est operari per septimam propositionem secundi Euclidis loco quartæ: & ita quia in illa includitur additio illa quadrati  $\bar{m}$ . in multiplicatione vnus in partis integræ, in partem detractam bis supra gnomonem, idè oportet addere ad  $\bar{p}$ . quantum est quadratum partis illius quæ est  $\bar{m}$ . Idè vt in binomiis operamur per quartam propositionem, & secundum substantiam quantitatis compositæ, ita etiam in recisis quo ad substantiam & verè operamur cum eadem: sed ad nominum cognitionem operamur in virtute septimæ eiusdem.

Quartum & vltimum est, quod erat considerandum, cur  $\bar{p}$ . in  $\bar{p}$ . solum faciat  $\bar{p}$ . &  $\bar{m}$ . in  $\bar{m}$ . & in  $\bar{p}$ . faciat  $\bar{m}$ . Et dico quod (vt dixi)  $\bar{m}$ . oportet supponere tanquam non sit de ipso  $\bar{p}$ . est enim alienum, idè ad construendum oportet assumere plura, ad destruendum sufficit vnum. Ad hoc ergo vt  $\bar{p}$ . constituatur, oportet vt  $\bar{p}$ . in  $\bar{p}$ . ducatur, nam cum ducitur  $\bar{p}$ . in  $\bar{m}$ . seu in alienum fit  $\bar{m}$ . quia nihil potest vltra vires suas, ergo  $\bar{p}$ . potest quantum est ipsum, igitur cum ducitur extra ipsum producit  $\bar{m}$ . aliter posset plus producere quam potestate esset. Sed cum ducitur in aliud  $\bar{p}$ . non potest etiã nisi quantum potest in partes illius  $\bar{p}$ . Exemplum, ducitur 6. in 10. igitur in 6. & 4. sed vt in 6. ex demonstratis non potest vltra 36. vt autem 4. ducitur in 6. non potest, nisi vt in 4. & 2. & vt in 4. nisi vt in seipsum, igitur non potest nisi vsquæ ad 16. & vt residuum 2. in 4. nisi vt in 2. & 2. igitur non potest nisi 4. & 4. sed 36. 16. 4. & 4. producant 60. igitur 6. in 10. non potest producere nisi 60. igitur  $\bar{m}$ . in  $\bar{m}$ . seu alienum in alienum, &  $\bar{m}$ . in  $\bar{p}$ . seu  $\bar{p}$ . in  $\bar{m}$ . seu quod est in alienum, seu alienum in id quod est, producant  $\bar{m}$ . solum, seu alienum quod erat demonstrandum. Ex quo intelliges veram rationem ducendi  $\bar{m}$  & diuidendi per  $\bar{m}$ . & accipiendi  $\bar{p}$ . tam quadratam quàm cubam (nam de cuba dubium non est, quod est  $\bar{m}$ .) non antea cognita.

Ex hoc etiam patet, quod diuiso  $\bar{m}$ . per  $\bar{p}$ . exit  $\bar{m}$ . nam ducto  $\bar{m}$ . in  $\bar{p}$ . fit  $\bar{m}$ . ergo diuiso  $\bar{m}$ . per  $\bar{p}$ . exit  $\bar{m}$ . Et diuiso  $\bar{m}$ . per  $\bar{m}$ . exit

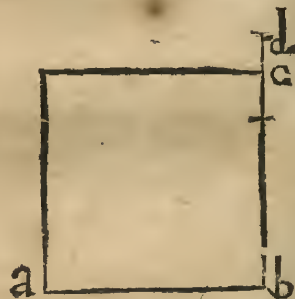
$\bar{m}$ . &  $\bar{p}$ . quia ex  $\bar{m}$ . in  $\bar{p}$ . &  $\bar{m}$ . fit  $\bar{m}$  igitur diuiso eo producto, quod est  $\bar{m}$ . exit alterutrum, scilicet  $\bar{p}$ . vel  $\bar{m}$ . Diuiso autem  $\bar{p}$ . per  $\bar{m}$ . nihil exit, nam seu exiret  $\bar{p}$ . seu  $\bar{m}$ . ex  $\bar{m}$ . in idem  $\bar{p}$ . vel  $\bar{m}$ . produceretur  $\bar{p}$ . quod est contra demonstrata.

## CAPVT XXIII.

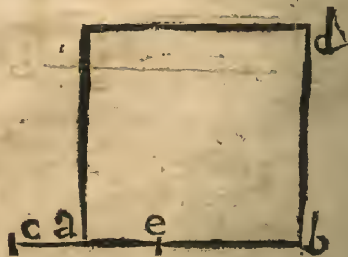
De examine capituli cubi & numeri æqualium rebus.

## LEMMA.

Proponatur primo a b res & quadratum eius a c, & sit b d numerus quadratorum æqualium cu. 6. & numero, dico quod b d est maior b a, nam si minor esset cubus



a b maior quadratis, igitur multo maior esset cubus a b cum numero, quadratis ipsis, non ergo æqualis. Contraria ratione sequitur, quod si cubus æquaretur quadratis & numero, necesse est a b rem esse maiorem numero quadratorum. Per idem si b d sit numerus rerum æqualium cubo & numero, necesse est b d esse maiorem a b, modo a b sit æqualis, aut maior monade: nam si a b esset maior b d esset a c maius superficie a b in b d, quare si a b est maior monade, cubus a b erit multo maior rebus: ergo cubus a b cum numero multo maior rebus secundum numerum b d, non ergo possunt esse æquales, sed vbi a b esset minor monade, posset esse in hoc casu cubus cum numero æqualis rebus, vt 1. cu.  $\bar{p}$ .  $\frac{2}{64}$  æqualis  $\frac{1}{3}$ , rei tunc a b est  $\frac{3}{4}$ , quod est maius  $\frac{1}{3}$ . Quod si cubus æquetur rebus & numero vt sit b d numerus rerum & quadratum eius b d a vt etiam a b sit numerus idem rerum, & æqualis b d, tunc si quadratum b d numeri rerum additum numero æquationis sit æquale cubo numeri rerum, tunc æstimatio rei, id est b c



erit numerus rerum, velut b d sit 4. numerus rerum & numerus æquationis 48. ex 48. &

Cor. 1.  
Supra ca. 6.

Cor. 2.

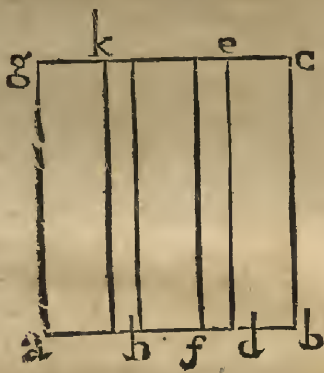


# Cap. XXIII. De examine, &c 401

& 16. quadrato 4. fit 46. cubus eiusdem 4. igitur 4. est æstimatio rei. Sed si quadratum b d cum numero rerum fuerit minus cubo b d, erit b c æstimatio rei b c, minor b a, vt si cubus æquetur 4 rebus p. 47. quia 16. & 47. faciunt 63. minus 64. cubo 4. numeri rerum erit b c, minor b a : & si quadratum esset cum numero æquationis maius cubo esset æstimatio rei maior numero rerum. Veluti cub. æquetur 4. rebus p. 50. tunc æstimatio rei erit b c, maior b a, qui est 4. numerus rerum.

## DEMONSTRATIO.

Quibus stantibus proponatur res, & b c numerus rerum & parallelogrammum a b c quantitas ipsarum rerum collectarum, & sint res sub numero b c, putà 34. æquales 1. cub. p. 12. Et erit per lemma præcedens b c maior b a, item oportet ex demonstratis in libro de Proportionibus, vt  
*Per 20. seu 21. 10. Elem.* cubus tertiæ partis b c fit æqualis, aut maior numero æquationis. Sic ergo numerus æquationis superficies d b c e, eritque b d necessariò numerus : superficies ergo a d e, est æqualis cubo a b, & quia cubus a b fit ex demonstratis ex cubis d b & d a, &



triplo vnus in quadratum alterius, & cubus b d est numerus, quia b d est numerus, ergo diuiso cubo numero, per b c numerum prodibit numerus: fit igitur superficies e f æqualis cubo d b, erit igitur superficies f g, æqualis triplo b d, in quadratum d a & a d in quadratum d b, & cubo a d. Exemplum ergo erit (vt dixi) quod d e fit 12. & b c 34. erit b d  $\frac{6}{17}$ , a b autem, vt binomium est 3. p. 32. 7. & cubus b d  $\frac{216}{4913}$ , tota igitur superficies f c esset  $12\frac{216}{4913}$ . Propterea vides per eandem rationem, quod diuisa f c per b c, exit f d numerus maior b d. Et rursus cubus ille componetur ex cubis b f, f a, & triplo mutuo dicto, & ita semper cubus fiet minor, & numerus æquationis maior : nam diuiso  $12\frac{216}{4913}$  per 34. exit  $\frac{29585}{83521}$ , & tanta est b f, cuius cubum oporteret rursus addere ad superficiem b e, & ita iuxta datam proportionem augetur numerus æquationis & cubus minuitur. Oportet igitur in hoc casu ita distinguere dicendo, quod si per cubum intelligis priorem cubum, scilicet a b ille cum 12. numero, & non cum  $12\frac{216}{4913}$ , æquatur 34. rebus, licet enim contineat alios numeros, non sunt tamen de natura numeri æquationis, sed propria pars. Si verò dicas quod aliquis cu-

Tom. I F.

bus p.  $12\frac{216}{4913}$ , qui erit minor cubo a b æquetur 34. rebus? dico quod non, quia ille cubus erit cubus lineæ minoris a b, igitur si 34 a b æquantur cubo minoris lineæ, quàm sit a b &  $12\frac{216}{4913}$ , oportebit tunc quod res tunc sit minor, quæ est latus cubi, igitur oportebit quod sint plures res quàm 34. quæ sint æquales cubo p.  $12\frac{216}{4913}$ , & ita omnia variantur vno variato.

Rursus ergo assumatur linea a h, quæ sit pars binomij, & h b numerus, tunc cubus h b poterit solus esse numerus, vt cum h fuerit quantitas absurda, velut gratia exempli 32. v. 32. 7. p. 32. 3. vel poterit esse cum cubo a h, cum a h fuerit 32. cu. numeri, vel cum triplo h b in quadratum a h, vt in proposito posita a h 32. 7. nam cubus h b est 27. & triplum h b in quadratum a h est 63. vt totus numerus sit 90. quibus additis 12. fit 102. qui est æqualis 34. numero rerum ducto in 3. qui est numerus æstimationis seu binomij. In omni casu ergo ex his tribus constat quod numerus totus est superficies h c. Et quia numerus æquationis æquatur illi, dico quod non potest esse maior, nam sic pars æquaretur toti, nec æqualis ex demonstratione habita, nam b h tota esset numerus, ergo cubus eius esset numerus, ergo numerus æquationis h c, cum numero cubi h b esset maior numero, qui continetur in rebus, ergo res non possent esse æquales numero & cubo. Quia quantitas aloga esset æqualis numero, relinquitur igitur, vt numerus æquationis sit necessariò minor, numero qui continetur in rebus. Sit ergo numerus æquationis d c, & erit numerus cubi h e necessariò : nam hi duo numeri pariter accepti sunt necessariò æquales numero contento in rebus, quæ supposuimus esse h c. Dico ergo, quod a h non potest esse 32. simplex, quia non satisfacit per viam binomij, vt ostensum supra. Nec potest esse 32. cu. nam cubus esset  
*Cap. 10.* numerus, igitur 34. radices gratia exempli essent vnum aggregatum radicum cub. quæ æquiualerent vni, & hanc oporteret æquari triplo producti vnus in quadratum alterius mutuo : at hoc esse non potest, quoniam illa solida sunt incommensa, quia sunt in proportionem a h ad h b, id est 32. cub. ad numerum, quæ sunt incommensa inter se. Relinquitur ergo vt sit a h vna quantitas alterius generis, quæ ducta vicissim cum h b vna in quadratum alterius, additòque illius cubo faciat quantum ducta in 30. gratia exempli, qui est numerus rerum.

At quia in illo aggregato est etiam triplum quadrati h b in a h, oportebit ergo vt cubus a h cum triplo quadrati a h in h b sit æquale residuo tripli quadrati h b, & numeri rerum ducto in a h : igitur diuisis omnibus per a h, erit vt quadratum a h, cum rebus triplo numeri h b, sit æquale numero simplici, qui est differentia numeri rerum, & tripli quadrati h b. Exemplum ponatur h b 2. & b c numerus rerum 30. igitur triplum quadrati h b, quod est 12. detractum à 30. relinquitur 18. ergo 18. est æqualis 1. quad. p. triplo

L1 ;

h b, id



h b, id est b rebus: quare res erit  $Rz. 27. m.$   
 3. id est a h, & tota h b  $Rz. 27. m.$  1. &  
 erit 1. cu.  $p. 32.$  æqualis 30. rebus. Quan-  
 titas ergo a h oportet, vt sit generalis ad  
 illam, & cum prædictis conditionibus. Quod  
 si a b ponatur res, & h b numerus, vt prius,  
 sed m. operaberis & demonstrabis per ea  
 quæ ostendimus in capite præcedenti: nam  
 cubus verus erit cubus h 2, scilicet residui.  
 Et quia ei additur numerus, & iam super-  
 ficies h c est m. oportebit, vt h g sit ma-  
 ior cubo a h, quantum est numerus æqua-  
 tionis, quæ sit gratia exempli h k, id est cu-  
 bus a b, seu verius a h, erit a k, reliqua vt  
 prius erunt examinanda.

## CAPVT XXIV.

*Demonstratio ostendens quod caput nul-  
 lum præter inuenta, generale  
 sciri potest.*

**R**eliquum est vt ostendamus quod ab  
 initio propositum est, cuius causa hæc  
 scripimus, scilicet non esse capitulum aliud  
 generale, quod sciri possit, vltra ea quæ  
 tradita sunt, quoniam vltra quatuor diuer-  
 sa genera nisi possit reduci ad pauciora, vel  
 per diuisionem, vel radicem, aut per mu-  
 tationem, aut regulam propriam vel depri-  
 mendo, aut ob originem, aut per demon-  
 strationem Geometricam, cum in singulis  
 sint magnæ inæqualitates, quæ vix possunt  
 intelligi in quatuor quantitibus, nec in  
 eis potuerit inueniri perfectio quanto mi-  
 nus in illis. De his ergo, si sint quatuor vs-  
 que ad cubum, iam doctus es reducere ad  
 tres quantitates, & capita trium quantita-  
 tum omnia ad cubum æqualem rebus &  
 numero: si igitur ostendero hoc non posse  
 esse generale, etiam in parte ignota liquet  
 propositum.

*Cap. 25. Art.  
 mag.*

*Cap. 13. in  
 fine Cor. se-  
 cundo.*

Assumamus igitur primam regulam ca-  
 pitulorum imperfectorum specialium, in  
 qua 1. cu. æqualis est 20. rebus  $p. 32.$  &  
 est rei æstimatio  $Rz. 17. p. 1.$  binomium quin-  
 tum. Et similiter in Arte magna visum est,  
 quod dæ æstimationes capituli cubi & nu-  
 meri æqualium rebus conficiunt æstimatione-  
 nem cubi æqualis totidem rebus, & eidem  
 numero. Ex quibus liquet, quod oportet  
 æstimationem generalem posse communi-  
 cari numero, & quinto binomio, & quia  
 simile quinto binomio est numerus, non  
 quintum binomium oportet vt sit in crea-  
 tione eiusmodi. Quintum autem binomium  
 hoc modo transit ad æquationem, vt pote  
 $Rz. 3. p. 1.$  sic fiat cubus, erit  $Rz. 108. p. 10.$   
 hic igitur æquatur 6. rebus necessario, quia  
 $Rz. 108.$  continet  $Rz. 3.$  sexies, & quia sex  
 res non sunt nisi  $Rz. 108. p. 6.$  igitur cu. bus  
 æquatur sex rebus  $p. 4.$  Ergo cum illud quod  
 potest esse ex ea natura, vel est  $Rz.$  cubica  
 cubi confimilis, vel quadrata quadrati, vel  
 quadrata cubica quadrati cubi, vel differ-  
 rentia duorum, vel aggregatum, necessa-  
 rium est, vt talis æstimatio simpliciter sit  
 vna huiusmodi, si debet esse generalis, vt

Res  $Rz. 3. p. 1.$   
 Quad.  $Rz. 9. p. Rz. 12. p. 1.$   
 Cub.  $Rz. 27. p. 1. p. Rz. 81. p. Rz. 27.$   
 Cub. quad.  $208. p. Rz. 43200.$   
 Quad. quad.  $28. p. Rz. 768.$

a c b

quandoque possit illi æquari, si occurrat  
 quadratum, igitur  $Rz. 3. p. 1.$  est, vt vides in  
 margine differentiarum autem, & aggregata  
 sunt infinitorum modorum, nam sit a b  
 quæuis quantitas, & c b ipsa æstimatio,  
 si igitur detracta b c ex a b relinquitur a c,  
 igitur detracta a c ex a b, relinquetur b c  
 æstimatio. Et similiter posita a b æstima-  
 tione, potes a b illa detrachere a c modo mi-  
 nor sit, vt relinquitur b c, igitur ex a c &  
 b c iunctis fiet æstimatio. Iam ergo habes  
 quod poterit esse radix quadrata trinomij,  
 cuius vna pars sit numerus & cubica qua-  
 drinomij, cuius vna pars sit numerus &  $Rz.$   
 $Rz.$  binomij, aut quadrinomij, cuius vna pars  
 sit numerus, &  $Rz.$  cu. quadrata multino-  
 mij, scilicet tredecim partium aut paucio-  
 rum, quæ sint  $Rz.$  quadrata, ita vt in eis vna  
 sit numerus.

Pro aggregatis autem ac differentiis tra-  
 dendis, volo tibi dare exemplum ex Arte  
 magna, dixi quod  $Rz. v. 7. p. Rz. 46. p. 1.$   
 $m. Rz. 2. p. 16.$  est æquale 3. Deducito partes ex  
 partibus, vt videas si sit verum, & habe-  
 bis  $2. p. 4. Rz. 2. p. 16.$  æqualia  $Rz. v. 7. p. Rz.$   
 $46. p. 16.$  Duc igitur vtramque in se, & habe-  
 bis idem ex vtraque parte, id est  $7. p. Rz.$   
 $46. p. 16.$  nam  $2. p. 4. m. se facit 5. p. 16.$  cui addito  $2. p. 16.$   
 fit 7. &  $5. p. 16.$  &  $Rz. 5. p. 16.$  in  $Rz. 2. p. 16.$  sunt  $2. p. 16.$   
 quæ duplicata faciunt  $2. p. 16.$  & sunt  $46. p. 16.$   
 cuius radix addita ad  $7. p. 16.$  facit  $7. p. Rz.$   
 $46. p. 16.$  Vnde in aliis eodem modo operabe-  
 ris, dico ergo quod non potest esse  $Rz.$  qua-  
 drata trinomij habentis duas  $Rz.$  quad. &  
 & numerum vnum, nam  $Rz.$  quadrata  $Rz. 6. p.$   
 $Rz. 2. p. 1.$  si posset esse ex genere binomij ter-  
 tij vel sexti non posset satisfacere, vt demon-  
 strandum est, neque si vna pars sit nume-  
 rus, & alia  $Rz.$  nam eius quadratum erit  
 binomium, & non trinomium. Propona-  
 mus ergo  $Rz. Rz. 6. p. 1.$  & erit eius quadra-  
 tum 1.  $p. Rz. 6. Rz. Rz. 96.$  nam si capiamus

$Rz. Rz. 12. p. Rz. 3. p. 1.$   
 $4. p. Rz. 48. p. Rz. Rz. 192. p. Rz. Rz. 1728.$   
 $160. p. Rz. 432. p. Rz. Rz. 248832. p. Rz. Rz.$   
 $442368.$

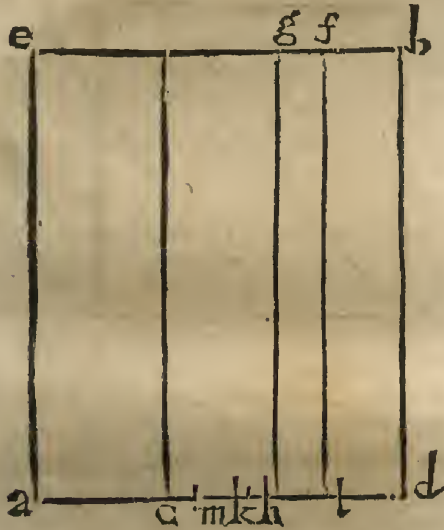
$Rz. Rz. 4. p. 1.$  fiet  $Rz. 4. p. 1. p. Rz. Rz. 64.$  id est  
 $3. p. Rz. 8.$  si ergo capiamus  $Rz. Rz. 4. p. Rz. 3.$   
 $p. 1.$  licet resoluator in 160.  $p. Rz. 432. p. Rz.$   
 $Rz. 442368. p. Rz. Rz. 248832.$  hæc tamen  
 non sunt commensuræ, sed in proportionem  
 $Rz. Rz. 256.$  ad  $Rz. Rz. 144.$  id est 4. ad 12. li-  
 cet sit valde propinqua, nam  $Rz. 432.$  est  
 duodecupla  $Rz. 3.$  &  $Rz. Rz. 248832.$  est duo-  
 decupla  $Rz. Rz. 12.$  & est mirum adeo quod  
 si  $Rz. Rz. 442368.$  esset numerus, haberemus  
 intentum. Cum ergo hoc trinomium non  
 posset reduci ad pauciora multo minus reli-  
 qua, quare  $Rz. cub. 460. p. Rz. 432. p. Rz. Rz.$   
 $442368. p. Rz. Rz. 248832.$  non potest esse  
 æquatio



# Cap. XXIV. Demonstratio, &c. 403

æquatio quæ sita, igitur oportet vt sit differentia duarum quantitatum, & fundamentum erit in prima regula dicta in Arte magna superius.

Sit cubus a b æqualis 29. rebus a d, & erit superficies b c 29. & c e 42. numeris, & erit corpus, & iuxta altitudinem a d. Et cum ex 29. possint fieri partes, vt vides à latere ex quibus vna ducta in alterius radicem fit numerus, poterit numerus rerum datus cum 28. 50. 60. 52. & 20. æquari cubo, dico modo quod etiam poterunt fieri



aliæ partes non integræ, vtpote 18. p. R. 72. & 11. m. R. 72. & ex 18. p. R. 72. in 3. m. R. 2. radicem 11. m. R. 72. fit 42. alius numerus. Ex quo liquet quod oportet 11. m. R. 72. esse binomium primum aut recisum, vt & etiam. Proponatur ergo e f 18. p. R. 72. & c g 18. erit ergo h f p. R. 72. igitur alia pars erit f d denominata per d g, scilicet 11. m. f h R. 72. ita vt diuisio vera b c, scilicet

28. 1. 1. 28.  
25. 4. 2. 50.  
20. 9. 3. 60.  
13. 10. 4. 52.  
4. 25. 5. 20.  
18. p. R. 72. 11. m. R. 72. 3. m. R. 2. / 42.

29. fit verè in f, nam c f est 18. id est c g p. R. 72. id est f h & d f 11. id est d g m. R. 72. id est f h. Diuisio autem iuxta nomen in g, quoniam c g est 18. & g d 11. Et quia proportio c b corporis ad c e est veluti c d ad c a, erit c d ad c a, velut 29. pos. ad 42. igitur velut 1. pos. ad  $1\frac{13}{29}$ , vel  $\frac{29}{42}$  pos. ad 1. numerum. Rursus quia ex regula prima capituli c f in R. f d, fit c e corpus, & fit latus d f, d k erit a d ad d k, veluti c f superficiem ad c e superficiem quare veluti c l ad c a. Atque iterum cum l g fiat ex duplo partium d k, proponatur denominata per p. & m. & fit quod est p. d m. & quod est m. k m duplum, igitur m k in m d producit h f. Vt in exemplo, cum ergo c g proponatur numerus 18. & g l R. 72. & proportio partium d k vt denominatæ, id est vt d m, quæ est numerus m. m k, & eadem proportioni c g ad g l, sequamur ergo primum argumentum rei. Erit a d R. v.  $20\frac{1}{4}$  p. R.  $40\frac{1}{2}$  p.  $1\frac{1}{2}$  m. R.  $\frac{1}{2}$ . Ex regula prima.

e f 18. p. R. 72.  
c g 18.  
h f R. 72.  
f d 11. m. R. 72.  
d g 11.  
c d ad c a vt 1. pos.  $1\frac{13}{29}$ .  
d k R. v. 11. m. R. 72.  
a d ad d k, vt c l ad c a.  
m k in m d pd. dim. f h R. 18.  
d m 3.  
m k R. 2.  
d k 3. m. R. 2.  
c g ad g l, vt d m ad m k.

Hæc igitur est vera æstimatio rei, & eadem est 6. & fit experimentum, quia detracta  $1\frac{1}{2}$  m. R.  $\frac{1}{2}$ , ex 6. fit  $4\frac{1}{2}$  p. R.  $\frac{1}{2}$ , & hoc est æquale R. v.  $20\frac{1}{4}$  p. R.  $40\frac{1}{2}$  quod patet quia quadrata vtriusque sunt  $20\frac{1}{4}$  p. R.  $40\frac{1}{2}$ . Igitur hoc genus æstimationis est generale, quia potest æquari numero, & non æquari, & posset æquari binomio, quia detractis partibus alligatis remaneret binomium aut recisum necessariò, & tunc posset poni R. v. radix binomij aut recisi primi.

Rursus proponatur b c 20. numerus rerum c e corpus 32. proponatur c f c b f d 4. ex e f in R. f d, quæ est 2. fit 32. Sit iterum c d ad c a vt 20. pos. a d 32. scilicet vt 1. pos. ad  $1\frac{1}{5}$ , & quia est iterum a d ad d k, vt c f ad c e, quare vt c l ad c a. Et quia a d ex regula prima est R. 17. p. 1. & d k est 2. erit a k R. 17. m. 1. & c e R. 68. m. 2.

## C A P V T XXV.

De examine tertia regula capituli XXV.  
Artis magna.

Proponamus quod cubus sit æqualis 18. rebus p. 108. tunc si fecero ex 18. numero rerum duas partes, ex quarum ductu vnus in R. alterius mutuo fiat 54. dimidium 108. Et manifestum est quod res est 6. Et per regulam generalem est R. v. cub. 54. p. R. 2700. p. R. v. cu. 54. m. R. 2700. & hæc verè est 3. p. R. 3. p. 3. m. R. 3. quod est 6. vt prius. Diuisio autem non est secundum eum modum, sed R. partium 18. sunt 3. & 3. & partes 9. & 9. & producta mutuo sic erunt 54. Et similiter assumptis 21. rebus, & 90. numero, faciemus iuxta capitulum generale ex 90. duas partes, ex quarum ductu vnus in alterum fiat 343. cubus 7. tertiae partis 21. numeri rerum, & habebimus partes R. v. cu. 45. p. R. 1682. p. R. v. cu. 45. m. R. 1682. & est 3. p. R. 2. p. 3. m. R. 26. vt prius, & ita augendo numerum rerum eximus extra capitulum, sed minuendo numerum rerum nimis non licet vti regula vt pote 1. cu. æqualis 15. rebus p. 126. non licet diuidere 15. in duas partes, ex quarum ductu vnus in R. alterius mutuo, fiat 63. dimidium 126. Quia maximum in quo diuidi possit, est quando diuiditur in partes æquales, vt demonstratum est. Ergo tres sunt partes in hoc capitulo, prima quæ seruit

L l 4 regulæ

per 209. lib  
de Proport.



regulæ speciali non generali, cum numerus rerum est magnus in comparatione numeri æquationis. Secunda quæ seruit regulæ generali non speciali cum numerus æquationis est magnus comparatione numeri rerum. Tertia quæ seruit utrique, ut in exemplo non potest regula generalis attingere ad 1. cub. æqualem 22. rebus p. 84. quia 21. quarta pars 84. non facit quadratum, neque maius neque æquale cubo  $7\frac{1}{3}$  tertiæ partis rerum. Similiter regula specialis non attingit ad 1. cub. æqualem 17. rebus p. 114. quoniam  $8\frac{1}{2}$  ductum in  $8\frac{1}{2}$ , producit  $72\frac{1}{4}$ , quæ est minor  $28\frac{1}{4}$ , quarta parte 114. numeri propositi, ut mutua illa non possint componere 57. dimidium numeri propositi. Traducenda est ergo in toto illo spacio, in quo conueniunt una ad aliam faciendo ex re iam inuenta duas partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius mutuo, fiat dimidium numeri propositi, & illæ erunt partes. Istud autem facile fiet diuidendo numeri propositi dimidium per rem inde diuidendo rem in duas partes producentes id quod prouenit. Exemplum, cubus æquatur 6. rebus p. 6. rei æstimatione est  $2\frac{1}{2}$ . cub. 4. p. 2. cub. 2. cum hoc diuidemus 3. dimidium numeri æquationis, exit  $2\frac{1}{2}$ . cub. 2. m. 1. p. 2. cu.  $\frac{1}{2}$ , ducam dimidium  $2\frac{1}{2}$ . cu. 4. p. 2. cu. 2. in se fit 1. p. 2. cu.  $\frac{1}{4}$  p. 2. cu.  $\frac{1}{11}$ , à quo detraho  $2\frac{1}{2}$ . cu. 2. m. 1. p. 2. cu.  $\frac{1}{2}$ , relinquitur  $2\frac{1}{2}$ . m. 2. cu.  $\frac{1}{4}$ , m. 2. cu.  $\frac{1}{10}$ , cuius 2. v. addita & detracta à dimidio prioris ostendit partes ut vides. Et modum etiã

$$\begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{2} \text{ p. } 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{4} \text{ p. } 2\frac{1}{2} \text{ v. } 2\frac{1}{2} \text{ m. } 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{4} \text{ m.} \\ 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{10} \\ 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{2} \text{ p. } 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{4} \text{ p. } 2\frac{1}{2} \text{ v. } 2\frac{1}{2} \text{ m. } 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{4} \text{ m.} \\ 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{10} \end{array}$$

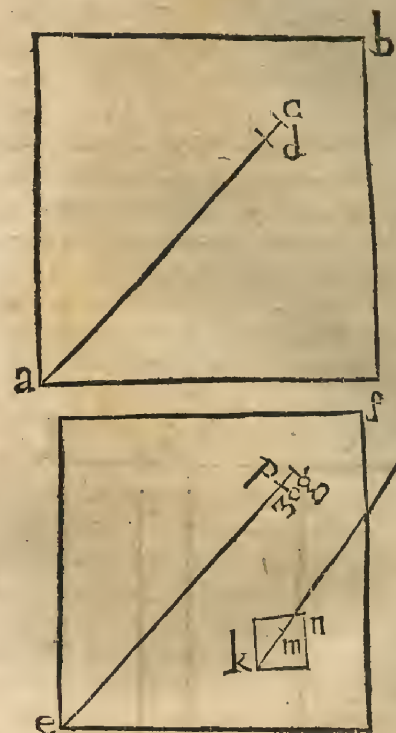
cum demonstratione superius docui. Quadrata ergo horum iuncta sunt 6. & mutuo producta iuncta sunt 3. quod patet experienti. Et est pulchra operatio.

## CAPVT XXVI.

*De propositione cubi equalis quadratis, & numero ad cubum cum numero æqualem quadratis,*

**S**I cubus sit æqualis quadratis & numero, alius verò cubus cum eodem numero sit æqualis aliquot quadratis, erit proportio differentię numeri quadratorum à sua æstimatione, dum cubus & numerus est æqualis quadratis ad differentiam æstimationis à numero quadratorum, dum cubus est æqualis quadratis & numero, sicut æstimationis cubi æqualis quadratis & numero ad æstimationem cubi & numeri æqualium quadratis duplicata.

Cum ex a b in c d, & ex e f in g h, & ex k n in l m, fiat idem numerus, erit proportio c d ad g h, & c d ad l m, & g h ad l m, velut e f ad a b, & k n ad a b, & k n ad e f, quare ut c b ad a c, & k m ad a c, & k m ad g h duplicata. Veluti ponatur e h 2.



a c latus  
a d 9. numerus  
quad.  
c d 8. diuis. per a  
b seu differentiam  
æstimat. à numero  
quad.

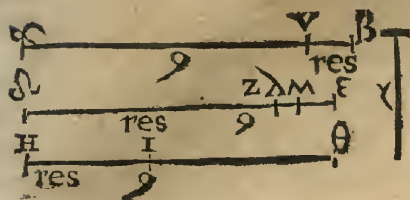
e g 9. numerus  
quad.  
e h latus sign. h. v.  
diuis. seu per a  
differentiam æstim.  
à numero quad. ig-  
nom.

k l 9. numerus  
quad. k m, latus  
secunda æstim.  
ignom. l m 8. di-  
uisum per k æstim.  
differentiam æstimat.  
à numero  
quad. ignom.

24. p. 4. & k m 1. in 1. cub. p. 8. æquali 9. quad. Cum ergo nota e g h h e nota fiat sub eisdem terminis k m & m l ex capite cubi & numeri æqualium quadratis, igitur nota a d d c, & paribus aliis erit nota e h & h g. Discrimen solum est, quod in cubo æquali rebus & numero differentia est lateris, quod superat numerum quadratorum, in sequentibus figuris. numerus quadratorum superat æstimationem rei seu latus quad. liquet ergo quod inter e h & k m intercedunt quatuor conditiones: prima quod e h & k m sunt ambæ æstimationes capituli propositi cubi & 8. numeri æqualium 9. quad. Secunda quod e h & k m sunt in proportionem, in qua est l m ad h g vicissim, sed hæc est duplicata. Tertia quod k m est composita ex tetragonali g h in e p, posita o h dimidio h g, & ipsa p h dimidio, o h. Quarta quam diximus deesse comparando a c & c d ad e h & b g, est quod e h & k m æstimationes sunt minores e g seu k l numero quadratorum. Cum ergo ex tertia conditione, quod sit ex g h in p e sit notum, quia g h & o e notæ sunt, & g o nota, quia dimidium g h erit k m composita ex eis nota. Deducitur ergo primum problema ad hoc, detrahe ex k l quantitatem, quæ se habeat in proportionem duplicata ad h g, in qua e h ad k m. Cum e g & k l sint idem seu æquales. At secundum problema est, diuide k l, quæ est eadem vel æqualis a d, ita ut proportio m l ad c d sit duplicata ei, quæ est a c ad k m. In utroque autem pariter deducitur res ad cubum & numerum æqualem numero rerum, igitur æstimatio pariter ignota ex nota pendebit.

Sumatur ergo rursus a g, d e, n o, nouem singulæ & æquales, & sit tota res, & in reliquis dum cubus, & 8. æquantur 9. quad. res sit a g & n. Si ergo posuerimus a g 24. p. 4. erit g e 5. m. 24. Ponamus ergo, o 1. quad. & sit medio in proportionem inter o b & g e, x erit x pos. 2. v. 5. m. 24. igitur cum sit proportio x ad g e, ut d g ad





Ad  $\zeta$  ad  $\eta$ , ducemus  $\Delta \zeta$ , id est  $\mathcal{B}$ . 24.  $\mathcal{P}$ . 4. in  $\zeta$ , quæ est 5.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{B}$ . 24. fit  $\mathcal{B}$ . 24.  $\mathcal{M}$ . 4. quam diuido per  $\mathcal{N}$ , id est pos. 5.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{B}$ . 24. & exeunt pos.  $\mathcal{B}$ .  $\frac{24 \cdot \mathcal{P} \cdot 4}{\mathcal{N} \cdot \text{pos.}}$  & hæc est  $\eta$ . Igitur tota  $\eta$  quæ est 9. est 1. quad.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{B}$ .  $\frac{24 \cdot \mathcal{P} \cdot 4}{\mathcal{N} \cdot \text{pos.}}$  quare 1. cub.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{B}$ . 24.  $\mathcal{P}$ . 4. æquatur 9. pos. & quia notum est hoc ex capitulo iam dicto: & assumo eodem modo  $\alpha \gamma$  &  $\gamma \epsilon$ , notas vt sit  $\gamma \epsilon$ , 6.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{B}$ . v. cub. 31.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{B}$ . 934.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{B}$ . v. cub. 31.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{B}$ . 934. & dicamus quod sit  $\frac{121}{1000}$ , nam est propè, & ponamus quod 10. vt prius sit 1. quad. erit  $\mathcal{N}$  pos.  $\frac{11}{10}$ , duc ergo  $\frac{11}{10}$   $\epsilon \gamma$  in  $\alpha \epsilon$ , id est  $\frac{121}{1000}$  in  $\frac{77 \cdot 9}{1000}$ , & quia est diuidendum productum per  $\frac{11}{10}$ , ideo sufficet ducere per  $\frac{11}{10}$ , & fit  $\frac{8569}{10000}$ , seu  $\frac{8569}{10000}$ , diuidendum per ipsos, nam  $\mathcal{N}$  fuit  $\frac{11}{10}$  pos. quia fuit latus  $\frac{121}{1000}$  quadratum, habemus ergo vt prius  $\frac{8569}{10000}$  diuidendum per 1. pos.  $\mathcal{P}$ . quadrata æqualia 9. igitur 1. cub.  $\mathcal{P}$ .  $\frac{8569}{10000}$  æqualia 9. pos.

Videtur ergo proprius modus demonstrationi, vt supponamus a d rei æstimationem, in qua a b numerus quadratorum, & b d numerus æstimationis, diuisus per qua-

dratum, a b. Et rursus a b numerus, id est quadratorum, & e b numerus æstimationis, idem cum priore, & diuisus per quadratum a c vel a e, quia habet duas æstimationes, sed tunc æquatio erit diuersa, quam oportebit inuenire. Dico ergo quod si cubus  $\mathcal{P}$ . 200. est æqualis 100. erit a e res & a b 100. ponamus ergo a d æstimationem cubi æqualis 100. quad.  $\mathcal{P}$ . 200. erit ergo a d nota, & a b est 100. numerus quadratorum, igitur b d differentia nota, & quia demonstratum est, quod proportio c b ad b d est duplicata ei quæ est a d ad a e, igitur proportio mediæ inter e b ad b d est

vt a d ad a e, sit ergo b d 2. pro exemplo vt intelligas pones e  $\frac{1}{2}$  quad. & si b d esset 3. pones e  $\frac{1}{3}$  quad. & si b d esset 4. pones e  $\frac{1}{4}$  quad. ad hoc vt media sit 1. pos. quæ ducta in a e, producit quantum a d in d b, productum autem a d in d b est notum, quia a d & d b notæ sunt, & hoc est æquale mediæ ductæ in a e, quæ est numerus quadratorum communis, detracta e b quæ est pars illa, quæ prouenit diuisa monade per b d, & est nota, & est pars cubi. Sequitur igitur ex constructione, vt reducendo ad 1. cub. vt habeas cubum cum numero æqualem numero rerum. Et vt numerus rerum sit semper productum ex b d in a d: & numerus æquationis compositus ex producto quadrati a b in a d, & cubo ipsius b d, veluti si ponatur (vt dixi) a b 100. & b d 2. erit 1. cub.  $\mathcal{P}$ . 408. æqualis 200. re-

bus, fit autem 200. ex 2. quæ est b d in 100. quæ est a b numerus quadratorum 408. autem componitur ex 400. producto 4. quadrati 2. & est b d in 100. quæ est a b, & 8. cubo 2. b d. & ita si b d esset 3. esset 1. cub.  $\mathcal{P}$ . 927. æqualis 300. rebus, & eodem modo si b d esset 9. esset cubus cum 8829. æqualis 900. rebus, numerus enim rerum semper est productus ex æstimationis differentia à numero quadratorum in ipsum numerum quadratorum. Numerus autem æquationis scilicet 8829. est compositus ex 8100. producto quadrati 9. id est 81. in 100. numerum quadratorum, & 729. cubo b d, quæ est 9. Cum igitur hoc capitulum sit speciale, & circumscriptum habebit æstimationem notam, vt reliqua capitula specialia cubi & numeri æqualium rebus, & hæc æqualebit generali cubi & numeri æqualium quadratis.

Ergo proposita quæstione cubi & numeri æqualium quadratis erit nota æstimatio cubi æqualis totidem quadratis, & eidem numero, quare a d nota, & quia a b numerus quadratorum est notus, erit nota b d, ducemusque b d in a b & habebimus numerum rerum, ducemus etiam b d ad quadratū inde in a b, & producto addemus cubum d b, & habebimus numerum æquationis, cum regula ergo speciali inueniemus æstimationem eius, & hæc erit prima æquatio, scilicet mediæ quantitatis inter e b & b d, hanc igitur ducemus in se, & diuidemus per b d, & exibat quantitas b e secunda æquatio, quam detrahemus ex a b numero quadratorum proposito, & habebimus a e æquationem tertiam quæsitam. Vnde patet quàm difficilis sit hæc inuentio, & quàm absurdum genus quantitatis proueniat per decem difficultates. Prima est inuentio ad quæ solet esse trinomium compositum cubicum, & ex radicibus vniuersalibus, quia pendet ex capitulo generali. Secunda est residuum b d detracta a b. Tertia est productum ex a b in b d. Quarta est quadratum b d. Quinta productum, ex eodem quadrato in a b. Sexta cubus b d. Septima est æstimationis inuentio cum operationibus capituli specialis. Octaua est deductio inuentæ æstimationis ad quadratum. Nona est diuisio producti per quantitatem b d. Decima est detractio prouentus à numero quadratorum. Ex his facillimæ sunt tres, scilicet secunda, quinta & decima, penè impossibiles duæ, scilicet septima & nona, reliquæ valde difficiles.

## C A P V T XXVII.

De æstimatione data, vt inueniatur numerus æquationis.

ET cum in capitulis maioribus 1. cubi etiam in aliis ex tribus inueniatur quartum, vtpote ex cubo æquali quadratis & numero datis inuenimus æstimationem. Ita æstimatione & cubo & quadratis inueniemus numerum, aut ex eadem



& cubo & numero inueniemus quadrata, nam de cubo non est, vt queramus ipsum per quadrata & numerum datum cum sola æstimatione doceat, cum ergo sint sex capitula & duobus modis in singulis contingat inueniri, quarum erunt duodecim capitula. Sit ergo primum data a c æstimator rei, & numerus quadratorum a b datus, qui cum numero

aliquo æquatur cubo a c igitur quia a c data est, erit



cubus a c, datus & quadrata sub numero a b data, residuum ergo ad cubum est, quod fit ex b c in quadratum a c, & hoc est notum, quia a c & a b notæ & quadratum a c, igitur numerus æquationis. Detrahe igitur numerum quadratorum ex æstimatione data, & quod relinquitur duc in quadratum æstimationis, productum est numerus æquationis. Exemplum æstimatio est 10. cubi æqualis 6. quadratis & numero cuiuspiam, detrahe 6. ex 10. relinquitur 4. duc in 100. quadratum 10. fit 400. igitur cubus æquatur 6. quad. p. 400.

2 Sit modo numerus æquationis scilicet productum ex b c in quadratum a c, & diuidam illum per quadratum a c, prodibit b c, detraho ex a c, relinquitur a b numerus quadratorum.

3 Sit cubus a b & quadrata b c, data & æstimatio nota erit, ergo cubus notus, & b c dicta in quadratum a b etiam nota, iugendo vtrunque habebis numerum æquationis.

4 Et sit cubus & a b data sit & numerus æquationis datus, igitur detraham cubum a b datum ex æquationis numero dato, residuum diuidam per quadratum a b datum, quia a b data est, quod prodit est b c numerus quadratorum.

5 Et sit a c numerus quadratorum datus, & a b æstimatio rei, & quadrata illa sint æqualia cubo & numero. Quia ergo a b data est, erit quadratum eius, & cubus eius datus, & ideo etiam productum ex a c in quadratum a b, à quo detracto cubo a b, relinquitur numerus æquationis. Exemplum a c sit 6. numerus quadratorum, a b autem 4. cubus eius est 64. quadratum 16. igitur sex quadrata sunt 96. detrahe 64. cubum æstimationis, relinquitur 32. numerus æquationis, igitur 1. cu. p. 32. æquatur 6. quad. quando æstimatio rei est 4. Et in huiusmodi cum æstimatio media æquatur extre mis, caue ne casus sit impossibilis.

6 Et sit modo numerus æquationis & æstimationis notus, & velim numerum quadratorum æqualium cubo & dicto numero æquationis. Quia ergo a b nota est æstimatio, erit cubus eius notus: huic addam numerum æquationis iam notum, habeboto totum numerum notum quem diuidam per quadratum a b, iam notum, prodibit a c numerus quadratorum.

7 Sit etiam æstimatio nota cubi & rerum æqualium numero, liquet quod cubus & res erunt notæ quæ iunctæ faciunt numerum æquationis notum.

Et rursus si à numero æquationis noto detrahas cubum æstimationis notæ residuum erit notum, quod diuisum per æstimationem ostendit numerum rerum.

Rursus si cubus æquatur rebus & numero, & res sint notæ, & æstimatio, ducemus æstimationem in numerum rerum, & detrahemus à cubo rei & residuum erit numerus æquationis.

Et ita si à cubo iam noto æquationis numerus detrahatur residuum diuisum per æstimationem ostendit numerum rerum. Caue tamen ne casum proponas impossibilem, velut cubum æqualem rebus, & 10. numero & æstimatio 2. nam oportet æstimationem semper esse maiorem x. cu. numeri æquationis, id est 10. & ita in aliis.

Sit etiam cubus p. 12. æqualis rebus, 11 & sit æstimatio, 2. tunc cubus 2. est 8. adde ad 12. fit 20. diuide per 2. prohibet 10. numerus rerum.

Et iterum sit cubus cum numero æqualis 12 10. rebus & æstimatio 2. duc 2. in 10. fit 20. detraho 8. cubum, relinquitur 12. numerus æquationis qui cum cubo 2. iunctus æquatur decuplo 2. Et quia in capitulis quadratorum vel rerum equalium numero & cubo est duplex rei æstimatio, dico quod proposita quauis earum, sequitur idem. Veluti cubus p. 24. est æqualis quadratis & æstimatio vna est 2. alia x. 21. p. 3. duc 2. ad cubum, fit 8. adde ad 24. fit 32. diuido per 4. quadratum 2. exit 8. numerus quadratorum. Similiter duc 2. 21. p. 3. ad cubum, fit x. 48384. p. 216. adde 24. fit 240. p. x. 48384. diuide per 30. p. x. 758. quadratum x. 21. p. 3. exit 8.

## CAPVT XXVIII.

*Quod in proposito capituli XXVI. peruenitur ad cubum, & res æqualia numero.*

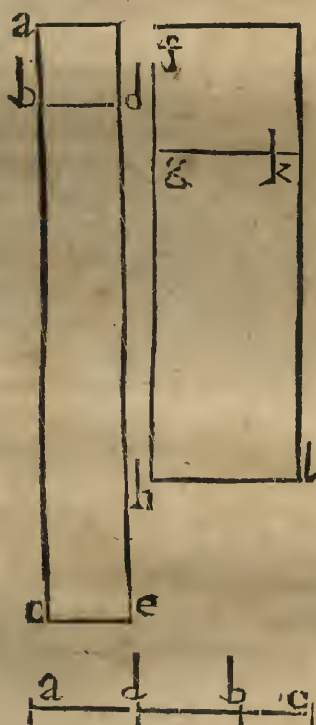
Cum verò iam conclusum sit, quod si quis possit inuenire regulam specialem cubi & numeri æqualium rebus, quando numerus rerum fit ex ductu duorum numerorum inuicem, & numerus æquationis ex ductu quadrati vnus in aggregatum amborum, quod habebit æstimationem cubi & numeri æqualium quadratis: dico quod hæc specialis regula est difficilis inuentu, quia æquipollet vni generali, quoniam conuenit omnibus casibus, in quibus cubus & numerus æquantur rebus. Exemplum, si dico cubus & 6. æquantur octo rebus, dico quod hæc erit sub regula illa speciali quia ponam: quod vna pars sit 1. pos. alia  $\frac{8}{2. pos.}$ , duc igitur 1. pos. in se fit 1. quad. duc 1. quad. in aggregatum 1. pos. p.  $\frac{8}{2. pos.}$ , fit cu. p. 8. pos. æqualia 6. at hoc habet capitulum generale, igitur regula illa non est proprie specialis.



C A P V T XXIX.

*De comparatione capitulorum cubi, & rerum aequalium numero, & cubi & numeri aequalium totidem rebus.*

**E**T proponatur cubus a d cum rebus numero 10. æquales 12. & erit superficies b c 10. corpus autem a e 12. Dico primum quod si sumatur f k cubus, qui cum 12. numero, & sit g l corpus iuxta altitudinem f g, æqualia 10. rebus, erit ergo superficies f l ex supposito, & habebit duas æstimationes, quod singulæ illarum erunt in mutua proportionem hoc modo b c ad f h, vt f g ad a b, & iterum a e ad g h, vt f g ad a b. Quare proportio a c ad g h, duplicata e c, quæ est b e ad f h. liquet etiam quod vtraque æstimatio f g est maior a b, quia cum æqualiter sumatur est æqualis g l numero, qui est æqualis toti a e, & vltra



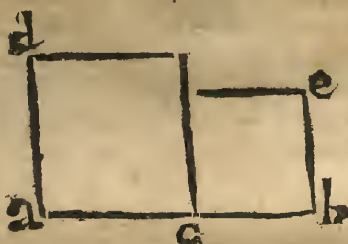
etiam cubo f k per communem animi sententiam. Ex quo sequitur, quod a c sit maior g h, igitur cum sit duplicata ei quæ est b c ad f h, erit b e maior f h. Et etiam clare per se patet cum sit mutua, vt f g ad a b. Et quia 10. res f h æquantur cubo f k & g l numero æquationis, & g l est æqualis cubo a d & b e rebus, erit f h numerus rerum æqualis cubis f k a d, & rebus b e, detractis igitur rebus b e ex rebus f h, quæ sunt numero æquales, erunt decem differentia f g & a b, æquales cubis a b & f g pariter acceptis.

Rursus proponantur duæ quantitates a b & b c, vt tota a c sit 2. gratia exempli, vt sit differentia illarum d b, & decuplum d b sit æquale cubis a b & b c, diuidemus a c 2. in 1. p. 1. pos. & 1. m. 1. pos. & cubi erunt 6. quad. p. 2. & hoc est æquale 20. rebus, id est decuplo d b, quæ est differentia, igitur 1. quad. p.  $\frac{1}{3}$  æquatur  $3\frac{1}{3}$  rebus & rei æstimatio est  $1\frac{2}{3}$  p. 2.  $\frac{2}{9}$  vel  $1\frac{2}{3}$  m. 2.  $\frac{2}{9}$ .

C A P V T XXX.

*Qualis æqualitas cuborum partium lineæ diuisa.*

**S**It a b diuisa in c quadrata eius c d, e, dico quod cubi a c c b sunt æquales parallelepido ex a b in aggregatum quadratorum c d c e dempta superficie a e in c



b, nam quod fit ex a b in aggregatum quadratorum c d, c e est æquale ei quod fit ex a c in c d, c e & ex b c in c e, c d, quare duobus cubis a c & c b, & eis quæ sunt mutuo parallelepipedis a e in c e, & c b in c d, at a c in c e, quantum ex b e in superficiem a c in c b, & ex c b in c d, quantum ex a d in superficiem a c in c b, quod igitur fit ex a b in c d, & c e est æquale cubis a c c b, & ei quod fit ex a d in superficiem a c in c b, & ex b e in eandem, quod autem fit ex a d in superficiem a c in c b, cum eo quod fit ex b c in eandem est æquale ei quod fit ex tota a b in superficiem a c in c b, eo quod a d est æqualis a c & b e æqualis b c: igitur quod fit ex a b in c d, c e est æquale ei quod fit ex a b in superficiem a c in c b, cum cubis a c & c b, igitur detracto eo quod fit ex a b in superficiem a c in c b ex eo quod fit ex a b in c d, c e & est idem quod detrachere superficiem a c in c b ex quadratis a c, c b erit parallelepipedum ex a b in c d c e, detracta superficie a c in c b, æquale cubis a c, c b quod erat demonstrandum.

C A P V T XXXI.

*De æstimatione generali cubi æqualis rebus, & numero solida vocata & operationibus eius.*

**E**T postquam non quærimus in æstimatione nisi demonstrationem operationem & propinquitatem, dico quod æstimatio cubi æqualis rebus & numero generalis in parte quæ non habetur est nota secundum tres modos propositos in solidis, per primam & tertiam regulam cap. 25. Artis magnæ: & appropinquatio non est minor quam in reliquis radicibus quadratis aut cubicis, operationem autem nunc docebimus. Verum in tertia regula ob præcedentem videtur maior æqualitas atque notitia. Si quis ergo dixerit cubus est æqualis 13. rebus p. 60. igitur dicemus ex tertia regula,



regula, quod res est  $\mathcal{R}$ . solida 13. in 30. qui est dimidium 60. id est, ut ita diuidatur 13. ut ex partibus in radices suas mutuò ductis fiat 30. Dico ergo quod si volueris hanc  $\mathcal{R}$ . sol. ducere gratia exempli in  $\mathcal{R}$ . duas duces  $\mathcal{R}$ . 2. in se fit 2. duc in 13. fit 26. inde duc  $\mathcal{R}$ . 2. ad cubum, fit  $\mathcal{R}$ . 8. duc  $\mathcal{R}$ . 8. in 30. fit  $\mathcal{R}$ . 7200. igitur  $\mathcal{R}$ . producta erit  $\mathcal{R}$ . sol. 26. in  $\mathcal{R}$ . 7200. Et ita si volueris eandem diuidere per  $\mathcal{R}$ . 2. duc  $\mathcal{R}$ . 2. in se fit 2. diuide 13. per 2. exit  $6\frac{1}{2}$ , deinde diuide 30. per  $\mathcal{R}$ . 8. cub.  $\mathcal{R}$ . 2. exit  $\mathcal{R}$ . 112 $\frac{1}{2}$ , & erit quod prouenit  $\mathcal{R}$ . sol.  $6\frac{1}{2}$  in 112 $\frac{1}{2}$ . Hæc autem facile demonstrari possunt, in additione quoque similium velut  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. cu.  $\mathcal{R}$ . sol. 52. in 240. diuides singulos per suas correspondentes, & exhibunt diuiso 52. per 134. & diuiso 240. per 30.8. &  $\mathcal{R}$ . cu. 8. est eadē cum  $\mathcal{R}$ . quadrata 4. quia iam supponuntur similes partes, addam igitur ad 2. monadem, fit 3. duc ad quadratum fit 9. duc in 13. fit 117. duc & 3. ad cubum fit 27. duc in 30. fit 810. erit ergo  $\mathcal{R}$ . coniuncta sol. 117. in 810. Idem dico de subtractione. Diuidendo singulas partes per suas similes, eius quod prouenit capiēdo  $\mathcal{R}$ . quad. vel cu. quæ erit vna à qua detrahe, & residuum reducito ad quadratum & cubum, & duc in suas partes quæ ei respondent. In dissimilibus autem adiciemus aut detrahemus simpliciter, quod etiam facimus in  $\mathcal{R}$ . vniuersalibus & anomalis. Possent & aliqua in huiusmodi subtiliora inueniri, sed satis sit si aliquis dicat, habui cubum æqualem 6. rebus  $\mathcal{P}$ . 1. dices igitur æstimatio rei est  $\mathcal{R}$ . sol. 6. in  $\frac{1}{2}$ , id est aggregatum duarum radicum quadratorum partium 6. ex quarum mutua multiplicatione in ipsas partes producat $\frac{1}{2}$ .

Et pro appropinquatione celeri ac breui duces ad integras per numerum partes habentem, ducendo puta per 4. & habebis  $\mathcal{R}$ . sol. 96. in 32. igitur pars vna erit  $95\frac{2}{3}$ , & alia  $\frac{1}{3}$ . Et hoc est maius, minus autem  $95\frac{2}{3}$  &  $\frac{1}{3}$ , igitur propinqua vna erit  $95\frac{17}{19}$  alia  $\frac{2}{19}$ , huius ergo accipiemus quartam partem, & erunt numeri  $5\frac{11}{12}$  &  $\frac{1}{12}$ .

In inæqualibus autem iungendis, detrahendis, multiplicandis ac diuidendis eadem facimus quæ in  $\mathcal{R}$ . diuersis, neque enim licet eas aliter iungere quam per  $\mathcal{P}$ . & subtrahere quam per  $\mathcal{M}$ . velut  $\mathcal{R}$ . cu. 10. cum  $\mathcal{R}$ . quadrata 8. dicemus  $\mathcal{R}$ . 8.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 10. vel detrahendo  $\mathcal{R}$ . 8.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 10. Et si quis dicat quod possumus etiam iungere hoc modo  $\mathcal{R}$ . v. 8.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 100.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{R}$ . 3276800. dico quod est hæc longior & difficilior. De longitudine patet sensu: de difficultate in vltima parte cogere intelligere  $\mathcal{R}$ . quadratam &  $\mathcal{R}$ . cu. ut in alia & præter id etiam  $\mathcal{R}$ . cub. 100. inde totius aggregati  $\mathcal{R}$ . vniuersalem, licet forsan quod ad propinquitatem attinet, forsan redderetur aliquanto exactior, quia esset vna tantum & minoris aggregati, vnde notandum, quod si quis velit  $\mathcal{R}$ . cu. 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. Et  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . cu. 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. quod prima sub eadem additione erit proxima  $2\frac{17}{20}$  &  $2\frac{3}{20}$ , quod totum est 5. ut manifestum, sed  $\mathcal{R}$ . v.  $2\frac{17}{20}$  &  $2\frac{3}{20}$  est  $2\frac{52}{20}$ . Et hoc manifestè est proximius radici veræ  $\mathcal{R}$ . cub. 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. quam 5. quia  $\mathcal{R}$ .

10. est proximior  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 101. quam  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{R}$ . 101. & multo magis quam 10. ipsum  $\mathcal{R}$ . 101. differt  $\mathcal{M}$ . penè per  $\frac{1}{20}$ , &  $\mathcal{R}$ . 10. differt eo modo sumpta à  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 101. per  $\frac{1}{27}$  quod est multo minus quam  $\frac{1}{20}$  in  $\frac{1}{28}$ . Sed tamen hoc contingit per se non habita proportionis ratione. Forsan in multiplicatione & diuisione aliter dicendum esset, quoniam partes redduntur pauciores: sed tamen cum incommensæ fuerint remanet numerus aggregati, ut  $\mathcal{R}$ . 6.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. in  $\mathcal{R}$ . 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. producit  $\mathcal{R}$ . 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 15.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 12.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 10. quid ergo refert si dicam  $\mathcal{R}$ . 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 15.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 12.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 10. &  $\mathcal{R}$ . 6.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. in  $\mathcal{R}$ . 9.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. cum enim oportebit illas addere, duplicare, diuidere, diuidam vnamquamque seorsum, & post iungam eodem modo aut detrahā. Sint ergo dissimiles  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. &  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. sic multiplicabo  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. producit in  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. sic diuidam  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. & ita addam  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. & ita detrahā  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30.  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. Et accipiam  $\mathcal{R}$ . v. hoc modo  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. & est  $\mathcal{R}$ . 5. & ita accipiam  $\mathcal{R}$ . cu. hoc modo  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. Et in solidis radici cuiusque debet adici v. id est nota vniuersalis cum sit vnum totum.

Et nota quod  $\mathcal{R}$ . sol. dicitur non tota sed comparatiuè, velut cum dico  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . 9.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 27. vult dicere, accipi  $\mathcal{R}$ . 9. quæ est 3. &  $\mathcal{R}$ . cub. 27. quæ est etiam 3. iunge, fiunt 6. igitur  $\mathcal{R}$ . v. 9.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 27. est  $\mathcal{R}$ . 6. Sed non est sic de  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. neque enim cum  $\mathcal{R}$ . 13. quadratorum aggregati sit 5. &  $\mathcal{R}$ . 30. ut parallelepida sit rursus  $\mathcal{R}$ . v. est  $\mathcal{R}$ . 8. aggregati 5. & 5. sed est  $\mathcal{R}$ . simpliciter vnius partis tantum, id est 5. Et ideo nota quod semper sunt æquales, igitur ducendo, diuidendo  $\mathcal{R}$ . solidæ partes sunt æquales.

Et nota quod licet producti ex aggregato duorum quadratorum in aggregatum duorum quadratorum producant semper aggregatum ex duobus quadratis, ut 5. in 5. & 5. in 13. & 5. in 8. & 5. in 18. & 13. in 25. & 13. in 8. & 8. in 25. & 8. in 50. & ita de aliis, tamen illæ partes non seruant proportionem, velut 5. in 13. efficit 65. qui componitur ex 64. & 1. quadratis, qui nihil habent cum 15. qui verè producit ex 5.  $\mathcal{R}$ . solida 13. in 30. in 3.  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. nec etiam diuiso 65. in 49. & 16. nam radices sunt 7. & 4. quæ iunctæ faciunt 11. qui etiam est diuersus à 15. Ideo aliunde petenda est ratio cur componantur, constat enim esse longè plures qui non componuntur: ut vsque ad 20. sunt 2. 5. 8. 10. 13. 17. 18. 20. Sunt ergo duodecim qui non componuntur, & octo tantum qui componuntur. Et à 20. ad 40. Sunt 25. 26. 29. 32. 34. 37. 40. adhuc pauciores à 40. ad 60. sunt 41. 45. 50. 52. 53. 58. pauciores.



CAPVT XXXII.

De comparatione duarum quantitatum iuxta proportionem partium.

ET sumantur duæ quantitates ab maior, & d minor, dico quod poterunt diuidi ita vt sit proportio vnius partis ad aliam maioris inæqualitatis, & residui ad residuum vsque in infinitum, nam ablata a e æquali c d erit b e ad residuum infinita, ergo ex regula dialectica semper licebit diuidendo residuum, vtpote facta a f æquali c g, diuidendo e f & d g per æqualia erit proportio residui vsque ad b, ad residuum vsq; ad g perpetuo maior: & ita vsque in infinitum diuidendo versus d, & assumendo aliquid maius in ab erit vt procedatur vsque in infinitum in proportionem residuorum.

Dico præterea quod non poterunt ambæ proportionem esse minores proportionem totius ad totum: quia si detrahatur minor proportio vt a e ad c g, quam a b ad c d fiat a e ad c h, æqualis a b ad c d, igitur a e ad c g minor quā a e ad c h, igitur c h minor c g: b e ergo ad h d, vt a b ad c d, igitur b e ad g d maior quam a b ad c d.

Manifestum est ergo quod sub minima proportionem ambæ partes erunt cum fuerint quantitates diuisæ secundum proportionem totius ad totum: hoc etiam infinitis modis, sed non fit varietas.

Dico modo quod non poterunt in proportionem reduplicatam maiorem quam totius ad totum æqualem, nec minorem quam sit proportio media, voco proportionem reduplicatam cum fuerit proportio partium vt residuorum duplicata, velut si proportio a b ad c d nonupla dico quod non potest diuidi a b & c d, vt sit proportio maior, nec æqualis nonupla, nec æqua-



lis aut minor tripla, nam si sit a e ad e f nonupla, igitur c b ad f d nonupla, ergo nonupla nonupla duplicata erit quod esse non potest, & si maior nonupla ergo ex demonstratis e b ad f d minor nonupla, ergo non duplicata ad illam.

Nec potest diuidi a b & c d ita vt sit minor quam tripla: nam si sit tripla b e ad f d, cum sit per demonstrata a e ad c f maior nonupla eo quod e b ad f d est minor, quam a b ad c d. igitur a e ad c f maior duplicata e b ad f d, non ergo duplicata. Multo minus si sit proportio e b ad f d minor tripla poterit esse residui ad residuum duplicata.

Cum ergo quis dixerit diuide 18. & 2. ita vt proportio partium sit reduplicata quadrupla, tunc cum quadrupla sit minor nonupla, & maior tripla, duc 4. numerum proportionis in se fit 16. duc in 2. minorem quantitatem fit 32. aufer maiorem scilicet 18. relinquitur 14. hunc diuide per differentiam proportionis a suo quadrato, id est 12. qui est differentia quadrati 4. & ipsius 4. & exit

Tom. I V.

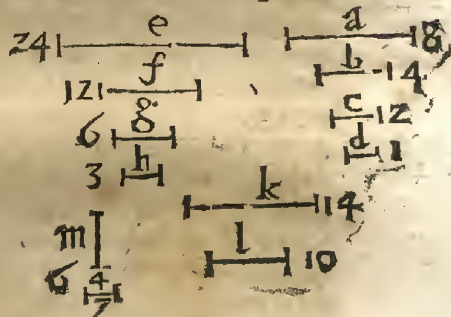
1  $\frac{1}{6}$ : aufer ex 2. relinquitur  $\frac{5}{6}$  aufer quadruplum 1  $\frac{1}{6}$ , quod est 4  $\frac{2}{3}$  ex 18. relinquitur 13  $\frac{1}{3}$  quod est sexdecuplum ad  $\frac{5}{6}$ .

Ex hoc etiam patet, quod seu maior maioris, vt hic seu minor habuerit rationem residui, id est partis quæ habet proportionem duplicatam, semper habebit ad minorem portionem minoris lineæ nunquam ad maiorem.

CAPVT XXXIII.

De duplici ordine quatuor quantitatum homologarum eiusdem proportionis ad duas alias.

Sine a b c d & e f g h homologæ, & in eadem proportionem, & sint duæ aliæ k & l eiusdem generis, & ex differentia a & d in m producat differentia productorum b in k & d in l, dico quod differentia productorum f in k & h in l, producet ex differentia e & h in eandem m. Et est generalis in similibus semper seruando rationem assumptorū. Nam quia b ab d vt f ad h, erit b ad f vt d ad h permutando, quare productorum ex b & f in k inuicem, vt productorum d & h in l inuicem, vtraque enim vt b ad f & d ad h, quæ se habent eodem modo: permutando igitur productorum b in k & d in l, vt f in k & h in l: quare & differentiarum veluti b ad f: at vt b ad f, ita differentia a d, ad differentiam e h. igitur diuisa differentia f in k & h in l per differentiam l h exibat m.

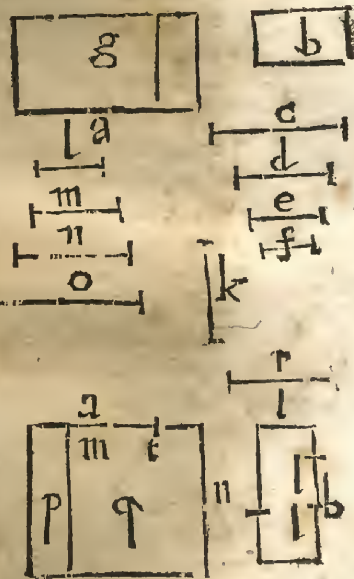


CAPVT XXXIV.

De triplici diuisione duarum quantitatum in mutuam reduplicatam.

CVmque propositæ fuerunt duæ lineæ a & b possumus imaginari, vt diuidamus

vtamque, vt sit proportio mutua reduplicata: nam de recta superius locuti sumus. Et potest istud fieri per additionem eiusdem quantitatis ad vtamque quantitatem, sed vt fiat media proportio, & potest fieri vt eadē quantitas addatur & detrahatur ab vtraque, & residuorum proportio sit duplicata proportioni aggregatorum: & hæc tria hic docebimus demonstrantes solum: nam reliquorum sufficit docere operationem. Quartum autem est de quo postea agatur quod est difficillimum. Volo ergo diuidere a & b, vt sit proportio secun-



da

N



Per 12. sexti  
Element.

da partis, b ad secundam partem, aut primæ partis a ad primam partem b duplicata iuxta proportionem datam inter c & statuo e f in continua proportionem cum c d, & duco d in a & f in b, & fiant superficies a & b, & detraho b ex a, & relinquatur g, & detraho f ex e & relinquatur k, & fiat superficies super k æqualis g, cuius latus sit l, & iuxta proportionem f e d c statuo l m n o, & duco l in b, & n in a, & fiant superficies a n, b l.

Per 44. primi  
Element.

Et rursus detraho b l ex a n, & sit p, cuius residuum sit superficies q, aufero etiam l ex o, & relinquatur r, & super r statuo superficiem æqualem q, cuius secundum latus constat esse rursus l per præcedentem: aufero l ex b, & relinquatur s & m aufero ex a, & relinquatur t. Dico ergo quod cum proportio ma d l sit vt c ad d, quod proportio f ad t est duplicata ei quæ est ma d l, seu c ad d. Nam

Per 1. secundum  
di Element.

ex demonstratis p sit ex l in b, & q ex l in r, igitur a n ex l in b r, igitur n ad l, vt b r ad a, sed n ad l, vt m ad l duplicata, igitur b r ad a, vt m ad l duplicata. Et vt c ad d pariter duplicata, constat autem b r ex l, s. r. autem cum l facit o ex supposito, nam r fuit differentia o & l, igitur b r sunt æquales ex communi animi sententia o f: igitur o f ad

Per 16. sexti  
Element.

a, vt c ad d duplicata. At o ad m vt c ad d duplicata, quia sunt in continua proportionem, igitur residui f ad residuū t, vt c ad d duplicata, quod propositum erat. Operatio autem brevis est, ponamus vt in exemplo c

Per 19. quinti  
Element.

24. d 12. e 6. f 3. a si 10. b 8. Duco d in a fit 120. duco f in b fit 24. detrahe

|  |  |       |
|--|--|-------|
| 24 ex 120. relinquitur 96.   | diuide 96. per 24. differentiam c & f, exit $4\frac{2}{3}$ quantitas l, igitur | 24    |
| ducendo l per e fit $36\frac{4}{3}$ , diuide per f exit $9\frac{2}{3}$ , quantitas m   |  | 12 10 |
| quæ est dupla ad l, vt c ad d, detrahe ergo $4\frac{2}{3}$ ex 8. relinquitur $3\frac{2}{3}$ , detrahe $9\frac{2}{3}$ , ex 10. relinquantur $\frac{6}{3}$ , proportio $3\frac{2}{3}$ ad $\frac{6}{3}$ , est quadrupla, & duplicata ei quæ est c ad d. |  | 6     |
|  |  | 3 8   |

Propositis ergo duabus lineis rursus a & b, quibus volo addere communem c, & detrahere rursus vt sit proportio residuorum duplicata ei quæ est aggregatorum. Duc differentiam quadratorum in se, & eius cape trigessimam sextam partem, cui adde tertiam partem producti vnus in alteram, & à radice totius aggregati, detrahe sextam partem differentie dictorum quadratorum, residuum est quæsitæ tertia quantitas, velut

cipio 5. & 4. differentia quadratorum est 9. eius quadratum 81. cuius  $\frac{1}{16}$  est  $2\frac{1}{4}$ , cui adde  $\frac{1}{3}$  producti 5. in 4. & est  $6\frac{1}{3}$ , qui est tertia pars 20. & fit  $8\frac{1}{3}$ , cuius à radice detrahe  $\frac{1}{6}$ , differentie quadratorum, id est  $1\frac{1}{3}$ , & relinquitur res quæsitæ  $7\frac{1}{3}$ . Igitur partes erunt  $6\frac{1}{3}$  m.  $8\frac{1}{3}$  m. &  $5\frac{1}{3}$  m.  $8\frac{1}{3}$  m. residua scilicet: aggregata autem  $3\frac{1}{2}$  p.  $8\frac{1}{3}$  m. &  $8\frac{1}{3}$  p.  $2\frac{1}{2}$ .

Rursus sint propositæ duæ lineæ, & sit vna 4. alia 3. volo addere communem quantitatem vtrique quod sit proportio aggregati media seu radix proportionis propositarum quantitatum: & est quasi conuersa præcedentis. Duco 4. in 3. fit 12 huius  $3\frac{1}{2}$  p. addo vtrique; & habeo intentum, proportio enim  $3\frac{1}{2}$  p. 12. ad 3. est velut 4. p. 12. ad  $3\frac{1}{2}$  p. 3. nam 3. in 4. p.

$3\frac{1}{2}$  p. 12. producit 12. p.  $3\frac{1}{2}$  p. 108. &  $3\frac{1}{2}$  p. 12. in  $3\frac{1}{2}$  p. 12. p. 3. nō minus producit idē 12. p.  $3\frac{1}{2}$  p. 108.

Ex hoc sequitur quod proportio binomij ad aliud binomij alterius speciei potest esse quantitas potentia tantum rhete, velut si duco  $3\frac{1}{2}$  p. in  $3\frac{1}{2}$  p. 2. fit 6. p.  $3\frac{1}{2}$  p. 12. igitur 6. p.  $3\frac{1}{2}$  p. 12. est in proportione  $3\frac{1}{2}$  p. 3. ad  $3\frac{1}{2}$  p. 12. Et ita de recisis 6. m.  $3\frac{1}{2}$  p. 12. est in proportione  $3\frac{1}{2}$  p. 3. ad  $3\frac{1}{2}$  p. 12. m. 2. & hoc propter communicationem, quia  $3\frac{1}{2}$  p. est media inter duos numeros, & numerus inter duos  $3\frac{1}{2}$ .

#### SCHOLIUM.

Dico modo quod si partes binomiorum non sint commensuræ secundum eandem proportionem, quod si binomium binomio esset commensum, aut recisum reciso, numerus esset commensus potentia tantum rhete seu longitudine alogæ. Et sint gratia exempli a b tripla d e & b c dupla e f, dico quod si tota a c esset commensa toti

$$\begin{array}{r} ab \quad 3b \quad R48 \quad c \\ dz \quad e \quad R12 \quad f \end{array}$$

d f, essent partes a b, b c inuicem commensuræ iteq; d e & e f. Nam vt demonstrauius supra, quia non est eadem omnium proportio, igitur vnus par ad partem vna maior altera minor, sit ergo minor b c ad e f, quam a c ad d f, & hæc minor quam a b ad d e, fiat vt a c ad d f, ita a g ad d e, commensum est igitur a g d e, & fuit etiam a b cōmensum d e, igitur a g g b cōmensuræ. Similiter b c cōmensuræ fuit e f & g e idē, quia in proportione a e ad d f, g c igitur cōmensuræ b e, quare g b ipsi b c fuerat etiam b a, igitur a b b c cōmensuræ sunt, quare etiam d e f. Non est autem necessarium (vt dixi) quod si partes sint commensuræ, vt totum sit toti cōmensum vt dixi: neq; etiam si totum toti & pars parti, vt reliqua pars reliquæ parti, velut 10. & 9. sunt commensuræ, &  $3\frac{1}{2}$  p. 20. &  $3\frac{1}{2}$  p. 5. commensuræ, non tamen 10. p.  $3\frac{1}{2}$  p. 20. est commensum 9. p.  $3\frac{1}{2}$  p. 5. aliter sequeretur quod 10. &  $3\frac{1}{2}$  p. 20. essent commensuræ, quod est absurdum.

Ex hoc sequitur quod binomio non commensuræ non possunt esse in proportione numeri: possunt tamen esse in proportione vnus simplicis quantitatatis.

#### CAPVT XXXV.

De sex proportionibus mutuis reduplicatis, quæ oriuntur ex additione vnus quantitatis ad vnā aliam, & duabus inutilibus.

Cum proposita fuerit vna quantitas, puta 2. possum addere illi aliam quantitatem, octoque modi proportionis reduplicatæ consurgent, quorum duo sunt inutiles: modi ergo sunt, vt quantitas addita ad propositum habeat duplicatam proportionem quam aggregatum ad additā. Secundus conuersus, vt aggregatum ad a d additam habeat duplicatam ad eam quæ est additæ ad propositum. Et idē ponam eos ordinatum in tabula. Prima igitur vtilium, duc 2. numerum propositum ad quadratum fit 4. & ad cubum fit, 8. & habebis 1. cub. æqualē 4 rebus p. 8.

1 Aggreg.



- 1 Aggreg. ad add. dup. add. ad prop.
- 2 Add. ad prop. dup. aggreg. ad add.
- 3 Aggreg. ad add. dup. prop. ad add.  
Propof. ad add. dup. aggreg. ad add. inn.
- 4 Aggreg. ad propof. dup. propof. ad add.
- 5 Propof. ad add. dup. aggreg. ad propof.
- 6 Aggreg. ad prop. dup. add. ad propof.  
Addit ad prop. dup. aggreg. ad prop. inn.

Secunda, duc 2. ad cubum, fit 8. accipe 8. quæ est 8. & accipe 8. 2. & ita habebis 1. cu. æqualem quadrat. 8. 2. & 8. & quadratum æstimationis est res quæ sita.

Tertia habet quadratum p. 2. pos. numero proposito æqualia 4. quadrato numeri propofiti.

Quarta habebimus cub. p. quad. 2. numeri propofiti æqualia 8. cubo numeri propofiti.

Quinta, duc 2. ad cubum fit 8. & habebis 1. cub. p. rebus numero propofito, scilicet 2. æqualia 8. & quadratum æstimationis est quantitas quæ sita.

Sexta habebimus quadratum æquale rebus numero propofito, id est 2. & numero quadrato numeri propofiti, id est 4. ut sit 1. quad. æquale 2. pos. p. 4.

Dico demum quod proportio confusa aggregati primæ & quartæ quantitatum omniologarum ad aggregatum secundæ & tertiæ earundem est veluti quadrati p. 1. detracta proportionem ad ipsam proportionem, ut alias demonstravi. Ex quo habetur confusa quarumlibet quatuor quantitatum rectè intelligenti.

## C A P V T XXXVI.

*De diuidendis duabus lineis æqualibus secundum proportionem mutuam reduplicatam datam.*

Stud docemus in arte magna. Sed ibi adnotanda sunt illa verba ex quibus totum negocium pendet: Rursus quod fit ex a b & a d in a b, & e f est æquale ei quod fit ex e f & e g in aggregatū a b & e f, quia ex supposito e f & e g, æquantur a b & a d, constat ergo a b quantitatem, & e f bis assumi, & cum hoc supponi a b & a d æquales esse e f & e g, ut primū potest supponi pro arbitrio, sed secundum non ita: eo tandē venitur ut duæ & duæ quantitates sint in eadē proportionem cū tertia. Et quod tertia illa scilicet a b & e f componitur ex secundis a b & e f. At duabus quibuslibet cōstitutis proportionibus, & manētibus duabus quātitatibus, licebit constituere communē illā quantitatem, & reliquas duas inuenire. Exemplū, sint datæ duæ quātitates a 6. b 3. & aliæ duæ c d sub. iungo ead a b in cōtinua proportionem, & facio f ad e, ut d ad c, & g ad f similiter, eritque g ad a, ut f ad b duplicata. Eo igitur peruenire oportet cum proportionem data loco æqualitatis. Constat etiā

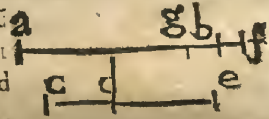
Tom. IV.

quod si proportio a ad c sit duplicata ei quæ est b ad d, quod hæ quatuor quantitates copulabuntur ad vnam.

## C A P V T XXXVII.

*De sex comparationibus quatuor quantitatum reduplicatæ proportionis.*

ET sint quatuor quantitates reduplicatæ mutua proportionem a b prima, c de secūda, d e tertia, b f quarta, dico quod duabus ex his notis sunt ut liquet sex coniugationes, & duæ harum neq; cum aggregatis per se notis notæ sunt, scilicet nota prima & quarta, vel secunda & tertia notisq; a f & e erat reliquæ quatuor notam faciunt quātitatē modo aggregatū



omnium notū sit. Sit ergo primū a b & c d nota, utpote a b 24.

c d 6. aggregatū a f & c e 47. tūc tūc is quod proportio de ad b f est, ut a b ad c d duplicata, igitur ut 16. ad 1. igitur d e & b f ad b f, ut 17. ad 1. at d e & b f sunt 17. igitur diuiso 17. per 17. habebis b f unum & d e sexdecim, nā d e & b f sunt 30. ut dixi, quia a b & c d sunt 30. & a f & c e 47. igitur residuum quod est d e & b f est 17.

Sit rursus b f 1. d e 16. aggregatū a f & c e, 47. igitur a b & c d sunt 30. & proportio a b ad c d, ut 4. ad 1. & ab c d ad c d, ut c ad 1. diuide 30. per 5. exit 6. & tāta erit c d & a b 24.

Proponatur modo a b & d e notæ 40. totū, ut prius 47. & sit primo nota b f, & sit 1. & c d 6. ponam a b 1. pos. erit tertia in proportionem  $\frac{1}{6}$  quad. duc in b f, fit  $\frac{1}{6}$  quad. diuide per c d, exit  $\frac{1}{36}$  quad. igitur  $\frac{1}{36}$  quad. p. 1. pos. æquantur 40. & 1. quad. p. 36. pos. æquantur 1440. & ita rei æstimatio est 24. cuius quadratū est 576. & eius pars trigesima sexta 16. seu detracto 24. à 40. relinquitur idē 16. Supponatur modo ab nota 24. d e 16. totū 47. erit reliquum aggregatum c d & b f 7. ponatur c d 1. pos. erit tertia in proportionem  $\frac{1}{24}$  quad. duc  $\frac{1}{24}$  quad. in 16. fit  $\frac{1}{3}$  quad. diuide per a b, id est 24. exit  $\frac{1}{72}$  quad. æquantur igitur  $\frac{1}{72}$  quad. p. 1. pos. ad 7. Igitur 1. quad. p. 36. pos. æqualia 252. & res est 6. & est c d residuū est 1. b f. At modo si ponatur c e 22. nota ita ut c d sit b & d e 16. & a f 25. Ponemus ut in tertio casu a b 1. pos. erit tertia in proport.  $\frac{1}{6}$  quad. Igitur si  $\frac{1}{6}$  quad. producit 6. quid producet d e quæ est 16. duc 6. in 16. fit 96. diuide p.  $\frac{1}{6}$  quad exit  $\frac{576}{1}$  quad. hoc ergo cum 1. pos. iunctū efficit 25. igitur 25. quad. æqualia 1. cub. p. 576.

Et hoc non continetur in capitulo. Sed quia in hoc casu supponimus numerum quadratorum esse 22. quia c e & æstimatio est c d 6. cuius cubus 216. qui cum 576. efficit 792. & hoc est æquale 22. quadratis, nam 22. in 36. efficit 792. Et supponimus a g numerum quadratorum, id est 22. & a b rei æstimationem, & quod ex b g in quadratum a b fiat 576. habebimus 1. cub. æqualem 22. quad. p. 576. Et hoc habet capitulum. Sed res non redit ad idem, nam æstimatio rei est minor 24. quia si esset 24. cubus esset æqualis 24. quadratis, igitur

M m 2 22. qua

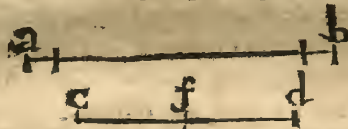


22. quadratis & duplo vnus quadrati, at unum quadratum est 576, igitur erit æqualis 22 quadratis, & 1152 nō ergo 22 quadratis p̄ 576 solum. Et similiter notis a b & b f, & noto aggregato c e incidimus in eiusdem difficultates.

## CAPVT XXXVIII.

*De confusa quantitatum mutuarum in porportionione reduplicata comparatione.*

**E**T ponamus ut sint duæ lineæ a b & c d, diuisæ in e & f, & sit porportio f d ad c b, uelut a ead c f duplicata, & sint e f secunda & c b quarta æquales & notæ, & totum aggregatum erit etiam notum. nam in hoc casu porportio aggregati primæ & quartæ, id est a b ad aggregatum secundæ & tertiæ, id est, c d est ut quadrati porportionis p̄. 1, ad porportionem ipsam itidem p̄. 1, uelut sit a b 15, c d 9, diuido 15 per 9, exit 1  $\frac{2}{3}$ , & hoc est quadratum porportionis p̄. 1 in cōparatione ad 1 pos. p̄. 1, quare cū 1 pos.



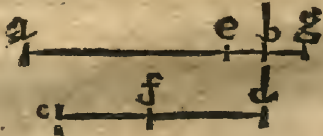
p̄. 1, hic habeat locum unius, erit ut ponamus 1 p̄. 1 pos. & ducamus p̄. 1  $\frac{2}{3}$ , sit 1  $\frac{2}{3}$ , pos. p̄. 1  $\frac{2}{3}$  æqualia 1 quad p̄. 1, igitur 1 quad. æquatur 1  $\frac{2}{3}$ , pos. p̄.  $\frac{2}{3}$  ergo res est  $\frac{4}{3}$  p̄.  $\frac{5}{6}$ , quod est 2, & porportio erit dupla, pone igitur 1 pos, detrahe ex 9, sit 9 m̄. 1 pos. & ita etiam quia secunda est æqualis quartæ, erit 15 m̄. 1 pos. dupla etiam 9 m̄. 1 pos. & 18 m̄. 2 pos. æqualia 15 m̄. 1 pos. & 15 p̄. 2 pos. æqualia 18 p̄. 1 pos. igitur res est 3. Ideo in hoc casu tres quantitates necessariò sunt in continua porportionione.

## CAPVT XXXIX.

*De diuidendis duabus lineis notis secundum porportionem mutuum reduplicatam iuxta partes datas.*

**H**Oc capitulum est pars duorū superiorū: & ex eo habetur capitulum generale cubi & numeri æqualium quadratis: nam propositis, gratia exēpli, 1 cu. p̄. 16. æquali-

Cap. 26, & 27.



bus 9 quadratis, proponā lineam a e 9, & quærā æstimationem 1 cu. æqualis 9 quad. p̄. 16 quæ sit a b, igitur nota b e, addā b g æqualem b e, ergo a e, a b, a g, c b, b g, e g, c d æqualis a e omnes notæ. Propositū igitur est diuidere c d in f, ut sit f d ad b g duplicata ei quæ est a b ad e f, qua inuenta cum cubus e f, additis 16 ex supposito sit æqualis corpori ex c d in quadratum c f, quoniā totū est æquale suis partibus: & d e sit 9, & quod sit ex d f in quadratū c f 16, nam tantum sit ex b g in quadratū a b: igitur 9 quadrata

e f æquatur cubo p̄. 19. Vt ergo diuidamus c d iuxta hoc noscere oportet ordinē eorū quæ dicta sunt supra, scilicet quod quātitates a b, c f, f d & b collo cātur hoc ordine, ut sint mutua reduplicata: alio ut sunt in cōtinua porportionione cum una & eadē, scilicet a b prima, f d secunda, c f tertia, b g quarta, prima & quarta manēt in utroque ordine, sed secunda & tertia mutantur, nam c f est in reduplicata secunda, & f d tertia, in recta f d est secunda, e f tertia.

Proponantur rursus notæ h, a b & c d, & sint partes cōstitutæ e a, e b, f c, f d, quarum una si nota esset palā est ob cōtinuā porportionem quod essent omnes notæ, sed si solæ h, a b & c d, palā est quod erunt notæ partes per Artem magnā deueniendo ad capitulū cubi rerū & quadratorum æqualiū numero. Ex qua peruenies ad cognitionem partium propositarum, ut si h ponatur 4 a b 6 m̄. p̄.

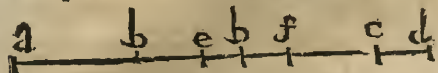
Cap. 19, regula secunda

12 c d 12 m̄. 1. Et partes se habebunt, ut uides. Est autem porportio 1 ad 4 m̄. 1. 4 m̄. 12 m̄. 12 duplicata ei quæ est 2 ad 12 m̄. 2, & cauene te confundas. Dico etiā quod si cubus & 24 sint æquales 8 quad. & sit c d numerus quadratorū scilicet 8, ut sit a e æqualis c d, sciemus c b & b g, & erunt posita c b 1 quad. & b g, 1 cu. p̄. 8 pos. æqualia 24 numeri propositi, & tam c b quā b g erūt quadrata æstimationis. Quia ergo notæ c b, b g, & per duo supposita nota, scilicet quantitatē c d seu a e & numerū æquationis, id est 24, & hic producit ex supposito ex f d in quadratū f c & f d & f e habent necessitatē saltē alternā, quia dū c d & a c sunt 8, & numerus qui producit 24, uariatur ut sit 20 aut 22 aut 25, tunc uariatur quātitas rei, & quadratū eius e b, b g, igitur proposita quantitate c d uel a e quātitates e b seu b g habent connexionē cū c f & f d: & quia si nō supponeretur numerus 24, haberetur ex partibus c f & f d, ducēdo f d in quadratum f c, fiet ut inuenta e b contraria ratione necessaria sit cognitio diuisionis c d in f. Nam cum proposuerimus c f, f d cognitæ per duo consequentia ad illa quæ sunt aggregatum earum, & productū d f in quadratum f c, consequimur duas alias a e & c b seu b g, igitur per a e, c b seu b g, & duo consequentia & sunt a b, b g & productū g b in quadratum a b cum uno ex tribus c f, f d, c d, inueniemus reliqua duo. At c d nota est semper ex supposito cum sit æqualis a e igitur c f & f d. Si ergo ponatur productum g b in quadratum a b 20, & c f duo erit f d 5, diuiso 20 per 4 quadratum 2, & si f d ponatur 5, erit c f 4, id est, 2 nā diuiso 20 per 5 exit 4, manifestū est ergo quod c f, f d & c d habēt consequentiā ad a b seu a e & e b seu b g. Concludo quod supposita cognitione a b, b g, quæ sepe habetur necessaria est cōnexio cum c f & f d, quia c d est differētia a b b g quæ nō esset, si c d nō esset illa differētia, sed solū 1 cub. p̄. 24 æquaretur 8 quadratis, & esset nota a b, & b g, ex quarum ducta b g in quadratū a b, fieret 24, sed c d nō esset 8, nec æqualis differētia a b & b g. Proponatur ergo linea a d nota, & est reia-  
&



# Cap. XXXIX. De diuidendis, &c. 413

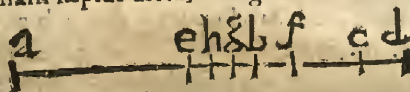
& numero æstimationis proposito qui fit ex c d in quadratum a d, & nota est ex hoc



c d. item nota est quia est differentia a d & a c numeri quadratorum atque notarum, iam verò a d diuisa est bifariam in a c, c d notas, & a b & b d ignotas, quærendum est igitur an ex notis a c, c d ( quia habent connexionem ) haberi possint a b & b d, & erit quæsitum notum. Secundo an data diuisione in b magnitudo c d constituatur itemque a c. Et differt à præcedente quoniam per a e, c d in præcedente, & positione quærimus quantitatem b d, & ea habita cognoscimus c d, b c & ita a b & quæsitum. In hoc autem secundo constitutis a b, b d & habetur quantitas a d etiã & est res & eius quadratū etiã notum erit, ex quibus quærimus quantitatem a c id est numeri quadratorum & quod fit ex c d in quadratum a b & est numerus æstimationis qui cum quadratis numero a c æquatur cubo a d. Tertio quæritur quam rationem habet incrementum c d in comparatione ad b c quia b c ad c d est duplicata ei quæ est a d ad a b ex supposito si ergo e d certa & data quantitas statuatur quo minor erit a b eo maior erit b c residuum, supponitur autem minor c d quàm a b, maiorem autem oportet esse proportionem b c ad c d quàm a d ad a b, quia duplicatam, igitur incrementum a b an semper augeat proportionem b c ad c d supra proportionem a d ad a b an minuat: nam de æqualitate certum est quod non: & an varietur hæc ratio mutata quantitate c d hoc igitur & quomodo fiat certè est considerandum, loquamur igitur de secundo, quia est facillimum cum enim data sit a d & a b, data erit tertia linea quæ sit data, igitur proportio partium a d, ad d e diuise a e, & data b d in diuise, ergo poterit diuidi vt a e d ad d e, seu ad e, & diuisio illa cadet in c, cum igitur proportio a d ad e data sit, erit & b c ad c d, data est autem b d data ex supposito igitur vtraque earum b e, c d data quoderat demonstrandum, nam data b c cum sit data a b, erit data a c numerus quadratorum. Cumque sit data a d, erit illius quadratum datum: & quia c d data erit productum c d in quadratum a d datum, is autem est numerus æstimationis quæsitus. Inueniamus etiam primum vt facilius & proponamus a d 10. d c 1. erit ergo numerus 100. & sit b d 1. pos. & a b 10. m. 1. pos. cuius quadratum est 1. quad. p. 100. m. 2. pos. quod diuisum per a d relinquit  $\frac{1}{10}$  quad. p. 10. m. 2. pos. hæc est tertiæ quantitas quæ ducta in b c, producit quantum a d prima in c d quartâ quod productum est 10. Quia ergo b d est 1. pos. & c d 1. erit b c 1. pos. m. 1. igitur productum tertiæ quantitatæ est  $\frac{1}{10}$  cu. p. 10. pos. m. 2. quad. m.  $\frac{1}{10}$  quad. m. 10. p. 2. pos. & hoc totum est æquale 10. Quare reddendo vicissim fient  $2\frac{1}{10}$  quad. p. 20. æqualia  $\frac{1}{10}$  cu. p. 12. pos. & 1. cu. p. 120. pos. æqualia 21. quad. p. 200. & erit cu. æqualis 27. rebus p. 46. & idè est in parte nota. Pro tertio oportet præsupponere primū quod si a d sit diuidenda, sicut propor-

Tom. IV.

tio ipsius a d a b sit vt b c ad b d, erit c a, cū maxima fuerit æqualis radici octupli quadrati a d dempto duplo a d. & tunc si a e est minima, erit c d maxima. Et rursus cū fuerit proportio b c ad c d, vt quadrati ad quadratū a b non poterit esse c d maior in comparatione ad a d, quam vt statuatur tertia pars a c æstimatio cubi p. vnus rei æqualis quartæ parti quadrati a d. Et hoc pendet ex demonstratis in libro de Proportionibus. Exemplū constituta ad 10. erit tertia pars a e æstimatio cubi & rei æqualis 25. qui est quarta pars 100. quadrati 10. erit ergo tertia pars a c  $\frac{25}{10}$ . v. cu.  $\frac{25}{10}$  p. 12  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{25}{10}$ . v. cu.  $\frac{25}{10}$  m.  $\frac{25}{10}$  12  $\frac{1}{2}$ , vnde tota a c erit  $\frac{25}{10}$ . v. cu. 113917.  $\frac{1}{10}$  p. 337  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{25}{10}$ . v. cu. 113917. m. 337  $\frac{1}{2}$ , & c d erit residuum. Considerandū est ergo quod supposita c d minore problema potest componi, quia primum proportio quadrati a d ad quadratū a b, quanto minor est a b, tanto maior est in comparatione ad proportionem b c ad c d, tum quia a d est maior b c, tum quia sumimus proportionem quadratorum in primis, & linearum in secundis. Et idè cum augetur a b minor fit differentia proportionis quadrati a d ad quadratum ab ad proportionem b c ad c d. Et quia rursus necesse est, vt proportio quadrati a d ad quadratum a b sit maior proportionem b c ad c d: quia b c poterit esse minor c d, quia c d data est, quadratum autē a d semper est maius quadrato a b, cum sit totum ad partem comparatum: crescit ergo proportio b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratum a b, donec fiat ei æqualis, inde fit maior, & rursus vt dixi minor, ergo rursus fiet æqualis, & hæc est causa duarum æstimationum, oportet igitur inuenire maximam proportionem b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratū a b. Quia ergo maximum parallelepipedum a e fit ex b c in quadratum a b, cum a b fuerit dupla b c, igitur tūc maxima erit proportio eius ad parallelepipedum c d in quadratū a b, quare tum minima proportio quadrati a d ad quadratū a b in comparatione b c ad c d. Et ita si sumantur duo puncta e & f, ita vt ce in quadratum e a vel c f in quadratū f a efficiant parallelepipeda singula æqualia parallelepipedo c d in quadratū a d, tunc punctum b erit inter e & f, sed non æqualiter distabit. Sed quia hoc est generale seu a e sit differentia a d & c d, seu quævis alia quantitas: Idè oportet hoc inuenire ex proprietate differentiarum coniuncta cū generali ratione dicta: & ratione secundæ æstimationis inuenta per primam sapius dictā, sit ergo a d, d e data &



punctū in a c maximæ proportionis b c ad c d in comparatione a d quadrati ad quadratum a b. b. & sit ce in quadratum e a datum, vt sit æquale d e in quadratum d a, & sit æstimatio data c e in quadratum a e, vt dixi necessariò e a, dico quòd data est a f similiter, & quod b est inter e & f, hoc enim est demonstratum. Tertio dico quod b f est minor b e, ita vt semper f sit proximius b quam ipsum e. Cum igitur ex ratione inuentionis secundæ æstimationis per primam

Mm 3

ex



ex tota a c numero quadratorum oporteat detrahere a e primo inuentam æstimationem & residuum scilicet e c, ducere in a e cum quarta parte e c, quæ sit e g, vt ducatur e c in a g, & sumptum fuerit latus potens in illam superficiem, id est media inter e c & a g, & ei addita dimidia c e quæ sit f h, & conflabitur a f ex supposito, igitur h a est media inter e c & a g, ex his quæ dicta sunt, dico igitur quod f non poterit esse in a b, quia si esset inter e & b productum esset maius productum e c in quadratum a e, & si esset inter a & e esset minus. Similiter si supponerentur c b & b f æquales, minus esset productum c f in quadratum f a quàm c e in quadratum e a, ergo cum, vt demonstratum, quanto c prior est b, tanto productum c e in quadratum e a est maius, igitur si debet minus quia in æquali distantia erat maius, necesse est vt e b sit maior b f, quod erat demonstrandum. Dico modo quod tota consideratio est in hoc, quia c d quæ assumpta est, variatur iuxta productum c f in quadratum f a, gratia exempli, & est numerus æstimationis, sed non sumitur à partibus c a, verum à tota solum, & ideo sumitur c a pro diuisione. Si autem sumeretur pro diuisione velut in

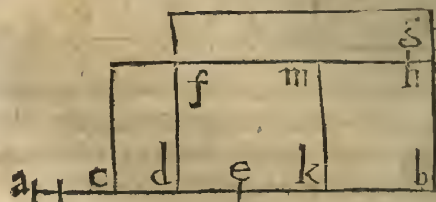


e, vel b, vel f, non sumitur e a, vt differentia c d & d a. Et iuxta hoc si dicam posita, a b, volo eam diuidere sic vt cubus a c sit æqualis ei quod fit ex a b in quadratum b c: deuenies ad cubum & res æqualia numero. Et eodem modo si posita a b, b c velis diuidere a c in d, vt cubus a d sit æqualis ductui seu parallelepido a b, b c, c d peruenies ad 1. cu. & res æquales numero & in ambobus supponitur quod latus cubi sit differentia laterum parallelepidi, adeo vt hic haberemus intentum, sed hic deficit vnum scilicet vt sit parallelepipedum & non cubus.

Similiter notum est quod cum fuerit posita a b, quam velim diuidere in c, vt mutua parallelepipeda sint decem gratia exempli, possum inuenire parallelepipedum ex b c in quadratum c a: quia diuisis decem per a b exit productum a c in c b notum: quare partes a c, c b, igitur productum c b in quadratum a c notum erit. Et ponatur quod sit R. cub. 10. mutuam & a b sit 10. gratia exempli, erit productum a c in c b R. cu. 100. quare a c 5. p. R. v. 25. m. R. cu. 100. & c b 5. m. R. v. 25. m. R. cu. 100. Inde habebis productum vt dixi. Et demonstratum est etiam quod eiusmodi producta sunt in proportionem partium a e ad c b.

Et rursus, quia demonstratum est quod diuisa quauis linea puta a b quomodolibet in c proportio parallelepipedorum mutuorum est vt partium: & differentia illorum est parallelepipedum a c in c b in differentiam a c & c b, sic igitur medium a b punctum e, erit ergo solidum a c in quadratum c b maius solido b c in quadratum a c solido dupli

c e in superficiem c h. sit k b æqualis, a c erit ergo solidum a c in quadratum c b



æquale solidis cubo b k, & a e in quadratum c k, & parallelepido a e in duplum c k in k b, quare cum a c sit æqualis k b, erit solidum a c in quadratum c b æquale solidis duobus, vni quod constat ex a K, K c in quadratum k b, alteri quod constat ex a c in quadratum c k, solidum verò c b in quadratum a e seu k b est commune ei quod fit ex b c in quadratum a c, quoniam a c est æqualis k b, & a k æqualis b c, igitur solidum a c in quadratum c b excedit solidum b c in quadratum a c, in eo quod fit ex c K, in quadratum c a & a c in quadratum c K. hoc autem est æquale ei quod fit ex duplo c e in superficiem c h. Quod enim fit ex a c in quadratum c K, & c K in quadratum a c, est æquale ei quod fit ex a K id quod fit ex a e in k. Dico ergo quod hoc est æquale ei quod fit ex duplo c e in c h. Id est vt proportio c h ad c m sit velut a K ad duplum c e. nam c h ad c m est vt c b ad c k: c k autem est duplum c e, & a K æqualis c b, quia a c est æqualis K b, igitur per demonstrata ab Euclide proportio c b ad c k, vt a K ad c e, quod fuit propositum.

Ex quo patet maximum futurum discrimen parallelepidi a c in quadratum c b ad parallelepipedum b c in quadratum c a, quod est proportio c e differentie ad d e, differentia fuerit maxima in comparatione tetragoni partium rectanguli d g ad tetragonum rectangulum c h. Quo fit vt tale parallelepipedum sit maximum, cum proportio c K ad a c fuit maxima in comparatione quadrati a e ad c h, at proportio quadrati a e ad c h est vt quadrati a c ad quadratum a e detracta proportionem confusa quadrati a e ad quadratum c e. hæc autem duplicata ei quæ est a e ad c e. Maxima igitur differentia parallelepipedorum, quoties proportio differentie partium ad dimidium quantitatis fuerit maximè propinqua proportioni quadrati dimidij ad seipsum detracta duplicata eiusdem dimidij ad dimidium illius differentie, nunquam autem potest esse ei æqualis. Et deducta ad numerum si a b ponatur 12. erit a e 6. & a c 6. m. 1. pos. c b 6. p. 1. pos. & 1. cu. p. 108. æqualis 36 pos. & hoc esse non potest, igitur non potest æquari proportio, vt ergo inueniamus maximum quod potest produci oportet vt inueniamus numerum quem producit 24. in R. 12. tertiæ partis, & producit R. 69 12. Et hic est numerus maximus: ideo quæ res R. 12. scilicet tertiæ partis 36. igitur a c est 6. m. R. 12. & b c 6. p. R. 12. & parallelepipedum R. 27648. & est ferme 166. & partes quasi 9 1/3 & 2 1/3, & ideo in proportionem, 24. diuisum in 19. & 5. Et hoc non est mirum, sed quod mirum, est,

Per 5. secundum  
di Elem.

Ex 143. Pro  
pos. lib. 12  
Proport.  
Per 1. secun  
Elem.  
Per 7. quinqu  
Elem.



est, est quod cum parallelipedum c K in c h non sit annexum alteri aliorum, nam possum scire quoduis illorum ignorato parallelipedo c k in c h, & scire c K in c h, incognito utroque aliorum sicut etiam de parallelipedo a b in c h, hoc tamen sit notum aliud autem non. Et idè id accidit, quia a b supponitur nota, sed c h præsupponitur incognita, est tamen magnum problema.

Iam verò habemus secundum modum principalem inuentionis capituli cubi, & numeri æqualium numero rerum. Posito enim quodd velim scire 1. cub. p. 64. æquandum 36. rebus, ponam a b duplum  $\frac{36}{2}$ . 36. & erit 12. & duplicando 64. fit 128. & quæram diuisionem a b in c vt ex a b in c h fiat 128. igitur diuiso 128. per a b, quæ est 12. exibat c h  $10\frac{2}{3}$ , quare a c erit 6. m.  $\frac{2}{3}$ . 25  $\frac{1}{3}$ , & c b 6. p.  $\frac{2}{3}$ . 25  $\frac{1}{3}$ . Est autem diuisa b a in e per æqualia & propositum est diuidere eam rursus in d per inæqualia, vt sit proportio a e dimidij a b ad d e dimidium differentie d b & d a, velut d g ad c h, tunc enim erit parallelipedum ex d e in d g 64. & duplum d e in d g 128. quemadmodum propositum est. Et ita proposito quouis numero qui possit produci ex 36. diuiso in duas partes, ita vt ex vna in duplum  $\frac{36}{2}$ . alterius fiat ille numerus: seu simpliciter in  $\frac{36}{2}$ . alterius producat dimidium numeri propositi. Et ita habebimus capitulum generale constat autem in hoc casu quod a d erit 4. d b 2. & d g 32. & cum d e sit 2. erit duplum d e, quod est 4. in d g 128. parallelipedum sensu inuentum, sed hoc oportet inuenire ratione, habemus ergo datam a b diuisam per æqualia in e, & per inæqualia in c cognitæ partes, & volumus diuidere eam in d, vt sit proportio d a ad c a, ad eam quæ est c b ad b d in proportionem a e ad e d.

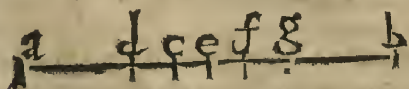
recisum simile binomio d g, vt ex eo in productū d g fiat numerus, idè erit si c e ponatur numerus & d c  $\frac{36}{2}$ . Interest hoc solum an  $\frac{36}{2}$  sit maior numero an minor. Et in hac constitutione nō potest d e esse recisum, quia oportet assumere quantitatem maiorem d e, & ita essemus extra casum regulæ & problematis. Semper ergo d e est binomium. Et ponamus d e 3. p.  $\frac{2}{3}$ . 5. & erunt res 32. æquales cubo p. 24. & a e  $\frac{36}{2}$ . 32. & similiter si d e sit 3. m.  $\frac{2}{3}$ . 5. sed non erit 3. contentum in d e. Idem dico cum 1. cu. p. 12. æquatur 34. rebus, & est æstimatio 3. p.  $\frac{2}{3}$ . 7. & 3. m.  $\frac{2}{3}$ . 7. nam non potest verari nisi in binomio: sed est aliud cum 1. cub. p. 8. æquatur 18. pos. nam res est  $\frac{36}{2}$ . 6. m. 2. & non potest contingere in binomio: igitur prima duo exempla sunt idonea. Et quia in his addere oportet aliquem numerum qui ductus in  $\frac{36}{2}$ . totius producat numerum æquationis, & manifestum est, quod non potest esse  $\frac{36}{2}$ . neque binomium neque recisum, non enim conficeret numerum, ideo oportet vt sit numerus, nos autem iam supponimus hic esse quadratum. Proponamus ergo a e 8. & quadratum illius sit 64. numerus rerum: & sit vt addendo 17. fiat alius quadratus, scilicet 81. cuius  $\frac{36}{2}$ . quæ est 9. ducta in 17. additum faciat 153. erit igitur 1. cu. p. 153. æqualis 64. rebus, & rei æstimatio  $4\frac{1}{4}$  p.  $\frac{3}{4}$ . id est dimidium  $\frac{36}{2}$ . totius p.  $\frac{36}{2}$ . differentie numeri æquationis, &  $\frac{1}{4}$  numeri aggregati. Erit ergo posita c e  $\frac{36}{2}$ .  $3\frac{1}{4}$ , & c d  $4\frac{1}{2}$  ad  $3\frac{1}{2}$  m.  $\frac{3}{4}$ .  $3\frac{1}{4}$ , & d b  $12\frac{1}{2}$  p.  $\frac{3}{4}$ .  $3\frac{1}{4}$ , & d g 9. p.  $\frac{3}{4}$ . 13. Et productum a d in d b  $40\frac{1}{2}$  m.  $\frac{3}{4}$ . 26  $3\frac{1}{4}$ , hoc ergo ductum in d e scilicet  $4\frac{1}{2}$  p.  $\frac{3}{4}$ .  $3\frac{1}{4}$  fit 153. Possimus ergo diuidere etiam 64. in duas partes, ex quarum vna in  $\frac{36}{2}$ . alterius fiat 153. & quia  $\frac{36}{2}$ . illa est res, & est d e, ducemus d e in se, & fit  $23\frac{1}{2}$  p.  $\frac{3}{4}$ . 26  $3\frac{1}{4}$ , igitur reliqua pars est  $40\frac{1}{2}$  m.  $\frac{3}{4}$ . 26  $3\frac{1}{4}$ , ecce quod res redit ad idem. Ex d g igitur in productū a d in d b fit 306. quo diuiso per 16. exit  $19\frac{1}{4}$ , igitur partes erunt 8. p.  $\frac{3}{4}$ . 44  $\frac{7}{8}$ , & 8. m.  $\frac{3}{4}$ . 44  $\frac{7}{8}$ . Reducuntur ergo hi duo modi ad vnum, velut si sit numerus rerum propositus a b, & g numerus æquationis, & seu diuiseris a b in quadratum b c, vt latus eius b d in superficie d a faciat g, seu addideris b c superficiem ad a b, vt tota a f fiet quadrata & latus eius a e in additam b e producat g, sient notæ æstimationes, in prima quidem latus b d, in secunda dimidium a e addito aut detracto latere differentie dodrantis a f, & superficiem a b propositæ. At quoniam a e in c b est æquale g, & b d in d a æquale eidem g, erit a e in c b æquale c d in d a, e a igitur ad c d, vt a d ad c b, at a e maior est c d, ergo a d maior e b, cumque b c & a f quadratæ sint, erit a d æqualis d f, igitur d f maior c b, quod esse non potest: non potest igitur diuisio vna esse.

Oportet igitur vt sit superficies a b  
Mm 4 æqualis

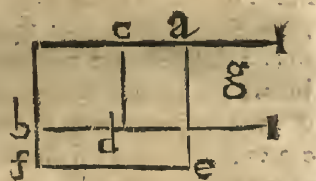
## C A P V T XL.

De tribus necessariis qua præmittere oportet ad inuentionem.

SI ergo d e supponitur res, non potest esse numerus, & a d radix, quia esset a b tota  $\frac{36}{2}$ . & non numerus propositus, neque radix, quia a d esset recisum b d binomium, & produceretur numerus simplex aut compositus cum radice per m. vel p. igitur ductus in d e  $\frac{36}{2}$ . fieret binomium aut recisum, aut  $\frac{36}{2}$ . igitur numerus æquationis non esset numerus. Pari ratione non potest d e esse binomium aut recisum tertie nec sextæ speciei, qua non potest esse  $\frac{36}{2}$ . simplex. Rursus proponatur d e binomium, & sit d c numerus, & e f æqualis e c & e g æqualis,

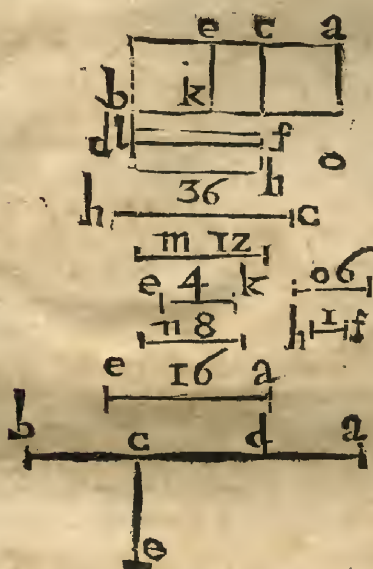


e d, erit ergo f g numerus, & c f  $\frac{36}{2}$ . ex a d ergo reciso in d b binomium oportet vt fiat





æqualis numero rerum eiusmodi, vt b e pars quadrata sit, cuius latus e k in k a sit æquale g numero æquationis, & rursus sit c d æqualis a b, cui desit ad complendum quadra-



tum superficies h d, ita vt ex c h rursus in h d fiat idem g, & b erit in vtroque casu nota res: scilicet in primo e k, in secundo dimidium c h cum e a quæ potest in superficiem fl posita l c, dodrante l c. Quia ergo h c ad e k est vt a k ad d h, erit h c ad e k duplicata ad proportionem mediæ a e k ad mediam inter h c & h f. Sit igitur m media inter h c & e k, igitur h c ad m, vt mediæ inter a e k, quæ sit n ad mediam inter h e h e f, quæ sit o, igitur h c ad m, vt n ad o. Et erunt tres ordines coniuncti ad duo extrema e k, n, e a, e k, m, h c, & h c, o, h f.

Et rursus cum dixerit quis diuisa b in c, & fuit c d differentia partium, ex qua in c e mediam inter partes producit f: dico quod habeo 1. quad. quad. p. quarta parte quadrati f æqualia quadratis numero, quadrati dimidij a b, & ideo f non potest excedere quadratum dimidij a b, seu quartam partem quadrati a b, velut si a b sit 8. e b, f b, b a, b c, b o, 1. quad. quad. p. 9. æqualia 16. (quadrato 4. dimidij a b), quadratis scilicet: quare res erit 32. v. 8. m. 32. 55. & duplum eius, id est 32. v. 32. m. 32. 880. erit quantitas c d differentiarum partium. Et ideo problema est vt cum sciam quantitatem a b, & modum inueniendi productum ex c d in c e, vt sit æquale f, si inuenero modum vt ex c d in productum b c in a e, quod est quadratum c e, fiat idem f, inuentum erit capitulum. Sed variantur partes scilicet c d & c e in vno & altero problemate.

Rursus cum ex c d differentia partium in productum a c in a b sit f, & b c sit æqualis a d erit vt ex a c in a d, & post productum in c d fiat f, ergo si c d esset media proportionis inter a c & a d, esset a c diuisa in d secundum proportionem habentem mediū & duo extrema: & si productum sic esset, esset c d 32. cu. f, & quoniam productum a c in a d, est semper in aliqua proportionis cum quadrato c d, vel maioris vel minoris, & ea sumitur in æquali proportionis semper a b 1. quad. p. numero rerum lineæ diuisæ

æqualibus quadrato eiusdem: aut 1. quad. p. quadrato numeri lineæ diuisæ æqualibus rebus in triplo numeri rerum vt si linea diuisa sit 10. habeo 1. quad. p. 10. rebus æqualia 100. vel 1. quad. p. 100. æqualia 30. rebus, & æstimatio semper erit eadem. Et si quadratum c d sit duplum aut triplum productum a c in a d habebimus, id est quad. p. multiplic. eiusdem numeri rerum æqualia multiplica quadrati eiusdem numeri, aut 1. quad. p. quadrato numeri eiusdem lineæ diuisæ æqualia rebus ductis per conuersum proportionis p. 2. Exemplum in quadrupla proportionis antea fuit 1. quad. p. 10. rebus æqualia 100 vel 1. quad. p. 100. æqualia 30. rebus, hic habeo 1. quad. p. 40. rebus æqualia 400. vel 1. quad. p. 100. æqualia 60. rebus, qui numerus producit ex 4. numero proportionis, & 2. assumpto ex regula. Et res seu æstimatio est eadem, vel si productum fuerit multiplex quadrato, assumemus contrario modo, vel 1. quad. cum rebus sumptis secundum illam partem æqualia parti eidem quadrati lineæ diuisæ: vel 1. quad. p. quadrato eiusdem lineæ diuisæ æqualia rebus duplo p. proportionis eadem lineæ diuisæ: & res redit ad idem. Et exemplum est clarum.

Ex quo tandem patet quod assumpta a b, vt in præfenti capitulo, quæ sit 12. & ex c d differentia in productum a c in c b fiat 8. habemus 1. cu. p. 4. æqualia 36. pos. hoc enim demonstratum est: Ergo a c erit diuisa in d, eo modo vt ex a c in a d inde in d c fiat 8. & rei æstimatio erit dimidium c d: ergo c d duplum æstimationis, & residui dimidium a d vel b c, si ergo c d esset 32. cu. 8. id est 2. erit d a 32. 5. m. & c a 32. 5. p. 1. & ideo tota a b 32. 20. Si quis ergo dicat fac ex 32. 20. duas partes, ex quarum ductu rectanguli earum in differentiam sunt 8. habebis partes b c 32. 5. m. 1. c a 32. 5. p. 1. productum, quarum est 4. quod ductum in c d, quæ est differentia, & est 2. producit 8. Et habebimus 1. cu. p. 4. æqualia 5. rebus. Et fundamentum a b est potentia tantum recthe. Si ergo 1. cu. p. 6. æquatur 7. rebus res potest esse 1. & 2. vt palam est. Ergo si c d ponatur 2. habebimus posita d a 1. pos. 2. quad. p. 4. pos. productum a c in a d, & in e d æqualia 6. & erit a d 1. Et si ponatur c d 1. habebis 1. quad. p. 1. pos. æqualia 6. igitur a d est 2. quando ergo c d est 2. da est 1. & quando c d est 1. da est 2. Sed supposita prima ratione quod ex a c, c d, d a in continua proportionis fiat 8. & c d sit 32. cu. 8. scilicet 2. si ergo c d quadratum esset quadruplum rectangulo a c in a d hoc habet rationem hoc modo, quod enim sit ex a c in a d est æquale ei quod sit ex c d, da in a d

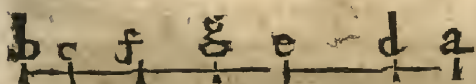


assumatur d e dupla d a, & d f quadrupla eidem quadratum igitur d e est æquale quadruplo quadrati d a, & quadratum c d est æquale quadratis c e, e d & duplo c e in e d, igitur duplum d e in e c, & est d f in c e cum



cum quadrato e c est æquale quadruplo c d in d a, id est ei quod sit ex f d in d e semel, hoc autem est æquale ei quod sit ex f d in c e & ed, detracto igitur communi eo quod sit ex f d in c e relinquetur quadratum e e æquale ei quod sit ex f d in d e, est autem f d quadrupla d a & e dupla eidem d a, igitur c e potest in octuplum d a. Ponatur ergo e a qualiscunque numerus puta 10. cum e a sit triplum d a & c e 8. octupli quadrati d a erit tota c a 3. p. 8. in numero rerum, & hoc æquatur 10. igitur res scilicet d a est diuiso 10. per 3. p. 8. 30. m. 8. 800. ergo c d residuum erit 8. 8 10. m. 20. ex tota igitur a c in d a sit 300. m. 8. 80000. & hoc est quarta pars quadrati c d, scilicet 1200. m. 8. 320000. sicut proponebatur.

Rursus dicamus quod quadratum e d ad sexcuplum ei quod ex c a in a d assumā d f



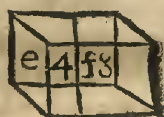
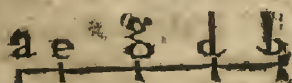
sexcuplam, vt in priori quadruplam d a, & similiter d e mediam inter d f & d a, nam & in priori constitutione d e fuit media inter f d & d a, & assumam g e æqualem c d, sicut in priore, sed e g fuit ibi ipsa e f, hic autem est minor eo quod proportio est maior quadrupla, & tunc quadratum d e est sexcuplum quadrato d a, quia est æquale ei quod est ex f d in d a, igitur ex supposito quod sit ex d g in c e cum quadrato c e est sexcuplum c d in d a, seu æquale ei quod sit ex c d in d f, seu quadrato d f cum eo quod sit ex d f in f e, diuidamus ergo vtrunque, & fient partes ( vt vides ) auferantur vtrinque quadrata e f & duplum d e in e f, relinquentur d f in f e, & quadratum e d æqualia quadrato c f, duplo c f in f e, & duplo c f in d e, at d f in f e est æquale ei quod sit ex e f in f e, & d e semel eo quod d f est æqualis f e & c d iunctis, igitur quadratum e d est æquale ei quod sit ex e f in

d f in f e \*  
 Quad. e f +  
 Quad. e d.  
 Duplum d e in e f \*

Quadratum e f +  
 Quadratum e f  
 Duplum c f in f e \*  
 Duplum d e in e f +  
 Duplum c f in d e \*

e in f e, & e d, & est tota e d. Quadratum autem e d est æquale sexcuplo quadrati d a, igitur quod sit ex e f in c d est sexcuplum quadrati d a. Ponatur ergo d a 1. pos. d fecit 6. pos. tota f a 7. pos. si igitur ponatur c a 10. vt prius erit e f 10. m. 7. pos. c d autem 10. m. 1. pos. duc inuicem fient 100. m. 80. pos. p. 7. quad. æqualia 6. quad. & ita vides quod res reducitur in quouis casu ad 1. quad. cum quadrato numeri propositi, & numerus rerum semper sit ex numero proposito, vt pote 10. in numerum proportionis p. 2. proportio fuit sexcupla, & id eo ad-

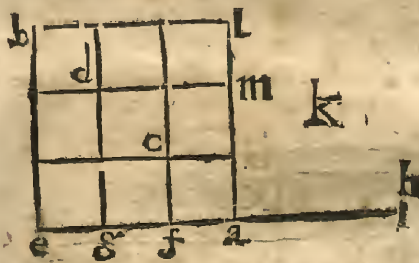
dito 2. fiet 8. & positiones 80. ergo re-  
 ducetur ad regulam de modo sic. Proponi-  
 tur linea a c 10. & proportio sexcupla, ad-  
 de 2. fit 8. duc in 10. fit 80. accipe dimi-  
 dium & est 40. duc in se fit 1600. aufer 100.  
 quadratum 10. relinquitur 1500. cuius 8.  
 detracta à 40. efficit 40. m. 8. 1500. quan-  
 titatem d a. Ergo vt ad rem deueniam si  
 quis dicat 1. cu. p. 4. æquatur 12. rebus, ca-  
 piam a b duplum 8. 12. & est 8. 48. & f  
 corpus duplum



4. & est 8. & di-  
 uidam a b per  
 æqualia in 8.  
 12. & addam  
 & minuat 1.  
 pos. & fiat e b  
 8. 12. p. 1. pos.  
 & 8. a e 8. 12.  
 m. 1. pos. & productum erit 12. m. 1. quad.  
 ducamque illud in e d differentiam a e & e  
 b, facta d b æquali a e, & fient 24. pos. p. 2.  
 cub. æqualia 8. igitur 1. cub. p. 4. æqualis 12.  
 pos. cum ergo dimidium e d sit rei æstima-  
 tio, & tota a b numerus aut potentia rhe-  
 te, erit primum vt a g sit numerus aut po-  
 tentia rhete. Inde vt cum ex e b in b d &  
 in d e, fiat vt dixi f supposita b d numero  
 vt pote 1. erunt quadrata, & res æqualia 8  
 hoc enim est suppositum, & habebimus 1.  
 quad. p. 2. pos. æqualia 2.

Constat autem quod proportio cubi c b  
 ad paralleipedum c b, b d, d e est semper  
 veluti quadrati c b ad rectangulum e c d in  
 d b, quare c b ad latus paralleipedi eiusdem  
 subtriplicata ei quæ est quadrati c b ad re-  
 ctangulum c d in d b, at c b ad mediam in-  
 ter c d, d b subduplicata ei quæ est quadrati  
 e b ad rectangulum c d in d b, lateris igitur  
 solidi c b, c d, d b, ad latus rectanguli  
 e d in d b, est vt 8. quad. 4. ad 8. cu. 4.

Cum volueris diuidere b a vt proportio  
 eiusdem ad rectangulum a d in d b, sit vi-  
 ginti quadrupla, gratia exempli, diuide qua-  
 dratum b a per 24. & quod exit detrahe  
 ex quadrato dimidij b a, & 8. residui addi-  
 ta & detracta à dimidio ostendit partes, vt  
 si a b sit 10. ducam in se fit 100. diuido per  
 24. exit 4. 2/3, detraho ex 25. quadrato a g  
 relinquitur 20 2/3, cuius 8. addita 5. dimidio  
 10. & detracta ostendit partes vt pote a d,  
 d b, & habetur ex Euclide. Iam verò con-  
 stituatur a b quadratum 7. & a c 1. & a d 4.



erit ergo a e 8. 7. a f i, a g 2. & sit e h du-  
 pla e a, & erit 8. 28. 8. sit numerus k b, sit  
 ergo cubus a c p. 6. æqualis 7. rebus, &  
 item cubus a g p. eodem numero 6. æqua-  
 lis 7. rebus. Quia ergo a b est 7. erit corpus  
 a b posita a altitudine & re 7. res, hoc au-  
 tem corpus æquale est 1. cuius est cubo a f  
 cum



cum b, est autem i gnomoni c b f iuxta altitudinem a f, & similiter corpus ex a b in a g est æquale gnomoni l d b g in a g, cum cubo a g, quare gnomoni l d b g in a g est 6. Igitur diuisa erit bifariam a b superficies, vt ex latere vnus partis in reliquam fiat seu b. Et item diuisa erit bifariam c h in a per æqualia, vt ex a f & a g, ductis in quadratum a e, seu productum a h in a e fiant 7. res: quia a b iam supponitur 7. & a f & a g res. Et rursus diuisa erit c h bifariam in f & in g, vt productum b f in f e sit æquale gnomoni c b f & in g, vt productum l g in g e, sit æquale gnomoni l d b g. vnde vnum quodque horum per primam partem huius ductum per differentiam à medietate, id est h f in f e per f a, & h g in g e per g a, producit eundem numerum k seu b. Iam verò sit cubus & 8. æqualis 8. rebus res 2. erit vt ducas 1. dimidium 2. in se sit 1. triplica sit 3. deducito numero rerum, relinquitur cuius 8. m. 1. dimidio prioris æstimationis 8. 5. m. 1. est secunda æstimationis 8. 5. m. 1. est secunda æstimatione. Ponam ergo f numerum 8. & a b 2. primam

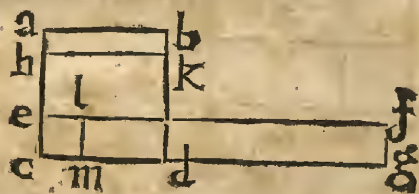
Per demon-  
strat. 5. secū-  
di. Elem.  
Per 13. Cap.  
Art. mag.

f num.  
8



æstimationem, & b d 8. 5. m. 1. secundam æstimationem, & ideo posita, b c erit c d 8. 20. dupla ipsi c d, & a e 8. 5. m. 1. æqualis b d, ponam ergo a d 8. 5. p. 1. pos. a e 8. 5. m. 1. pos. ductæ inuicem producant 5. m. 1. quad. duco in a b sunt 10. pos. m. 2. cu. æqualia 8. igitur 1. cu. p. 4. æqualia 5. & res est eadem 2. & 8. 5. m. 1. ergo sub eisdem æstimationibus sit transitus, sed non sine cognitione prioris æstimationis per quam deuenio ad scientiam d e, quæ est 8. 20. Dicitur est etiam suprâ quod si capiam duplum 8. numeri rerum, & est 8. 32. & diuidam in 8. 8. p. 1. pos. & 8. 8. m. 1. pos. fiet 8. m. 1. quad. & ducto in 2. pos. fient 16. pos. m. 2. cu. æqualia 16. & redibit a d 1. cu. p. 8. æqualia 8. rebus. In hac igitur per non nota inuenitur aliquid nouum in illo per nota inuenitur aliquid, sed est idem, nam c d supponitur in priore 8. 32. hic 8. 20.

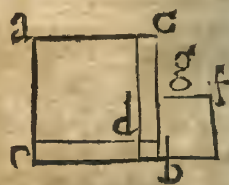
Rursus proponatur duæ superficies æquales rectangulæ a b c d & c e f g, & sint æquales numero rerum, & sint quadrata in eis c h k d & c e l m, ita vt ex latere illorum in reliquum suæ superficiei fiat numerus idem, qui sit .n. constat igitur tam c e



quam c a esse rei æstimationem, cumque ex c e in l g fiat n, & ex c h in h b, idem n, fient etiam ex g m in m e, & ex a h in h d, quare g m ad a h duplicata ei quæ est h c ad c e: igitur posita g m prima, a h

quarta, c h secunda, c e tertia, erit ergo quod sit ex prima & tertia in tertiam, scilicet superficies e g, æqualis ei quod sit ex secunda & quarta in secundam, scilicet superficies a d. Et rursus quod sit ex prima in quadratum tertiæ æquale ei quod sit ex quarta in quadratum secundæ. Constituetur igitur problemata sic: Sunt quatuor quantitates ordinatim a b c d, quarum proportio a ad d est duplicata ei quæ est b ad e: & quod sit ex a c in c est æquale ei quod ex d b in b, & quod sit ex a in quadratum c est æquale ei quod sit ex d b in b. Ex quibus sequitur quartum, quod proportio eius quod sit ex a in quadratum c, ad id quod sit ex a c in c, est veluti eius quod sit ex d in quadratum b ad id quod sit ex d b in b. Et permutando etiam, sed illud est perspicuum cum sit proportio æqualis ad æquale.

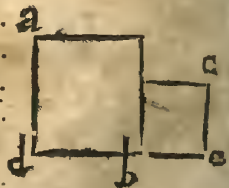
Dico præterea quod regula Artis magnæ quæ docet assumere radicem aggregati ex numero rerum, & numero æquationis diuiso per illam 8. sola est generalis illi capitulo, & est demonstrata ibi. Et est origo eius ex triangulo orthogonio nam si sit cubus b c æqualis rebus iuxta numerum a d, & numero g, erit ergo ex communi animi sententia g ex b c in gnomonem c d e, fiat ergo b f quadratum æquale c d e gnomoni, eritque cubus b c, æqualis b c in a d b f, sed quadratum b c, quod est a b, æquale est a d & b f, igitur latera a d & b f continent rectum contentum b c. Hæc igitur æstimatio satisfacit in omni æquatione seu numero rerum sit parvus seu magnus.



## C A P V T XLI.

De difficillimo problemate quod facilissimum videtur.

Nihil est admirabilibus quam cum sub facili quæstione latet difficillimus scrupulus, huiusmodi est hic: quadratum a b cum latere b c est 10. & quadratum b c cum latere b d est 8. quaeritur quantum sit vnum horum seu latus seu quadratum? Quia ergo a b c est 10. & a b 1. quad. erit b c 10. m. 1. quad. igitur b c 100. m. 20. quad. p. 1. quad. quad. igitur c b d erit 100. m. 20. quad. p. 1. pos. p. 1. quad. quad. & hoc est æquale 8. quare 1. quad. quad. p. 92. æquatur 20. quad. m. 1. pos. adde 19. quad. vtrinque fient 1. quad. quad. p. 19. quadrat. p. 92. æqualia 39. quad. m. 1. pos. detrahe  $1\frac{1}{4}$ , erunt 1. quad. quad. p. 19. quad. p. 90 $\frac{3}{4}$  æqualia 39. quad. m. 1. pos. m. 1 $\frac{1}{4}$ , inde adde 2. pos. p. 1. quad. vtrinque





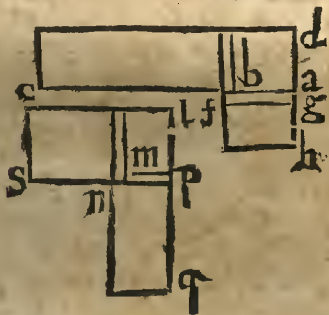
# Cap. XLII. De duplici, &c. 419

que vt in Arte magna, & videbis difficilissimam quæstionem.

## CAPVT XLII.

De duplici æquatione comparanda in capitulo cubi & numeri æqualium rebus.

ET proponatur cubus & 4. æquales 6. rebus, & rei æstimatio est 2. & altera 3. m. 1. & rursus ponatur cubus, & 10. æqualia 9. rebus, & æstimatio est idem 2. altera 3. m. 1. & manifestum quod prior æstimatio, scilicet maior satisfacit diuersis, imò infinitis problematibus. At in reliqua fieri nullo modo potest, vt neque in vna cum neutra fuerit numerus velut pro 1. cu. p. 12. æqualibus 34. rebus 3. p. 3. 7. neque 3. m. 3. 7. nam posita re vtpote 3. m. 3. 7. cubus est semper 90. m. 3. 8092. ergo 3. nō potest continere 3. nisi 34. vicibus, igitur,



1. cu. p. 4. æqualis 6. pos. k. numer. 4.

|   |
|---|
| a |
| b |
| c |
| d |

1. cu. p. 10. æqualis 9. pos. k. num. 10.

cubus ille cum numero non potest æquari alteri numero rerum quam 34. & hoc est valde admiratione dignum. Dispositis ergo f d & n æqualibus, scilicet 4. quadrato 2. & a b 3. m. 1. & m o 3. 6. m. 1. ponam a æqualem g d, b æqualem b c, c æqualem g h, d æqualem a b, e æqualem a q, f æqualem m o, g æqualem n f. Ex his sequuntur quinque principalia.

Cor. 1.

Si quadratum a auferatur ex numero rerum, & cum residuo diuidatur numerus æquationis prodibit ipsum a communis æstimatio, veluti 1. cu. p. 4. æquatur 6. rebus, & 1. cu. p. 10. æquatur 9. rebus, & communis æstimatio quæ est a est 2. duco in se fit 4. detraho ex 6. & 9. numeris rerum, relinquuntur 2. & 5. diuido 4. numerum æquationis primæ per 2. & 10. numerum æquationis secundæ per 5. exit 2. in vtroque scilicet ipsum a

Cor. 2.

Ex fine 40. cap.

Sequitur etiam quod cum ex dictis fiant, ex g & c in quadratum a k, & k numeri æquationis, vt sit g ad c, vt q ad 3. & quia quod fit ex e in quadratum a, est æquale ei quod fit ex b in quadratum d, & ex g in quadratum a æquale ei quod fit ex e in quadratum f, erit quod fit ex b in quadratum

d, ad id quod fit ex e in quadratum f, velut c ad g. Et est probatum exemplum ex 7. m. 3. 24. quod est quadratum fin 3. p. 3. 24. fit 10.

Rursus quia quod fit ex c & a in a est æquale ei quod fit ex b d in d, & ex g a in a, ei quod ex e fin f, erit quod fit ex b d in d ad id quod ex e f

|                      |                             |
|----------------------|-----------------------------|
| in f, velut c ad g,  | 4. p. 3. 12. 1. 3. 3. m. 1. |
| fit enim ex b d in   | 2. b c d                    |
| d 3. 12. & ex e      | a. c g f                    |
| fin f 3. 7. 5. & est | 3. 6. m. 1.                 |

proportio vt 1. ad 2. 1.

Cumque æstimatio (vt dixi) non potuerit esse communis pluribus numeris rerum, & numeris æquationis commutabitur necessarid, si fuerit binomium in suum recisum, & ita habebis & secundam æquationem & numerum communem qui erit idem, velut 1. cu. p. 12. æqualis 34. rebus: non se offert primò illa pars quæ ducta in 3. alterius. efficit 12. sed est tamen 18. p. 3. 2. 52. alia est 16. m. 3. 2. 52. cuius 3. est. 3. m. 3. cum ergo habes 3. m. 3. duc in se & fit 16. m. 3. 2. 52. & quia 3. est sexta pars 3. 2. 52. ideo oportet assumere numerum sexcuplum ad 3. & est 18. cum 3. 2. 52. per p. & addere ad 16. m. 3. 2. 52. habes 34. ad vnguem. Et vicissim si habueris 3. p. 3. 7. habebis quadratum 16. p. 3. 2. 52. & ita reliquis erit sexcuplus ad 3. p. 3. 7. sed 3. erit m. ideoque 18. m. 3. 2. 52. & ita vicissim inuenies ex æstimatione partes, vna erit quadratum, alia erit multiplex vt 3. radice, sed contrario modo binomium pro reciso, & recisum pro binomio.

Iam ergo habes duos ordines æstimationum: primus cum eadem æstimatio est communis aliis numeris rerum & æquationum, & inuenire licet illos ducendo in se, detrahendoque à quouis numero, & cum residuo diuidere alium numerum, vt prodeat eadem æstimatio: vt in primo corollario. Secundus, cum æstimatio est binomium vel recisum, & ducitur in se, & detrahitur à numero aliquo, ita vt residuum habeat eandem proportionem ad partem, quæ est numerus, quam 3. quæ est pars quadrati ad 3. quæ est pars æstimationis: & illa proportio est duplum numeri æstimationis semper, ideo numerus ille est semper duplum quadrati numeri æstimationis, vt in quarto seu præcedenti corollario: velut si numerus æstimationis fuerit 2. erit talis numerus 8. si 3. 18. si 4. 32. & ita deinceps, reliquis autem numerus erit compositus ex quadratis partium æstimationis, vt si partes sint 3. p. 3. 7. vel m. 3. 7. erit 16. igitur totus numerus erit 34. Ergo tertius modus qui quæritur erit diuersus ab his, & non erit per viam recisi & binomij, neque vt eadem æstimatio seruiat pluribus, velut in margine vides, quod singulis sunt duæ æstimationes in 1. cu. p. 20. æquali 15. pos. neutrum contingit, non primum, quia 2. est minus, & 3. est maius, neque potest esse pars numeri. Nec secundum, quia oporteret vt addito 1. vel 10. ad 15. 3. 16. vel 25. diuidendo 20. produceret idem 1. vel 10. & non fit, nam exeunt 4. vel 5.

1. cu. p. 4.

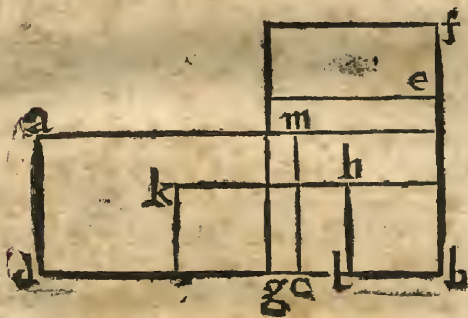


|               |                        |
|---------------|------------------------|
| 1. cu. p. 4.  | 2. 6. pos. R. 3. m. 1. |
| 1. cu. p. 6.  | 2. 7. pos. 1.          |
| 1. cu. p. 8.  | 2. 8. pos. R. 5. m. 1. |
| 1. cu. p. 12. | 34. pos.               |
| 3. p. R. 7.   |                        |
| 3. m. R. 7.   |                        |
| 1. cu. p. 20. | 15. pos.               |

## CAPVT XLIII.

*De comparatione numeri equationis ad partes numeri rerum.*

**S**it a b superius 12. & ex b c latere ter-  
tiz partis in e a sit 16. maximum quod  
esse potest. Sit ergo b f æqualis a b, & qua-  
drata superficies ge, ex cuius latere in resi-  
duum e f fiat 8. & hæc diuisio est quam  
quærimus. Sit ergo b k, cuius tertia pars



fit quadratum b h, ex cuius latere in resi-  
duum esset, fiat 8. erit ergo b l R. cu. 4. b h  
R. cu. 16. l k R. cub. 128. qua ducta in b l  
fit R. cu. 512. scilicet 8. Igitur tota b k est  
cu. 432. Habemus ergo duo nota b c in c a,  
sed productum non est 8. b l in l k, quorum  
productum est 8. sed b k non est 12. & b g  
ine f, & est 8. & b f 12. sed non est nota  
diuisio facta in e. Proportio ergo a c ad k  
l, est vt quadrati b c ad quadratum b l, qua-  
re vt b c ad b l duplicata: cum verò propor-  
tio solidi b c in c a, sit dupla ad solidum ex  
b l in l k, erit c a ad l k velut quadrati pro-  
portionis ad R. cub. quad. quad. propor-  
tionis, & b c ad b l, vt proportionis ad R.  
cu. quad. proportionis. Proportio autem k  
l ad e f, est vt c b ad b l, quare b e ad b l  
duplicata ei quæ est k l tetragonici a ad e f  
tetragonici. Habet ergo diuisio b k per l  
h proportionem notam in omnibus parti-  
bus, vt liquet cum b a diuisa in c: & ha-  
bet etiam proportionem notam cum b f,  
diuisa in e, quia vt dixi proportio k l ad e  
f, vt e b ad b l, est autem e g ad b h dupli-  
cata ei quæ est e b ad b l. Si ergo coniun-  
gantur hæc proportiones, quoniam extre-  
morum componitur ex intermediis, & ma-  
ximè quod differentia e g & a c est æqualis  
differentiæ quadrati b c & e f, seu gnomi  
e m g æqualis differentia a c & f e.

*Per 34. Un-  
decimi El.*

## CAPVT XLIV.

*Quomodo diuidatur data linea secun-  
dum proportionem habentem medium,  
& duo extrema in corporibus.*

**S**it data a b diuisa in c, vt ex a b in qua-  
dratum a c fiat cubus b c, igitur b c po-  
sita 1. quad. & ponamus a b 4. erit 1. cu.

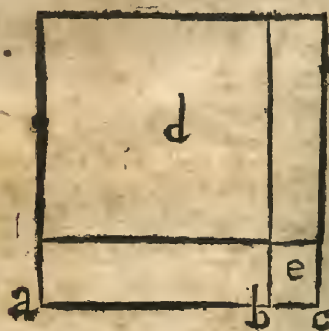


quad. æqualis 64. m. 32. quad. p. 4. quad.  
quad. igitur R. radici 1. cu. p. 2. quad. æqualis  
8. cuius æstimatione habita quadratum est  
quantitas b c quæ quærebatur.

## CAPVT XLV.

*Quomodo partes diuise lineæ corpo-  
ribus & quadratis inuicem  
comparentur.*

**E**t sint de quadrata 26. & de cubi 126.  
& compleatur superficies quadrata, &  
erit cubus p. 252. duplo 126. semper æqua-  
lis 78. rebus triplo numeri æqualis quadra-  
tis deiunctis: Et hoc ex regula posita a c 1.  
pos. fient enim partes  $\frac{1}{2}$  pos. p. R. v. 13.  
m.  $\frac{1}{4}$  quad. &  $\frac{1}{2}$  pos. m. R. v. 13. m.  $\frac{1}{4}$  quad.  
quæ deductæ ad cubos ostendunt quod dixi.



Et rursus si ponantur d, e quadrata 26. &  
corpora ex d in b c bis, & b in a b bis, 60.  
erit 1 cu. æqualis 26. rebus numero quadra-  
torum, & 60. duplo producti mutui, & res  
est in capitulo. Iam ergo ex hoc supposito  
sciemus quanta sit a c, quæ est b, & partes  
& æstimationem cubi p. 252. æqualiam 78.  
rebus, quo proposito accipimus  $\frac{1}{2}$  78. &  $\frac{1}{2}$   
de 252. & conuertetur quæsitum in duo  
quadrata quæ iuncta faciunt 26. & duo  
cubi qui sunt 126. Et quia propositum est  
quod productum vnius in alteram mutuo  
est 30. si hoc sciremus manifestum esset ca-  
pitulum. Sunt ergo quatuor, quantitas a c, &  
est 6. quantitas d e, & est 26. quantitas cor-  
porum mutuatorum, & est 30. quantitas cu-  
borum, & est 126. Illud accedit quod si di-  
eam quadrata sint 25. & cubi non poterunt  
esse



# Cap. XLVI. Quomodo pr. &c. 421

esse maiores 125. cubo 5. &c. 25 igitur cum neque possint esse minores 8. 7812  $\frac{1}{2}$  duplo, scilicet cubi 8. medietatis 25. quæ est 8. 12  $\frac{1}{2}$  vt sit circumscripta inter 88. qui est 8. ferme 7812  $\frac{1}{2}$  & 125. & præter id cum dico 1. cub. æquatur 6. rebus p. 9. manifestum est quod numerus 9. datur cubis non parallelipedis, vt etiam hic, idem erit nota pars huius capituli cubi & numeri æqualium rebus. Et est valde dignum consideratione: nam vt statuatur cubi æquales 126. & quadrata 26. vt dictum est, poterimus loco 26. assumere quemcunque numerum minorem pro quadratis vsque ad 14. vt dicamus, quadrata de sint 14, vel 15. vel 16. & ita ad 25. vsque & cubi sint 126. igitur ex regula præsentis cubus p. 252. æquabitur 42. rebus vel 45. vel 48. & ita vsque ad 78. & ita in intermediis eadem ratione scilicet 43, 44, 46, 47, rebus, & ita de singulis, & variato numero 252. habebimus alios, ergo habita hac regula, habebimus capitulum perfectum. Et tamen (vt dixi) in supposito habemus partem regulæ notam.

Et sanè hoc est (vt in exemplo maneamus) iam notum quod si quis dicat cubi a b c sunt 126. quadrata 26. quod numerus tribuitur cubis, & si 26. esset numerus rerum aut numerus mutuorum solidorum, iam omnia essent nota. Et rursus, si dico quod 30. est numerus solidorum & 26. rerum iam habeo 1. cu. æqualem 26. rebus p. 60. & res est nota. Et si dico quadrata sunt 26. & parallelipeda 30. deuenimus ad 1. cub. quad. p. 2028 quad. p. 3120. pos. æqualia 104. quad. quadrat. p. 3600. & hac via non habemus capitulum. Et mirum est quod cum assumimus 26. pro numero rerum, & 60. pro solidis, aut 30. hic numerus transeat in cubos quamuis sit mutuorum solidorum: & cum accipitur numerus pro cubis, & quadrata pro alio numero, hæc transeant in res, & numerus cuborum in residuum rerum detracto cubo, quasi numerus rerum componatur ex tribus cubis.

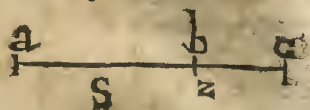
## C A P V T XLVI.

*Quomodo proposito rectangulo, & cubis laterum eius habeamus totum cubum,*

ET proponatur rectangulum a b puta 4. & cubi laterum a c, b d 20. dico cubum notum esse, quia enim cubi a c, b d sunt 20. oportet facere ex 20. duas partes, quarum 8. cu. ductæ inuicem faciant 4. superficiem a b, igitur cubi inuicè ducti facient cubum 4. qui est 64. partes igitur, id est cubi a c, b d sunt 16. & 4. & 8. cu. earum sunt latera a b igitur cubus totus est 20. p. 8. cu. 27648. p. 8. cu. 6912. Et si ponantur a c b d nota vt quantitas rerum & corpora a b c d iuxta altitudinem, erunt duo tantum, quia sub numero rerum a c b d vt pote 13. continentur duo mutua & reliqua quatuor sub a b & c d id est sub 60. igitur a c & b d numerus rerum si fuerit

*Tem. IV.*

paruus, erit capitulum per se notum ex regula Artis magnæ: si autem fuerit magnus velut cu. 24. re-



bus p. 5. tunc ex præsentis problemate si possit reduci ad hoc, vt separentur mutua erit propositum necessarium, scilicet vt accepto dimidio 5. & est 2  $\frac{1}{2}$  inuenias duos numeros qui producant 2  $\frac{1}{2}$  diuisum per rem, & eorum cubi faciant 24. m. 2  $\frac{1}{2}$  id est 21  $\frac{1}{2}$  nam vt dixi in 24. continentur cubi ambo a c b d & duo mutua. Istud ergo non est per se notum: inuenias numerum qui diuisus producat 6. tanquam superficiem a b, & ipse sit æqualis cubis a b & c d duobusq; mutuis, aut quatuor, nam posito vno 1. pos. altero 6. pos. erunt 1. cu. p. 1. cu. cum 6. pos. p. 36. vel cum 12. pos. p. 12. æqualia 65. gratia exempli, igitur 1. cu. quad. p. 6. quad. quad. p. 36. quad. p. 216. vel 1. cu. quad. p. 12. quad. quad. p. 72. quad. p. 216. æqualia sunt 65. cu. hoc ergo valde est obscurum, & oporteret vt haberet 8. cu. Verum quia ponitur 65. cu. a c & b d & duo mutua & æquantur duo cubi cum duobus mutuis a c & b d in e f, vt nuper dixi, igitur e f quæ est res in a c, & b d est 65. at e f in a b est 6. res ex supposito, & in c d 6. res, quoniam a b & c d sunt æquales, quia sunt supplementa circa diametrum, igitur e f in a b, c d sunt 12. res, & e f in a c, b d 65. & e f in a c, b d, a b, c d complet cubum e f, igitur cubus e f æquatur 12. rebus p. 65. & res est nota, puta 5. ex qua habetur æstimatio illa fac de 5. duas partes quæ producant 6. & erunt 3. & 2. erit ergo res 2  $\frac{1}{2}$  p. 8.  $\frac{1}{4}$  vel 2  $\frac{1}{2}$  m. 8.  $\frac{1}{4}$ , & hæc erit æstimatio 65. cuborum æqualium 1. cu. quad. p. 6. quad. quad. p. 36. quad. p. 216. nam 65. cu. sunt in vna 1755. in alia 520. & tantumdem sunt illæ quantitates, proba & inuenies.

Ex hoc habetur quod cum 1. cu. quad. p. quad. quad. p. quad. p. numero in cōtinua proportionē fuerint æqualia cubis tunc habebis 1. cu. æqualē rebus duplo numeri quad. quad. cum numero cuborum: & inuenta æstimatione fac duas partes, quæ producant numerū quad. quad. & partes vtriq; erunt æstimationes 1. cu. quad. p. quad. quad. p. quad. p. numero æqualibus numero cuborum. Velut si dicas 1. cu. quad. p. 9. quad. quad. p. 81. quad. p. 729. sunt æqualia 100. cu. Dices ergo 1. cu. æqualis est 18. pos. p. 100. & rei æstimatio est 8. v. cu. 50. p. 8. 2284. p. 8. v. cu. 50. m. 8. 2284. Ex hac facito duas partes quæ inuicem ductæ producant 9. & quælibet illarum partium est æstimatio quinomij illius propositi. Et proponatur rursus 1. cu. quad. p. 12. quad. quad. p. 72. quad. p. 216. æqualia 95. cu. superficies a b sit b vt prius, & sit 95. æquale duobus cubis, & quatuor mutuis corporibus quæ sunt ex e f in superficiem a c d b, adeo vt ex e f in eam fiat 95. igitur ad complendū cubū deest quod sit ex e f in a b, & a b est 6. idem & a b est 6. igitur quod sit ex e f in a b est 6. res, igitur 1. cu. æquatur 6. rebus p. 95. & res est 5. vt prius fac de 5. duas partes, ex quarum ductu vnus in alteram fiat 6. dimidium 12. numeri quadratorum, & erunt partes 3. & 2. & ita 1. cub. quad. p. 12. quad. quad. p.

*Nn.*

74



72. quad. p. 216. æqualia 95. cub. & res est 3. vel 2. experire & inuenies

Et eodem modo dicemus si corpus illud sit ex duobus cubis, & quatuor mutuis & tertia parte duorum mutuorum, & sit gratia exempli 105. totum illud, & quia ex c b in b f fit a b quod est 6. erit e g 4, igitur e g in e f 4. res ergo 1. cub. æqualis 4. rebus p. 105. & res est, 5. quia ducendo per primam viam peruenimus ad 1. cu. quad. p. 14. quad. quad. p. 84. quad. p. 216. æqualia 105. cu. Ideo faciemus ex 5. re duas partes, ex quarum ductu producantur 6. qui 6. habentur ex 14. diuidendo per 2  $\frac{1}{2}$  numerum mutuorum corporum duorum, vel ex 216. quia semper erit 12. cu. eius, vel etiam diuiso numero quadratorum scilicet 84. per numerum quad. quad. qui est 14. & ita si numeri erunt dispositi hoc modo, vt secundus sit talis pars tertij vt sit 12. cu. quarti, erit regula generalis, sed ita vt quantitas e g varietur, vt oporteat problema ita construere: sunt duæ quantitates ex quarum ductu producit 6. & aggregatum cuborum cum duplo & sexta parte mutuorum est 100. tunc inueniemus superficiem e g 5. & erit cubus æqualis 5. rebus p. 100. & ita habebimus e f, & partes producentes a b, & hic est primus modus & facilis. Sed si proponantur prius 1. cu. quad. p. 13. quad. quad. p. 78. quad. p. 216. æqualia 100. tunc quia tu nescis 100. quibus partibus æquetur, sed solum habes 6. 12. cu. 3. seu quod prouenit diuiso 78. per 13. & diuiso 13. per 6, exit 2  $\frac{1}{6}$  abice igitur relinquetur  $\frac{1}{6}$  sume  $\frac{1}{6}$  de 6. relinquetur 5. & habebis 1. cu. æqualem 5. rebus p. 100. vt prius, vnde nota erit e f. Et ita si dixeris 1. cu. quad. p. 15. quad. quad. p. 90. quad. p. 216. æquatur 120. cu. accipe 12. cu. 216. quæ est 6. seu diuiso 90. per 15. & diuide 15. per 6, exit 2  $\frac{1}{2}$  abice 2 remanet  $\frac{1}{2}$  sume dimidium 6. quod est 3. abice 3. ex 6. relinquitur 3, dicemus ergo quod 1. cu. æquatur 3. pos. p. 120. igitur res erit 12. cu. 60. p. 3599. p. 12. cu. 60. m. 12. 3599. hanc ita diuidemus vt producant 6. numerum primo inuentum vt infra demonstrabimus.

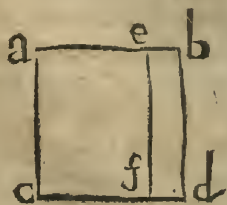
Nota quod in huiusmodi æstimatione non solum necessarium est, vt numerus putà 65. vel 95. vel 100. aut 120. sit magnus comparatione numeri rerum quæ assumuntur, sed oportet vt res inuenta possit in duas partes quæ producant 12. cub. numeri æquationis quæ fuit in exemplis assumptis 6, aliter quæsitum est falsum & impossibile.

### C A P V T XLVII.

*Quod diuisa superficies seu corpus latera habet maiora latera totius.*

**S**It quadratum a b c d seu cubus, & sit diuisum quomodolibet in e f dico quod latera c e & e d, seu cubica seu quadrata pariter iuncta sunt maiora a b, nam latus a f est medium inter a c & a e, igitur cum a c sit maior a e, erit latus a f maius a e, & similiter latus d e medium inter b d & d f. igitur cum b d sit maior d f, erit latus d e maius c b, quare latera a f f b iuncta

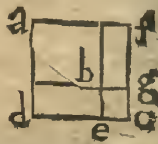
maiora a e, e b simul iunctis, & hoc est quod voluimus. Similiter in cubo, nam latera sunt media secundo ordine inter a c & c e, & inter b d & d f, vt demonstratum est ab Euclide in vndecimo Elementorum, ideò erunt maiora a e & c b. Sed ex hoc sequitur quod in cubo æquali rebus & numero æstimatio rei est semper maior 12. cu. numeri: & etiam quia talis æstimatio est 12. cu. cubi. qui est maior numero cum sit æqualis rebus ipsis etiam vltra numerum.



### C A P V T XLVIII.

*De quadratorum quantitate & mutuis corporibus cognitis.*

**A** Nimaduertendum quod si duo quadrata a b b c sint nota vt pote 13. & mutua quatuor sint 60. & velim efficere corpora solida ad altitudinem totius, illa erunt 13. res p. 60. æqualia cubo, & tunc 13. continebunt cubos a b b c, & insuper duo mutua: sed quia ex capitulo proprio supponitur quod 13. res contineant tria mutua, & 60. cubos, ideò in æstimatione quærenda fiet res 12. v. cub. 30. p. 12. 808  $\frac{2}{3}$  p. 12. cub. 30.



m. 12. 808  $\frac{2}{3}$  Et ideo non erunt 3. & 2. tamen totum erit, cum autem dixerò quod ex quadratorum a b b c, lateribus fiant mutua 30. tunc erit c d latus diuisum aliter scilicet in 2. & 3. Ideo cum dicimus 1. cu. æquatur 13. rebus p. 60. istud seruit eisdem quæsitis, vt 60. comprehendat duos cubos tantum, vel duos cubos cum duobus mutuis, vel duos cubos cum quatuor mutuis, vel cum quatuor mutuis, & dimidio duorum reliquorum & generaliter cum omni parte: sed vt dixi æquatio tamen capituli qua inuenitur quantitas c d sumitur a e, si numerus vt 60. æqualis sit solis cubis, & hoc seruit capitulo, quomodo proposito rectangulo & cubis laterum.

Si quis dicat 1. cu. p. 70. æquatur 39. rebus dices tu, igitur duo cubi sunt 35. dimidium 70. & duo quadrata 13. tertia pars 39. & ita ex hoc peruenies ad 1. cu. p. 70. æqualia 39 rebus per regulam de modo.

Iterum ergo si quis dicat duo cubi sunt 35. productum vnus in quadratum alterius mutuo est 30. triplicabis 30. fit 90. adde 35. fit 125. res est 5. 12. cu. 125.

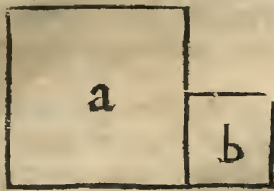
Et quoniam rursus ex dictis in Arte ma- Cap. 13. gna cum fuerit cubus p. 70. æqualis 39. rebus transmutatur in cubum æqualem totidem rebus & eidem numero, sed æstimatio prima habetur ducto dimidio secundæ æstimationis in se, & triplicato & deducto à numero rerum addita vel detracta à dimidio secundæ æstimationis ostendit primam.

Adhuc ergo sit cubus p. 70. æqualis 39. rebus, & res est 5. vel 2. & sub eadem æstimatione maiore cubus æqualis est 13. rebus p. 60. & per primam considerationem quadrata



# Cap. XLIX. De quibusdam, &c. 423

quadrata a & b sunt 13. tertia pars 39. & cubi 35. dimidium 70. Per secundam autem manentibus quadratis a & b 13. mutua corpora sunt 30. & æstimatio est eadem. Et



est 5. & si eliet  $4\frac{1}{2}$  gratia exempli & quadrata a b 12. Igitur manente æstimatione eadem & numero quadratorum partes rei essent  $2\frac{1}{4}\bar{p}$ .  $\bar{R}x.$   $\frac{15}{16}$  &  $2\frac{1}{4}\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$   $\frac{15}{16}$  Et mutua corpora erunt productum  $4\frac{1}{2}$  aggregati in  $4\frac{1}{8}$  productum laterum a b  $18\frac{9}{16}$  igitur 1. cu. æquabitur 12. rebus  $\bar{p}$ .  $37\frac{1}{8}$  numerus verò rerum æqualium cubo & numero est 36 triplum 12. & numerus ipse 70.  $\frac{7}{8}$  & cubi  $35\frac{7}{16}$  Oportet ergo vel ex cubo & numero rerum eodem, & æstimatione eadem supposito numero æquationis inuenire alterum, sed nondum cognita æstimatione, vel supposito numero æstimationis, & æquatione vna inuenire numerum rerum eundem. Exemplum 1. cub.  $\bar{p}$ . 70. & 1. cu. æqualis 60. & oportet vt eadem quantitas, quæ est 13. satisfaciatur vtrique scilicet 35. pro dimidio 70. & 30. pro dimidio 60. Hoc autem est notum per se, quoniam addo ad 60. dimidium ex dictis fit 90. addo ad 90. 35. dimidium 70. fit 125. cuius  $\bar{R}x.$  cu. est 5. æstimatio vtrique satisfaciens, fac ex 5. duas partes, quarum cubi sint 35. ex dictis in arte erunt partes 3. & 2. quarum quadrata sunt 13. numerus rerum vnus alter 39. triplum 13. pro altero.

## C A P V T XXXIX.

De quibusdam æquationibus & modis extra ordinem.

**C**um fuerit cubus æqualis 6. rebus  $\bar{p}$ . Quouis numero puta 40. tantum fit diuilo 40. per 4. rei æstimationem, exit 10. quantum ducta æstimatione in se fit 16. detracto numero rerum qui est 6. relinquitur 10. Ergo posito cubo æquali 6. rebus  $\bar{p}$ . 20. æstimatio quæ sita, si diuidatur 20. per a erit quod prouenit, & est  $\frac{20}{a}$  æquale quadrato ipsius a  $\bar{m}$ . 6. igitur diuiso 40. per suam æstimationem id est 10. se habet ad  $\frac{20}{a}$  sicut ducta æstimatione quæ est 4. in se, & deducto a ad quadratum a deducto 6. Cum enim cubus fiat ex æstimatione in suum quadratum, igitur deducto quod fit ex diuisione numeri per rem ex quadrato rei, relinquetur numerus rerum: ergo vicissim deducto numero rerum ex quadrato æstimationis relinquitur quod exit. Si quis dicat diuide 6. in duas partes quæ sint in proportionem  $\bar{R}x.$  cub. 3. clarum est quod potest fieri ex tertio libro, diuidendo per  $\bar{R}x.$  cub. 3.  $\bar{p}$ . 1. & est  $\bar{R}x.$  cu. 9.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  cu. 3.  $\bar{p}$ . 1. & ductum in suum binomium producit 4. & in 6. fit  $\bar{R}x.$  cu. 19.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  cu. 648.  $\bar{p}$ . 6. diuide per 4. exit  $\bar{R}x.$  cu.  $30\frac{3}{8}\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  cu.  $101\frac{1}{8}\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$

Tom. VI.

Aliter ergo ponemus vnâ partem 6.  $\bar{m}$ . 1. pos. aliam 1. pos. proportio  $\bar{R}x.$  cub. 3. igitur duc. 1. pos. in  $\bar{R}x.$  cu. 3. fit pos.  $\bar{R}x.$  cu. 3. duc ad cu. fit 3. cu. & hoc est æquale cubo 6.  $\bar{m}$ . 1. pos. qui 216.  $\bar{p}$ . 18. quad.  $\bar{m}$ . 108. pos.  $\bar{m}$ . 1. cu. igitur 1. cu.  $\bar{p}$ . 27. pos. æqualia sunt  $4\frac{1}{2}$  quad  $\bar{p}$ . 54. Igitur per regulam 1. cu.  $\bar{p}$ . 20.  $\frac{1}{4}$  pos. æquatur  $20\frac{1}{4}$  numero, igitur cubus tertiæ partis rerum est  $307\frac{15}{64}$  adde quadratum dimidij numeri æquationis fit  $410\frac{7}{16}$  igitur rei æstimatio est  $\bar{R}x.$  v. cu.  $\bar{R}x.$   $410\frac{7}{16}$   $\bar{p}$ .  $10\frac{1}{8}\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  v. cu.  $\bar{R}x.$   $410\frac{7}{16}$   $\bar{m}$ .  $10\frac{1}{8}\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$  at illæ radices æquivalent prædictis, quia  $\bar{R}x.$   $410\frac{7}{16}$  est  $20\frac{1}{4}$  igitur addendo & detrahendo  $10\frac{1}{8}$  fiunt  $\bar{R}x.$  cu.  $30\frac{3}{8}\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  cu.  $10\frac{1}{8}\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$  vt prius.

Ex hoc patet quod cum habueris 1. cu.  $\bar{p}$ . rebus æqualia quadratis  $\bar{p}$ . numero, tum debes diuidere numerum rerum per numerum quadratorum & numerum qui exit duces ad cubum, & eum diuides per numerum æquationis, & cum eo multiplicabis totum quadrinomialium, & quod superest in numero abijce ab vno, & illud serua, deinde, diuide  $\bar{R}x.$  cub. numeri iam inuenti in duas partes quæ se habeant in proportionem numeri abiecti per primum modum, & habebis æstimationem quæ sita. Exemplum habes iam propositum: fit 1. cub.  $\bar{p}$ . 27. rebus æqualis  $4\frac{1}{4}$  quad.  $\bar{p}$ . 54. diuide 27. per  $4\frac{1}{4}$  exit 6. duc ad cubum fit 216. tum diuide per 54. numerum æquationis exit 4. duc in superiorem habes 4. cu.  $\bar{p}$ . 108. pos. & 18.

$$\begin{array}{r} 1. \text{ cu. } \bar{p}. 27. \text{ æqual. } | 4\frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. 54. \\ \hline \phantom{1. \text{ cu. } \bar{p}. 27. \text{ æqual. } |} 4. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{cu. } \bar{p}. 108. \text{ pos. } | 18. \text{ quad. } \bar{p}. 216. \\ 3 | 216 \bar{p}. 18. \text{ quad. } \bar{m}. 108. \text{ pos. } \bar{m}. 1. \text{ cu.} \end{array}$$

$$\bar{R}x. \text{ cu. } 3. | 6. \text{ diuidendum}$$

quad.  $\bar{p}$ . 216. abijce quicquid est supra 1. cu. & est 3. & relinquentur 216.  $\bar{p}$ . 18. quad. 108. pos.  $\bar{m}$ . 1. cu. cape igitur  $\bar{R}x.$  cu. 3. & etiam  $\bar{R}x.$  cu. 3. & ei adde 1. pro regula fit  $\bar{R}x.$  cu. 3.  $\bar{p}$ . 1. diuide 6. per  $\bar{R}x.$  cu. 3.  $\bar{p}$ . 1. per priorem modum exhibet æstimatio quæ sita 1. cu.  $\bar{p}$ . 27. pos. æqualium  $4\frac{1}{4}$  quad.  $\bar{p}$ . 54. Sed hæc conuersio non est generalis nisi cum ducto numero qui prodit ex diuisione cubi in numerum quadratorum consurgit numerus triplus ad  $\bar{R}x.$  cub. numeri, seu ad numerum qui prouenit ex prima diuisione.

## C A P V T L.

De solidis radicibus & earum tractatione.

**C**um voluero diuidere 6: vt fiat  $\bar{R}x.$  Solida 9. duc. 6. in se fit 36. diuide 9. per 36. exit  $\frac{1}{4}$  & hæc est prima pars, secunda igitur erit  $5\frac{3}{4}$  nam ex cubo  $\frac{1}{4}$  & duplo quadrati  $\frac{1}{4}$  in  $5\frac{3}{4}$  & quadrato  $5\frac{3}{4}$  in  $\frac{1}{4}$  iunctis fit 9.

Regula prima.

N n 2 Cum



2 Cum volueris habere radicem solidam 50. in proportionem 3. ad 2. gratia exempli, cape 1. &  $1\frac{1}{2}$  in proportionem 3. ad 2. ita quod in illis sit vnitas, iunge igitur 1. &  $1\frac{1}{2}$  fit  $2\frac{1}{2}$  duc in se fit  $6\frac{1}{4}$  diuide 50. per  $6\frac{1}{4}$  exit 8. cuius  $\frac{1}{2}$  cu. quæ est 2. est pars prima  $\frac{1}{2}$  solidæ 50.

3 Cum volueris habita prima parte  $\frac{1}{2}$  solidæ habere secundam in partibus cognitis primæ & secundæ vt pote 8 & 24. accipe  $\frac{1}{2}$  cu. primæ, quæ est 2. & tum ea ducta in se & fit 4. diuide dimidium 2. & quod exit est quæsitum 533.

4 Cum volueris habita prima & tertia quantitate veluti 8. & 18. habere  $\frac{1}{2}$  solidam, tu scis quod prima pars est semper  $\frac{1}{2}$  cu. primæ partis 8. quæ est 2. diuide 18. exit 9. cuius  $\frac{1}{2}$  quadrata quæ est 3. est pars secunda.

5 Cum volueris habita secunda & tertia parte habere  $\frac{1}{2}$  solidam, tunc accipe dimidium secundæ partis vt pote 12. quod est dimidium 24. & ex cap. 28. Artis magnæ habebis eas.

6 Cum volueris habita prima parte & tertia, & aggregato comparare  $\frac{1}{2}$  inuicem, scias quod  $\frac{1}{2}$  quadratæ partium extremarum, vt pote 8. & 18. sunt partium solidæ 1.2. & 3. quæ sunt  $\frac{1}{2}$  solidæ 8. & 18. item ipsarum partium accipiendo dimidium secundæ, pro secunda, nam proportio 18. ad 12. & 12. ad 8. & 3. ad 2. &  $\frac{1}{2}$  18. ad  $\frac{1}{2}$  8. sunt omnes sexquialtera.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 12 & 18 & | & 50 \\ & 12 & & & \\ 2 & \hline & 3 & & & \\ & 5 & & & \\ \hline & 8 & \text{---} & \frac{1}{2} 18 & \\ & \frac{1}{2} 50. & & & \end{array}$$

7 Et sicut ex 3. & 2. partibus solidæ fit  $\frac{1}{2}$  50. solida ita ex  $\frac{1}{2}$  8. &  $\frac{1}{2}$  18 quadratis fit  $\frac{1}{2}$  50. quadrata.

8 Itaque cum volueris habita prima parte, vt pote 8. & residuo aggregati, vt pote 42. habere radicem solidam totam, diuide 50. aggregatum per 8. exit  $6\frac{1}{4}$  cuius  $\frac{1}{2}$  quadratam, quæ est  $2\frac{1}{2}$  accipe & ab ea minue 1. fit  $1\frac{1}{2}$ , duc in  $\frac{1}{2}$  cu. 8. quæ est 2. fit 3. pars reliqua, & est conuersa secundæ regulæ.

9 Ex his manifestum est, quod vbi cubus æquetur 36. rebus  $\frac{1}{2}$  36. dando duo solida cubo, alterum rebus alterum numero, proportio vnus ad alterum erit 1. pos. quæ est vt 36. pos. ad 36. nam quilibet cubus ex duobus similibus solidis componitur vt 125. componitur ex solido 2. & 3. quod est 50. & 3. & 2. quod est 75. & proportio alterius ad alterum est sexquialtera, vt 3. ad 2.

10 Quælibet duo solida similia cubum componunt, velut capio 24.  $\frac{1}{2}$  24.  $\frac{1}{2}$  6. quod totum est 54. solidum primum, aliud erit 12. & 12. & 3. quod est 27. aggregatum est 81. cubus  $\frac{1}{2}$  cu. 24.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 3. quod est dicere  $\frac{1}{2}$  cu. 81. nam  $\frac{1}{2}$  cu. 24. &  $\frac{1}{2}$  cu. 3. componuntur  $\frac{1}{2}$  cu. 81. &  $\frac{1}{2}$  cu. 24.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 3. posita prima parte  $\frac{1}{2}$  cu. 24. producit solidum 24.  $\frac{1}{2}$  24.  $\frac{1}{2}$  6. & posita prima parte  $\frac{1}{2}$  cu. 3. producit solidum 12.  $\frac{1}{2}$  12.  $\frac{1}{2}$  6.

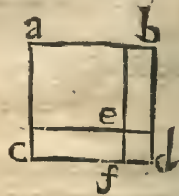
## CAPVT LI.

*Regula quadam specialis atque item modus tractationis subtilis.*

SI fuerint duo numeri quod sit ex ductu vnus in  $\frac{1}{2}$  alterius mutuo, inde aggregato in se ducto, est æquale ei quod sit ex ductu vnus in quadratum alterius addito duplo  $\frac{1}{2}$  quadratæ producti vnus in quadratum alterius inuicem. Exemplum, capio 2. & 3. & producta mutua in  $\frac{1}{2}$  sunt  $\frac{1}{2}$  8  $\frac{1}{2}$  12. quorum quadratum est 30.  $\frac{1}{2}$  8. 864. dico quod hoc est æquale producto vnus in quadratum alterius, & est 30. cum duplo  $\frac{1}{2}$  216. qui fit ex 12. in 18. mutuis 3. & 2. Ergo sint partes 6.  $\frac{1}{2}$  1. pos. & 6.  $\frac{1}{2}$  1. pos. & debeat esse quadratum mutui 100. id est vt mutuum  $\frac{1}{2}$  sit 10. Erunt ergo mutua quadratorum 432.  $\frac{1}{2}$  12. quad.  $\frac{1}{2}$  186624.  $\frac{1}{2}$  432. quad. quad.  $\frac{1}{2}$  155352. quad.  $\frac{1}{2}$  4. cu. & hoc est æquale 100. igitur 332.  $\frac{1}{2}$  illa  $\frac{1}{2}$  est æqua 12. quad. & 12. quad.  $\frac{1}{2}$  332. æqualia  $\frac{1}{2}$  illi 6. igitur quadrata  $\frac{1}{2}$  166 sunt æqualia  $\frac{1}{2}$  46656.  $\frac{1}{2}$  108. quad. quad.  $\frac{1}{2}$  3888. quad.  $\frac{1}{2}$  1. cu. quad. Igitur partibus in se ductis 1. cu. quad.  $\frac{1}{2}$  1896. quad. æquantur 19100.  $\frac{1}{2}$  72. quad. quad. Sed æquatio non est in parte nota, est tamen pulchrum.

Proponatur rursus 6. diuisum per  $\frac{1}{2}$  cu. 4.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 2. & exibat  $\frac{1}{2}$  cu. 16.  $\frac{1}{2}$  2.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 4. vt notum est, & ponamus c e superficiem  $\frac{1}{2}$  cu. 16.  $\frac{1}{2}$  2.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 4. & sint cubi a e d 40. igitur per dicta superius si velim assumere cubam trinomij, quadratum est 12.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 432. & cubus ob id  $\frac{1}{2}$  cub. 93312.  $\frac{1}{2}$  36.

oportet autem vt ex hac quantitate quæ est 40. & refert aggregatum cuborum fiant duæ partes quæ inuicem ductæ faciant illud cubum: erunt ego partes 20.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. 436.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 93312. & 20.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. 436.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 93312, &  $\frac{1}{2}$  v. cu. harum partium ductæ inuicem producant  $\frac{1}{2}$  cu. 93312.  $\frac{1}{2}$  536. & cubi sunt 40. Partes igitur sunt  $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{2}$  cu. 20.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. quad. 436.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 93312. &  $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{2}$  cu. 20.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. quad. 436.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 93312. cum ergo producant inuicem ductæ c. e, id est  $\frac{1}{2}$  cub. 16.  $\frac{1}{2}$  2.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 4. vbiefset  $\frac{1}{2}$  illa binomia proportionem habens, haberemus quæsitum cum sit ex natura binomij cubici. Hoc volui scribere vt intelligeres subtilitatem operationis: & quod æstimationo non est in quantitate cognita, nisi vt diuisum scilicet velut diuidendo quantitatem aliquam per virgulam quæ nou habet nomen, & ita est & non est: est tamen notior & magis habilis ad omnes operationes quantitatis solidæ: imò est quasi media inter solidam & per se notam, in quo genere sunt omnes  $\frac{1}{2}$  simplices & coniunctæ.





# Cap. LIII. De diligenti confid. 425

## CAPVT LII.

De modo omnium operationum in quantitatibus medio modo notis.

**D**Ebes scire quod omnes operationes multiplicatio, diuifio, additio, detractio & re. inuentio in huiusmodi, est velut in partibus numerorum, velut volo multiplicare,

3  $\frac{1}{2}$  re. cu. 7. m. re. cu. 2. per  
re. 6. p. re. 5. p. re. 3. m. re. 2. m. 1. re. cu. 5.  
m. re. cu. 3. p. re. 2.

oportet vt ducas denominatores simul & fiet hoc

re. cu. 189. m. re. cu. 54

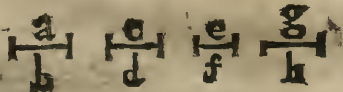
re. 12. p. re. 10. p. re. 6. m. 2. m. re. 2. p.  
re. cu. quad. 5400. p. re. cu. quad. 3125.  
p. re. cu. quad. 675. m. re. cu.  
re. cu. 189. m. re. cu. 54.

quad. 200. m. re. cu. 5. m. re. cu. quad.  
1944. m. re. cu. quad. 1125. m. re. 243. p.  
re. cu. quad. 72. p. re. cu. 3.

Et fimiliter facies in diuifione additionib. ac detractiōib. reducendo ad idem genus quantitates fimplexes; & fimiliter in capiēdo radicem. Velut capio radicem 25.

14. p. re. 120. p. re. 2. m. re. 48. m. re. 24. m. re. 10. m. re. 5. capio re. cu. 25. & est 5. & capio radicem infra scripti denominatoris, & est re. 6. p. re. 5. m. re. 2. m. 1. & habeo  $\frac{5}{120}$  ductum

hoc ad veram quantitatem per sua contraria fiet diuifor, qui fit b, & qui diuiditur multorum nominum a, & 5.



diuifus c. & re. 6. p. re. 5. m. re. 2. m. 1. dicatur d & dicatur 25. numerator primus & fuus denominator feptem nominum f. Quia ergo a ad b vt c ad d & e ad f vt c ad d duplicata erit e ad f vt a ad b duplicata Igitur fi ducantur a & b in fe, & producantur g & h erit h. numerus, & g. h proportio nota, & est g ad h. vt e ad f igitur g ad f nota. Et hæc est sexta operatio propria quantitatibus mediis.

Per 20. sexti  
Elem.

## CAPVT LIII.

De diligenti confideratione quorundam fuperius dictorum.

**E**T iam dicamus quod cubus æqualis fit 12. rebus p. 20. & rei æftimatio est re. cub. 16. p. re. cu. 4. & hæc potest tribui dando 20. numerum cubis fimiliter, & potest idem numerus dari ambobus cubis & duobus mutuis, & etiam ambobus cubis & quatuor mutuis parallelepdis, & ira trifariam: confideremus ergo poftquam capitu-

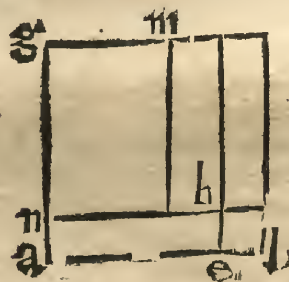
Tom. IV.

li inuentio, ac regula cum demonstratione fumpta fuit, per primum modum. Sumemus ergo cubum dimidii æftimationis, id est re. cu. 2. p. re. cu.  $\frac{1}{2}$ , & est 2  $\frac{1}{2}$  p. re. cu. 54. p. re. cu. 13  $\frac{1}{2}$ , & duplum eius quod est minimum, quod poffit produci ex diuifione æftimationis est 5. p. re. 43  $\frac{1}{2}$  p. re. cu. 108. liquet igitur non poffe diuidi fic hanc re. propter numeri paruitatem, nam cubus totius effet 20. p. re. cu. 27648. p. re. cu. 6912. Sin autem capiamus 1. cu. æqualem 12. rebus p. 34. erit æftimatio re. cu. 32. p. re. cu. 2. & duplum cubi dimidij 8  $\frac{1}{2}$  p. re. cu. 1024. p. re. cub. 54. & hoc totum est proximum 22  $\frac{1}{2}$  ideo duo mutua poterunt contineri in 11  $\frac{1}{2}$  diuides ergo 34. per re. cu. 32. p. re. cu. 2. exit re. cub. 1024. m. re. cu. 64. quod est 4. m. re. cub. 4. & hoc oportet effe æquale duobus quadratis, fac ergo ex re. cu. 32. p. cu. 2. duas partes, quarum quadrata fint æqualia trinomio illi accipe ergo dimidium trinomij, & est re. cu. 128. m. 2. p. re. cub.  $\frac{1}{2}$  a quo aufer quadratum dimidij diuidendi, id est quadratum re. cu. 4. p. re. cub.  $\frac{1}{4}$  & est re. cu. 16. p. 2. p. re. cu.  $\frac{1}{16}$  detrahe, relinquetur re. cu. 54. m. 4. p. re. cu.  $\frac{1}{16}$  huius igitur re. v. addita & detracta oftendit partes hoc modo. Iam ex-

re. cu. 4. p. re. cu.  $\frac{1}{4}$  p. re. v. re. cu. 54. p.  
re. cu.  $\frac{1}{16}$  m. 4  
re. cu. 4. p. re. cu.  $\frac{1}{4}$  m. re. v. re. cu. 54. p.  
re. cu.  $\frac{1}{16}$  m. 4.

go vides quod cubus æquatur 34. ita quod 34. numerus est æqualis duobus cubis cum duobus mutuis partium & quia refiduum est numerus rerum, & est duplum mutuorum diuifo eo per rem, exhibit numerus rerum quem constat effe eundem.

Proponatur ergo a b & c d 4. & fint res & fint earum quadrata b g d k fit autem a b diuifa in e. vt cubi g h, h b fint quadraginta, & erunt b res p. 40. æqualia toti cu-

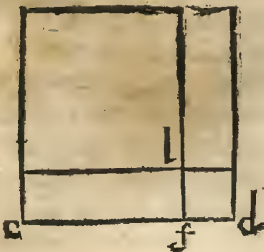


bo, & ideo auferatur m h æqualis a h erunt igitur tres illæ superficies b & iuxta altitudinem a b, b res & ex a b in m n & h b 40. & a c erit re. v. cu. 20. p. re. 392. & e b. re. v. cu. 20. m. re. 392. & fit e f 3. & f d erit 1. & cubi k l & l d cum duobus mutuis corporibus, & hoc est quantum fit ex c d in k l l d iterum 40. & erunt superficies k l & l d 10. & æquales neceffario fuperficiebus m n & h b quia & ipfæ ductæ in a b quæ est æqualis c d producit 40. Igitur quia volo in prima superficie quod foli cubi æquales fint 40. & in fecunda quod cubi cum duobus corporibus mutuis efficiant idem 40. & quod æftimatio fit eadem, igitur

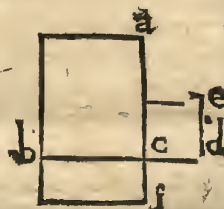
N n 3 tus



tur necesse est vt in secunda figura 1. cub. æquetur 6. rebus etiam p. 40. sed diuifio in fest. proximior medio quam in prima figura in e nec regula illa seruit huic æquationi sic intellecta, ergo oporteret inuenire aliam ei propriam. Idem igitur dico de exemplo superiore, ponatur a b. 32. cu. 32. p. 32. cu. 2. & sit diuifio binomij in e & 1. cu. æqualis 12. rebus p. 34. & erunt n m & h b 12. In secunda autem figura erunt itidem k l, l d 12. sed diuifio erit, vt propositum est in f nec licebit cum æquatione 1. cu. æqualis 12. rebus p. 34. inuenire c d vt composita est ex c f & f d, sed ex a l a regula, sed inueniemus a b vt est diuifa in partes a e, e b e c postmodum si noluerimas a f, f d. Hoc tamen satis est vt intelligamus dari quantitatem mutnam, quæ possit eo modo ducta producere numerum. Si fuerint duæ quantitates quod fit ex prima in quadratum secundæ, est æquale ei quod fit ducta secundæ in primæ in se. Hoc autem commutandi causa. Sit prima a b quadratum, secunda c d fiat ergo ex



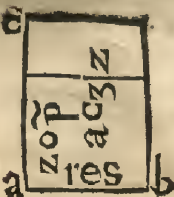
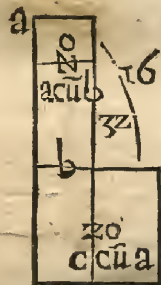
b c in c d b f dico b f esse latus b a in c e. Quia enim ex a b in c d fit quantum ex b c in b f, eo quod vtroque ducitur c d in quadratum b c, erit proportio corporis c d in a b ad b f superficiem linea b c. Similiter proportio corporis ducti in b c ad a b est quadratum c d, igitur proportio producti a b in c e ad b f est ipsa b f, igitur b f in se ducta, producit a b in c e.



## SCHOLIUM.

32. p. lat. a.

Ex visis hic & superius apparet siquid, quod omnes regulæ vigesimi quinti capituli Artis magnæ, quas vocant speciales, sunt generales & dicuntur speciales solum ratione generis æstimationis, & ideo si quis dicat cu. æqualis est 20. rebus p. 32. dicemus quod æstimatione est 20. d. p. 32. p. 32 id est diuifum in partem & radicem producentes 32. Et similiter erit 32. p. 20. cum p. 32. id est producentis 20. cum producente 32. Et similiter dicetur. Ag. 32. p. 20. p. n. 16. id est aggregatum radicem partium 20. quæ mutuo duæ producunt 16. dimidium 32. Dicemus etiam ex superius dictis hoc idem, vt res redigatur ad tres æstimationes, nam aliæ sunt confusæ. Ex quibus sequitur quod istæ æstimationes inter se erunt æquales. Et similiter



cum operatus fueris in illis, transibis ex vno in aliud capitulum, vt cum æstimatione. Et

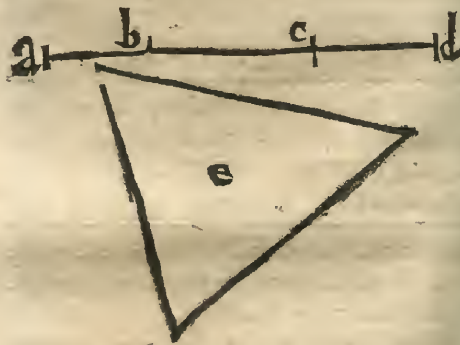
20. d. p. 32. p. 32.  
32. p. 20. cu. 1. 32.  
Ag. 32. p. 20. p. m. 16.

nota quod in figura a variat magnitudinem iuxta singulas regulas.

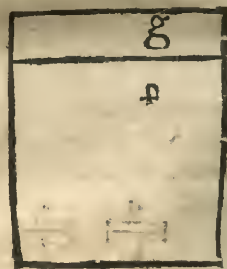
## CAPVT LIIII.

## De perpetua additione quantitatum.

Dico quod si capias duas quantitates ab b c & iungas eas, & sit producti b a in a c aggregatum à quadrato b c differentia superficies e, dico quod si addatur a c tan-

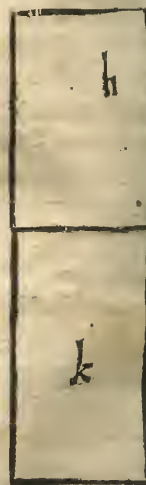


quam parti c d æqualis b c quod differentia quadrati a c conuersa ratione à producto c d in a d, & hoc semper procedet, id est posita a d vna parte addemus æqualem a c, & fiet a c in aggregatum a d & a c differentia à quadrato ad idem e. ostensa prima patent reliquæ. Et semper fit commutatio, nam si in prima quadratum b c sit maius eo quod ex a b in a c erit in secunda quod fit ex c d in a d maius quadrato a c. Quod ergo fit ex c b in se



Per 4. secunda  
di Elem  
Per 1. secunda  
di Elem.

cum eo quod fit ex c a in se est æquale duplo quadrati c b in se, & duplo c b in a b, & quadrato a b quod etiam fit ex a b in a c, & c d in d a est æquale eisdem quinque superficiebus, igitur quadrata c b & c a sunt equalia duabus superficiebus a b in a c, & d c in d a, sint ergo quadrata b c, c a superficies f g, ita vt f sit æqualis quadrato a c, g quadrato b c, superficies autem h k æqualis a b in a c, & c d in d a, erit igitur vt demonstratum k h æqualis f g, sit autem h æqualis a b in a c, k autem æqualis c d in d a, quantum igitur h excedit g tantum f k, vel contra quantum g excedit h tantum k excedit f, sed differentia g & h ex supposito est e, igitur e est etiam differentia f & k, sed f est æquale quadrato a c, & k producti ex c d in d a, igitur constat propositum.



## CAPVT

cap. 2.

Cap. 28.

Vide supra  
cap. 31. &  
40. in fine,



C A P V T. LV.

*Quæstio generalissima, per quam ex tribus conditionibus vniuersalibus ad unam deuenimus quantitatem specialem, & est admirabilis.*

**E**st quantitas cuius latus ductum in residuum producti latus tanto maius est latere aggregati quanto residuum totius detractis duobus lateribus maius est hoc ipso latere. Quantitas est 1. quad. latus 1. pos. residuum 1. quad. m. 1. pos. latus igitur producti R. 1. cu. m. 1. quad. habemus igitur 1. pos. R. 1. cu. m. 1. quad. & 1. quad. m. R. 1. cu. m. 1. quad. & m. 1. pos. quæ se æqualiter excedunt: igitur vt in proportionibus æqualibus multiplicatio, ita in excoëssibus coniunctio 1. quad. m. R. 1. cu. m. 1. quad. duplum erit R. 1. cu. m. 1. quad. Et idèd 1. quad. æquale triplo R. 1. cu. m. 1. quad. quod est R. 9. cu. m. 9. quad. Igitur 1. quad. quad. æquale 9. cu. m. 9. quad. & 1. quad. p. 9. æqualia 9. pos. igitur res est  $4\frac{1}{2}$  m. R.  $11\frac{1}{4}$ . Aggregatum  $31\frac{1}{4}$  m. R.  $911\frac{1}{4}$  detrahe  $4\frac{1}{2}$  m. R.  $11\frac{1}{4}$ . Relinquitur aggregatum secundæ & tertiæ 27. m. R. 720. hanc diuide vt æqualiter se excedant, detrahe duplum  $4\frac{1}{2}$  m. R.  $11\frac{1}{4}$  ex 27. m. R. 720. relinquantur 18. m. R. 405. cuius sume tertiam partem quæ est 6. m. R. 45. adde primæ habebis  $10\frac{1}{2}$  m. R.  $101\frac{1}{4}$ , tertia fiet simili ex additione  $16\frac{1}{2}$  m. R.  $281\frac{1}{4}$ .

$$\begin{array}{l} 4\frac{1}{2} \text{ m. R. } 11\frac{1}{4} \\ 10\frac{1}{2} \text{ m. R. } 101\frac{1}{4} \\ 16\frac{1}{2} \text{ m. R. } 281\frac{1}{4} \end{array}$$

Q V A E S T I O II.

Linea a b est decem diuisa in quatuor quantitates æqua proportionem & differentiarum illarum, simul iunctæ sunt quinque. Sit igitur a e 1. & c d 1. pos. d e erit 1. quad. & e b 1. cu. Et quia ex regulis generalibus quantitatum differentiarum a c, c d, d e, e b, sunt æquales differentiarum a c & e b, in quotuis quantitatibus quolibet modo, & ordine sumptis erit differentia a c a b c b a d a b 1. cu. m. 1. ad 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. igitur dupla, quare 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. æqualia 2. cu. m. 2. & 1. cu. æqualis 1. quad. p. 1. pos. p. 3. & est in capitulo & clarum. Habebimus ergo aggregatum 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. at nos volebamus non illud, sed 10. dicemus ergo si a b aggregatum esset 10, quanta esset a c, duc 10. in 1. fit 10. diuide per aggregatum, exibat quantitas a c in linea a b quæ est 10. & ea quantitas ducta per rem produceret c d, eadem ducta in rem produceret d e deductis a c, c d & d e ex a b, relinqueretur nota etiam b e.

Q V A E S T I O III.

Quod si dicat differentias a c & c d, item-

quæ d e & e b esse quinque cum tota a b sit decem: ponemus vt prius, & erunt differentiarum c d & e a 1. pos. m. 1. & e b & e d 1. cu. m. 1. quad. igitur 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. sunt dupla 1. cub. m. 1. quad. p. 1. pos. m. 1. Quia ergo 1. cub. p. 1. quad. se habet ad 1. pos. p. 1. vt 1. cu. m. 1. quad. ad 1. pos. m. 1. nam vtriusque proportio est 1. pos. erit permutando 1. cu. p. 1. quad. ad 1. cu. m. 1. quad. vt 1. pos. p. 1. ad 1. pos. m. 1. igitur iungendo erit proportio 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. ad 1. cu. m. 1. quad. p. 1. pos. m. 1. vt 1. pos. p. 1. ad 1. pos. m. 1. At illa proportio fuit dupla, duplum igitur est 1. pos. p. 1. ad 1. pos. m. 1. & 1. pos. p. 1. æqualis 2. pos. m. 2. igitur 1. pos. æqualis 3. proportio igitur quantitatum tripla est. Erunt igitur quantitates 1. 3. 9. 27. tota igitur a b est 40. At nos supponimus eam esse decem solum, igitur cum 40. sit quadruplum ad 10 erunt a c, c d, d e, e b, quarta pars 1. 3. 9. 27. Quare erunt  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{9}{4}$ ,  $\frac{27}{4}$ . Et differentiarum  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{3}{4}$  &  $2\frac{1}{4}$  &  $6\frac{3}{4}$  sunt 5. 1. 1.  $\frac{1}{2}$  &  $4\frac{1}{2}$ .

Ideo nota quod aggregatum quatuor *Coroll. 1.* quantitatum, ad aggregatum illarum duarum differentiarum proportionem habet quam proportio ipsa monade addita habet ad proportionem ipsam detracta unitate, vt ita liceat latinè lequi tamen. Velut 8. 12. 18. 27. aggregatum 65. aggregatum differentiarum 13. proportio quintupla, & est vt  $2\frac{1}{2}$  ad  $\frac{1}{2}$ , est autem  $2\frac{1}{2}$  1. p. proportionem sexquialtera, quæ scribitur  $1\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{2}$  m. eadem proportionem.

Ex hoc etiam sequitur, quod cum proportio aggregati ad duas differentias primæ & secundæ, item quæ tertiæ & quartæ fiat detracta & addita monade ad proportionem partium, & in omnibus quantitatibus eadem maneat, quod si voluero aliquam proportionem, vt pote nonuplam inter aggregatum quantitatum & duarum differentiarum accipiam. 1. m. in proportionem. 1. octuplam, & accipiam partem octauam 2. & est  $\frac{1}{4}$  cui addam 1. & est  $1\frac{1}{4}$ , & hæc erit proportio scilicet sexquiquarta, etsi voluero decuplam aufero 1. fit nonupla, & capio nonam partem 2. quæ est  $\frac{2}{9}$  & ei addo 1. fit  $1\frac{2}{9}$  proportio 1. superbi-partiens duas nonas, & si voluero supertripartientem decimas. 1.  $1\frac{3}{10}$  inter quantitates vt habeam proportionem aggregati ad aggregatum, vt 23. ad 3. & habebis quantitates vt vides, ideo detrahe 3. à 23. relinquitur 20. diuide 2. per 20 exit  $\frac{1}{10}$  sumo triplū, & est  $\frac{3}{10}$ , cui addo 1. & fit  $1\frac{3}{10}$ , proportio partium quæ sita & idem in aliis.

|                 |      |
|-----------------|------|
| Quant.          | 1000 |
|                 | 1300 |
|                 | 1690 |
|                 | 2197 |
| Ag. q.          | 6187 |
| Ag. d.          | 807  |
| Propor. 23 ad 3 |      |

Quantitatum proportionem ad aggregatum *Coroll. 3.* manent eadem dico ad aggregatum differentiarum omnium, & primæ & tertiæ, & ad differentiam secundæ à tertiæ: Et tamen vna est facillima inuentu, scilicet ad differentiam primæ & secundæ & tertiæ & quartæ, alia difficilima, scilicet ad aggregatum omnium, vt visum est in quæstione



secunda, alia fermè impossibilis scilicet ad differentiam secundæ & tertiæ. Nam cum proportio ad aggregatum omnium sit vt vides, & similiter ad aggregatum duarum differentiarum detracta vna ab alia, seu in prima positione relinquetur proportio aggregati ad differentiam secundæ & tertiæ vt 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. ad 1. quad. m. 1. pos. & ita fiet æquatio cubi rerum &

|                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| 1 cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1.  |  |
| 1. cu. m. 1. quad. p. 1. pos. m. 1. |  |
| 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. |  |
| 1. cu. m. 1.                        |  |
| 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. |  |
| 1. quad. m. 1. pos.                 |  |

& numeri æqualium quadratis : quantum ad generalem modum.

Quia verò proportionēs se habent inuicem vt 1. pos. 1. quad. & 1. cu. proportionis, proportio enim secundæ ad primam est simplex & vna, & tertiæ ad secundam vt quad. & quartæ ad tertiā vt cubus. Velut vides in exemplo, differentiæ vero sunt in eadem proportionē: Ideo si quis dicat diuide 10. in quatuor quantitates, quarum proportio differentiarum extremarum sit tripla ad mediam facile inuenies, nam habebis 1. cu. m. 1. quad. p. 1. pos. m. 1. tripla ad 1. quad. m. 1. pos. diuide per 1. pos. m. 1. habebis 1. quad.

|                |                |                |     |
|----------------|----------------|----------------|-----|
| 8.             | 12.            | 18.            | 27. |
| $1\frac{1}{2}$ | $2\frac{1}{4}$ | $3\frac{3}{8}$ |     |
| 4              | 6              | 9              |     |

p. 1. æqualem 3 pos. igitur res est  $1\frac{1}{2}$  m. 2.  $1\frac{1}{4}$ , hæc erit proportio quantitatum iuxta quam diuidemus postea 20. & semper differentia primæ à secunda & tertiæ à quarta, tripla erit differentiæ secundæ à tertiā.

#### QVÆSTIO IV.

Iuxta quam faciemus quatuor quantitates in continua proportionē quarum differentia secundæ à tertiā sit 2. & primæ à secunda, & tertiæ à quarta 6. Erunt igitur illæ differentiæ in ea proportionē, vtpote  $1\frac{1}{2}$  m. 2.  $1\frac{1}{4}$  |  $3\frac{3}{8}$  m. 2.  $1\frac{1}{4}$  9. m. 2. 80. Sed media differentia non est 2. dic ergo si  $3\frac{3}{8}$  m. 2.  $1\frac{1}{4}$  esset 2. quid erit  $1\frac{1}{2}$  m. 2.  $1\frac{1}{4}$  & 9. m. 2. 80. Duc. 2. in eas quantitates, fient vt vides : diuide eas per  $3\frac{3}{8}$  m. 2.  $1\frac{1}{4}$  & est vt multiplices per binomium omnia fietque

|                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| 3. m. 2. 5.                         |  |
| 18. m. 2. 320.                      |  |
| $3\frac{1}{2}$ m. 2. $1\frac{1}{4}$ |  |
| $3\frac{1}{2}$ p. 2. $1\frac{1}{4}$ |  |

diuisor. 1. & est ac si non diuideres quantitates, ergo erunt vt vides, sed hæ sunt differentia quantitatum. Pones ergo primam 1. pos. secundam 1. pos. p. 3. m. 2. 5. tertiā 1. pos. p. 5. m. 2. 5. quartam 1. pos. p. 8. duc primam in vltimam sunt 1. quad. p. 8. pos.

æqualia ductui secundæ in tertiā, qui est 1. quad. p. 8. pos. m. 2. 5. 20. p. 20. numero m. 2. 320. Igitur pos. 2. 20. æquantur 120.

|             |  |
|-------------|--|
| 1.          |  |
| 3. p. 2. 5. |  |
| 2.          |  |
| 3. m. 2. 5. |  |

m. 2. 328. diuide numerum per numerum positionum, erit rei æstimatio 2. 20. m. 4. Igitur quantitates erunt vt vides.

Et constat quod sunt in continua proportionē : nam ex prima in tertiā sit 6. m. 2. 20. quod est quadratum secundæ. Et differentia primæ à secunda est 3. m. 2. 5. &

|              |                        |
|--------------|------------------------|
| 2. 5. m. 1.  | 1. pos.                |
| 2. 5. m. 1.  | 1. pos. p. 3. m. 2. 5. |
| 2. 5. p. 1.  | 1. pos. p. 5. m. 2. 5. |
| 2. 20. p. 4. | 1. pos. p. 8.          |
| 2. 180.      |                        |

tertiæ à quarta 3. p. 2. 5. quæ iunctæ faciunt 6. & differentia secundæ à tertiā est 2. vt propositum est.

#### CAPVT LVI.

De duabus quæstionibus pulchris sed impertinentibus.

Cum fuerint tres quantitates, & volueris eas diuidere in duos ordines quantitatum eiusdem proportionis primum diuides secundum pro arbitrio. 1. mediam, quia innumeris modis poterit solui quæstio, vt etiam sub certa porportionē quantitatum vt libet variatis iuxta proportionis naturam, erunt ergo duo generales modi, scilicet quantitatis & proportionis. Sint ergo quantitates 5. 8. 13. Et proportionem allumamus duplam, erunt igitur 5. m. 1. pos. 8.

|                             |                    |                 |
|-----------------------------|--------------------|-----------------|
| 5. m. 1. pos.               |                    |                 |
| 8. m. 2. pos.               |                    |                 |
| 13. m. 4. pos.              |                    |                 |
| <hr/>                       |                    |                 |
| 65. p. 2. quad. m. 33. pos. |                    |                 |
| 64. p. 4. quad. m. 32. pos. |                    |                 |
| <hr/>                       |                    |                 |
| $\frac{2}{29}$              | $\frac{4}{29}$     | $\frac{10}{29}$ |
| $\frac{4}{29}$              | $\frac{7}{29}$     | $\frac{12}{29}$ |
| <hr/>                       |                    |                 |
| Aggreg. Prim. Sec. Agg. 3.  |                    |                 |
| 5 \                         | $\frac{2}{6}$      | 23              |
| 20                          | $\frac{6}{*}$      |                 |
| 13                          | 36.   32           |                 |
| $1\frac{7}{13}$             |                    | 13              |
|                             |                    | $2\frac{8}{13}$ |
| <hr/>                       |                    |                 |
| $2\frac{7}{13}$             |                    |                 |
| $1\frac{7}{26}$             | $1\frac{413}{676}$ |                 |
|                             | $1\frac{13}{49}$   |                 |
| $\frac{7}{26}$              | $\frac{49}{676}$   |                 |

m. 2. pos. 13. m. 4. pos. in continua proportionē, quare vt vides extrema inuicem conueniunt



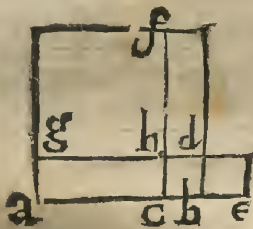
niunt ducta cum media in se, & abiecto numero quadratorum vtrinque qui semper erit idem erit 1. pos. æqualis 1. igitur quantitates erunt 1. 2. 4. & reliquæ 4. 6. 9. & hic modus est facilis. Etenim si posuisses in proportionem quadrupla fuissent, vt vides. At si quantitates mediæ iam distinctæ supponantur. Velut in primo exemplo à latere vides. Duc. 5. primum aggregatum in 4. quadratum mediæ minoris fit 20. diuide per 13. aggregatum maiorum exit  $1\frac{7}{13}$ , detrahe inde 4. quadratum mediæ minoris ex 36. quadrato mediæ maioris relinquitur 32. diuide per 13. exit  $2\frac{7}{13}$  detrahe ex 5. minore aggregato relinquitur  $2\frac{7}{13}$ , cuius dimidio in se ducto cum fiat  $1\frac{413}{676}$  detrahes iam seruatum primum prouentum, & est  $1\frac{7}{13}$  relinquetur  $\frac{49}{676}$  cuius  $\frac{7}{26}$  addita vel detracta ab  $1\frac{7}{13}$  dimidio residui minoris aggregati ostendit partes 1. vel  $1\frac{7}{13}$ . Igitur partes erunt se-

|                 |    |                |
|-----------------|----|----------------|
| 1.              | 2. | 4.             |
| 4.              | 6. | 9.             |
| $\frac{20}{13}$ | 2. | $\frac{23}{5}$ |
| $\frac{45}{13}$ | 6. | $\frac{52}{5}$ |
| 5.              | 4. | m. 1. pos. 13. |
|                 | 4. | p. 1. pos.     |

cundum primam æstimationem 1. 2. 4. & 4. 6. 9. & iuxta secundam. Quod si aggregata sint mutua 1. vt prima cum tertia coniungatur, erunt gratia exempli 8. & 2. & 6. & 10. peruenies ad notitiam eodem modo 4. 2. 1. & 4. 6. 9. &  $\frac{4}{5}$  2. 5. &  $7\frac{1}{5}$  6. 5. & ideo duplex ordo videtur ex his haberi.

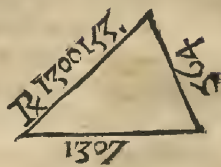
## REGVLA SECVNDATA Pomponij de Bolognetis.

Sint duæ lineæ a b & b c gnomon, qui est differentia quadratorum c g f d, & producat b c æqualis b c, dico quod rectan-



gulum ex a c differentia in a e aggregatum laterum est æquale gnomoni dicto. Nam ex Prima secundi Elementorum quod fit ex a c in a e, est æquale ei quod fit ex a c in se, & in c b & b c. Sed quod fit ex a c in se ipsum est æquale quadrato g f, & quod fit ex a c in b c est æquale rectangulo c g ex diffinitione data in initio Secundi Elementorum: & quod fit ex a c in b e est æquale rectangulo d f, quia b e est æqualis c h, etenim supposita est æqualis b c & d f est æquale a b, ex his quæ dicta sunt in Primo Elementorum, igitur liquet patet propositum.

Propos. 43.



|         |               |
|---------|---------------|
| 1307.   | 564.          |
| 1708249 | 318096.       |
| 318096  |               |
| 1390153 | 1307.         |
|         | 564.          |
|         | 1871.         |
|         | 743.          |
|         | 5613.         |
|         | 7484.         |
|         | 13097.        |
|         | 1390153.      |
|         | 975342.       |
|         | 975342.       |
|         | 1950684.      |
|         | 3901368.      |
|         | 292602640.    |
|         | 487670140.    |
|         | 6827394 00.   |
|         | 8778078 160.  |
|         | 951292016964. |
|         | 1600.         |
|         | 951292018564. |

Cum ergo soleamus inuenire ex basi orthogonij & altero latere reliquum latus hoc modo, sit latus recto oppositum 1307. alterum 564. ducuntur in se, & fiunt 1708249. & 318096. detrahe vnum ex altero fit 1390153. cuius  $\frac{7}{13}$  est alterum latus. Sed ex præcedenti demonstratione longe breuius iunge 564. et 1307. fiunt 1871. detrahe etiam vnum ex altero fit 743. duc. 743. in 1871. fiunt vt supra.

In hac operatione ingrediuntur figuræ 43. in priore autem figuræ 72. Maius etiam est discrimen & licentia errandi maior in maioribus numeris. At verò ex demonstratione simili poterimus iungere latera, nam si magna sint ambo, vt pote 975342. & 975362. ducemus maiorem in se & duplicabimus, & ei addemus quadratum differentię, habebimus quadratum lateris oppositi angulo recto. Fit ergo hæc operatio tota cum 75. figuris, at alio modo 120. figuris indiget. Præterea operationes addendi in hac sunt 16. in alia 34. quod si quantitas minor parua sit, & differentia magna erit, tunc ordinatum modum sequemur.

Modus multiplicandi noster vt 87. in 89. duc 90. in 90. proximum denarium fit 8100. duc defectum seu differentiam, in differen-

tiam



tiam fit 3. totum 8103. iunge 3. & 1. fit 4. duc in 90. fit 360. detrahe. ex 8103. relinquitur 7743. si verò volueris ducere 87. in 93. duc 90. in 90. fit 8100. duc 3. in se fit 9. detrahe ab 8100. relinquitur 8091. Duc tertio 88. in 94. duc 90. in 90. fit 8100. duc 2. minus in 4. excessum fit 8. detrahe ex 8100. relinquitur 8092. detrahe 2. minus à 4. plus fit 2. plus, duc in 90. fit 180. adde ad 8092. fit 8272. Duc deum 49. in 93. duc 50. in 90. fit 4500. Et 1. in 3. fit 3. detrahe, habes 4497. duc in 90. fit 90. duc 3. in 50. fit 150. detrahe 90. à 150. relinquitur 60. adde ad 4497. habes 4557. vel ducas 47. in 88. duc 90. in 50. fit 4500. duc 3. in 2. fit 6. iunge sunt 4506. duc 3. in 90. fit 270. & 2. in 50. fit 100. iunge sunt 370. detrahe ex 4506. relinquantur 4136. semper autem oportebit duo iungere tantum aut quatuor aut duo iungere & duo minuere. Et utilis est ad supputationem quæ mente sola fit.

## CAPVT LVII.

*De tractatione æstimationis generalis capituli cubi æqualis rebus & numero.*

Cap. 40. in fine, & 53. in fine,

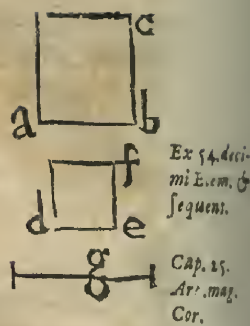
Per 47. primi Elem.

**I**am docuit te, quod æstimationis generalis capituli cubi æqualis rebus & numero non est habita, neque per regulam generalem neque specialem, nisi per illam, vt inuenias quantitatem quæ ducta in secundam, producat numerum æquationis, & illa secunda quantitas gerit vicem gnomonis, & fit prima radix seu latus aggregati ex numero rerum, & secunda illa quantitate inuenta. Et est hoc secundum naturam (vt dixi) quia linea ponitur latus aggregati duarum superficierum quadratarum, & ideo erit opposita angulo recto à lateribus illorum duorum quadratorum contento. Et dixi iam quod hæc quantitas describitur, vt in exemplo cubi æqualis 20. rebus p. 32. sic 32. p. 20. c. p. 32. 1. produciens 20. cum producente 32. seu melius 20. p. d. 32. id est 20. p. diuiso 32. per ipsam radicem. Aliter 20. f. 32. id est 20. cum fragmento 32. supple per eandem radicem diuisi. Fragmentum enim est quod ex diuisione prodit. Hoc igitur nomine vtremur deinceps si cui aliorum aliquid arrideat, vel etiam nouum imponat, modo res constet non grauabor. Igitur 20. f. 32. est æstimatio cubi æqualis 20. rebus p. 32. numero vt dictum est.

Dico ergo primum quod hæc æstimatio non potest esse, neque ex natura binomij, nisi vt mutantur neque recisi sint a b c & d e f quadrata illa, & a c numerus r m d f, quod prouenit diuiso numero per g rem ipsam: quia ergo g si est binomium d e f est recisum, igitur cum a b c sit numerus, erit aggregatum ex a b c & d e f recisum, igitur latus eius est recisum: non ergo g fui-

binomium, & si ponas quod g sit recisum, erit d e f binomium & aggregatum a b c, d e f binomium, igitur latus eius binomium primum & non recisum.

Cum igitur cubus æqualis rebus & numero, vt in exemplo precedenti, vt supra visum est habeat æstimationem 20. p. 17. p. 1. & hoc est binomium, & necesse est vt sit 20. f. 32. diuiso 32. per 20. p. 17. p. 1. & sufficit ducere 20. p. 17. m. 1. in 2. fit 20. p. 68. m. 2. quod additum ad 20. efficit 18. p. 2. 68. & ita vides quod redit ad binomium, cuius 20. est 20. p. 17. p. 1 rei æstimatio, constat ergo quod nullum recisum potest esse eiusmodi: neque etiam binomium cuius prima pars sit numerus, nam fragmentum erit necessarium cum secunda parte m. & 20. igitur totum esset recisum. Est igitur querenda quantitas eius generis vt diuiso numero per eam illius possit esse radix, & constat in binomio quinto (vt dixi) & in secundo fit 20. p. 12. p. 3. vt supra volo inuenire cubum æqualem rebus & numero, fac vt in regula de modo, & videbis quod solum conuenit secundo binomio, & quinto. Regula ergo de modo duplica numerum æquationis seu æstimationis habitæ, & duc vtrumque in se & differentiam adde quadrato 20. æstimationis, & habebis numerum rerum. Inde accipe 20. quadrati rei & ab ea minue differentiam numeri rerum, & numeri quadrati rei, & hoc duc in rem ipsam, & producat numerum æquationis. Exemplum proponitur 20. p. 7. p. 2. pro æstimatione duplica 2. fit 4. duc 2 & 4. in se sunt 16. & 4. quorum differentia est 12. adde 7. quadratum 20. p. 7. fit 19. numerus rerum. Inde accipio 20. p. 112. quadrati 20. p. 7. p. 2. & ab ea minue 8. differentiam 19. numeri rerum, & 11. numeri quadrati 20. p. 7. p. 2. nam ducta in se producit 11. p. 20. p. 112. igitur numerus illius quadrati est 11. hanc ergo differentiam minue à 20. p. 112. iam seruata, & est 20. quadrati rei fiet 20. p. 112. m. 8. duc in rem quæ est radix 7. p. 2. habebis numerum 12. igitur 1. cu. æquatur 19. rebus p. 12. numero. Constat verò quod æstimatio non potest augeri, nec minui stante numero rerum & æquationis eodem, nam si augeatur quod exit minuitur, igitur & 20. aggregati quæ est res, & si minuitur quod exit, augetur igitur & 20. aggregati quæ est res & ita dum augetur minuitur, & dum minuitur augetur quod esse non potest. Constat etiam quod talis æstimatio est communis binomio cubico inuento in parte capituli, & binomio superficiali hic declarato & communis quantitas est æstimatio generalis.





# Cap. LVIII. De quantitate, &c. 431

## C A P V T LVIII.

*De communi quantitate duabus incommensuris quot modis dicatur.*

**S**Vnt ergo iam notæ duæ æstimationes cubi æqualis rebus & numero, una in parte maiore numeri, & est binomij cubici, alia in parte minoris numeri binomij ex  $\mathcal{R}$ . quadratis secundi vel quinti, & communis æstimatione quæ non potest esse incommensuris, essent enim inter se commensuræ, & quarta scilicet quæ intelligitur in parte minoris numeri, deficere igitur commune oportet ut dicatur per coniunctionem. Sint igitur a b & b c incommensuræ, & sint



$\mathcal{R}$ . 8.  $\mathcal{P}$ . 2. |  $\mathcal{R}$ . cu. 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2.

coniunctæ ita ut medium earum sit d id est aggregari, ut gratia exempli, a b sit  $\mathcal{R}$ . 8.  $\mathcal{P}$ . 2. & b c  $\mathcal{R}$ . cu. 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. Postquam igitur non potest esse communis æstimatione per commensuram commune: ita enim essent eiusdem naturæ inter se, aut erunt ergo per viam additionis & deductionis ut sit a d, igitur a d erit  $\mathcal{R}$ . 2.  $\mathcal{P}$ . 1.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{4}$ . quare b d erit  $\mathcal{R}$ . 2.  $\mathcal{P}$ . 1.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{2}$ .  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{4}$ . quam convenit addere quadrinomio, & ita potuissimus ab initio inuenire a b & b c, sicut duo hæc quadrinomia eiusdem generis. Ponamus rursus quod primum inuentum gratia exempli, sit a e quod addat super a b  $\mathcal{R}$ . cu. 2. ut eam oporteat detrachere, aut sit minus c e in  $\mathcal{R}$ . cu. 2. igitur oporteret inuenire a e & e c prius quæ sunt inæquales, & una est quantitas trinomia alia  $\mathcal{R}$ . cu. simplex, hoc autem absurdum, idcirco via operationis nulla est. Necessesse est igitur ut sit quantitas communis genere non a b nec b c, & hoc esse potest, nam animal est commune homini & asino & boui & equo, ita a b & b c continentur sub communi aliqua quantitate, quæ donec communis est omnibus habet solam eam proprietatem, quod cum diuiditur numerus simplex æquationis, per illam ipsam est  $\mathcal{R}$ . numeri rerum cum eo quod prodit. Huic accidere potest ut sit numerus, ut binomium secundi & quinti generis: ut sit  $\mathcal{R}$ . cu. binomia simplex, ut hic vel binomij cum suo reciso, vel ut sit alia quantitas semper cum illa proprietate. Diuidamus ergo 16. per  $\mathcal{R}$ . 8.  $\mathcal{P}$ . 2. exit  $\mathcal{R}$ . 128.  $\mathcal{M}$ . 8. addo ad 20. fit 12.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 128. quadratum  $\mathcal{R}$ . 8.  $\mathcal{P}$ . 2. nam cubus fuit æqualis 20. rebus 2. exit  $\mathcal{R}$ . cu. 16.  $\mathcal{M}$ . 2.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 4. hoc adde ad 6. numerum rerum sit  $\mathcal{R}$ . cu. 16.  $\mathcal{P}$ . 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 4. & hoc est quadratum  $\mathcal{R}$ . cu. 4.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 2. Commune est ergo ut vides in utraque diuisione prodire recisum, quod additum numero rerum, transeat in naturam similem quadrato rei: numerus igitur re-

rum mutat naturam eius, quod prouenit ex diuisione numeri æquationis per rem.

## C A P V T LIX.

*De ordine & exemplis in binomij secundo & quinto.*

**C**VM semper incrementum numeri, & primus numerus incipiat à  $\mathcal{R}$ . primi numeri rerum, & dimidium eius  $\mathcal{R}$ . sit secunda pars binomij stabilis, quæ est numerus æstimationis & primæ partis quadratum incipit à quarta parte primi numeri rerum & inde tam numerus rerum quam etiam incrementa quadratorum primæ partis binomij, quæ est  $\mathcal{R}$ . augeantur per monades: quæ facilius patent in suppositis exemplis primis quatuor, cum quintum sit extra ordinem manente æstimatione, velut in tertio exemplo primus numerus rerum est 9. cuius  $\mathcal{R}$ . est 3. à quo incipit primus numerus æquationis, & eius dimidium est 1.  $\frac{1}{2}$  pars secunda æquationis, quæ remanet immobilis, & prima quæ est  $\mathcal{R}$ . 2.  $\frac{1}{4}$  cuius quadratum est quarta pars primi numeri rerum, id est 9. Et augeantur talia quadrata post modum per monadem, seu unum, ut etiam numerus rerum, ut in figura vides.

*Exemplum primum incrementi per 1.*

|       |                    |          |  |                |
|-------|--------------------|----------|--|----------------|
| 1 cu. | 0 $\mathcal{P}$ .  | 1. pos.  | $\mathcal{R}$ . $\frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .    | $\frac{1}{2}$  |
| 1 cu. | 1 $\mathcal{P}$ .  | 2. pos.  | $\mathcal{R}$ . $1 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .  | $\frac{3}{4}$  |
| 1 cu. | 2 $\mathcal{P}$ .  | 3. pos.  | $\mathcal{R}$ . $2 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .  | $\frac{5}{4}$  |
| 1 cu. | 3 $\mathcal{P}$ .  | 4. pos.  | $\mathcal{R}$ . $3 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .  | $\frac{7}{4}$  |
| 1 cu. | 4 $\mathcal{P}$ .  | 5. pos.  | $\mathcal{R}$ . $4 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .  | $\frac{9}{4}$  |
| 1 cu. | 5 $\mathcal{P}$ .  | 6. pos.  | $\mathcal{R}$ . $5 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .  | $\frac{11}{4}$ |
| 1 cu. | 6 $\mathcal{P}$ .  | 7. pos.  | $\mathcal{R}$ . $6 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .  | $\frac{13}{4}$ |
| 1 cu. | 7 $\mathcal{P}$ .  | 8. pos.  | $\mathcal{R}$ . $7 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .  | $\frac{15}{4}$ |
| 1 cu. | 8 $\mathcal{P}$ .  | 9. pos.  | $\mathcal{R}$ . $8 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .  | $\frac{17}{4}$ |
| 1 cu. | 9 $\mathcal{P}$ .  | 10. pos. | $\mathcal{R}$ . $9 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ .  | $\frac{19}{4}$ |
| 1 cu. | 10 $\mathcal{P}$ . | 11. pos. | $\mathcal{R}$ . $10 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ . | $\frac{21}{4}$ |
| 1 cu. | 11 $\mathcal{P}$ . | 12. pos. | $\mathcal{R}$ . $11 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ . | $\frac{23}{4}$ |
| 1 cu. | 12 $\mathcal{P}$ . | 13. pos. | $\mathcal{R}$ . $12 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ . | $\frac{25}{4}$ |
| 1 cu. | 13 $\mathcal{P}$ . | 14. pos. | $\mathcal{R}$ . $13 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ . | $\frac{27}{4}$ |
| 1 cu. | 14 $\mathcal{P}$ . | 15. pos. | $\mathcal{R}$ . $14 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ . | $\frac{29}{4}$ |
| 1 cu. | 15 $\mathcal{P}$ . | 16. pos. | $\mathcal{R}$ . $15 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ . | $\frac{31}{4}$ |
| 1 cu. | 16 $\mathcal{P}$ . | 17. pos. | $\mathcal{R}$ . $16 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ . | $\frac{33}{4}$ |
| 1 cu. | 17 $\mathcal{P}$ . | 18. pos. | $\mathcal{R}$ . $17 \frac{1}{4}$ $\mathcal{P}$ . | $\frac{35}{4}$ |

*Exemplum secundum incrementi per 2.*

|       |                    |          |                                     |    |
|-------|--------------------|----------|-------------------------------------|----|
| 1 cu. | 0 $\mathcal{P}$ .  | 4. pos.  | $\mathcal{R}$ . 1. $\mathcal{P}$ .  | 1  |
| 1 cu. | 2 $\mathcal{P}$ .  | 5. pos.  | $\mathcal{R}$ . 2. $\mathcal{P}$ .  | 1. |
| 1 cu. | 4 $\mathcal{P}$ .  | 6. pos.  | $\mathcal{R}$ . 3. $\mathcal{P}$ .  | 1. |
| 1 cu. | 6 $\mathcal{P}$ .  | 7. pos.  | $\mathcal{R}$ . 4. $\mathcal{P}$ .  | 1. |
| 1 cu. | 8 $\mathcal{P}$ .  | 8. pos.  | $\mathcal{R}$ . 5. $\mathcal{P}$ .  | 1. |
| 1 cu. | 10 $\mathcal{P}$ . | 9. pos.  | $\mathcal{R}$ . 6. $\mathcal{P}$ .  | 1. |
| 1 cu. | 12 $\mathcal{P}$ . | 10. pos. | $\mathcal{R}$ . 7. $\mathcal{P}$ .  | 1. |
| 1 cu. | 14 $\mathcal{P}$ . | 11. pos. | $\mathcal{R}$ . 8. $\mathcal{P}$ .  | 1. |
| 1 cu. | 16 $\mathcal{P}$ . | 12. pos. | $\mathcal{R}$ . 9. $\mathcal{P}$ .  | 1. |
| 1 cu. | 18 $\mathcal{P}$ . | 13. pos. | $\mathcal{R}$ . 10. $\mathcal{P}$ . | 1. |
| 1 cu. | 20 $\mathcal{P}$ . | 14. pos. | $\mathcal{R}$ . 11. $\mathcal{P}$ . | 1. |
| 1 cu. | 22 $\mathcal{P}$ . | 15. pos. | $\mathcal{R}$ . 12. $\mathcal{P}$ . | 1. |
| 1 cu. | 24 $\mathcal{P}$ . | 16. pos. | $\mathcal{R}$ . 13. $\mathcal{P}$ . | 1. |
| 1 cu. | 26 $\mathcal{P}$ . | 17. pos. | $\mathcal{R}$ . 14. $\mathcal{P}$ . | 1. |

1 cu



1 cu. 26 p. 17. pos. R. 14. p. 1.  
 1 cu. 28 p. 18. pos. R. 15. p. 1.  
 1 cu. 30 p. 19. pos. R. 16. p. 1.  
 1 cu. 32 p. 20. pos. R. 17. p. 1.  
 1 cu. 34 p. 21. pos. R. 18. p. 1.

*Exemplum tertium incrementi per 3.*

1 cu. 0 p. 9. pos. R.  $2\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 3 p. 10. pos. R.  $3\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 6 p. 11. pos. R.  $4\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 9 p. 12. pos. R.  $5\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 12 p. 13. pos. R.  $6\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 15 p. 14. pos. R.  $7\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 18 p. 15. pos. R.  $8\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 21 p. 16. pos. R.  $9\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 24 p. 17. pos. R.  $10\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 27 p. 18. pos. R.  $11\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 30 p. 19. pos. R.  $12\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 33 p. 20. pos. R.  $13\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 36 p. 21. pos. R.  $14\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 39 p. 22. pos. R.  $15\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 42 p. 23. pos. R.  $16\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 45 p. 24. pos. R.  $17\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 48 p. 25. pos. R.  $18\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 51 p. 26. pos. R.  $19\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$

*Exemplum quartum incrementi per 4.*

1 cu. 0 p. 16. pos. R. 4. p. 2.  
 1 cu. 4 p. 17. pos. R. 5. p. 2.  
 1 cu. 8 p. 18. pos. R. 6. p. 2.  
 1 cu. 12 p. 19. pos. R. 7. p. 2.  
 1 cu. 16 p. 20. pos. R. 8. p. 2.  
 1 cu. 20 p. 21. pos. R. 9. p. 2.  
 1 cu. 24 p. 22. pos. R. 10. p. 2.  
 1 cu. 28 p. 23. pos. R. 11. p. 2.  
 1 cu. 32 p. 24. pos. R. 12. p. 2.  
 1 cu. 36 p. 25. pos. R. 13. p. 2.  
 1 cu. 40 p. 26. pos. R. 14. p. 2.  
 1 cu. 44 p. 27. pos. R. 15. p. 2.  
 1 cu. 48 p. 28. pos. R. 16. p. 2.  
 1 cu. 52 p. 29. pos. R. 17. p. 2.  
 1 cu. 56 p. 30. pos. R. 18. p. 2.  
 1 cu. 60 p. 31. pos. R. 19. p. 2.  
 1 cu. 64 p. 32. pos. R. 20. p. 2.

*Exemplum quintum ubi res eadem est.*

1 cu. 216 p. 0. pos. 6.  
 1 cu. 210 p. 1. pos. 6.  
 1 cu. 204 p. 2. pos. 6.  
 1 cu. 198 p. 3. pos. 6.  
 1 cu. 192 p. 4. pos. 6.  
 1 cu. 186 p. 5. pos. 6.  
 1 cu. 180 p. 6. pos. 6.  
 1 cu. 174 p. 7. pos. 6.  
 1 cu. 168 p. 8. pos. 6.  
 1 cu. 162 p. 9. pos. 6.  
 1 cu. 156 p. 10. pos. 6.  
 1 cu. 150 p. 11. pos. 6.  
 1 cu. 144 p. 12. pos. 6.  
 1 cu. 138 p. 13. pos. 6.  
 1 cu. 132 p. 14. pos. 6.  
 1 cu. 126 p. 15. pos. 6.  
 1 cu. 120 p. 16. pos. 6.

Ex quibus sequuntur quatuor corollaria.

Ex hoc igitur ordine habemus primum quod oportet, ut cum dimidium R. sit pars secunda æstimationis, & R. sit necessario

numerus par vel impar, ut secunda pars sit numerus integer, aut numeri dimidium.

Secundò, sequitur quod capitulum non potest esse generale, quia primus numerus necessario est quadratus, nam si non sit cum incrementa fiant per radicem numeri, igitur vel primus numerus ut pote in tertio ordine erit integer & non quadratus, aut quadratus sed non integer: si quadratus & non integer, igitur cum alij numeri rerum fiant per additionem continuam unius, erunt omnes numeri rerum fracti, igitur non seruiet capitulum cubo æquali rebus integris & numero vlla ex parte quod est absurdum. Sin autem fuerit numerus & non quadratus, igitur cum incrementa fiant per R. alius, nunquam prodibit numerus verus æquationis, & ita capitulum erit inutile.

Ex hoc sequitur etiam quod nunquam numerus æquationis potest adeò augeri, ut quadratum dimidij eius sit maius cubo tertie partis numeri rerum: nam tunc per primam regulam fieret æstimatio binomium cubicum: & per hanc regulam binomium quadratum, & ita unum æquale esset alteri, quod licet esse possit, ut in hoc exemplo R. v. cu. 20. p. R. 329. p. R. v. cu. 20. m. R. 392. & est 2. p. R. 2. & 2. m. R. 2. quod est 4. non potest tamen continuari, & æstimatio resoluitur in numerum integrum.

Ex hoc habetur æstimatio proposito numero rerum & æquationis inuenias omnia quadrata contenta sub numero rerum, & suas R. cum quibus duces istas in differentiam numeri rerum, & numeri quadrati, & si producat numerus æquationis. tunc differentia illius, & quartæ partis numeri quadrati inuenti R. est prima pars binomij, & dimidium R. illius inuentæ pars secunda binomij. Exemplum 1. cu. equalis est 30 p. 19. pos. sub 19 numero rerum continentur quadrati numeri, ut a latere vides: cum vero differentia 9. a singulis sit ducta in R. numeri bifariam producitur 30. numerus æqua-

|    |    |     |     |
|----|----|-----|-----|
| 16 | 4. | 3.  | 12. |
| 9  | 3. | 10. | 30. |
| 4  | 2. | 15. | 30. |
| 1  | 1. | 18. | 18. |

tionis. In posteriore accipiemus 1. quartam partem 4. & addemus ad 15. differentiam sit 16. cuius R. quæ est 4. addito 1. constituit æstimationem 5. In priore addemus  $2\frac{1}{4}$  quartam partem 9. ad 10. differentiam sit 12  $\frac{1}{4}$  cuius R. quæ est  $3\frac{1}{2}$  addito  $1\frac{1}{2}$  dimidio 3. R. 9. sit 5. ut prius rei æstimatio.

C A P V T LX.

*Demonstratio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero.*

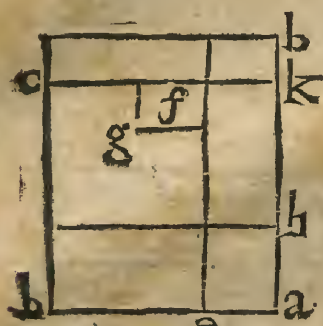
ET cum sit regula hæc quod ad æstimationem attinet specialis, ideo etiam non mirum est si sit etiam specialis in modo inueniendi, cum supponat numerum quadratum. Ergo ut generaliter considerare

cur



# Cap. LX. Demonstratio, &c. 433

tu proponamus rem ipsam a b & eius Quadratum a c, quod constat ex aliquo numero diuiso per a b & prouentu addito numero rerum, numerus igitur diui-



sus nunc ponatur superficies : ideòque poterit esse maior & minor & æqualis ipsa e proponatur primum quod sit æqualis igitur quod prouenit erit b a latus & hoc est notum : quippe numerus notus ideò nota velut 1. cub. æqualis 25. p. 20. rebus res est 5. & æqualis 36. p. 30. rebus res est 6. Sit modo B D maior quadrato A C in D E, & sit A C vnum, & quia E D erit quantum A D, & addita C D, constituit quadratum A C ex demonstratis, si ergo adderetur sola A F vt fieret A C esset numerus rerum ad vnguem E C, sed quia additur D F plus constituitur F G æqualis F D, igitur superficies E G C, erit numerus rerum puta 8. & superficies b d est numerus ex supposito, & differentia earum erit 24. qui est dodrans 32. & triplum numeri rerum A B : & ideò E D fit ex ea, id est vno, in A D seu A k cum adiecta k D igitur adiecto quadrato k D commune erit productum ex A B adiecta A D in k D monade addita equale differentia numeri æquationis, & numeri rerum cum quadrato kd. Si vero proponatur B H numerus paruus, & qui exit A H & monade ducta in A H fit E H superficies quæ adiecta numero rerum constituit quadratum A C, igitur numerus rerum est superficies H C E, & sit gratia exempli 18. & H B 8. igitur differentia erit 10. talis autem differentia est H C m. H E H c fit ex H k in A B, H E ex H a in A E. Igitur est diuisa A k æqualis A B vt ex tota in vnam partem, altera detracta relinquatur 10.

Quando ergo superficies diuidenda, & est numerus æquationis, fuerit magna, tunc in pluribus satisfaciet pars illa capituli iam inuenti per binomia ex R. cubicis, quandoque etiam non. Sed quando superficies fue-

R. cu 7. p. R. R. 3. m. R. R. 5. Quod ad propinquitatem at-

R. cu. Quad 10. p. R. 3. m. R. 2. tinet nihil refert cum perpetuo liceat appropinquare. Quo verò ad operationes illæ sunt notissimæ, ideò propono eas. Sit ergo vt velim, R.  $\frac{a}{b}$  capio R. numeratoris & denominatoris, & est R. b & R a, & superpono vnam alteri eodem ordine, &

habeo R.  $\frac{a R. a}{b R. b}$  & similiter  $\frac{R. cu. a}{R. cu. b}$  & ita R. cu.  $\frac{10.}{R. R. 5. p. R. cu. 2.}$  est R. cu. 10.  $\frac{R. vcu. R. R. 5. p. R. cu. 2.}{00}$  &c

Tom. IV.

rit minor quadrato, non poterit. Postquam ergo supponimus monadem, illa nota est : & quia supponimus a k potentia etiam alogam capiamus, gratia exempli, quod sit R. cu. 12. p. 2. cuius quadratum a c est R. cu. 144. p. R. cu. 768. p. 4. volumus ergo diuidere R. cu. 12. p. 2. vt ducta in vnam partem, & addita reliqua sit æqualis 3. gratia exempli & alteri parti: Sit ergo pars vna 1. pos. & erunt partes 1. pos. & R. cu. 12. p. 2. m. 1. pos. duc ergo 1 pos. in R. cu. 12. p. 2. fiunt pos. R. cu. 12. p. 2. & hoc est æquale R. cu. 12. p. 5. m. 1. pos. quare pos. R. cu. 12. p. p. 3. æquabuntur R. cu. 12. p. 5. diuide numerum æquationis per numerum pos. inueniendo recisum R. cu. 12. p. 3. seu R. cu. 27. p. R. cu. 12. & est R. cu.  $3\frac{3}{8}$  m. R. cu.  $1\frac{1}{2}$  p. R. cu.  $\frac{2}{3}$  duc in ipsum fit  $6\frac{1}{2}$  ducito R. cu. 12. p. 5. per  $1\frac{1}{2}$  m. R. cub.  $1\frac{1}{2}$  p. R. cub.  $\frac{2}{3}$  Hoc igitur productum diuide per  $6\frac{1}{2}$  exit res ipsa  $1\frac{6}{13}$  p. R. cu.  $\frac{128}{6591}$  m. R. cu.  $\frac{56}{2197}$ , Hæc est vna pars, aliã

$$\begin{array}{r} 1\frac{1}{2} \text{ m. R. cu. } 1\frac{1}{3} \text{ p. R. cu. } \frac{2}{3} \\ 5. \text{ p. R. cu. } 12. \\ \hline 7\frac{1}{2} \text{ p. } 2. \text{ p. R. cu. } 83\frac{1}{3} \text{ p. R. cu. } 40\frac{1}{2} \\ \text{m. R. cu. } 187\frac{1}{2} \text{ m. R. cu. } 18. \\ \hline \text{seu } 9\frac{1}{2} \text{ p. R. cu. } 5. \frac{1}{3} \text{ m. R. cu. } 12. \end{array}$$

igitur erit  $\frac{2}{3}$  p. R. cu. 12. p. R. cu.  $\frac{96}{2197}$  m. R. cu.  $\frac{128}{6591}$  ducta igitur R. cu. 12. p. 2. in  $1\frac{1}{2}$  p. R. cu.  $\frac{182}{6591}$  m. R. cu.  $\frac{96}{2197}$  & à producto detrahendo  $\frac{7}{13}$  p. R. cu.  $\frac{96}{2197}$  p. R. cu. 12. m. R. cu.  $\frac{128}{6591}$  relinquetur 3. ad vnguem. Nos autem quærimus simul quod ex ductu a b, id est R. 12. p. 2. in h a, id est residuum quod fuit  $\frac{7}{13}$  p. R. cu. 12. p. R. cu.  $\frac{96}{2197}$  m. R. cu.  $\frac{128}{6591}$  fiat numerus. Et hæc erit quantitas.

Clarum est igitur quod problema constituitur hoc modo, & componitur ex regula de modo & positione: Inuenias quantitatem quæ possit diuidi in duas partes, vt ductum totum in vnam producat 3. gratia exempli, & in reliquam partem addito priore producat 8. pro exemplo. Quoniam ergo liquet quod genus æstimationis illius est quantitas ex genere, vel forma diuisa vt  $\frac{a}{b}$  superius n. est demonstratum quod non licet diuidere nisi per quadrinomialium in R. quadratis, in cubicis per binomialium aut trinomialium analogum, vel per regulam specialem, cum ergo in cæteris non liceat, dico quod aded sunt notæ hæc quantitates vt illæ. Nam quod ad essentiam attinet ita aloga est R. 2. vt R. cu. 7. p. R. regula 3. m. R.

R. cu. 7. p. R. R. 3. m. R. R. 5. Quod ad propinquitatem at-

R. cu. Quad 10. p. R. 3. m. R. 2.

tinet nihil refert cum perpetuo liceat appropinquare. Quo verò ad operationes illæ sunt notissimæ, ideò propono eas. Sit ergo vt velim, R.  $\frac{a}{b}$  capio R. numeratoris & denominatoris, & est R. b & R a, & superpono vnam alteri eodem ordine, &

habeo R.  $\frac{a R. a}{b R. b}$  & similiter  $\frac{R. cu. a}{R. cu. b}$  & ita R. cu.  $\frac{10.}{R. R. 5. p. R. cu. 2.}$  est R. cu. 10.  $\frac{R. vcu. R. R. 5. p. R. cu. 2.}{00}$  &c



& ita voio ducere  $\frac{10.}{R. R. 5. \bar{p}. R. cu. 2. R. K^a 5. \bar{m}. R. R. R. 2. R. R. K^a 1953125. \bar{p}.}$  in  $\frac{R. 2.}{R. R. K^a 1953125. \bar{p}.}$  fit  $\frac{R. 200.}{R. R. K^a 1953125. \bar{p}.}$

$\frac{R. 200.}{R. cu. R^a 4000. \bar{m}. R. R. 10. \bar{m}. R. R. R. cu. 128.}$  & ita diuidendo multiplicabimus in crucis

modum, & habebimus  $\frac{R. R. 500000. \bar{m}. R. R. 20000.}{R. R. 20. \bar{p}. R. cu. R. 32.}$  Et contrario modo contratio di-

uidendo. Et ita in additione  $\frac{R. R^a 500000. R. R. 20. \bar{p}. R. cu. R. 32. \bar{m}. R. R. 20000.}{R. K^a 1953125. \bar{p}. R. cu. R. 40000. \bar{m}. R. R. 10. \bar{m}. R. R. cu. 128.}$

& in detractioe pariter  $\frac{R. R. 20. \bar{p}. R. cu. R. 32. \bar{p}. R. R. 20000. \bar{m}. R. R^a 500000.}{R. R. R^a 1953125. \bar{p}. R. cu. R. 4000. \bar{m}. R. R. 10. \bar{m}. R. R. cu. 128.}$

Hæc igitur eo vsque acta sint.







# S E R M O

## D E

### PLVS ET MINVS.

Li. de Ali-  
na cap. 2.



Liās scripsimus quantum ex demonstratione necessarium visum fuit quod totum concludit quod. m. in p. & in m. producit, m. ergo diuiso m. per m. producitur modo p. de modo m. Vel si sint duo m. diuisa, poterunt prodeuntia esse p. & m. omnia verò quæ diuiduntur per p. sunt similia diuiso, idè diuiso p. per p. producitur p. & diuiso m. per p. exit m. quod patet ex multiplicationibus. Ex quatuor igitur membris tria nota sunt: at si p. diuidatur per m. nihil exit, aliter ex m. in p. vel m. produceretur p. quod esse non posse demonstratum est. Sed si diuisor sit m. adiunctum habens p. quod exit, se habet ad id quod exit diuiso per p. tantum, vt se habet p. ad m. Veluti diuiso 60. per 6. m. 1. pos. & per 6. exit 10. quod se habebit ad 10. sicut 6. ad 6. m. 1. pos. vel 10. se habebit ad id quod exibat p. 10. vt 6. m. 1. pos. ad 1. pos. & hoc pendet ex demonstrati & assumptis, vt dixi, ab Euclide in secundo elementorum propterea quod ad finem artis hac in parte conducit: dicemus ergo per regulam 4. quantitatum in eadem proportionem quam vocant trium si 6. m. 1. pos. seu 10. producit 1 rem quid producet 10. duc. 10. in 1. rem, sunt 10. res, diuide per 6. m. 1. pos. exeunt <sup>10. res</sup> 6 m. 1. re. Raphaël au-

Prop. 7.

|               |             |
|---------------|-------------|
| 6. m. 1. pos. | 10. res     |
| 1 pos.        | 6. m. 1. re |

tem Bombellus Bononiensis contraxit hanc ad 2. cub. Binomij & recisi, quia non videbatur m. hoc utile nisi pro perfectione cubi æqualis rebus & numero: sed ibi est 2. cu. l. duplex Binomij scilicet & sui recisi: idè rectè contraxit hoc m. ad illas duas conditiones 2. cub. scilicet l. & Binomij cum suo reciso, & quia in duobus rectè se gessit: primum quod supposuit m. simplex nihil esse, neque vllis posse vel debere declarari: quod & verum est; & idè negotiatur circa m. quod est 2. illa cub. l. Binomij & sui recisi quæ semper est aliquid, quoniam omne Binomium cum suo reciso æquale est duplo partis quod est plus, idè non est minus simplex. Alterum est quod ostendit tria illa

Tom. IV.

capitula cubi numeri & rerum in plano per lineas rectas & superficies idè volumus considerare illa quæ scripsit de hoc m. Nihilominus defecit grauitè in hoc quod non explicuit quid intelligeret per p. m. & m. m. quæ italica lingua clarius explicantur p. di m. & m. di m. seu quod non animaduertit, seu quod non posset nisi intellectu comprehendere sed non imaginari: seu quod nimis difficile visum sit, certè multum auxit difficultatem rei, alioquin obscurissimæ, prætermisisse duas vix lineas Vt cumque explicuit rectè sanè operationem terminorum, quod est alterum capitulum præcipuorum, cum reliquum sit notitia (& vt declarauimus deductio ad numerum) illarum scilicet quantitatum. Propterea explicabimus quædam supposita sparsim collecta circa hoc & repetam vnum antea breuiter explicatum & est.

p. di m. in m. di m. producit p. illorum <sup>1. m.</sup> autem singula in simile producant m.

Diuiso p per p. di m. exit m. di m. & per <sup>2. m.</sup> m di m. exit p. di m. patet ex primo velut etiam quod diuiso m. per p. di m. vel per m. di m. exit sunt simile hoc est in primo p. di m. in secundo m. di m.

In capitulo cubi æqualis numero & rebus <sup>3 m.</sup>, inquit, si fuerit cubus æqualis 15. rebus p. 4. & duxerimus 5. tertiam partem numeri cuborum ad cubum fiet 125. & oporteat facere ex 4. duas partes, ex quarum ductu vnus in alteram fiat 125. tunc partes erunt 4. m. 125. quod est m. 121. quarum radices additæ & detractæ a 4. quadrato dimidij efficiunt 4. p. 2. 121. & 4. m. 2. 121. & 2. cu. illarum iunctæ efficiunt rem (& hoc 121. m. vocatur p. di m. cuius vt notum 2. est 11.) & ita vna pars erit 2. p. 11. alia 2. p. m. 11. quarum 2. cu. l. efficiunt rem quam constat esse 4.

Quia dicit has 2. cub. esse 2. p. di m. <sup>4. m.</sup> 11. & 2. m. di m. 11. quod si constaret haberemus intentum: nam 2. p. m. 1. & 2. m. di m. 1. iuncti faciunt 4.

Quod antea dicit in hoc casu est quod 2. p. di m. 1. habet suum quadratum 3. p. di m. 4. & cubum esse 2. p. di m. 11. Ex quo sequitur quod ex 2. p. di m. 1. etiam ducto in 3. p. di m. 4. fiant 2. p. di m. 11.

Pendet ex præcedenti nam 2. p. di m. 1. <sup>6. m.</sup>

O o 2 detracto



detracto 1.  $\bar{m}$  ( per primum suppositum )  
à 4. quadrato 2. fit 3.  $\bar{p}$ . &  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4. pro-  
pter decussatam multiplicationem

7.  $\bar{p}$ . ductum in aliam quantitatem in eo-  
dem statu relinquit illam :  $\bar{m}$ . autem mutat  
vicissim , vt  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . in  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ . di  
 $\bar{m}$ . in  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .

8. Post deducit 3.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4. ad cubum duo-  
bus modis subscriptis qui ad idem tendunt  
vel vt fiat quadratum & ex eo in 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ .

3.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4.  
2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1.

6.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  $\bar{m}$ . 4.  
hoc est 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.

4. ducto cubus 117.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. alter mo-  
dus in secunda figura clarus est. Hic solum  
restant dubitationes quædam.

Prima cur velit quod  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4. in  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ .  
24. efficiat  $\bar{m}$ . 96. dicit quod distinguit  
simplicia quæ producuntur à compositis vt  
composita à simplicibus in composita vt sit  
prima regula  $\bar{p}$ . vel  $\bar{m}$ . in composita efficit  
 $\bar{m}$ . compositum : secunda composita in  
composita efficiunt simplicia  $\bar{p}$ . si dissimi-  
lia,  $\bar{m}$ . si similia : tertia simplicia producunt

3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4.  
3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4.

9.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 16.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 24.  
 $\bar{m}$ . 7.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 24.  
3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4.

$\bar{m}$ . 21.  $\bar{m}$ . 96.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 72.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 28.  
 $\bar{m}$ . 17.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44.

3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4.

27. ——— 16. ——— 48. 144.  $\bar{m}$ .

Detractum à 27.  $\bar{p}$ . restant  $\bar{m}$ . 117.

9. ——— 16. 25. cuius 13689.  
cubus  $\bar{p}$  15625.

1936.

44.

$\bar{m}$ . 117.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. vt prius.

2.  $\bar{m}$ . 3.

2.  $\bar{m}$ . 3.

13.  $\bar{m}$ . 12.

simplicia  $\bar{m}$ . superante : quarta de  $\bar{m}$ . in  
 $\bar{m}$ . simplex non est hic quæstio nec deter-  
minatio.

2. Dubitatio est longè maior , nam res  
ponitur 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 1. seu pars rei vna in qua  
 $\bar{p}$ . superat  $\bar{m}$ . & eius quadratum ponitur 3.  
 $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4. igitur  $\bar{m}$ . superat  $\bar{p}$ . & hoc de-  
struit totum Euclidem , nam quorum late-  
ra sunt maiora , quadrata sunt maiora , &  
contra vt de circulis & diametris. Et etiam  
quia duplum vnius partis in alteram supe-  
raret quadratum partium quod etiam est  
contra Euclidem in secundo element. Ad  
hoc respondetur tripliciter. Primum quod  
etiam in vera multiplicatione & formatio-  
ne quadrata habetur contrarium ordin.

vt in 2.  $\bar{m}$ . 3. quod est  $\bar{m}$ . 1. vere quadrat.  
pars  $\bar{p}$ . superat  $\bar{m}$ . aliter diceret quod hæc  
constitutio sit contraria rectæ vt in illa au-  
getur incrementum quadratorum supra  
rectangula partium , ita hic contra evenit,  
vel dic quod sit commutatio quia in illa  
contingit quoniam  $\bar{m}$ . in  $\bar{m}$ . supponitur  
producere  $\bar{p}$ . ob errorem in fabricatione  
quadrati : sed verè vt demonstratum est  
 $\bar{p}$  cu.  $\bar{m}$ . in  $\bar{m}$ . vel in  $\bar{p}$ . producat  $\bar{m}$ . vt di-  
ctum est, dicemus quod quadratum 2.  $\bar{m}$ .  
3. est 4.  $\bar{m}$ . 21. & quadratum quod plus est  
3.  $\bar{m}$ . 2. est 9.  $\bar{m}$ . 16. verè. Sed dices quo-  
modo cum exuberet 1.  $\bar{p}$ . ergo debet  $\bar{p}$ .  
exuperare  $\bar{m}$ . in 1. aut plus aut parte.

Tertia Dubitatio est quoniam nesci-  
mus quæ quantitates veræ sint quæ tot  
miracula faciunt , nec ipse ausus est expli-  
care nec reddere rationem huius rei.

Quarta , Quia non probat intentum  
scilicet quomodo  $\bar{p}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 11  $\bar{p}$ . l.  $\bar{p}$ .  
cu. 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. sint quantitates quæ  
constituunt 4. ad vnguem. nam si suppona-  
tur quod sint 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 11.  $\bar{p}$ . 2.  $\bar{m}$ .  $\bar{m}$ . 11. ad-  
mitteremus confici 4. sed oportet ostendere  
hoc tam in binomio quam in reciso &  
conuerso modo ; & hoc per demonstratio-  
nes corporeas in plano , vel per principia  
nota aut saltem ostendere quod supposita  
non sint absurda aut sensu aut multitudine  
exemplorum aut finis perfectione ; quorum  
nullum cum exhibuerit , magnam dubita-  
tionem de re ipsa reliquit seu de inuento.  
Ergo transgreditur bifariam in hac ope-  
ratione geometricos limites. Primum cum  
detrahit 125. ex 4. & relinquit  $\bar{m}$ . 121.  
secundum cum detrahit  $\bar{p}$ . 121. ex 2. &  
idè binomium appellat  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . & reci-  
sum  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . vt in secundo. in tertio acci-  
pit  $\bar{p}$ . cu. inuentorum & nota l. ligat eas,  
& pro  $\bar{p}$ . 121. quadrata ponit 11. qui du-  
ctus in se producit 121. in quarto accipit  
 $\bar{p}$ . cu. descriptas per notas  $\bar{p}$ . cu. per nu-  
meros vt sint 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1.  $\bar{p}$ . 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ .  
quod est 4. vt in quinto. Hic sunt difficul-  
tates. Prima, quoniam exemplum est de re  
quæ est eadem numero æstimationis & ipse  
non posuit aliud. Secunda quoniam dicit  
quod 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1. est.  $\bar{p}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ . di  
 $\bar{m}$ . 11. & ita 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 1.  $\bar{p}$ . l. cu. 2.  $\bar{m}$ . di  
 $\bar{m}$ . 11. oportet ostendere modum. Tertia

1. cu. æqualis 15. rebus  $\bar{p}$ . 4.

1<sup>ma</sup> 5 2  
125 ——— 4  
 $\bar{m}$ . 121.

2.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 121. 2.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 121.

2<sup>ma</sup>  $\bar{p}$ . cu. 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 121. &  
 $\bar{p}$ . cu. 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 121.

3<sup>ma</sup>  $\bar{p}$ . cu. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  $\bar{p}$ .  
 $\bar{p}$ . cu. l. 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ .

4<sup>ma</sup> 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1.  $\bar{p}$ .  
2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 1.

5<sup>ma</sup> 4.

quid sit tandem hoc  $\bar{m}$ . vt pote 2.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ .  
121.



111. Quarta quid sit in superficie vel corpore.

Quod ad primum respondeo quod posito 1. cu. æquali 21. rebus  $\bar{p}$ . 20. erit cubus 7. 343. qui detractus à 100. relinquit  $\bar{m}$ . 243. erunt ergo partes 10.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 243. & 10.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 243. & primum aduertendum quod cum vna pars sit binomium altera recisum, non tamen constat quæ sit potius appellanda nomine binomij quæue recisi & quoniam 243. non habet  $\bar{R}$ . quadratam, ideo assumemus pro 2. 3. & 4. secundum,

|                 |   |                  |                  |
|-----------------|---|------------------|------------------|
|                 | $\frac{7}{343}$   | $\bar{m}$ . 243. | $\frac{10}{100}$ |
| 1 <sup>um</sup> | Recif. binom. 10. $\bar{p}$ . $\bar{m}$ . $\bar{R}$ . 243. & binom. recif. 10. $\bar{m}$ . $\bar{m}$ . $\bar{R}$ . 243.                     |                  |                  |
| 2 <sup>um</sup> | $\bar{R}$ . cu. l. 10. $\bar{p}$ . $\bar{m}$ . $\bar{R}$ . 243. $\bar{p}$ . $\bar{R}$ . cu. l. 10. $\bar{m}$ . $\bar{m}$ . $\bar{R}$ . 243. |                  |                  |

Ergo pro hoc datur exemplum. Volo  $\bar{R}$ . e. l. 52.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . quadrata 2209. duco ad quadrata, fiunt 2704. & 2209. iungo fiunt 4913. accipio  $\bar{R}$ . cu. quæ est 17. accipio numerum cuius quadratum sit minus 17. & cubus maior 52. & est 4. duco in se fit 16. accipio  $\bar{R}$ . 1. residui quæ est 1. ergo duco  $\bar{R}$ . 1. in se, fit 1. duco in 4. aliam partem, fit 4. triplico, fit 12. detracto 12.   
*Coroll. 1. 2.* ex 64. cubo 4. remanet 52. Igitur cum conueniat, erit  $\bar{R}$ . cu. l. 52.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 2209. hæc 4.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1. & manifestum est quod hæc operatio ortum habet à compositione cubi totius & quid sit  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . Aliter quod in omnibus exemplis præsupponit quod partes reducuntur ad quadrata quæ iuncta faciant numerum cubum, inde accipit numerum cuius cubus sit maior prima parte binomij, & quadratum non sit maius  $\bar{R}$ . cu. aggregati inuenta. Quia ergo in hoc binomio supponitur quod aggregatum sit numerus cubus & pars minor quadratum, non erit arduum inuenire in aliquibus  $\bar{R}$ . cu. binomij in hoc casu liquet quod oportet inuenire numerum cuius quadratum non sit maius 7. cubus verò sit maior 10. prima parte binomij, & ita discurrendo per numeros & binomia, poteris experiri si habeat condiciones quæ sunt ut quadrata amborum constituent  $\bar{R}$ . cu. aggregati: alterum ut cubus illius (& est ut diuidamus  $\bar{R}$ . cu. illam in 2. partes communi more (quasi esset numerus æstimationis) deducto triplo eiusdem quadrati in recisum, remaneat prima pars binomij, & dat exemplum, ut sint 8.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 232.  $\frac{27}{27}$  hæc quadrata iuncta sunt 296.  $\frac{11}{11}$  cuius  $\bar{R}$ . cub. est 6 $\frac{2}{3}$  & erunt partes  $\bar{R}$ . 2.  $\bar{p}$ . 1. cuius quadratum est 3  $\bar{p}$ . 8. quod detractum ex 6 $\frac{2}{3}$  relinquit 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. ex cubo igitur primæ partis  $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1. & est  $\bar{R}$ . 1. 50.  $\bar{p}$ . 7. deducto triplo  $\bar{R}$ . 2.  $\bar{p}$ . 1. in 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. & est  $\bar{R}$ . 50.  $\bar{m}$ . 1. remaneat 8. nam palam est quod detracta  $\bar{R}$ . 50.  $\bar{m}$ . 1. ex  $\bar{R}$ . 50.  $\bar{p}$ . 7. remanet 8. Itaque constat (his tamen suppositis) quod latus cubi cum 8.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 232 $\frac{2}{3}$  est  $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. ut autem experiaris deductio  $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. ad cubum, sit primo in se ducendo.

*Tom. IV.*

$\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8.  
 $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8.  
 $\bar{R}$ . 32.  $\bar{m}$ .  $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 12.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 56 $\frac{8}{9}$   
 $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8.

quad. 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 8.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ . 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. & æquualet.

$\bar{R}$ . 7 $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 22 $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 57 $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 3200.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 22 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 39 $\frac{4}{9}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 22 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\frac{2}{3}$  sed hoc exemplum conquisitum est studiosè in magnis numeris & fractis, ideo paræ utilitatis est & raro vsui.

Inter hæc addit 2. exempla notatu digna dicens diuide 10. per  $\bar{R}$ . cu. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. reduc hanc partem ad cubum erit 1000. diuidendus per 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. inde diuisor

2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  
 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  
 $\bar{p}$ . 125.

ducatur in suum residuum vt à latere vides, & fiet diuisor  $\bar{p}$ . 125. diuide 1000. per 125. exit 8. & hoc ducatur in recisum 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. fit 16.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 88. cuius  $\bar{R}$ . cu. est prouentus. Hic transponitur ad facilitatem vna operatio tertia loco quartæ. Recta enim diceret, duc 1000. per 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. & fit 2000.  $\bar{m}$ . 11000. diuide per 125. exit 8.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 88. cuius  $\bar{R}$ . cu. est prouentus vt prius. Aliud difficilius diuide 12. per  $\bar{R}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cu. l. 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. cum hic sit binomium cum suo reciso sed cubis oportet vt docuimus in tertio libro *cap. 13.* ducere partes ad quadratum & fiet  $\bar{R}$ . cu.  $\bar{m}$ . l. 117.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. & 5. &  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . cu. l. 117.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 44. & media pars fiet  $\bar{m}$ . vt dictum est. Ductum igitur hoc trinomium per binomium cum suo reciso producit 4. cum quo diuido 12. fit 3. duco 3. vt in priore per trinomium residuum inuentum fit  $\bar{R}$ . cu. l.  $\bar{m}$ . 3119.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1188.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cu. l. 3159.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 1188.  $\bar{m}$ . l. 15. & vt inuenias diuisorem absque illis recisorum partibus & tot multiplicationibus, iunge cubum duarum radicum id est 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. cum 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. & fit 4. diuisor vt prius. Aliud compendij genus (exponit) quomodo  $\bar{R}$ . c. l.  $\bar{m}$ . possit antecedere: nam supposito quod  $\bar{R}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. fit 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1. & quod eius quadratum sit 3.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4. & quadratum  $\bar{R}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. fit 17. 117.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. ideo deducendo 3.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4. ad cubum iuxta regulam hanc cuba. 3. fit 27. duco 3. in 16. quadratum alterius parris, fit 48. triplica fit 144. detrahe 27. fit 117. pars prima: quam duc in se fit 13689. detrahe ex 15625. cubo 25. aggregati quadratorum partium id est 4. & 3. relinquitur 1936. quadratum 44. pars secunda, igitur partes cubi illius sunt  $\bar{m}$ . 117.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. & illius  $\bar{R}$ . c.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . cu. l. 117.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 44.

*Corol.* ex his patet quod cum  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . ductum in  $\bar{m}$ . faciat  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ . ductum in  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . faciat  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ . in  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . faciat  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . quod  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ .



# 438 Sermo de plus & minus.

& m. simpliciter circumuoluuntur in infinitum.

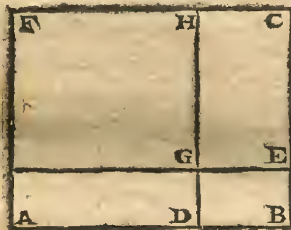
Ad secundam dubit. Demonstratum est quod quadratum 2. p. di m. 1. est 3. p. m. 4. duco enim, vt supra, p. di m. 1. in se, fit 1. m.

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 2. | p. | di | m. | 1. |
| 2. | p. | di | m. | 1. |
| 3. | p. | di | m. | 4. |
| 2. | p. | di | m. | 1. |

igitur erunt 3. p. & ducto 2. p. in p. di m. 1. fit p. di m. 2. & p. di m. 2. quod est p. di m. 4. & hoc pro quadrato. pro cubo duco 3. in 2. fit 6. duco p. di m. 1. in p. di m. 4. fit m. 4. igitur relinquentur 2. p. & decussatim 2. in 4. & 3. in 1. p. di m. cum 3. & 2. sint p. fiet p. di m. 11. quod est pro secunda dubitatione.

Ad tertiam quid sit hoc p. di m. 1. vt 4. p. di m. 125. est vere 125. m. sed addit illud p. vt sit nota conjunctionis ac si diceret 4. m. l. 121. & hoc quod declarauit non utitur nisi comparatiue & sub forma binomij: imò p. di m. cum sit binomium specie vere est recisum, vt contra 2. m. di m. 121. est binomium & est p. 121. sed oportet operari per partes. Indicio est quod dixit 2. p. di m. 11. ductum in 2. m. di m. 11. facit 125. nam p. di m. in m. di m. vult quod efficiat p. cum debeat facere m. quia obtinet locum p. & similiter p. di m. in p. di m. deberet efficere p. & ideo his causis non ausus est prodere quid esset, sed alligauit nos quibusdam reliquis suis sine ratione.

Dico igitur quod constituta superficie ABC vt sit AB exempli gratia 10. m. B C 8. m. DB 3. p. BE 2. p. erunt AD 7. G H 6. igitur tota superficies F H G 42. m. &



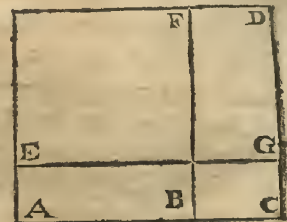
quia ABC est 80. erit gnomon AEH 38. quod constat ex constructione, nam AG constat ex AD in DG est igitur 14. G C ex GE in EC, igitur est 18. & DE ex DB in BE, est ergo 6. vt intotum sit gnomon 38. & tota superficies AC dicetur 38. p. m. 80. quod est 42. m. & in productione ducam 8. in 10. fit 80. m. ex m. in m. & ducam 3. in 2. fit 6. m eadem ratione qua ex

|     |                  |
|-----|------------------|
| m.  | 2. p. m. 8. ) m. |
|     | 3. p. m. 10.     |
| 44. | p. m. 86.        |

Cap. 11.

m. in m. fit p. vt in aliza inde duco 2. in 10. & 3. in 8. & fiunt p. igitur 44. non fiunt

ex p. in m. ideo p. vincit. sicut in recta m. vincit p. vt 6. m. 2. in 5. m. 3. faciunt 36. p. & m. 28. quod est 8. p. pari ratione ex hac multiplicatione fiunt 42. vt dictum est. liquet ergo cur 10. appellet 2. p. di m. 10. sed melius est dicere 3. p. m. 10. & 2. p. m. 8. & quid sit & quomodo fiat multiplicatio. Et quia in multiplicatione ista fit p. di p. & p. cum m. vt binomij cum reciso ideo existimauit vnum m. di m. contrarium p. di m. vtdicamus B C 2. p. A C 10. m. & est p. di m. & C D 5. p. C G 1. m. hoc noluit assumere quia in recta erat coordinatio,



sed assumpsit C D 5. m. & C G 1. m. Ego autem non video hanc necessitatem sed priorem quæ occurrit & est 4. p. in 8. m. & fit 32. m. Hæc ordinatur ex 5. in 10. fit 50. p. m. & 2. in 1. fit 2. m. ob dicta. ex 5. in 2. 10. p. ex 1. in 10. 10. p. quod est 20. detrahe 52. m. relinquitur 32. m. hoc est igitur quod appellauit m. di m. sed non est verum

|                   |
|-------------------|
| (2. p. m. 10.) p. |
| p. 3. p. m. 1:    |

quod ex m. di m. in p. di m. fiat p. sed debemus sequi regulam Geometricam ideo cum dicit quod 2. p. m. 1. in 2. p. m. 1. producit 3. p. m. 4. est valde absurdum propter rationes dictas, imò producit 5. p. m. 4. & ita cubus erit sed vt dixi hoc pertinet ad rectam & ex hoc diuisio per recisum vt in recta seruatis regulis, & deductio ad quadratum & cubum.

|                 |
|-----------------|
| 2. m. 1. ref.   |
| 5. m. 4. quadr. |
| 14. m. 13. cub. |

Super est vt reducamus quæsitum ad hoc. Inuenias vnum m. cuius x. addita & detracta a 10. ( dimidio numeri æstimationis ) x. cub. v. binomij ac recisi iunctæ aut detractæ efficiant 7. qui est tertia pars numeri rerum. Reducemus ergo per partes. Inuenias rem quæ addita & detracta ( loco x. m. ) a 10. x. v. cu. binomij ac recisi iunctæ vel detractæ efficiant 7. iam expleui omnes ( si animaduertis ) observationes. Inde animaduerte quod aggregatum partium rei aggregati partium cubi & differentia differentiarum cubica est. Vt 3. p. x. 2. cubus est 45. p. x. 1662. & x. cu. differentia 45. m. x. 1662. est 3. m. x. 2. & differentia quadratorum partium 45. & x. 1662. est 343. cuius x. cu. est 7. differentia quadratorum 3. & x. 2. Dicemus ergo fac ex 7. duas partes



$3\frac{1}{2}$  p. 1. pos.  
 3. quad. p. 12  $\frac{1}{7}$  36  $\frac{3}{4}$  p. 1. quad.  


---

 10  $\frac{1}{2}$  quad. p. 42  $\frac{7}{8}$  36  $\frac{3}{4}$  pos. p. 1. cu.  
 10  $\frac{1}{2}$  quad. p. 42  $\frac{7}{8}$  m. 36  $\frac{3}{4}$  pos. m. 1. cu.  
 1. cu. p. 36  $\frac{3}{4}$  pos. æqualis 10.

Subijcit habeamus 32. cu. 4. p. di m. 32.  
 11. p. 32. cu. 4. m. di m. 32. 11. vt sua linea  
 inueniatur ducas partes ad quadrata fient  
 16. & 11. quæ iuncta faciunt 27. cuius cubus

Proportio partium binomij cu. ad parte re-  
cisi est vt æqualis ad æquale verè, alrius  
partis vt triplæ quadrati vnus partis  $\mathcal{R}$ . al-  
terius vt quadrati simplicis idèd referuntur  
ad compositionem, volo  $\mathcal{R}$ . cu. 45. p. di m.  
1682. inquirò ergo  $\mathcal{R}$ . cu. 45. quæ est 3.  
& remanet 18. diuido 18. per 3. ex regula,  
fit 6. video an 6. producatúr ex 3. in  $\mathcal{R}$ .  
aliquam & inuenio quod fit  $\mathcal{R}$ . 2. igitur di-  
co quod 3. m.  $\mathcal{R}$ . 2. est radix cub. talis bi-  
nomij aut quod non habet talem  $\mathcal{R}$ . cu. du-  
co igitur 3. (primam partem iam inuentam)  
in se fit\* 9. triplico ex regula & fit 27. ei ad-  
do quadratum  $\mathcal{R}$ . 2. iam inuentæ quod est  
2. fit 29. duco 29. in se, fit 841. duco per  
2. quadratum  $\mathcal{R}$ . propositæ & fit  $\mathcal{R}$ . 1682,  
idèd conuenit.





ENCOMIUM  
 GEOMETRIÆ  
 RECITATVM ANNO  
 1535. in Academia Platina  
 Mediolani.

**N**ON parum est, viri Mediolanenses, eam laudare disciplinam, quæ omnium aliarum non solum præstantissima est, sed etiam origo ac fons. Atque utinam quàm late laudandi campus patet, vndiqueque occurrit gloria & decore insignis: tam facillè vel memoria comprehendere, vel ordine disponere, aut finem inuenire possem. Cum enim ad studium et imitationem respicio, videor certè aliquid sperare debere: at cum ad rei magnitudinem, ad artem, ad ingenium, ad negocia, quibus etiam ea quanquam exigua quæ in me est virtus distrahitur: nihil me omnino præstare posse intelligo. Fateor inquam, fateor imparem & oneri & causæ & labori me esse: seu enim tractando sustinere, seu pro rei dignitate verba habens apud vos collaudare, seu ad finem rem tantam perducere enitar, longè plura prætermittendo ab eius dignitate detraham, quàm commemorando illi reddam. Nec vlla spe aut vi ad hanc prouinciam impelli potuissem, ni scirem hoc quantumcunque futurum sit, aut quouis ordine recitetur, sufficere ad ostendendum, nullam aliam aut artem aut disciplinam vel vtilitate, vel nobilitate illi posse comparari. Sufficiat certè illud vobis, non quod aut pro illius dignitate aut vestra expectatione exigebatur: sed quod pro ingenij mei mediocritate, tenuique ac incondita eruditione præstare utcunque potero. Sæpè illud mecum reuolebam, viri Mediolanenses, cur homines ad vituperandum tam prompti ac facundi facillè habeantur: in laudando inepti, inpositique nunc causam apertè video. Nam quæ laudari debent, non minus si honestissima sint, quàm si vilissima, negotium exhibent. Quæ enim memoriam non habent, sola inuentione indigent: at quæ locupletissimam sortiuntur, & ordinem, & prudentiam, & memoriam requirunt. Vix autem est inuenire, qui tot tantisque rebus sufficiat. Itaque & in sterili & copiosa materia par labor: at varò ju-

vituperando promptiores semper sumus cum nihil tam integrum sit, quod multis vitiis non deturpetur: nihil tam impurum, cuius certa non sit quædam vituperationis meta: quoniam quæ media sunt & ambigua (& ea innumera penè in singulis sunt) ad vituperationem omnia sunt accommodata: contra natura vniuscuiusque rei et si laude digna non sit, nec tamen vituperationi apta est. Ob id igitur sit, vt cuncta vituperare quilibet sanè possit, laudare nemo nisi eruditissimus, exercitissimus, ingeniosissimusque sit. Laudauit Erasmus stultitiam, Synesius Cyrenaicos caluitium, muscam Lucianus, Dion comam: sed hi non aliis magis in rebus exercitati, fingere, inuenire, persuaderèque multa potuerunt, vt in his eloquentiæ laus emereret, & res ipsa quæ laudabatur, & digna hac laude & honesta existimari posset. Manifestum est horum argumentum, quod cum disciplinas præclarosque homines laudare aggressi sunt, plura iustæ laudis monumenta prætermiserunt, quàm in illis adinuerint. Ita sit, vt difficilior sit in ampla segete omnia colligere, quàm in sterili solo stercoreando felicem expectare prouentum. Vidimus Ciceronem facundiæ omnis principem, os Romanum, eloquentiæ flumen, nullam vllius artis laudationem scribere voluisse: non quod omnino imparem huic negotio illum existimauerim, sed quoniam difficillimum sit cum natura cumque Deo ipso certare velle. Id facere videntur, qui ornatissimas quasque res orationis splendore æquare cupiunt. Gloriosa certè ac rara illis laus, si assequerentur: at non assequentibus, temeraria & turpis. Quantum verò difficile sit assequi, non solum ex aliorum inani labore ac diffidentia, sed etiam ex ipsa hominum laudatione conijcere licet: qui quanquam mortales, brevisque vitæ ac vmbrae cuiusdam virtutis speciem referant, à paucissimis tamen, ac non nisi maximo cum labore dignas orationes ac egregiorum factorum mercedem assequi potuerunt. At mortali immensam diuinæ rei magnitudinem concipere



concipere, diuidere, distribuere, enarrare, extollere: non ne est mortalitatis ac humanarum virium limites ipsos excedere, egredique ac simul in angustissimo ac fragili vase diuina humanaque & numero & magnitudine penè infinita colligere? Nec verò vlla ad hoc ratione impelli potuissem, vt qui arte minor & memoria, cæteris ingenio non superior, exercitatione haud comparandus: inter tot arduas difficultates grauiaque impedimenta, onus tam immensum & viribus impar suscipere decreuerim: si non audaciam necessitas, orationem difficultas excusaret: atque vt qualiscumque sit futura non ex his quæ dicturus sum, sed quæ dici possent laudis & maiestatis argumentum sumi debet, per eamque alius incitaretur qui & facundia & ingenio propius illi accederet. Ferunt enim quendam Musicum fuisse non satis elegantem olim, nomine Phrynim, qui quamuis artem parum illustrarit, Timotheum tamen illum celebrem virum ad artis studia incitando, plurimum ad Musicæ dignitatem contulerit. Hic ille fuit, qui Alexandrum regem è conuiuium exilire coëgit, quibus fidem (potuisse Orpheum plantas ac feras lyra aduocare, Eurydicem ab inferis impetrare: Amphionem ac Zethum Bœotias Thebas Musica erigere, Arionem delphinos tibia placare, obidque ab illis aduectum) si naturæ non nimis repugnassent, facere debuerat: Maxima sunt artes singula, atque diuina, nec ex hominum excellentia ac gloria æstimanda: sed cum illi ad summam mortalitatis perfectionem accesserint, diligenter considerandum quales esse illæ inter cœlestes virtutes debent, quarum vmbra quædam in mortali corpore tantum relucet. Omnium tamen artium illustriores sunt Mathematicæ, interque has præcipua Geometria: vt cum de illa dicturus sim, nec ad multitudinem memoria, nec ad subtilitatem ingenio, nec ad magnitudinem eloquentia sufficere possim. Audietis ciues non solum maxima, & recondita, sed & admirabilia: seu cum de summi opificis fabrica dixerò, aut de totius mundi ordine, aut de illa quæ in nobis est (& eam tamen ignoratis) compositione: atque quod his etiam ipsis longe est admirabilius, animæ symmetria, quoniam pacto & illa, quamuis perennis sit atque spiritus solus omni vacans materia, Geometrica atque multiplici ratione constet. Audietis quibus modis maria transire, terrarum spacia intelligere, diuiderique hac vna consultrice ausit humana solertia: quid colonus in obseruatione temporum, quid ductor exercitus in collocatione castrorum, quid in tormentis excogitandis: quid Iurisperitus in finibus discernendis, quid Medicus in restauranda sanitate, quid rhetor in definiendis causis ab hac exposcat: quàm mutila sit vnaquæque harum artium, si auxilio Geometriæ destituatur: vt nec dimidium illis supersit, illudque nec sanè incorruptum. Non vulgata vobis dicam, atque vt oratores consueverunt, communibus ex locis deprompta: sed penetralia ipsarum disciplinarum excutiemus, singula-

læque docebimus quantum in se Geometricæ rationis contineant. Rem arduam verso, atque pro viribus certè imparem mihi: sed illa, cui totum hoc paruum quod in me est ingenium debeo, suadet, & nostra humanitas hortatur, & reipsius dignitas me accendit: quid enim, cum intelligetis Arithmeticam tanquam mortuam sine hac esse? animumque illius scientiæ Geometriam fore? quid cum Musicam, cum Astronomiā, cum Opticam, quantum vnaquæque illius ope indigeat: imò sine illa nulla sit? quid cum de artibus cæteris? non ædificare sine illa licet, non vestire: quinimo magis, vt video, hæc potius illius sunt partes, quàm quod illa indigeant: sed cum illius ambitus tam magnus esset, necesse fuit diuersis illius partibus diuersa etiam nomina tribuere. Tacebo ne plasticen, aut picturam, sculpturam? cuius nam sunt artis alterius munera, quàm istius? quid fabrilis ars, seu æri seu ferro aut ligno incumbat? quid horologiorum, machinarumque structura mirabilis? vnde nam principia formamque suam & arcana recipiunt? Neque verò paruum fuerit, abdita naturæ artificiorumque recensere, quibus Magiam ipsam perfici palam est: etenim neque vlla certè maior Magia excogitari, aut sine hac esse potest.

Quid cum vibramus pondera? ex imò maris carinas eruimus? non ne de his omnibus explicanda causa fuit? huiusque artis in ea laudem docere? At verò quoniam pacto pulchritudo & brutorum animalium & hominum, cæterarumque rerum tota Geometrica ratione constet, non est etiam prætereundum: quantum etiam exemplorum, quantum gloriæ, quantum dignitatis in antiquorum monumentis repositum, quantumque diuinissimorum hominum commendatione illustrata, tacere non debeo. At nec illud etiam omittendum, quod clarissima ac certissima sit: dignaque sola quæ in puris illis intellectibus, in diuinoque sinu iaceat: tum verò quantum vtilitatis præstet ad animi ipsius vires augendas, seu memoriam, seu imaginandi vim, seu mentem aut consilium respexeris, dicendum erit. Neque verò omnia hæc obiter, aut absque ordine: sed prius inuentorum nomina explicanda sunt: inde quinam in ea maximè excelluerint: post partes illius breuiter enarrandæ, summæque ipsius per se excellentia: tum verò quid Deus illi tribuerit, quantum natura rationes illius fuerit imitata, quantum artifices singuli illam excoluerint: de maxima illius, summæque perfectione, quàm passim vel in exemplis necessaria, vel in inueniendis rationibus opportuna à philosophis omnibus censeatur, dicendum est. Vltimò, quantum ad excolenda ingenia, ad expoliendas disciplinas, ad corporis salutem & beatam vitam ducendam conferat, edocebimus.

Nec verò vllò in loco aut confidentius cum ad benevolentiam, aut commodius cum ad ingenia nostra respicio, dicturum me arbitror. Fuit enim hæc ciuitas semper ingentis florida, studiis decora, eruditione ornata: vt non tam vel ædificiorum pul-



chritudine, aut opum magnitudine, seu amplitudine loci, aut soli fertilitate, vel populi frequentia, vel artium excellentia ( quibus cunctis penè Italiæ urbibus præstat ) quàm ipsa animorum virtute, doctrina, singularique ingenij claritate sit illustrissima: vincit omnibus fortunæ ornamentis alias ciuitates, ingeniorum & eruditionis magnitudine ipsa etiam fortunæ ornamenta. Ob idque etiam gratior mihi humanitas vestra est, quæ ab omni animi deiectione aut simulatione seiuncta est: atque magis, quod fructum aliquem ex hac oratione percepturos vos sentio. Cum multi enim vel inania verba effundant, seu quia inutiles res laudare aggrediuntur, seu quod apud eos verba habent qui eorum quæ dicuntur, omnino sint ignari: ego utroque hoc incommodo apertè careo, cum splendidissimam scientiam apud excellentissimam ingenia nostra laudare adoriar. Quid enim Geometria ipsa splendidius excogitari potest? quæ ratio est omnium magnitudinû. Sunt autem rationis partes duæ: alia absoluta, quam dicimus quantitatem: alia comparatione ad cæteras, dicta proportio. Harum autem partes tres, intelligentia vel actu vel potentia distinctæ. Explicandum est autem prius vnum quodque genus, deinde ad nominis rationem veniendum. Cum enim singula quæque quanta sint, considerentur, magnitudinem in his intelligimus: atque ob id cælum amplum, magnosque campos, non vilius ratione alterius, sed ipsorummet: at contra agellum paruum, aut decem iugerum, sola sui æstimatione dicimus: at cum paruum hominem, ingens caput, illum quidem cæteris hominibus, hoc reliquis comparamus capitibus: & hæc ipsa proportio dici solet. Hæc autem aut intellectu solo constant, velut vitarum vires, ac animi: quæ cum infinitæ non sint, certam inter se seruant rationem: alia verò actu sensibusque subiectam, velut superficialium, linearum, corporum, angulorum, & quæcunque manifestam continent magnitudinem: alia verò potentia, inter quas Staticæ, quæ de ponderibus: & Actice, quæ de potestate radiorum, & dynamice, quæ de virtutibus tractat. Solemus enim Solem luna, ignem terra potentiores dicere. Iam verò quod omnia his rationibus consent ( quanquam ab aliis abundè sit demonstratum ) proprium tamen erit huius præsentis orationis institutum ostendere. Quod verò de his omnibus Geometrica ratio pertractet, non solum indicio est quod nulla alia disciplina id præstat: sed his qui solum vel mediocriter attentè Euclidem legerint, tam apertè patet, vt nulla prorsus cõfirmatione indigeat: itaque cum tam vastus, tam ingès sit illius ambitus, à terra tamen nomen suum traxit: non quod metiendæ terræ aut solum, aut maximè feruat: ( quid enim hoc apertius mendacio? ) sed quod ob metiendam terram initio rerum ab hominibus inuenta sit. Seu enim vnus atque primus homo fuerit, seu per aliquam calamitatem in eam paucitatem ventum sit, constat illos primos parentes nostros vicina

Nilo Ægypti loca incoluisse: quoniam ea terra citius siccitatem ob Solis vehementiam traxerit, miræque glebæ fertilitate, & Nili opportunitate, tum etiam vicinitate collium foueatur: inde Damasci ager primorum parentum habitatione insignis. Vel si ad philosophos te conuertas, & Plato & Aristoteles vnà fatentur, Ægyptios Græcis longè antiquiores fuisse. Quinetiam Diodorus Siculus incredibilem numerum annorum illis tribuit. Certe constat, nullos ( vt Trogus Pompeius refert ) præter Scythas, cum Ægyptiis de antiquitate contendisse. At Ægyptiorum causæ insignes ciuitates fauent, Memphis ac Thebæ: quæ & magnitudine olim, & incolarum numero, etiam ante habitatam Græciam floruerunt. Ab his igitur dum Nilus inundatione cuncta conturbaret, decrefcentibus aquis inuenta Geometria, vt agri suis dominis restituerentur. Certè hoc longè antiquius Arithmetica & Astrologia, quarum inuentores fuere Phœnices, vt Strabo sexto-decimo Geographiæ refert. Nam cum Sidonij, qui eam incolunt regionem, mercaturæ incumberent, ob nauigandi studium Astronomiam, ad tractandas merces Arithmeticam inuenere. Nec Græci, qui tam impudenter multa mentiuntur, Geometriæ inuentionem sibi ascribere ausi sunt: cum nimis constaret, etiam ante Phœnices ac alias gentes inuentam esse: nam à Phœnicibus Pœni ac Græci, à Græcis Itali defluerent: ab his quoque barbaræ cæteræ nationes, cum etiam appareat nuper in singulos dies habitationem ipsam hominum augeri. Hac igitur ratione Geometria nomen suum à terræ mensura suscepit: quod quanquam antiquissimum, ac ob id etiam incerto autore, nulli tamen gloriæ hanc antiquitatem cedere illi velim, cùm potius antiquitas ea causa Geometriæ debeat, quàm Geometria antiquitati. Siquidem altissimo opus præcipuum quoddam Geometria est, seu cum ipsa orbis origine, vt creditur, natum: seu, vt dicunt, cum æterna ipsius administratione ingenitum sit: sanè antiquitatis laus eorum esse debet, quæ vel ab hominibus inuenta sunt, vel quorum antiquitas laudum portio aliqua esse potest. Huic tantum gloriæ incorruptæ aliunde est, vt ex antiquitate ipsa ad cumulum eius nihil possit accedere. Quare frustra quis à me requirat, quando inuenta sit, vel à quibus. Utilius certè quæremus, qui nam in ea floruerint: cum & in his gratia laboribus, & nobis non paruum commodum accedat, scientibus quorum maximè opera in ea proficere liceat. Primus itaque videtur Thales Milesius fuisse, qui artem ex Ægypto Athenas deuexit, ob idque primus etiam habitus admirationi. Hunc autem sequutus est Ameristus, poetæ Stefichori frater: cuius Hippas Helius meminit. Post quem Pythagoras Samius artem auxit, & celebrem reddidit. Ab hoc autem Anaxagoras Clazomenius: inde verò Chius Oenopides: atque eo vsque ars vsui tantum fuerat, & admirationi. Cum post hunc Hippocrates Chius, non ille medi-



cus, tanquam rudi adhuc seculo, in ordinem eam redegit: primusque scripsit vetusta breuitate elementa Mathematica: quadratietiam rationem ad circulum ex lunulis conatus est inuenire: docuit & quod frequens erat antiquis problema, cubi duplicationem per duas intermedias lineas duabus, quarum sit ratio dupla, continuas serie interpositas, inueniri debere. Interciderunt hæc temporum iniuria: & nisi Aristotelis reprehensio testaretur, in dubium hoc vocari posset. Hunc igitur Theodorus Cyrenæus sequutus est: & Plato: sed nihil proprium ad artem hic, ille nihil quod ad nos peruenerit, reliquit. Sunt sanè plura Platonis in hac arte testimonia: verumtamen nullo singulari opere eam prosecutus est. Fuit, ut in Phædone apparet, Platonis contemporaneus Euclides, cuius ut vetustissimi, clarissimi extant Elementorum tredecim libri, tum Phænomena, Optici, Catoptrici. Ab hoc plurimi classici viri defluxere: inter quos Theon, qui eius Elementa Phænomena & Optica interpretatur, & qui Data condidit. Interpretatur & elementorum primum Proclus Lycius. & quatuor libros qui etiam nunc cum Euclide Græco impressi sunt: hic ex Platonis schola est. At Data Pappus, qui & Mechanica composuerat, exposuit. Verum Catoptrica ex eodem Euclide sunt, ut idem fuerit interpretes & autor: quemadmodum & in aliis fecisse eum existimamus: sed obscurius forsitan, ac breuius, quam res ipsa exposceret. Extat & in Data, Marini Mathematici protheoria, simul cum vniuersis Euclidis monumentis, à Bartholomæo Zamberto Veneto latinitate donata. Sunt & Hypsiclis Antinoitani (quæ ciuitas est iuxta Alexandriam ab Hadriani puero cognominata) libri duo, ex monumentis Apollonij Pergæi excerpti partim, ut creditur, partim ex Euclide ipso: qui inter Euclidis libros adnumerari meruerunt, tantum grauitatis habent: hos indiscretè Campanus Nouariensis, eiusdem Euclidis non ignauus interpres, Euclidis libris adiunxit: ut quindecim euaserint.

Sed ad antiquos reuertamur: post Euclidem & Platonem, Cleodamus Thasius, Theateusque Atheniensis, cui Plato librum de scientia inscripsit, Architasque Tarentinus & Neoclides, Eudoxusque Gnidius, qui quatuor linearum inuentionem per inflexas (provt credidit) lineas reliquerat floruerunt. Hi omnes tempore Platonis fuerant: nam & Eudoxus comes nauigationis in Aegyptum, & Architas salutis apud tyrannum Dionysium Platoni causa fuerat: nullius tamen præter Eudoxi ex his monumenta supersunt. Scripsit & in Geometria Aristoteles Mechanicas quæstiones, quæ passim leguntur. De quantitate etiam, ac de Mathematicis: qui duo interierunt, ac simul cum eis de Musica liber. Ab his Leon, qui & ipse quædam non contemnenda reliquit: & Amyclas Heracleotes, philosophus Platonius: & Menechmus, Eudoxi auditor: & Theudius Magnes, & Pizicinus Atheniensis, ac Hermotimus Colophonius, Philippus quoque Mentens: &

Aristarchus Samius, qui de siderum & terræ magnitudine scripsit: & Porus ac Nicomedes, tum etiam Menelaus: omnes Græci, Græcèque scripserunt, sed quorum tamen monumenta interierunt, aliorumque tantum testimonio viuunt. Verum omnes hos vincit Archimedes Syracusius, cuius ferme omnia inuenta habemus: vir summo ingenio, & qui circuli periferiam proximius ostenderit, & solida demonstratione duabus lineis duas interponere continua proportionem docuerit: sed hoc periit. Huius fuit amicus Conon alter, & ipse Geometra. Extant & Eutycij, Didymi & Heronis Alexandrini de mensuris libri, nondum tamen Latini. Scripsit & Heron de mechanicis librum: Theodosius autem Serenus de circulis libros tres, qui vulgo cum sphaera habentur. Extant & Dioelii Pyriæ & Dionysodori quædam fragmenta, & Eutocij Ascalonitæ, qui Archimedes imitatur, & Cleomedis opus de circulis, cum Ioannis Geraseni explicatione: & Philoponi, & Eratosthenis, qui Ptolemæo regi de inuentione duarum mediarum linearum inter alias duas epistolam scripsit: tum verò & Nicomedis, qui Conchidica composuerat, monumenta adhuc in Græco habentur. Fuit & Geminus Anatolius, Zenoque philosophus, Diophanèsque Alexandrinus, & Maximus Planudes: quorum omnium etiam inclyta supersunt volumina. Quid de Eudemo dicam, qui Architam retulit, per hemicylindros conatum ostendere cubi duplicationem, adhuc opere illo superstitè? Scripserunt, ut vidimus, & de eadem re, tum etiam de aliis, Isidorus Milesius, Philoque Byzantius, Parmeniòque Apollonij Pergæi discipulus. Non ne & Alchindus breuiter ac pulcherrimè proportionem docuit: & Mahomet Moisis filius, de mixta ratione quam Algebraticam vocant: & Ceber de triangulis, circulisque, qui quamquam Arabica lingua scripserint, publicè tamen apud nos, Latinique habentur. Verum omnes hos superasse videtur librorum multitudine Ptolemæus, quamquam non in Geometria propriè scripserit: sed de Astrolabij compositione, de Catoptrici: de Musica diuinum opus, quod & Porphyrius interpretatur: de Numeris: de Astris libros tredecim, quorum vndecim Theon Alexandrinus exponit: Matheseos quatuor, Geographicorum octo: sed nullibi rem magis tractat ipsam quam Geometriam, ut potius Geometriam excolere disciplinis his, quam disciplinas ostendere Geometria velle videatur. Scripsit Græcè, quamquam Aegyptius: sed ex suis operibus solum Arithmetica periit. Sunt & Nicomachi non minus Geometrica quam Arithmetica monumenta, & Nilei de sectore. Fuit & nostra ætate Ioannes Monte regius, qui & ipse quædam de trigonis reliquit: sed ita, ut potius furtum quam ingenium suum ostenderet: quippe quod in astronomicis præclarus admodum, ac penè diuinus fuerit. At Nicolaus Cusa tam subtiliter disputauit, ut nihil acutius excogitari possit: veruntamen adeò processit, ut non quod nitebatur, sed ingenij tantum acumen ostend-



ostenderet : in concludendo plerumque falsus. Fuerant & Leonardi Pisani, & Luca Pacioli, non ingrati hac in arte labores multorum etiam aliorum libri extant in hac facultate, atque præcipuè de his quæ paululum ab ea declinare videntur, velut de optica insignes Damiani Larissei demonstrationes. Vt si ad autorum seu multitudinem seu nobilitatem spectes, nulla prorsus disciplina huic possit comparari. Sed nos, nec ab hac fortuna laudem aliquā consequi volumus : verum potius ad nostrā vtilitatem, ac quasi mercedem quandam honesti laboris, illorum virorum nomina tam multa hæc, simul cum monumentis recensuimus. Solebat. n. Galen. dicere hoc vnum esse eorum qui rectè scripserint, pro suis laboribus præmium, vt eorum inuenta admirentur & laudentur. Cæterum nos rem ipsam prosequi proposuimus, quandoquidem etsi quid ad artis gloriam multitudinem scriptorum proficere arbitrarer, satis explicasse tamen putauerim, quam digna haberi debeat : atque simul & illorum commendationi, & vestræ voluntati ac commodo operam dedisse. Nunc igitur de illius partibus dicendum est namque quæ purissima est ac sincera, sub Elementorum nomine tradita est : vt quæ permixta, nec tam pura est, si ad oculos referatur, quam Asticen diximus, diuidemus in Opticam, Catoptricam, Scenographicam. Opticam dicimus, quæ videndi rationes, causas, miraculæque ostendit. Catoptricam, quæ radorum fractiones, collusiones, refractiones docet : velut sunt è speculis imagines, irides ac pælahæ ? Scenographica autem, pingendi rationem, vt sub naturali forma figuræ videantur, nec illis aut profunditas aut altitudo vel distantia obsit. Et quanquam perspectiue nomine hæc omnia contineri videantur, placuit tamen antiquis, Opticam solo nomine intelligere. Quæ verò ad pondera pertinet, quamque Staticem appellauimus, bifariam diuiditur : nam quæ solum naturam rationesque rimatur, Statice propriè est : quæ autem tractare ea docet, Mechanica. At verò Dynamicæ tam ampla est, vt si ex materia subiecta sit distinguenda, infinitas penè illius species modosque efficias : tam enim latè eius vsus patet, vt etiam si velis omnia describere, haud possis : sed suo loco explicanda referuamus. Itaque eius quæ pura ac candida est, adeò excellens laus fuit, vt cum Archytas & Eudoxus, Menechmusq; ad instrumenta mechanica solidi duplicationem reuocassent, à Platone grauiter sint reprehensi, quod Geometriæ dignitatem, quæ in substantiis puris ac æternis residet, inter quas etiam Deus ipse est, ad sensum materiamque reuocassent : namque & Deum ipsum maximè esse Geometram, Geometriæque intendere. Nemesinque ac iustitiam & rerum distributionem quibus orbis vniuersus gubernatur, non alia esse quam Geometricam ipsam rationem. Ob id etiam Lycurgum, repulsa Arithmetica, quæ æqualiter diuidit bona malæque Geometriam amplexatum. Philonem autem

dicere solitum, eam solam disciplinam idola veritatis, velut ex nitidissimo speculo nobis ostendere, atque ea causa inhærentes agglutinatosque sensilibus animos auellere, ad summam æternamque naturam reuocans. Ideoque tanquam metropolis mathematicarum ab illo censetur.

Sufficiat hæc recitasse ex tam clarorum virorum monumentis, quæ ad illius excellentiam pertinent. Verum quoniam admodum res ipsa obscura, vt video, vobis forsitan videri posset, altius & ex initio repetenda huiusmodi origo est. Cum vniuersi formam ac molem summus conditor constituere vellet, aptissimam, & ad continentum & ad motum illi figuram elegit. Porro circularis vtrique proposito apta admodum videbatur : namque & in continendo omnium maxime est capax, & in motu neque subilit, nec premitur : quadrata enim angulis latera disrumperet, rursus lateribus ab angulis dehisceret : quamobrem circularem coelo elegit : quæ nec concisaret, nec destitueret : aptissimam verò ad omnem motum : namque & ea quæ oui similitudinem refert, secundum vnā lineam tantum motum admittit : circularis vndique æqualis, nullum etiam ex motuum varietate impedimentum præstat. Quinetiam quod & ad nos, rursusque ad seipsam, tam æqualis est, vt nec à fine principium, nec ab angulis circuloꝝ partes, nec à temporibus motus ipsi discrepent : statuit autem omnium vnum idemque medium, atque tanta sapientia, vt nihilo variatis cursus recursusque coelis fierent, ac modò tardè, modò velociter eadem astra ferrentur, idque statis locis ac temporibus, vt & ratione eadem qua facta fuerant, Geometrica scilicet, comprehendant. Inde ad metam vsque cum à Sole absunt, superiores maximè, tunc etiam maximè retrocedant : cum illi è directo superstant, velocissimè moueantur, eoque congressus ille sit diuturnior. At verò etiam ex his necesse est, vt cum redeunt, quandam cum Sole affinitatem contraxisse videantur. Sic & duo inferiores cum Soli iunguntur, aut progrediuntur, aut retrocedunt velocissimè, & eorum vis minime dissipatur à Sole : tardè autem, cum vel vtrinque ab eo maximè absunt. Non ne & Luna & vniuersæ stellæ Soli quadam motuum similitudine iunguntur ? & tamen nihil dissimile magis vtroque est, altero vix se mouente, altero raptim atque in diuersas partes. Atque, vt vno verbo dicam, hæc vna est sapientia, vt semper quidem iisdem motibus, nunquam autem eadem via ferantur. An verò in hoc vel Geometrica ratio desiderata, vel mediocriter expressa, aut alia potius potuit subtilitate effici ? Sed & in his quæ elementa vocamus, eandem rotunditatis rationem seruauit, vt nec corpus extra suam naturā, nec loci natura extra corpus esset. Adde verò & magnitudinū & roboris naturam æthere, quod leuissimam substantiam haberet, locumque supremum, statuit : at terra, quanto natura hebetior, eò substantia viribusq; densior est : reliqua sic in vtroque, paribusq; distin-



distincta interuallis, in medio loco collocauit. Partitionem autem ad substantiam quidem æqualem ut repugnantia non solueretur: ad ambitum autem proportionem respondentem effecit. Neque enim vel cœlestes motus tandiu adeò similes cum ea varietate, nec elementorum natura cum tanto discrimine ac contrarietate, si proportionibus ad libellam firmatis non continerentur, illa sola permanisset. Cum verò omnium vna natura orbicularis ac rotunda esset, alia quidem in aliis aptissime collocata sunt, in cœlesti enim corpus duodecim planis ac pentagonis superficiebus circumdatum constituitur: atque ideo cum ad singulos solidos angulos tres concurrant, pentagoni erunt, & nouem trigoni in vno quoque solido superficiales: atque ideo centum & octoginta in vniuerso corpore. Ex his sexaginta quidem Isosceles: sed quorum, qui supra basim anguli sunt, singuli supremo dupli: basim autem laterum continentium portio maior: ac centum viginti reliqui Isosceles & ipsi, quorum viceuersa latera basim portiones sint maiores, & solida proportionis continuitate conspicua, angulique supremi inferiorum unicuique tripli: hac tanta æqualitate perpetua cœli constitutio, ac vicissim in se rediens euasit: quorum verò singulorum distributio in orthogonios duos numerum efficit partium trecentarum & sexaginta, in quas cœlum ipsum diuidi solet. Atque etiam his planis superficiebus duodecim signa obliqui circuli respondent vniuerso orbe in ea diuiso, nec inæqualia nec dissimilia inter se, ut nec pentagoni in solido corpore.

At verò cum sphaericæ figuræ hoc ex omnibus maxime congruat, & ipsum & vniuersa reliqua cum simul coissent, sphaericâ, à qua ortum traxerant, compleuerant figuram. Sic æther ex pyramidibus (conos aliqui vocant) isopleurisque triangulis fabricatus, & ipse tamen in rotundam euasit figuram. At ær ex corporibus octo superficierum trigonarum, cuius tamen anguli sex solum solidi, aqua ex Icosaëdri corpora hæc sunt viginti superficiebus duodecimque solidis conclusa componuntur: atque ob id æther maxime acutus, aqua labilis & inconstans, ær quasi medius inter hos est: omnium stabilissima est terra, cubis coagmentata. Hi octo quidem angulis solidis, sex autem superficiebus constant: ob idque æri contraria est terra, & igni aqua, quod angulos extensos ampliusque habeant: at cubi natura immobilis est, quod granissima sit, nec summitate basim excedat: nam in pyramide leuitas ad soliditatem supremarum partium obstat. In reliquis superiora extra basim sunt, atque ideo ad motum per se inclinata. Solus cubus, cum talis sit, immobilis merito fecit terram: sicut & pyramis cum sola superficiebus angulos æquauerit, simile omnino ætheris substantiam sibi ipsi reddidit, cum omnis supremus æther eadem natura substantiaque existat. At verò in duo decaëdro cum anguli & superficies multum distarent, stellas & sidera errantia in cœlo diuersitas hæc peperit: hæc autem non obiter illi insita sunt: sed tanta cum ratione, ut (quemadmodum narrat Aristoteles) si vel

vnum amplius adderetur astrum cœlo, his quæ non sunt, aut moueri omnino non posset, aut tardius certe progrediretur. Si igitur hæc vniuersa tam diligenti ratione sunt constituta, cumque omnium corporum rationalium natura numerum impleuerit (quinque enim tantum esse possunt) illud verò quod hæc omnia continet figura æmulatus in omnibus est, constat summam Geometriæ rationem maximum Opificem in mundi constitutione conseruasse: nihilque magis illa in eius constructione, imò & solâ illâ spectari debere. Sed forsitan quis quærat, num ex hac ratione aperta septem erraticarum ratio habeatur? Certè sic itaque attentè animaduertite, quæ & in hoc consummata fuerit ratio ipsa Geometrica. Si Isosceles in circulo describatur, qui in duos alios, & ipsos isosceles diuidi possit, basim prioris necessariò heptagoni latus est. Manifestum est autem, triplicem hanc qualitatem & maximam esse, & perfectissimam atque absolutam: quæ cum heptagono contineretur, effecit ut non alio numero erraticæ possent definiri, quam eo qui has omnes æqualitates amplecteretur. Rursus ea in figura ambiente quatuordecim latera, hæc imitatus est rationem: nec pluris, quæ minimè abesse potest, Mercurius distat in summo à Solis recessu, & Luna duplicato numero dierum ad locum suum redit, cōmunibus etiam iunctis terminis, ne quid ad perfectionem deesset: sic hæc ratio septenarij nobilissima facta est. Rursus si trium quantitatum, quarum primæ & tertiæ aggregatum ad secundam ea ratio sit, quæ secundæ ad primam: tum verò primæ & secundæ ratio ad tertiam, qualis tertiæ ad secundam lineæ iungatur, circulusque trigono circumscribatur, erit in hoc trigono tota heptagoni ratio absoluta: namque prima, eademque minor linea, heptagoni latus est: secunda ac media, quæ duobus heptagoni lateribus subijcitur: tertia, quæ tribus ex vna parte: quatuor autem ex alia heptagoni lateribus opponitur. Quamobrem cum nulla maior inter tres quantitates proportionum similitudo esse possit quam geminata, constat heptagona figura omnia cœlestia, & quæcunque meliora sunt inter mortalia, debere terminari. Quare cum homo non dubie vniuerso cœloque respondeat, solus huic figuræ etiâ responderet. Sed mittamus hæc, & ad propiora proposito nostro redeamus, cum illud vnum sit argumentum excellentiæ artis: Nullum philosophum, nullum principem hac scientia carere voluisse. Omnes tamen putant mortales satis se ornatos esse, cum de Geometricis seu rationibus seu machinis abundè disceptare nouerunt. O clarissima scientiarum, generosissima disciplinarum, subtilissima artium, nobilissima inuentorum omnium humani generis: tot decora ornamenta tecum affers, ut diuina prorsus dici merearis. Cuius argumento esse potest, quod cum reliquæ scientiæ cum propositis præmiis professoribus non auctæ sint, velut Medicina post Hippocratem, philosophia post Aristotelem: at Geometria ob sui pulchritudinem, homines inuenit claros, & sui studiosos, qui eam absque præmiis ad apicem perfectionis deduxere. DIXI.

Pp EXARCTON





# EXÆRETON MATHEMATICORVM.

MANVSSCRIPTI (VNDE HIC LIBER ERVTVS EST) VETVSTAS ET  
Caracteris inelegantia exigunt vt parcatur erroribus.

## PROOEMIUM.

Vt in 2.3. &  
4. Theor.

Vt in 7.  
M. d. Theor.

Vt in prop. 8.



VNC librum conscripsi Roma mense Iulij M. D. LXXII. ex pluribus qua iam inuenta à me vno dumtaxat problemate excepto collegeram ob id vt homines modum intelligerent non solum in his sed etiam cunctis aliis disciplinis inueniendi problemata tum theoremata rerum admirabilium. Diuiduntur tractata hîc in tria genera: in ea qua pendent ex inuentis ab aliis (nam ab aliis nihil prater primam accepimus) & qua ex propriis accepimus: & in ea quorum inuentio ex arte magna habetur, demonstratio verò adijcitur vt non tantum sciamus (est enim scientia qua per demonstrationem habetur) sed vt vnum in aliud mutare discamus, idque appellatur, si purum fuerit, restitutio. Est autem triplex genus. propositorum, Theorema, Problema, & γῶσις. Altera utilitas est perfectio absoluta inuentionum excellentium artis magna cuius causa conscripsimus Aliza, sed perfectius hic declaratur; non oportet in huiusmodi longius versari sed tantum prodest quantum dubium esse potest vt sufficiat docuisse causam.

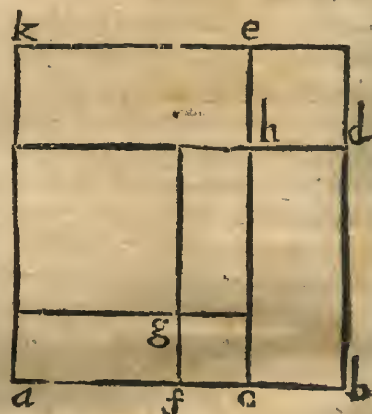
### Definitiones.

1. **P**arallelepipedum corpus est quadrilateris superficiebus sex æquidistantibus compositum. Quod verò tribus rectangulis seu
2. æqualibus inuicem omnibus seu non, communi nomine rectangulum solidum dicitur.
3. Si omnibus æqualibus cubus: at hic iam notus est: si duabus quadratis quatuor reliquis tetragonis longioribus quam vocabant columnam quadratam, scapum nos
4. iure dicemus. Sin autem breuiiores sint quatuor inæquales quadratis καὶ ὅλως si omnes inæquales ἀνισόπλευρος. Et si latus vnum sit æquale duobus ἰσοπλευρὸς & ex his composita,
5. superficies scaporum oblongæ Trapezi.

### Supposita.

1. Cum linea fuerit bifariam diuisa, quadratum ex duobus quadratis partium & superficie dupla vnius in alteram constat;
2. vnde cubus eius ex quatuor corporibus, duobus cubis partium & duobus corporibus triplis quorum vnum quodque sit ex ductu vnius partis in alterius quadratum mutuo.
3. Cum recta fuerit trifariam diuisa, quadratum illius intelligitur constare ex sex superficiebus quarum tres sunt quadrata partium reliquæ duplæ singulæ tetragono ex vna parte in aliam. At si in duas partes, ac vna in duas rursus diuidatur constabit totius

quadratum ex quinque superficiebus. Velut quadratum A B quæ sit decem, & diuisa in tres & septem in C & A C rursus in quinque & duo & constabit quadratum B K ex quadratis C D F G, G C & duplo C D &



duplo A G. Et hæc diuisio seu constructio vocatur μίσις. Cubus igitur diuisa linea in tres partes constabit ex tribus cubis velut C G, E D, F G, & a compso vno quod sexcuplum est ἵσος vt sint iam partes nouem corpora autem quatuor. Ex scapis autem & curtis xviii. scilicet corporibus sex continentibus xviii. vt sint omnia corpora X & ordine eodem. Iuxta autem diuisionem in quinque superficies, vides quod superficies K H B quæ efficiunt vnam efficient duas: sunt igitur tres cubi iidem qui prius: A compsi sex nihilominus ex A L, L C in B

H;



h, h k & ex b c in a g h  
omnia autem corpora  
X X. nam partes lineæ  
iij & superficies VII. igitur  
in corporibus quatuor detractis nouem  
relinquuntur XII. quæ sunt scapi aut curta.

|              |      |     |
|--------------|------|-----|
| VI.          | III. | I.  |
| III.         | I.   | VI. |
| omnia XXVII. |      |     |

A L in A E, G H, C G, D E,  
C L in A G, G H,  
C B. in B H, H k. F G C, G.

Quæ sunt tria corpora : omnia septem. Cuius constructio bifariam similis est quadrato dum componitur latus eius ex duobus ; nam assumatur quadratum a e h & per secundum suppositum fit cubus eius ex cubo a l & duplo c l in quadratum f g & a l in l e g quæ cum erunt diuisa per a l exhibit quadratum a c h, & similiter ex a l in a g & a l in duplum e g l & cubo quæ omnia diuisa per c l reddent quadratum a c h f, igitur cum quadratum a c h f habeat latus habebit aggregatum illorum quatuor corporum latus Hoc autem erit compositum ex latere quadrato f g & g c cuborum. Et tale latus quadratum seu primi aggregati, seu secundi, seu totius cubi, est quod producitur ex a c tota in x. quadratam a l pro primo aggregato, aut c l pro secundo vel a c totius pro latere quadrato cubi a c vt si ponas a l XVI. c l IX. a c XXV. Altera similitudo est quoniam diuiso latere cubi vt pote 4. latere 64. in 3. & 1. fiunt per primum suppositum partes quadrati basis 9. 1. & 6. quæ ducta in 4. altitudinem cubi efficiunt 36. 4. & 24. At si quadrata superficies sit 64. latus eius erit 8, partes autem 6. & 2. constituent eodem ordine 36. 4. & 24. & ita si sit cubus 729. latus est 9. quadratum 81. quod si diuidatur in 7. & 2. fiunt partes quadrati 49. 4. & 28. & diuiso 27. quadrata 729. quoniam solida sunt 441. 36. & 252. fiunt partes 21. & 6. & superficies 441. 36. & 252. vt prius. & 21. ac 6. sunt in proportionem tripla ad 7. & 2. quoniam x. cu. 27. est 3. & alia in dupla, quia x. cub. 8. est 2.

## Problematum Genera.

Primum est scire theorematum  $\eta\gamma\omega\sigma\tau\omega\nu$ . Problematum autem scire & operari. scire autem multifariam dicitur, alia quidem ex communibus quæ proxima sunt principiis & ob id notissimis tum ob id & quia proxima notissima. Cuiusmodi sunt quæ ab initio demonstrantur ab Euclide. Post quæ ea quæ ab illis sunt remota vt quæ in Decimo libro. Tertio loco sunt quæ principiis minus notis pendent vt quæ mox docebimus. Cuiusmodi sunt etiam quæ à monade. Quarto loco, quæ demonstrantur per  $\mu\epsilon\lambda\epsilon\tau\alpha\sigma\iota\sigma\iota\nu$  vt in arte magna pleraque. Quinto quæ ex his pendent, & ad  $\omega\epsilon\alpha\kappa\tau\iota\mu\eta\nu$  pertinent non tamen ipsa per se demonstrata sunt vt sint ipsa vltimo quæ pro veris habemus, & talia existunt, non tamen causam notam habemus. propositum igitur in hoc libro quæcunque sunt in vltimis seu huius argumenti seu alterius re-

Tom. IV.

uocare retrò & ad priora vt ex postremo ad quintum & si licet ad quartum & ex tertio ad secundum vel ad primum, hoc autem felicissimè continget si principia assumpta quæ in tertio ordine pleraque sunt *διαδοχικα* ad prima, vel ex primis reuocare aut ostendere potuerimus, aut dissoluta in partes deducere ad omnino per se nota ; sic enim doctrina hæc & quæ per eam perceperimus seu ab aliis assumpsimus firmiora fient & clariora tum illustria & magis communia. Siquidem prima talia sunt simul & per se nota. Exemplum in medica arte fex alba : cibus albus,  $\kappa\epsilon\rho\chi\alpha\lambda\eta\varsigma$  vrina rubra, phrenitis. Non dixeris obstructionem nam in aliquo horum desinit.

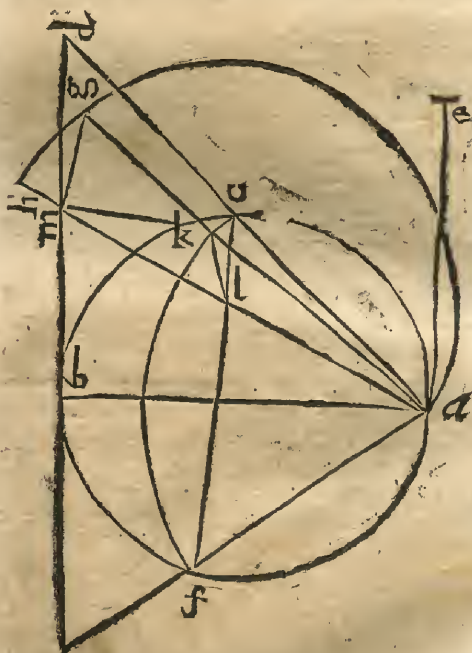
## PRIMUM PROBLEMA PROPOSITIO PRIMA.

*Inter duas propositas rectas lineas duas medias in continua proportionem Geometricè inuenire.*

Hoc est inuentum Architz Tarentini Pythagorici : ex quo perspicuum est quantum iam eo tempore illi callerent Mathematicas, cum posterius vix problema inuenire possent. Sit ergo a r longior quam suppono pro diametro & in eo circulo collocata producat donec occurrat continenti b d intelliganturque tria corpora semicylindrus erectus ad perpendicularum cuius basis a b c semicirculus sit a c b E & semiconus qui sit circumducto Orthogonio a b d & vbi rursus cadit in planum a d secet periferiam a b c in f & rursus intelligatur semicirculus a b c erectus in superficie a b c e plana circum duci manente puncto donec a b superster sibi ipsi ad perpendicularum in puncto a & creabitur quarta pars cuiusdam corporis anonymi. Istorum trium corporum superficies extremæ secant se binæ

Per pr. 4.  
elem.

Per 11. elem



& binæ in lineis quia a b est longior omnibus lineis quæ sunt intra cylindri dimidium

P p 2 &

Problema pr.



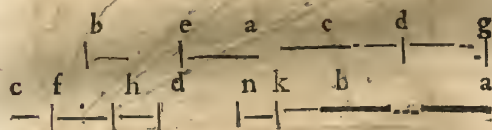
Ex hoc constat quod minor inuentarum mediarum scilicet a m est in plano.

Per 8. sexti  
Elem:

& etiam pluribus partibus semiconi. Igitur sectio coni & cylindri & corporis anonymi cum sint lineæ elicæ seu spiræ se secabunt in vno puncto tantum quod sit g, erit ergo a g in superficie semicirculi erecti qui tunc dicatur a b g & in superficie trigoni a b d. Ducatur igitur semicirculus c f eo quod erit æquidistans basi coni & vbi secatur a g ponatur k & ducatur c f recta & vbi secatur a h ponatur l & vbi a h quæ est in plano secatur a b c periferiam ponatur m & ducantur k l & k m & g h & g m quia e k f & a g h sunt ad perpendicularum super planum ex supposito & communis sectio eorum est k l eo quod vterque terminus est in vtraque superficie, k enim est in a g & a g in superficie a g h, igitur k l est ad perpendicularum super planum, igitur l est media inter f l & l c, quare inter a l & l m, igitur duo triangula a k l & k l m similes: igitur anguli m k l & k a l æquales & quia l rectus est duo anguli l k a & l a k æquales recto, igitur m k l & l k efficiunt rectum. similiter & h g a rectus & communicant in angulo k a h vt etiam k a l, igitur a h ad a g vt a g ad a m & a m ad a k, at a h est eadem seu æqualis a b & a k æqualis a c cum prodeant a centro circuli c k f, igitur a m & a g sunt mediæ continuæ inter datas a b & a e & quia non relinquitur dubium nisi quod g m sit ad perpendicularum & cadat in circumferentia circuli a e b dico quod vtrumque est necessarium quia g iam fuit in circumferentia cylindri & ducitur ad m basim cylindri etiam cylindrus erat erectus ad perpendicularum super planum ideo illa tria sunt connexa.

## Secundum problema propositio secunda.

Propositis duabus lineis, parteque vnus detracta & alteri addita quantitates excessus partium mutuo detrahente aequè addere tum quando proportio aggregatorum ad sua residua aggregatorum eorundem aggregatorum ad alia residua, eadem vnde manifestum est hoc fieri non posse neque in eisdem neque mutuo nisi aggregata inter se & residua sint æqualia. sint duæ lineæ a b & c d



& sit differentia earum d g & sumatur vna pars a b maioris quæ sit a e quam addo c d vt fiat tota c f volo partem abscindere ex c d & addere ad a b vt sit quæ abscissa est d h & tota addita a k ita vt sit proportio c f ad b e velut a k ad c h. abscindo de g differentiam ex d f parte addita & relinquatur g f fiat ergo g h æqualis g f & similiter b k e a igitur & d f differunt ab h d & k b in d g, ergo in differentia a b & c d, tanta igitur est

differentia quantitatum a b & c d quanta partium, igitur per communem animi sententiam a k & c f sunt æquales cum ad c d addiderimus d f vt ad a b, b k & ita c h est æqualis b e, ergo proportio c f ad b e est vt a k, c h & per eandem c f ad c h vt a k ad b e.

Corollarium sic patet: sit vt c l minor vel maior c h sit ad quam a n se habeat vt c f ad b e, si ergo d l est maior d h erit maior g f quare maior b k & vicissim si minor minor: & si d l minor ergo c l maior: & si d l maior c l minor: quare si a n maior c l minor vel si a n minor c l maior, minor necessarid, vel maior proportio c f ad b e vel ad c h quàm a n ad c l seu ad sua residua seu mutua quod est contra suppositum.

## Primum Theorema Propositio tertia.

Cum verò fuerint duæ quantitates in duas singulæ diuisæ, erit quod sub prima primi ordinis & tertia secundi ordinis cum eo quod sub tertia primi ordinis & secunda secundi, æquale ei quod ex prima secundi ordinis in tertiam primi cum eo quod ex tertia secundi in secundam primi & vicissim.



Sit a prima primi ordinis diuisa in b secundam & c tertiam, d verò prima secundi ordinis diuisa in e & f secundam & tertiam

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| C | E | C | E |
| C | 7 | C | 7 |
| B | 7 | C | 7 |

dico quod sit ex a in e cum eo quod ex bin f æquale fore ei quod ex d in b cum eo quod ex e in c & rursus quod ex fin a cum eo quod ex e in c ei quod ex e in d & ex f in e, constat enim quod f in a æquualet f in b & c adde c in f d verò in c ei quod ex c in e & f adde b f & sient vtrunque eadem. idem de secunda parte.

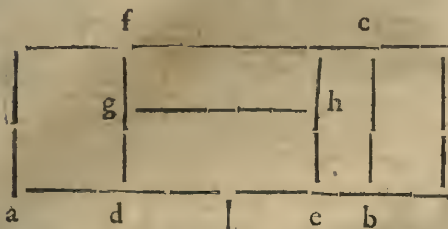
## Secundum Theorema Propositio quarta.

Si Trapezum cuius longitudo latitudine triplo maior sit, in tres partes diuisum fuerit quarum secunda prioris dupla sit, prima autem quadrata quæ potest in tertiam cum latere primæ, latus cum sit totius superficie detracto duplo lateris cubici in residuum lateris tertiæ partis & cubi quod est latus primæ partis: corpus totum cum altitudine primæ, res æquales numero & cubo: necesse est cubi latus ductum in reliquam superficie producere numerum æquationis.

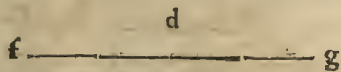
Sit superficies a f prima quadrata, secunda e f illi dupla, tertia e c trapezus vel quia e c sit minor aut maior a f latus e c sit e h duplum d h in d a d h superficie totius a c dempta f h latus f d g cubus æquationis ad cuius



cuius latus est rei æstimatio. Cum ex illo in



residuum fiet numerus rerum quod omisum est nescio quomodo. Supponatur ergo & assumatur quod necessarium est vt a d, ducta in a c, detracta a f h, id est in superficiem g e c producat numerum æquationis. Numerus ergo producit ex g d in d f ducto rectangulo in lineam compositam ex g d &

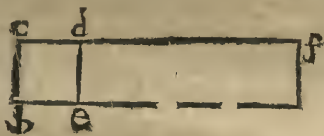


duplo f d. si igitur d f constituatur binomium aut recisum & d g numerus tunc e c, erit numerus: & numerus æquationis compositum ex *7<sup>to</sup>* nam producit vt visum est ex g f & f d in d g & inde in f d, f d autem & d g componunt f g.

In arte Mag.  
cap. 25.

## Scholium primum.

Quod autem assumptum est scilicet quod si superficies f b esset numerus rerum & ex latere c e in c f fiat numerus æquationis



quod latus e c, erit res constat quoniam ex b e in c e fit cubus ex definitione, ex b c in e f numerus æquationis ex supposito & b f supponitur numerus rerum & ex b c in b f fit quantum ex b e in c e & e f pariter accepta, igitur b e est res quod erat demonstrandum.

## Scholium secundum.

Et quia supponitur res binomium vel recisum & numerus æquationis numerus vere, & ille fit ex a d in g e c, ergo g e c est binomium & recisum. Cum tota superficies sit numerus scilicet rerum igitur a f est contrarium g e c scilicet vnum binomium alteram recisum.

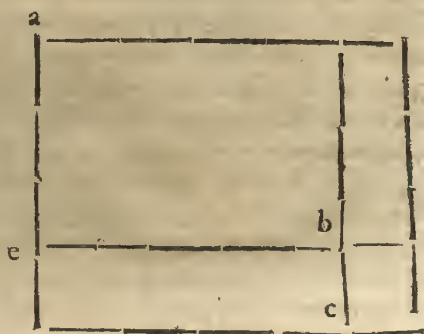
## Tertium Theorema Propositio quinta.

Si circa Diametrum quadrati duo quadrata in directum coniuncta constituta sint corpusque propositum, fuerint autem duo parallelepida rectangula ex quadratis in alterius latera simul iuncta æqualia dimidio corporis propositi; erit cubus totus æqualis corpori proposito eique corpori quod ex latere quadrati totius in ambo quadrata producit. Quod si cubus totus æqualis sit solido alicui & ei quod fit ex latere suo in duo quadrata eodem modo circa diametrum constituta quæ totum quadratum complent

Tom. IV.

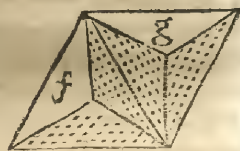
corpori: erunt duo corpora quæ ex lateribus quadratorum mutuo fiunt in ipsa quadrata pariter accepta dimidio corporis propositi æqualia.

Sint quadrata a b, b c posita ad diametrum quadrati a c ita vt ipsum compleat, eritque b d latus b c, b e latus a b d e latus



a c, sint autem duo parallelepida ex e b, in b c, b d in a b æqualia dimidio corporis f g, quod fit f dico cubum d e lineæ æqualem esse ei quod fit ex d e in a b, b c quadrata cum corpore f g toto. quod si fuerit cubus d e æqualis corpori f g cum eo quod fit ex d e in a b & b c dico quod mutua ex b d in a b & b e in b c pariter accepta erunt æqualia f, cum enim cubus d e sit æqualis cubis d b, b e cum triplo mutuorum b d, in b a & b c in b e, hæc autem mutua bis sumpta sint æqualia ex supposito corpori f g erunt cubi b d, b e,

cum mutuis semel b e in b c & b d in b a, & corpore f g æqualia cubo d e: at cubi b d, & b e cum mutuis semel b e in qua-



dratum b c & b d in quadratum a b sunt æqualia ei quod fit ex d e in a b, b c eo quod ex d e in a b fit cubus a b & mutuum ex b d in a b & ex b e in b c fit cubus b d & mutuum b e in b c, igitur cubus d e est æqualis ei quod fit ex d e in a b & b e quadrata cum corpore f g quod est primum. Conuersum etiam ex hoc per se est manifestum nam cubus fit æqualis f g & ei quod fit ex d e in a b, b c, & etiam cubis b d & b e, cum triplo mutuorum, quod autem fit ex d e in a b, b e est æquale cubis b d & b e cum mutuis semel sequitur ex communi sententia quod duplum mutuorum est æquale f g, igitur talia mutua cum sint dimidium talis dupli erunt æqualia dimidio f g, i. f.

Ex hoc igitur sequitur quod cum id quod fit ex b e in a b, b c fit quadratum d e quæ est latus cubi totius sumpta secundum numerum a b & b e, quod si extalibus mutuis semel fiat aliqua quantitas puta f quod duplum eius quantitatis sumptum vt numerus & cum numero rerum æquali duobus quadratis propositis quod hac æquabuntur cubo illi & conuerso modo. Si igitur supponamus quod a b & b c gratia exempli 13. & mutua iuncta sint 30. id est corpus f erit totum corpus f g, id est duplum & est 60. cum rebus 13. numero æqualia toti cubo d e. Igitur argumentum valebit: cubus d e, est æqualis 13. rebus 60. igitur si ex 13.

P p 3 fece-



fecerimus duas partes ex quibus in  $\mathcal{R}$ . suas mutuò fiat 30. dimidium 60. illarum partium.  $\mathcal{R}$ . iunctæ erunt æquales de .i. rei & vicissim, si ex 13. fecerimus duas partes ex quibus in  $\mathcal{R}$ . mutuò fiat 30. duplum 30. quod est 60. cum 13. rebus erit æquale cubo aggregati radicum eiusmodi partium .i. lineæ d e, cum ergo acceperimus gratia exempli 18. res, manifestum erit ex demonstratis in libro de proportionibus quod maximum corpus cui possint talia mutua æquari, est illud quod fit ex dimidiis in radices seu latera mutua pariter acceptis: igitur non poterit esse f maius 54. qui fit ex 9. dimidio 18. in 3. mutuò, igitur totum corpus f g non potest esse maius duplo 54. qui est 108. Poterimus igitur extendere solum istam demonstrationem ad hoc problema. fac ex 18. duas partes ex quarum ductu vnus in  $\mathcal{R}$ . alterius mutuò fiant 54. & in omni inferiore numero ad 54. igitur cubus poterit æquari 18. rebus & 108. & cuilibet numero infra 108. .i. duplo ei quem mutua producere possunt. Capituli autem cubi æqualis rebus & numero regula inuenta, satisfacere incipit in 18. rebus a numero qui possit diuidi in duas partes quæ producant 216. cubum 6. tertiæ partis numeri rerum & iste numerus est  $\mathcal{R}$ . 864. nam diuidi potest in  $\mathcal{R}$ . 216. &  $\mathcal{R}$ . 216. quæ inuicem ductæ producant 216.  $\mathcal{R}$ . autem 864. est minor 30. & eius ergo capituli quod est à 30. vsque ad 108. habemus & regulam datam & ei satisfacit demonstratio adducta à 108. autem supra satisfacit regula inuenta sed demonstratio præsens non attingit, quoniam non licet facere ex 18. num. rerum duas partes ex quarum ductu vnus in  $\mathcal{R}$ . alterius mutuò fiat plusquam 54. sed cum supra habeamus regulam generalem non opus habemus hac demonstratione, sed à 30. infra regula non satisfacit, hæc autem demonstratio satisfacit: cum ergo in parte media .i. à 30. ad 108. per regulam inuenerimus demonstrationem Geometricam, quæ inferuiet vt dixi parti inferiori capituli in qua numerus est paruus illa inferuiet parti nondum inuenta. Et resoluitur quæsitum in hoc, fac ex eo duas partes Geometricæ, seu diuide superficiem a b, in duas partes, quæ ductæ vicissim in latera efficiunt corpus quod non sit maius quadrante cubi aggregati radicum quadratarum dimidiorum; seu cubo totius numeri radicum diuiso per quadruplum cubi  $\mathcal{R}$ . quadratæ medietatis eiusdem: seu eundem cubum diuisum per ipsum numerum ductum in  $\mathcal{R}$ . quadratam dupli sui quod idem est. Velut si numerus rerum esset 12. cubus eius esset 1728. qui diuisus per 12. ductum in  $\mathcal{R}$ . 24. & est  $\mathcal{R}$ . 3456. producit  $\mathcal{R}$ . 864. Idem prouenit diuiso cubo aggregati  $\mathcal{R}$ . 6. & 6. & sunt  $\mathcal{R}$ . 24. cuius cubus est  $\mathcal{R}$ . 13824. per 16. Et est accipere quadrantem. idem etiam prouenit diuiso cubo 12. qui est 1728. per quadruplum cubi  $\mathcal{R}$ . quadratæ medietatis eiusdem, medietas enim 12. est cuius  $\mathcal{R}$ . quadrata est  $\mathcal{R}$ . 6. & cubus  $\mathcal{R}$ . eius scilicet 6. est  $\mathcal{R}$ . 216. cuius quadruplum est  $\mathcal{R}$ . 3456. diuide ergo 1728. per  $\mathcal{R}$ . 3456. exeunt  $\mathcal{R}$ . 864. vt prius.

*Cubus æqualis 108. rebus.*

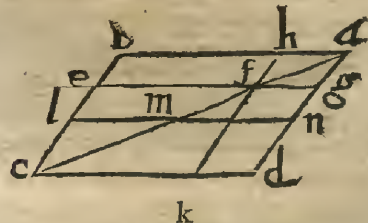
*p. 108. reg. non Dem. à 30. ad 108. reg. & dem. à 30. infra dem. non reg.*

## QVARTVM THEOREMA.

*De multiplici diuisione Paralleipedorum præcipue Rectangulorum.*

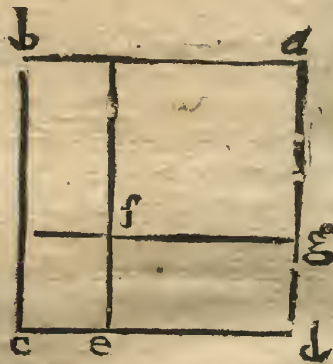
PROPOSITIO SEXTA.

**Q**uadratum diuisum ad diametrum & similiter trapezus & omne parallelogrammum in quatuor parallelogramma, si sint circa eandem diametrum: quorum duo sint similia toti & inter se, reliqua inter se æqualia. Nec facta sectione, puta per h f k potest fieri sectio alibi quam in vno puncto, quia non nisi vbi diameter secat illam lineam,



puta per h f k & etiam quod fit per vniam diametrum non fit per aliam. Ideo conueniunt in tribus his omnia parallelogramma & quadrata & rectangula. Sed differunt quia quadrata non habent nisi vnum latum magnitudine differens & duas partes linearum: parallelogramma autem reliqua cum habeant duo latera magnitudine differentia possunt habere quatuor partes linearum magnitudine differentes f e, f k, f g, & f h, & idem si sint rectangula. Differunt etiam quoniam rectangula sunt minora quadratis si sint æqualis ambitus. Rhomboides quoque rectangulis si latera sint æqualia. Et quantò anguli fuerint distantes magis à rectis eò etiam inter se minora. Et idem de corporibus eadem ratione, sed loquamur de solidis primum rectangulis.

Incipiamus ergo à quadrato a b c d, diuiso ad diametrum in f & docuimus alias fieri

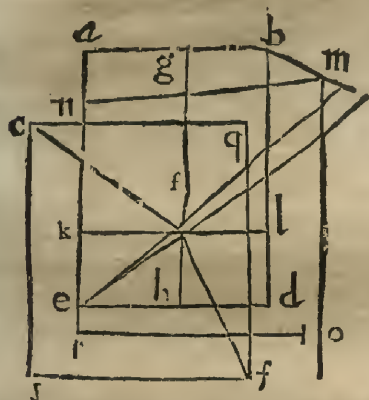


octo corpora, duos scilicet cubos ad diametrum, & tria solida inuicem æqualia & alia totidem æqualia, ex c e in quadratum d e, & totidem ex d e in quadratum e e, & duo quidem circumdabunt cubum c e f, & erunt scapi superinsistentes cubo c e f, cum eadem altitudine quasi iacentes; alterum est Kolobos super a f, altitudine c e, & ita totum corpus subiaccens erit cuius superficies quæ est basis a b c d, & altitudo c e, & superior superficies quadrata æqualis a b c d, & circum circa quatuor superficies æquales c g,



eg, quæ ipsum corpus ambiunt. Aliud corpus est simile huic compositum ex cubo a f g & duobus colobis a f g iuxta altitudinē c e & scapo medio inter colobos erecto super c e f & hæc sunt duo corpora quibus componitur cubus quæ habent radicem quadratam. Et hæc compositio est similis etiam illi quæ in singulis reſtangulis aliis. Discrimen tamen est.

3. Sin autem sint parallelogramma *ακονα* quoniam ex dictis corpora per quæ transit diameter sunt similia toti & inter se, ponantur tres superficies loco eius quæ est in



supremo *ακονα* eleuata æquidistanter à plano m n o p à dextra in sinistram q r f c loco eius quæ ab ante retro a g c h. Et quoniam duo corpora circa diametrum sunt similia toti & inter se erunt partes linearum a g, g b : itemque d h, h c & a n, n c, inter se similes : quare solida parallelogramma tria & tria vt in cubo ad vnguem inuicem æqualia & eadem ratione & situ collocata vt in illo, sed si non essent circa dimetientem non esset aliquid horum necessarium. Omne igitur solidum parallelepipedum ex quatur solidis componitur velut & cubus, & distributio est ad vnguem vt in cubo, & si quis obijciat quod poterunt esse etiam pauciora propter æqualitatem partium; dico quod est verum sed multo sæpius plura, quia omnis minima differentia ab ea exacta proportionem est sufficiens ad impediendum hanc deductionem ad quatuor partes: Adeo vt verè vix vnquam contingat. Propterea melius est id dicere quod ratione probatur & verè ita est.

4. Diuiduntur etiam cubi in Isolipa prima & duo supplementa: & ipsa dicuntur mutuo non singulari numero sicut focer & generi quia non possunt esse nisi per vnā lineam coniungantur à summo ad infimum, & habent quadratas bases & altitudinem cubi continentis illa. Et ambo constant ipso cubo qui est pars & scapo aut *ακονα* qui est iuxta altitudinem alterius cubi.

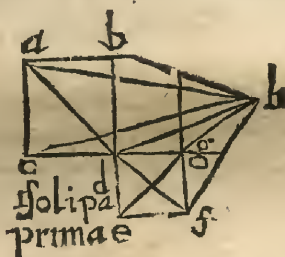
5. Isolipa verò secunda dicuntur corpora seu scapi æquales cubis partium qui complent cubum integrum, ipsa autem non complent. Quia vt dixi ad hoc vt sint Isolipa prima necessarium est vt sint primum duo scapi & hoc est commune cum secundis : & quod sint compositi ex cubo & corpore cuius basis sit basis cubi, altitudo verò latus alterius cubi : cumque hoc fuerit talia corpora iuncta per lineas totius

altitudinis cum sint æque alta occupabunt totum cubum per transuersum. Sed si altitudines sint æquales, sed quod est residuum scaporum non sit æquale altitudini alterius cubi, non poterunt complere cubi transuersam latitudinem, sed continebuntur a scapo aut *ακονα* quia non poterunt habere altitudinem cubi. Et quoniam quælibet talia corpora poterunt æquari singulis, vel vno totali appellantur ob hanc similitudinem secundam Isolipa secunda.

*Per primam hanc*

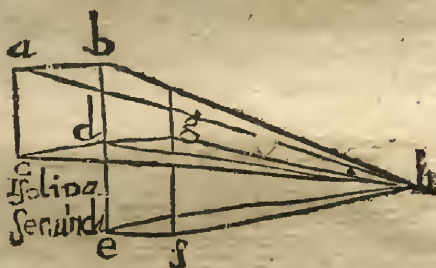
## S C H O L I V M.

Supponatur ergo cubus a b c d 27 d e f g 8. eo quod basis a b c d est 9, d e f g 4. ergo Isolipa prima cum habeant altitudinem h d quæ est æqualis b e aliter non essent



A b C D H  
D E F G H  
D H linea communis illos æqualis  
B D E.

æque alta cum cubo toto erunt 45. & 20. ducta scilicet b e quæ est 5. in 9. & 4. Et talia includuntur cubo. vt dictum est sed ipsa sunt etiam æqualia cubis scilicet 45. & 20. quorum latera sunt 3. cu. 45. p. 3. cu. 20. tales autem includuntur & ipsi cubo 3. cu. 45. p. 3. cu. 20. quæ est 65. p. 3. cu. 486000. p. 3. cu. 1093. 500. Ergo vides quod omnes cubi habent sua Isolipa prima & omnia Isolipa tam prima quàm secunda



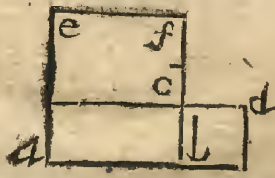
A B C D H  
D E F G H  
D H linea communis eorum multo longior B D E, lateribus cuborum iunctis.

habent cubos æquales qui cubo vni includuntur. Et tales cubi denuò habent Isolipa sua prima (quia sunt illorum partes) quæ necessariò vni cubo includuntur. Nec tamen Isolipa secunda possunt includi cubos sub propria formæ cum repugnet, vtrum autem possint verti in duo Isolipa prima eiusdem quantitatis infra modum docebitur.

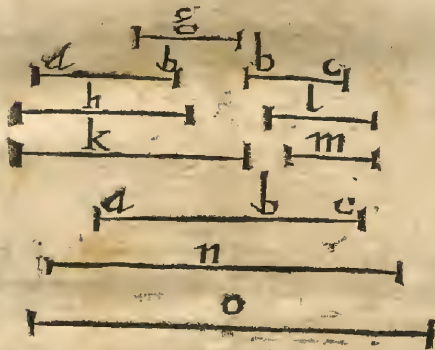


## Prima Trósis Propositio septima.

Si ferint duo cubi notæ superficiei laterum, noti erunt & ipsi cubi, sint duo cubi  $a b$ ,  $b c$  simul iuncti noti: & sint latera eorum quæ constituunt superficiem notam. Et sit linea  $g$  monas & fiant in continua proportionē  $g, a b, h$  &  $k$  & in continua proportionē  $g, b c, l$  &  $m$  & sint in continua proportionē quadrati  $g$  &  $a b c$  superficiei tanquam lineæ  $n$  &  $o$ . Quia er-



go  $g, a b, h k$  sunt in continua proportionē erit  $k$  ad  $a b$  duplicata ei quæ  $a b$  ad  $g$  & idē æqualis cubo  $a b$  & ita  $m$  ad  $g$  duplicata  $b c$  ad quare cubus  $b c$  igitur ex supposito  $k m$  aggregatum notum & ex  $a b$  in



$b c$  sit  $a b c$  &  $a b h k$  sunt in continua proportionē & similiter  $b c l m$  in continua proportionē atque item  $a b c n o$ , igitur  $n$  sit ex  $h$  in  $l$  &  $o$  ex  $k$  in  $m$ . cum verò  $a b c$  nota sit &  $n$  sit quadratum  $a b c$  quia  $g$  est monas & ita  $o$  cubus  $a b c$  erit  $o$  nota: cum verò  $o$  fiat ex  $k$  in  $m$  quæ iunctæ sunt notæ erit vtraque  $k$  &  $m$  nota per sexquare eius duo latera cubica  $a b$ ,  $b c$  nota quod est propositum.

## SCHOLIUM PRIMVM.

His visis cum supponamus aggregatum cuborum  $a b b c$  esse numerum vt pote 40. erunt  $z$ . &  $m$ . iunctæ 40. & cum supponamus  $a b c$  esse numerum, erit  $o$  numerus & etiam cubus quia cubus  $a b c$  numeri qui sit, puta 6. & idē 216. erunt ergo  $z$ . 20.  $p$ .  $z$ . 184. &  $m$ . 20.  $m$ .  $z$ . 184. igitur  $a b$   $z$ . cu. 20. plus  $z$ . 184. &  $b c$   $z$ . cu. 20.  $m$ .  $z$ . 184. & ita cadent necessariò in binomio & reciso.

## SCHOLIUM SECVNDVM.

Habemus ergo (colligendo) octo quæ sita. Primum quod alias demonstratum est quod si supponantur mutua ex partibus  $b f$  in quadrata sua nota id est aggregatum &  $b f$  nota erunt & partes: sed non peruenit ad cubum. Secundum quod demonstratum est

paulò ante quod si quadratorum aggregatū fuerit notum & mutua etiam nota peruenimus ad capitulum cubi æqualis rebus totidem quantus est numerus aggregati illorum quadratorum & numero duplo aggregato mutuatorum. Tertium quod vbi habuerimus latera superficiei notæ & aggregatum cuborum eorum habebimus quantitatem eorundem. Et peruenimus ad cubos æquales numero cum quadrato cubi & æstimatione laterum est  $z$ . cubica binomij ac recisi. Quartum modò est declarandum, & est quod si habuerimus latera superficiei non cum mutuis nota habemus latera per se diuidendo aggregatum mutuatorum per productum exhibit aggregatum laterum, igitur cum superficies sit nota, habebimus latera. Et similiter si supponatur superficies  $a b c$ , nota vt pote sex & aggregatum cuborum  $b d$  cum aggregato  $c e$  mutuatorum cognitum puta  $b f$  tunc quia diuiso illo aggregato per totam rem quæ est  $b f$  exeunt quadrata vt alias demonstratum est  $c c$  &  $b d$  & multiplicatis  $a c$  & mutuo alio per  $b f$  exit duplum mutuatorum: igitur assumpto duplo  $a c$  numeri idē 12. habebimus cubum æqualem 12. rebus & numero proposito qui est  $b f$  & ita rem cognitam ex parte nota capituli. Sed & desexto non est dubitatio vbi  $b f$  nota sit & cuborum  $b c$  &  $e f$  aggregatum notum quia notæ sint  $b c$ ,  $c f$  singillatim, nam diuiso aggregato per  $b f$  exit aggregatum quadratorum detracta  $a b c$ , igitur notæ erunt partes. Vnde patet septimum illico quod si nota sint quadrata  $b d$  &  $c c$  & aggregatum cuborum ac duorum mutuatorum partes erunt notæ quia aggregato corporum diuiso (per præcedens) per aggregatum quadratorum exit res seu  $b f$  per quintum, igitur per præcedens habemus partes scilicet latera cuborum. Reliquum est igitur vt declaremus octauum: scilicet quod cognitis  $b d$  &  $c c$  quadratis iunctis tamen cubis vt habeamus partes, & similiter octauum est superius demonstratum scilicet quod cum fuerint nota aggregata quadratorum atque cuborum peruenimus ad cubum & numerum æqualia rebus sed hoc est minus notum a omnibus alijs. Et ita sunt omnia cognita, sed hoc minus inde secundum, alia sunt perfecta.

## SCHOLIUM TERTIVM.

Et cum duxerimus  $z$ . cu. 20.  $p$ .  $z$ . 184. in  $z$ . cu. 20.  $m$ .  $z$ . 184. fiet  $z$ . cu. 216. ducta igitur  $z$ . cu. 216. in partes fient mutua  $z$ . cu. 69120.  $p$ .  $z$ . 100329062.  $p$ .  $z$ . cu. 69120.  $m$ .  $z$ . 100329062. & hæc sunt  $z$ . vniuersales vt quoquomodo redycantur ad quatuor quantitates in continua proportionē & ad tres vt in corollario sequenti igitur ad septem.

Ex hac igitur patet quod cum quis dixerit cubus æqualis est 18. rebus  $p$ . 35. vt in numeris integris vel 40. tribus modis, in idem recidentibus quæstio solui poterit. Et habebunt easdemmet exceptiones, primus est per regulam generalem capituli notam, ducendo 6. tertiam numeri rerum & est super-



# Propositio octaua & nona. 453

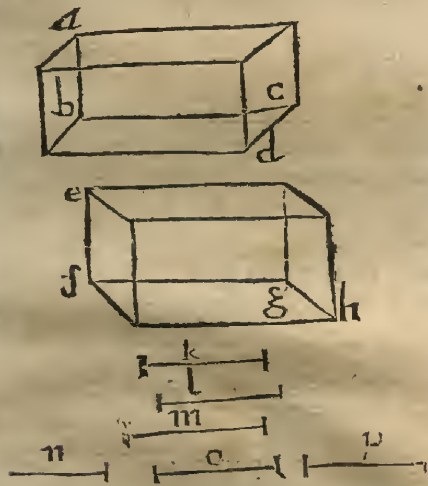
superficies a b c ad cubum & fit 216. inde diuide 40. in duas partes ex quarum vna in alteram fiant 2:6. & erunt p. 184. & 20. m. 184. & 20. cubica harum erunt tota linea b c f, be minor seu recisum c f maior seu binomium id est 2. cu. eorum. secundus modus est per demonstrationem allatam ducendo a b, b c & a b c ad cubum & fiet cubus a b c manifeste 216. quia a b c fuit nota & supposita quod esset 6. & aggregatum 2. & m. 40. gratia exempli, seu 35. & ex 2. in m. supponitur seu demonstratum est fieri 216. vt prius ergo a b & b c, eadem vt prius. Tertius modus est vt ponamus per capitulum generale a b, pos. b c <sup>pos.</sup> deducemus ad cubos partes & erunt 1. cu. <sup>216</sup> & hae sunt aequalia 35. seu 40. numero: hic enim est aggregatum cuborum vt supponitur, igitur 1. cu. p. <sup>216</sup> aequalia sunt 40. duc omnia per 1. cu. fient quad: cubi p. 216. aequalia 35. cubis vt pote seu 40. cu. & est proinde ac si quis dicat 1. quad. p. 216. aequalia 35. rebus seu 40. rebus quare inuenta estimatione vt prius 2. cu. earum erunt estimationes quae sitae, & ita res redibit ad idem. Ecce vides quomodo capitulum cubi aequalis rebus & numero transsit & reducitur ad capitulum derivatum expressis scilicet cubi quad. & numeri aequalium cubis sed estimationis postmodum oportet accipere 2. cubicas.

## TERTIVM PROBLEMA.

### Propositio octaua. Resolutio prima.

**P**ropositis duobus reſtangularis proportionem inter lineas collocare. Item inter reſtangulara ſolida ad lineas geometricè traducere. Vnde manifestum est ſolida & superficies ad numerum deduci posse.

Superficies a b c d, k sit latus tetragonum vt f g h, l, ipsis k l subtendatur m igitur m ad k vt f g h ad b c d, vtraque



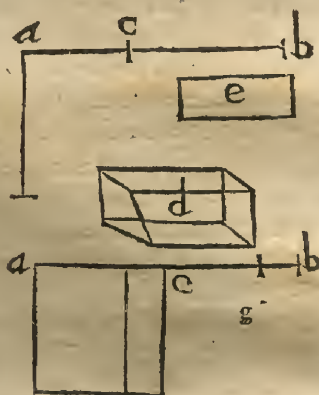
enim duplicata k ad l sed k est potestate b c d igitur m est ad instar f g h, at f g h potestate est l igitur m est instar f g h actu. Rursus inter k & b a. interpono vt ex duabus proximiores m & eodem modo inter e f & l mediam & secundam n, cubi igitur m & n aequales sunt a b c d & e f g h reſtangularis solidis. Quare proportio solidi

a b c d ad e f g h vt m ad n triplicata. Subtendatur igitur m n, o & m n o, p in continua proportionem & erit k ad p vt solidum a b c d ad solidum e f g h quod fuit demonstrandum. Quod si ponatur p actu ad m qualis n potestate ad eandem, est autem n potestate e f g h, igitur p est actu aequalis solido e f g h, quod erat demonstrandum.

### Trōsis 2. Problema 4. Propositio. 9.

Diuidere alogam quantitatem vt ex ea in productum partium fiat quæuis quantitas non maior 4. cubi parte. Et rursus sic vt productum sit recisum primi si sit binomium aut trinomium: aut binomium trinomium totius vbi totum recisum propositum fuerit.

Sit binomium autem etiam magis abstrusum diuisum in c & volo ita diuidere vt doctum in productum vnus partis in altera producat d assumo e superficiem quæ in a b ducta producat d & non erit ex suppo-



sito d maior quadrato a c & ideò detrahatur e ex quadrato a c & relinquatur a f in quam possit e g quam rescio ex b c & relinquatur g b. Hæc igitur ducta in a g producit e ex quo in a b fit corpus d. Ex quo manifestum est quod licet a b esset quadrimomium potest diuidere d via suppositionis, & exinde diuidi per aequalia diuiso numeratore. Pari modo inueniemus e quod habeat rationem numeri binomij aut recisi cum a b & eadem via: adeo vt posset videri res leuissima sed secus est aspicienti tractationem illarum.

### SCHOLIUM PRIMVM.

Est igitur animaduertendum in huiusmodi operationibus quod cum in cubis & rebus vel quadratis quæ cum numero comparantur simplicissima est cubi & rerum aut quadratorum cum numero æquatio quia partes alogæ possunt se inuicem absumere & reliqua pars seu numerus seu radix conuerti in numerum. At si cubus æquetur rebus aut quadratis & numero seu res vel quadrata cubis & numero: necesse est vt sit in re aut quadratis aut cubo partes, quæ potestate sint numerus & numerus etiam ob cubum, ita vt numerus diuidatur in duas partes vna per quam satisfaciatur numero, alia quæ satisfaciatur numero contento in cubo.



in cubo. Si tamen cubus æquetur numero & rebus aut quadratis, poterit hic numerus contineri in solo cubo & non in rebus, aut quadratis, quod manifestè videmus in capitulo cubi æqualis rebus & numero. Sed in hoc oportet vt reuertatur per generationem cubi & quadratorum numerus & aloga pars ad vnguem quæ continentur in quadratis aut rebus.

## SCHOLIUM SECVNDVM.

In generatione autem cuiuscunque cubi cum ex re fiat duplex multiplicatio ideo vltima est per quam producit numerus. Numerus ergo per se primò gignitur quadratariam: primum ex numeris integris: vel fractis habentibus rationem cum integris  $1 \frac{1}{4}$  in 8. efficit 10. fractus autem in fractum propriè numquam cum secus videamus in mediis ac binomiis cum suis recisis. Secundò ex mediis similibus aut rationem inuicem habentibus quàm quadratus numerus ad numerum quadratum, vt  $\frac{3}{2}$ . 6. in  $\frac{3}{2}$ . 54. efficit  $\frac{3}{2}$ . 324. quæ est 18. Tercio cum  $\frac{3}{2}$ . cu. in  $\frac{3}{2}$ . cu. ducitur, fuerintque numeri quorum radices assumuntur vel cubi vel vnus  $\frac{3}{2}$ . quadrata alterius vt  $\frac{3}{2}$ . cu. 3. in  $\frac{3}{2}$ . cu. 9. demum cum ita fuerit quadratum quartæ quantitatis vt 3. 6. 12. 24. ex 24. in 9. & ex 3. in 576. fiunt cubi vel quintò cum fuerint multinomia ea ratione disposita vt sint in eadem proportionem & vt alternent & prima producant numerum nam & vltima producent. Explicabimus autem duo exempla. Non per se autem deprehenditur & ratione & experimento: ostensum enim est quod quodlibet alogum

|  |
|--|
| $\frac{3}{2}$ . 40. $\frac{3}{2}$ . 20. $\frac{3}{2}$ . 10. $\frac{3}{2}$ . 5. |
| $\frac{3}{2}$ . 10. m. $\frac{3}{2}$ . 5.                                      |
| quod totum est 15.   |

vel generat numerum vel vt latus quadrati, aut vt est potestate tale in comparatione ad reliquum & dicitur simile illi aut vt latus superficie quadratæ & tunc potest producere cubum cuius latus est numerus vel

|  |
|--|
| $\frac{3}{2}$ . cu. 24. m. 2. $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . cu. 2. $\frac{2}{3}$                       |
| $\frac{3}{2}$ . cu. 9. $\frac{3}{2}$ . cu. 3.  |
| $\frac{3}{2}$ . cu. 216. m. $\frac{3}{2}$ . cu. 72. $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . cu. 24.              |
| $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . cu. 7. m. $\frac{3}{2}$ . cu. 24. $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . cu. 8. |
| quod totum est 8.  |

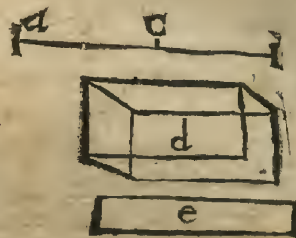
vt vna sit quadratum quartæ in continua proportionem, ergo idem erit in  $\frac{3}{2}$ . vniuersalibus  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . enim non est apta huic rei nam exigit duas integras multiplicationes.

Quia ergo binomia omnia sunt  $\frac{3}{2}$ . binomij primi aut recisi ideo comparatio hæc vt est similitum, seruit capitulis ab initio vt in diuisione & multiplicatione in fine ad perfectionem capituli. Vnde nota sunt frustra illa capitulorum cubi æqualium rebus &

numero & rerum æqualium cubis & numero: & quadratorum æqualium cubis & numero & cubi ac quadratorum æqualium numero.

## SCHOLIUM TERTIVM.

Supponatur modo in generatione cubi qui sit pro paralelepipedo d linea a b diuisa per æqualia in c  $\frac{3}{2}$ . 12.  $\frac{3}{2}$ . 8. vt diuidatur in duas partes e quarum vna in alteram b



ducta in a b fiat d paralelepipedum quod sit 2. & diuidam 2. per a b inueniendo recisum a b quod sit  $\frac{3}{2}$ . 3. m.  $\frac{3}{2}$ . 2. & fit diuisor 2. per quod diuido d corpus quod est 2 exit 1. ducio in recisum fit superficies e  $\frac{3}{2}$ . 3. m.  $\frac{3}{2}$ . 2. detraho ex quadrato a c quod est 5.  $\frac{3}{2}$ . 24. relinquitur 5.  $\frac{3}{2}$ . 24.  $\frac{3}{2}$ . 2. m.  $\frac{3}{2}$ . 3. huius  $\frac{3}{2}$ . vniuersalem detraho & addo  $\frac{3}{2}$ . 3.  $\frac{3}{2}$ . 2. fient partes quæ sitæ vt

|  |
|--|
| $\frac{3}{2}$ . 3. $\frac{3}{2}$ . 2. $\frac{3}{2}$ . 5. $\frac{3}{2}$ . 24. $\frac{3}{2}$ . 2.    |
| 2. m. $\frac{3}{2}$ . 3.   |
| $\frac{3}{2}$ . 3. $\frac{3}{2}$ . 2. m. $\frac{3}{2}$ . 5. $\frac{3}{2}$ . 24. $\frac{3}{2}$ . 2. |
| 1. m. $\frac{3}{2}$ . 3.   |

vides cuius exemplum sit a b 2.  $\frac{3}{2}$ . 8. diuido 2.  $\frac{3}{2}$ . 8.  $\frac{3}{2}$ . 2. exit  $\frac{3}{2}$ . 2. m. 1. detrahe a 3.  $\frac{3}{2}$ . 8. residuum fiet 4. m.  $\frac{3}{2}$ . 2. cuius  $\frac{3}{2}$ . v. adde & detrahe a  $\frac{3}{2}$ . 2.  $\frac{3}{2}$ . 1. fient partes hæ longè breuiores.

|   |
|---|
| $\frac{3}{2}$ . 2. $\frac{3}{2}$ . 1. $\frac{3}{2}$ . 4. m. $\frac{3}{2}$ . 2.    |
| $\frac{3}{2}$ . 2. $\frac{3}{2}$ . 1. m. $\frac{3}{2}$ . 4. m. $\frac{3}{2}$ . 2. |

## SCHOLIUM QVARTVM.

Facile est coniectari cum ex tribus vna non sit idonea quæ ex cubicis  $\frac{3}{2}$ . altera non sufficiens quæ ex binomiis & recisis æquationis cubi & numeri æqualium rebus, & cubi æqualis rebus & numero in parte nondum determinata generaliter cum vbi inuenta est ad binomia pertineat esse in compositis ex  $\frac{3}{2}$ . v. vt dictum est.

## Notandum Primum.

Scire autem oportet quod si superficies a c e sit numerus rerum & res a b, erit vt a b in proprium quadratum producat cubum, & in b c e numerum qui sit f, posita ergo altera æstimatione sub eisdem numeris quæ sit g seu maiore seu minore cum a d e maneat numerus rerum & ex g i a & d fiat cubus g & corpus figitur sublato corpore f seu g in c d a erit quod sit ex g h seu differentia maiori seu minori æquale differentia



# Propositio Decima & vndec. 455



differentiæ cuborum a b & g a solidum ex h g in a e c fit ex g h in a b & a; e, cubus autem differt à cubo h in septem corporibus quæ omnia fiunt ex g h, igitur superficies a e c æqualis est quadrato g h & triplo quadratorum h & productorum g h in h velut sit 1. cu. p. 6. æquale 7. rebus & rei æstimatio prima est 1. secunda 2. cubus igitur a b in prima æstimatone est 1. corpus f. 6. differentiæ cubi 1. & 2. est 7. & superficies d e est 7. quæ producitur ex a d quæ est prima æstimatio & a c quæ est 7. inuicem & hæc est æqualis 1. & 3. & 3. similiter supponatur a b in prima æquatione 1. cu. p. 32. æqualibus 20. rebus esse 2. vt fiant 20. res 40. & cubus 8. reliquum 32 post in æstimatone secunda g æ. 17. minus 1 & h 2. fiat res æ. 17. minus 1. diuisa in h quæ fuit 2. & reliquum h æ. 17. m. 3. cum ergo dederis numerum 32. cum cubo h ei quod fit ex h in 20. id est in a e relinquitur differentiæ cuborum g & h quæ comprehendit illas septem partes 20. rerum differentiæ 1. g. h ergo diuiso vtroque producto per g h prodibita e superficies æqualis quadrato g h quod est 26. m. æ. 612. & triplo g h in h & est æ. 612. m. 18. & triplo quadrati h quod est 12. quæ inuicem collecta efficiunt 20. vt ma-

|                        |
|------------------------|
| æ. 612. m. 18. triplum |
| A B in _____           |
| triplum quad. g. 12.   |
| summa omnium 20.       |

nifestum est & si omnia hæc ducta fuerint per differentiæ æquationum quæ est æ. 17. m. 3. ostendent illas septem partes differentiæ cuborum æ. 3. m. id est g 2. d est h.

## SECUNDVM NOTANDVM.

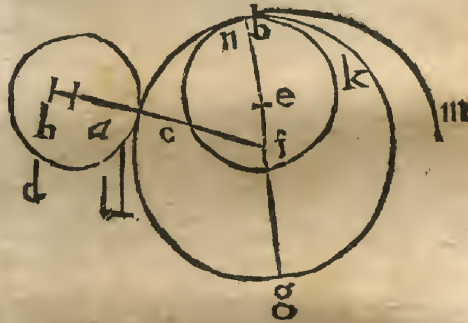
Paret etiam ex hoc quod in æstimatone cubi æqualis rebus & numero quadratum vnus existentis cum triplo quadrati alterius æquatur numero rerum. Igitur duplum producti vnus partis in alteram m. duplo quadrati alterius partis & ideo duplum differentiæ æquatur residuo. Exemplum 1. cu. æquatur 20. rebus p. 32 igitur cum rei æstimatio sit æ. 17. p. 1. 20. fit ex quadrato æ. 17. & triplo quadrati 1. igitur reliquum est æ. 68. m. 2. cum ergo ex re

1. æ. 17. p. 1. in 20. fiant 20. res ex æ. 68. m. 2. in eandem rem scilicet æ. 17. p. 1. fiet numerus ipse qui est 32.

## Quintum Theorema Propositio decima.

Si circulus duos circulos contingat seu intus seu extrà ambos seu vnum intus alterum extrà nullus alius circulus vnum ex his tangens eodem modo alium in eodem neque alio puncto contingere poterit eodem modo.

Sint duo circuli positi a d & b c & eos tangat circulus b g siue ambos intus vt b c seu ambos extrà vt a d siue vnum intus alterum extrà vt in præsentī figura: dico quod

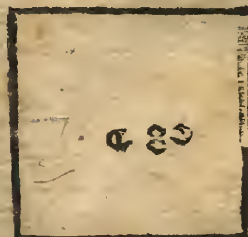


nullus alius circulus qui tangat a d in d exempligratiā poterit tangere a d ad extra & b c intrà. Si enim sit æqualis b g iisque tanga b c in b erit centrum vtriusque in linea vna quare centrum b g est in linea vna b f g & cum sit æqualis circulo eidem, habebit centrum etiam g & ita non erit alius circulus. Sed si tangat in k continget circulus circulum plus quàm in vno puncto, si enim transibit ex b in k infrà a b secabit b c si autem supra seu maior sit seu minor quia vt dixi non potest tangere a b in eisdem punctis: tangat ergo infrà b circulus l m in n. Quia ergo oportet centrum esse in linea h a c f quia l n, m contingit a vt H a necessariò maneat & non in f quia esset idem circulus ergo vltra vel circa f cum ergo necessariò sit in linea n f & in linea h f necessariò erit in f quod est contra posita.

Per vndecimam tertij Elem.

## Quintum Problema quintum Propositio vndecima & est demonstratiua purior septima propositio Re-stitutio secunda.

Proposita recta linea & quadrato alteram datæ adiungere, sic vt quadrata proposita



|     |     |   |   |       |
|-----|-----|---|---|-------|
| 10  | 10  | m | æ | 80    |
| 100 | 180 | m | æ | 32000 |

Aggreg.



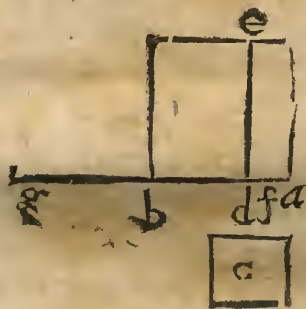
Aggreg. 280. m. R. 32000.  
duplum a b in b c 200.  
m. R. 32000.

& adiectæ simul iuncta duplo vnius in alteram in dato quadrato maiora sunt.

Sit data a b & quadratum d. propositum est addere ad a b, b c ita vt quadratum a b cum quadrato b c sit maius duplo producti ex a b in b c in quadrato d auferamus a e æqualem d lateri & a b addamus b c æqualem b e cum ergo a b maior sit b c in a e quia maior b e illi æquali erit quadratum a b & b c maius hoc totum duplo a b in b c in quadrato d quod fuit demonstrandum. Exemplum a b sit 10. d 80. aufero R. 80. ex 10. remanet b c 10. m. R. 80. addo a b fiet tota a c 20. m. R. 80. supputatio velut à latere videtur.

*Tractatus Quarta, Problema 6. & est Restitutio tertia, Propositio 12.*

Data recta linea eam sic diuidere vt quod sit ex vna parte, in totam cum reliqua parte sit æquale dato quadrato cui æquale esse possit. Sit data a b quam volo sic diuidere vt ex b f in b g quæ constat ex b a & a f fiat superficies æqualis quadrato c propositio. Facio su-

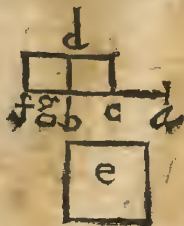


perficiem a e æqualem c & inter a b & b d constitub f & æqualem a f addo a b dico ex a n f in f g fieri c.

Nam cum b f sit latus b e & b a, a e b erit duplum a f in f b cum quadrato a f æquale a e & ex consequenti c duplum autem f b est f g & si ei addatur a f erit ex a f in totum a b & b f æquale quadrato c quod erat demonstrandum. Velut posita a b 10. c. 19. erit b c R. 81. adde R. 81 ad 10. fit a g 19. a f autem 1. ductum in 19. efficit 19. quod est c.

*Problema septimum Restitutio quarta, Propositio 13.*

Proposita recta linea aliam ei in directum adiungere vt & ex tota & addita in eam quæ addita est fiat superficies æqualis dato quadrato. Sit datum quadratum e & linea a b cuius dimidio quadrato erecto addo superficiem iuxta altitudinem b d æqualem c quæ sit d f inter c f, & b d constituo g c à qua aufero c b relinquitur b g dico quod il-



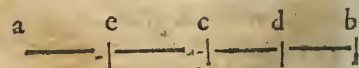
lud, quod sit ex a g in b g est æquale quadrato e. Quia enim e est æquale d f dico quod d f est æqualis a g in b g cum enim b d sit æqualis b c sufficit vt ostendam id quod sit ex c b in b f æquale esse ei quod ex a g in b g, quoniam enim quod sit ex c g in seipsum est æquale superficiem d f vt assumpsimus: illud autem constat ex quadrato b g & duplo b g in b c detracto communi quadrato c d relinquetur superficies d f seu e quadratum æquale duplo g b in b c & ita ei quod sit ex g b in b a cum quadrato g b, quare collectis a b & b g simul quod sit ex g b in b a est æquale superficiem d f & ex consequenti quadrato c quod fuit demonstrandum.

*Lemma Primum.*

Et per eosdem modos sit vt velim facere ex a b duas partes vt vna in totum ducta producat alia. addemus monadem & diuidemus totum per totum adiectâ monade. & quod exit est pars adiicienda. Sed longè melius generaliter, adde toti partem ipsam & cum aggregato diuide partem eodem modo sumptam quod exit est quantitas; quæ ducenda est. Exemplum volo addere partem ad 10. quæ producat dimidium alterius partis addo 1. ad 10. fit 10  $\frac{1}{2}$  diuido 5. per 10.  $\frac{1}{2}$  exiunt  $\frac{10}{21}$  duco igitur  $\frac{10}{21}$  in 10. fiunt 4.  $\frac{6}{21}$  dimidium 9  $\frac{11}{21}$  residui & ita si dicat vt ducta per totum producat quintam partem residui adde  $\frac{1}{5}$  scilicet ipsam partem, fit 10  $\frac{1}{5}$  diuide 2. quintam partem 10. per 10  $\frac{1}{5}$  exit  $\frac{10}{51}$  ipsa pars quæ ducta in 10. producit 1  $\frac{40}{51}$  qui sunt quinta pars alterius partis quæ fuit 9  $\frac{11}{21}$

*Lemma Secundum.*

Et ex hoc aliud & est vt diuidamus a b lineam propositam vt productum ex a d in b d sit æquale d e differentiarum partium aut dimidio e d id est e d aut dimi-



dio c d aut tertiæ parti aut parti qualis est lateris quadrati ad suam diametrum aut denique R. c d. Et in omnibus est regula vna. Si enim æqualis esse debet d e ponamus quod a b sit 10. ducemus a c dimidium a b in c fit 25. & c d dimidium d e in c fit vnum iunge hæc duo quadrata sunt 26 accipe R. scilicet R. 26. aufer ab ea c d relinquitur R. 26. m. 1. aufer à dimidio scilicet a c relinquitur 6. m. R. 26. aufer 6. m. R. 26. ab a b, relinquitur R. 26. p. 4. Pati ratione si debeat æquari dimidio e d & est c d capiemus loco quadrati c d quadratum

|      |       |    |            |
|------|-------|----|------------|
| 6    | m.    | R. | 26.        |
| R.   | 26.   | p. | 4.         |
| R.   | 104.  | m. | 2.         |
| Dup. | diff. | R. | 104. m. 2. |

dimidj



dimidij & habebimus  $25\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  cetera  
vt prius: ideo habebimus partes  $5\frac{1}{2}$  m.  $25\frac{1}{4}$  &  $25\frac{1}{4}$  p.  $4\frac{1}{2}$  quarum differentia est  
 $25\frac{1}{4}$  m. 3. & hæc est dupla producto  
partium id est  $25\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  & ita est. Et  
ita si proponatur vt proportio sit vt lateris  
quadrati ad suam diametrum erit rei æsti-  
matio  $25\frac{1}{4}$  m.  $25\frac{1}{4}$  & ideo partes, 5. p.  
 $25\frac{1}{4}$  m.  $25\frac{1}{4}$  &  $25\frac{1}{4}$  p.  $25\frac{1}{4}$  m. 5.  
Demum si sit productum partium quale  $25\frac{1}{4}$   
differentiæ proponemus partes 5. p.  $\frac{1}{2}$  quad  
& 5. m.  $\frac{1}{2}$  quad. & productum est  $25\frac{1}{4}$  m.  
 $\frac{1}{4}$  quad. quad. & hoc est æquale 1. rei igitur  
1. quad. quad. p. 4. rebus est æquale 100. &  
res est in capitulo noto.

Theorema 6. Propositio 13. Archimedeo  
modo scripta.

Sit superficies oblonga triplo quam lata  
maior a b c ita vt media scilicet d e f g ( est  
enim in tres partes diuisa ) sit quadrata, ideo  
eius latus erit d e seu d g & sit a g dupla d  
f & c e superficies non refert seu maior seu  
minor d f cuius tetragonum latus sit g l &  
producatur linea k l æquidistans a d & se-  
cetur in medio & ei adjiciatur g l & fiat d h,  
composita ex duobus tetragonis lateribus  
d f & c e Dico quod cubus k h & quod pro-  
ducitur ex k h in superficiem k d ( quam  
constat produci ex a d in l d & ideo ex duplo  
d e in differentiam laterum d f & c e ) est  
æqualis corpori producto ex k h in a c nu-  
merum rerum; hic enim præsupponitur a c  
eiusmodi numerus. Constat enim ex supra  
demonstratis quod si ostendero k h quadra-  
tum esse æquale superficiebus k g b & ex  
eadem in superficiem a l fieri numerum, me  
ostendisse intantum. Primum itaque est per  
se notum nam quadratum k h est æquale  
quadratis g l & g d & ideo superficiebus d f  
& c e ideo toti g b & cum hoc duplo d g in  
g l & hoc est superficies k g, nam d a est  
dupla d g, ideo g k sit ex duplo d g seu d e  
& est a d seu k l in l g. Quod si proponan-  
tur e b c f & d e f g p. & refecetur g l vt m.  
ex a g cum fiat a l ex a d in d l erit a l æqua-  
lis d c, id est duobus quadratis d g & g l.  
Oportebit autem detrahare duplum d g in

differentia quadratorum vtrarumque partiū  
ducta in secundam partem sit æqualis dimi-  
dio numeri æstimationis. Exemplum cubus  
æquetur 20. rebus p. 32. & sit rei æquatio  
 $25\frac{1}{4}$  p. 1. dico quod ducta  $25\frac{1}{4}$  17. in se &  
additotriplo quadrati 1. sit 20. & similiter  
differentia quadrati  $25\frac{1}{4}$  17. & 1. quæ est 16.

cu. æql. 20. rebus p. 32.  
 $25\frac{1}{4}$  17. p. 1. res  
17. p. 3. 20. n. rerum  
17. p. 1. — d 16. n. æst.

cu. æqualis 12. rebus p. 9.  
 $5\frac{1}{4}$  p. 1.  $1\frac{1}{2}$   
 $5\frac{1}{4}$  p.  $6\frac{3}{4}$  e 12. n. rerum  
3. in  $1\frac{1}{2}$   $4\frac{1}{2}$  d n. æst.

ducta in 1. producit 16. dimidium 32. nu-  
meri æstimationis & similiter 1. cu. æqualis  
12. rebus p. 9. rei æquatio est,  $25\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
( neque nunc differentiam facio, nec seruo  
proprietaem nominum æstimationis & æ-  
quationis, satis duco quod intelligar ) qua-  
dratum  $25\frac{1}{4}$  est  $5\frac{1}{4}$  triplum quadrati  $1\frac{1}{2}$   
est  $6\frac{3}{4}$  ideo totum 12. numerus rerum. Dif-  
ferentia quadratorum  $25\frac{1}{4}$  &  $1\frac{1}{2}$  est 3.  
ducta in  $1\frac{1}{2}$  secundam partem efficit  $4\frac{1}{2}$   
dimidium 9. numeri æstimationis seu æqua-  
tionis. Sed hoc parum vtile est ad princi-  
pale.

Lemma secundum.

Si quantitas induas partes diuidatur, quod  
fit ex ductu differentiæ quadratarum partiū  
in vnam illarum æquale est ei quod fit ex  
ductu totius in productum differentiæ in ean-  
dem partem.

Si oculis lynceis cernis, vtrumque corpus  
habet altitudinem eandem scilicet partem

a d c b

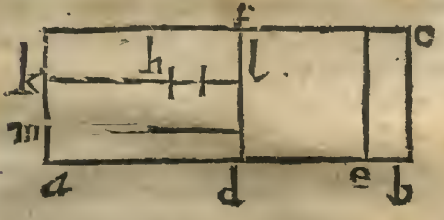
Cor.

illarū; si ergo ostendere quod differentiæ qua-  
dratorū partiū est æqualis ductui totius in  
differentiā patebit propositū. Sit ergo a b di-  
uisa in c differentiæ partiū c d quia quod fit  
ex a b in c d est æquale ei quod fit ex c d in se  
duplum a d, differentiæ verò quadratorum a  
c & c b est duplum a c in c d cum quadrato  
c d, igitur productum a c in c d est æquale  
differentiæ distæ: scilicet quadratorum a c  
& c b quod erat probandum.

Si quis ergo dicat fac de 10. duas partes  
ex quarum ductu minoris in quadratum dif-  
ferentiæ fiat 20. gratia exempli, dices igitur  
ex ductu totius in productum ex minore in  
differentiam fiet 20. igitur ex minore in  
differentiam fiet 2. fac igitur & habebis 5.  
pos. m. 1. quad. æqualia 1. igitur rei æsti-  
matio est  $2\frac{1}{2}$  p.  $25\frac{1}{4}$  vel  $2\frac{1}{2}$  m.  $25\frac{1}{4}$  &  
differentia 5. p.  $25\frac{1}{4}$  aut 5. m.  $25\frac{1}{4}$  21.  
conuerso modo quorum productum est 2.  
Quia ergo via simplici procedendo perue-  
nias ad capitulum notum ex primis. Hoc in-  
terest vt dignoscas hac via transmutationem  
in aliis ad capitula cubi.

per. 1. 2. E 1

Exemplum



g l id est a l & relinquetur d m, seu ergo ex k  
h in l a residuum seu ex l d in d m fiat nume-  
rus propositus erunt k h vel d l binomium  
seu recisum d g & g l.

Lemma Primum.

Si fuerit cubus æqualis rebus & numero:  
Æstimationis acceptæ iuxta modum rerum  
æqualium cubo & numero constitutio erit  
vt quadratum primæ partis cum triplo qua-  
drati secundæ æqualis sit numero rerum; &

Tom. IV,

Qq Septimum



# 458 Exæreton Mathematicorum.

## Septimum Theorema, Propositio 14.

Vide prop. 9.  
scholio 2.

Omnes duo numeri qui inuicem ducti producunt numerum cubum in proportionem se habent cum lateribus cubicis naturalibus illius, & si alter eorum ducatur in numerum, qui ad reliquum se habeat in proportionem numeri cubi ad numerum cubum, qui producet cubus erit: & si qui sic producit cubus sit, reliquus primorum ad eundem proportionem habet ut cubi ad cubum. At si productus cubus non sit nec in quem ducitur ad reliquum proportionem habebit ut cubi ad cubum. Et si non habeat proportionem is in quem ducitur, nec productus cubus erit. Et si numerus non quadratus in suam radicem ducatur producetur radice illius cubus qui erit radix quadrata. Et si radix quadrata numeri cubi ex numero & radice alia vel utcumque producat, quantitates ex quibus producentur mutuò se habebunt cum radice illius numeri, cubica & quadrata cubica dicta. Et si binomium aut recisum reducatur ad cubum erit differentia partium cubus differentia binomij aut recisi. Vnde manifestum est quomodo dati binomij aut recisi liceat radicem cubicam inuenire.

Com. Sint a b duo numeri ex quorum ductu producat c numerus cubus, eruntque ex

|   |   |
|---|---|
| a | b |
| d | e |
| f | g |
|   | h |

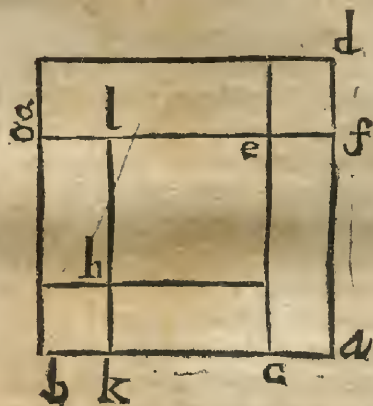
definitione numerorum cubicorum duo numeri quorum vnus erit radix alterius qui inuicem ducti producet c & sint d & e & appellantur latera naturalia. Et constat quod mutuò se habebunt in proportionem cub. a & b ex demonstratis in x. i. libro ab Euclide. Et hoc est primum. Dico & quod si a gratia exempli ducatur in d qui habeat proportionem ad b ut numeri g ad numerum h qui sint ambo cubi, quod f productus ex d in a est cubus & hoc est secundum. Nam ex a in b fit c & ex a in d fit f, igitur c ad f ut b ad d. Sed ex supposito b ad d ut cubi g ad cubum h, igitur c ad f ut g ad h, quare cum c sit cubus erit f necessario cubus ut ab Euclide constitutum est. Contra & est tertium propositum: si ex a in d fiat f cubus & d se habebit ad b ut g ad h vel ut cubi ad cubum. Et ex hoc patet quod si f non sit cubus nec d se habebit ut cubus ad cubum ad ipsum b & est quartum: & ita quintum illius conuersum. Sextum indiget exemplo tantum; nam 3. in 3. producit 27. quæ est cubus 3. & quia 27. potest produci ex aliis ut 2. & 3. 6. 4. dico ( & est septimum ) quod ut se habet 3. ad 2. ita se habebit 6. 4. ad 3. est enim vtraque ratio sex qui altera. Nam

sex quialtera fit per  $1\frac{1}{2}$  cuius quadratum est  $2\frac{1}{4}$  quod demum in 3. producit  $6\frac{3}{4}$ . Octauum

est non alias demonstratam: velut cubus 7.

|    |    |       |
|----|----|-------|
| 3. | 3. | 3.    |
| 2. | 3. | 6. 4. |

diuisi in 5. & 2. producit partes 185. & 158. quarum differentia est 27. cubus 3. differentia 5. & 2. capio ergo a b, quæ sit 7. diuisam in c ut b c sit 5. & c a 2. & constat ex constructione quod sunt duo corpora, quorum vnum constat ex cubo b c, & triplo b c in quadratum d e seu a c & est 185. aliud est cubus a c cum triplo a c in quadratum e g, tripulum autem a c in quadratum c g superat tripulum b c in quadratum d e f in triplo c k differentia in rectangulum ex a f in f d seu b c in c a. At vicissim cum fecerimus b k æqualem a c cubus b c superat cubum c a seu d e f seu b k h in cubo k c differentia & triplo k c & b k in



Triplum c k in b c in c a  
Triplum c k in quadratum b k h  
Triplum b k in quadratum h e l

rectangulum c k h, hoc autem est æquale triplo c k differentia in rectangulum ex a f in f d quod claritatis causa ostendi in margine. Constat enim quod est perinde ac si dicas triplum b c in c h; hoc autem est æquale triplo b c in c a cum latera omnia sint eadem. Igitur sublatis hinc inde partibus sex æqualibus erit differentia cubi b c cum triplo b c in quadratum a c à cubo a c, & triplo a c in quadratum b c cubus k c differentia quod propositum est. Sed difficultas maior præcedente relinquitur, & maxime quod nos in octaua parte diximus de quadratorum differentia tam in radice quàm in cubo dum de partium differentia locuti sumus. Exempli gratia cubus 3. 5. p. 3. 2. vel m. 3. 2. nam ad idem tendunt quoad hoc est 3. 605. m. 3. 578. quarum partium differentia quadratorum est 27. cubus 3. differentia quadratorum 3. 5. m. 3. 2. & hoc est valde mirum cum diuiso 8. in 5. & 3. id est 3. 25. p. vel m. 3. 9. prodeant 260. p. vel m. 252. pro numeris seu pro 3. quæ æquivalent 3. 67600. m. vel p. 3. 63504. quare differentia est 8 cubus 2. differentia partium. Quinimo differentia quadratorum partium est 4096. cuius 3. est 64. quadratum cubi 2. Sed si statuamus partes 3. 25. m. 3. aut p. 3. 4. adhuc fient partes cubi 185. m. 158. quarum differentia est 27. cubus 3. differentia illarum. Et idem pro 3. 34225. m. aut p. 3. 24964. & ad idem redeunt: non tamen differentia



34225. & 24964. quæ est 9261. est quadratum 27. cubi differentia partium : sed huius est clarius causa : at quomodo cum cubus 5. m. 2. vel p. 2. sit ut dictum est acceptus per radices R. 34225. m. gratia exempli R. 24964. & differentia tamen quadratorum illorum quæ est ut dictum est 9261. non est cubus, at cubus R. 5. p. R. 2. vel m. R. 2. est R. 605. m. R. 578. quorum quadratorum differentia est, illorum verò differentia radicum est 27. non quadratorum partium sed partium ipsarum ut ibi partium differentia sit cubus ut etiam partium radice differentia est radix : contra hic partium differentia est quoddam anomadum : quadratorum autem in vtrisque differentia est cubus.

Corum.

Ex quibus constat quod oportet traducere hanc demonstrationem ad hunc modum. Cum fuerit binomium vel recisum cubi partes ad quadratum ductæ differunt in cubo partium binomij vel recisi ad quadratum ductarum. Et si animadueritis propter separationem in creatione ad idem redeunt. Et est demonstratio subtilissime, & tenet in omnibus generibus quantitatum eodem modo sumptis.

Ex hoc patet quod proposuimus in corollario, sit ut velim R. cnb. R. 605. m. R. 578. & patet quod quadratorum partium differentia in cubo est 27. igitur in quadratis partium R. erit 3. R. cu. 27 igitur pono quod prima pars R. sit 1. pos. & erit ex supposito quadratum eius 1. quad. igitur quadratum secundæ partis est 1. quad. m. 3. triplica sit 3. quad. m. 9. adde quadratum primæ partis 1. quad. fiunt 4. quad. m. 9. duc in primam partem fiunt 4. cu. m. 9. pos. æqualia R. 605. igitur cu. equalis 2  $\frac{1}{4}$  pos. p. R. 37  $\frac{11}{16}$  igitur duc  $\frac{1}{4}$  ad cubum sit  $\frac{27}{64}$  duc R. 9  $\frac{19}{64}$  in se sit 9  $\frac{29}{64}$  detrahe  $\frac{27}{64}$  relinquitur p.  $\frac{22}{64}$  eius R. deme a dimidio rerum & accipe R. v. cu. habebis R. v. cu. R. 9  $\frac{29}{64}$  p. R. 9  $\frac{1}{12}$  p. R. v. cu. R. 9  $\frac{29}{64}$  m. R. 9  $\frac{1}{32}$  hæc est quantitas prima 1. R. 5. quam duc in se fiet 5. deme 3. sit 2. cuius radix est R. 2. secunda quantitas minor.

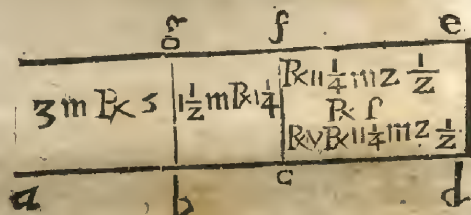
#### Digressio Prima.

Supponamus quod sit 1. cubus p. 1. æqualis 2. rebus & sit quadratum b c quadratum rei, & cubus, cubus æquationis seu questionis & ei adiungatur duplum b c quod sit a b & sit superficies tota sub b c latitudine a b c d e 2. igitur totum corpus sub illa altitudine erit 2. res : & duo corpora a b g & c d e f sub altitudine b c necessariò 2. Adeò ut secundum numerum superficies tota a b c d e dupla sit illis duobus corporibus, quare disjuncta seu diuisa per rem erit linea a d dupla duabus superficiebus a b g & c d e. Hoc autem est dicere ut diuidamus a d in duas partes a b, & c d pro vna & altera b c ut ex vna in aliam fiat dimidium a d, & in hoc diuidemus a d per æqualia, & à quadrato dimidij detrahemus dimidium a b c d & R. residui adiecta & detrahta dimidio constituit partes. Et hoc est primum.

Tom. IV.

#### Digressio Secunda.

Et proponatur a d cuius non est certa ratio nisi quod sit æstimatio cubi æqualis eidem numero rerum & æquationis R. 5. p. 1. & a b R. 5. m. 1. igitur b c R. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  & c d 2  $\frac{1}{2}$  m. R. 1  $\frac{1}{4}$  & superficies vt vides. Erit ergo b c res & cubus eius R. 5. m. 2. Numerus autem æquationis qui est 1. sit ex superficiebus a b g & c d e quæ iunctæ faciunt R. 1  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  in b c, rem quæ est R. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  producant 1. & est ac si dicamus diuisa est a b in duas partes vt ex vna

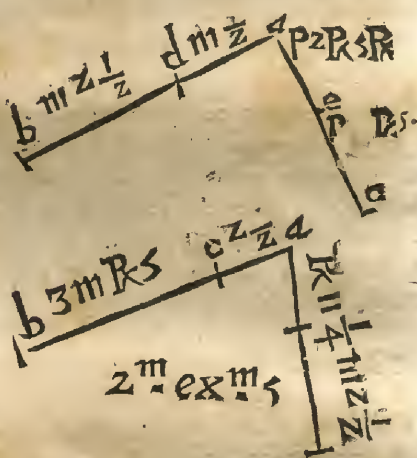


a R. 5. m. 1. b R. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  c 3  $\frac{1}{2}$  m.  
R. 1  $\frac{1}{4}$  d.  
linea potens in c d e f : k l

in aliam fiat dimidium totius a d hoc est talis numerus qualis est numerus æquationis comparatus numero rerum vt si dicas 1. cu. p. 3. æquatur 12. rebus assumemus a d & eam sic diuidemus vt ex vna parte in aliam producat quartam partem ad quale 3. numerus æquationis est pars 12. numeri rerum.

#### Digressio Tertia.

Dico præterea quod si sumantur duæ Theor. pri-  
quantitates vt supra diuisæ in d & e vt a b mo.  
sit gratia exempli 3. m. a c R. 11.  $\frac{1}{4}$  p.  
quod poterunt diuidi ita (non enim refert  
an sint m. vel p.) vt ductæ inuicem relin-



quantum numerum. Velut in exemplo secundo. Nam ducto in latere sinistro reciso in recisum decussatim, cum sint participantes radices fiunt m. 2  $\frac{1}{2}$  m. 1  $\frac{1}{2}$  & est totum 4. à dextra autem recte 3  $\frac{1}{4}$  p. & 1.  $\frac{1}{4}$  p. qui iuncti sunt 5. subtrahat vnum ex alio. i. iunge potius faciunt. 1. p. Rursus

3. m. R. 5. R. 11.  $\frac{1}{4}$  m. 2  $\frac{1}{2}$   
R. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  R. 1.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$

Qq 2

m



# 460 Exæreton Mathematicorum.

$$\begin{array}{|l} \text{m. } 2 \frac{1}{2} \text{ m. } 1 \frac{1}{2} \mid 3 \frac{3}{4} \text{ p. } 1 \frac{1}{4} \\ \text{m. } 4. \text{ ————— } \mid \text{p. } 5 \text{ ————— } 1 \\ \hline 3 \text{ m. } \text{R. } 5. \mid \text{R. } 11 \frac{1}{4} \text{ m. } 2 \frac{1}{2} \\ \text{R. } 1 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \mid \text{R. } 1 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \\ \hline \text{R. } 1 \frac{1}{4} \text{ p. } \text{R. } 1 \frac{1}{4} \mid \text{R. } 7 \frac{13}{16} \text{ m. } \text{R. } 2 \frac{13}{16} \\ \hline \text{R. } 20. \text{ p. } \mid \text{R. } 20. \text{ m.} \end{array}$$

multiplica à dextra partes rectè & habebis p. R. 1 1/4 p. R. 1 1/4 & à sinistra vicissim decussatim habebis m. R. 7. 13/16 & m. 2. 13/16 & hoc totum vt prius efficit R. 20. quæ cum sint p. & m. nihil efficiunt.

## Digressio Quarta.

Assumamus primum exemplum secundæ digressionis in quo res est R. 1 1/4 m. 1/2 cuius quadratum est 1 1/4 m. 1 1/4 & ob id duc superficies a b g & c d e (cum tota a d superficies sit 2.) sunt R. 1 1/4 p. 1/2 binomium rei est igitur a d e id est 2. digisum in duas partes quarum vna est binomium radices alterius aut illi commensum aut vicissim. Et dubium non est quod si ponas b c R. 5. m. 1. erit a b R. 20. m. 2. & quia a d e est 8. numerus rerum & a c R. 45. m. 3. vt sit a c f 18. m. R. 180. erit c d e R. 180. m. 10. (cum enim demonstratio & propinquitas maxima & frequens experimentum in vnum consentiunt haberi potest pro vero) eritque c d 5. m. R. 5. & tota a d R. 20. p. 2. Dico præterea quod proportio numeri æquationis ad rem est binomium aut recisum ipsius rei vel ei commensum: nam si (vt visum est) b c est res & recisum aut binomium aggregati a b g & c d e quia producit numerum æquationis, igitur numerus æquationis continet rem id est lineam b c in aggregato a b g & c d e, sed hoc est binomium aut recisum vel commensum b c reciso vel binomio: igitur.

## Digressio Quinta.

Datam R. puta 20. sic diuidere vt quod sit ex vna parte in reliquâ & totam efficiat quemvis numerum & quantitatem quam posset efficere, veluti R. cu 10. duc R. 20 in se fit R. v. detrahe R. cu 10. fit 20. cuius R. v. 20. m. R. cu. 10. addita & detracta à R. 20. ostendit partes.

## Theorema Octauum. Propositio 15.

Cuilibet numero fracto infiniti numeri fracti respondent, ex quorum multiplicatione numerus integer conflatur. Vnde manifestum est si denominator numeri fracti ducatur in numerum diuidendum atque productus per numeratorem diuidatur, eum qui exit numerum fractum esse, qui ductus in priorem producet numerum assignatum.

Com.

Sic numerus fractus a b & sit numerus integer h c quem necesse est habere h multiplicem c, a autem non est multiplex b aliter a b non esset numerus fractus sed integer nam 15/3 est 5. & 15/5 æquualet 3. duca-

$$\frac{a}{b} \quad \frac{h}{c} \quad \frac{d}{e} \quad \frac{f}{g} \quad k$$

tur ergo b in h & producat d cui supponatur e quod sit ex a in e aut claritatis gratiâ posito c monade æquale a dico ergo ex nuper dictis quod si d continuerit e & sit multiplex ad ipsum productum, erit integer numerus ex diffinitione integri. Et si non, erit numerus fractus & vtroque modo ductus a b in d e producet c h numerum integrum propositum. Ducantur ergo b in e & fiat g, & a in d & fiat f dico f g esse æqualem c h. Quia ergo ex b in h fit d & a est æquale e, erit d a d e proportio ipsum h & idè etiam d compositor ex proportione d ad e & ad b interposito e vel a inter d & b: si igitur proportionibus a ad b & d ad e componunt h & eedem multiplicando a in d & b in e componunt f g, igitur f g est æquale. Et hoc est dicere quod f sit multiplex ad g in numero h quod est propositum.

Ex hoc patet quod tales numeri, quales sunt d e, inueniri poterunt, qui ducti in a b producent numerum integrum quia h c seu h poterit variari in infinitum, quo mutato seu h solùm (posito c monade) mutabitur d e, igitur patet tota propositio. Quod si obiiceret fieri posse vt d e non sit numerus fractus quia d sit multiplex ad e, & ductum a b in d e producat h c seu h tantùm quod idem est posita vt dixi c monade, dico quod ex a b in alium numerum integrum non sit vnquam k qui sit 1. p. quam h nam si ex a b in d e sit h igitur a b numerat h quia per numerum d e, & quia per te numerat etiam k per alium numerum, igitur numerabit a b differentiam inter h & k quæ est monas maior minorem. Nam supponimus ad hoc propositum (non quia non sit verum sed quoniam sufficit in proposito nostro) quod a b sit numerus fractus compositus ex integro numero & parte numeri.

Ex hoc patet quod ducto b denominatore fracti numeri a b in h numerum diuidendum producit d qui diuisus per e numeratorem fracti. i. supponendum illum numeratori d vt e sit loco denominatoris (nam non est aliud 2/3 quam 3. diuisum per 5.) exit d e qui ductus in a b producit h c.

Ex hoc & regula posita in quarta digressione præcedentis propositionis patet quod regula capituli tota cubi & numeri æqualium rebus, & illius partis quæ est nondum inuenta capituli cubi æqualis rebus & numero, & similiter generalis cubi & numeri æqualium quadratis tota & generalis in vna parte cubi & quadratorum æqualium numero habet æstimationem & principia in binomiis & recisis numerorum istorum fractorum, qui inuicem ducti producant numerum integrum.

## Theorema Nonum. Propositio 16.

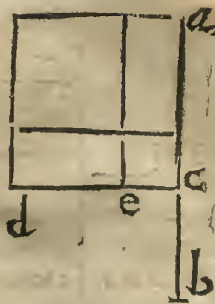
Cubus lineæ diuisæ cum duplo cuborum partium æqualis est triplo parallelepipedorum ipsius lineæ in partium quadrata. Vnde manifestum est quod cubus ille totius lineæ cum



# Propositio 17. 18. & 19. 461

*Circa.* cum numero æquali duplo partium æquabitur tot rebus quot sunt quadrata ambo triplicata. Quod si cubus & numerus proportionantur æquales numero cuidam rerum cuius tertia pars non sit maior &c. quadrata cubi aggregati quadratorum nec minor duplo cubi &c. dimidij quadratorum, erit dimidium numeri æquationis aggregatum cuborum partium a b diuisa in c dico quod tripluma

igitur bases emittunt in ea proportione. Quare proportio d e ad c e &c. illius &c. cum sit 1. m. proportione d c ad c e igitur erit per se nota.



b in quadrata a c & c b est æquale cubo a b cum duplo cuborum a c & c b. Constat enim cubum a b esse æqualem cubo a c b c & triplo a b in quadratum a c & triplo a c in quadratum c b, quare illud aggregatum est æquale triplo cuborum a c & c b & producto a c in quadratum c b & triplo c b in quadratum a c. At hoc est æquale triplo a b in quadrata a c & c b ex constitutione igitur constat propositum.

Corol. primum patet, nam si aggregatum cuborum dederimus dimidio numeri & duplum eorum toti numero æquationis, relinquetur cubus totius æqualis rebus, quare quadrata numero: & proportio cuborum ad quadrata nota. sequetur etiam per idem quod supposito cubo cum numero æquali rebus solum quod numerus ille rerum erit constitutus; gratiâ exempli cubi sint 35. & aggregatum quadratorum sit 13. dico quod erit constitutio, ducemus 35. per 2. semper, & 13. per 3. & fiet 1. cu. p. 70. æqualis 39. rebus.

Corol. secundum. propositio cubo, gratiâ exempli, cum numero æqualis 18. rebus ita ut numerus 18. sit æqualis quadratis partium ex demonstratis dico quod aggregatum cuborum non poterit esse minus duplo cubi &c. quadrata dimidij 18. & ita non minor 54. nam &c. quadrata dimidij 18. est 3. cuius duplum cubi est 54. nec poterit esse maior &c. quadrata cubi eiusdem aggregati velut aggregatum cubi dictum si sit 18. cuius cubus est 5832. eius Radix quadrata quæ est circiter 76. est maximum aggregatum cuborum. Et ita propositis 54. pro aggregato cuborum minimo &c. 5832. pro maximo poterimus eruere aggregatum quadratorum conuersa ratione.

## Problema Octauum Propositio 17.

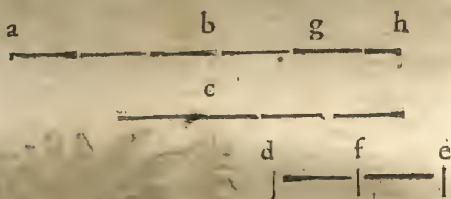
Proposito rectangulo solido quadratæ basis Isolipa sua inuenire sub proportione data.

*prop. 6. Corol.* Isolipa fiunt diuisa basi in duo quadrata ut a latere vides sed ita ut sint æque alta & idè erunt nisi corpora sint cubi non est necesse ut mutæ sint cubis altitudines sed solum ut differant quantum latera cuborum. Infinita ergo poterunt esse in vnoquoque cubo Isolipa prima. Et in vnoquoque rectangulo solido quadratæ basis Isolipa secunda. Et quia proportio est ut basium cum sint æqualis altitudinis

Tom. IV.

## Theorema 10. Propositio 18. Archimædico modo proposita.

Sint tres lineæ a b, c & d e in continua proportione & diuisa sit d e in f sicut d f sit media proportione inter a b & f e dico fore mediam inter aggregatum a b & d f & ipsam d f. Et rursus, quod si sit tale aggregatum ex a b & d f quod sit a g & fuerit c media inter a g & g b fueritque a g & g b

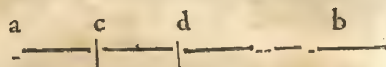


subtenfa tertia g h in continua proportione quod c erit media inter a b & b h. Tu. scis per positionem quod d f est latus superficiei ex a b in d e addito quadrato dimidij a b detracta ab eo latere dimidia a b. Item ex demonstratis aliis quod proportio d e ad f g est duplicata ei quæ est c ad d f, cum ergo proportio a b ad d f sit vt d f ad f e ex supposito erit coniunctim a g ad b g vt d e ad e f, sed d e ad e f vt c ad f quia tertia ad tertiam vt secunda ad secundam duplicata, igitur a g ad b g vt c ad f d duplicata, ergo cum d f sit æqualis b g erit a g ad e vt c ad b g seu ad d f quod fuit demonstrandum. Contrario modo demonstrabitur secunda pars quæ est conuersa.

## Theoremum Vndecimum Propositio 19.

Si linea in duas partes ac duas diuidatur quadratum totius & producta superficies ex prima in tertiam æquales erunt superficiei ex tota in primam & tertiam partem ac ex secunda in quartam.

Sit a b diuisa in c & d dico quod quadratum a b cum superficie a c in a d est æquale



superficiebus b d in b c & a b in a c & ad simul iniunctas. Hoc sit per Quartam secundij Elementorum. Quadratum enim a b cum eo quod sit ex a c in a d est æquale quadrato b c & duplo quadrati a c & duplo b d in c a & ei quod sit ex a c ter in c d loco quadrati b c ponemus quadrata b d, d c & duplum b d in d c vt sint XI. partes, quadratum autem b d communiter detrahitur & b d in d c semel pro superficie b d in b c relinquuntur IX. superficies. At ex a b in a c fiunt tres superficies & in a d sex, sed tres similes ex a b

Qq 3 quad;



|                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
|                | quad. a b      | quad. b c      |
|                | a c in a d     |                |
| a b in a c bis | bd in d c      | quad. a c bis  |
|                | quad. d c      | a c in c d ter |
| quad. a c bis  | quad. a c bis  | a c in b d bis |
| a c in c d bis | a c in b d bis | quad. b d      |
| a c in d b bis | a c in c d ter | quad. d c      |
|                |                | b d in d c bis |

in a c, ergo detractis communibus quadratis a c bis & a c in c d bis & a c in d b relinquitur ex vna parte a c in c d semel, quadratum c d & b d in d c. Est ergo c d ter assumpta in a c in seipsum & est quadratum c d & in b d, hoc autem per secundam secundi Elementorum est æquale ei quod fit ex tota a b in c d quod est propositum.







# OPVS NOVVM

DE

## PROPORTIONIBVS NVMERORVM;

[MOTVVM, PONDERVM, SONORVM, ALIARVMQVE rerum mensurandarum, non solum Geometrico more stabilitum, sed etiam variis experimentis & obseruationibus rerum in natura, solerti demonstratione illustratum, ad multiplices vsus accommodatum.]

AD M. A. AMVLIVM VENETVM,

Cardinalem Illustrissimum.



**B**E NE dictum est meo iudicio à Platone M. A. Amuli optime, beatas fore Respub. si vel illarum domini sapientia amatores essent, aut qui sapientie essent amatores dominarentur, hoc ipsum clare intelligens, studio sapientie nihil esse utilius humano generi: quo simul & pietas, & iustitia, & mutus amor hominum inter se & eorum commoda continerentur. Nempe hisce quatuor tota nostra felicitas comprehenditur. Si quidem pietate in Deos nihil nisi sanctum, & purum, & illustre sapimus: hoc ipso primum quod supra nos est, intelligimus, Deos veneramur, gratias agimus, timor cum veneratione nostros animos subit, & de futura vita cogitamus, hac ipsa mortalia si non negligentes saltem parui facientes. Iustitiam autem adeo necessariam humano generi esse scimus, ut sine illa neque esse, nedum bene esse possimus, ut neque latronum cætus absque ea diu stare possint. Porro quid dicam de concordia, & mutua hominum beneuolentia, in quibus omnis vita humana dulcedo reposita est: nec quis sustineat viuere, qui se omnibus odiosum esse sentiat. His ipsis filios in spem alimus, parentes fouemus, fratres tuemur, & adiuuamus, amicis optulamur, cum hominibus hilarum & iucundam vitam ducimus. Si quis serpentem in lecto haberet, nunquam somnum caperet: ita nihil molestius est in hac vita, quam esse cum quonolis, & priuari consuetudine eorum cum quibus maxime viuere cupias. Quid enim habent Principes precipuum cum tota illa potentia quam habent, nisi hoc unum, quod suis quos amant bene facere possint? nam reliqua omnia exerceri, venari, edere, bibere, dormire, iter agere, loca amena inuisere multis aliis concessum est, maioreque commodo qui in vita priuata degunt. Si ergo principatum cum tot laboribus, curis, periculis, & merito omnes appetunt: nec est in eo quicquam precipuum præter hoc, cui dubium est quin hoc non sit summum huius vite hominibus bonum: propter cuius vel dubiam spem eorum, que habent obliti mortales periclitantur. Succedunt inde tot commoda, non solum utilia, sed pleraque etiam necessaria, qua nos sapientia docet: huiusmodi ergo omnia cum libris contineantur, merito optimus quisque librorum bonorum perpetuitati atque incolumitati fauere debet. C. Caligulam execramur solum ob id quod Vergilij, & T. Liuij scripta delere cogitauerit. Quid facturi essemus, si fecisset quod cogitauerat? Est in sapientum monumentis bonum sine malo, mens sine corporea labe: Virtutes absque vitiis, gratia & iucunditas sine sorde, & immunditia, voluptas sine dolore, conuersatio absque tadio, delicia absque miseria nuda, omnia bona præstant, atque laudabilia ab omnibus mortalitatis exuuiis libera, tantum commodi afferunt libri. Sed & in eorum electione ac studio modus, ac




mediocritas quedam seruanda est, quæ si quis neglexerit non leui incommodo afficitur: eam antiqui rationem alij proportionem appellarunt, non equidem etiam in pertritis tam facillimam, ut reatur homines: nam in aliis rebus perobscuram esse fatentur, ego difficillimam puto undique, & magis forsan ubi non existimamus. Unde plures decidere videmus magnis cum auxiliis, & euidenti spe: quid aliud est in causa quam ignota mensura rerum? quam tamen plerique tenere se putant. Ergo, cum summum bonum in hac mensura situm esse cernerem, ut clarè ostendunt musice voces, quæ non nisi indiuiduo (ut ita dicam) spacio seu loco stare possunt, ita & in figuris picturarum & statuarum, & diebus decretoriis, & negotiis civilibus opera preium me facturum existimaui, si omnia hæc quæ latè patebant breuiter in unum redegissem, non tantum ne lectorem radio afficerem, quam ut quod aliàs docui, breuibus tractationibus, & plura continerentur, & facilius docerentur. Cum vero bona fortuna quedam effecisset, ut tibi libellum dedicassem de Providentia ex constitutione temporum longe meliore occasione nominis tui Typographi obliti sint, indignum fore putauit, ut non ærea (quemadmodum cum Glaucio Diomedes) cum aureis commutarem. Itaque infinitis licet circumueniens negotiis totus huic opere incubui, atque adeo ut præter spem unius anni penè spacio liber absolueretur. Qui cum tibi (ut dixi) iam iurè deberetur, eò tamen magis dedicandum putauit, quod non ego solum, quanquam id maxime, sed communis consensus hominum existimet, te singulari virtute omnibus studiosis plurimum fauere. Vale.

#### Prima diffinitio.

**P**roportio ab Euclide sic describitur, Quod sit duarum quantitatum eiusdem generis, quod ad magnitudinem attinet, comparatio certa.

#### Secunda diffinitio.

Proportiones per similitudinem dicuntur, cum quantitas quantitati comparatur alterius generis, cui fingitur æqualis esse potestate.

Velut si a b fingatur monas a  c in comparatione ad b c, erit rectangulum a c æquale lineæ b c.

#### Tertia diffinitio.

Proportio æqualis proportioni est, cum eodem modo termini se habent inuicem in utraque.

#### Quarta diffinitio.

Proportiones secundum genus notæ dicuntur, cum nouimus, quod sint maiores, aut minores. Nam cum æquales sunt, simul necesse est, ut cognoscamus genus, & speciem.

#### Quinta diffinitio.

Datum positione est: quod necessariò ex positis certam habet quantitatem.

#### Sexta diffinitio.

Datum simpliciter dicitur, quod ex propositis cognosci potest, quantum a. t.

#### Septima diffinitio.

Proportiones potestate dicuntur, quæ sub

comparatione aliarum quantitatum necessariam habentium connexionem solum cognoscuntur.

Hæ autem sunt aliquando eiusdem generis cum primis, ut numeri: aliquando alterius, ut linearum & superficierum, angulorum, & arcuum: aliquando eiusdem generis, & diuersarum specierum, ut arcuum per sinus, qua utuntur Astronomi.

#### Octaua diffinitio.

Proportio homonyma dicitur duarum <sup>Cor.</sup> quantitatum diuersi generis, sed alterius ab altero dependentium, velut motus ad tempus. Dicimus enim motum tardum, vel velocem in comparatione ad tempus.

#### Nona diffinitio.

Proportionum aliæ dicuntur rhete, aliæ alogæ, rhete quæ sunt ut numeri ad numerum, alogæ quæ non sunt numeri ad numerum.





#### Decima diffinitio.

Proportio rhete alia æqualis, alia multiplex, vel submultiplex: alia unius partis excessus, aut defectus, alia plurium, quam superpartientem, aut supartientem vocant.

#### Undecima diffinitio.

Cum diuiso denominatore per numeratorem exit quantitas aloga, proportio dicitur aloga: si autem numerus integer, aut pars numeri nota, dicitur rhete.

#### Duodecima diffinitio.

Proportionem in proportionem a duci est, quoties recto ordine tres  quantitates in eisdem collocantur: b  ut sint tres quantitates a b c, dicitur  proportio a ad c producta ex proportionibus 



portione a ad b & b ad c, & similiter portio c ad a producit ex portione b ad a, & c ad b.

*Tertiadecima diffinitio.*

Proportionem per proportionem diuidi est, quod ad eandem quantitatem duarum quantitates comparantur, tunc illarum portio est, quæ prodit una per alteram diuisa.

Sint proportiones a & b ad c & interpolatur b inter a & c, dico portione a ad c diuisa per proportionem a ad b prodire proportionem b ad c, constat ex conuersa præcedentis.

*Quartadecima diffinitio.*

Additio proportionum intelligitur quod duarum quantitarum ad unam tertiam, proportionem per aggregatum ipsarum quantitarum ad eandem coniunguntur.

Velut si comparantur a b & b c ad d, inde tota a c ad d dicemus proportionem, ac ad d esse coniunctam ex duabus proportionibus a b ad d & b c ad eandem d. Hæc & duæ sequentes sicut & duæ antecedentes demonstrabuntur esse, nunc solum quomodo intelligendum sit proponimus.

*Quintadecima diffinitio.*

Detractionem proportionis à portione intelligimus fieri per detractionem minoris quantitatis à maiore, comparatam ad eandem quantitatem.

Velut in exemplo superiore detracta portione b c ad d ex portione a c ad d, relinquetur portio a b ad d, & probatur ex conuersione præcedentis.

*Sextadecima diffinitio.*

Extractio radicum alicuius proportionis fit per extractionem radicum quantitarum illius iuxta unam, & eandem rationem.

Velut quadratæ, vel cubæ, vel pronicæ, vel vniuersalis, vel alterius modi.

*Decimaseptima diffinitio.*

Cum fuerint duæ proportiones similes in tribus terminis continuatæ, dicitur portio primæ quantitatis ad tertiam veluti primæ ad secundam duplicata. Et si sint tres proportionem similes in quatuor terminis, dicitur portio primæ quantitatis ad quartam triplicata ei, quæ est primæ ad secundam.

*Decima octaua diffinitio.*

Confusa portio dicitur simplicis, aut compositæ quantitatis ad compositam in comparatione ad proportionem ad partes.

*Decimanona diffinitio.*

Quantitates quæ in continua sunt portione Analogæ vocantur.

Dictum est hoc ad fugiendum nomen barbarum, etiam ut breuiter tamen possemus sententiam explicare.

*Vigesima diffinitio.*

Reflexa portio dicitur cum trium quantitarum aggregatum primæ, & tertię se habet ad secundam velut secunda ad tertiam.

*Vigesima prima diffinitio.*

Trium quantitarum analogarum aliæ quidem Geometricæ, cum portio similis est: Aliæ Arithmeticæ, cum fuerit æqualis excessus huiusmodi: Aliæ musicæ cum fuerit portio primæ ad tertiam multiplex, aut simplex, aut composita excessus quæ simplici iuncta sit ad multiplicis perfectionem: eadem autem sit portio excessus primæ, & secundæ ad excessum secundæ supra tertiam.

Velut portio 6. 4. 3. dupla est vtriusque, & 6. 3. 2. tripla & 18. 24. 2. & 45. 40. 36. Geometricæ verò & arithmeticæ facilius continuantur in quotquot quantitatibus, sed & musicæ velut 12. 8. 6. 4. 3. & portio 8. ad 5. musica est: quia portio 5. ad 4. musica est, & bene sonans, igitur constitutis 8. 5. 4. cum 8. ad 4. bene sonet, & 5. ad 4. & 4. sit extrema non media inde 8. & 5. bene sonant, nam in mediis non est verum, ut in 9. 6. 4. bis diapente, & 16. 12. 9. bis diatessaron.

*Vigesima secunda diffinitio.*

Quantitates quæ similem habent proportionem non continuatam, omniologæ appellantur.

*Vigesima tertia diffinitio.*

Prima operatione consistere dicuntur proportionem, cum inter primo conflatas quantitates constiterint.

*Prima Animi communis sententia.*

**O**mnis Portio est, aut æqualitatis, aut maior inæqualis, aut minor.

*Secunda animi communis sententia.*

Quilibet numerus tantus dicitur, quantum est illius portio ad monadem.

Dicimus enim quatuor, quod monadem quater contineat. Et duo cum dimidio cum monadem bis & semis contineat.

*Tertia animi communis sententia.*

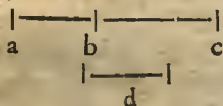
Proportionem defectus, seu detractæ quantitatis ad defectum esse posse, ut quantitatis ad quantitatem dicuntur communes animi sententiæ, quæ ex intellectu solo terminorum, quod veræ sint, cognoscuntur. Si ergo defectus est quantitas, & quantitas eiusdem



eiusdem speciei, quia detrahitur, & defectus non est simpliciter, sed detractio ergo per quartam petitionem, vel primam definitionem erit proportio inter illas. Sunt enim ambæ detractæ.

*Quarta animi communis sententia.*

Inter quantitatem, & defectum minorem quantitate, cuius est defectus, est proportio, quatenus est quantitas. Sit a b linea, & detracta quantitas b c, non maior a b & d sit alia quævis quantitas eiusdem generis, dico quod inter d & b c est proportio quatenus b c est quantitas, quia sunt eiusdem generis ideo sunt in aliqua proportionem per primam definitionem. Sed ut b c est defectus, nulla est proportio: quia quanto b c augetur, tanto augetur proportio d ad b c, & hoc est contra demonstrata ab Euclide.



*Quinta animi communis sententia.*

Cum proportio producit ex proportionibus quælibet illarum dicitur producta diuisa per alteram.

*Sexta animi communis sententia.*

Æqualium quantitatum seu proportionū ad tertiam comparabilium eadem est proportio atque vicissim. Hæc etsi demonstratur ab Euclide, est tamen hic generalior: & satis per se nota, ut sit propior animi communi sententiæ, quàm rei demonstrandæ.

*Septima animi communis sententia.*

Ad quod quantitas proportionem habet infinitam, id in genere illius quantitatis non comprehenditur.

Nam proportio est duarum quantitatum eiusdem generis comparatio certa: at hæc comparatio certa non est: non igitur quantitates ambæ sunt, aut non eiusdem generis.

**PRIMA PETITIO.**

**S**I fuerit primi ad secundum, ut tertij ad quartum, & ex primo in secundum producat æquale, aut maius, aut minus primo, vel secundo, producet eodem modo ex tertio in quartum æquale aut maius, aut minus tertio, vel quarto eadem ratione & ordine.

*Secunda petitio.*

Proportiones possunt duci, diuidi, iungi, & auferri, & sumi radix in eis cuiuscunque generis, atque earum quantitates, ut libet, possunt transponi.

*Tertia petitio.*

Proportionis cuiusvis nomen à denominatore suprâ scripto, & numeratore infrâ scripto sumitur.

*Quarta petitio.*

Diuisa quauis quantitate per aliam eiusdem generis, quod exit proportio dicitur.

*Quinta petitio.*

Quælibet proportio est vel inter duas quantitates, vel per vnam significatur.

Nam per tertiam petitionem si sint duæ quantitates, quæ non habeant vnius rationem, nomen sumit proportio à duobus numeris, sin autem sit altera monas, erit per secundam animi communem sententiâ, proportio numerus ipse. Ideò patet, quod dicitur.

*Sexta petitio.*

Proposita proportionem quacunque & monade quantitatem inuenire, quæ se habeat ad monadem in proportionem proposita.

Nam cum per quartam petitionem diuisa quantitate per quantitatem exeat proportio, & numerus ad monadem se habeat, ut proportio, ideò sumpta monade secundum illum numerum, ille numerus est quantitas quæsitæ.

*Septima petitio.*

Quamlibet quantitatem per aliam eiusdem generis diuidere posse.

*Octaua petitio.*

Proportionem in proportionem ducere posse: quamuis sint inter quantitates diuersi generis.

Quod dicitur de multiplicatione intelligendum est de aliis operationibus suprâ enumeratis.

*Nona petitio.*

Monadem semper sumere in quocunque genere posse proposita proportionem.

Nam licet diuidere per septimam petitionem quantitatem per quantitatem proportionis: & quod exit, est proportio per quartam petitionem, & per secundam animi communem sententiâ illa proportio est numero æqualis: ergo diuisa proportionem, per similem numerum statuatur monas.

*Decima petitio.*

In quouis genere quantitatum sumere posse quantitatem, quæ se habeat ad monadem in proportionem data. Similem huic proponit Euclides in lineis generaliter: nos autem contra generaliter in omnibus quantitatibus, sed de monade tantum.

*Vndecima petitio.*

Monadem in quancunque quantitatem ductam æquale ipsi producere. Similiter & proportionem æqualem.

Nam cum aliqua quantitas augeat ducta aliqua

*Duodena  
sexu El*



Secunda ani-  
mi commu-  
nis senten-  
tia.

aliqua minuat, necesse est aliquam esse, quæ nec augeat, nec minuat, & hæc est monas. Idem dico de diuisione. Æqualitas etiam ducta, vel diuidens non mutat proportionem: nec quantitatem ipsam, igitur monas æqualitatem refert. Quod etiam est perspicuum ex supra dictis.

#### Duodecima petitio.

Cum fuerint quatuor quantitates & ad primam, & tertiam æquè multiplicibus assumptis, itemque ad secundam & quartam, & si multiplex primæ maius est multiplici secundæ, multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ, & si minus minus, & si æquale æquale, idque semper quouis modo assumptis his proportionibus ad primam & tertiam, & ad secundam & quartam erit proportio primæ ad secundam, vt tertiæ ad quartam. Hæc etiam assumitur ab Euclide. Et per hanc intelligimus etiam conuersam.

Quinto Ele.  
diff. 6.

#### Tertiadecima petitio.

Quantitates æquales, atque proportionem in quasuis quantitates ductæ eandem seruant rationem. Euclides hanc demonstrat, nos autem ad vitandum tædium petimus concedi, sub qua includuntur diuisione etiam additio, detractio, laterum omnium inuentio.

Quarta  
quinta Ele.

#### Quartadecima petitio.

Cum termini alicuius quantitatis eandem seruant rationem in omnibus, & firmi sunt ac stabiles eiusdem rationis comparatione contentæ partes æqualem seruant excessum seu proportionem.

### PROPOSITIO PRIMA.

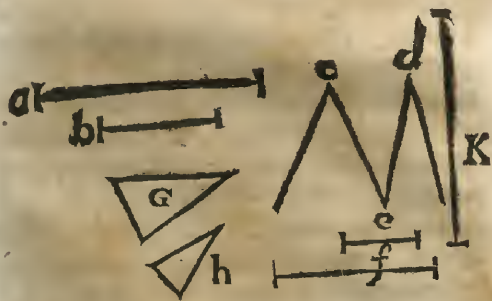
Proportionem in proportionem duci est superiores numeros atque inferiores inuicem ducere.

Per 9. Petit.

Per 10. Per.

Per 8. Petit.

Sit proportio lineæ a ad lineam b, vt anguli c ad angulum d, statuatur e monas in genere a b & fiat f ad e, vt c ad d, & ducatur a in f & b in e, & producantur g &



Per 2. Ani-  
mi sentent.

h. Quia ergo f est proportio ipsa, erit g ad a vt c ad d, sed h est æqualis b, igitur a ad h vt ad b. Ducta ergo dicetur proportio a ad b in proportionem c ad d ducendo terminos proportionis, seu quantitatis recta scilicet superiores cum superioribus, &

inferiores cum inferioribus. Nam si rursum *Per 11. Pet.* constituentur f ad e vt a ad b cum f sit proportio, & k ad f vt c ad d, erit k ad e, vt g ad h, k autem sit ex ductu proportionis a *Per 8. Petit.* ab b quæ est f in proportionem c ad d, liquet igitur propositum.

#### Propositio secunda.

Proportio extremorum producit ex intermediis.

Sint a b c quantitates dico proportionem *Cor<sup>m</sup>* a ad c, produci ex proportionem a ad b & b ad c, statuatur totidem à monade d e f, eruntque ex demonstratis ab Euclide in quinto Elementorum in eadem proportio- *Per 6. & 9. Petit.* ne, statuatur ergo d prima quantitas e secunda & tertia f quarta. erit-

quæ per præcedentem proportio productorum ex d in e & sit g, & in f & sit h producta ex proportionibus d ad e & e ad f, quare ex proportionibus a ad b & b ad e, sed ex dictis cum e sit eadem, erit proportio d ad f vt g ad h & proportio d ad f per æquam proportionem ab Euclide demonstratam, vt a ad c, igitur proportio a ad c producit ex proportionibus a ad b & b ad c, & est proportio ipsa a ad c d numerus, vt ostensum est.



*Per 13. Pet.*

Ex hoc sequitur, quod cum fuerit quantitas tertia monas ex proportionibus inuicem ductis produceretur prima quantitas.

Ex hoc sequitur, quod conuersa proportio producit ex conuersis proportionibus. *Cor<sup>m</sup> 2.*

#### Propositio tertia.

Si proportio ex duabus proportionibus in quatuor terminis producatur, ipsa verò proportio inter duas alias quantitates fuerit constituta; consurgent trecenti sexaginta modi productionis proportionis.

Hæc propositio vt præcedens & sequentes tres ab Alchindo sumptæ sunt, & ab eo demonstrantur. Sit ergo proportio a ad b, producta ex proportionem c ad d & e ad f, constat quod cum sint sex quantitates, quod fieri poterunt quindecim coniugationes, quas posui à latere facilitatis gratia, quibus respondent totidem conuersæ: erunt ergo triginta. Singulæ autem harum produci possunt duodecim modis: ductis duodecim in triginta, sunt trecenti sexaginta modi. Et hoc est clarum per se, modo demonstramus, quod singuli horum modorum possint produci duodecim modis, & capiamus a b primam quæ potest produci ex c d & e f: Item ambabus conuersis d e & f e: & rursus altera recta altera conuersa: & hoc bifariam c

*Cor<sup>m</sup>*

| a   | b   |
|-----|-----|
| c   | d   |
| e   | e   |
| a b | b a |
| a c | c a |
| a d | d a |
| a e | e a |
| a f | f a |
| b c | c b |
| b d | d b |
| b e | e b |
| d & | d & |



d & fe & dc & ef, sunt ergo iam quatuor modi. Totidem ex ce & df, totidemque ex cf & de, igitur erunt duodecim modi, quibus produci posse intelligitur proportio a ad b.

|                |     |
|----------------|-----|
| b f            | f b |
| c d            | d c |
| c e            | e c |
| c f            | f c |
| d e            | e d |
| d f            | f d |
| e f            | f e |
| diréc. conuer. |     |

c ad f ex a ad e, & d ad b, & ita disponemus hos modos in tabula. Vides etiam aliquos

*Primi ad secundum.*

- 1 Tertij ad quartum, & quinti ad sextum.
- 2 Tertij ad sextum, & quinti ad quartum.

*Primi ad tertium.*

- 3 Secundi ad quartum, & quinti ad sextum.
- 4 Secundi ad sextum, & quinti ad quartum.

*Primi ad quintum.*

- 5 Secundi ad sextum, & tertij ad quartum.
- 6 Secundi ad quartum, & tertij ad sextum.

*Secundi ad quartum.*

- 7 Primi ad tertium, & sexti ad quintum.
- 8 Primi ad quintum, & sexti ad tertium.

*Secundi ad sextum.*

- 9 Primi ad quintum, & quarti ad tertium.
- 10 Primi ad tertium, & quarti ad quintum.

*Tertij ad quartum.*

- 11 Primi ad secundum, & sexti ad quintum.
- 12 Primi ad quintum, & sexti ad secundum.

*Tertij ad sextum.*

- 13 Primi ad secundum, & quarti ad quintum.
- 14 Primi ad quintum, & quarti ad secundum.

*Quarti ad quintum.*

- 15 Secundi ad primum, & tertij ad sextum.
- 16 Secundi ad sextum, & tertij ad primum.

*Quinti ad sextum.*

- 17 Primi ad secundum, & quarti ad tertium.
- 18 Primi ad tertium, & quarti ad secundum.

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | e | c | a | e | e | c |
|   |   |   | c | b | e |   |
|   |   |   | f | d | c |   |
|   |   |   |   |   | f |   |

modos non produci, vt primi ad quartum nec ad sextum, & liquet, quod cum sint quindecim omnes modi qui produci posse intelliguntur, & nouem tantum producantur sex esse, qui non producantur, quos seorsum in tabula coniunxi. Et constat etiā, quod totidem conuersi scilicet decem octo producantur, de quibus diximus, vt sint omnes triginta sex, qui constat ex duabus propositionibus præmissis, & hac tertia, quam adiungemus scilicet, quod proportio primi ad tertium producat ex proportionibus secundi ad quartum, & quinti ad sextum. Hoc enim ex præcedentibus non liquet: bene liquet permutatis ordinibus, quod si proportio primi ad tertium producat, quod etiam proportio primi ad quintum. Nam tertium, &

|   |                          |
|---|--------------------------|
| quintum, itémque quartum, & sextum non differunt nisi ordine voluntario. Ergo interposito e inter a, & c per secundā propositionem proportio a ad c producat ex proportionibus a ad e, & e ad c, vt ex demonstratis | Modi qui non producantur |
|   | pri. ad quartū           |
|   | pri. ad sextum           |
|   | sec. ad tertium          |
|   | sec. ad quintū           |
|   | tert. ad quint.          |
|   | quart. ad sext.          |

in præsentī proportio a ad c producat ex c ad f & b ad d. Proportio ergo a ad c producat ex proportionibus e ad c & c ad f & b ad d, at e ad c & c ad f producant eam, quæ

*Propositio quarta.*

Si fuerit proportio primi ad secundum producta ex proportionibus tertij ad quartum & quinti ad sextum, producat etiam ex proportionibus tertij ad sextum, & quinti ad quartum.

*Per. 8. peti.*

*in 13. peti.*

Sit proportio a b producta ex proportionibus c ad d, & e ad f, dico quod etiā erit producta ex proportionibus c ad f, & e ad d, disponantur vt in figura & fiat ex c in e g, & ex d in fh,

|   |   |
|---|---|
| a | b |
| c | e |
| d | f |
|   | g |
|   | h |
| c | e |
| f | d |
|   | g |
|   | h |

ergo per primam harum ad h vt a ad b, sed per præsupposita in secunda productione etiam prodeunt g & h, igitur per primam propositionem harum a ad b proportio producat ex proportionibus c ad f tertiar scilicet ad sextam, & e ad d quintæ ad quartam, quod fuit propositum.

*Propositio quinta.*

Si fuerit proportio primi ad secundum producta ex proportionibus tertij ad quartum, & quinti ad sextum: erit proportio tertij ad sextum producta ex proportionibus primi ad secundum, & quarti ad quintum.

*Cor.*

Sit proportio a ad b producta ex proportionibus c ad d, & e ad f, dico quod proportio c ad f producat ex proportionibus a ad b, & d ad e. Interponam d inter c & f, eritque ex secunda propositione repetita proportio c ad f producta ex tribus proportionibus c ad d, d ad e, e ad f, sed proportionibus c ad d, & e ad f producant proportionem a ad b, igitur proportio c ad f producat ex proportionibus a ad b, & e ad f.

|   |   |
|---|---|
| a | b |
| c | e |
| d | f |
|   | c |
|   | d |
|   | e |
|   | f |
| c | f |
| a | d |
| b | e |

*Propositio sexta.*

Ex trecentis sexaginta modis producendarum proportionum triginta sex tantum esse necessarios.

*Cor.*

Per quartam enim proportio a ad b producat bifariam, & ex c ad d, & e ad f, & ex c ad f, & c ad d, & per præcedentem c ad f producat ex a ad b, & d ad e, & per quartam rursus ex a ad e, & d ad b. Et per præcedentem rursus a ad e ex c ad f & b ad d, igitur per quartam eadem producat ex c ad d & b ad f. Quare per præcedentem



# Propositio 7. 8. 9. 10. & 11. 469

quæ est e ad f per secundam propositionem. Igitur proportio a ad c producitur ex proportionibus b add secundi ad quartum, & e ad f quinti ad sextum. Hæc Alchindus in suo libello: sed licet ingeniosa valde: parum tamen vtilia olim erant necessaria ad intelligendum magnam compositionem Ptolemæi, nunc postquam Heber has sex quantitates traduxit ad quatuor, prorsus hæc scientia vlli vsui esse desit.

## Propositio septima.

In modis qui necessariò producuntur ex duabus proportionibus,

|   |   |
|---|---|
| a | b |
| c | e |
| d | f |

cum duæ quantitates ex illis, quæ modos efficiunt, æquales fuerint: proportio producta ad quatuor quantitates omologas reducetur.

Cor.

Sint sex quantitates a b c d e f, & producatür proportio a ad b ex proportionem c ad d, & e ad f, tunc scis, quòd modi recepti sunt prima cum secunda, tertia vel quinta, & secunda cum quarta, & sexta, & tertia similiter cum eisdem, & quinta eodem modo cum eisdem: si igitur duæ quantitates ex his, quæ faciunt proportionem productam inter se fuerint æquales reducetur hæc proportio ad quatuor quantitates omologas, scilicet abiectis ambabus æqualibus. Sit gratia exempli prima æqualis quintæ: & quia in octauo modo proportio secundi ad quartum producitur ex proportionem primi ad quintum, & sexti ad tertium, ergo per exposita proportio secundi ad quartum, vt sexti ad tertium, & ita permutando, & conuertendo secundi ad sextum, vt quarti ad tertium, & tertij ad quartum, vt sexti ad secundum.

Vndecima  
positione.

## Propositio octaua.

Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, atque coniungantur: erit proportio aggregati ad productum ex inferioribus inuicem proportio ex primis proportionibus composita.

Cor.

Sit proportio vna a ad b, alia c ad d, ducatur b in c, fiatque e & a in d, & fiat f, iunganturque e & f & fiat h, & ducatur b in d & fiat g: dico proportionem h g compositam esse ex proportionem a ad b, & c ad d. Quia enim ex b in c fit e, & ex b in d fit g, erit proportio e ad g, vt c ad d, & similiter, quia ex d in a fit f, & ex d in b fit g, erit f ad g vt a ad b. Sed e & f componunt h, igitur proportio h ad g est composita ex proportionibus e & f ad g, igitur per communem animi sententiam, & diffinitionem compositæ propor-

Ex 13. positione.

$$\begin{array}{c} a \quad c \quad h \\ \times \\ b \quad d \\ \hline e \quad f \quad g \end{array}$$

Tom. IV.

tionis, proportio h ad g composita est ex proportionibus a ad b, & c ad d, quod est propositum.

## Propositio nona.

Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, minusque productum ex maiore detrahatur, erit residui ad productum ex inferioribus proportio velut illa, quæ relinquitur detracta minore proportionem ex maiore.

Hæc eodem modo probatur, vt præcedens, nisi quod h fit detractio è minore: gratia exempli ex f, & ita ex diffinitione patet propositum.

Cor. 152.

## Propositio decima.

Si fuerit alicuius quantitatis ad vnâ partem proportio velut alterius partis ad secundam quantitatem erit proportio cuiusvis quantitatis eiusdem generis ad secundam composita proportio ex proportionibus eiusdem quantitatis assumptæ ad vtranque partem primæ quantitatis seorsum.

Sit a b quantitas diuisa in c, & sicut a b ad a c, ita b c ad d: eritque iterum permutando a b ad b c, vt a c ad d, & summa-

Cor.

$$\begin{array}{c} a \quad c \quad b \\ | \quad | \quad | \\ \hline e \quad d \end{array}$$

tur quædam quantitas e eiusdem tamen generis, cum illis dico quòd proportio e ad d est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c. Posita ergo e tanquam superiore numero, & a c & c b inferioribus, erit ex octaua propositione huius proportionum productum ex e in a c, & coniuñctorum, & ex consequenti per primam secundi Elementorum productum ex e in a b ad productum ex a c in c b composita ex proportionibus e ad a c, & e ad c b: at quod sit ex a c in c b, est æquale ei quod sit ex a b in d, eo quòd a b, a c, c b & d sunt omologæ per decimam sextam sexti Elementorum: Proportio igitur productum ex e in a b ad productum ex d in a b est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad c b: At proportio productum ex e in a b ad productum ex d in a b, est velut e ad d, per supposita igitur proportio e ad d est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c, quod fuit demonstrandum.

13. Petit.

## Propositio Vndecima.

Proportio aggregati quarumlibet duarum quantitatum ad aggregatum duarum æqualium quantitatum est composita ex proportionibus primis, & diuisa per duplam.

Sit proportio a ad c, & b ad d, & sint c & d æquales, dico

Cor.

quod proportio a b ad c d est composita ex proportionibus a ad c, & b ad d diuiso composito per duplam. Quia enim c & d sunt æquales, erit b ad c, vt b ad d,

$$\begin{array}{c} a \quad b \\ \times \\ c \quad d \\ \hline e \quad f \end{array}$$

Ex sexta  
Anim. com-  
sententia.

R r



# 470 Propositio 12. 13. 14. & 15.

Decima-  
quarta.

15. Petit.

Per 2. Petit.

Per quintam  
Anim. com.  
sententiam.

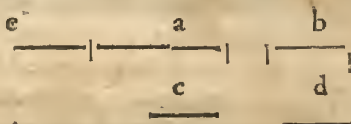
ad d, quare ex definitione cum proportio a b ad c d sit composita ex proportionibus a ad c, & b ad d, erit etiam composita ex dictis ex propositione a ad c, & b ad d, statuatur ergo e æqualis c d media inter a b & c. Et erit per secundam propositionem proportio aggregati a b ad c producta ex proportionibus aggregati a b ad c, & e ad c, igitur proportio a b ad c erit proportio a b ad c, diuisa per proportionem e ad c, sed e ad c est dupla: igitur proportio a b ad c est proportio a b ad c diuisa per duplam.

## Propositio duodecima.

Propositis duabus proportionibus vnam alteri iungere absque multiplicatione.

Cor.  
10. Petit.

Sint proposita proportionibus a ad c & b ad d, & assumo e ad c, iuxta ea quæ Eu-



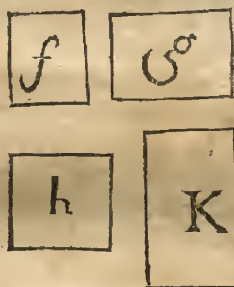
Ex genera-  
li com. Anim.  
sententia.

clides demonstrauit, vt b ad d, erit igitur proportio a e ad c, composita ex proportionibus a ad c, & e ad c, sed proportio e ad c est, vt b ad d, igitur proportio a e ad c composita est ex proportionibus a ad c, & b ad d.

Aliter ex b in c fiat f ex a in d, g ex c in d h coniunctum ex f g, k.

Per 13. Per.

Quia ergo ex c in b fit f, ex c in d h, erit f ad h, vt b ad d, igitur vt e ad c, sed a ad c, vt g ad h igitur a e ad c, vt k ad h, sed k ad h componitur ex proportionibus a ad c, & b ad d. Ex octaua harum igitur



proportio a e ad c composita est ex eisdem. Forſan quis dicat hanc eandem eſſe octauæ ſed non eſt, in illa enim proportio comparatur ad productum, in hac ad vnam ex quantitatibus.

Cor.

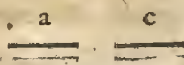
Ex hoc ſequitur quod: Quælibet duarum quantitates quarum aggregatum eſt idem ad eam quantitatem componunt eandem proportionem.

## Propositio tertiadecima.

Proportio confuſa aggregati primæ & tertiæ quatuor quantitatum omniologarum ad aggregatum ſecundæ & quartæ, eſt velut composita ex eisdem diuiſa per duplam.

Cor.

Sint a ad b, vt c ad d, dico, quod erit confuſa proportio a c aggre-



gati ad aggregatum b d, compositæ ex his proportionibus diuiſæ per duplam æqualis. Erit enim aggregati ex a c ad aggregatum ex b d, velut a ad b per 18. quinti Elementorum. Sed proportionibus a ad b, & c ad d componunt proportionem producti a in d, & c in b per octauam harum, ad productum ex b in d, productum verò ex a in d eſt æquale producto ex b in c per decimamſextam ſexti Elementorum, & proportio producti ex b in c ad productum ex b in d eſt velut c ad d, quare vt aggregati a c ad aggregatum b d, igitur proportio composita ex a ad b, & c ad d, eſt velut confuſa bis ſumpta. Igitur confuſa eſt velut composita diuiſa per duplam per modum vndecimæ huius.

## Propositio quartadecima.

Proportionibus confuſæ, & coniunctæ in tribus quantitatibus inuicem commutantur.

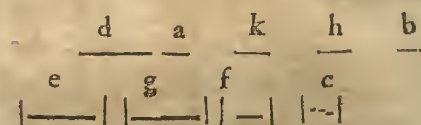
Sint tres quantitates, dico, quod proportio c ad a b confuſa eſt, conuerſa coniunctæ a & b ad c. Nam per dicta proportio a b ad c efficit coniunctam ex a b ad c, ſed c ad a b conuerſa eſt eius quæ eſt a b ad c, & proportio c ad a b eſt confuſa eius, quæ eſt c ad a & b. Igitur proportio confuſa in tribus quantitatibus eſt contraria coniunctæ in eisdem.

Ex quauis ergo illarum data, data erit & reliqua.

## Propositio quintadecima.

Si fuerint quatuor quantitates proportio confuſa aggregati primæ & tertiæ ad aggregatum ſecundæ, & quartæ erit vt monadis addito prouentu, qui ſit diuiſa differentia differentiarum primæ & ſecundæ, atque quartæ & tertiæ per aggregatum tertiæ, & quartæ ad ipſam monadem.

Sint quatuor quantitates a b, c, d, e f, & ſit a b maior c in a h, & e f maior d in f g,



& differentia f g & a h ſit a k: dico proportionem a b, & d confuſam a d c & e f, eſſe vt monadis addito prouentu, vel detracto a k diuiſæ per aggregatum c & e f, ad ipſam monadem, & manifeſtum eſt, quod poteſt contingere pluribus modis: Primus vt a b ſit maior c & e f minor d, & tunc differentia coniungentur, & prouentus, addetur monadi. Idem faciendum erit ſi a b ſit maior c, & e f ſit minor d, ſed exceſſus ſuperet defectum. At ſi vel a b ſit minor c, & e f maior d, vel ita minor, vt c exceſſus ſupra b a ſit maior defectu, detrahemus prouentum à monade. Alia cautio eſt. quod ſi fuerint vtrinque exceſſus, aut defectus, minuemus minorem de maiore



iore: si autem vnus sit excessus alter defectus, iungemus illos, & post diuidemus, vno ergo demonstrato vt pote primo intelligitur reliqui. Quia ergo b h est æqualis c & e g æqualis d & h k æqualis g f, erit ex communi animi sententia aggregatum ex d & k b æquale aggregato ex c & e f, igitur per dicta proportio aggregati ad aggregatum est vnum. at verò diuisa k a per c & e f fit quantum diuisa eadem per b k, & d, sed diuisa k a per b k, & d iunctas, exit proportio a k ad aggregatum b k & d: igitur diuisa a k per aggregatum e f & c, exhibet eadem proportio, igitur a b & d ad aggregatum c & e f est coniuncta ex monade & proportione a k ad aggregatum c & e f, quod erat demonstrandum.

Cor.

Ex hoc patet quod proportionum confusio fit iunctis denominatoribus numeratoris: multiplicatio multiplicatis: additio multiplicatis de-  

|                |   |    |
|----------------|---|----|
| 7              | 5 | 12 |
| 2              | 8 | 10 |
| Multiplicatio. |   |    |
| 7              | 5 | 35 |
| 2              | 8 | 16 |
| Additio        |   |    |
| 7              | 5 | 66 |
| 2              | 8 | 16 |

 cussatum in numeratores ad productum est denominatoribus, vt in exemplis.

Propositio sextadecima.

Omnium quatuor quantitatum proposita prima, quæ non minorem habet proportionem ad suam correspondentem, quàm alia ad aliam erit proportio confusa illarum,



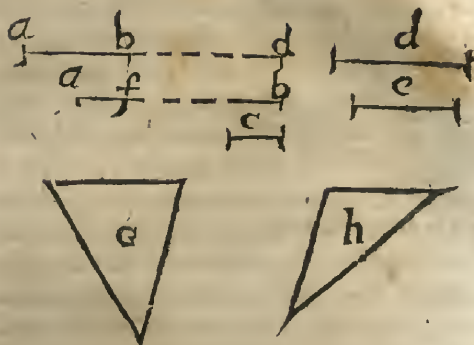
vt producti ex aggregato primæ & tertiæ in tertiam, ad productum ex aggregato tertiæ & omiotatæ ad secundam in ipsam quartam.

Hæc magis reducit confusam proportionem ad notitiam, quàm præcedens, quia reducit ad proportionem productam, quæ operatio est simplicissima, siue per multiplicationem quantitatum fiat, duæ sunt tantum multiplicationes, siue per eundem terminum sufficit alium addere. Summatur ergo a b, c, d & e, & non sit maior proportio d ad e, quàm a b ad c, & statuatur tunc prima a b, secunda c, tertia d, quarta e, & postquam non est minor ratio a b ad c, quàm d ad c, sumatur a f ad c, vt d ad e. licet enim hoc facere. Dico quod proportio confusa a b & d ad c & e est velut producti ex aggregato a b & d in d ad productum ex aggregato a f & in e. Statuatur aggregatum a b & d linea a d prima quantitas, & aggregatum a f & d, a d secunda quantitas, & d tertia, & c quarta, & ex a b in d fiat g, ex a d in e fiat h, erit ergo per primam propositionem g ad h producta ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Sed proportio a f d ad aggregatum c e, est velut d ad e. Proportio verò a b d ad a f d, & a f d ad e e producunt proportionem a b d ad c & e per secundam.

Per 10. Per.

Per 13. Per.

Tem. IV.



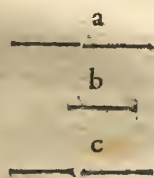
dam propositionem, harum igitur confusa a b ad c, & d ad e, & est proportio a b d ad c & e, producuntur ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Ergo proportio g ad h est confusa ex a b ad e, & d ad e, quod erat demonstrandum.

Propositio decima septima.

Omnes duæ proportionem conuersæ producunt equalem proportionem.

Sint duæ proportionem a ad b & b ad a conuersa, dico, quod producunt proportionem æqualem, fiat enim b ad c, vt b ad a, erit igitur a æqualis c & b c conuersa eius quæ est a ad b, sed per secundam harum proportionem a ad b, & b ad c producunt proportionem a ad c, igitur proportionem etiam a ad b & b ad a producunt eandem.

Cor.



Per 6. Ant. mi commu- nem senten- tiam.

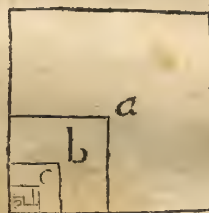
Propositio decima octaua.

Si fuerint quotlibet quantitates in continua proportionem multiplici præter ultimam proportio verò penultimæ ad ultimam qualis residui primæ ad secundam, erit primæ ad aggregatum reliquarum velut penultimæ ad ultimam.

Sint quantitates a b c d in continua proportionem multiplici, sed d ad e sit velut residui a & b ad b, dico proportionem a ad b c d e esse vt d ad e. Quia enim est gnomonise ad quadratum d, vt d ad e ex supposito erit per coniunctam proportionem c & d ad d & e, vt d ad e, sed e gnomon cum quadrato d efficit quadratum e, igitur vt c quadrati ad d & e iuncta, ita d ad e. Rur-

Cor.

12. Propos. quinti Elem.



|         |         |
|---------|---------|
| c gnom. | d       |
| d quad. | e       |
| b gnom. | c quad. |
| c gnom. | d quad. |
| d quad. | e quad. |

Rr 2 fus



sus, quia b quadrati ad c quadratum, vt c ad d erit gnomonis b ad quadratum c, vt gnomonis c ad quadratum d, & ita d ad e, igitur gnomonum b c cum quadrato d ad aggregatum c d e quadratorum, vt d ad e, sed c gnomonum cum d quadrato perficit c quadratum, & c quadratum cum gnomone b perficit quadratum b; igitur proportio quadrati b ad quadrata c d e, vt d quadrati a d e. Et ita repetendo de quouis quantitatibus in infinitum vsque. Hæc proponitur ab Archimede in libro de quadrato æquali parabolæ, & minus generaliter & pluribus demonstratur. Ego tamen quia est generalis, describam illam per corollarium: addamque aliud quod ex hoc sequitur.

Per 19. quinti Elem.

Per 12. quinti elem.

Cor. 1.

Si fuerint quotlibet quantitates omnes analogæ præter ultimam, sit autem penultima ad ultimam qualis residui primæ & secundæ ad secundam, erit proportio primæ ad aggregatum omnium aliarum veluti penultimæ ad ultimam.

Cor.

Hæc enim est euidentis, quia conuenit ei demonstratio proposita, exemplo autem in numeris à latere posito vides declarationem,

|    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|-----|
| 81 | 54 | 34 | 24 | 16 | 32  |
| 27 | 54 |    |    | 81 | 162 |

nam proportio 16. ad 32. est velut 27. residui primæ & secundæ ad ipsam secundam scilicet ad 54.

Cor. 2.

Ex hoc patet etiam quod assumptis omnibus, sub multiplicibus analogiæ vsque in infinitum prima quantitas est multiplex aggregati omnium reliquarum numero 1. m: quo prima est multiplex secundæ.

Cor. 3.

Si fuerint quotlibet quantitates in super particulari proportionem analogæ, erit proportio primæ ad aggregatum omnium in infinitum iuxta proportionem multiplicem conuersam illius partis.

Cor.

Velut collectæ in sesqui altera duplæ in sexquitercia triplæ in sexquiseptima septuplæ. Vt capio 5 12 448 392 343. & ita deinceps vsque in infinitum aggregatum omnium earum erit 3584. Septuplum 512. & aggregatum 18. 12. 8. 5. & ita deinceps in sexquialtera erit 54. duplum 27. primæ in eo ordine.

#### SCHOLIUM.

Ex quo patet genus demonstrandi noui & pulchrum: nam supponatur 54. aggregatum duplum 27. primæ igitur addito 27. ad 54. cum sit dimidium, & addito 13½, dimidio 27. ad 27. nam ex supposito quantitas sequens est sex qui altera ad 27. igitur 81. est duplum ad 40½. Igitur conuertendo est proportio aggregati prioris ad 27. est dupla, ergo aggregatum est 54.

Per 18. quinti elem.

Cor. 4.

Ex hoc patet eandem generaliter quod proportio maioris quantitatis ad aggregatum reliquarum analogarum est, velut eius quod prouenit diuiso quadrato maioris termini per differentiam eius, & sequentis maioris

in eadem proportionem ad ipsum maiorem.

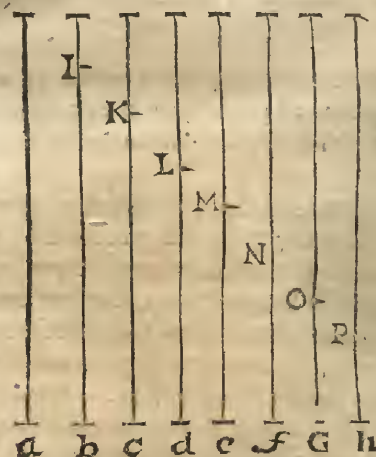
Exemplum sit proportio augens 25 & 35 <sup>Cor.</sup> duarum quintarum, volo scire quantum sit aggregatum omnium citra 25. maximam accipio 35. vltorio rem ad 25. cuius differentia a 25. est 10. cum quo diuido 625. quadratum, exit 62½ aggregatum quantitatium. Et facile potest demonstrari. Si quis dicat in qua proportionem sunt infinitæ quantitates analogæ cum 12. quæ iunctæ efficiunt 10. iunge 10. cum 12. fit 22. duc 22. in 12. fit 264. diuide 264. per 10. exit 26½, & in ea proportionem erunt illæ quantitates, in qua sunt 26½ ad 12. duc per 5. fiunt 60. & 132. diuide per 12. exeunt 11. & 5. & ita erunt in proportionem 11. ad 5. experiaris, & inuenies, & demonstratur ex prioribus.

Quæstio.

#### Propositio decima nona.

Si fuerint aliquot quantitates arithmetice omniologæ, quarum excessus sit æqualis minimè, omnibus autem deficientibus supplementa ad æqualitatem maximè adiungantur, erunt quadrata omnium quantitatium æqualium adiecto rursus quadrato primæ cum eo quod sit ex minima primi ordinis in aggregatum omnium quantitatium eiusdem tripla aggregato quadratorum omnium quantitatium primi ordinis pariter acceptis.

Sint aliquot quantitates a b c d e f g h in <sup>Cor.</sup> continua proportionem. Arithmetica disposita ita vt minima earum quæ sit h, sit



æqualis differentia quantitatium secundum ordinem dispositarum, velut differentia a & b, & b & c, & c & d, & ita de aliis, addantur autem supplementa singulis harum, quæ sint i k l m n o p, ita vt omnes fiant æquales cum suis supplementis ipsi lineæ à maiori. Estque idem ac si essent aliquot quantitates, & diuiderentur singulæ secundum numerum illarum, si quatuor in quatuor partes æquales, si quinque in quinque, si decem in decem, ea ratione vt vltima diuideretur, vbi est finis primæ partis, penultima vbi est finis secundæ partis, antepenultima vbi est finis tertiæ, & sic de aliis. Vocabo ergo primas quantitates propositas

a b



a b c d e f g h quantitates primi ordinis, sed quantitates æquales quæ constant ex quantitatibus primi ordinis, & supplementis, appellabo quantitates secundi ordinis: ex quo patet quòd prima quantitas erit ex utroque ordine, quia non est diuisa, reliquæ omnes differunt, quantitates verò quas adiunxi nominabo supplementa, & sunt vna minus quam quantitates ordinum: vt si quantitates ordinum sint octo, erunt supplementa septem, & si quantitates ordinum, essent septem essent supplementa sex, quia inter supplementa non adnumeratur quantitas indiuisa. Erunt ergo supplementa i k l m n o p, quæ tanto erunt maiora quanto quantitates primi ordinis sunt minores, & contrà tanto maiora, quanto quantitates primi ordinis sunt maiores, quantitates autem secundi ordinis appellabuntur a, b, c, k, d, l, e, m, f, n, g, o, & h, p. Hæc volui pluribus agere, vt dilucidior esset propositio, quæ licet non sit difficilis, est tamen confusa valde propter multitudinem quantitatum & ordinum. Dico ergo quod aggregatum quadratorum quantitatum secundi ordinis primo quadrato bis repetito, seu vno addito cum eo quod sit ex minima in aggregatum quantitatum primi ordinis est triplum aggregato ex quadratis omnibus quantitatum eiusdem primi ordinis, & vt res exemplo facilius innotescat, sint quantitates primi ordinis 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. quorum quadrata sint 64. 49. 36. 25. 16. & 9. 4. & 1. quæ iuncta faciunt 204. dico quod si sumamus quadrata omnium quantitatum secundi ordinis, quæ sunt octies 64. & eis addiderimus vnum quadratum ex his, vt fiant nouies 64. & erunt 556. simul iuncta & eis addamus, quod sit ex 1 quantitate minima primi ordinis in 36. aggregatum quantitatum omnium primi ordinis, & est tale productum 36. vt fiat totum 612. quod tale 612. est triplum 204. aggregati quadratorum primi ordinis vnius demonstratio hæc est. Quia ex quarta secundi Element. Euclidis singula quadrata quantitatum diuisarum secundi ordinis constant ex quatuor partibus quatum duæ sunt quadrata partium, reliquæ duæ sunt producta ex partibus inuicem bis, & quia h fuit æqualis i, & p æqualis b, quia supplementa fuerunt æqualia mutuo quantitatibus, & ita c æqualis o & k æqualis g & d, æqualis n & l, æqualis f, e autem æqualis m. Sequitur ergo quod quod sumptis duabus quantitatibus secundi ordinis habentibus supplementa mutuo æqualia ipsis quantitatibus quod quadrata partium erunt dupla quadratis primarum quantitatum: veluti capio b i secundam & h p vltimam, quarum quadrata partium sunt quadrata b & i, & h & p, sed b est æqualis p, & h æqualis i. Ergo quatuor quadrata b i & h p sunt dupla quadratis b & h, & ita concludam de omnibus vbi duæ quantitates duabus comparantur: sed in e m quia est sola vna quantitas, istud est etià clarius, quia quadrata e & m sunt dupla quadrato e soli eo, quod & m sunt æquales. Igitur per demonstrata ab Euclide erit proportio omnium quadratorum b i, c k, d l,

Tom. IV.

e m, f n, g o, h p, ad quadrata b c d e f g h, pariter accepta proportio dupla, at verò addito quadrato a quadratis b c d e f g h, & erunt quadrata omnium quantitatum, & quadratis b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, duplo quadrati a scilicet semel, quia a est ex secundo ordine quantitatum, & semel, quia hoc fuit assumptum in Problemate. Sequitur vt quadrata omnia quantitatum secundi ordinis, prout sunt diuisa in partes addito quadrato a, sint dupla quadratis primarum quantitatum, simul pariter acceptis. Reliquum est modo vt ostendamus dupla illorum productorum, cum eo quod sit ex minima quantitate, scilicet h in aggregatum ipsarum quantitatum primi ordinis esse æquale quadratis, quantitatum eiusdem primi ordinis pariter acceptis. Constat igitur, quod duplum i in b est æquale duplo h in ipsum b, quia h & i sunt æquales, & duplum k in ipsum c, est æquale quadruplo h in idem c, quia k est dupla h, & similiter duplum l in ipsum d est æquale sexcuplo, h in d, quia l est tripla h, & ita procedendo erunt illa dupla producta æqualia productis ex h in ipsas quantitates toties sumptis quantus est numerus, qui provenit duplicato numero, secundum quem h continetur in illo supplemento, exemplum volo duplum producti l in d bis, scilicet quòd supplementum l continet h ter, duplicabo tria & fient sex, igitur duplum l in d æquale est sexcuplo h in ipsum d. Quo constituto, cum suppositum sit producta illa duplicata cum producto h in aggregatum primarum quantitatum esse æqualia quadratis ipsarum quantitatum, igitur addemus productum ex h in singulas quantitates productis illis prioribus, & fiet productum h in a semel, in b ter, in c quinque, in d septies, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, & in h quindecies æquale duplo producti vniuscuiusque quantitatis in suum supplementum cum producto h in aggregatum ipsarum quantitatum, at quadratum a est æquale producto ex h in eam, quæ talem habet proportionem ad ipsum a, qualem habet a ad ipsum h per demonstrata ab Euclide, & pariter de quadrato b, quod est æquale ei quod sit ex h in eam quæ toties continet b quotiens b continet h, & ita quadratum c æquale est ei, quod continetur sub h, & habente proportionem ad b eandem, quam b ad h, & similiter de quadrato c & omnibus reliquis, vsque ad h ipsum. Gratia ergo exempli quadratum a, erit æquale producto ex h in omnes quantitates secundas, quia quotus est numerus quantitatum, totus est numerus secundum quem a continet h, & similiter quotus est numerus quantitatum incipiendo à b, & quotus est numerus quantitatum incipiendo à c, toties b vel c continet h, & ita de aliis, quadrata ergo omnium quantitatum simul iuncta sunt æqualia productis ex h in singulas illarum toties sumptis, quoties illæ continent h, seu quotus est numerus illius quantitatis, incipiendo ab h, & numerando versus a. Rursus dico quod productum

R r 3 multi

In 5. Elem. Prop. 12.

Lib. 6. Ele. Prop. 17.



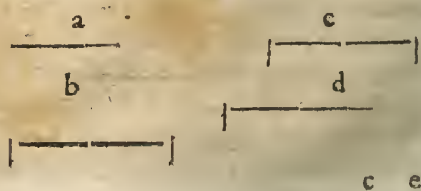
multiplicis cuiuslibet quantitatis in minimam, seu quadratum eiusdem quantitatis æquale est producto eiusdem quantitatis, & dupli omnium sequentium primi ordinis in ipsam minimam quantitatem, velut quadratum a est æquale producto ex h in a, & in duplum b c d e f g h, hoc autem facile est probare in his quantitibus, quia si quadratum a est æquale producto h in omnes quantitates secundi ordinis, & omnes quantitates secundi ordinis simul sumptæ sunt æquales ipsi a, & duplo reliquarum primi ordinis, quia tales quantitates sunt æquales suis supplementis vicissim, vt h cum i, k cum g, f cum l, e cum m, ergo tam supplementa, quam quantitates primi ordinis sunt dimidium quantitatum secundi ordinis, ergo duplum quantitatum primi ordinis est dimidium quantitatum secundi ordinis, verum de b dico idem accidere, quia quadratum b, est æquale producto ex h in b, & in duplum reliquarum a b, scilicet duplum c d e f g h, & hoc est ostendere, quod istæ quantitates sunt dimidium totidem quantitatum æqualium b, nam c est minor b in h, & supplementum p quod est æquale ipsi b, si tota h p fiat æqualis ipsi b, vt pote h q erit ipsa q dempta h æqualis ipsi c, ergo quantitates primi ordinis semper sunt æquales supplementis non versis, sed prioris quantitatis assumptæ, seu in comparatione ad illam, quadratum igitur b est æquale producto ex h in b, & in duplum c d e f g h, & similiter per eadem, quadratum c est æquale producto ex h in c, & in duplum d e f g h, & sic de aliis. Habemus ergo, quod quadrata a b c d e f g h simul iuncta sunt æqualia producto ex h in a, & in duplum reliquarum, & ex h in b, & in duplum reliquarum sequentium, & producto ex h in c semel, & in duplum sequentium vsque ad h, & ita de reliquis, hoc enim est, quod nuper demonstrauius. Antea quoque demonstratum est, quod duplum b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, cum producto h in aggregatum a b c d e f g h erat æquale productis ex h in a semel, & in b ter, & in c quinquies, in d septies, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, in seipsam h quindecies, detractis ergo per ordinem, quod fit ex h in a ab utroque aggregato, & ex h in b c d e f g h bis relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in b semel cum suis duplicatis sequentibus, & in c, & in d, & in reliquis pariter conduplicatis suis sequentibus ex altera, quod fit ex h in b semel, in c ter, in d quinquies, in e septies, in f nouies, in g vndecies, in h tredecies, detractis ergo rursus quod fit ex h in b semel, & ex h in c d e f g h, bis relinquetur, quod fit ex h in c, & duplo sequentium, & d & duplo sequentium, & e & aliarum pariter: & ex alia parte, quod fit ex h in c semel, & in d ter, & in e quinquies, in f septies, in g nouies, in h vndecies. Ab his rursus detractis, quod fit ex h in c semel, & in sequentes bis relinquetur h in d semel cum suis sequentibus bis, & in e semel cum suis sequentibus

& in f, & in g & in h pariter, & ex alia parte, quod fit ex h in d semel, in e ter, f quinquies, g septies, h nouies, ab his rursus detracto, quod fit ex h in d semel, & in sequentes bis, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in e f g h cum duplo sequentium ex alia, quod fit ex h in e semel, f ter, g quinquies, h septies, & similiter ab his detractis, quod fit ex h in e semel, & bis in sequentes, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in f semel, & in g h bis, & in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia, quod fit ex h in f semel, in g ter, in h quinquies. Iterum detractis, quod fit ex h in f semel, & in g h bis communiter relinquetur, quod fit ex h in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia parte quod fit ex h in g semel, & ex h in h ter. Sed ista, quæ relicta sunt iam, manifestè æqualia, ergo etiam prima aggregata ab initio fuere æqualia, ergo & æqualia illis quadrata a b c d e f g h his, quæ sunt ex h in eadem quantitates cum duplo producti b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, sed iam his quadratis a b c d e f g h demonstrata sunt esse dupla quadrata h p, g o, f n, e m, d l, c k, b i, cum duplo quadrati a, ergo quadrata omnium quantitatum secundi ordinis cum quadrato a rursus repetito, & producto h in aggregatum quantitatum primi ordinis sunt tripla quadratis quantitatum primi ordinis pariter acceptis quod fuit propositum, & fuit Archimedis in libro de lineis spiralis, & ego adieci hic propter modum demonstrandi, qui est elegantissimus, & procedit ex principiis Arithmeticis, & diuersis à communibus, & ideo non reuoluitur, vt solent reliquæ quæstiones.

*Propositio vigesima.*

Cum fuerint quatuor quantitates, fueritque secunda æqualis tertiæ, aut primæ æqualis quartæ, erit proportio primæ ad quartam, aut tertiæ ad secundam producta ex proportionibus primæ ad secundam & tertiæ ad quartam.

Cum enim quantitates hæc non fuerint æquales, constat per secundam harum, quod proportio primæ ad quartam producit ex proportionibus primæ ad secundam, secundæ ad tertiæ, & tertiæ ad quartam: ergo non ex solis proportionibus primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam, & similiter ex prima harum proportio primæ ad secundam & tertiæ ad quartam producent proportionem producti primæ in secundam ad productum tertiæ in quartam. Et in multiplicatione proportio, quæ solet esse inter producta illa, & est quasi duplicata est inter ipsas quantitates. Sint igitur quantitates a b c d, & sit b æqualis c, ponantur ergo recto ordine a b c d, eritque proportio a ad d pro-





# Propositio 21. &c. 475



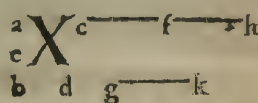
Per 16. Per.

ducta ex proportionibus a ad b, b ad c, & c ad d, producantur igitur ex proportionibus a ad b, c ad d. proportio c ad f, erit igitur proportio e ad f, si multiplicetur per proportionem b ad c eadem quæ prius, & producta iam est eadem ei, quæ est a ad d, ergo proportio a ad d erit producta ex proportionibus a ad b, c ad d per primam propositionem. Quod verò diximus de prima & quarta si sint æquales, manifestum est, quòd res redit ad idem solum transmutato ordine, vt tertia, & quarta præmittantur primæ, & secundæ. Hæc igitur propositio nihil aliud innuit, quàm quod in hoc casu productio, quæ solet fieri ex tribus proportionibus fiat ex duabus tantum.

## Propositio vigesima prima.

Cùm decussatim ducta fuerit prima in quartam, & secunda in tertiam, productumque primæ in quartam diuisum fuerit per productum secundæ in tertiam erit proportio primæ ad secundam diuisa per proportionem tertiæ ad quartam. E similiter interposita omniologia.

Primum exponamus secundam partem, sit proportio a ad b, quam volo diuidere per proportionem c ad d, facio e ad b, vt



Per 10. Per.

c ad d, erit ergo per secundam harum proportio ad b producta ex proportionem a ad c, & e ad b, quare ex a ad e, & c ad d, ergo diuisa proportionem a ad b per proportionem c ad d erit proportio a ad e, & hic est secundus modus. Primus autem modus ducatur a in d & fiat f, & b in c & fiat g, dico proportionem f ad g esse prouentum proportionis a ad b, diuide per proportionem c ad d, ducatur igitur c in f & fiat h, & d in g & fiat k, quia igitur h producitur ex c in f, & f producitur ex a in d, ergo h producitur ex producto c in d, in a, & similiter quia k producitur ex d in g, & g producitur ex b in c, ergo k producitur ex c d in b, ergo ex c d in a fit h, ex c d in b fit k erit a ad b vt h ad k, k igitur ex prima harum cum ex c in f producat h, & ex d in g k, & dicatur produci proportio h ad k ex proportionem c ad d, & f ad g, & proportio h ad k sit eadem, quæ a ad b, ergo proportio a ad b producitur ex c ad d, & f ad g, ergo diuisa proportionem a ad b prodibit proportio f ad g, quod fuit positum.

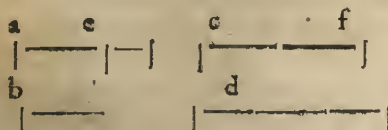
## Propositio vigesima secunda.

Cùm fuerit proportio primæ ad secundam

maior, quàm tertiæ ad quartam, erit confusa ex his maior quàm tertiæ ad quartam, minor autem quàm primæ ad secundam.

Sit proportio a ad b maior quàm c ad d, dico, quod confusa ex a c ad b d est

Com.



maior, quàm c ad d, et minor quàm a ad b, vt enim c ad d ita fiat e ad b, eritque per tertiam decimam harum e c ad b d confusa minor quàm a c ad b d, nam e est minor a, quia proportionem habent minorem ad b quam a eo quòd e habet proportionem ad b, quam c ad d, quæ autem c ad d minor, quàm a ad b, vt suppositum est, igitur e c ad b d minor, quàm a b ad c d, e b autem ad c d est, vt demonstratum est qualis c ad d, ergo c ad d minor, quàm confusa a b ad c d, quod est secundum per idem probabitur, & primum posita f add, vt a ad b, eritque a maior e, igitur maior proportio a f ad b d, quàm a c ad b d, sed a f ad b d, vt a ad b per eandem tertiam decimam huius ergo proportio confusa a b ad c d est minor, quàm a ad b.

Per 10. Per.

## Propositio vigesima tertia.

Omnis motus naturalis ad locum suum est: ideo per rectam lineam fit.

Motus naturalis est vt conseruetur corpus, & conueniat locus corpori, igitur fit ad suum locum. Locus autem dicitur in comparatione ad vniuersum. ideo omnis motus naturalis est à centro mundi sursum, vel ad centrum deorsum. Et quia quanto natura celerius suum finem potest assequi ( quia finis bonus est aliter non illum appetet ) eum quærit, cùm sit sapientissimæ vitæ ministra: at linea recta breuissima est Euclide teste à puncto ad punctum igitur omnis motus naturalis est sursum aut deorsum per rectam lineam.

Cor.

Diff. tertiæ primi Elem.

## Propositio vigesima quarta.

Omnis motus circularis voluntarius est.

Sit motus in circulo seu per circulum in orbe cuius sit centrum, sit c mundi centrum igitur, ex diffinitione circuli tantum distabit a, quantum b ab ipso c: sed in motu naturali per præcedentem necesse est, vt recta feratur ad c, vel recedat, igitur motus a est voluntarius, non naturalis, nam si violentus esset, non esset perpetuus. Omnia ergo astra feruntur circa centrum mundi. Sit modo rota e f g, dico e non moueri motu circulari nam linea e c longior est g c, ergo recta mouetur ad centrum non circa centrum. Indicium etiam id est: quòd si in e ponatur frustum aliquod insigne plumbi in motu ad g per f descendet raptim: at dum ex g in e magnacum diffcultate

Rr 4





ficulitate, igitur motus hic non est naturalis, nec circularis nihil etiam hoc modo sponte mouetur. Sed cum non moueatur per rectam naturaliter, nec æquidistans à centro per circum relinquitur, ut moueatur motu violento, aut misto, sed non ex voluntario, cum nullo modo moueatur æquidistans à centro, sed semper ab e linea ad centrum fiant breuiores, liquet esse motum violentum: aut mistum ex naturali, & violento.

*Propositio vigesimaquinta.*

Cor.

Tres sunt motus omnino simplices naturalis, voluntarius & violentus.

Tres sunt modi quibus possunt moueri in comparatione ad centrum scilicet vel recta cum centro, vel æquidistando a centro, vel neutro modo, igitur tres motus. Rursus vel à principio interiore non intelligente, & est naturalis, vel intelligente & est voluntarius: vel exteriori & est violentus. Hæc autem diuisio est, solum propria non prima. Nam est violentus in recta ad centrum: ideo omnis, qui non est in recta, ad centrum, nec æquidistat, violentus est: non tamen omnis violentus est extra rectam. Attractio autem, quæ sit ob raritatem corporum seu, ut dicunt, à vacuo, violenta est non naturalis nisi ratione finis, non agentis. Sunt enim quatuor genera motus violenti ab Aristotele posita, vectio, tractio, pulsio, & volutio: quanquam his non opus sit in demonstratiua scientia constare enim volutionem extractione, & pulsione apud illum consistere.

7. Phys. c. 2.

*Propositio vigesima.*

Motus ergo compositi quatuor necessario sunt species.

Si tantum sunt tres species simplicium, constat ratione Arithmetica quatuor esse compositorum. Disquiramus ergo an sint naturaliter tot species, forsitan enim repugnabit aliquis alicui. Porro videamus primo, quot sint violentorum species: Prima erit cum non secundum rectam lineam fuerit: nec à centro æquidistantem. Secunda cum fuerit secundum rectam, sed non ad centrum. Tertia cum fuerit in recta ad centrum, sed contrario modo, velut terræ sursum. Quarta cum in recta ad centrum secundum naturam, sed non à principio naturali. Velut cum quis projicit lapidem

recta in terram è turri violentius, quam ille sua gravitate descendurus esset. Hic igitur motus est compositus ex naturali, & violento. Animalium autem motus voluntarius est, cum sit à principio interiore cognoscente: & sit quatenus à principio in linea circulari æqualiter distante à centro: sed quia obstat gravitas, ideo mistus est ex naturali, & voluntario. Sed circularis, & violentus soli esse non possunt: nam violentus est necessario in corpore graui aut leui: sed omne corpus graue aut leue, cum mouetur, naturaliter mouetur saltem in fine: & per totum motum, motu occulto, qui maxime in hoc libro dignus est consideratione, igitur motus voluntarius, & violentus non possunt esse simul soli. Erunt ergo secundum naturam tantum tres species. Velut cum quis scandit, aut salit: Est enim motus naturalis saltem in fine, & voluntarius, & violentus. Si quis autem velit violentum cum voluntario copulare dicemus constare eam compositionem in initio salendi. Motum autem occultum vocamus gravitatem aut leuitatem.

*Propositio vigesima septima.*

Motus voluntarius est in loco: naturalis ad locum: violentus ex loco.

Hæc est tertia differentia primarum specierum motuum, voluntarius fit manente corpore toto in eodem loco, ideo proprius est celo, corpora autem animalium in eodem loco feruntur: quia in eodem orbe nata redire ad proprium locum. Et ideo ut dixi, est motus mistus ex naturali, & voluntario, qui si per se fieret, non fatigaret mobile, cum ex utroque principio ab interiore vi procedat. Sed quia fit per musculos, qui trahuntur: hic autem motus est violentus, ideo per consequentiam fatigat. Qui verò naturalis, est ut redeat corpus ad suum locum, igitur naturalis est ad locum. Sed violenti finis est, ut protrudatur ex loco in quo est, non habens certum finem, licet enim qui trahit, ad suum locum trahat, non tamen ad locum mobilis.

*Propositio vigesima octaua.*

Motus quilibet naturalis aut violentus in aliquo medio fit.

Cum vacuum non detur, & omnis motus naturalis sit ad locum, & violentus ex loco per præcedentem, igitur cum non sit in medio, vacuum erit in aliquo corpore, velut aëre, aqua, igne, ligno.

*Propositio vigesima nona.*

Omnis motus voluntarius æqualis est semper: simpliciter etiam quilibet alius motus.

Motus voluntarius non habet, quod fatiget, & summa perfectio est æqualitas, & natura quæ mouet non debilitatur, igitur perpetuo perseverat æqualis, neque enim est, ut dixi, per medium corpus. Naturalis quoque

Com.

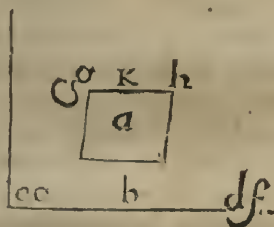


quoque, & violentus cum ratione proportionis mouentis supra mobile per se non varientur, & ab æquali proportionem æqualis velocitas proueniat, igitur natura tales motus sunt æquales, nam in vtroque mouens, moxet secundum vltimam suam vim.

*Propositio trigesima.*

In omni corpore mobili in medio, partes medij resistunt obuix, aliæ impellunt.

*Cor.* Sit mobile a cui partes subiaceant rectæ b, & sit graue. Et patet ne diuidatur b resistere, cum autem superauerit partes b descendunt ante a, & trahunt partes c & d adhærentes secum, atque ita e c d f adiuuant ad descensum partes etiam laterales g & h cum a transit in b, ne detur vacuum,



transcunt in k veloci motu, ergo propellunt a maiore impetu inferius.

*Cor.* Ex quo patet, quod in omni motu naturali, vel violento fit augmentum velocitatis ab initio saltem vsque ad ali- quid.

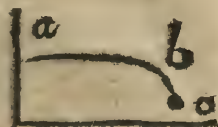
*Cor.* Et ideo etiam bellicæ machinæ cuiuscun- que generis certam exigunt distantiam, vt violentius feriant.

*Propositio trigesima prima.*

Omnis motus naturalis in æquali medio validior est in fine, quàm in principio: violentus contrà.

*Cor.* Cùm enim ex præcedenti augeantur semper ob medium, & causa, quæ mouet, sit perpetua, & à principio æterno, quod per dicta æqualiter mouet, igitur motus ille fiet velocior in fine quàm in alia parte temporis. In violento autem, cùm perueniat ad finem desinit vis illa necessariò, quæ mouet, & superatur à vi naturali, quæ mouet in contrarium, igitur antequam cesset motus fiet tardissimus in fine.

*Cor.* Ex quo patet, quod motus quadrifariam misti dicuntur, aut specie, vt cùm quis iacit lapidem è turri: vel ex occulto naturali, & violento manifesto: velut cùm quis iacit lapidem, & descendit postmodum ex b in c motu vtroque manifesto, sed ex a in b motu violento



manifesto, & naturali occulto: vel ratione medij, & hoc modo omnis motus naturalis etiam non solum violentus est, mistus ex proportionem virtutis mouentis, cum motu medij, ad medium ipsum, vel si violentus sit ex proportionem virtutis mouentis, & medij ad mo-

bile, ac medium, quod resistit. Quarto ex motibus imperfectis natura sua, & non est vera mistio, & hoc apparet in motibus voluntariis animalium, qui non sunt neque æquales, neque perfecte circa medium: sed sunt potius similes voluntariis. Et ideo demonstrationes illæ Aristotelis quoad vsum nihil iuuant nos.

*Propositio trigesima secunda.*

Omne mobile naturaliter motum, seu violenter velocius mouetur in medio rariore, quàm denfiore. Maior quoque est proportio finis motus in corpore rariore ad finem motus in corpore denfiore, quàm principij. In violento autem celerius perueniet ad finem motus in corpore denfiore.

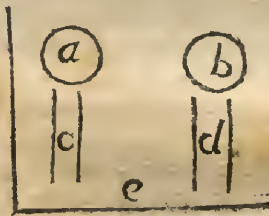
A mobile moveatur in b medio rariore, & in c denfiore igitur b minus resistit, quàm c & magis adiuuat, quia velocius mouetur: igitur duplici de causa a mouebitur velocius in b quàm in c: & quia per correlatum trigimæ, & præcedentis proportio finis (vbi æqualiter moveantur) ad sua principia maior erit in d, quàm in e, ergo per demonstrata à Campano posita d prima, b secunda, e tertia, c quarta, maior erit proportio d ad e, quàm b ad c quod fuit propositum in naturali.

|   |   |
|---|---|
| A | A |
| b | c |
| d | e |

*Propositio trigesima tertia.*

Omnia duo mobilia æqualis vndique magnitudinis, quæ æquali in tempore æqualia spatia pertranseunt in diuersis substantia mediis, necesse est, vt sit ponderis ad pondus, quemadmodum medij ad medium, proportio duplicata.

Sint duo mobilia a & b magnitudine, & forma omnino paria, & sint media c & d, exempli gratia: & pertranseant æquale spatium in vtroque in eodem tempore, e dico proportionem ponderis b ad pondus a esse duplicatam ei quæ est raritatis c ad raritatem d. Quia enim feruntur æqualiter, nam in equali tempore, seu eodem æqualia spatia pertranseunt, erit proportio potentie a cum suo auxilio ad id, quod resistit ex c vt b cum suo auxilio ad id, quod resistit ex d, permutando igitur d ad c, vt b ad a, sed c ad d proportio raritatis duplicat actionem, tum minus resistendo, tum adiuuando motum a, igitur proportio differentie motus est duplicata proportioni raritatis: sed proportio motus est equalis proportioni



fit ex c vt b cum suo auxilio ad id, quod resistit ex d, permutando igitur d ad c, vt b ad a, sed c ad d proportio raritatis duplicat actionem, tum minus resistendo, tum adiuuando motum a, igitur proportio differentie motus est duplicata proportioni raritatis: sed proportio motus est equalis proportioni



portioni ponderis vicissim per vigesimam sextam sexti Elementorum b ad a, igitur proportio b ad a ponderis est duplicata ei, quæ est raritatis c ad raritatem d.

SCHOLIUM PRIMVM.

Ne tamen sine exemplo intelligas hanc duplicatam rationem, proponatur c raritas quatuor, d vnum a pondus duodecim librarum, tunc c resistit solum ex quarta parte, & efficit a quadruplo maioris actionem d.

|   |    |    |      |     |
|---|----|----|------|-----|
| c | 4  | d. | 1.   | &c. |
| a | 12 | b. | 192. |     |

nis, scilicet vt quadraginta octo, tota igitur proportio, qua mouebitur a in c, erit centrum nonaginta duorum, & hoc diuidemus per d, quod est vnum, exhibit pondus b centum nonaginta duo. Proportio igitur b ad a est sexdecupla, & hæc est duplicata quadruplæ raritatis c ad raritatem d.

Quod si quis neget tantundem augere c actionem a, quanto minus resistit, sed aut magis aut minus, & sit proportio b ad a duplicata ipsi f, dico f esse proportionem c ad d, nam proportio b ad a est velut actionis c ad d per decimam sextam sexti elementorum, ergo ex auxilio c in proportionem a ad c, sit proportio b ad a, sed ex f in se sit proportio b ad a ex diffinitione proportionis duplicatæ. Sed ex duabus proportionibus a ad c, & actionis ex c ad a producit proportio b ad a, igitur per decimam septimam sexti Elementorum proportio c ad d est media inter proportionem a ad c, & actionis a in c, quare æqualis f, igitur proportio b ad a duplicata ei, quæ est c ad d quod erat demonstrandum.

SCHOLIUM SECVNDVM.

Si autem media fuerint diuersarum rationum, vt aqua, & aer non demonstrat argumentum, quia pondera inter se non seruant rationem. Nam lignum centum librarum ex salicis arbore, non magis descendit, quàm lignum libræ vnus. Ideo nec in comparatione ad medium aeris.

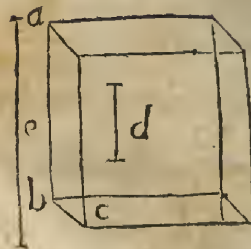
Propositio trigesimaquarta.

Proportio corporis cubi ad suam superficiem quadratam, est velut eiusdem superficiæ ad latus, eiusdem verò ad monadem.

Cor.

Sit cubus a b c eius quadrata, superficies a c, latus a b, monas d, dico eas esse inuicem analogas. Quia enim proportio a b c ad a c est, vt quoties assumitur a c in a b c, & toties etiam assumitur a b in a c ex diffinitione Euclidis secundo Elementorum, si ergo monas est in continua proportionem, habeo intentum: si non ponatur e media inter a e & d, erit ergo per decimam noni Elementorum e latus a c, ergo æqualis a b, igitur cum a c,

Prima ex Campano.

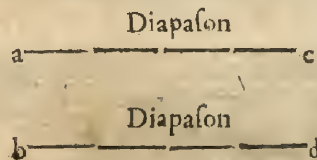


e & d sint analogæ, erunt & a b c, a b, & d analogæ, quod fuit demonstrandum.

Propositio trigesimaquinta.

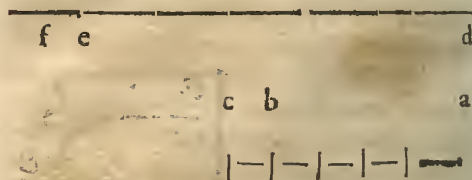
Vocum magnitudines excrefcunt in acumine non in grauitate, finis autem est in vtroque extremo, propter hoc minima facta variatione in hypate acutæ vix ferunt.

Quoniam facta variatione in hypate, quæ est in Diapason, vel bis Diapason maiore interuallo distat, velut ex a in b in



grauiore, maius est interuallum ex e in d, igitur maior est b d, quàm a c ergo singulæ voces inter b & d magis distant, quàm inter a & c, & quanto magis appropinquant ad d, igitur d maius est quàm b. Ergo magnitudo est ratione acuitatis, non grauitatis, cum supposuerimus d esse acutiotorem b & c ipso a. Ostenditur etiam idem quia vox grauis fit ex priuatione motus sicut acuta ex vehementia. Motus autem est res, quies, priuatio.

Secundum sic: nam remissio mota non feriet aurem, ideo sonum non pariet ob nimiam tarditatem. At in velocissimo motu oportet vel fidem vel arteriam contrahi, & non contrahitur nisi per musculos, igitur contentio illa finem habet. Si autem non sit necessarium habere, vel valde procul possit extendi contentio, vt in machinis igneis strepitus sit maximus, nam motus, vt motus est etiam in aère nullum finem per se habet nisi ratione instrumenti, ergo strepitus tantus esse potest, vt ferre oblescant, qui audierint, vt ferunt de Nili cataractis.



Tertium sic sit a b humilior vox, quæ excrefcet semitonio minore solum in c, & sit d e dupla ad a b secundum naturam, vt in vocibus mediis fier, vt si e debeat excrefcere



# Propositio 36.37.38.& 39. 479

crefcere femitonio minore per decimam-  
nonam quinti Elementorum  $f$  e dupla  $c$  b,  
& in acutis vbi excreuerit ad diapason  
quadrupla: pueri autem vox, quæ iam dia-  
pason altior est  $d$  e, erit bis diapason, &  
ideò quadrupla  $b$  c, sed in acutioribus erit  
dupla nullus enim puer est adeo fractæ vo-  
cis, qui supra humillimam non ascendat  
per diapason, igitur interuallum vocum  
erit octuplum  $a$  d,  $b$  c, sed communiter  
ascendunt ad bis diapason, igitur interual-  
lum vnus vocis etiam cum semitonio pro-  
portionem habentis est æquale fermè toti  
 $a$  b, cum autem in diapason sint duodecim  
semitonia, & duo comata, manifestum  
est, quod extensio illa erit maxima in com-  
paratione grauioris vocis  $a$  b. Et ideò mi-  
nimum incrementum in humilioribus vo-  
cibus, vbi quis cogatur ascendere, maxi-  
mum esse videtur, adeò vt ægræ à pluri-  
bus feratur, à quibusdam non omnino  
feratur.

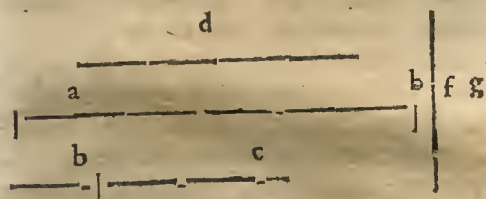
## SCHOLIUM.

Ob hoc natura fecit, vt non quemad-  
modum in fidibus voces ex breuitate in-  
tenderentur, sed ex constrictione ligulæ  
vt dicunt, super asperam arteriam vox ad  
diapason acueretur addito impetu propor-  
tione, vt ex constrictione, & impetu con-  
surgeret dupla proportio. Hoc autem ma-  
nifestè experimur in elymis in quibus nulla  
prorsus facta mutatione instrumenti con-  
stantibus digitis omnibus præter pollicem  
sinistræ vocem exacuius ad diapason, in-  
de etiam ad bis diapason: sicut declarau-  
mus in commentariis Epidemiorum.

## Propositio trigesima sexta.

Si proportio per proportionem mino-  
rem æquali ducatur, proportio minor pro-  
ducetur. Vnde manifestum est duas pro-  
portiones minores æqualitate inuicem du-  
ctas, proportionem minorem vnaquaque il-  
larum producere.

Cor. Proportio  $a$  b ad  $c$ , qualiscunque sit, du-  
catur in proportionem minorem æqualita-  
te  $f$  ad  $g$ , dico quod producta proportio  
erit minor ea, quæ est  $a$  b ad  $c$  fiat  $d$  ad



$a$  b, vt  $f$  ad  $g$ , et erit per secundam huius  
d ad  $c$  producta, ex proportionibus  $a$  b ad  
Per 10. Prop. c, &  $f$  g. Itemque per decimam quartam  
quinti Elementorum erit  $d$  minor  $a$  b, igitur  
maior  $a$  b ad  $c$ , quàm  $d$  ad  $c$ , igitur  
quàm proportio  $a$  b ad  $c$  in proportionem  
 $f$  ad  $g$ . Sit autem vtraque minor æquali-  
tate ea, quæ  $a$  b ad  $c$ , & ea quæ  $f$  ad  $g$ , di-  
co productam vnaquaque earum esse mi-  
norem. Quod enim (manentibus his, quæ  
dicta sunt) minor sit  $d$  ad  $c$ , quàm  $a$  b ad

$c$  ex prima parte ostensum est. Quod ve-  
rò etiam minor sit  $d$  ad  $c$ , quàm  $d$  ad  $a$  b  
& ex consequenti quàm  $f$  ad  $g$  demonstra-  
tur sic. Quia enim minor est  $a$  b ad  $c$ , æqua-  
litate erit  $a$  b minor  $c$ , fiat ergo  $h$  æqualis  
 $a$  b, erit ergo  $d$  ad  $h$ , vt  $d$  ad  $a$  b per septi-  
mam quinti Elementorum, at  $d$  ad  $c$  mi-  
nor quàm  $d$  ad  $h$  per octauam eiusdem,  
igitur minor  $d$  ad  $c$ , quàm  $d$  ad  $a$  b, igitur  
patet propositum.

## Propositio trigesima septima.

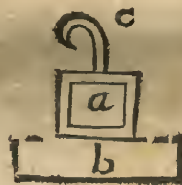
Si plures homines, quorum nulli per se  
nauium mouere possint, aut pondus ferre si-  
mul iuncti eam moueant, aut pondus fe-  
rant, erunt illæ proportionibus coniunctæ non  
productæ.

Cum enim primus non possit mouere  
nec secundus, erunt proportionibus minores  
æqualitate. Ideò per secundam partem præ-  
cedentis multo minus mouerent duo, quàm  
vnus. Et si quatuor mouerent vnusque  
per se mouere non posset, adderetur si pro-  
portio produceretur, fieret minor, ergo mi-  
nus mouerent quinque quàm quatuor ex  
iisdem, quod est absurdum.

## Propositio trigesima octaua.

Omne corpus tantum resistit motui con-  
trario suo naturali quantum mouetur occul-  
to motu quiescendo.

Sit  $a$  corpus quiescens in pavimento  $b$ ,  
& mouetur in eo occulto motu versus cen-  
trum, vt supra visum est, contrarius illi  
sit motus ad  $c$ , si ergo  $a$  quiesceret in  $c$  mo-  
ueretur ad  $b$  occulto motu certa vi, ergo



eadem resistit, ne traheretur ad  $c$ . Mani-  
festum est autem, quod hic motus occultus  
est minor manifestus.

Ex hoc patet cur naues & currus ab ini-  
tio tardè & difficulter moueantur, vbi mo-  
ueri cœperint motus augetur: quoniam re-  
sistunt per motum occultum naturalem qui  
maximus est dum quiescunt, vt etiam doce-  
bat Philosophus in mechanicis, nam mo-  
tus ille naturalis est, & ideò contrarius  
violento: Ergo cum iam mouetur violentè  
minus, mouetur naturaliter, igitur mi-  
nus resistit. Declarabitur enim infra quòd  
omne quod mouetur duobus motibus tan-  
to minus uno mouetur quanto magis al-  
tero.

## Propositio trigesima nona.

Ab æquali aut minore vi, quàm sit im-  
pedimentum, non fit motus.

Sit  $a$  quod resistat, ne sursum trahatur per  
decem, dico, quod non sursum trahetur ne-  
que



# 480 Propositio 40. 41. 42. & 43.

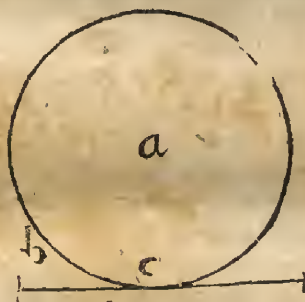
que à decem. neque minore: nam si impedimentum non esset, moueretur, infra vt decem, ergo si trahetur sursum per decem tantum moueretur sursum, quantum deorsum, ergo quiesceret. Si verò à minore moueretur à maiore vi deorsum quam sursum, ergo deorsum simpliciter non sursum.

## Propositio quadragesima.

Omne corpus sphaericum tangens planum in puncto mouetur ad latus per quamcunque vim, quæ medium diuidere potest.

Cor.

Sit corpus ad vnguem sphaericum a tangens planum b in puncto c (est enim hoc necessarium ex demonstratis ab Euclide in decima sexta Propositione tertij Element-



torum) dico, quod mouebitur à vi, quæ potest scindere aërem. Nam cum non ascendat, nec descendat, sed quasi in circulo ad centrum mundi moueatur, pondus non affert. Neque ratione magnitudinis contactus, cum sit in puncto solo. igitur remanet solum aëris impedimentum.

Cor. 1.

Ex hoc liquet, quod oportet b planum esse ex durissima materia, quæ nullo modo cedat, aliter tanget plusquam in puncto.

Cor. 2.

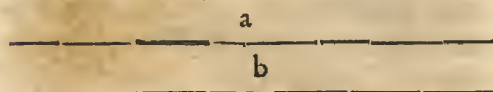
Vix fieri potest, vt in elementaribus sphaera tangat planum in puncto. Vel quia planum non erit exactè rectum, vel non durum, vt prorsus non cedat, vel non ad æquilibrium positum, vel sphaera non erit exactè rotunda.

## Propositio quadragesima prima

Si fuerint duæ quantitates sumaturque totius aggregatum maioris & minoris, quoties aggregatum minoris, & maioris, erit proportio confusa maioris aggregati ad minus, minor quam multiplicis maioris ad multiplex minoris.

Cor.

Sint duæ magnitudines a & b, & sit a maior b, & sumatur exempli gratia a quater cum b semel, & b quater cum a



semel, dico, quod proportio (quam confusam esse liquet) aggregati primi ad secundum, est minor quam quadrupla. Constat enim quod proportio quadrupli a ad a est maior, quam b ad quadruplum, b cum vna sit quadrupla, alia sub quadrupla,

Ex 18. diff.

igitur per vigesimamsecundam huius aggregati quadrupli a cum b semel, ad quadruplum b cum a semel minor, quam quadrupli a ad a, & maior quam b ad quadruplum b, & est pro intellectu Archimedis.

In 2. lib. de  
Atqui p  
deran.  
Propos. 10.

## Propositio quadragesima secunda.

Trahentium nauium, vt ferentium pondera proportionales in se inuicem, quomodo ducere oporteat considerare.

Hoc quomodo non possit fieri supra docuimus, nunc etiam generaliter dicam, cum consistant hæc in duobus terminis, productio verò præsupponit quatuor terminos, vt in prima propositione, aut saltem tres, atque in his medius habet rationem mouentis, & moti, ergo cum in huiusmodi non sint quatuor termini, nec tres, è quibus vnus sit mouens, & motum proportio non poterit produci. Illud etiam patet exemplo, nam si esset lapis, aut naui obsistens vt sex, & essent homines viribus singuli, vt quatuor cum dimidio, tres mouerent in proportionem dupla sex qui quarta perdicta superius eodem loco, at si proportio duci posset aliquorum hominum numerus posset mouere in duplicata proportionem ad vnguem scilicet  $5\frac{1}{6}$  vt esset vix hominum collectorum  $30\frac{1}{6}$  at nullus est numerus hominum qui collector faciat hunc numerum, nam sex homines explent numerum 27. & septem  $31\frac{1}{2}$ , & idè non potest duci proportio. Et idè maximus est error dicendo decem homines mouent nauium proportionem tripla, ergo triginta alij additis illis similes robore mouebunt à proportionem viginti septupla scilicet ducta nonupla in triplam. Sed sumpta proportionem alio modo producitur. Velut si dicam, homines decem mouent nauium, aut ferunt pondus proportionem tripla, igitur quadraginta homines idem facient proportionem duodecupla scilicet quadrupla in triplam ducta. Cum ergo addo triginta homines, qui mouent in proportionem nonupla, non oportet ducere nonuplam in triplam, sed totum numerum accipere, & quam proportionem habet ad partem, tandem habet vis mouens ad vim mouentem. Vnde si duo moueant in proportionem sexquialtera, & sex in proportionem quadrupla cum dimidia, & iungantur, vt fiant octo, non oportebit ducere sexquialteram, in quadruplam sexquialteram, sed cum octo ad duo sit in proportionem quadrupla, sumemus quadruplam ad sexquialteram, quæ erit sexcupla, & octo mouebunt, aut pūndus gerent in proportionem sexcupla.

Cor.  
Propos. 37.

## Propositio quadragesima tertia.

Productionem ad additionem retrahere.

Sit proportio a ad b dupla potestate licet sint quinque homines, & sint quindecim homines c, & habebunt ad b sexcuplam proportionem per præcedentem.

Iuncta

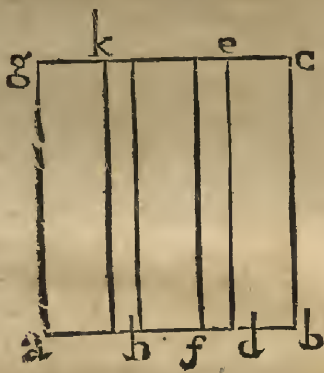


# Cap. XXIII. De examine, &c 401

& 16. quadrato 4. fit 46. cubus eiusdem 4. igitur 4. est æstimatione rei. Sed si quadratum b d cum numero rerum fuerit minus cubo b d, erit b c æstimatione rei b c, minor b a, vt si cubus æquetur 4 rebus p. 47. quia 16. & 47. faciunt 63. minus 64. cubo 4. numeri rerum erit b c, minor b a : & si quadratum esset cum numero æquationis maius cubo esset æstimatione rei maior numero rerum. Veluti cub. æquetur 4. rebus p. 50. tunc æstimatione rei erit b c, maior b a, qui est 4. numerus rerum.

## DEMONSTRATIO.

Quibus stantibus proponatur res, & b c numerus rerum & parallelogrammum a b c quantitas ipsarum rerum collectarum, & sint res sub numero b c, putà 34. æquales 1. cub. p. 12. Et erit per lemma præcedens b c maior b a, item oportet ex demonstratis in libro de Proportionibus, vt  
*Per 20. seu 21. 10. Elem.* cubus tertiæ partis b c fit æqualis, aut maior numero æquationis. Sic ergo numerus æquationis superficies d b c e, eritque b d necessariò numerus : superficies ergo a d e, est æqualis cubo a b, & quia cubus a b fit ex demonstratis ex cubis d b & d a, &



triplo vnus in quadratum alterius, & cubus b d est numerus, quia b d est numerus, ergo diuiso cubo numero, per b c numerum prodibit numerus: fit igitur superficies e f æqualis cubo d b, erit igitur superficies f g, æqualis triplo b d, in quadratum d a & a d in quadratum d b, & cubo a d. Exemplum ergo erit (vt dixi) quod d e sit 12. & b c 34. erit b d  $\frac{6}{17}$ , a b autem, vt binomium est 3. p. 32. 7. & cubus b d  $\frac{216}{4913}$ , tota igitur superficies f c esset  $12\frac{216}{4913}$ . Propterea vides per eandem rationem, quod diuisa f c per b c, exit f d numerus maior b d. Et rursus cubus ille componetur ex cubis b f, f a, & triplo mutuo dicto, & ita semper cubus fiet minor, & numerus æquationis maior : nam diuiso  $12\frac{216}{4913}$  per 34. exit  $\frac{29585}{83551}$ , & tanta est b f, cuius cubum oporteret rursus addere ad superficiem b e, & ita iuxta datam proportionem augetur numerus æquationis & cubus minuitur. Oportet igitur in hoc casu ita distinguere dicendo, quod si per cubum intelligis priorem cubum, scilicet a b ille cum 12. numero, & non cum  $12\frac{216}{4913}$ , æquatur 34. rebus, licet enim contineat alios numeros, non sunt tamen de natura numeri æquationis, sed propria pars. Si verò dicas quod aliquis cu-

Tom. I F.

bus p.  $12\frac{216}{4913}$ , qui erit minor cubo a b æquetur 34. rebus? dico quod non, quia ille cubus erit cubus lineæ minoris a b, igitur si 34 a b æquantur cubo minoris lineæ, quàm sit a b &  $12\frac{216}{4913}$ , oportebit tunc quod res tunc sit minor, quæ est latus cubi, igitur oportebit quod sint plures res quàm 34. quæ sint æquales cubo p.  $12\frac{216}{4913}$ , & ita omnia variantur vno variato.

Rursus ergo assumatur linea a h, quæ sit pars binomij, & h b numerus, tunc cubus h b poterit solus esse numerus, vt cum h fuerit quantitas absurda, velut gratia exempli 32. v. 32. 7. p. 32. 3. vel poterit esse cum cubo a h, cum a h fuerit 32. cu. numeri, vel cum triplo h b in quadratum a h, vt in proposito posita a h 32. 7. nam cubus h b est 27. & triplum h b in quadratum a h est 63. vt totus numerus sit 90. quibus additis 12. fit 102. qui est æqualis 34. numero rerum ducto in 3. qui est numerus æstimationis seu binomij. In omni casu ergo ex his tribus constat quod numerus totus est superficies h c. Et quia numerus æquationis æquatur illi, dico quod non potest esse maior, nam sic pars æquaretur toti, nec æqualis ex demonstratione habita, nam b h tota esset numerus, ergo cubus eius esset numerus, ergo numerus æquationis h c, cum numero cubi h b esset maior numero, qui continetur in rebus, ergo res non possent esse æquales numero & cubo. Quia quantitas aloga esset æqualis numero, relinquitur igitur, vt numerus æquationis sit necessariò minor, numero qui continetur in rebus. Sit ergo numerus æquationis d c, & erit numerus cubi h e necessariò : nam hi duo numeri pariter accepti sunt necessariò æquales numero contento in rebus, quæ supposuimus esse h c. Dico ergo, quod a h non potest esse 32. simplex, quia non satisfacit per viam binomij, vt ostensum supra. Nec potest esse 32. cu. nam cubus esset  
*Cap. 10.* numerus, igitur 34. radices gratia exempli essent vnum aggregatum radicum cub. quæ æquiualerent vni, & hanc oporteret æquari triplo producti vnus in quadratum alterius mutuo : at hoc esse non potest, quoniam illa solida sunt incommensa, quia sunt in proportionem a h ad h b, id est 32. cub. ad numerum, quæ sunt incommensa inter se. Relinquitur ergo vt sit a h vna quantitas alterius generis, quæ ducta vicissim cum h b vna in quadratum alterius, additòque illius cubo faciat quantum ducta in 30. gratia exempli, qui est numerus rerum.

At quia in illo aggregato est etiam triplum quadrati h b in a h, oportebit ergo vt cubus a h cum triplo quadrati a h in h b sit æquale residuo tripli quadrati h b, & numeri rerum ducto in a h : igitur diuisis omnibus per a h, erit vt quadratum a h, cum rebus triplo numeri h b, sit æquale numero simplici, qui est differentia numeri rerum, & tripli quadrati h b. Exemplum ponatur h b 2. & b c numerus rerum 30. igitur triplum quadrati h b, quod est 12. detractum à 30. relinquitur 18. ergo 18. est æqualis 1. quad. p. triplum

L1 ; h b, id



h b, id est b rebus: quare res erit  $Rz. 27. m.$   
 3. id est a h, & tota h b  $Rz. 27. m.$  1. &  
 erit 1. cu.  $p. 32.$  æqualis 30. rebus. Quan-  
 titas ergo a h oportet, vt sit generalis ad  
 illam, & cum prædictis conditionibus. Quod  
 si a b ponatur res, & h b numerus, vt prius,  
 sed m. operaberis & demonstrabis per ea  
 quæ ostendimus in capite præcedenti: nam  
 cubus verus erit cubus h 2, scilicet residui.  
 Et quia ei additur numerus, & iam super-  
 ficies h c est m. oportebit, vt h g sit ma-  
 ior cubo a h, quantum est numerus æqua-  
 tionis, quæ sit gratia exempli h k, id est cu-  
 bus a b, seu verius a h, erit a k, reliqua vt  
 prius erunt examinanda.

## CAPVT XXIV.

*Demonstratio ostendens quod caput nul-  
 lum præter inuenta, generale  
 sciri potest.*

**R**eliquum est vt ostendamus quod ab  
 initio propositum est, cuius causa hæc  
 scripimus, scilicet non esse capitulum aliud  
 generale, quod sciri possit, vltra ea quæ  
 tradita sunt, quoniam vltra quatuor diuer-  
 sa genera nisi possit reduci ad pauciora, vel  
 per diuisionem, vel radicem, aut per mu-  
 tationem, aut regulam propriam vel depri-  
 mendo, aut ob originem, aut per demon-  
 strationem Geometricam, cum in singulis  
 sint magnæ inæqualitates, quæ vix possunt  
 intelligi in quatuor quantitibus, nec in  
 eis potuerit inueniri perfectio quanto mi-  
 nus in illis. De his ergo, si sint quatuor vs-  
 que ad cubum, iam doctus es reducere ad  
 tres quantitates, & capita trium quantita-  
 tum omnia ad cubum æqualem rebus &  
 numero: si igitur ostendero hoc non posse  
 esse generale, etiam in parte ignota liquet  
 propositum.

*Cap. 25. Art.  
 mag.*

*Cap. 13. in  
 fine Cor. se-  
 cundo.*

Assumamus igitur primam regulam ca-  
 pitulorum imperfectorum specialium, in  
 qua 1. cu. æqualis est 20. rebus  $p. 32.$  &  
 est rei æstimatio  $Rz. 17. p. 1.$  binomium quin-  
 tum. Et similiter in Arte magna visum est,  
 quod dæ æstimationes capituli cubi & nu-  
 meri æqualium rebus conficiunt æstimatione-  
 nem cubi æqualis totidem rebus, & eidem  
 numero. Ex quibus liquet, quod oportet  
 æstimationem generalem posse communi-  
 cari numero, & quinto binomio, & quia  
 simile quinto binomio est numerus, non  
 quintum binomium oportet vt sit in crea-  
 tione eiusmodi. Quintum autem binomium  
 hoc modo transit ad æquationem, vt pote  
 $Rz. 3. p. 1.$  sic fiat cubus, erit  $Rz. 108. p. 10.$   
 hic igitur æquatur 6. rebus necessario, quia  
 $Rz. 108.$  continet  $Rz. 3.$  sexies, & quia sex  
 res non sunt nisi  $Rz. 108. p. 6.$  igitur cubus  
 æquatur sex rebus  $p. 4.$  Ergo cum illud quod  
 potest esse ex ea natura, vel est  $Rz.$  cubica  
 cubi confimilis, vel quadrata quadrati, vel  
 quadrata cubica quadrati cubi, vel differ-  
 rentia duorum, vel aggregatum, necessa-  
 rium est, vt talis æstimatio simpliciter sit  
 vna huiusmodi, si debet esse generalis, vt

Res  $Rz. 3. p. 1.$   
 Quad.  $Rz. 9. p. Rz. 12. p. 1.$   
 Cub.  $Rz. 27. p. 1. p. Rz. 81. p. Rz. 27.$   
 Cub. quad.  $208. p. Rz. 43200.$   
 Quad. quad.  $28. p. Rz. 768.$

a c b

quandoque possit illi æquari, si occurrat  
 quadratum, igitur  $Rz. 3. p. 1.$  est, vt vides in  
 margine differentiarum autem, & aggregata  
 sunt infinitorum modorum, nam sit a b  
 quæuis quantitas, & c b ipsa æstimatio,  
 si igitur detracta b c ex a b relinquitur a c,  
 igitur detracta a c ex a b, relinquetur b c  
 æstimatio. Et similiter posita a b æstima-  
 tione, potes a b illa detrachere a c modo mi-  
 nor sit, vt relinquitur b c, igitur ex a c &  
 b c iunctis fiet æstimatio. Iam ergo habes  
 quod poterit esse radix quadrata trinomij,  
 cuius vna pars sit numerus & cubica qua-  
 drinomij, cuius vna pars sit numerus &  $Rz.$   
 $Rz.$  binomij, aut quadrinomij, cuius vna pars  
 sit numerus, &  $Rz.$  cu. quadrata multino-  
 mij, scilicet tredecim partium aut paucio-  
 rum, quæ sint  $Rz.$  quadrata, ita vt in eis vna  
 sit numerus.

Pro aggregatis autem ac differentiis tra-  
 dendis, volo tibi dare exemplum ex Arte  
 magna, dixi quod  $Rz. v. 7. \frac{3}{8} p. Rz. 46 \frac{35}{4} p. l. \frac{3}{4}$   
 $m. Rz. 2 \frac{5}{16}$  est æquale 3. Deducito partes ex  
 partibus, vt videas si sit verum, & habe-  
 bis  $2 \frac{1}{4} p. Rz. 2 \frac{5}{16}$  æqualia  $Rz. v. 7. \frac{3}{8} p. Rz.$   
 $46 \frac{35}{4}$ . Duc igitur vtramque in se, & habe-  
 bis idem ex vtraque parte, id est  $7 \frac{1}{8} p. Rz.$   
 $46 \frac{35}{4}$  nam  $2 \frac{1}{4} m. se facit 5 \frac{1}{16}$  cui addito  $2 \frac{5}{16}$   
 fit 7. &  $\frac{3}{8}$  &  $Rz. 5 \frac{1}{16}$  in  $Rz. 2 \frac{5}{16}$  sunt  $\frac{2597}{156}$ ,  
 quæ duplicata faciunt  $\frac{2597}{78}$ , & sunt  $46 \frac{35}{4}$ ,  
 cuius radix addita ad  $7 \frac{1}{8}$  facit  $7 \frac{3}{8} p. Rz.$   
 $46 \frac{35}{4}$ . Vnde in aliis eodem modo operabe-  
 ris, dico ergo quod non potest esse  $Rz.$  qua-  
 drata trinomij habentis duas  $Rz.$  quad. &  
 & numerum vnum, nam  $Rz.$  quadrata  $Rz. 6. p.$   
 $Rz. 2. p. 1.$  si posset esse ex genere binomij ter-  
 tij vel sexti non posset satisfacere, vt demon-  
 strandum est, neque si vna pars sit nume-  
 rus, & alia  $Rz.$  nam eius quadratum erit  
 binomium, & non trinomium. Propona-  
 mus ergo  $Rz. Rz. 6. p. 1.$  & erit eius quadra-  
 tum 1.  $p. Rz. 6. Rz. Rz. 96.$  nam si capiamus

$Rz. Rz. 12. p. Rz. 3. p. 1.$   
 $4. p. Rz. 48. p. Rz. Rz. 192. p. Rz. Rz. 1728.$   
 $160. p. Rz. 432. p. Rz. Rz. 248832. p. Rz. Rz.$   
 $442368.$

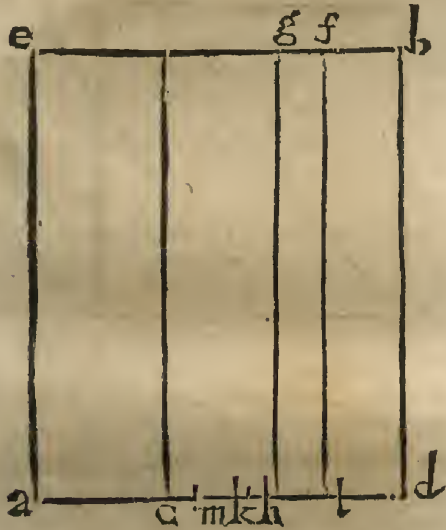
$Rz. Rz. 4. p. 1.$  fiet  $Rz. 4. p. 1. p. Rz. Rz. 64.$  id est  
 $3. p. Rz. 8.$  si ergo capiamus  $Rz. Rz. 4. p. Rz. 3.$   
 $p. 1.$  licet resoluator in 160.  $p. Rz. 432. p. Rz.$   
 $Rz. 442368. p. Rz. Rz. 248832.$  hæc tamen  
 non sunt commensuræ, sed in proportionem  
 $Rz. Rz. 256.$  ad  $Rz. Rz. 144.$  id est 4. ad 12. li-  
 cet sit valde propinqua, nam  $Rz. 432.$  est  
 duodecupla  $Rz. 3.$  &  $Rz. Rz. 248832.$  est duo-  
 decupla  $Rz. Rz. 12.$  & est mirum adeo quod  
 si  $Rz. Rz. 442368.$  esset numerus, haberemus  
 intentum. Cum ergo hoc trinomium non  
 posset reduci ad pauciora multo minus reli-  
 qua, quare  $Rz. cub. 460. p. Rz. 432. p. Rz. Rz.$   
 $442368. p. Rz. Rz. 248832.$  non potest esse  
 æquatio



# Cap. XXIV. Demonstratio, &c. 403

æquatio quæ sita, igitur oportet vt sit differentia duarum quantitatum, & fundamentum erit in prima regula dicta in Arte magna superius.

Sit cubus a b æqualis 29. rebus a d, & erit superficies b c 29. & c e 42. numeris, & erit corpus, & iuxta altitudinem a d. Et cum ex 29. possint fieri partes, vt vides à latere ex quibus vna ducta in alterius radicem fit numerus, poterit numerus rerum datus cum 28. 50. 60. 52. & 20. æquari cubo, dico modo quod etiam poterunt fieri



aliæ partes non integræ, vtpote 18. p. R. 72. & 11. m. R. 72. & ex 18. p. R. 72. in 3. m. R. 2. radicem 11. m. R. 72. fit 42. alius numerus. Ex quo liquet quod oportet 11. m. R. 72. esse binomium primum aut recisum, vt & etiam. Proponatur ergo e f 18. p. R. 72. & c g 18. erit ergo h f p. R. 72. igitur alia pars erit f d denominata per d g, scilicet 11. m. f h R. 72. ita vt diuisio vera b c, scilicet

28. 1. 1. 28.  
25. 4. 2. 50.  
20. 9. 3. 60.  
13. 10. 4. 52.  
4. 25. 5. 20.  
18. p. R. 72. 11. m. R. 72. 3. m. R. 2. / 42.

29. fit verè in f, nam c f est 18. id est c g p. R. 72. id est f h & d f 11. id est d g m. R. 72. id est f h. Diuisio autem iuxta nomen in g, quoniam c g est 18. & g d 11. Et quia proportio c b corporis ad c e est veluti c d ad c a, erit c d ad c a, velut 29. pos. ad 42. igitur velut 1. pos. ad  $1\frac{13}{29}$ , vel  $\frac{29}{42}$  pos. ad 1. numerum. Rursus quia ex regula prima capituli c f in R. f d, fit c e corpus, & fit latus d f, d k erit a d ad d k, veluti c f superficiem ad c e superficiem quare veluti c l ad c a. Atque iterum cum l g fiat ex duplo partium d k, proponatur denominata per p. & m. & fit quod est p. d m. & quod est m. k m duplum, igitur m k in m d producit h f. Vt in exemplo, cum ergo c g proponatur numerus 18. & g l R. 72. & proportio partium d k vt denominatæ, id est vt d m, quæ est numerus m. m k, & eadem proportioni c g ad g l, sequamur ergo primum argumentum rei. Erit a d R. v.  $20\frac{1}{4}$  p. R.  $40\frac{1}{2}$  p.  $1\frac{1}{2}$  m. R.  $\frac{1}{2}$ . Ex regula prima.

e f 18. p. R. 72.  
c g 18.  
h f R. 72.  
f d 11. m. R. 72.  
d g 11.  
c d ad c a vt 1. pos.  $1\frac{13}{29}$ .  
d k R. v. 11. m. R. 72.  
a d ad d k, vt c l ad c a.  
m k in m d pd. dim. f h R. 18.  
d m 3.  
m k R. 2.  
d k 3. m. R. 2.  
c g ad g l, vt d m ad m k.

Hæc igitur est vera æstimatio rei, & eadem est 6. & fit experimentum, quia detracta  $1\frac{1}{2}$  m. R.  $\frac{1}{2}$ , ex 6. fit  $4\frac{1}{2}$  p. R.  $\frac{1}{2}$ , & hoc est æquale R. v.  $20\frac{1}{4}$  p. R.  $40\frac{1}{2}$  quod patet quia quadrata vtriusque sunt  $20\frac{1}{4}$  p. R.  $40\frac{1}{2}$ . Igitur hoc genus æstimationis est generale, quia potest æquari numero, & non æquari, & posset æquari binomio, quia detractis partibus alligatis remaneret binomium aut recisum necessariò, & tunc posset poni R. v. radix binomij aut recisi primi.

Rursus proponatur b c 20. numerus rerum c e corpus 32. proponatur c f c b f d 4. ex e f in R. f d, quæ est 2. fit 32. Sit iterum c d ad c a vt 20. pos. a d 32. scilicet vt 1. pos. ad  $1\frac{1}{5}$ , & quia est iterum a d ad d k, vt c f ad c e, quare vt c l ad c a. Et quia a d ex regula prima est R. 17. p. 1. & d k est 2. erit a k R. 17. m. 1. & c e R. 68. m. 2.

## C A P V T XXV.

De examine tertie regula capituli XXV.  
Artis magna.

Proponamus quod cubus sit æqualis 18. rebus p. 108. tunc si fecero ex 18. numero rerum duas partes, ex quarum ductu vnus in R. alterius mutuo fiat 54. dimidium 108. Et manifestum est quod res est 6. Et per regulam generalem est R. v. cub. 54. p. R. 2700. p. R. v. cu. 54. m. R. 2700. & hæc verè est 3. p. R. 3. p. 3. m. R. 3. quod est 6. vt prius. Diuisio autem non est secundum eum modum, sed R. partium 18. sunt 3. & 3. & partes 9. & 9. & producta mutuo sic erunt 54. Et similiter assumptis 21. rebus, & 90. numero, faciemus iuxta capitulum generale ex 90. duas partes, ex quarum ductu vnus in alterum fiat 343. cubus 7. tertie partis 21. numeri rerum, & habebimus partes R. v. cu. 45. p. R. 1682. p. R. v. cu. 45. m. R. 1682. & est 3. p. R. 2. p. 3. m. R. 26. vt prius, & ita augendo numerum rerum eximus extra capitulum, sed minuendo numerum rerum nimis non licet vti regula vt pote 1. cu. æqualis 15. rebus p. 126. non licet diuidere 15. in duas partes, ex quarum ductu vnus in R. alterius mutuo, fiat 63. dimidium 126. Quia maximum in quo diuidi possit, est quando diuiditur in partes æquales, vt demonstratum est. Ergo tres sunt partes in hoc capitulo, prima quæ seruit

L l 4 regulæ

per 209. lib  
de Proport.



regulæ speciali non generali, cum numerus rerum est magnus in comparatione numeri æquationis. Secunda quæ seruit regulæ generali non speciali cum numerus æquationis est magnus comparatione numeri rerum. Tertia quæ seruit utrique, ut in exemplo non potest regula generalis attingere ad 1. cub. æqualem 22. rebus p. 84. quia 21. quarta pars 84. non facit quadratum, neque maius neque æquale cubo  $7\frac{1}{3}$  tertiæ partis rerum. Similiter regula specialis non attingit ad 1. cub. æqualem 17. rebus p. 114. quoniam  $8\frac{1}{2}$  ductum in  $8\frac{1}{2}$ , producit  $72\frac{1}{4}$ , quæ est minor  $28\frac{1}{4}$ , quarta parte 114. numeri propositi, ut mutua illa non possint componere 57. dimidium numeri propositi. Traducenda est ergo in toto illo spacio, in quo conueniunt una ad aliam faciendo ex re iam inuenta duas partes, ex quarum ductu unius in quadratum alterius mutuo, fiat dimidium numeri propositi, & illæ erunt partes. Istud autem facile fiet diuidendo numeri propositi dimidium per rem inde diuidendo rem in duas partes producentes id quod prouenit. Exemplum, cubus æquatur 6. rebus p. 6. rei æstimatione est  $2\frac{1}{2}$  cub. 4. p. 2. cub. 2. cum hoc diuidemus 3. dimidium numeri æquationis, exit  $2\frac{1}{2}$  cub. 2. m. 1. p. 2. cu.  $\frac{1}{2}$ , ducam dimidium  $2\frac{1}{2}$  cu. 4. p. 2. cu. 2. in se fit 1. p. 2. cu.  $\frac{1}{4}$  p. 2. cu.  $\frac{1}{11}$ , à quo detraho  $2\frac{1}{2}$  cu. 2. m. 1. p. 2. cu.  $\frac{1}{2}$ , relinquitur  $2\frac{1}{2}$  m. 2. cub.  $\frac{1}{4}$ , m. 2. cu.  $\frac{1}{10}$ , cuius 2. v. addita & detracta à dimidio prioris ostendit partes ut vides. Et modum etiã

$$\begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{2} \text{ p. } 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{4} \text{ p. } 2\frac{1}{2} \text{ v. } 2\frac{1}{2} \text{ m. } 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{4} \text{ m.} \\ 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{10} \\ 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{2} \text{ p. } 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{4} \text{ p. } 2\frac{1}{2} \text{ v. } 2\frac{1}{2} \text{ m. } 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{4} \text{ m.} \\ 2\frac{1}{2} \text{ cu. } \frac{1}{10} \end{array}$$

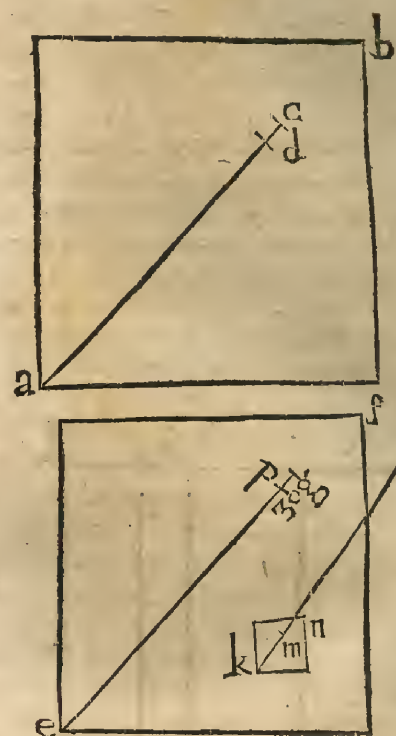
cum demonstratione superius docui. Quadrata ergo horum iuncta sunt 6. & mutuo producta iuncta sunt 3. quod patet experienti. Et est pulchra operatio.

## CAPVT XXVI.

*De propositione cubi equalis quadratis, & numero ad cubum cum numero æqualem quadratis,*

**S**I cubus sit æqualis quadratis & numero, alius verò cubus cum eodem numero sit æqualis aliquot quadratis, erit proportio differentiæ numeri quadratorum à sua æstimatione, dum cubus & numerus est æqualis quadratis ad differentiam æstimationis à numero quadratorum, dum cubus est æqualis quadratis & numero, sicut æstimationis cubi æqualis quadratis & numero ad æstimationem cubi & numeri æqualium quadratis duplicata.

Cum ex a b in c d, & ex e f in g h, & ex k n in l m, fiat idem numerus, erit proportio c d ad g h, & c d ad l m, & g h ad l m, velut e f ad a b, & k n ad a b, & k n ad e f, quare ut c b ad a c, & k m ad a c, & k m ad g h duplicata. Veluti ponatur e h 2.



a c latus  
a d 9. numerus  
quad.  
c d 8. diuis. per a  
b seu differentiam  
æstimat. à numero  
quad.

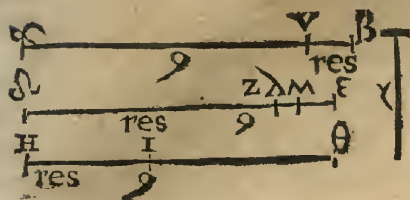
e g 9. numerus  
quad.  
e h latus sign. h. v.  
diuis. seu per a  
differentiam æstim.  
à numero quad. ig-  
nom.

k l 9. numerus  
quad. k m, latus  
secunda æstim.  
ignom. l m 8. di-  
uisum per k, seu  
differentiam æstimat.  
à numero  
quad. ignom.

24. p. 4. & k m 1. in 1. cub. p. 8. æquali 9. quad. Cum ergo nota e g h h e nota fiat sub eisdem terminis k m & m l ex capite cubi & numeri æqualium quadratis, igitur nota a d d c, & paribus aliis erit nota e h & h g. Discrimen solum est, quod in cubo æquali rebus & numero differentia est lateris, quod superat numerum quadratorum, in sequentibus figuris. numerus quadratorum superat æstimationem rei seu latus quad. liquet ergo quod inter e h & k m intercedunt quatuor conditiones: prima quod e h & k m sunt ambæ æstimationes capituli propositi cubi & 8. numeri æqualium 9. quad. Secunda quod e h & k m sunt in proportionem, in qua est l m ad h g vicissim, sed hæc est duplicata. Tertia quod k m est composita ex tetragonali g h in e p, posita o h dimidio h g, & ipsa p h dimidio, o h. Quarta quam diximus deesse comparando a c & c d ad e h & b g, est quod e h & k m æstimationes sunt minores e g seu k l numero quadratorum. Cum ergo ex tertia conditione, quod sit ex g h in p e sit notum, quia g h & o e notæ sunt, & g o nota, quia dimidium g h erit k m composita ex eis nota. Deducitur ergo primum problema ad hoc, detrahe ex k l quantitatem, quæ se habeat in proportionem duplicata ad h g, in qua e h ad k m. Cum e g & k l sint idem seu æquales. At secundum problema est, diuide k l, quæ est eadem vel æqualis a d, ita ut proportio m l ad c d sit duplicata ei, quæ est a c ad k m. In utroque autem pariter deducitur res ad cubum & numerum æqualem numero rerum, igitur æstimatio pariter ignota ex nota pendeat.

Sumatur ergo rursus a g, d e, n o, nouem singulæ & æquales, & sit tota res, & in reliquis dum cubus, & 8. æquantur 9. quad. res sit a g & n. Si ergo posuerimus a g 24. p. 4. erit g e 5. m. 24. Ponamus ergo, o 1. quad. & sit medio in proportionem inter o b & g e, x erit x pos. 2. v. 5. m. 24. igitur cum sit proportio x ad g e, ut d g ad





Ad  $\zeta$  ad  $\eta$ , ducemus  $\Delta \zeta$ , id est  $\mathcal{B}$ . 24.  $\mathcal{P}$ . 4. in  $\zeta$ , quæ est 5.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{B}$ . 24. fit  $\mathcal{B}$ . 24.  $\mathcal{M}$ . 4. quam diuido per  $\mathcal{N}$ , id est pos. 5.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{B}$ . 24. & exeunt pos.  $\mathcal{B}$ .  $\frac{24 \cdot \mathcal{P} \cdot 4}{1 \cdot \text{pos.}}$  & hæc est  $\eta$ . Igitur tota  $\eta$  quæ est 9. est 1. quad.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{B}$ .  $\frac{24 \cdot \mathcal{P} \cdot 4}{1 \cdot \text{pos.}}$  quare 1. cub.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{B}$ . 24.  $\mathcal{P}$ . 4. æquatur 9. pos. & quia notum est hoc ex capitulo iam dicto: & assumo eodem modo  $\alpha \gamma$  &  $\gamma \epsilon$ , notas vt sit  $\gamma \epsilon$ , 6.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{B}$ . v. cub. 31.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{B}$ . 934.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{B}$ . v. cub. 31.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{B}$ . 934. & dicamus quod sit  $\frac{121}{1000}$ , nam est propè, & ponamus quod 10. vt prius sit 1. quad. erit  $\mathcal{N}$  pos.  $\frac{11}{10}$ , duc ergo  $\frac{11}{10}$   $\epsilon \gamma$  in  $\alpha \epsilon$ , id est  $\frac{121}{1000}$  in  $\frac{77 \cdot 9}{1000}$ , & quia est diuidendum productum per  $\frac{11}{10}$ , ideo sufficet ducere per  $\frac{11}{10}$ , & fit  $\frac{8569}{10000}$ , seu  $\frac{8569}{10000}$ , diuidendum per ipsos, nam  $\mathcal{N}$  fuit  $\frac{11}{10}$  pos. quia fuit latus  $\frac{121}{1000}$  quadratum, habemus ergo vt prius  $\frac{8569}{10000}$  diuidendum per 1. pos.  $\mathcal{P}$ . quadrata æqualia 9. igitur 1. cub.  $\mathcal{P}$ .  $\frac{8569}{10000}$  æqualia 9. pos.

Videtur ergo proprius modus demonstrationi, vt supponamus a d rei æstimationem, in qua a b numerus quadratorum, & b d numerus æstimationis, diuisus per qua-

dratum, a b. Et rursus a b numerus, id est quadratorum, & e b numerus æstimationis, idem cum priore, & diuisus per quadratum a c vel a e, quia habet duas æstimationes, sed tunc æquatio erit diuersa, quam oportebit inuenire. Dico ergo quod si cubus  $\mathcal{P}$ . 200. est æqualis 100. erit a e res & a b 100. ponamus ergo a d æstimationem cubi æqualis 100. quad.  $\mathcal{P}$ . 200. erit ergo a d nota, & a b est 100. numerus quadratorum, igitur b d differentia nota, & quia demonstratum est, quod proportio c b ad b d est duplicata ei quæ est a d ad a e, igitur proportio mediæ inter e b ad b d est

vt a d ad a e, sit ergo b d 2. pro exemplo vt intelligas pones e  $\frac{1}{2}$  quad. & si b d esset 3. pones e  $\frac{1}{3}$  quad. & si b d esset 4. pones e  $\frac{1}{4}$  quad. ad hoc vt media sit 1. pos. quæ ducta in a e, producit quantum a d in d b, productum autem a d in d b est notum, quia a d & d b notæ sunt, & hoc est æquale mediæ ductæ in a e, quæ est numerus quadratorum communis, detracta e b quæ est pars illa, quæ prouenit diuisa monade per b d, & est nota, & est pars cubi. Sequitur igitur ex constructione, vt reducendo ad 1. cub. vt habeas cubum cum numero æqualem numero rerum. Et vt numerus rerum sit semper productum ex b d in a d: & numerus æquationis compositus ex producto quadrati a b in a d, & cubo ipsius b d, veluti si ponatur (vt dixi) a b 100. & b d 2. erit 1. cub.  $\mathcal{P}$ . 408. æqualis 200. re-

bus, fit autem 200. ex 2. quæ est b d in 100. quæ est a b numerus quadratorum 408. autem componitur ex 400. producto 4. quadrati 2. & est b d in 100. quæ est a b, & 8. cubo 2. b d. & ita si b d esset 3. esset 1. cub.  $\mathcal{P}$ . 927. æqualis 300. rebus, & eodem modo si b d esset 9. esset cubus cum 8829. æqualis 900. rebus, numerus enim rerum semper est productus ex æstimationis differentia à numero quadratorum in ipsum numerum quadratorum. Numerus autem æquationis scilicet 8829. est compositus ex 8100. producto quadrati 9. id est 81. in 100. numerum quadratorum, & 729. cubo b d, quæ est 9. Cum igitur hoc capitulum sit speciale, & circumscriptum habebit æstimationem notam, vt reliqua capitula specialia cubi & numeri æqualium rebus, & hæc æqualebit generali cubi & numeri æqualium quadratis.

Ergo proposita quæstione cubi & numeri æqualium quadratis erit nota æstimatio cubi æqualis totidem quadratis, & eidem numero, quare a d nota, & quia a b numerus quadratorum est notus, erit nota b d, ducemusque b d in a b & habebimus numerum rerum, ducemus etiam b d ad quadratū inde in a b, & producto addemus cubum d b, & habebimus numerum æquationis, cum regula ergo speciali inueniemus æstimationem eius, & hæc erit prima æquatio, scilicet mediæ quantitatis inter e b & b d, hanc igitur ducemus in se, & diuidemus per b d, & exibat quantitas b e secundæ æquatio, quam detrahemus ex a b numero quadratorum proposito, & habebimus a e æquationem tertiam quæsitam. Vnde patet quàm difficilis sit hæc inuentio, & quàm absurdum genus quantitatis proueniat per decem difficultates. Prima est inuentio ad quæ solet esse trinomium compositum cubicum, & ex radicibus vniuersalibus, quia pendet ex capitulo generali. Secunda est residuum b d detracta a b. Tertia est productum ex a b in b d. Quarta est quadratum b d. Quinta productum, ex eodem quadrato in a b. Sexta cubus b d. Septima est æstimationis inuentio cum operationibus capituli specialis. Octaua est deductio inuentæ æstimationis ad quadratum. Nona est diuisio producti per quantitatem b d. Decima est detractio prouentus à numero quadratorum. Ex his facillimæ sunt tres, scilicet secunda, quinta & decima, penè impossibiles duæ, scilicet septima & nona, reliquæ valde difficiles.

## C A P V T XXVII.

De æstimatione data, vt inueniatur numerus æquationis.

ET cum in capitulis maioribus 1. cubi etiam in aliis ex tribus inueniatur quartum, vtpote ex cubo æquali quadratis & numero datis inuenimus æstimationem. Ita æstimatione & cubo & quadratis inueniemus numerum, aut ex eadem



& cubo & numero inueniemus quadrata, nam de cubo non est, vt queramus ipsum per quadrata & numerum datum cum sola æstimatione doceat, cum ergo sint sex capitula & duobus modis in singulis contingat inueniri, quarum erunt duodecim capitula. Sit ergo primum data a c æstimator rei, & numerus quadratorum a b datus, qui cum numero

aliquo æquatur cubo a c igitur quia a c data est, erit



cubus a c, datus & quadrata sub numero a b data, residuum ergo ad cubum est, quod fit ex b c in quadratum a c, & hoc est notum, quia a c & a b notæ & quadratum a c, igitur numerus æquationis. Detrahe igitur numerum quadratorum ex æstimatione data, & quod relinquitur duc in quadratum æstimationis, productum est numerus æquationis. Exemplum æstimatio est 10. cubi æqualis 6. quadratis & numero cuiuspiam, detrahe 6. ex 10. relinquitur 4. duc in 100. quadratum 10. fit 400. igitur cubus æquatur 6. quad. p. 400.

2 Sit modo numerus æquationis scilicet productum ex b c in quadratum a c, & diuidam illum per quadratum a c, prodibit b c, detraho ex a c, relinquitur a b numerus quadratorum.

3 Sit cubus a b & quadrata b c, data & æstimatio nota erit, ergo cubus notus, & b c dicta in quadratum a b etiam nota, iugendo vtrunque habebis numerum æquationis.

4 Et sit cubus & a b data sit & numerus æquationis datus, igitur detraham cubum a b datum ex æquationis numero dato, residuum diuidam per quadratum a b datum, quia a b data est, quod prodit est b c numerus quadratorum.

5 Et sit a c numerus quadratorum datus, & a b æstimatio rei, & quadrata illa sint æqualia cubo & numero. Quia ergo a b data est, erit quadratum eius, & cubus eius datus, & ideo etiam productum ex a c in quadratum a b, à quo detracto cubo a b, relinquitur numerus æquationis. Exemplum a c sit 6. numerus quadratorum, a b autem 4. cubus eius est 64. quadratum 16. igitur sex quadrata sunt 96. detrahe 64. cubum æstimationis, relinquitur 32. numerus æquationis, igitur 1. cu. p. 32. æquatur 6. quad. quando æstimatio rei est 4. Et in huiusmodi cum æstimatio media æquatur extre mis, caue ne casus sit impossibilis.

6 Et sit modo numerus æquationis & æstimationis notus, & velim numerum quadratorum æqualium cubo & dicto numero æquationis. Quia ergo a b nota est æstimatio, erit cubus eius notus: huic addam numerum æquationis iam notum, habeboto totum numerum notum quem diuidam per quadratum a b, iam notum, prodibit a c numerus quadratorum.

7 Sit etiam æstimatio nota cubi & rerum æqualium numero, liquet quod cubus & res erunt notæ quæ iunctæ faciunt numerum æquationis notum.

Et rursus si à numero æquationis noto detrahas cubum æstimationis notæ residuum erit notum, quod diuisum per æstimationem ostendit numerum rerum.

Rursus si cubus æquatur rebus & numero, & res sint notæ, & æstimatio, ducemus æstimationem in numerum rerum, & detrahemus à cubo rei & residuum erit numerus æquationis.

Et ita si à cubo iam noto æquationis numerus detrahatur residuum diuisum per æstimationem ostendit numerum rerum. Caue tamen ne casum proponas impossibilem, velut cubum æqualem rebus, & 10. numero & æstimatio 2. nam oportet æstimationem semper esse maiorem x. cu. numeri æquationis, id est 10. & ita in aliis.

Sit etiam cubus p. 12. æqualis rebus, 11 & sit æstimatio, 2. tunc cubus 2. est 8. adde ad 12. fit 20. diuide per 2. prohibet 10. numerus rerum.

Et iterum sit cubus cum numero æqualis 12 10. rebus & æstimatio 2. duc 2. in 10. fit 20. detraho 8. cubum, relinquitur 12. numerus æquationis qui cum cubo 2. iunctus æquatur decuplo 2. Et quia in capitulis quadratorum vel rerum equalium numero & cubo est duplex rei æstimatio, dico quod proposita quauisearum, sequitur idem. Veluti cubus p. 24. est æqualis quadratis & æstimatio vna est 2. alia x. 21. p. 3. duc 2. ad cubum, fit 8. adde ad 24. fit 32. diuido per 4. quadratum 2. exit 8. numerus quadratorum. Similiter duc 2. 21. p. 3. ad cubum, fit 8. 48384. p. 216. adde 24. fit 240. p. 2. 48384. diuide per 30. p. 2. 758. quadratum 2. 21. p. 3. exit 8.

## CAPVT XXVIII.

*Quod in proposito capituli XXVI. peruenitur ad cubum, & res æqualia numero.*

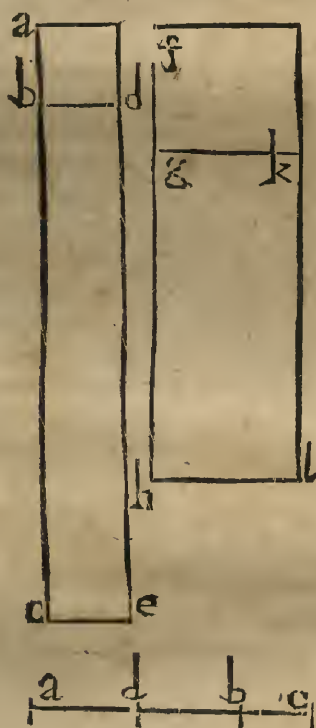
Cum verò iam conclusum sit, quod si quis possit inuenire regulam specialem cubi & numeri æqualium rebus, quando numerus rerum fit ex ductu duorum numerorum inuicem, & numerus æquationis ex ductu quadrati vnus in aggregatum amborum, quod habebit æstimationem cubi & numeri æqualium quadratis: dico quod hæc specialis regula est difficilis inuentu, quia æquipollet vni generali, quoniam conuenit omnibus casibus, in quibus cubus & numerus æquantur rebus. Exemplum, si dico cubus & 6. æquantur octo rebus, dico quod hæc erit sub regula illa speciali quia ponam: quod vna pars sit 1. pos. alia  $\frac{8}{2. pos.}$ , duc igitur 1. pos. in se fit 1. quad. duc 1. quad. in aggregatum 1. pos. p.  $\frac{8}{2. pos.}$ , fit cu. p. 8. pos. æqualia 6. at hoc habet capitulum generale, igitur regula illa non est propriè specialis.



C A P V T XXIX.

*De comparatione capitulorum cubi, & rerum aequalium numero, & cubi & numeri aequalium totidem rebus.*

ET proponatur cubus a d cum rebus numero 10. æquales 12. & erit superficies b c 10. corpus autem a e 12. Dico primum quod si sumatur f k cubus, qui cum 12. numero, & sit g l corpus iuxta altitudinem f g, æqualia 10. rebus, erit ergo superficies f l ex supposito, & habebit duas æstimationes, quod singulæ illarum erunt in mutua proportionem hoc modo b c ad f h, ut f g ad a b, & iterum a e ad g h, ut f g ad a b. Quare proportio a c ad g h, duplicata e c, quæ est b e ad f h. liquet etiam quod utraque æstimatio f g est maior a b, quia cum æqualiter sumatur est æqualis g l numero, qui est æqualis toti a e, & ultra



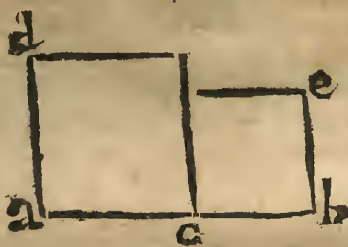
etiam cubo f k per communem animi sententiam. Ex quo sequitur, quod a c sit maior g h, igitur cum sit duplicata ei quæ est b c ad f h, erit b e maior f h. Et etiam clare per se patet cum sit mutua, ut f g ad a b. Et quia 10. res f h æquantur cubo f k & g l numero æquationis, & g l est æqualis cubo a d & b e rebus, erit f h numerus rerum æqualis cubis f k a d, & rebus b c, detractis igitur rebus b e ex rebus f h, quæ sunt numero æquales, erunt decem differentia f g & a b, æquales cubis a b & f g pariter acceptis.

Rursus proponantur duæ quantitates a b & b c, ut tota a c sit 2. gratia exempli, ut sit differentia illarum d b, & decuplum d b sit æquale cubis a b & b c, dividemus a c 2. in 1. p. 1. pos. & 1. m. 1. pos. & cubi erunt 6. quad. p. 2. & hoc est æquale 20. rebus, id est decuplo d b, quæ est differentia, igitur 1. quad. p.  $\frac{1}{3}$  æquatur  $3\frac{1}{3}$  rebus & rei æstimatio est  $1\frac{2}{3}$  p. 2.  $\frac{2}{9}$  vel  $1\frac{2}{3}$  m. 2.  $\frac{2}{9}$ .

C A P V T XXX.

*Qualis æqualitas cuborum partium lineæ diuisa.*

SI a b diuisa in c quadrata eius c d, e e, dico quod cubi a c c b sunt æquales parallelepido ex a b in aggregatum quadratorum c d c e dempta superficie a e in c



b, nam quod fit ex a b in aggregatum quadratorum c d, c e est æquale ei quod fit ex a c in c d, c e & ex b c in c e, c d, quare duobus cubis a c & c b, & eis quæ sunt mutuo parallelepipedis a e in c e, & c b in c d, at a c in c e, quantum ex b e in superficiem a c in c b, & ex c b in c d, quantum ex a d in superficiem a c in c b, quod igitur fit ex a b in c d, & c e est æquale cubis a c c b, & ei quod fit ex a d in superficiem a c in c b, & ex b e in eandem, quod autem fit ex a d in superficiem a c in c b, cum eo quod fit ex b c in eandem est æquale ei quod fit ex tota a b in superficiem a c in c b, eo quod a d est æqualis a c & b e æqualis b c: igitur quod fit ex a b in c d, c e est æquale ei quod fit ex a b in superficiem a c in c b, cum cubis a c & c b, igitur detracto eo quod fit ex a b in superficiem a c in c b ex eo quod fit ex a b in c d, c e & est idem quod detrudere superficiem a c in c b ex quadratis a c, c b erit parallelepipedum ex a b in c d c e, detracta superficie a c in c b, æquale cubis a c, c b quod erat demonstrandum.

C A P V T XXXI.

*De æstimatione generali cubi æqualis rebus, & numero solida vocata & operationibus eius.*

ET postquam non quærimus in æstimatione nisi demonstrationem operationem & propinquitatem, dico quod æstimatio cubi æqualis rebus & numero generalis in parte quæ non habetur est nota secundum tres modos propositos in solidis, per primam & tertiam regulam cap. 25. Artis magnæ: & appropinquatio non est minor quam in reliquis radicibus quadratis aut cubicis, operationem autem nunc docebimus. Verum in tertia regula ob præcedentem videtur maior æqualitas atque notitia. Si quis ergo dixerit cubus est æqualis 13. rebus p. 60. igitur dicemus ex tertia regula,



regula, quod res est  $\mathcal{R}$ . solida 13. in 30. qui est dimidium 60. id est, ut ita diuidatur 13. ut ex partibus in radices suas mutuò ductis fiat 30. Dico ergo quod si volueris hanc  $\mathcal{R}$ . sol. ducere gratia exempli in  $\mathcal{R}$ . duas duces  $\mathcal{R}$ . 2. in se fit 2. duc in 13. fit 26. inde duc  $\mathcal{R}$ . 2. ad cubum, fit  $\mathcal{R}$ . 8. duc  $\mathcal{R}$ . 8. in 30. fit  $\mathcal{R}$ . 7200. igitur  $\mathcal{R}$ . producta erit  $\mathcal{R}$ . sol. 26. in  $\mathcal{R}$ . 7200. Et ita si volueris eandem diuidere per  $\mathcal{R}$ . 2. duc  $\mathcal{R}$ . 2. in se fit 2. diuide 13. per 2. exit  $6\frac{1}{2}$ , deinde diuide 30. per  $\mathcal{R}$ . 8. cub.  $\mathcal{R}$ . 2. exit  $\mathcal{R}$ . 112 $\frac{1}{2}$ , & erit quod prouenit  $\mathcal{R}$ . sol.  $6\frac{1}{2}$  in 112 $\frac{1}{2}$ . Hæc autem facile demonstrari possunt, in additione quoque similium velut  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. cu.  $\mathcal{R}$ . sol. 52. in 240. diuides singulos per suas correspondentes, & exhibunt diuiso 52. per 134. & diuiso 240. per 30.8. &  $\mathcal{R}$ . cu. 8. est eadē cum  $\mathcal{R}$ . quadrata 4. quia iam supponuntur similes partes, addam igitur ad 2. monadem, fit 3. duc ad quadratum fit 9. duc in 13. fit 117. duc & 3. ad cubum fit 27. duc in 30. fit 810. erit ergo  $\mathcal{R}$ . coniuncta sol. 117. in 810. Idem dico de subtractione. Diuidendo singulas partes per suas similes, eius quod prouenit capiēdo  $\mathcal{R}$ . quad. vel cu. quæ erit vna à qua detrahe, & residuum reducito ad quadratum & cubum, & duc in suas partes quæ ei respondent. In dissimilibus autem adiciemus aut detrahemus simpliciter, quod etiam facimus in  $\mathcal{R}$ . vniuersalibus & anomalis. Possent & aliqua in huiusmodi subtiliora inueniri, sed satis sit si aliquis dicat, habui cubum æqualem 6. rebus  $\mathcal{P}$ . 1. dices igitur æstimatio rei est  $\mathcal{R}$ . sol. 6. in  $\frac{1}{2}$ , id est aggregatum duarum radicum quadratorum partium 6. ex quarum mutua multiplicatione in ipsas partes producat $\frac{1}{2}$ .

Et pro appropinquatione celeri ac breui duces ad integras per numerum partes habentem, ducendo puta per 4. & habebis  $\mathcal{R}$ . sol. 96. in 32. igitur pars vna erit  $95\frac{2}{3}$ , & alia  $\frac{1}{3}$ . Et hoc est maius, minus autem  $95\frac{2}{3}$  &  $\frac{1}{3}$ , igitur propinqua vna erit  $95\frac{17}{19}$  alia  $\frac{2}{19}$ , huius ergo accipiemus quartam partem, & erunt numeri  $5\frac{11}{12}$  &  $\frac{1}{12}$ .

In inæqualibus autem iungendis, detrahendis, multiplicandis ac diuidendis eadem facimus quæ in  $\mathcal{R}$ . diuersis, neque enim licet eas aliter iungere quam per  $\mathcal{P}$ . & subtrahere quam per  $\mathcal{M}$ . velut  $\mathcal{R}$ . cu. 10. cum  $\mathcal{R}$ . quadrata 8. dicemus  $\mathcal{R}$ . 8.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 10. vel detrahendo  $\mathcal{R}$ . 8.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 10. Et si quis dicat quod possumus etiam iungere hoc modo  $\mathcal{R}$ . v. 8.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 100.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu.  $\mathcal{R}$ . 3276800. dico quod est hæc longior & difficilior. De longitudine patet sensu: de difficultate in vltima parte cogere intelligere  $\mathcal{R}$ . quadratam &  $\mathcal{R}$ . cu. ut in alia & præter id etiam  $\mathcal{R}$ . cub. 100. inde totius aggregati  $\mathcal{R}$ . vniuersalem, licet forsan quod ad propinquitatem attinet, forsan redderetur aliquanto exactior, quia esset vna tantum & minoris aggregati, vnde notandum, quod si quis velit  $\mathcal{R}$ . cu. 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. Et  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . cu. 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. quod prima sub eadem additione erit proxima  $2\frac{17}{20}$  &  $2\frac{3}{20}$ , quod totum est 5. ut manifestum, sed  $\mathcal{R}$ . v.  $2\frac{17}{20}$  &  $2\frac{3}{20}$  est  $2\frac{52}{55}$ . Et hoc manifestè est proximius radici veræ  $\mathcal{R}$ . cub. 10.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 8. quam 5. quia  $\mathcal{R}$ .

10. est proximior  $\mathcal{R}$ .  $\mathcal{R}$ . 101. quam  $\mathcal{R}$ . 10.  $\mathcal{R}$ . 101. & multo magis quam 10. ipsum  $\mathcal{R}$ . 101. differt  $\mathcal{M}$ . penè per  $\frac{1}{20}$ , &  $\mathcal{R}$ . 10. differt eo modo sumpta à  $\mathcal{R}$ . 101. per  $\frac{1}{27}$  quod est multo minus quam  $\frac{1}{20}$  in  $\frac{1}{28}$ . Sed tamen hoc contingit per se non habita proportionis ratione. Forsan in multiplicatione & diuisione aliter dicendum esset, quoniam partes redduntur pauciores: sed tamen cum incommensæ fuerint remanet numerus aggregati, ut  $\mathcal{R}$ . 6.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. in  $\mathcal{R}$ . 3.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. producit  $\mathcal{R}$ . 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 15.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 12.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 10. quid ergo refert si dicam  $\mathcal{R}$ . 18.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 15.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 12.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 10. &  $\mathcal{R}$ . 6.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . 5. in  $\mathcal{R}$ . 9.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . 2. cum enim oportebit illas addere, duplicare, diuidere, diuidam vnamquamque seorsum, & post iungam eodem modo aut detraham. Sint ergo dissimiles  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. &  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. sic multiplicabo  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. producit in  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. sic diuidam  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. & ita addam  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. & ita detraham  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30.  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6.  $\mathcal{M}$ .  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. Et accipiam  $\mathcal{R}$ . v. hoc modo  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. & est  $\mathcal{R}$ . 5. & ita accipiam  $\mathcal{R}$ . cu. hoc modo  $\mathcal{R}$ . v. cu.  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. Et in solidis radici cuiusque debet adici v. id est nota vniuersalis cum sit vnum totum.

Et nota quod  $\mathcal{R}$ . sol. dicitur non tota sed comparatiuè, velut cum dico  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . 9.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 27. vult dicere, accipi  $\mathcal{R}$ . 9. quæ est 3. &  $\mathcal{R}$ . cub. 27. quæ est etiam 3. iunge, fiunt 6. igitur  $\mathcal{R}$ . v. 9.  $\mathcal{P}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 27. est  $\mathcal{R}$ . 6. Sed non est sic de  $\mathcal{R}$ . v.  $\mathcal{R}$ . sol. 13. in 30. neque enim cum  $\mathcal{R}$ . 13. quadratorum aggregati sit 5. &  $\mathcal{R}$ . 30. ut parallelepida sit rursus  $\mathcal{R}$ . v. est  $\mathcal{R}$ . 8. aggregati 5. & 5. sed est  $\mathcal{R}$ . simpliciter vnius partis tantum, id est 5. Et ideo nota quod semper sunt æquales, igitur ducendo, diuidendo  $\mathcal{R}$ . solidæ partes sunt æquales.

Et nota quod licet producti ex aggregato duorum quadratorum in aggregatum duorum quadratorum producant semper aggregatum ex duobus quadratis, ut 5. in 5. & 5. in 13. & 5. in 8. & 5. in 18. & 13. in 25. & 13. in 8. & 8. in 25. & 8. in 50. & ita de aliis, tamen illæ partes non seruant proportionem, velut 5. in 13. efficit 65. qui componitur ex 64. & 1. quadratis, qui nihil habent cum 15. qui verè producit ex 5.  $\mathcal{R}$ . solida 13. in 30. in 3.  $\mathcal{R}$ . sol. 5. in 6. nec etiam diuiso 65. in 49. & 16. nam radices sunt 7. & 4. quæ iunctæ faciunt 11. qui etiam est diuersus à 15. Ideo aliunde petenda est ratio cur componantur, constat enim esse longè plures qui non componuntur: ut vsque ad 20. sunt 2. 5. 8. 10. 13. 17. 18. 20. Sunt ergo duodecim qui non componuntur, & octo tantum qui componuntur. Et à 20. ad 40. Sunt 25. 26. 29. 32. 34. 37. 40. adhuc pauciores à 40. ad 60. sunt 41. 45. 50. 52. 53. 58. pauciores.



CAPVT XXXII.

De comparatione duarum quantitatum iuxta proportionem partium.

ET sumantur duæ quantitates ab maior, & d minor, dico quod poterunt diuidi ita vt sit proportio vnius partis ad aliam maioris inæqualitatis, & residui ad residuum vsque in infinitum, nam ablata a e æquali c d erit b e ad residuum infinita, ergo ex regula dialectica semper licebit diuidendo residuum, vtpote facta a f æquali c g, diuidendo e f & d g per æqualia erit proportio residui vsque ad b, ad residuum vsq; ad g perpetuò maior: & ita vsque in infinitum diuidendo versus d, & assumendo aliquid maius in ab erit vt procedatur vsque in infinitum in proportionem residuorum.

Dico præterea quod non poterunt ambæ proportionem esse minores proportionem totius ad totum: quia si detrahatur minor proportio vt a e ad c g, quam a b ad c d fiat a e ad c h, æqualis a b ad c d, igitur a e ad c g minor quã a e ad c h, igitur c h minor c g: b e ergo ad h d, vt a b ad c d, igitur b e ad g d maior quam a b ad c d.

Manifestum est ergo quod sub minima proportionem ambæ partes erunt cum fuerint quantitates diuisæ secundum proportionem totius ad totum: hoc etiam infinitis modis, sed non fit varietas.

Dico modo quod non poterunt in proportionem reduplicatam maiorem quam totius ad totum æqualem, nec minorem quam sit proportio media, voco proportionem reduplicatam cum fuerit proportio partium vt residuorum duplicata, velut si proportio a b ad c d nonupla dico quod non potest diuidi a b & c d, vt sit proportio maior, nec æqualis nonupla, nec æqua-



lis aut minor tripla, nam si sit a e ad e f nonupla, igitur c b ad f d nonupla, ergo nonupla nonupla duplicata erit quod esse non potest, & si maior nonupla ergo ex demonstratis e b ad f d minor nonupla, ergo non duplicata ad illam.

Nec potest diuidi a b & c d ita vt sit minor quam tripla: nam si sit tripla b e ad f d, cum sit per demonstrata a e ad c f maior nonupla eo quod e b ad f d est minor, quam a b ad c d. igitur a e ad c f maior duplicata e b ad f d, non ergo duplicata. Multo minus si sit proportio e b ad f d minor tripla poterit esse residui ad residuum duplicata.

Cum ergo quis dixerit diuide 18. & 2. ita vt proportio partium sit reduplicata quadrupla, tunc cum quadrupla sit minor nonupla, & maior tripla, duc 4. numerum proportionis in se fit 16. duc in 2. minorem quantitatem fit 32. aufer maiorem scilicet 18. relinquitur 14. hunc diuide per differentiam proportionis à suo quadrato, id est 12. qui est differentia quadrati 4. & ipsius 4. & exit

Tom. I V.

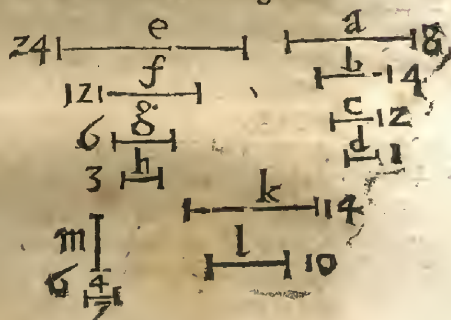
1  $\frac{1}{6}$ : aufer ex 2. relinquitur  $\frac{5}{6}$  aufer quadruplum 1  $\frac{1}{6}$ , quod est 4  $\frac{2}{3}$  ex 18. relinquitur 13  $\frac{1}{3}$  quod est sexdecuplum ad  $\frac{5}{6}$ .

Ex hoc etiam patet, quod seu maior maioris, vt hic seu minor habuerit rationem residui, id est partis quæ habet proportionem duplicatam, semper habebit ad minorem portionem minoris lineæ nunquam ad maiorem.

CAPVT XXXIII.

De duplici ordine quatuor quantitatum homologarum eiusdem proportionis ad duas alias.

Sine a b c d & e f g h homologæ, & in eadem proportionem, & sint duæ aliæ k & l eiusdem generis, & ex differentia a & d in m producat differentia productorum b in k & d in l, dico quod differentia productorum f in k & h in l, producat ex differentia e & h in eandem m. Et est generalis in similibus semper seruando rationem assumptorū. Nam quia b ab d vt f ad h, erit b ad f vt d ad h permutando, quare productorum ex b & f in k inuicem, vt productorum d & h in l inuicem, vtraque enim vt b ad f & d ad h, quæ se habent eodem modo: permutando igitur productorum b in k & d in l, vt f in k & h in l: quare & differentiarum veluti b ad f: at vt b ad f, ita differentia a d, ad differentiam e h. igitur diuisa differentia f in k & h in l per differentiam l h exibat m.

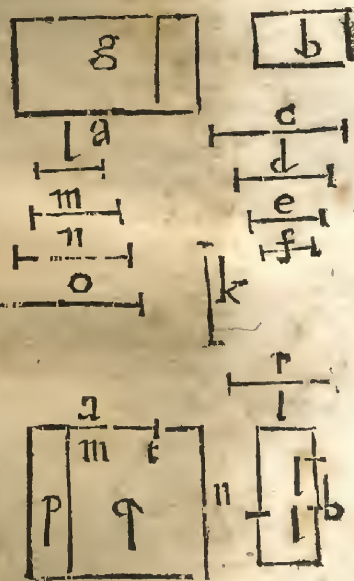


CAPVT XXXIV.

De triplici diuisione duarum quantitatum in mutuam reduplicatam.

CVmque propositæ fuerint duæ lineæ a & b possumus imaginari, vt diuidamus

vtamque, vt sit proportio mutua reduplicata: nam de recta superius locuti sumus. Et potest istud fieri per additionem eiusdem quantitatis ad vtramque quantitatem, sed vt fiat media proportio, & potest fieri vt eadē quantitas addatur & detrahatur ab vtraque, & residuorum proportio sit duplicata proportioni aggregatorum: & hæc tria hic docebimus demonstrantes solum: nam reliquorum sufficit docere operationem. Quartum autem est de quo postea agatur quod est difficillimum. Volo ergo diuidere a & b, vt sit proportio secundum



postea agatur quod est difficillimum. Volo ergo diuidere a & b, vt sit proportio secundum

N

dæ



Per 12. sexti  
Element.

da partis, b ad secundam partem, aut primæ partis a ad primam partem b duplicata iuxta proportionem datam inter c & statuo e f in continua proportionem cum c d, & duco d in a & f in b, & fiant superficies a & b, & detraho b ex a, & relinquatur g, & detraho f ex e & relinquatur k, & fiat superficies super k æqualis g, cuius latus sit l, & iuxta proportionem f e d c statuo l m n o, & duco l in b, & n in a, & fiant superficies a n, b l.

Per 44. primi  
Element.

Et rursus detraho b l ex a n, & sit p, cuius residuum sit superficies q, aufero etiam l ex o, & relinquatur r, & super r statuo superficiem æqualem q, cuius secundum latus constat esse rursus l per præcedentem: aufero l ex b, & relinquatur s & m aufero ex a, & relinquatur t. Dico ergo quod cum proportio ma d l sit vt c ad d, quod proportio f ad t est duplicata ei quæ est m ad l, seu c ad d. Nam

Per 1. secundum  
di Element.

ex demonstratis p sit ex l in b, & q ex l in r, igitur a n ex l in b r, igitur n ad l, vt b r ad a, sed n ad l, vt m ad l duplicata, igitur b r ad a, vt m ad l duplicata. Et vt c ad d pariter duplicata, constat autem b r ex l, s. r. autem cum l facit o ex supposito, nam r fuit differentia o & l, igitur b r sunt æquales ex communi animi sententia o f: igitur o f ad

Per 16. sexti  
Element.

a, vt c ad d duplicata. At o ad m vt c ad d duplicata, quia sunt in continua proportionem, igitur residui f ad residuū t, vt c ad d duplicata, quod propositum erat. Operatio autem brevis est, ponamus vt in exemplo c

Per 19. quinti  
Element.

24. d 12. e 6. f 3. a si 10. b 8. Duco d in a fit 120. duco f in b fit 24. detrahe

|  |  |       |
|--|--|-------|
| 24 ex 120. relinquitur 96.   | diuide 96. per 24. differentiam c & f, exit $4\frac{2}{3}$ quantitas l, igitur | 24    |
| ducendo l per e fit $36\frac{4}{3}$ , diuide per f exit $9\frac{2}{3}$ , quantitas m   |  | 12 10 |
| quæ est dupla ad l, vt c ad d, detrahe ergo $4\frac{2}{3}$ ex 8. relinquitur $3\frac{2}{3}$ , detrahe $9\frac{2}{3}$ , ex 10. relinquantur $\frac{6}{3}$ , proportio $3\frac{2}{3}$ ad $\frac{6}{3}$ , est quadrupla, & duplicata ei quæ est c ad d. |  | 6     |
|  |  | 3 8   |

Propositis ergo duabus lineis rursus a & b, quibus volo addere communem c, & detrahere rursus vt sit proportio residuorum duplicata ei quæ est aggregatorum. Duc differentiam quadratorum in se, & eius cape trigessimam sextam partem, cui adde tertiam partem producti vnus in alteram, & à radice totius aggregati, detrahe sextam partem differentie dictorum quadratorum, residuum est quæsitæ tertia quantitas, velut

cipio 5. & 4. differentia quadratorum est 9. eius quadratum 81. cuius  $\frac{1}{16}$  est  $2\frac{1}{4}$ , cui adde  $\frac{1}{3}$  producti 5. in 4. & est  $6\frac{1}{3}$ , qui est tertia pars 20. & fit  $8\frac{1}{3}$ , cuius à radice detrahe  $\frac{1}{6}$ , differentie quadratorum, id est  $1\frac{1}{3}$ , & relinquitur res quæsitæ R.  $8\frac{1}{3}$  m.  $1\frac{1}{3}$ . Igitur partes erunt  $6\frac{1}{3}$  m. R.  $8\frac{1}{3}$ , &  $5\frac{1}{3}$  m. R.  $8\frac{1}{3}$  residua scilicet: aggregata autem  $3\frac{1}{2}$  p. R.  $8\frac{1}{3}$ , & R.  $8\frac{1}{3}$  p.  $2\frac{1}{2}$ .

Rursus sint propositæ duæ lineæ, & sit vna 4. alia 3. volo addere communem quantitatem vtrique quod sit proportio aggregati media seu radix proportionis propositarum quantitatum: & est quasi conuersa præcedentis. Duco 4. in 3. fit 12 huius R. addo vtrique; & habeo intentum, proportio enim R. 12. ad 3. est velut 4. p. R. 12. ad R. 12. p. 3. nam 3. in 4. p.

R. 12. producit 12. p. R. 108. & R. 12. in R. 12. p. 3. nō minus producit idē 12. p. R. 108.

Ex hoc sequitur quod proportio binomij ad aliud binomiū alterius speciei potest esse quantitas potentia tantum rhete, velut si duco R. 3. in R. 12. p. 2. fit 6. p. R. 12. igitur 6. p. R. 12. est in proportionem R. 3. ad R. 12. p. 2. Et ita de recisis 6. m. R. 12. est in proportionem R. 3. ad R. 12. m. 2. & hoc propter communicationem, quia R. est media inter duos numeros, & numerus inter duas R.

#### SCHOLIUM.

Dico modo quod si partes binomiorum non sint commensuræ secundum eandem proportionem, quod si binomium binomio esset commensurum, aut recisum reciso, numerus esset commensus potentia tantum rhete seu longitudine alogæ. Et sint gratia exempli a b tripla d e & b c dupla e f, dico quod si tota a c esset commensura toti

$$\begin{array}{r} ab \quad gb \quad R48 \quad c \\ \hline dz \quad e \quad R12 \quad f \end{array}$$

d f, essent partes a b, b c inuicem commensuræ iteq; d e & e f. Nam vt demonstrauius supra, quia non est eadem omnium proportio, igitur vnus par ad partem vna maior altera minor, sit ergo minor b c ad e f, quam a c ad d f, & hæc minor quam a b ad d e, fiat vt a c ad d f, ita a g ad d e, commensurum est igitur a g d e, & fuit etiam a b cōmensurum d e, igitur a g g b cōmensuræ. Similiter b c cōmensura fuit e f & g e eidē, quia in proportionem a e ad d f, g c igitur cōmensura b e, quare g b ipsi b c fuerat etiam b a, igitur a b b c cōmensuræ sunt, quare etiam d e f. Non est autem necessarium (vt dixi) quod si partes sint commensuræ, vt totum sit toti cōmensurum vt dixi: neq; etiam si totum toti & pars parti, vt reliqua pars reliquæ parti, velut 10. & 9. sunt commensuræ, & R. 20. & R. 5. commensuræ, non tamen 10. p. R. 20. est commensurum 9. p. R. 5. aliter sequeretur quod 10. & R. 20. essent commensuræ, quod est absurdum.

Ex hoc sequitur quod binomio non commensura non possunt esse in proportionem numeri: possunt tamen esse in proportionem vnus simplicis quantitatibus.

#### CAPVT XXXV.

De sex proportionibus mutuis reduplicatis, quæ oriuntur ex additione vnus quantitatis ad vnā aliam, & duabus inutilibus.

Cum proposita fuerit vna quantitas, puta 2. possum addere illi aliam quantitatem, octoque modi proportionis reduplicatæ consurgent, quorum duo sunt inutiles: modi ergo sunt, vt quantitas addita ad propositum habeat duplicatam proportionem quam aggregatum ad additā. Secundus conuersus, vt aggregatum ad a d additam habeat duplicatam ad eam quæ est additæ ad propositum. Et idē ponam eos ordinatum in tabula. Prima igitur vtilium, duc 2. numerum propositum ad quadratum fit 4. & ad cubum fit, 8. & habebis 1. cub. æqualē 4 rebus p. 8.

1 Aggreg.



- 1 Aggreg. ad add. dup. add. ad prop.
- 2 Add. ad prop. dup. aggreg. ad add.
- 3 Aggreg. ad add. dup. prop. ad add.  
Propof. ad add. dup. aggreg. ad add. inn.
- 4 Aggreg. ad propof. dup. propof. ad add.
- 5 Propof. ad add. dup. aggreg. ad propof.
- 6 Aggreg. ad prop. dup. add. ad propof.  
Addit ad prop. dup. aggreg. ad prop. inn.

Secunda, duc 2. ad cubum, fit 8. accipe 8. quæ est 8. & accipe 8. 2. & ita habebis 1. cu. æqualem quadrat. 8. 2. & 8. & quadratum æstimationis est res quæ sita.

Tertia habet quadratum p. 2. pos. numero proposito æqualia 4. quadrato numeri propofiti.

Quarta habebimus cub. p. quad. 2. numeri propofiti æqualia 8. cubo numeri propofiti.

Quinta, duc 2. ad cubum fit 8. & habebis 1. cub. p. rebus numero propofito, scilicet 2. æqualia 8. & quadratum æstimationis est quantitas quæ sita.

Sexta habebimus quadratum æquale rebus numero propofito, id est 2. & numero quadrato numeri propofiti, id est 4. ut fit 1. quad. æquale 2. pos. p. 4.

Dico demum quod proportio confusa aggregati primæ & quartæ quantitatum omniologarum ad aggregatum secundæ & tertiæ earundem est veluti quadrati p. 1. detracta proportionem ad ipsam proportionem, ut aliàs demonstravi. Ex quo habetur confusa quarumlibet quatuor quantitatum rectè intelligenti.

## C A P V T XXXVI.

*De diuidendis duabus lineis æqualibus secundum proportionem mutuam reduplicatam datam.*

Stud docemus in arte magna. Sed ibi adnotanda sunt illa verba ex quibus totum negocium pendet: Rursus quod fit ex a b & a d in a b, & e f est æquale ei quod fit ex e f & e g in aggregatū a b & e f, quia ex supposito e f & e g, æquantur a b & a d, constat ergo a b quantitatem, & e f bis assumi, & cum hoc supponi a b & a d æquales esse e f & e g, ut primū potest supponi pro arbitrio, sed secundum non ita: eo tandē venitur ut duæ & duæ quantitates sint in eadē proportionem cū tertia. Et quod tertia illa scilicet a b & e f componitur ex secundis a b & e f. At duabus quibuslibet cōstitutis proportionibus, & manētibus duabus quātitatibus, licebit constituere communē illā quantitatem, & reliquas duas inuenire. Exemplū, sint datæ duæ quātitates a 6. b 3. & aliæ duæ c d sub. iungo ead a b in cōtinua proportionem, & facio f ad e, ut d ad c, & g ad f similiter, eritque g ad a, ut f ad b duplicata. Eo igitur peruenire oportet cum proportionem data loco æqualitatis. Constat etiā

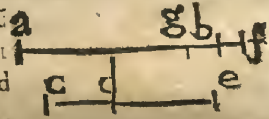
Tom. IV.

quod si proportio a ad c sit duplicata ei quæ est b ad d, quod hæ quatuor quantitates copulabuntur ad vnam.

## C A P V T XXXVII.

*De sex comparationibus quatuor quantitatum reduplicatæ proportionis.*

ET sint quatuor quantitates reduplicatæ mutua proportionem a b prima, c de secūda, d e tertia, b f quarta, dico quod duabus ex his notis sunt ut liquet sex coniugationes, & duæ harum neq; cum aggregatis per se notis notæ sunt, scilicet nota prima & quarta, vel secunda & tertia notisq; a f & e erat reliquæ quatuor notam faciunt quātitatē modo aggregatū



omnium notū sit. Sit ergo primū a b & c d nota, utpote a b 24.

c d 6. aggregatū a f & c e 47. tūc tūc is quod proportio de ad b f est, ut a b ad c d duplicata, igitur ut 16. ad 1. igitur d e & b f ad b f, ut 17. ad 1. at d e & b f sunt 17. igitur diuiso 17. per 17. habebis b f unum & d e sexdecim, nā d e & b f sunt 30. ut dixi, quia a b & c d sunt 30. & a f & c e 47. igitur residuum quod est d e & b f est 17.

Sit rursus b f 1. d e 16. aggregatū a f & c e, 47. igitur a b & c d sunt 30. & proportio a b ad c d, ut 4. ad 1. & ab c d ad c d, ut c ad 1. diuide 30. per 5. exit 6. & tāta erit c d & a b 24.

Proponatur modo a b & d e notæ 40. totū, ut prius 47. & sit primo nota b f, & sit 1. & c d 6. ponam a b 1. pos. erit tertia in proportionem  $\frac{1}{6}$  quad. duc in b f, fit  $\frac{1}{6}$  quad. diuide per c d, exit  $\frac{1}{36}$  quad. igitur  $\frac{1}{36}$  quad. p. 1. pos. æquantur 40. & 1. quad. p. 36. pos. æquantur 1440. & ita rei æstimatio est 24. cuius quadratū est 576. & eius pars trigesima sexta 16. seu detracto 24. à 40. relinquitur idē 16. Supponatur modo ab nota 24. d e 16. totū 47. erit reliquum aggregatum c d & b f 7. ponatur c d 1. pos. erit tertia in proportionem  $\frac{1}{24}$  quad. duc  $\frac{1}{24}$  quad. in 16. fit  $\frac{1}{3}$  quad. diuide per a b, id est 24. exit  $\frac{1}{72}$  quad. æquantur igitur  $\frac{1}{72}$  quad. p. 1. pos. ad 7. Igitur 1. quad. p. 36. pos. æqualia 252. & res est 6. & est c d residuū est 1. b f. At modo si ponatur c e 22. nota ita ut c d sit b & d e 16. & a f 25. Ponemus ut in tertio casu a b 1. pos. erit tertia in proport.  $\frac{1}{6}$  quad. Igitur si  $\frac{1}{6}$  quad. producit 6. quid producet d e quæ est 16. duc 6. in 16. fit 96. diuide p.  $\frac{1}{6}$  quad exit  $\frac{576}{1}$  quad. hoc ergo cum 1. pos. iunctū efficit 25. igitur 25. quad. æqualia 1. cub. p. 576.

Et hoc non continetur in capitulo. Sed quia in hoc casu supponimus numerum quadratorum esse 22. quia c e & æstimatio est c d 6. cuius cubus 216. qui cum 576. efficit 792. & hoc est æquale 22. quadratis, nam 22. in 36. efficit 792. Et supponimus a g numerum quadratorum, id est 22. & a b rei æstimationem, & quod ex b g in quadratum a b fiat 576. habebimus 1. cub. æqualem 22. quad. p. 576. Et hoc habet capitulum. Sed res non redit ad idem, nam æstimatio rei est minor 24. quia si esset 24. cubus esset æqualis 24. quadratis, igitur

M m 2 22. qua

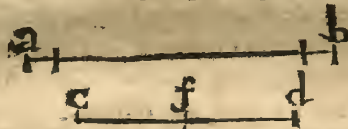


22. quadratis & duplo vnus quadrati, at unum quadratum est 576, igitur erit æqualis 22 quadratis, & 1152 nō ergo 22 quadratis p̄ 576 solum. Et similiter notis a b & b f, & noto aggregato c e incidimus in eiusdem difficultates.

## CAPVT XXXVIII.

*De confusa quantitatum mutuarum in porportionione reduplicata comparatione.*

**E**T ponamus ut sint duæ lineæ a b & c d, diuisæ in e & f, & sit porportio f d ad c b, uelut a ead c f duplicata, & sint e f secunda & c b quarta æquales & notæ, & totum aggregatum erit etiam notum. nam in hoc casu porportio aggregati primæ & quartæ, id est a b ad aggregatum secundæ & tertiæ, id est, c d est ut quadrati porportionis p̄. 1, ad porportionem ipsam itidem p̄. 1, uelut sit a b 15, c d 9, diuido 15 per 9, exit 1  $\frac{2}{3}$ , & hoc est quadratum porportionis p̄. 1 in cōparatione ad 1 pos. p̄. 1, quare cū 1 pos.



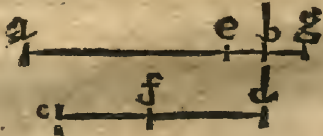
p̄. 1, hic habeat locum unius, erit ut ponamus 1 p̄. 1 pos. & ducamus p̄. 1  $\frac{2}{3}$ , sit 1  $\frac{2}{3}$ , pos. p̄. 1  $\frac{2}{3}$  æqualia 1 quad p̄. 1, igitur 1 quad. æquatur 1  $\frac{2}{3}$ , pos. p̄.  $\frac{2}{3}$  ergo res est  $\frac{4}{3}$  p̄.  $\frac{5}{6}$ , quod est 2, & porportio erit dupla, pone igitur 1 pos, detrahe ex 9, sit 9 m. 1 pos. & ita etiam quia secunda est æqualis quartæ, erit 15 m. 1 pos. dupla etiam 9 m. 1 pos. & 18 m. 2 pos. æqualia 15 m. 1 pos. & 15 p̄. 2 pos. æqualia 18 p̄. 1 pos. igitur res est 3. Ideo in hoc casu tres quantitates necessariò sunt in continua porportionione.

## CAPVT XXXIX.

*De diuidendis duabus lineis notis secundum porportionem mutuum reduplicatam iuxta partes datas.*

**H**Oc capitulum est pars duorū superiorū: & ex eo habetur capitulum generale cubi & numeri æqualium quadratis: nam propositis, gratia exēpli, 1 cu. p̄. 16. æquali-

Cap. 26, & 27.



bus 9 quadratis, proponā lineam a e 9, & quærā æstimationem 1 cu. æqualis 9 quad. p̄. 16 quæ sit a b, igitur nota b e, addā b g æqualem b e, ergo a e, a b, a g, c b, b g, e g, c d æqualis a e omnes notæ. Propositū igitur est diuidere c d in f, ut sit f d ad b g duplicata ei quæ est a b ad e f, qua inuenta cum cubus e f, additis 16 ex supposito sit æqualis corpori ex c d in quadratum c f, quoniā totū est æquale suis partibus: & d e sit 9, & quod sit ex d f in quadratū c f 16, nam tantum sit ex b g in quadratū a b: igitur 9 quadrata-

e f æquatur cubo p̄. 19. Vt ergo diuidamus c d iuxta hoc noscere oportet ordinē eorū quæ dicta sunt supra, scilicet quod quāitates a b, c f, f d & b collo cātur hoc ordine, ut sint mutua reduplicata: alio ut sunt in cōtinua porportionione cum una & eadē, scilicet a b prima, f d secunda, c f tertia, b g quarta, prima & quarta manēt in utroque ordine, sed secunda & tertia mutantur, nam c f est in reduplicata secunda, & f d tertia, in recta f d est secunda, e f tertia.

Proponantur rursus notæ h, a b & c d, & sint partes cōstitutæ e a, e b, f c, f d, quarum una si nota esset palā est ob cōtinuā porportionem quod essent omnes notæ, sed si solæ h, a b & c d, palā est quod erunt notæ partes per Artem magnā deueniendo ad capitulū cubi rerū & quadratorum æqualiū numero. Ex qua peruenies ad cognitionem partium propositarum, ut si h ponatur 4 a b 6 m. p̄.

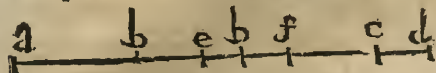
Cap. 19, & 20. Regula secunda

12 c d 12 m. 1. Et partes se habebunt, ut uides. Est autem porportio 1 ad 4 m. 1. 4 m. p̄. 12 æ 12 duplicata ei quæ est 2 ad 12. 12 m. 2, & caue ne te confundas. Dico etiā quod si cubus & 24 sint æquales 8 quad. & sit c d numerus quadratorū scilicet 8, ut sit a e æqualis c d, sciemus c b & b g, & erunt posita c b 1 quad. & b g, 1 cu. p̄. 8 pos. æqualia 2. 24 numeri propositi, & tam c b quā b g erūt quadrata æstimationis. Quia ergo notæ c b, b g, & per duo supposita nota, scilicet quantitatē c d seu a e & numerū æquationis, id est 24, & hic producit ex supposito ex f d in quadratū f c & f d & f e habent necessitatē saltē alternā, quia dū c d & a c sunt 8, & numerus qui producit 24, uariatur ut sit 20 aut 22 aut 25, tunc uariatur quātitas rei, & quadratū eius e b, b g, igitur proposita quantitate c d uel a e quāitates e b seu b g habent connexionē cū c f & f d: & quia si nō supponeretur numerus 24, haberetur ex partibus c f & f d, ducēdo f d in quadratum f c, fiet ut inuenta e b contraria ratione necessaria sit cognitio diuisionis c d in f. Nam cum proposuerimus c f, f d cognitæ per duo consequentia ad illa quæ sunt aggregatum earum, & productū d f in quadratum f c, consequimur duas alias a e & c b seu b g, igitur per a e, c b seu b g, & duo consequentia & sunt a b, b g & productū g b in quadratum a b cum uno ex tribus c f, f d, c d, inueniemus reliqua duo. At c d nota est semper ex supposito cum sit æqualis a e igitur c f & f d. Si ergo ponatur productum g b in quadratum a b 20, & c f duo erit f d 5, diuiso 20 per 4 quadratum 2, & si f d ponatur 5, erit c f 4, id est, 2 nā diuiso 20 per 5 exit 4, manifestū est ergo quod c f, f d & c d habēt consequentiā ad a b seu a e & e b seu b g. Concludo quod supposita cognitione a b, b g, quæ sēper habetur necessaria est cōnexio cum c f & f d, quia c d est differētia a b b g quæ nō esset, si c d nō esset illa differētia, sed solū 1 cub. p̄. 24 æquaretur 8 quadratis, & esset nota a b, & b g, ex quarum ducta b g in quadratū a b, fieret 24, sed c d nō esset 8, nec æqualis differētia a b & b g. Proponatur ergo linea a d nota, & est reia- æstimatio cubi æqualis quadratis numero a c, &



# Cap. XXXIX. De diuidendis, &c. 413

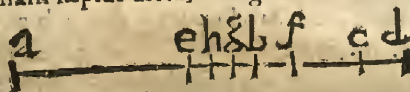
& numero æstimationis proposito qui fit ex c d in quadratum a d, & nota est ex hoc



c d. item nota est quia est differentia a d & a c numeri quadratorum atque notarum, iam verò a d diuisa est bifariam in a c, c d notas, & a b & b d ignotas, quærendum est igitur an ex notis a c, c d ( quia habent connexionem ) haberi possint a b & b d, & erit quæsitum notum. Secundo an data diuisione in b magnitudo c d constituatur itemque a c. Et differt à præcedente quoniam per a e, c d in præcedente, & positione quærimus quantitatem b d, & ea habita cognoscimus c d, b c & ita a b & quæsitum. In hoc autem secundo constitutis a b, b d & habetur quantitas a d etiã & est res & eius quadratū etiã notum erit, ex quibus quærimus quantitatem a c id est numeri quadratorum & quod fit ex c d in quadratum a b & est numerus æstimationis qui cum quadratis numero a c æquatur cubo a d. Tertio quæritur quam rationem habet incrementum c d in comparatione ad b c quia b c ad c d est duplicata ei quæ est a d ad a b ex supposito si ergo e d certa & data quantitas statuatur quo minor erit a b eo maior erit b c residuum, supponitur autem minor c d quàm a b, maiorem autem oportet esse proportionem b c ad c d quàm a d ad a b, quia duplicatam, igitur incrementum a b an semper augeat proportionem b c ad c d supra proportionem a d ad a b an minuat: nam de æqualitate certum est quod non: & an varietur hæc ratio mutata quantitate c d hoc igitur & quomodo fiat certè est considerandum, loquamur igitur de secundo, quia est facillimum cum enim data sit a d & a b, data erit tertia linea quæ sit data, igitur proportio partium a d, ad d e diuise a e, & data b d in diuise, ergo poterit diuidi vt a e d ad d e, seu ad e, & diuisio illa cadet in c, cum igitur proportio a d ad e data sit, erit & b c ad c d, data est autem b d data ex supposito igitur vtraque earum b e, c d data quoderat demonstrandum, nam data b c cum sit data a b, erit data a c numerus quadratorum. Cumque sit data a d, erit illius quadratum datum: & quia c d data erit productum c d in quadratum a d datum, is autem est numerus æstimationis quæsitus. Inueniamus etiam primum vt facilius & proponamus a d 10. d c 1. erit ergo numerus 100. & sit b d 1. pos. & a b 10. m. 1. pos. cuius quadratum est 1. quad. p. 100. m. 2. pos. quod diuisum per a d relinquit  $\frac{1}{10}$  quad. p. 10. m. 2. pos. hæc est tertiæ quantitas quæ ducta in b c, producit quantum a d prima in c d quarræ quod productum est 10. Quia ergo b d est 1. pos. & c d 1. erit b c 1. pos. m. 1. igitur productum tertiæ quantitatæ est  $\frac{1}{10}$  cu. p. 10. pos. m. 2. quad. m.  $\frac{1}{10}$  quad. m. 10. p. 2. pos. & hoc totum est æquale 10. Quare reddendo vicissim fient  $2\frac{1}{10}$  quad. p. 20. æqualia  $\frac{1}{10}$  cu. p. 12. pos. & 1. cu. p. 120. pos. æqualia 21. quad. p. 200. & erit cu. æqualis 27. rebus p. 46. & idè est in parte nota. Pro tertio oportet præsupponere primū quod si a d sit diuidenda, sicut propor-

Tom. IV.

tio ipsius a d a b sit vt b c ad b d, erit c a, cū maxima fuerit æqualis radici octupli quadrati a d dempto duplo a d. & tunc si a e est minima, erit c d maxima. Et rursus cū fuerit proportio b c ad c d, vt quadrati ad quadratū a b non poterit esse c d maior in comparatione ad a d, quàm vt statuatur tertia pars a c æstimatio cubi p. vnus rei æqualis quartæ parti quadrati a d. Et hoc pendet ex demonstratis in libro de Proportionibus. Exemplū constituta ad 10. erit tertia pars a e æstimatio cubi & rei æqualis 25. qui est quarta pars 100. quadrati 10. erit ergo tertia pars a c  $\frac{25}{10}$ . v. cu.  $\frac{25}{10}$  p. 12  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{25}{10}$ . v. cu.  $\frac{25}{10}$  m.  $\frac{25}{10}$  12  $\frac{1}{2}$ , vnde tota a c erit  $\frac{25}{10}$ . v. cu. 113917.  $\frac{1}{10}$  p. 337  $\frac{1}{2}$  m.  $\frac{25}{10}$ . v. cu. 113917. m. 337  $\frac{1}{2}$ , & c d erit residuum. Considerandū est ergo quod supposita c d minore problema potest componi, quia primum proportio quadrati a d ad quadratū a b, quanto minor est a b, tanto maior est in comparatione ad proportionem b c ad c d, tum quia a d est maior b c, tum quia sumimus proportionem quadratorum in primis, & linearum in secundis. Et idè cum augetur a b minor fit differentia proportionis quadrati a d ad quadratum ab ad proportionem b c ad c d. Et quia rursus necesse est, vt proportio quadrati a d ad quadratum a b sit maior proportionem b c ad c d: quia b c poterit esse minor c d, quia c d data est, quadratum autē a d semper est maius quadrato a b, cum sit totum ad partem comparatum: crescit ergo proportio b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratum a b, donec fiat ei æqualis, inde fit maior, & rursus vt dixi minor, ergo rursus fiet æqualis, & hæc est causa duarum æstimationum, oportet igitur inuenire maximam proportionem b c ad c d in comparatione quadrati a d ad quadratū a b. Quia ergo maximum parallelepipedum a e fit ex b c in quadratum a b, cum a b fuerit dupla b c, igitur tūc maxima erit proportio eius ad parallelepipedum c d in quadratū a b, quare tum minima proportio quadrati a d ad quadratū a b in comparatione b c ad c d. Et ita si sumantur duo puncta e & f, ita vt ce in quadratum e a vel c f in quadratū f a efficiant parallelepipeda singula æqualia parallelepipedo c d in quadratū a d, tunc punctum b erit inter e & f, sed non æqualiter distabit. Sed quia hoc est generale seu a e sit differentia a d & c d, seu quævis alia quantitas: Idè oportet hoc inuenire ex proprietate differentiarum coniuncta cū generali ratione dicta: & ratione secundæ æstimationis inuenta per primam sapius dictā, sit ergo a d, d e data &



punctū in a c maximæ proportionis b c ad c d in comparatione a d quadrati ad quadratum a b. b. & sit ce in quadratum e a datum, vt sit æquale d e in quadratum d a, & sit æstimatio data c e in quadratum a e, vt dixi necessariò e a, dico quòd data est a f similiter, & quod b est inter e & f, hoc enim est demonstratum. Tertio dico quod b f est minor b e, ita vt semper f sit proximius b quam ipsum e. Cum igitur ex ratione inuentionis secundæ æstimationis per primam

Mm 3

ex



ex tota a c numero quadratorum oporteat detrahere a e primo inuentam æstimationem & residuum scilicet e c, ducere in a e cum quarta parte e c, quæ sit e g, vt ducatur e c in a g, & sumptum fuerit latus potens in illam superficiem, id est media inter e c & a g, & ei addita dimidia c e quæ sit f h, & conflabitur a f ex supposito, igitur h a est media inter e c & a g, ex his quæ dicta sunt, dico igitur quod f non poterit esse in a b, quia si esset inter e & b productum esset maius productum e c in quadratum a e, & si esset inter a & e esset minus. Similiter si supponerentur c b & b f æquales, minus esset productum c f in quadratum f a quàm c e in quadratum e a, ergo cum, vt demonstratum, quanto c prior est b, tanto productum c e in quadratum e a est maius, igitur si debet minus quia in æquali distantia erat maius, necesse est vt e b sit maior b f, quod erat demonstrandum. Dico modo quod tota consideratio est in hoc, quia c d quæ assumpta est, variatur iuxta productum c f in quadratum f a, gratia exempli, & est numerus æstimationis, sed non sumitur à partibus c a, verum à tota solum, & ideo sumitur c a pro diuisione. Si autem sumeretur pro diuisione velut in

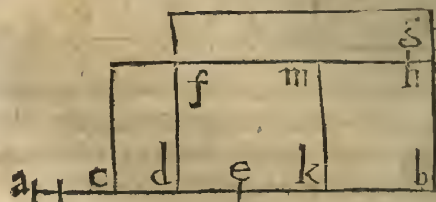


e, vel b, vel f, non sumitur e a, vt differentia c d & d a. Et iuxta hoc si dicam posita, a b, volo eam diuidere sic vt cubus a c sit æqualis ei quod fit ex a b in quadratum b c: deuenies ad cubum & res æqualia numero. Et eodem modo si posita a b, b c velis diuidere a c in d, vt cubus a d sit æqualis ductui seu parallelepido a b, b c, c d peruenies ad 1. cu. & res æquales numero & in ambobus supponitur quod latus cubi sit differentia laterum parallelepidi, adeo vt hic haberemus intentum, sed hic deficit vnum scilicet vt sit parallelepipedum & non cubus.

Similiter notum est quod cum fuerit posita a b, quam velim diuidere in c, vt mutua parallelepipeda sint decem gratia exempli, possum inuenire parallelepipedum ex b c in quadratum c a: quia diuisis decem per a b exit productum a c in c b notum: quare partes a c, c b, igitur productum c b in quadratum a c notum erit. Et ponatur quod sit R. cub. 10. mutuam & a b sit 10. gratia exempli, erit productum a c in c b R. cu. 100. quare a c 5. p. R. v. 25. m. R. cu. 100. & c b 5. m. R. v. 25. m. R. cu. 100. Inde habebis productum vt dixi. Et demonstratum est etiam quod eiusmodi producta sunt in proportionem partium a e ad c b.

Et rursus, quia demonstratum est quod diuisa quauis linea puta a b quomodolibet in c proportio parallelepipedorum mutuorum est vt partium: & differentia illorum est parallelepipedum a c in c b in differentiam a c & c b, sic igitur medium a b punctum e, erit ergo solidum a c in quadratum c b maius solido b c in quadratum a c solido dupli

c e in superficiem c h. sit k b æqualis, a c erit ergo solidum a c in quadratum c b



æquale solidis cubo b k, & a e in quadratum c k, & parallelepido a e in duplum c k in k b, quare cum a c sit æqualis k b, erit solidum a c in quadratum c b æquale solidis duobus, vni quod constat ex a K, K c in quadratum k b, alteri quod constat ex a c in quadratum c k, solidum verò c b in quadratum a e seu k b est commune ei quod fit ex b c in quadratum a c, quoniam a c est æqualis k b, & a k æqualis b c, igitur solidum a c in quadratum c b excedit solidum b c in quadratum a c, in eo quod fit ex c K, in quadratum c a & a c in quadratum c K. hoc autem est æquale ei quod fit ex duplo c e in superficiem c h. Quod enim fit ex a c in quadratum c K, & c K in quadratum a c, est æquale ei quod fit ex a K id quod fit ex a e in k. Dico ergo quod hoc est æquale ei quod fit ex duplo c e in c h. Id est vt proportio c h ad c m sit velut a K ad duplum c e. nam c h ad c m est vt c b ad c k: c k autem est duplum c e, & a K æqualis c b, quia a c est æqualis K b, igitur per demonstrata ab Euclide proportio c b ad c k, vt a K ad c e, quod fuit propositum.

Ex quo patet maximum futurum discrimen parallelepidi a c in quadratum c b ad parallelepipedum b c in quadratum c a, quod est proportio c e differentie ad d e, differentia fuerit maxima in comparatione tetragoni partium rectanguli d g ad tetragonum rectangulum c h. Quo fit vt tale parallelepipedum sit maximum, cum proportio c K ad a c furit maxima in comparatione quadrati a e ad c h, at proportio quadrati a e ad c h est vt quadrati a c ad quadratum a e detracta proportionem confusa quadrati a e ad quadratum c e. hæc autem duplicata ei quæ est a e ad c e. Maxima igitur differentia parallelepipedorum, quoties proportio differentie partium ad dimidium quantitatis fuerit maximè propinqua proportioni quadrati dimidij ad seipsum detracta duplicata eiusdem dimidij ad dimidium illius differentie, nunquam autem potest esse ei æqualis. Et deducta ad numerum si a b ponatur 12. erit a e 6. & a c 6. m. 1. pos. c b 6. p. 1. pos. & 1. cu. p. 108. æqualis 36 pos. & hoc esse non potest, igitur non potest æquari proportio, vt ergo inueniamus maximum quod potest produci oportet vt inueniamus numerum quem producit 24. in R. 12. tertiæ partis, & producit R. 69 12. Et hic est numerus maximus: ideo quæ res R. 12. scilicet tertiæ partis 36. igitur a c est 6. m. R. 12. & b c 6. p. R. 12. & parallelepipedum R. 27648. & est ferme 166. & partes quasi 9 1/3 & 2 1/3 & ideo in proportionem, 24. diuisum in 19. & 5. Et hoc non est mirum, sed quod mirum, est,

Per 5. secundum  
di Elem.

Ex 143. Pro  
pos. lib. 12  
Proport.  
Per 1. secun  
Elem.  
Per 7. quinqu  
Elem.



est, est quod cum parallelipedum c K in c h non sit annexum alteri aliorum, nam possum scire quoduis illorum ignorato parallelipedo c k in c h, & scire c K in c h, incognito utroque aliorum sicut etiam de parallelipedo a b in c h, hoc tamen sit notum aliud autem non. Et idè id accidit, quia a b supponitur nota, sed c h præsupponitur incognita, est tamen magnum problema.

Iam verò habemus secundum modum principalem inuentionis capituli cubi, & numeri æqualium numero rerum. Posito enim quodd velim scire 1. cub. p. 64. æquandum 36. rebus, ponam a b duplum  $\frac{1}{2}$ . 36. & erit 12. & duplicando 64. fit 128. & quæram diuisionem a b in c vt ex a b in c h fiat 128. igitur diuiso 128. per a b, quæ est 12. exibat c h  $10\frac{2}{3}$ , quare a c erit 6. m.  $\frac{1}{2}$ . 25  $\frac{1}{4}$ , & c b 6. p.  $\frac{1}{2}$ . 25  $\frac{1}{4}$ . Est autem diuisa b a in e per æqualia & propositum est diuidere eam rursus in d per inæqualia, vt sit proportio a e dimidij a b ad d e dimidium differentie d b & d a, velut d g ad c h, tunc enim erit parallelipedum ex d e in d g 64. & duplum d e in d g 128. quemadmodum propositum est. Et ita proposito quouis numero qui possit produci ex 36. diuiso in duas partes, ita vt ex vna in duplum  $\frac{1}{2}$ . alterius fiat ille numerus: seu simpliciter in  $\frac{1}{2}$ . alterius producat dimidium numeri propositi. Et ita habebimus capitulum generale constat autem in hoc casu quod a d erit 4. d b 2. & d g 32. & cum d e sit 2. erit duplum d e, quod est 4. in d g 128. parallelipedum sensu inuentum, sed hoc oportet inuenire ratione, habemus ergo datam a b diuisam per æqualia in e, & per inæqualia in c cognitæ partes, & volumus diuidere eam in d, vt sit proportio d a ad c a, ad eam quæ est c b ad b d in proportionem a e ad e d.

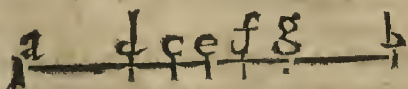
recisum simile binomio d g, vt ex eo in productū d g fiat numerus, idè erit si c e ponatur numerus & d c  $\frac{1}{2}$ . Interest hoc solum an  $\frac{1}{2}$ . sit maior numero an minor. Et in hac constitutione nō potest d e esse recisum, quia oportet assumere quantitatem maiorem d e, & ita essemus extra casum regulæ & problematis. Semper ergo d e est binomium. Et ponamus d e 3. p.  $\frac{1}{2}$ . 5. & erunt res 32. æquales cubo p. 24. & a e  $\frac{1}{2}$ . 32. & similiter si d e sit 3. m.  $\frac{1}{2}$ . 5. sed non erit 3. contentum in d e. Idem dico cum 1. cu. p. 12. æquatur 34. rebus, & est æstimatio 3. p.  $\frac{1}{2}$ . 7. & 3. m.  $\frac{1}{2}$ . 7. nam non potest verari nisi in binomio: sed est aliud cum 1. cub. p. 8. æquatur 18. pos. nam res est  $\frac{1}{2}$ . 6. m. 2. & non potest contingere in binomio: igitur prima duo exempla sunt idonea. Et quia in his addere oportet aliquem numerum qui ductus in  $\frac{1}{2}$ . totius producat numerum æquationis, & manifestum est, quod non potest esse  $\frac{1}{2}$ . neque binomium neque recisum, non enim conficeret numerum, ideo oportet vt sit numerus, nos autem iam supponimus hic esse quadratum. Proponamus ergo a e 8. & quadratum illius sit 64. numerus rerum: & sit vt addendo 17. fiat alius quadratus, scilicet 81. cuius  $\frac{1}{2}$ . quæ est 9. ducta in 17. additum faciat 153. erit igitur 1. cu. p. 153. æqualis 64. rebus, & rei æstimatio  $4\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{4}$ . 3  $\frac{1}{4}$ , id est dimidium  $\frac{1}{2}$ . totius p.  $\frac{1}{2}$ . differentie numeri æquationis, &  $\frac{1}{4}$  numeri aggregati. Erit ergo posita c e  $\frac{1}{2}$ . 3  $\frac{1}{4}$ , & c d  $4\frac{1}{2}$  ad  $3\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ . 3  $\frac{1}{4}$ , & d b  $12\frac{1}{2}$  p.  $\frac{1}{2}$ . 3  $\frac{1}{4}$ , & d g 9. p.  $\frac{1}{2}$ . 13. Et productum a d in d b  $40\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ . 26  $3\frac{1}{4}$ , hoc ergo ductum in d e scilicet  $4\frac{1}{2}$  p.  $\frac{1}{2}$ . 3  $\frac{1}{4}$  fit 153. Possimus ergo diuidere etiam 64. in duas partes, ex quarum vna in  $\frac{1}{2}$ . alterius fiat 153. & quia  $\frac{1}{2}$ . illa est res, & est d e, ducemus d e in se, & fit  $23\frac{1}{2}$  p.  $\frac{1}{2}$ . 26  $3\frac{1}{4}$ , igitur reliqua pars est  $40\frac{1}{2}$  m.  $\frac{1}{2}$ . 26  $3\frac{1}{4}$ , ecce quod res redit ad idem. Ex d g igitur in productū a d in d b fit 306. quo diuiso per 16. exit  $19\frac{1}{4}$ , igitur partes erunt 8. p.  $\frac{1}{2}$ . 44  $\frac{7}{8}$ , & 8. m.  $\frac{1}{2}$ . 44  $\frac{7}{8}$ . Reducuntur ergo hi duo modi ad vnum, velut si sit numerus rerum propositus a b, & g numerus æquationis, & seu diuiseris a b in quadratum b c, vt latus eius b d in superficie d a faciat g, seu addideris b c superficiem ad a b, vt tota a f fiet quadrata & latus eius a e in additam b e producat g, sient notæ æstimationes, in prima quidem latus b d, in secunda dimidium a e addito aut detracto latere differentie dodrantis a f, & superficiem a b propositæ. At quoniam a e in c b est æquale g, & b d in d a æquale eidem g, erit a e in c b æquale c d in d a, e a igitur ad c d, vt a d ad c b, at a e maior est c d, ergo a d maior e b, cumque b c & a f quadratæ sint, erit a d æqualis d f, igitur d f maior c b, quod esse non potest: non potest igitur diuisio vna esse.

Oportet igitur vt sit superficies a b  
Mm 4 æqualis

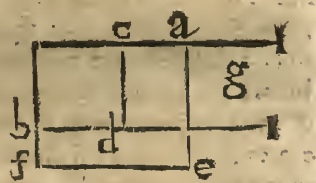
## C A P V T XL.

De tribus necessariis qua præmittere oportet ad inuentionem.

SI ergo d e supponitur res, non potest esse numerus, & a d radix, quia esset a b tota  $\frac{1}{2}$ . & non numerus propositus, neque radix, quia a d esset recisum b d binomium, & produceretur numerus simplex aut compositus cum radice per m. vel p. igitur ductus in d e  $\frac{1}{2}$ . fieret binomium aut recisum, aut  $\frac{1}{2}$ . igitur numerus æquationis non esset numerus. Pari ratione non potest d e esse binomium aut recisum tertie nec sextæ speciei, qua non potest esse  $\frac{1}{2}$ . simplex. Rursus proponatur d e binomium, & sit d c numerus, & e f æqualis e c & e g æqualis,

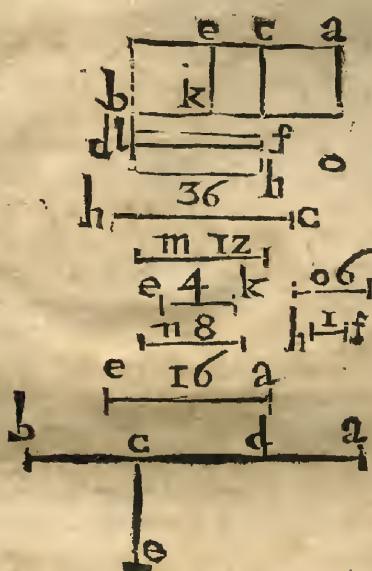


e d, erit ergo f g numerus, & c f  $\frac{1}{2}$ . ex a d ergo reciso in d b binomium oportet vt fiat





æqualis numero rerum eiusmodi, ut b e pars quadrata sit, cuius latus e k in k a sit æquale g numero æquationis, & rursus sit c d æqualis a b, cui desit ad complendum quadrata



tum superficies h d, ita ut ex c h rursus in h d fiat idem g, & b erit in utroque casu nota res: scilicet in primo e k, in secundo dimidium c h cum e a quæ potest in superficiem fl posita l c, dodrante l c. Quia ergo h c ad e k est ut a k ad d h, erit h c ad e k duplicata ad proportionem mediæ a e k ad mediam inter h c & h f. Sit igitur m media inter h c & e k, igitur h c ad m, ut mediæ inter a e k, quæ sit n ad mediam inter h e h e f, quæ sit o, igitur h c ad m, ut n ad o. Et erunt tres ordines coniuncti ad duo extrema e k, n, e a, e k, m, h c, & h c, o, h f.

Et rursus cum dixerit quis diuisa b in c, & fuit c d differentia partium, ex qua in c e mediam inter partes producit f: dico quod habeo 1. quad. quad. p. quarta parte quadrati f æqualia quadratis numero, quadrati dimidij a b, & ideo f non potest excedere quadratum dimidij a b, seu quartam partem quadrati a b, velut si a b sit 8. e b, f b, b a, b c, b o, 1. quad. quad. p. 9. æqualia 16. (quadrato 4. dimidij a b), quadratis scilicet: quare res erit 32. v. 8. m. 32. 55. & duplum eius, id est 32. v. 32. m. 32. 880. erit quantitas c d differentiarum partium. Et ideo problema est ut cum sciam quantitatem a b, & modum inueniendi productum ex c d in c e, ut sit æquale f, si inuenero modum ut ex c d in productum b c in a e, quod est quadratum c e, fiat idem f, inuentum erit capitulum. Sed variantur partes scilicet c d & c e in vno & altero problemate.

Rursus cum ex c d differentia partium in productum a c in a b sit f, & b c sit æqualis a d erit ut ex a c in a d, & post productum in c d fiat f, ergo si c d esset media proportionis inter a c & a d, esset a c diuisa in d secundum proportionem habentem mediū & duo extrema: & si productum sic esset, esset c d 32. cu. f, & quoniam productum a c in a d, est semper in aliqua proportionis cum quadrato c d, vel maioris vel minoris, & ea sumitur in æquali proportionis semper a b 1. quad. p. numero rerum lineæ diuisæ

æqualibus quadrato eiusdem: aut 1. quad. p. quadrato numeri lineæ diuisæ æqualibus rebus in triplo numeri rerum ut si linea diuisa sit 10. habeo 1. quad. p. 10. rebus æqualia 100. vel 1. quad. p. 100. æqualia 30. rebus, & æstimatio semper erit eadem. Et si quadratum c d sit duplum aut triplum productum a c in a d habebimus, id est quad. p. multiplic. eiusdem numeri rerum æqualia multiplicata quadrati eiusdem numeri, aut 1. quad. p. quadrato numeri eiusdem lineæ diuisæ æqualia rebus ductis per conuersum proportionis p. 2. Exemplum in quadrupla proportionis antea fuit 1. quad. p. 10. rebus æqualia 100 vel 1. quad. p. 100. æqualia 30. rebus, hic habeo 1. quad. p. 40. rebus æqualia 400. vel 1. quad. p. 100. æqualia 60. rebus, qui numerus producit ex 4. numero proportionis, & 2. assumpto ex regula. Et res seu æstimatio est eadem, vel si productum fuerit multiplex quadrato, assumemus contrario modo, vel 1. quad. cum rebus sumptis secundum illam partem æqualia parti eidem quadrati lineæ diuisæ: vel 1. quad. p. quadrato eiusdem lineæ diuisæ æqualia rebus duplo p. proportionis eadem lineæ diuisæ: & res redit ad idem. Et exemplum est clarum.

Ex quo tandem patet quod assumpta a b, ut in præsentis capitulo, quæ sit 12. & ex c d differentia in productum a c in c b fiat 8. habemus 1. cu. p. 4. æqualia 36. pos. hoc enim demonstratum est: Ergo a c erit diuisa in d, eo modo ut ex a c in a d inde in d c fiat 8. & rei æstimatio erit dimidium c d: ergo c d duplum æstimationis, & residui dimidium a d vel b c, si ergo c d esset 32. cu. 8. id est 2. erit d a 32. 5. m. & c a 32. 5. p. 1. & ideo tota a b 32. 20. Si quis ergo dicat fac ex 32. 20. duas partes, ex quarum ductu rectanguli earum in differentiam sunt 8. habebis partes b c 32. 5. m. 1. c a 32. 5. p. 1. productum, quarum est 4. quod ductum in c d, quæ est differentia, & est 2. producit 8. Et habebimus 1. cu. p. 4. æqualia 36. rebus. Et fundamentum a b est potentia tantum recthe. Si ergo 1. cu. p. 6. æquatur 7. rebus res potest esse 1. & 2. ut palam est. Ergo si c d ponatur 2. habebimus posita d a 1. pos. 2. quad. p. 4. pos. productum a c in a d, & in e d æqualia 6. & erit a d 1. Et si ponatur c d 1. habebis 1. quad. p. 1. pos. æqualia 6. igitur a d est 2. quando ergo c d est 2. da est 1. & quando c d est 1. da est 2. Sed supposita prima ratione quod ex a c, c d, d a in continua proportionis fiat 8. & c d sit 32. cu. 8. scilicet 2. si ergo c d quadratum esset quadruplum rectangulo a c in a d hoc habet rationem hoc modo, quod enim sit ex a c in a d est æquale ei quod sit ex c d, da in a d

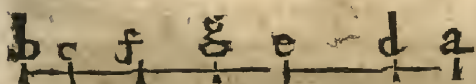


assumatur d e dupla d a, & d f quadrupla eidem quadratum igitur d e est æquale quadruplo quadrati d a, & quadratum c d est æquale quadratis c e, e d & duplo c e in e d, igitur duplum d e in e c, & est d f in c e cum



cum quadrato e c est æquale quadruplo c d in d a, id est ei quod sit ex f d in d e semel, hoc autem est æquale ei quod sit ex f d in c e & ed, detracto igitur communi eo quod sit ex f d in c e relinquetur quadratum e e æquale ei quod sit ex f d in d e, est autem f d quadrupla d a & e dupla eidem d a, igitur c e potest in octuplum d a. Ponatur ergo e a qualiscunque numerus puta 10. cum e a sit triplum d a & c e 8. octupli quadrati d a erit tota c a 3. p. 8. in numero rerum, & hoc æquatur 10. igitur res scilicet d a est diuiso 10. per 3. p. 8. 30. m. 8. 800. ergo c d residuum erit 8. 8 10. m. 20. ex tota igitur a c in d a sit 300. m. 8. 80000. & hoc est quarta pars quadrati c d, scilicet 1200. m. 8. 320000. sicut proponebatur.

Rursus dicamus quod quadratum e d ad sexcuplum ei quod ex c a in a d assumā d f



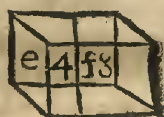
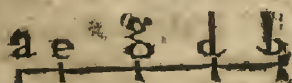
sexcuplam, vt in priori quadruplam d a, & similiter d e mediam inter d f & d a, nam & in priori constitutione d e fuit media inter f d & d a, & assumam g e æqualem c d, sicut in priore, sed e g fuit ibi ipsa e f, hic autem est minor eo quod proportio est maior quadrupla, & tunc quadratum d e est sexcuplum quadrato d a, quia est æquale ei quod est ex f d in d a, igitur ex supposito quod sit ex d g in c e cum quadrato c e est sexcuplum c d in d a, seu æquale ei quod sit ex c d in d f, seu quadrato d f cum eo quod sit ex d f in f e, diuidamus ergo vtrunque, & fient partes ( vt vides ) auferantur vtrinque quadrata e f & duplum d e in e f, relinquentur d f in f e, & quadratum e d æqualia quadrato c f, duplo c f in f e, & duplo c f in d e, at d f in f e est æquale ei quod sit ex e f in f e, & d e semel eo quod d f est æqualis f e & c d iunctis, igitur quadratum e d est æquale ei quod sit ex e f in

d f in f e \*  
 Quad. e f +  
 Quad. e d.  
 Duplum d e in e f \*

Quadratum e f +  
 Quadratum e f  
 Duplum c f in f e \*  
 Duplum d e in e f +  
 Duplum c f in d e \*

e in f e, & e d, & est tota e d. Quadratum autem e d est æquale sexcuplo quadrati d a, igitur quod sit ex e f in c d est sexcuplum quadrati d a. Ponatur ergo d a 1. pos. d fecit 6. pos. tota f a 7. pos. si igitur ponatur c a 10. vt prius erit e f 10. m. 7. pos. c d autem 10. m. 1. pos. duc inuicem fient 100. m. 80. pos. p. 7. quad. æqualia 6. quad. & ita vides quod res reducitur in quouis casu ad 1. quad. cum quadrato numeri propositi, & numerus rerum semper sit ex numero proposito, vt pote 10. in numerum proportionis p. 2. proportio fuit sexcupla, & id eo ad-

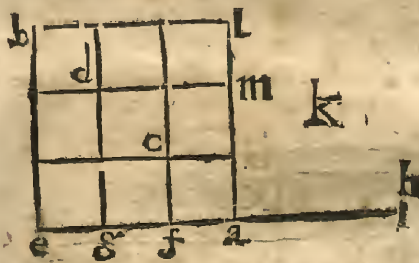
dito 2. fiet 8. & positiones 80. ergo re-  
 ducetur ad regulam de modo sic. Proponi-  
 tur linea a c 10. & proportio sexcupla, ad-  
 de 2. fit 8. duc in 10. fit 80. accipe dimi-  
 dium & est 40. duc in se fit 1600. aufer 100.  
 quadratum 10. relinquitur 1500. cuius 8.  
 detracta à 40. efficit 40. m. 8. 1500. quan-  
 titatem d a. Ergo vt ad rem deueniam si  
 quis dicat 1. cu. p. 4. æquatur 12. rebus, ca-  
 piam a b duplum 8. 12. & est 8. 48. & f  
 corpus duplum



4. & est 8. & di-  
 uidam a b per  
 æqualia in 8.  
 12. & addam  
 & minuat 1.  
 pos. & fiat e b  
 8. 12. p. 1. pos.  
 & 8. a e 8. 12.  
 m. 1. pos. & productum erit 12. m. 1. quad.  
 ducamque illud in e d differentiam a e & e  
 b, facta d b æquali a e, & fient 24. pos. p. 2.  
 cub. æqualia 8. igitur 1. cub. p. 4. æqualis 12.  
 pos. cum ergo dimidium e d sit rei æstima-  
 tio, & tota a b numerus aut potentia rhe-  
 te, erit primum vt a g sit numerus aut po-  
 tentia rhete. Inde vt cum ex e b in b d &  
 in d e, fiat vt dixi f supposita b d numero  
 vt pote 1. erunt quadrata, & res æqualia 8  
 hoc enim est suppositum, & habebimus 1.  
 quad. p. 2. pos. æqualia 2.

Constat autem quod proportio cubi c b  
 ad paralleipedum c b, b d, d e est semper  
 veluti quadrati c b ad rectangulum e c d in  
 d b, quare c b ad latus paralleipedi eiusdem  
 subtriplicata ei quæ est quadrati c b ad re-  
 ctangulum c d in d b, at c b ad mediam in-  
 ter c d, d b subduplicata ei quæ est quadrati  
 e b ad rectangulum c d in d b, lateris igitur  
 solidi c b, c d, d b, ad latus rectanguli  
 e d in d b, est vt 8. quad. 4. ad 8. cu. 4.

Cum volueris diuidere b a vt proportio  
 eiusdem ad rectangulum a d in d b, sit vi-  
 ginti quadrupla, gratia exempli, diuide qua-  
 dratum b a per 24. & quod exit detrahe  
 ex quadrato dimidij b a, & 8. residui addi-  
 ta & detracta à dimidio ostendit partes, vt  
 si a b sit 10. ducam in se fit 100. diuido per  
 24. exit 4. 2/3, detraho ex 25. quadrato a g  
 relinquitur 20 2/3, cuius 8. addita 5. dimidio  
 10. & detracta ostendit partes vt pote a d,  
 d b, & habetur ex Euclide. Iam verò con-  
 stituatur a b quadratum 7. & a c 1. & a d 4.



erit ergo a e 8. 7. a f i, a g 2. & sit e h du-  
 pla e a, & erit 8. 28. 8. sit numerus k b, sit  
 ergo cubus a c p. 6. æqualis 7. rebus, &  
 item cubus a g p. eodem numero 6. æqua-  
 lis 7. rebus. Quia ergo a b est 7. erit corpus  
 a b posita a altitudine & re 7. res, hoc au-  
 tem corpus æquale est 1. cuius est cubo a f  
 cum



cum b, est autem i gnomoni c b f iuxta altitudinem a f, & similiter corpus ex a b in a g est æquale gnomoni l d b g in a g, cum cubo a g, quare gnomoni l d b g in a g est 6. Igitur diuisa erit bifariam a b superficies, vt ex latere vnus partis in reliquam fiat seu b. Et item diuisa erit bifariam c h in a per æqualia, vt ex a f & a g, ductis in quadratum a e, seu productum a h in a e fiant 7. res: quia a b iam supponitur 7. & a f & a g res. Et rursus diuisa erit c h bifariam in f & in g, vt productum b f in f e sit æquale gnomoni c b f & in g, vt productum l g in g e, sit æquale gnomoni l d b g. vnde vnum quodque horum per primam partem huius ductum per differentiam à medietate, id est h f in f e per f a, & h g in g e per g a, producit eundem numerum k seu b. Iam verò sit cubus & 8. æqualis 8. rebus res 2. erit vt ducas 1. dimidium 2. in se fit 1. triplica fit 3. deducito numero rerum, relinquitur cuius 8. m. 1. dimidio prioris æstimationis 8. 5. m. 1. est secunda æstimationis 8. 5. m. 1. est secunda æstimatione. Ponam ergo f numerum 8. & a b 2. primam

Per demon-  
strat. 5. secū-  
di. Elem.  
Per 13. Cap.  
Art. mag.

f num.  
8



æstimationem, & b d 8. 5. m. 1. secundam æstimationem, & ideo posita, b c erit c d 8. 20. dupla ipsi c d, & a e 8. 5. m. 1. æqualis b d, ponam ergo a d 8. 5. p. 1. pos. a e 8. 5. m. 1. pos. ductæ inuicem producant 5. m. 1. quad. duco in a b sunt 10. pos. m. 2. cu. æqualia 8. igitur 1. cu. p. 4. æqualia 5. & res est eadem 2. & 8. 5. m. 1. ergo sub eisdem æstimationibus fit transitus, sed non sine cognitione prioris æstimationis per quam deuenio ad scientiam d e, quæ est 8. 20. Dicitur est etiam suprâ quod si capiam duplum 8. numeri rerum, & est 8. 32. & diuidam in 8. 8. p. 1. pos. & 8. 8. m. 1. pos. fiet 8. m. 1. quad. & ducto in 2. pos. fient 16. pos. m. 2. cu. æqualia 16. & redibit a d 1. cu. p. 8. æqualia 8. rebus. In hac igitur per non nota inuenitur aliquid nouum in illo per nota inuenitur aliquid, sed est idem, nam c d supponitur in priore 8. 32. hic 8. 20.

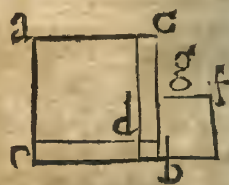
Rursus proponatur duæ superficies æquales rectangulæ a b c d & c e f g, & sint æquales numero rerum, & sint quadrata in eis c h k d & c e l m, ita vt ex latere illorum in reliquum suæ superficiei fiat numerus idem, qui sit .n. constat igitur tam c e



quam c a esse rei æstimationem, cumque ex c e in l g fiat n, & ex c h in h b, idem n, fient etiam ex g m in m e, & ex a h in h d, quare g m ad a h duplicata ei quæ est h c ad c e: igitur posita g m prima, a h

quarta, c h secunda, c e tertia, erit ergo quod fit ex prima & tertia in tertiam, scilicet superficies e g, æqualis ei quod fit ex secunda & quarta in secundam, scilicet superficies a d. Et rursus quod fit ex prima in quadratum tertiæ æquale ei quod fit ex quarta in quadratum secundæ. Constituetur igitur problemâ sic: Sunt quatuor quantitates ordinatim a b c d, quarum proportio a ad d est duplicata ei quæ est b ad e: & quod fit ex a c in c est æquale ei quod ex d b in b, & quod fit ex a in quadratum c est æquale ei quod fit ex d b in b. Ex quibus sequitur quartum, quod proportio eius quod fit ex a in quadratum c, ad id quod fit ex a c in c, est veluti eius quod fit ex d in quadratum b ad id quod fit ex d b in b. Et permutando etiam, sed illud est perspicuum cum sit proportio æqualis ad æquale.

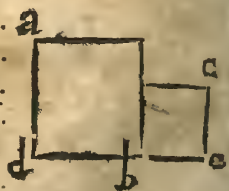
Dico præterea quod regula Artis magnæ quæ docet assumere radicem aggregati ex numero rerum, & numero æquationis diuiso per illam 8. sola est generalis illi capitulo, & est demonstrata ibi. Et est origo eius ex triangulo orthogonio nam si sit cubus b c æqualis rebus iuxta numerum a d, & numero g, erit ergo ex communi animi sententia g ex b c in gnomonem c d e, fiat ergo b f quadratum æquale c d e gnomoni, eritque cubus b c, æqualis b c in a d b f, sed quadratum b c, quod est a b, æquale est a d & b f, igitur latera a d & b f continent rectum contentum b c. Hæc igitur æstimatio satisfacit in omni æquatione seu numero rerum sit parvus seu magnus.



## C A P V T XLI.

De difficillimo problemate quod facilissimum videtur.

Nihil est admirabilibus quam cum sub facili quæstione latet difficillimus scrupulus, huiusmodi est hic: quadratum a b cum latere b c est 10. & quadratum b c cum latere b d est 8. quaeritur quantum sit vnum horum seu latus seu quadratum? Quia ergo a b c est 10. & a b 1. quad. erit b c 10. m. 1. quad. igitur b c 100. m. 20. quad. p. 1. quad. quad. igitur c b d erit 100. m. 20. quad. p. 1. pos. p. 1. quad. quad. & hoc est æquale 8. quare 1. quad. quad. p. 92. æquatur 20. quad. m. 1. pos. adde 19. quad. vtrinque fient 1. quad. quad. p. 19. quadrat. p. 92. æqualia 39. quad. m. 1. pos. detrahe  $1\frac{1}{4}$ , erunt 1. quad. quad. p. 19. quad. p. 90 $\frac{3}{4}$  æqualia 39. quad. m. 1. pos. m. 1 $\frac{1}{4}$ , inde adde 2. pos. p. 1. quad. vtrinque





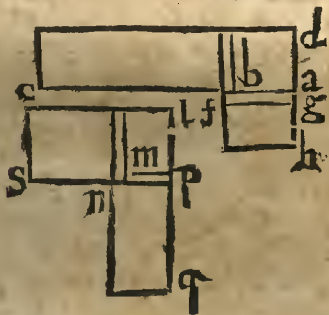
# Cap.XLII. De duplici,&c. 419

que vt in Arte magna , & videbis difficilissimam quæstionem.

## C A P V T XLII.

*De duplici æquatione comparanda in capitulo cubi & numeri æqualium rebus.*

**E**T proponatur cubus & 4. æquales 6. rebus , & rei æstimatio est 2. & altera 3. m. 1. & rursus ponatur cubus , & 10. æqualia 9. rebus , & æstimatio est idem 2. altera 3. m. 1. & manifestum quod prior æstimatio , scilicet maior satisfacit diuersis , imò infinitis problematibus. At in reliqua fieri nullo modo potest , vt neque in vna cum neutra fuerit numerus velut pro 1. cu. p. 12. æqualibus 34. rebus 3. p. 3. 7. neque 3. m. 3. 7. nam posita re vtpote 3. m. 3. 7. cubus est semper 90. m. 3. 8092. ergo 3. nō potest continere 3. nisi 34. vicibus , igitur ,



1. cu. p. 4. æqualis 6. pos. k. numer. 4.

|   |
|---|
| a |
| b |
| c |
| d |

1. cu. p. 10. æqualis 9. pos. k. num. 10.

cubus ille cum numero non potest æquari alteri numero rerum quam 34. & hoc est valde admiratione dignum Dispositis ergo f d & n l æqualibus , scilicet 4. quadrato 2. & a b 3. m. 1. & m o 3. 6. m. 1. ponam a æqualem g d , b æqualem b c , c æqualem g h , d æqualem a b , e æqualem a q , f æqualem m o , g æqualem n f. Ex his sequuntur quinque principalia.

Cor. 1.

Si quadratum a auferatur ex numero rerum , & cum residuo diuidatur numerus æquationis prodibit ipsum a communis æstimatio , veluti 1. cu. p. 4. æquatur 6. rebus , & 1. cu. p. 10. æquatur 9. rebus , & communis æstimatio quæ est a est 2. duco in se fit 4. detraho ex 6. & 9. numeris rerum , relinquuntur 2. & 5. diuido 4. numerum æquationis primæ per 2. & 10. numerum æquationis secundæ per 5. exit 2. in vtroque scilicet ipsum a

Cor. 2.

Ex fine 40. cap.

Sequitur etiam quod cum ex dictis fiant , ex g & c in quadratum a k , & k numeri æquationis , vt sit g ad c , vt q ad 3. & quia quod fit ex e in quadratum a , est æquale ei quod fit ex b in quadratum d , & ex g in quadratum a æquale ei quod fit ex e in quadratum f , erit quod fit ex b in quadratum

d , ad id quod fit ex e in quadratum f , velut c ad g. Et est probatum exemplum ex 7. m. 3. 24. quod est quadratum fin 3. p. 3. 7. fit 10.

Rursus quia quod fit ex c & a in a est æquale ei quod fit ex b d in d , & ex g a in a , ei quod ex e fin f , erit quod fit ex b d in d ad id quod ex e f

|                       |                             |
|-----------------------|-----------------------------|
| in f , velut c ad g , | 4. p. 3. 12. 1. 3. 3. m. 1. |
| fit enim ex b d in    | 2. b c d                    |
| d 3. 12. & ex e       | a. e g f                    |
| fin f 3. 7. 5. & est  | 3. 6. m. 1.                 |
| proportio vt 1. ad 2. |                             |

Cumque æstimatio ( vt dixi ) non potue-

rit esse communis pluribus numeris rerum , & numeris æquationis commutabitur necessarid , si fuerit binomium in suum recisum , & ita habebis & secundam æquationem & numerum communem qui erit idē , velut 1. cu. p. 12. æqualis 34. rebus : non se offert primò illa pars quæ ducta in 3. alterius. efficit 12. sed est tamen 18. p. 3. 2. 5. 2. alia est 16. m. 3. 2. 5. 2. cuius 3. est. 3. m. 3. cum ergo habes 3. m. 3. duc in se & fit 16. m. 3. 2. 5. 2. & quia 3. est sexta pars 3. 2. 5. 2. ideo oportet assumere numerum sexcuplum ad 3. & est 18. cum 3. 2. 5. 2. per p. & addere ad 16. m. 3. 2. 5. 2. habes 34. ad vnguē. Et vicissim si habueris 3. p. 3. 7. habebis quadratum 16. p. 3. 2. 5. 2. & ita reliquus erit sexcuplus ad 3. p. 3. 7. sed 3. erit m. ideoque 18. m. 3. 2. 5. 2. & ita vicissim inuenies ex æstimatione partes , vna erit quadratum , alia erit multiplex vt 3. radice , sed contrario modo binomium pro reciso , & recisum pro binomio.

Iam ergo habes duos ordines æstimationum : primus cum eadem æstimatio est communis aliis numeris rerum & æquationum , & inuenire licet illos ducendo in se , detrahendoque à quouis numero , & cum residuo diuidere alium numerum , vt prodeat eadem æstimatio : vt in primo corollario. Secundus , cum æstimatio est binomium vel recisum , & ducitur in se , & detrahitur à numero aliquo , ita vt residuum habeat eandem proportionem ad partem , quæ est numerus , quam 3. quæ est pars quadrati ad 3. quæ est pars æstimationis : & illa proportio est duplum numeri æstimationis semper , ideo numerus ille est semper duplum quadrati numeri æstimationis , vt in quarto seu præcedenti corollario : velut si numerus æstimationis fuerit 2. erit talis numerus 8. si 3. 18. si 4. 32. & ita deinceps , reliquus autem numerus erit compositus ex quadratis partium æstimationis , vt si partes sint 3. p. 3. 7. vel m. 3. 7. erit 16. igitur totus numerus erit 34. Ergo tertius modus qui quæritur erit diuersus ab his , & non erit per viam recisi & binomij , neque vt eadem æstimatio seruiat pluribus , velut in margine vides , quod singulis sunt duæ æstimationes in 1. cu. p. 20. æquali 15. pos. neutrū contingit , non primum , quia 2. est minus , & 3. est maius , neque potest esse pars numeri. Nec secundum , quia oporteret vt addito 1. vel 10. ad 15. 3. 16. vel 25. diuidendo 20. produceret idem 1. vel 10. & non fit , nam exeunt 4. vel 5.

1. cu. p. 4.

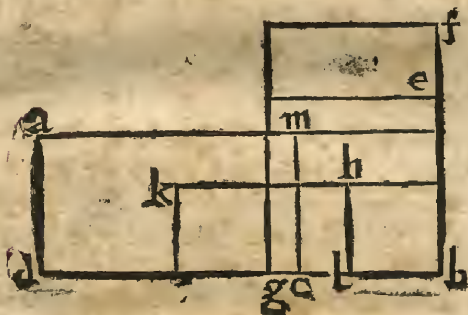


|               |                        |
|---------------|------------------------|
| 1. cu. p. 4.  | 2. 6. pos. R. 3. m. 1. |
| 1. cu. p. 6.  | 2. 7. pos. 1.          |
| 1. cu. p. 8.  | 2. 8. pos. R. 5. m. 1. |
| 1. cu. p. 12. | 34. pos.               |
| 3. p. R. 7.   |                        |
| 3. m. R. 7.   |                        |
| 1. cu. p. 20. | 15. pos.               |

## CAPVT XLIII.

*De comparatione numeri equationis ad partes numeri rerum.*

**S**it a b superius 12. & ex b c latere ter-  
tiaz partis in e a fit 16. maximum quod  
esse potest. Sit ergo b f æqualis a b, & qua-  
drata superficies ge, ex cuius latere in resi-  
duum e f fiat 8. & hæc diuisio est quam  
quærimus. Sit ergo b k, cuius tertia pars



fit quadratum b h, ex cuius latere in resi-  
duum esset, fiat 8. erit ergo b l R. cu. 4. b h  
R. cu. 16. l k R. cub. 128. qua ducta in b l  
fit R. cu. 512. scilicet 8. Igitur tota b k est  
cu. 432. Habemus ergo duo nota b c in c a,  
sed productum non est 8. b l in l k, quorum  
productum est 8. sed b k non est 12. & b g  
ine f, & est 8. & b f 12. sed non est nota  
diuisio facta in e. Proportio ergo a c ad k  
l, est vt quadrati b c ad quadratum b l, qua-  
re vt b c ad b l duplicata: cum verò propor-  
tio solidi b c in c a, sit dupla ad solidum ex  
b l in l k, erit c a ad l k velut quadrati pro-  
portionis ad R. cub. quad. quad. propor-  
tionis, & b c ad b l, vt proportionis ad R.  
cu. quad. proportionis. Proportio autem k  
l ad e f, est vt c b ad b l, quare b e ad b l  
duplicata ei quæ est k l tetragonici a ad e f  
tetragonici. Habet ergo diuisio b k per l  
h proportionem notam in omnibus parti-  
bus, vt liquet cum b a diuisa in c: & ha-  
bet etiam proportionem notam cum b f,  
diuisa in e, quia vt dixi proportio k l ad e  
f, vt e b ad b l, est autem e g ad b h dupli-  
cata ei quæ est e b ad b l. Si ergo coniun-  
gantur hæc proportiones, quoniam extre-  
morum componitur ex intermediis, & ma-  
ximè quod differentia e g & a c est æqualis  
differentia quadrati b c & e f, seu gnomi  
e m g æqualis differentia a c & f e.

*Per 34. un-  
decimi El.*

## CAPVT XLIV.

*Quomodo diuidatur data linea secun-  
dum proportionem habentem medium,  
& duo extrema in corporibus.*

**S**it data a b diuisa in c, vt ex a b in qua-  
dratum a c fiat cubus b c, igitur b c po-  
sita 1. quad. & ponamus a b 4. erit 1. cu.

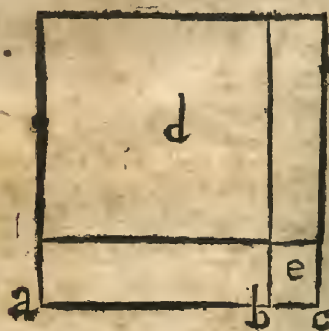


quad. æqualis 64. m. 32. quad. p. 4. quad.  
quad. igitur R. radici 1. cu. p. 2. quad. æqualis  
8. cuius æstimatione habita quadratum est  
quantitas b c quæ quærebatur.

## CAPVT XLV.

*Quomodo partes diuise lineæ corpo-  
ribus & quadratis inuicem  
comparentur.*

**E**t sint de quadrata 26. & de cubi 126.  
& compleatur superficies quadrata, &  
erit cubus p. 252. duplo 126. semper æqua-  
lis 78. rebus triplo numeri æqualis quadra-  
tis deiunctis: Et hoc ex regula posita a c 1.  
pos. fient enim partes  $\frac{1}{4}$  pos. p. R. v. 13.  
m.  $\frac{1}{4}$  quad. &  $\frac{1}{4}$  pos. m. R. v. 13. m.  $\frac{1}{4}$  quad.  
quæ deductæ ad cubos ostendunt quod dixi.



Et rursus si ponantur d, e quadrata 26. &  
corpora ex d in b c bis, & b in a b bis, 60.  
erit 1 cu. æqualis 26. rebus numero quadra-  
torum, & 60. duplo producti mutui, & res  
est in capitulo. Iam ergo ex hoc supposito  
sciemus quanta sit a c, quæ est b, & partes  
& æstimationem cubi p. 252. æqualiam 78.  
rebus, quo proposito accipimus  $\frac{1}{4}$  78. &  $\frac{1}{4}$   
de 252. & conuertetur quæsitum in duo  
quadrata quæ iuncta faciunt 26. & duo  
cubi qui sunt 126. Et quia propositum est  
quod productum vnius in alteram mutuo  
est 30. si hoc sciremus manifestum esset ca-  
pitulum. Sunt ergo quatuor, quantitas a c, &  
est 6. quantitas d e, & est 26. quantitas cor-  
porum mutuatorum, & est 30. quantitas cu-  
borum, & est 126. Illud accedit quod si di-  
eam quadrata sint 25. & cubi non poterunt  
esse



# Cap. XLVI. Quomodo pr. &c. 421

esse maiores 125. cubo 5. &c. 25 igitur cum neque possint esse minores 8. 7812  $\frac{1}{2}$  duplo, scilicet cubi 8. medietatis 25. quæ est 8. 12  $\frac{1}{2}$  vt sit circumscripta inter 88. qui est 8. ferme 7812  $\frac{1}{2}$  & 125. & præter id cum dico 1. cub. æquatur 6. rebus p. 9. manifestum est quod numerus 9. datur cubis non parallelipedis, vt etiam hic, idem erit nota pars huius capituli cubi & numeri æqualium rebus. Et est valde dignum consideratione: nam vt statuatur cubi æquales 126. & quadrata 26. vt dictum est, poterimus loco 26. assumere quemcunque numerum minorem pro quadratis vsque ad 14. vt dicamus, quadrata de sint 14, vel 15. vel 16. & ita ad 25. vsque & cubi sint 126. igitur ex regula præsentis cubus p. 252. æqualitur 42. rebus vel 45. vel 48. & ita vsque ad 78. & ita in intermediis eadem ratione scilicet 43, 44, 46, 47, rebus, & ita de singulis, & variato numero 252. habebimus alios, ergo habita hac regula, habebimus capitulum perfectum. Et tamen (vt dixi) in supposito habemus partem regulæ notam.

Et sanè hoc est (vt in exemplo maneamus) iam notum quod si quis dicat cubi a b c sunt 126. quadrata 26. quod numerus tribuitur cubis, & si 26. esset numerus rerum aut numerus mutuorum solidorum, iam omnia essent nota. Et rursus, si dico quod 30. est numerus solidorum & 26. rerum iam habeo 1. cu. æqualem 26. rebus p. 60. & res est nota. Et si dico quadrata sunt 26. & parallelipeda 30. deuenimus ad 1. cub. quad. p. 2028 quad. p. 3120. pos. æqualia 104. quad. quadrat. p. 3600. & hac via non habemus capitulum. Et mirum est quod cum assumimus 26. pro numero rerum, & 60. pro solidis, aut 30. hic numerus transeat in cubos quamuis sit mutuorum solidorum: & cum accipitur numerus pro cubis, & quadrata pro alio numero, hæc transeant in res, & numerus cuborum in residuum rerum detracto cubo, quasi numerus rerum componatur ex tribus cubis.

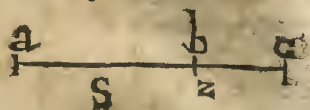
## C A P V T XLVI.

*Quomodo proposito rectangulo, & cubis laterum eius habeamus totum cubum,*

ET proponatur rectangulum a b puta 4. & cubi laterum a c, b d 20. dico cubum notum esse, quia enim cubi a c, b d sunt 20. oportet facere ex 20. duas partes, quarum 8. cu. ductæ inuicem faciant 4. superficiem a b, igitur cubi inuicè ducti facient cubum 4. qui est 64. partes igitur, id est cubi a c, b d sunt 16. & 4. & 8. cu. earum sunt latera a b igitur cubus totus est 20. p. 8. cu. 27648. p. 8. cu. 6912. Et si ponantur a c b d nota vt quantitas rerum & corpora a b c d iuxta altitudinem, erunt duo tantum, quia sub numero rerum a c b d vt pote 13. continentur duo mutua & reliqua quatuor sub a b & c d id est sub 60. igitur a c & b d numerus rerum si fuerit

*Tem. IV.*

paruus, erit capitulum per se notum ex regula Artis magnæ: si autem fuerit magnus velut cu. 24. re-



bus p. 5. tunc ex præsentis problemate si possit reduci ad hoc, vt separentur mutua erit propositum necessarium, scilicet vt accepto dimidio 5. & est 2  $\frac{1}{2}$  inuenias duos numeros qui producant 2  $\frac{1}{2}$  diuisum per rem, & eorum cubi faciant 24. m. 2  $\frac{1}{2}$  id est 21  $\frac{1}{2}$  nam vt dixi in 24. continentur cubi ambo a c b d & duo mutua. Istud ergo non est per se notum: inuenias numerum qui diuisus producat 6. tanquam superficiem a b, & ipse sit æqualis cubis a b & c d duobusq; mutuis, aut quatuor, nam posito vno 1. pos. altero 6. pos. erunt 1. cu. p. 1. cu. cum 6. pos. p. 36. vel cum 12. pos. p. 12. æqualia 65. gratia exempli, igitur 1. cu. quad. p. 6. quad. quad. p. 36. quad. p. 216. vel 1. cu. quad. p. 12. quad. quad. p. 72. quad. p. 216. æqualia sunt 65. cu. hoc ergo valde est obscurum, & oporteret vt haberet 8. cu. Verum quia ponitur 65. cu. a c & b d & duo mutua & æquantur duo cubi cum duobus mutuis a c & b d in e f, vt nuper dixi, igitur e f quæ est res in a c, & b d est 65. at e f in a b est 6. res ex supposito, & in c d 6. res, quoniam a b & c d sunt æquales, quia sunt supplementa circa diametrum, igitur e f in a b, c d sunt 12. res, & e f in a c, b d 65. & e f in a c, b d, a b, c d complet cubum e f, igitur cubus e f æquatur 12. rebus p. 65. & res est nota, puta 5. ex qua habetur æstimatio illa fac de 5. duas partes quæ producant 6. & erunt 3. & 2. erit ergo res 2  $\frac{1}{2}$  p. 8.  $\frac{1}{4}$  vel 2  $\frac{1}{2}$  m. 8.  $\frac{1}{4}$ , & hæc erit æstimatio 65. cuborum æqualium 1. cu. quad. p. 6. quad. quad. p. 36. quad. p. 216. nam 65. cu. sunt in vna 1755. in alia 520. & tantumdem sunt illæ quantitates, proba & inuenies.

Ex hoc habetur quod cum 1. cu. quad. p. quad. quad. p. quad. p. numero in cōtinua proportionē fuerint æqualia cubis tunc habebis 1. cu. æqualē rebus duplo numeri quad. quad. cum numero cuborum: & inuenta æstimatione fac duas partes, quæ producant numerū quad. quad. & partes vtriq; erunt æstimationes 1. cu. quad. p. quad. quad. p. quad. p. numero æqualibus numero cuborum. Velut si dicas 1. cu. quad. p. 9. quad. quad. p. 81. quad. p. 729. sunt æqualia 100. cu. Dices ergo 1. cu. æqualis est 18. pos. p. 100. & rei æstimatio est 8. v. cu. 50. p. 8. 2284. p. 8. v. cu. 50. m. 8. 2284. Ex hac facito duas partes quæ inuicem ductæ producant 9. & quælibet illarum partium est æstimatio quinomij illius propositi. Et proponatur rursus 1. cu. quad. p. 12. quad. quad. p. 72. quad. p. 216. æqualia 95. cu. superficies a b sit b vt prius, & sit 95. æquale duobus cubis, & quatuor mutuis corporibus quæ sunt ex e f in superficiem a c d b, adeo vt ex e f in eam fiat 95. igitur ad complendū cubū deest quod sit ex e f in a b, & a b est 6. idem & a b est 6. igitur quod sit ex e f in a b est 6. res, igitur 1. cu. æquatur 6. rebus p. 95. & res est 5. vt prius fac de 5. duas partes, ex quarum ductu vnus in alteram fiat 6. dimidium 12. numeri quadratorum, & erunt partes 3. & 2. & ita 1. cub. quad. p. 12. quad. quad. p.

*Nn.*

74



72. quad. p. 216. æqualia 95. cub. & res est 3. vel 2. experire & inuenies

Et eodem modo dicemus si corpus illud sit ex duobus cubis, & quatuor mutuis & tertia parte duorum mutuorum, & sit gratia exempli 105. totum illud, & quia ex c b in b f fit a b quod est 6. erit e g 4, igitur e g in e f 4. res ergo 1. cub. æqualis 4. rebus p. 105. & res est, 5. quia ducendo per primam viam peruenimus ad 1. cu. quad. p. 14. quad. quad. p. 84. quad. p. 216. æqualia 105. cu. Ideo faciemus ex 5. re duas partes, ex quarum ductu producantur 6. qui 6. habentur ex 14. diuidendo per 2  $\frac{1}{2}$  numerum mutuorum corporum duorum, vel ex 216. quia semper erit 12. cu. eius, vel etiam diuiso numero quadratorum scilicet 84. per numerum quad. quad. qui est 14. & ita si numeri erunt dispositi hoc modo, vt secundus sit talis pars tertij vt sit 12. cu. quarti, erit regula generalis, sed ita vt quantitas e g varietur, vt oporteat problema ita construere: sunt duæ quantitates ex quarum ductu producit 6. & aggregatum cuborum cum duplo & sexta parte mutuorum est 100. tunc inueniemus superficiem e g 5. & erit cubus æqualis 5. rebus p. 100. & ita habebimus e f, & partes producentes a b, & hic est primus modus & facilis. Sed si proponantur prius 1. cu. quad. p. 13. quad. quad. p. 78. quad. p. 216. æqualia 100. tunc quia tu nescis 100. quibus partibus æquetur, sed solum habes 6. 12. cu. 3. seu quod prouenit diuiso 78. per 13. & diuiso 13. per 6, exit 2  $\frac{1}{6}$  abice igitur relinquetur  $\frac{1}{6}$  sume  $\frac{1}{6}$  de 6. relinquetur 5. & habebis 1. cu. æqualem 5. rebus p. 100. vt prius, vnde nota erit e f. Et ita si dixeris 1. cu. quad. p. 15. quad. quad. p. 90. quad. p. 216. æquatur 120. cu. accipe 12. cu. 216. quæ est 6. seu diuiso 90. per 15. & diuide 15. per 6, exit 2  $\frac{1}{2}$  abice 2 remanet  $\frac{1}{2}$  sume dimidium 6. quod est 3. abice 3. ex 6. relinquitur 3, dicemus ergo quod 1. cu. æquatur 3. pos. p. 120. igitur res erit 12. cu. 60. p. 3599. p. 12. cu. 60. m. 12. 3599. hanc ita diuidemus vt producant 6. numerum primo inuentum vt infra demonstrabimus.

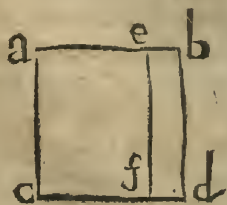
Nota quod in huiusmodi æstimatione non solum necessarium est, vt numerus putà 65. vel 95. vel 100. aut 120. sit magnus comparatione numeri rerum quæ assumuntur, sed oportet vt res inuenta possit in duas partes quæ producant 12. cub. numeri æquationis quæ fuit in exemplis assumptis 6, aliter quæsitum est falsum & impossibile.

## C A P V T XLVII.

*Quod diuisa superficies seu corpus latera habet maiora latera totius.*

**S**It quadratum a b c d seu cubus, & sit diuisum quomodolibet in e f dico quod latera c e & e d, seu cubica seu quadrata pariter iuncta sunt maiora a b, nam latus a f est medium inter a c & a e, igitur cum a c sit maior a e, erit latus a f maius a e, & similiter latus d e medium inter b d & d f. igitur cum b d sit maior d f, erit latus d e maius c b, quare latera a f f b iuncta

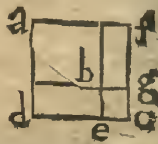
maiora a e, e b simul iunctis, & hoc est quod voluimus. Similiter in cubo, nam latera sunt media secundo ordine inter a c & c e, & inter b d & d f, vt demonstratum est ab Euclide in vndecimo Elementorum, ideò erunt maiora a e & c b. Sed ex hoc sequitur quod in cubo æquali rebus & numero æstimatio rei est semper maior 12. cu. numeri: & etiam quia talis æstimatio est 12. cu. cubi. qui est maior numero cum sit æqualis rebus ipsis etiam vltra numerum.



## C A P V T XLVIII.

*De quadratorum quantitate & mutuis corporibus cognitis.*

**A** Nimaduertendum quod si duo quadrata a b b c sint nota vt pote 13. & mutua quatuor sint 60. & velim efficere corpora solida ad altitudinem totius, illa erunt 13. res p. 60. æqualia cubo, & tunc 13. continebunt cubos a b b c, & insuper duo mutua: sed quia ex capitulo proprio supponitur quod 13. res contineant tria mutua, & 60. cubos, ideò in æstimatione quærenda fiet res 12. v. cub. 30. p. 12. 808  $\frac{2}{3}$  p. 12. cub. 30.



m. 12. 808  $\frac{2}{3}$  Et ideo non erunt 3. & 2. tamen totum erit, cum autem dixerò quod ex quadratorum a b b c, lateribus fiant mutua 30. tunc erit c d latus diuisum aliter scilicet in 2. & 3. Ideo cum dicimus 1. cu. æquatur 13. rebus p. 60. istud seruit eisdem quæsitis, vt 60. comprehendat duos cubos tantum, vel duos cubos cum duobus mutuis, vel duos cubos cum quatuor mutuis, vel cum quatuor mutuis, & dimidio duorum reliquorum & generaliter cum omni parte: sed vt dixi æquatio tamen capituli qua inuenitur quantitas c d sumitur a e, si numerus vt 60. æqualis sit solis cubis, & hoc seruit capitulo, quomodo proposito rectangulo & cubis laterum.

Si quis dicat 1. cu. p. 70. æquatur 39. rebus dices tu, igitur duo cubi sunt 35. dimidium 70. & duo quadrata 13. tertia pars 39. & ita ex hoc peruenies ad 1. cu. p. 70. æqualia 39 rebus per regulam de modo.

Iterum ergo si quis dicat duo cubi sunt 35. productum vnus in quadratum alterius mutuo est 30. triplicabis 30. fit 90. adde 35. fit 125. res est 5. 12. cu. 125.

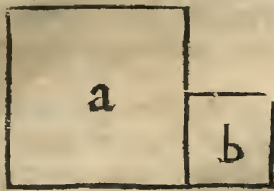
Et quoniam rursus ex dictis in Arte ma- Cap. 13. gna cum fuerit cubus p. 70. æqualis 39. rebus transmutatur in cubum æqualem totidem rebus & eidem numero, sed æstimatio prima habetur ducto dimidio secundæ æstimationis in se, & triplicato & deducto à numero rerum addita vel detracta à dimidio secundæ æstimationis ostendit primam.

Adhuc ergo sit cubus p. 70. æqualis 39. rebus, & res est 5. vel 2. & sub eadem æstimatione maiore cubus æqualis est 13. rebus p. 60. & per primam considerationem quadrata



# Cap.XLIX. De quibusdam,&c. 423

quadrata a & b sunt 13. tertia pars 39. & cubi 35. dimidium 70. Per secundam autem manentibus quadratis a & b 13. mutua corpora sunt 30. & æstimatio est eadem. Et



est 5. & si ellet  $4\frac{1}{2}$  gratia exempli & quadrata a b 12. Igitur manente æstimatione eadem & numero quadratorum partes rei essent  $2\frac{1}{4}\bar{p}$ .  $\bar{R}x.\frac{15}{16}$  &  $2\frac{1}{4}\bar{m}$ .  $\bar{R}x.\frac{15}{16}$  Et mutua corpora erunt productum  $4\frac{1}{2}$  aggregati in  $4\frac{1}{8}$  productum laterum a b  $18\frac{9}{16}$  igitur 1. cu. æquabitur 12. rebus  $\bar{p}$ .  $37\frac{1}{8}$  numerus verò rerum æqualium cubo & numero est 36 triplum 12. & numerus ipse 70.  $\frac{7}{8}$  & cubi  $35\frac{7}{16}$  Oportet ergo vel ex cubo & numero rerum eodem, & æstimatione eadem supposito numero æquationis inuenire alterum, sed nondum cognita æstimatione, vel supposito numero æstimationis, & æquatione vna inuenire numerum rerum eundem. Exemplum 1. cub.  $\bar{p}$ . 70. & 1. cu. æqualis 60. & oportet vt eadem quantitas, quæ est 13. satisfaciatur vtrique scilicet 35. pro dimidio 70. & 30. pro dimidio 60. Hoc autem est notum per se, quoniam addo ad 60. dimidium ex dictis fit 90. addo ad 90. 35. dimidium 70. fit 125. cuius  $\bar{R}x.$  cu. est 5. æstimatio vtrique satisfaciens, fac ex 5. duas partes, quarum cubi sint 35. ex dictis in arte erunt partes 3. & 2. quarum quadrata sunt 13. numerus rerum vnus alter 39. triplum 13. pro altero.

## C A P V T XXXIX.

De quibusdam æquationibus & modis extra ordinem.

**C**um fuerit cubus æqualis 6. rebus  $\bar{p}$ . Quouis numero puta 40. tantum fit diuilo 40. per 4. rei æstimationem, exit 10. quantum ducta æstimatione in se fit 16. detracto numero rerum qui est 6. relinquitur 10. Ergo posito cubo æquali 6. rebus  $\bar{p}$ . 20. æstimatio quæ sita, si diuidatur 20. per a erit quod prouenit, & est  $\frac{20}{a}$  æquale quadrato ipsius a  $\bar{m}$ . 6. igitur diuilo 40. per suam æstimationem id est 10. se habet ad  $\frac{20}{a}$  sicut ducta æstimatione quæ est 4. in se, & deducto a ad quadratum a deducto 6. Cum enim cubus fiat ex æstimatione in suum quadratum, igitur deducto quod fit ex diuisione numeri per rem ex quadrato rei, relinquetur numerus rerum: ergo vicissim deducto numero rerum ex quadrato æstimationis relinquitur quod exit. Si quis dicat diuide 6. in duas partes quæ sint in proportionem  $\bar{R}x.$  cub. 3. clarum est quod potest fieri ex tertio libro, diuidendo per  $\bar{R}x.$  cub. 3.  $\bar{p}$ . 1. & est  $\bar{R}x.$  cu. 9.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  cu. 3.  $\bar{p}$ . 1. & ductum in suum binomium producit 4. & in 6. fit  $\bar{R}x.$  cu. 19.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  cu. 648.  $\bar{p}$ . 6. diuide per 4. exit  $\bar{R}x.$  cu.  $30\frac{3}{8}\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  cu.  $101\frac{1}{8}\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$

Tom. VI.

Aliter ergo ponemus vnâ partem 6.  $\bar{m}$ . 1. pos. aliam 1. pos. proportio  $\bar{R}x.$  cub. 3. igitur duc. 1. pos. in  $\bar{R}x.$  cu. 3. fit pos.  $\bar{R}x.$  cu. 3. duc ad cu. fit 3. cu. & hoc est æquale cubo 6.  $\bar{m}$ . 1. pos. qui 216.  $\bar{p}$ . 18. quad.  $\bar{m}$ . 108. pos.  $\bar{m}$ . 1. cu. igitur 1. cu.  $\bar{p}$ . 27. pos. æqualia sunt  $4\frac{1}{2}$  quad  $\bar{p}$ . 54. Igitur per regulam 1. cu.  $\bar{p}$ . 20.  $\frac{1}{4}$  pos. æquatur  $20\frac{1}{4}$  numero, igitur cubus tertiæ partis rerum est  $307\frac{15}{64}$  adde quadratum dimidij numeri æquationis fit  $410\frac{7}{16}$  igitur rei æstimatio est  $\bar{R}x.$  v. cu.  $\bar{R}x.$   $410\frac{7}{16}$   $\bar{p}$ .  $10\frac{1}{8}\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  v. cu.  $\bar{R}x.$   $410\frac{7}{16}$   $\bar{m}$ .  $10\frac{1}{8}\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$  at illæ radices æquivalent prædictis, quia  $\bar{R}x.$   $410\frac{7}{16}$  est  $20\frac{1}{4}$  igitur addendo & detrahendo  $10\frac{1}{8}$  fiunt  $\bar{R}x.$  cu.  $30\frac{3}{8}\bar{m}$ .  $\bar{R}x.$  cu.  $10\frac{1}{8}\bar{p}$ .  $1\frac{1}{2}$  vt prius.

Ex hoc patet quod cum habueris 1. cu.  $\bar{p}$ . rebus æqualia quadratis  $\bar{p}$ . numero, tum debes diuidere numerum rerum per numerum quadratorum & numerum qui exit duces ad cubum, & eum diuides per numerum æquationis, & cum eo multiplicabis totum quadrinomialium, & quod superest in numero abijce ab vno, & illud serua, deinde, diuide  $\bar{R}x.$  cub. numeri iam inuenti in duas partes quæ se habeant in proportionem numeri abiecti per primum modum, & habebis æstimationem quæ sita. Exemplum habes iam propositum: fit 1. cub.  $\bar{p}$ . 27. rebus æqualis  $4\frac{1}{4}$  quad.  $\bar{p}$ . 54. diuide 27. per  $4\frac{1}{4}$  exit 6. duc ad cubum fit 216. tum diuide per 54. numerum æquationis exit 4. duc in superiorem habes 4. cu.  $\bar{p}$ . 108. pos. & 18.

$$\begin{array}{r} 1. \text{ cu. } \bar{p}. 27. \text{ æqual. } | 4\frac{1}{4} \text{ quad. } \bar{p}. 54. \\ \hline \phantom{1. \text{ cu. } \bar{p}. 27. \text{ æqual. } |} 4. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{cu. } \bar{p}. 108. \text{ pos. } | 18. \text{ quad. } \bar{p}. 216. \\ 3 | 216 \bar{p}. 18. \text{ quad. } \bar{m}. 108. \text{ pos. } \bar{m}. 1. \text{ cu.} \\ \hline \bar{R}x. \text{ cu. } 3. | 6. \text{ diuidendum} \end{array}$$

quad.  $\bar{p}$ . 216. abijce quicquid est supra 1. cu. & est 3. & relinquentur 216.  $\bar{p}$ . 18. quad. 108. pos.  $\bar{m}$ . 1. cu. cape igitur  $\bar{R}x.$  cu. 3. & etiam  $\bar{R}x.$  cu. 3. & ei adde 1. pro regula fit  $\bar{R}x.$  cu. 3.  $\bar{p}$ . 1. diuide 6. per  $\bar{R}x.$  cu. 3.  $\bar{p}$ . 1. per priorem modum exhibit æstimatio quæ sita 1. cu.  $\bar{p}$ . 27. pos. æqualium  $4\frac{1}{4}$  quad.  $\bar{p}$ . 54. Sed hæc conuersio non est generalis nisi cum ducto numero qui prodit ex diuisione cubi in numerum quadratorum consurgit numerus triplus ad  $\bar{R}x.$  cub. numeri, seu ad numerum qui prouenit ex prima diuisione.

## C A P V T L.

De solidis radicibus & earum tractatione.

**C**um voluero diuidere 6: vt fiat  $\bar{R}x.$  Solida 9. duc. 6. in se fit 36. diuide 9. per 36. exit  $\frac{1}{4}$  & hæc est prima pars, secunda igitur erit  $5\frac{3}{4}$  nam ex cubo  $\frac{1}{4}$  & duplo quadrati  $\frac{1}{4}$  in  $5\frac{3}{4}$  & quadrato  $5\frac{3}{4}$  in  $\frac{1}{4}$  iunctis fit 9.

Regula prima.

N n 2 Cum



2 Cum volueris habere radicem solidam 50. in proportionem 3. ad 2. gratia exempli, cape 1. &  $1\frac{1}{2}$  in proportionem 3. ad 2. ita quod in illis sit vnitas, iunge igitur 1. &  $1\frac{1}{2}$  fit  $2\frac{1}{2}$  duc in se fit  $6\frac{1}{4}$  diuide 50. per  $6\frac{1}{4}$  exit 8. cuius  $\frac{1}{2}$  cu. quæ est 2. est pars prima  $\frac{1}{2}$  solidæ 50.

3 Cum volueris habita prima parte  $\frac{1}{2}$  solidæ habere secundam in partibus cognitis primæ & secundæ vt pote 8 & 24. accipe  $\frac{1}{2}$  cu. primæ, quæ est 2. & tum ea ducta in se & fit 4. diuide dimidium 2. & quod exit est quæsitum 533.

4 Cum volueris habita prima & tertia quantitate veluti 8. & 18. habere  $\frac{1}{2}$  solidam, tu scis quod prima pars est semper  $\frac{1}{2}$  cu. primæ partis 8. quæ est 2. diuide 18. exit 9. cuius  $\frac{1}{2}$  quadrata quæ est 3. est pars secunda.

5 Cum volueris habita secunda & tertia parte habere  $\frac{1}{2}$  solidam, tunc accipe dimidium secundæ partis vt pote 12. quod est dimidium 24. & ex cap. 28. Artis magnæ habebis eas.

6 Cum volueris habita prima parte & tertia, & aggregato comparare  $\frac{1}{2}$  inuicem, scias quod  $\frac{1}{2}$  quadratæ partium extremarum, vt pote 8. & 18. sunt partium solidæ 1.2. & 3. quæ sunt  $\frac{1}{2}$  solidæ 8. & 18. item ipsarum partium accipiendo dimidium secundæ, pro secunda, nam proportio 18. ad 12. & 12. ad 8. & 3. ad 2. &  $\frac{1}{2}$  18. ad  $\frac{1}{2}$  8. sunt omnes sexquialtera.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 12 & 18 & | & 50 \\ & 12 & & & \\ 2 & \hline & 3 & & & \\ & 5 & & & \\ \hline & 8 & \text{---} & \frac{1}{2} 18 & \\ & \frac{1}{2} 50. & & & \end{array}$$

7 Et sicut ex 3. & 2. partibus solidæ fit  $\frac{1}{2}$  50. solida ita ex  $\frac{1}{2}$  8. &  $\frac{1}{2}$  18 quadratis fit  $\frac{1}{2}$  50. quadrata.

8 Itaque cum volueris habita prima parte, vt pote 8. & residuo aggregati, vt pote 42. habere radicem solidam totam, diuide 50. aggregatum per 8. exit  $6\frac{1}{4}$  cuius  $\frac{1}{2}$  quadratam, quæ est  $2\frac{1}{2}$  accipe & ab ea minue 1. fit  $1\frac{1}{2}$ , duc in  $\frac{1}{2}$  cu. 8. quæ est 2. fit 3. pars reliqua, & est conuersa secundæ regulæ.

9 Ex his manifestum est, quod vbi cubus æquetur 36. rebus  $\frac{1}{2}$  36. dando duo solida cubo, alterum rebus alterum numero, proportio vnus ad alterum erit 1. pos. quæ est vt 36. pos. ad 36. nam quilibet cubus ex duobus similibus solidis componitur vt 125. componitur ex solido 2. & 3. quod est 50. & 3. & 2. quod est 75. & proportio alterius ad alterum est sexquialtera, vt 3. ad 2.

10 Quælibet duo solida similia cubum componunt, velut capio 24.  $\frac{1}{2}$  24.  $\frac{1}{2}$  6. quod totum est 54. solidum primum, aliud erit 12. & 12. & 3. quod est 27. aggregatum est 81. cubus  $\frac{1}{2}$  cu. 24.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 3. quod est dicere  $\frac{1}{2}$  cu. 81. nam  $\frac{1}{2}$  cu. 24. &  $\frac{1}{2}$  cu. 3. componuntur  $\frac{1}{2}$  cu. 81. &  $\frac{1}{2}$  cu. 24.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 3. posita prima parte  $\frac{1}{2}$  cu. 24. producit solidum 24.  $\frac{1}{2}$  24.  $\frac{1}{2}$  6. & posita prima parte  $\frac{1}{2}$  cu. 3. producit solidum 12.  $\frac{1}{2}$  12.  $\frac{1}{2}$  6.

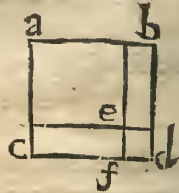
## CAPVT LI.

*Regula quadam specialis atque item modus tractationis subtilis.*

SI fuerint duo numeri quod sit ex ductu vnus in  $\frac{1}{2}$  alterius mutuo, inde aggregato in se ducto, est æquale ei quod sit ex ductu vnus in quadratum alterius addito duplo  $\frac{1}{2}$  quadratæ producti vnus in quadratum alterius inuicem. Exemplum, capio 2. & 3. & producta mutua in  $\frac{1}{2}$  sunt  $\frac{1}{2}$  8  $\frac{1}{2}$  12. quorum quadratum est 30.  $\frac{1}{2}$  8. 864. dico quod hoc est æquale producto vnus in quadratum alterius, & est 30. cum duplo  $\frac{1}{2}$  216. qui fit ex 12. in 18. mutuis 3. & 2. Ergo sint partes 6.  $\frac{1}{2}$  1. pos. & 6.  $\frac{1}{2}$  1. pos. & debeat esse quadratum mutui 100. id est vt mutuum  $\frac{1}{2}$  sit 10. Erunt ergo mutua quadratorum 432.  $\frac{1}{2}$  12. quad.  $\frac{1}{2}$  186624.  $\frac{1}{2}$  432. quad. quad.  $\frac{1}{2}$  155552. quad.  $\frac{1}{2}$  4. cu. & hoc est æquale 100. igitur 332.  $\frac{1}{2}$  illa  $\frac{1}{2}$  est æqua 12. quad. & 12. quad.  $\frac{1}{2}$  332. æqualia  $\frac{1}{2}$  illi 6. igitur quadrata  $\frac{1}{2}$  166 sunt æqualia  $\frac{1}{2}$  46656.  $\frac{1}{2}$  108. quad. quad.  $\frac{1}{2}$  3888. quad.  $\frac{1}{2}$  1. cu. quad. Igitur partibus in se ductis 1. cu. quad.  $\frac{1}{2}$  1896. quad. æquantur 19100.  $\frac{1}{2}$  72. quad. quad. Sed æquatio non est in parte nota, est tamen pulchrum.

Proponatur rursus 6. diuisum per  $\frac{1}{2}$  cu. 4.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 2. & exibat  $\frac{1}{2}$  cu. 16.  $\frac{1}{2}$  2.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 4. vt notum est, & ponamus c e superficiem  $\frac{1}{2}$  cu. 16.  $\frac{1}{2}$  2.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 4. & sint cubi a e d 40. igitur per dicta superius si velim assumere cubam trinomij, quadratum est 12.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 432. & cubus ob id  $\frac{1}{2}$  cub. 93312.  $\frac{1}{2}$  36.

oportet autem vt ex hac quantitate quæ est 40. & refert aggregatum cuborum fiant duæ partes quæ inuicem ductæ faciant illud cubum: erunt ego partes 20.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. 436.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 93312. & 20.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. 436.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 93312, &  $\frac{1}{2}$  v. cu. harum partium ductæ inuicem producant  $\frac{1}{2}$  cu. 93312.  $\frac{1}{2}$  536. & cubi sunt 40. Partes igitur sunt  $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{2}$  cu. 20.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. quad. 436.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 93312. &  $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{2}$  cu. 20.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. quad. 436.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 93312. cum ergo producant inuicem ductæ c. e, id est  $\frac{1}{2}$  cub. 16.  $\frac{1}{2}$  2.  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  cu. 4. vbicet  $\frac{1}{2}$  illa binomia proportionem habens, haberemus quæsitum cum sit ex natura binomij cubici. Hoc volui scribere vt intelligeres subtilitatem operationis: & quod æstimationo non est in quantitate cognita, nisi vt diuisum scilicet velut diuidendo quantitatem aliquam per virgulam quæ nou habet nomen, & ita est & non est: est tamen notior & magis habilis ad omnes operationes quantitatis solidæ: imò est quasi media inter solidam & per se notam, in quo genere sunt omnes  $\frac{1}{2}$  simplices & coniunctæ.





CAPVT LII.

De modo omnium operationum in quantitatibus medio modo notis.

**D**Ebes scire quod omnes operationes multiplicationis, diuisionis, additio, detractio & re. inuentio in huiusmodi, est velut in partibus numerorum, velut volo multiplicare,

3  $\frac{1}{2}$  re. cu. 7. m. re. cu. 2. per  
re. 6. p. re. 5. p. re. 3. m. re. 2. m. 1. re. cu. 5.  
m. re. cu. 3. p. re. 2.

oportet vt ducas denominatores simul & fiet hoc

re. cu. 189. m. re. cu. 54

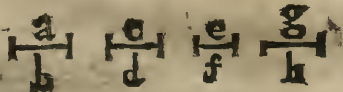
re. 12. p. re. 10. p. re. 6. m. 2. m. re. 2. p.  
re. cu. quad. 5400. p. re. cu. quad. 3125.  
p. re. cu. quad. 675. m. re. cu.  
re. cu. 189. m. re. cu. 54.

quad. 200. m. re. cu. 5. m. re. cu. quad.  
1944. m. re. cu. quad. 1125. m. re. 243. p.  
re. cu. quad. 72. p. re. cu. 3.

Et similiter facies in diuisione additionib. ac detractioib. reducendo ad idem genus quantitates simplices; & similiter in capiando radicem. Velut capio radicem 25.

14. p. re. 120. p. re. 2. m. re. 48. m. re.  
24. m. re. 10. m. re. 5. capio re. cu. 25. & est 5. & capio radicem infra scripti denominatoris, & est re. 6. p. re. 5. m. re. 2. m. 1. & habeo  $\frac{5}{120}$  ductum

hoc ad veram quantitatem per sua contraria fiet diuisor, qui sit b, & qui diuiditur multorum nominum a, & 5.



diuisus c. & re. 6. p. re. 5. m. re. 2. m. 1. dicatur d & dicatur 25. numerator primus & suus denominator septem nominum f. Quia ergo a ad b vt c ad d & e ad f vt c ad d duplicata erit e ad f vt a ad b duplicata Igitur si ducantur a & b in se, & producantur g & h erit h. numerus, & g. h proportio nota, & est g ad h. vt e ad f igitur g ad f nota. Et hæc est sexta operatio propria quantitatibus mediis.

Per 20. sexti  
Elem.

CAPVT LIII.

De diligenti consideratione quorundam superius dictorum.

**E**T iam dicamus quod cubus æqualis sit 12. rebus p. 20. & rei æstimatio est re. cub. 16. p. re. cu. 4. & hæc potest tribui dando 20. numerum cubis similiter, & potest idem numerus dari ambobus cubis & duobus mutuis, & etiam ambobus cubis & quatuor mutuis parallelepipedis, & ita trifariam: consideremus ergo postquam capitu-

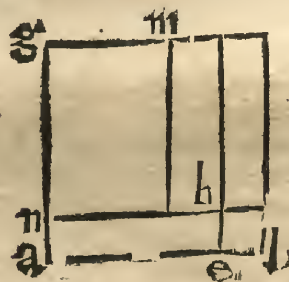
Tom. IV.

li inuentio, ac regula cum demonstratione sumpta fuit, per primum modum. Sumemus ergo cubum dimidii æstimationis, id est re. cu. 2. p. re. cu.  $\frac{1}{2}$ , & est 2  $\frac{1}{2}$  p. re. cu. 54. p. re. cu. 13  $\frac{1}{2}$ , & duplum eius quod est minimum, quod possit produci ex diuisione æstimationis est 5. p. re. 43  $\frac{1}{2}$  p. re. cu. 108. liquet igitur non posse diuidi sic hanc re. propter numeri paruitatem, nam cubus totius esset 20. p. re. cu. 27648. p. re. cu. 6912. Sin autem capiamus 1. cu. æqualem 12. rebus p. 34. erit æstimatio re. cu. 32. p. re. cu. 2. & duplum cubi dimidij 8  $\frac{1}{2}$  p. re. cu. 1024. p. re. cub. 54. & hoc totum est proximum 22  $\frac{1}{2}$  ideo duo mutua poterunt contineri in 11  $\frac{1}{2}$  diuides ergo 34. per re. cu. 32. p. re. cu. 2. exit re. cub. 1024. m. re. cu. 64. quod est 4. m. re. cub. 4. & hoc oportet esse æquale duobus quadratis, fac ergo ex re. cu. 32. p. cu. 2. duas partes, quarum quadrata sint æqualia trinomio illi accipe ergo dimidium trinomij, & est re. cu. 128. m. 2. p. re. cub.  $\frac{1}{2}$  a quo aufer quadratum dimidij diuidendi, id est quadratum re. cu. 4. p. re. cub.  $\frac{1}{4}$  & est re. cu. 16. p. 2. p. re. cu.  $\frac{1}{16}$  detrahe, relinquetur re. cu. 54. m. 4. p. re. cu.  $\frac{1}{16}$  huius igitur re. v. addita & detracta ostendit partes hoc modo. Iam ex-

re. cu. 4. p. re. cu.  $\frac{1}{4}$  p. re. v. re. cu. 54. p.  
re. cu.  $\frac{1}{16}$  m. 4  
re. cu. 4. p. re. cu.  $\frac{1}{4}$  m. re. v. re. cu. 54. p.  
re. cu.  $\frac{1}{16}$  m. 4.

go vides quod cubus æquatur 34. ita quod 34. numerus est æqualis duobus cubis cum duobus mutuis partium & quia residuum est numerus rerum, & est duplum mutuum diuiso eo per rem, exhibit numerus rerum quem constat esse eundem.

Proponatur ergo a b & c d 4. & sint res & sint earum quadrata b g d k sit autem a b diuisa in e. vt cubi g h, h b sint quadraginta, & erunt b res p. 40. æqualia toti cu-

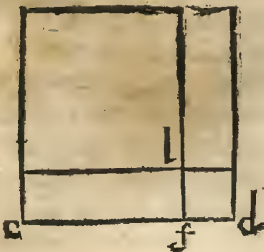


bo, & ideo auferatur m h æqualis a h erunt igitur tres illæ superficies b & iuxta altitudinem a b, b res & ex a b in m n & h b 40. & a c erit re. v. cu. 20. p. re. 392. & e b. re. v. cu. 20. m. re. 392. & sit e f 3. & f d erit 1. & cubi k l & l d cum duobus mutuis corporibus, & hoc est quantum sit ex c d in k l l d iterum 40. & erunt superficies k l & l d 10. & æquales necessario superficiebus m n & h b quia & ipsæ ductæ in a b quæ est æqualis c d producit 40. Igitur quia volo in prima superficie quod soli cubi æquales sint 40. & in secunda quod cubi cum duobus corporibus mutuis efficiant idem 40. & quod æstimatio sit eadem, igitur

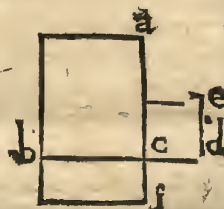
N n 3 tus



tur necesse est vt in secunda figura 1. cub. æquetur 6. rebus etiam p. 40. sed diuifio in fest. proximior medio quam in prima figura in e nec regula illa feruit huic æquationi sic intellecta, ergo oporteret inuenire aliam ei propriam. Idem igitur dico de exemplo superiore, ponatur a b. 32. cu. 32. p. 32. cu. 2. & sit diuifio binomij in e & 1. cu. æqualis 12. rebus p. 34. & erunt n m & h b 12. In secunda autem figura erunt itidem k l, l d 12. sed diuifio erit, vt propositum est in f nec licebit cum æquatione 1. cu. æqualis 12. rebus p. 34. inuenire c d vt composita est ex c f & f d, sed ex a l a regula, sed inueniemus a b vt est diuifa in partes a e, e b e c postmodum si noluerimas a f, f d. Hoc tamen satis est vt intelligamus dari quantitatem mutnam, quæ possit eo modo ducta producere numerum. Si fuerint duæ quantitates quod fit ex prima in quadratum secundæ, est æquale ei quod fit ducta secundæ in primæ in se. Hoc autem commutandi causa. Sit prima a b quadratum, secunda c d fiat ergo ex



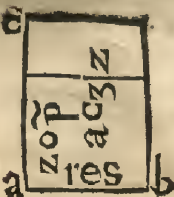
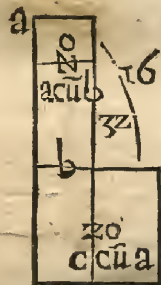
b c in c d b f dico b f esse latus b a in c e. Quia enim ex a b in c d fit quantum ex b c in b f, eo quod vtroque ducitur c d in quadratum b c, erit proportio corporis c d in a b ad b f superficiem linea b c. Similiter proportio corporis ducti in b c ad a b est quadratum c d, igitur proportio producti a b in c e ad b f est ipsa b f, igitur b f in se ducta, producit a b in c e.



## SCHOLIUM.

32. p. lat. a.

Ex visis hic & superius apparet siquid, quod omnes regulæ vigesimi quinti capituli Artis magnæ, quas vocant speciales, sunt generales & dicuntur speciales solum ratione generis æstimationis, & ideo si quis dicat cu. æqualis est 20. rebus p. 32. dicemus quod æstimatio est 20. d. p. 32. id est diuifum in partem & radicem producentes 32. Et similiter erit 32. p. 20. cum p. 32. id est producentis 20. cum producente 32. Et similiter dicetur. Ag. 32. p. 20. p. n. 16. id est aggregatum radicem partium 20. quæ mutuo duæ producunt 16. dimidium 32. Dicemus etiam ex superius dictis hoc idem, vt res redigatur ad tres æstimationes, nam aliæ sunt confusæ. Ex quibus sequitur quod istæ æstimationes inter se erunt æquales. Et similiter



cum operatus fueris in illis, transibis ex vno in aliud capitulum, vt cum æstimatione. Et

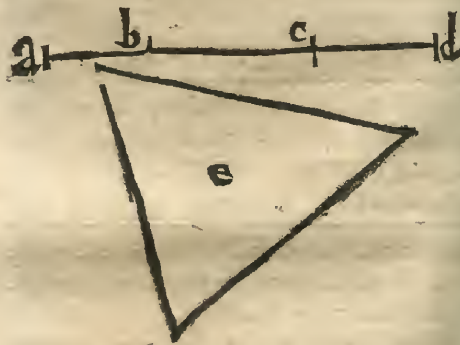
20. d. p. 32. p. 32.  
32. p. 20. cu. 1. 32.  
Ag. 32. p. 20. p. n. 16.

nota quod in figura a variat magnitudinem iuxta singulas regulas.

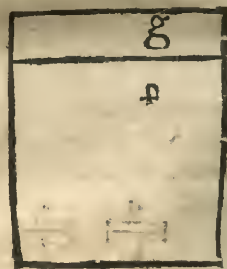
## CAPVT LIIII.

## De perpetua additione quantitatum.

Dico quod si capias duas quantitates ab b c & iungas eas, & sit producti b a in a c aggregatum à quadrato b c differentia superficies e, dico quod si addatur a c tan-

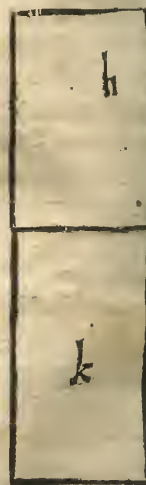


quam parti c d æqualis b c quod differentia quadrati a c conuersa ratione à producto c d in a d, & hoc semper procedet, id est posita a d vna parte addemus æqualem a c, & fiet a c in aggregatum a d & a c differentia à quadrato ad idem e. ostensa prima patent reliquæ. Et semper fit commutatio, nam si in prima quadratum b c sit maius eo quod ex a b in a c erit in secunda quod fit ex c d in a d maius quadrato a c. Quod ergo fit ex c b in se



Per 4. secunda  
di Elem  
Per 1. secunda  
di Elem.

cum eo quod fit ex c a in se est æquale duplo quadrati c b in se, & duplo c b in a b, & quadrato a b quod etiam fit ex a b in a c, & c d in d a est æquale eisdem quinque superficiebus, igitur quadrata c b & c a sunt equalia duabus superficiebus a b in a c, & d c in d a, sint ergo quadrata b c, c a superficies f g, ita vt f sit æqualis quadrato a c, g quadrato b c, superficies autem h k æqualis a b in a c, & c d in d a, erit igitur vt demonstratum k h æqualis f g, sit autem h æqualis a b in a c, k autem æqualis c d in d a, quantum igitur h excedit g tantum f k, vel contra quantum g excedit h tantum k excedit f, sed differentia g & h ex supposito est e, igitur e est etiam differentia f & k, sed f est æquale quadrato a c, & k producti ex c d in d a, igitur constat propositum.



## CAPVT

cap. 2.

Cap. 28.

Vide supra  
cap. 31. &  
40. in fine,



*Questio generalissima, per quam ex tribus conditionibus vniuersalibus ad unam deuenimus quantitatem specialem, & est admirabilis.*

**E**st quantitas cuius latus ductum in residuum producti latus tanto maius est latere aggregari quanto residuum totius detractis duobus lateribus maius est hoc ipso latere. Quantitas est 1. quad latus 1. pos. residuum 1. quad. m̄. 1. pos. latus igitur producti ʒ. 1. cu. m̄. 1. quad habemus igitur 1. pos. ʒ. 1. cu. m̄. 1. quad. & 1. quad. m̄. ʒ. 1. cu. m̄. 1. quad. & m̄. 1. pos. quæ se æqualiter excedunt : igitur vt in proportionibus æqualibus multiplicatio, ita in excoëssibus coniunctio 1. quad. m̄. ʒ. 1. cu. m̄. 1. quad. duplum erit ʒ. 1. cu. m̄. 1. quad. Et idè 1. quad. æquale triplo ʒ. 1. cu. m̄. 1. quad. quod est ʒ. 9. cu. m̄. 9. quad. Igitur 1. quad. quad. æquale 9. cu. m̄. 9. quad. & 1. quad. p̄. 9. æqualia 9. pos. igitur res est  $4\frac{1}{2}$  m̄. ʒ.  $11\frac{1}{4}$ . Aggregatum  $31\frac{1}{4}$  m̄. ʒ.  $91\frac{1}{4}$  detrahe  $4\frac{1}{2}$  m̄. ʒ.  $11\frac{1}{4}$ . Relinquitur aggregatum secundæ & tertiæ 27. m̄ ʒ. 720. hanc diuide vt æqualiter se excedant, detrahe duplum  $4\frac{1}{2}$  m̄. ʒ.  $11\frac{1}{4}$  ex 27. m̄. ʒ. 720. relinquantur 18. m̄. ʒ. 405. cuius sume tertiam partem quæ est 6. m̄. ʒ. 45. adde primæ habebis  $10\frac{1}{2}$  m̄. ʒ. 101.  $\frac{1}{4}$ , tertia fiet simili ex additione 16  $\frac{1}{2}$  m̄. ʒ. 281  $\frac{1}{4}$ .

$$\begin{array}{l} 4\frac{1}{2}\text{ m. R. } 11\frac{1}{2} \\ 10\frac{1}{2}\text{ m. R. } 101\frac{1}{4} \\ 16\frac{1}{4}\text{ m. R. } 281\frac{1}{8} \end{array}$$

Linea a b est decem diuisa in quatuor  
quantitates æqua proportionē & differen-  
tiæ illarum,



simul iuncte  
 sunt quin-  
 que. Sit igitur a e 1. & c d. 1. pos. d e erit 1. quad. & e b. 1. cu. Et quia ex regulis generalibus quantita-  
 tum differentiarum a c, c d, d e, e b, sunt æqua-  
 les differentiarum a c & e b, in quocumque quanti-  
 tatibus quolibet modo, & ordine sumptis  
 erit differentia a c a b c b a d a b 1. cu. m. 1. ad  
 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. igitur dupla, qua-  
 re 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. æqualia 2. cu.  
 m. 2. & 1. cu. æqualis 1. quad. p. 1. pos. p. 3. &  
 est in capitulo & clarum. Habebimus ergo  
 aggregatum 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. at  
 nos volebamus non illud, sed 10. dicemus  
 ergo si a b aggregatum esset 10, quanta esset  
 a c, duc 10. in 1. fit 10. diuide per aggre-  
 gatam, exibat quantitas a c in linea a b  
 quæ est 10. & ea quantitas ducta per rem  
 producet c d, eadem ducta in rem producet  
 d e deductis a e, c d & d e ex a b, relinque-  
 tur nota etiam b e.

Quod si dicat differentias a c & c d, item-

qued e & e b esse quinque cum tota a b sit  
decem: ponemus vt prius, & erunt differ-  
entiarū c d & e a 1. pos. m. 1. & e b & e d 1.  
cu. m. 1. quad. igitur 1. cu. p. 1. quad. p. 1.  
pos. p. 1. sunt dupla 1. cub. m. 1. quad. p. 1. pos.  
m. 1. Quia ergo 1. cub. p. 1. quad. se habet  
ad 1. pos. p. 1. vt 1. cu. m. 1. quad. ad 1. pos. m.  
1. nam vtriusque proportio est 1. pos.  
erit permutando 1. cu. p. 1. quad. ad 1.  
cu. m. 1. quad. vt 1. pos. p. 1. ad 1. pos. m. 1. igitur  
iungendo erit proportio 1. cu. p. 1. quad. p. 1.  
pos. p. 1. ad 1. cu. m. 1. quad p. 1. pos. m. 1. vt 1.  
pos. p. 1. ad 1. pos. m. 1. At illa proportio fuit  
dupla, duplum igitur est 1. pos. p. 1. ad 1. pos.  
m. 1. & 1. pos. p. 1. æqualis 2. pos. m. 2. igitur 1.  
pos. æqualis 3. proportio igitur quantitatum  
triplex est. Erunt igitur quantitates 1. 3. 9. 27.  
tota igitur a b est 40. At nos supponimus  
eam esse decem solum, igitur cum 40. sit  
quaduplum ad 10 erunt a c, c d, d e, e b,  
quarta pars 1. 3. 9. 27. Quare erunt  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $2\frac{1}{4}$ ,  
 $6\frac{3}{4}$ . Et differentiarū  $\frac{1}{4}$  &  $\frac{3}{4}$  &  $2\frac{1}{4}$  &  $6\frac{3}{4}$  sunt 5.  
1. 1.  $\frac{1}{2}$  & 4  $\frac{1}{2}$ .

Idco nota quod aggregatum quatuor  
quantitatum, ad aggregatum illarum dua-  
rum differentiarum proportionem habet  
quam proportio ipsa monade addita habet  
ad proportionem ipsam detracta unitate, vt  
italiceat latinè loqui tamen. Velut 8. 12.  
18. 27. aggregatum 65. aggregatum diffe-  
rentiarum 13. proportio quintupla, & est  
vt  $2\frac{1}{2} : \text{ad } \frac{1}{2}$ , est autem  $2\frac{1}{2} : 1$ . p. proportione  
sexquialtera, quæ scribitur  $1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$  m. eadem  
proportione.

Ex hoc etiam sequitur, quod cum proportio aggregati ad duas differentias primæ & secundæ, itemquæ tertiæ & quartæ fiat detracta & addita monade ad proportionem partium, & in omnibus quantitativibus eadem maneat, quod si voluero aliquam proportionem, vtpote nonuplam inter aggregatum quantitatum & duarum differentiarum accipiam. 1. m. in proportione. 1. octuplam, & accipiam partem octauam 2. & est  $\frac{1}{4}$  cui addam 1. & est  $1\frac{1}{4}$ , & hæc erit proportio scilicet sexquiquarta, et si voluero decuplam aufero 1. fit nonupla, & capio nonnam partem 2. quæ est  $\frac{2}{9}$  & ei addo 1. fit  $1\frac{2}{9}$  proportio 1. superbipartientis duas nonas, & si voluero supertripartientem decimas. 1.  $1\frac{3}{10}$  inter quantitates vt habeam proportionem aggregati ad aggregatum, vt 23. ad 3. & habebis quantitates vt. vides, ideo detrahe 3. à 23. relinquitur 20. diuide 2. per 20 exit  $\frac{1}{10}$  sumo triplū, & est  $\frac{3}{10}$ , cui addo 1. & fit  $1\frac{3}{10}$ , proportio partium quæ sita & idem in aliis.

Coroll. 2.

|                 |      |
|-----------------|------|
| Quantit.        | 1000 |
|                 | 1300 |
|                 | 1690 |
|                 | 2197 |
| Ag. q.          | 6187 |
| Ag. d.          | 807  |
| Propor. 23 ad 3 |      |

|          |         |
|----------|---------|
| Quantit. | 1000    |
|          | 1300    |
|          | 1690    |
|          | 2197    |
|          | 6187    |
|          | 807     |
|          | 23 ad 3 |

Quantitatum proportionales ad aggregatum manent eadem dico ad aggregatum differentiarum omnium, & primæ & tertiæ, & ad differentiam secundæ à tertiâ: Et tamen vna est facillima inuentu, scilicet ad differentiam primæ & secundæ & tertiæ & quartæ, alia difficilima, scilicet ad aggregatum omnium, vt visum est in questione



secunda, alia fermè impossibilis scilicet ad differentiam secundæ & tertiæ. Nam cum proportio ad aggregatum omnium sit vt vides, & similiter ad aggregatum duarum differentiarum detracta vna ab alia, seu in prima positione relinquetur proportio aggregati ad differentiam secundæ & tertiæ vt 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. ad 1. quad. m. 1. pos. & ita fiet æquatio cubi rerum &

|                                     |                     |
|-------------------------------------|---------------------|
| 1 cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1.  |                     |
| 1. cu. m. 1. quad. p. 1. pos. m. 1. |                     |
| <hr/>                               |                     |
| 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. | 1. cu.              |
|                                     | m. 1.               |
| <hr/>                               |                     |
| 1. cu. p. 1. quad. p. 1. pos. p. 1. | 1. quad. m. 1. pos. |

& numeri æqualium quadratis : quantum ad generalem modum.

Quia verò proportionēs se habent inuicem vt 1. pos. 1. quad. & 1. cu. proportionis, proportio enim secundæ ad primam est simplex & vna, & tertiæ ad secundam vt quad. & quartæ ad tertiā vt cubus. Velut vides in exemplo, differentiæ vero sunt in eadem proportionē: Ideo si quis dicat diuide 10. in quatuor quantitates, quarum proportio differentiarum extremarum sit tripla ad mediam facile inuenies, nam habebis 1. cu. m. 1. quad. p. 1. pos. m. 1. tripla ad 1. quad. m. 1. pos. diuide per 1. pos. m. 1. habebis 1. quad.

|                   |                   |                   |     |
|-------------------|-------------------|-------------------|-----|
| 8.                | 12.               | 18.               | 27. |
| <hr/>             |                   |                   |     |
| 1 $\frac{1}{2}$ . | 2 $\frac{1}{4}$ . | 3 $\frac{3}{8}$ . |     |
| <hr/>             |                   |                   |     |
| 4                 | 6                 | 9                 |     |

p. 1. æqualem 3 pos. igitur res est 1  $\frac{1}{2}$  m. 2. 1  $\frac{1}{4}$ , hæc erit proportio quantitatum iuxta quam diuidemus postea 20. & semper differentia primæ à secunda & tertiæ à quarta, tripla erit differentia secundæ à tertiā.

#### QVÆSTIO IV.

Iuxta quam faciemus quatuor quantitates in continua proportionē quarum differentia secundæ à tertiā sit 2. & primæ à secunda, & tertiæ à quarta 6. Erunt igitur illæ differentia in ea proportionē, vtpote 1  $\frac{1}{2}$  m. 2. 1  $\frac{1}{4}$  | 3  $\frac{1}{2}$  m. 2. 1  $\frac{1}{4}$  9. m. 2. 80. Sed media differentia non est 2. dic ergo si 3  $\frac{1}{2}$  m. 2. 1  $\frac{1}{4}$  esset 2. quid erit 1  $\frac{1}{2}$  m. 2. 1  $\frac{1}{4}$  & 9. m. 2. 80. Duc. 2. in eas quantitates, fient vt vides : diuide eas per 3  $\frac{1}{2}$  m. 2. 1  $\frac{1}{4}$ , & est vt multiplices per binomium omnia fietque

|                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| 3. m. 2. 5.                           |  |
| 18. m. 2. 320.                        |  |
| <hr/>                                 |  |
| 3 $\frac{1}{2}$ m. 2. 1 $\frac{1}{4}$ |  |
| 3 $\frac{1}{2}$ p. 2. 1 $\frac{1}{4}$ |  |

diuisor. 1. & est ac si non diuideres quantitates, ergo erunt vt vides, sed hæ sunt differentia quantitatum. Pones ergo primam 1. pos. secundam 1. pos. p. 3. m. 2. 5. tertiā 1. pos. p. 5. m. 2. 5. quartam 1. pos. p. 8. duc primam in vltimam sunt 1. quad. p. 8. pos.

æqualia ductui secundæ in tertiā, qui est 1. quad. p. 8. pos. m. 2. 5. 20. p. 20. numero m. 2. 320. Igitur pos. 2. 20. æquantur 120.

|             |
|-------------|
| 1.          |
| 3. p. 2. 5. |
| 2.          |
| 3. m. 2. 5. |

m. 2. 328. diuide numerum per numerum positionum, erit rei æstimatio 2. 20. m. 4. Igitur quantitates erunt vt vides.

Et constat quod sunt in continua proportionē : nam ex prima in tertiā sit 6. m. 2. 20. quod est quadratum secundæ. Et differentia primæ à secunda est 3. m. 2. 5. &

|              |                        |
|--------------|------------------------|
| 2. 5. m. 1.  | 1. pos.                |
| 2. 5. m. 1.  | 1. pos. p. 3. m. 2. 5. |
| 2. 5. p. 1.  | 1. pos. p. 5. m. 2. 5. |
| 2. 20. p. 4. | 1. pos. p. 8.          |
| <hr/>        |                        |
| 2. 180.      |                        |

tertiæ à quarta 3. p. 2. 5. quæ iunctæ faciunt 6. & differentia secundæ à tertiā est 2. vt propositum est.

#### CAPVT LVI.

De duabus quæstionibus pulchris sed impertinentibus.

Cum fuerint tres quantitates, & volueris eas diuidere in duos ordines quantitatum eiusdem proportionis primum diuides secundum pro arbitrio. 1. mediam, quia innumeris modis poterit solui quæstio, vt etiam sub certa porportionē quantitatum vt libet variatis iuxta proportionis naturam, erunt ergo duo generales modi, scilicet quantitatis & proportionis. Sint ergo quantitates 5. 8. 13. Et proportionem allumamus duplam, erunt igitur 5. m. 1. pos. 8.

5. m. 1. pos.

8. m. 2. pos.

13. m. 4. pos.

65. p. 2. quad. m. 33. pos.

64. p. 4. quad. m. 32. pos.

$\frac{1}{29}$

$\frac{4}{29}$

$\frac{10}{29}$

$\frac{28}{29}$

$\frac{25}{29}$

$\frac{13}{29}$

$\frac{4}{29}$

$\frac{7}{29}$

$\frac{12}{29}$

Aggreg. Prim. Sec. Agg. 3.

5 \  $\frac{2}{6}$   
20 \  $\frac{6}{4}$

23

13

36. | 32

1  $\frac{7}{13}$

13

$\frac{2}{13}$

2.  $\frac{7}{13}$

1.  $\frac{7}{26}$

I  $\frac{413}{676}$

I  $\frac{13}{49}$

$\frac{7}{26}$

$\frac{49}{676}$

m. 2. pos. 13. m. 4. pos. in continua proportionē, quare vt vides extrema inuicem conueniunt



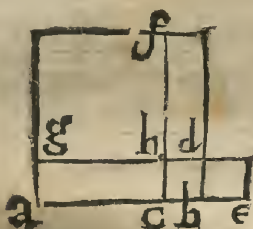
niunt ducta cum media in se, & abiecto numero quadratorum vtrinque qui semper erit idem erit 1. pos. æqualis 1. igitur quantitates erunt 1. 2. 4. & reliquæ 4. 6. 9. & hic modus est facilis. Etenim si posuisses in proportionem quadrupla fuissent, vt vides. At si quantitates mediæ iam distinctæ supponantur. Velut in primo exemplo à latere vides. Duc. 5. primum aggregatum in 4. quadratum mediæ minoris fit 20. diuide per 13. aggregatum maiorum exit  $1\frac{7}{13}$ , detrahe inde 4. quadratum mediæ minoris ex 36. quadrato mediæ maioris relinquitur 32. diuide per 13. exit  $2\frac{7}{13}$  detrahe ex 5. minore aggregato relinquitur  $2\frac{7}{13}$ , cuius dimidio in se ducto cum fiat  $1\frac{413}{676}$  detrahes iam seruatum primum prouentum, & est  $1\frac{7}{13}$  relinquetur  $\frac{49}{676}$  cuius  $\frac{7}{26}$  addita vel detracta ab  $1\frac{7}{13}$  dimidio residui minoris aggregati ostendit partes 1. vel  $1\frac{7}{13}$ . Igitur partes erunt se-

|                 |    |                |
|-----------------|----|----------------|
| 1.              | 2. | 4.             |
| 4.              | 6. | 9.             |
| $\frac{20}{13}$ | 2. | $\frac{23}{5}$ |
| $\frac{45}{13}$ | 6. | $\frac{52}{5}$ |
| 5.              | 4. | m. 1. pos. 13. |
|                 | 4. | p. 1. pos.     |

cundum primam æstimationem 1. 2. 4. & 4. 6. 9. & iuxta secundam. Quod si aggregata sint mutua 1. vt prima cum tertia coniungatur, erunt gratia exempli 8. & 2. & 6. & 10. peruenies ad notitiam eodem modo 4. 2. 1. & 4. 6. 9. &  $\frac{4}{5}$  2. 5. &  $7\frac{1}{5}$  6. 5. & ideo duplex ordo videtur ex his haberi.

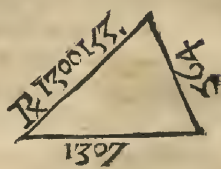
## REGVLA SECVNDA Pomponij de Bolognetis.

**S**int duæ lineæ a b & b c gnomon, qui est differentia quadratorum c g f d, & producat b c æqualis b c, dico quod rectan-



gulum ex a c differentia in a e aggregatum laterum est æquale gnomoni dicto. Nam ex Prima secundi Elementorum quod fit ex a c in a e, est æquale ei quod fit ex a c in se, & in c b & b c. Sed quod fit ex a c in se ipsum est æquale quadrato g f, & quod fit ex a c in b c est æquale rectangulo c g ex diffinitione data in initio Secundi Elementorum: & quod fit ex a c in b e est æquale rectangulo d f, quia b e est æqualis c h, etenim supposita est æqualis b c & d f est æquale a b, ex his quæ dicta sunt in Primo Elementorum, igitur liqudò patet propositum.

Propos. 43.



|            |               |
|------------|---------------|
| 1307.      | 564.          |
| 1708249    | 318096.       |
| 318096     |               |
| R. 1390153 | 1307.         |
|            | 564.          |
|            | 1871.         |
|            | 743.          |
|            | 5613.         |
|            | 7484.         |
|            | 13097.        |
|            | 1390153.      |
|            | 975342.       |
|            | 975342.       |
|            | 1950684.      |
|            | 3901368.      |
|            | 292602640.    |
|            | 487670140.    |
|            | 6827394 00.   |
|            | 8778078 160.  |
|            | 951292016964. |
|            | 1600.         |
|            | 951292018564. |

Cum ergo soleamus inuenire ex basi orthogonij & altero latere reliquum latus hoc modo, sit latus recto oppositum 1307. alterum 564. ducuntur in se, & fiunt 1708249. & 318096. detrahe vnum ex altero fit 1390153. cuius  $\frac{7}{13}$  est alterum latus. Sed ex præcedenti demonstratione longe breuius iunge 564. et 1307. fiunt 1871. detrahe etiam vnum ex altero fit 743. duc. 743. in 1871. fiunt vt supra.

In hac operatione ingrediuntur figuræ 43. in priore autem figuræ 72. Maius etiam est discrimen & licentia errandi maior in maioribus numeris. At verò ex demonstratione simili poterimus iungere latera, nam si magna sint ambo, vt pote 975342. & 975362. ducemus maiorem in se & duplicabimus, & ei addemus quadratum differentię, habebimus quadratum lateris oppositi angulo recto. Fit ergo hæc operatio tota cum 75. figuris, at alio modo 120. figuris indiget. Præterea operationes addendi in hac sunt 16. in alia 34. quod si quantitas minor parua sit, & differentia magna erit, tunc ordinatum modum sequemur.

Modus multiplicandi noster vt 87. in 89. duc 90. in 90. proximum denarium fit 8100. duc defectum seu differentiam, in differen-

tiam



tiam fit 3. totum 8103. iunge 3. & 1. fit 4. duc in 90. fit 360. detrahe. ex 8103. relinquitur 7743. si verò volueris ducere 87. in 93. duc 90. in 90. fit 8100. duc 3. in se fit 9. detrahe ab 8100. relinquitur 8091. Duc tertio 88. in 94. duc 90. in 90. fit 8100. duc 2. minus in 4. excessum fit 8. detrahe ex 8100. relinquitur 8092. detrahe 2. minus à 4. plus fit 2. plus, duc in 90. fit 180. adde ad 8092. fit 8272. Duc deum 49. in 93. duc 50. in 90. fit 4500. Et 1. in 3. fit 3. detrahe, habes 4497. duc in 90. fit 90. duc 3. in 50. fit 150. detrahe 90. à 150. relinquitur 60. adde ad 4497. habes 4557. vel ducas 47. in 88. duc 90. in 50. fit 4500. duc 3. in 2. fit 6. iunge sunt 4506. duc 3. in 90. fit 270. & 2. in 50. fit 100. iunge sunt 370. detrahe ex 4506. relinquantur 4136. semper autem oportebit duo iungere tantum aut quatuor aut duo iungere & duo minuere. Et utilis est ad supputationem quæ mente sola fit.

## CAPVT LVII.

## De tractatione æstimationis generalis capituli cubi æqualis rebus &amp; numero.

Cap. 40. in fine, & 53. in fine,

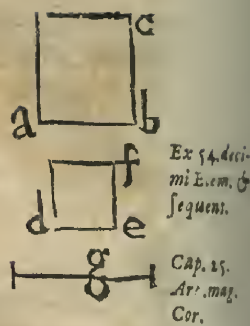
Per 47. primi Elem.

Iam docuit te, quod æstimationis generalis capituli cubi æqualis rebus & numero non est habita, neque per regulam generalem neque specialem, nisi per illam, vt inuenias quantitatem quæ ducta in secundam, producat numerum æquationis, & illa secunda quantitas gerit vicem gnomonis, & fit prima radix seu latus aggregati ex numero rerum, & secunda illa quantitate inuenta. Et est hoc secundum naturam (vt dixi) quia linea ponitur latus aggregati duarum superficierum quadratarum, & ideo erit opposita angulo recto à lateribus illorum duorum quadratorum contento. Et dixi iam quod hæc quantitas describitur, vt in exemplo cubi æqualis 20. rebus p. 32. sic 32. p. 20. c. p. 32. 1. producens 20. cum producente 32. seu melius 20. p. d. 32. id est 20. p. diuiso 32. per ipsam radicem. Aliter 20. f. 32. id est 20. cum fragmento 32. supple per eandem radicem diuisi. Fragmentum enim est quod ex diuisione prodit. Hoc igitur nomine vtremur deinceps si cui aliorum aliquid arrideat, vel etiam nouum imponat, modo res constet non grauabor. Igitur 20. f. 32. est æstimatio cubi æqualis 20. rebus p. 32. numero vt dictum est.

Dico ergo primum quod hæc æstimatio non potest esse, neque ex natura binomij, nisi vt mutantur neque recisi sint a b c & d e f quadrata illa, & a c numerus r m d f, quod prouenit diuiso numero per g rem ipsam: quia ergo g si est binomium d e f est recisum, igitur cum a b c sit numerus, erit aggregatum ex a b c & d e f recisum, igitur latus eius est recisum: non ergo g fui-

binomium, & si ponas quod g sit recisum, erit d e f binomium & aggregatum a b c, d e f binomium, igitur latus eius binomium primum & non recisum.

Cum igitur cubus æqualis rebus & numero, vt in exemplo præcedenti, vt supra visum est habeat æstimationem 20. p. 17. p. 1. & hoc est binomium, & necesse est vt sit 20. f. 32. diuiso 32. per 20. p. 17. p. 1. & sufficit ducere 20. p. 17. m. 1. in 2. fit 20. p. 68. m. 2. quod additum ad 20. efficit 18. p. 2. 68. & ita vides quod redit ad binomium, cuius 20. est 20. p. 17. p. 1 rei æstimatio, constat ergo quod nullum recisum potest esse eiusmodi: neque etiam binomium cuius prima pars sit numerus, nam fragmentum erit necessarium cum secunda parte m. & 20. igitur totum esset recisum. Est igitur querenda quantitas eius generis vt diuiso numero per eam illius possit esse radix, & constat in binomio quinto (vt dixi) & in secundo fit 20. p. 12. p. 3. vt supra volo inuenire cubum æqualem rebus & numero, fac vt in regula de modo, & videbis quod solum conuenit secundo binomio, & quinto. Regula ergo de modo duplica numerum æquationis seu æstimationis habitæ, & duc vtrumque in se & differentiam adde quadrato 20. æstimationis, & habebis numerum rerum. Inde accipe 20. quadrati rei & ab ea minue differentiam numeri rerum, & numeri quadrati rei, & hoc duc in rem ipsam, & producat numerum æquationis. Exemplum proponitur 20. p. 7. p. 2. pro æstimatione duplica 2. fit 4. duc 2 & 4. in se sunt 16. & 4. quorum differentia est 12. adde 7. quadratum 20. p. 7. fit 19. numerus rerum. Inde accipio 20. p. 112. quadrati 20. p. 7. p. 2. & ab ea minue 8. differentiam 19. numeri rerum, & 11. numeri quadrati 20. p. 7. p. 2. nam ducta in se producit 11. p. 20. p. 112. igitur numerus illius quadrati est 11. hanc ergo differentiam minue à 20. p. 112. iam seruata, & est 20. quadrati rei fiet 20. p. 112. m. 8. duc in rem quæ est radix 7. p. 2. habebis numerum 12. igitur 1. cu. æquatur 19. rebus p. 12. numero. Constat verò quod æstimatio non potest augeri, nec minui stante numero rerum & æquationis eodem, nam si augeatur quod exit minuitur, igitur & 20. aggregati quæ est res, & si minuitur quod exit, augetur igitur & 20. aggregati quæ est res & ita dum augetur minuitur, & dum minuitur augetur quod esse non potest. Constat etiam quod talis æstimatio est communis binomio cubico inuento in parte capituli, & binomio superficiali hic declarato & communis quantitas est æstimatio generalis.





# Cap. LVIII. De quantitate, &c. 431

## C A P V T LVIII.

*De communi quantitate duabus incommensuris quot modis dicatur.*

**S**Vnt ergo iam notæ duæ æstimationes cubi æqualis rebus & numero, una in parte maiore numeri, & est binomij cubici, alia in parte minoris numeri binomij ex  $\mathcal{R}$ . quadratis secundi vel quinti, & communis æstimatione quæ non potest esse incommensuris, essent enim inter se commensuræ, & quarta scilicet quæ intelligitur in parte minoris numeri, deficere igitur commune oportet ut dicatur per coniunctionem. Sint igitur a b & b c incommensuræ, & sint



$\mathcal{R}$ . 8. p. 2. |  $\mathcal{R}$ . cu. 4. p.  $\mathcal{R}$ . cu. 2.

coniunctæ ita ut medium earum sit d id est aggregari, ut gratia exempli, a b sit  $\mathcal{R}$ . 8. p. 2. & b c  $\mathcal{R}$ . cu. 4. p.  $\mathcal{R}$ . cu. 2. Postquam igitur non potest esse communis æstimatione per commensuram commune: ita enim essent eiusdem naturæ inter se, aut erunt ergo per viam additionis & deductionis ut sit a d, igitur a d erit  $\mathcal{R}$ . 2. p. 1. p.  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{2}$ . p.  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{4}$ . quare b d erit  $\mathcal{R}$ . 2. p. 1. m.  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{2}$ . m.  $\mathcal{R}$ . cu.  $\frac{1}{4}$ . quam convenit addere quadrinomio, & ita potuissimus ab initio inuenire a b & b c, sicut duo hæc quadrinomia eiusdem generis. Ponamus rursus quod primum inuentum gratia exempli, sit a e quod addat super a b  $\mathcal{R}$ . cu. 2. ut eam oporteat detrachere, aut sit minus c e in  $\mathcal{R}$ . cu. 2. igitur oporteret inuenire a e & e c prius quæ sunt inæquales, & una est quantitas trinomia alia  $\mathcal{R}$ . cu. simplex, hoc autem absurdum, idcirco via operationis nulla est. Necessesse est igitur ut sit quantitas communis genere non a b nec b c, & hoc esse potest, nam animal est commune homini & asino & boui & equo, ita a b & b c continentur sub communi aliqua quantitate, quæ donec communis est omnibus habet solam eam proprietatem, quod cum diuiditur numerus simplex æquationis, per illam ipsam est  $\mathcal{R}$ . numeri rerum cum eo quod prodit. Huic accidere potest ut sit numerus, ut binomium secundi & quinti generis: ut sit  $\mathcal{R}$ . cu. binomia simplex, ut hic vel binomij cum suo reciso, vel ut sit alia quantitas semper cum illa proprietate. Diuidamus ergo 16. per  $\mathcal{R}$ . 8. p. 2. exit  $\mathcal{R}$ . 128. m. 8. addo ad 20. fit 12. p.  $\mathcal{R}$ . 128. quadratum  $\mathcal{R}$ . 8. p. 2. nam cubus fuit æqualis 20. rebus 2. exit  $\mathcal{R}$ . cu. 16. m. 2. p.  $\mathcal{R}$ . cu. 4. hoc adde ad 6. numerum rerum sit  $\mathcal{R}$ . cu. 16. p. 4. p.  $\mathcal{R}$ . cu. 4. & hoc est quadratum  $\mathcal{R}$ . cu. 4. p.  $\mathcal{R}$ . cu. 2. Commune est ergo ut vides in utraque diuisione prodire recisum, quod additum numero rerum, transeat in naturam similem quadrato rei: numerus igitur re-

rum mutat naturam eius, quod prouenit ex diuisione numeri æquationis per rem.

## C A P V T LIX.

*De ordine & exemplis in binomij secundo & quinto.*

**C**VM semper incrementum numeri, & primus numerus incipiat à  $\mathcal{R}$ . primi numeri rerum, & dimidium eius  $\mathcal{R}$ . sit secunda pars binomij stabilis, quæ est numerus æstimationis & primæ partis quadratum incipit à quarta parte primi numeri rerum & inde tam numerus rerum quam etiam incrementa quadratorum primæ partis binomij, quæ est  $\mathcal{R}$ . augeantur per monades: quæ facilius patent in suppositis exemplis primis quatuor, cum quintum sit extra ordinem manente æstimatione, velut in tertio exemplo primus numerus rerum est 9. cuius  $\mathcal{R}$ . est 3. à quo incipit primus numerus æquationis, & eius dimidium est 1.  $\frac{1}{2}$  pars secunda æquationis, quæ remanet immobilis, & prima quæ est  $\mathcal{R}$ . 2.  $\frac{1}{4}$  cuius quadratum est quarta pars primi numeri rerum, id est 9. Et augeantur talia quadrata post modum per monadem, seu unum, ut etiam numerus rerum, ut in figura vides.

*Exemplum primum incrementi per 1.*

|       |       |          |                                    |                |
|-------|-------|----------|------------------------------------|----------------|
| 1 cu. | 0 p.  | 1. pos.  | $\mathcal{R}$ . $\frac{1}{4}$ p.   | $\frac{1}{2}$  |
| 1 cu. | 1 p.  | 2. pos.  | $\mathcal{R}$ . $1\frac{1}{4}$ p.  | $\frac{3}{4}$  |
| 1 cu. | 2 p.  | 3. pos.  | $\mathcal{R}$ . $2\frac{1}{4}$ p.  | $\frac{5}{4}$  |
| 1 cu. | 3 p.  | 4. pos.  | $\mathcal{R}$ . $3\frac{1}{4}$ p.  | $\frac{7}{4}$  |
| 1 cu. | 4 p.  | 5. pos.  | $\mathcal{R}$ . $4\frac{1}{4}$ p.  | $\frac{9}{4}$  |
| 1 cu. | 5 p.  | 6. pos.  | $\mathcal{R}$ . $5\frac{1}{4}$ p.  | $\frac{11}{4}$ |
| 1 cu. | 6 p.  | 7. pos.  | $\mathcal{R}$ . $6\frac{1}{4}$ p.  | $\frac{13}{4}$ |
| 1 cu. | 7 p.  | 8. pos.  | $\mathcal{R}$ . $7\frac{1}{4}$ p.  | $\frac{15}{4}$ |
| 1 cu. | 8 p.  | 9. pos.  | $\mathcal{R}$ . $8\frac{1}{4}$ p.  | $\frac{17}{4}$ |
| 1 cu. | 9 p.  | 10. pos. | $\mathcal{R}$ . $9\frac{1}{4}$ p.  | $\frac{19}{4}$ |
| 1 cu. | 10 p. | 11. pos. | $\mathcal{R}$ . $10\frac{1}{4}$ p. | $\frac{21}{4}$ |
| 1 cu. | 11 p. | 12. pos. | $\mathcal{R}$ . $11\frac{1}{4}$ p. | $\frac{23}{4}$ |
| 1 cu. | 12 p. | 13. pos. | $\mathcal{R}$ . $12\frac{1}{4}$ p. | $\frac{25}{4}$ |
| 1 cu. | 13 p. | 14. pos. | $\mathcal{R}$ . $13\frac{1}{4}$ p. | $\frac{27}{4}$ |
| 1 cu. | 14 p. | 15. pos. | $\mathcal{R}$ . $14\frac{1}{4}$ p. | $\frac{29}{4}$ |
| 1 cu. | 15 p. | 16. pos. | $\mathcal{R}$ . $15\frac{1}{4}$ p. | $\frac{31}{4}$ |
| 1 cu. | 16 p. | 17. pos. | $\mathcal{R}$ . $16\frac{1}{4}$ p. | $\frac{33}{4}$ |
| 1 cu. | 17 p. | 18. pos. | $\mathcal{R}$ . $17\frac{1}{4}$ p. | $\frac{35}{4}$ |

*Exemplum secundum incrementi per 2.*

|       |       |          |                        |    |
|-------|-------|----------|------------------------|----|
| 1 cu. | 0 p.  | 4. pos.  | $\mathcal{R}$ . 1. p.  | 1  |
| 1 cu. | 2 p.  | 5. pos.  | $\mathcal{R}$ . 2. p.  | 1. |
| 1 cu. | 4 p.  | 6. pos.  | $\mathcal{R}$ . 3. p.  | 1. |
| 1 cu. | 6 p.  | 7. pos.  | $\mathcal{R}$ . 4. p.  | 1. |
| 1 cu. | 8 p.  | 8. pos.  | $\mathcal{R}$ . 5. p.  | 1. |
| 1 cu. | 10 p. | 9. pos.  | $\mathcal{R}$ . 6. p.  | 1. |
| 1 cu. | 12 p. | 10. pos. | $\mathcal{R}$ . 7. p.  | 1. |
| 1 cu. | 14 p. | 11. pos. | $\mathcal{R}$ . 8. p.  | 1. |
| 1 cu. | 16 p. | 12. pos. | $\mathcal{R}$ . 9. p.  | 1. |
| 1 cu. | 18 p. | 13. pos. | $\mathcal{R}$ . 10. p. | 1. |
| 1 cu. | 20 p. | 14. pos. | $\mathcal{R}$ . 11. p. | 1. |
| 1 cu. | 22 p. | 15. pos. | $\mathcal{R}$ . 12. p. | 1. |
| 1 cu. | 24 p. | 16. pos. | $\mathcal{R}$ . 13. p. | 1. |
| 1 cu. | 26 p. | 17. pos. | $\mathcal{R}$ . 14. p. | 1. |

1 cu



1 cu. 26 p. 17. pos. R. 14. p. 1.  
 1 cu. 28 p. 18. pos. R. 15. p. 1.  
 1 cu. 30 p. 19. pos. R. 16. p. 1.  
 1 cu. 32 p. 20. pos. R. 17. p. 1.  
 1 cu. 34 p. 21. pos. R. 18. p. 1.

*Exemplum tertium incrementi per 3.*

1 cu. 0 p. 9. pos. R.  $2\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 3 p. 10. pos. R.  $3\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 6 p. 11. pos. R.  $4\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 9 p. 12. pos. R.  $5\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 12 p. 13. pos. R.  $6\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 15 p. 14. pos. R.  $7\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 18 p. 15. pos. R.  $8\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 21 p. 16. pos. R.  $9\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 24 p. 17. pos. R.  $10\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 27 p. 18. pos. R.  $11\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 30 p. 19. pos. R.  $12\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 33 p. 20. pos. R.  $13\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 36 p. 21. pos. R.  $14\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 39 p. 22. pos. R.  $15\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 42 p. 23. pos. R.  $16\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 45 p. 24. pos. R.  $17\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 48 p. 25. pos. R.  $18\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
 1 cu. 51 p. 26. pos. R.  $19\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$

*Exemplum quartum incrementi per 4.*

1 cu. 0 p. 16. pos. R. 4. p. 2.  
 1 cu. 4 p. 17. pos. R. 5. p. 2.  
 1 cu. 8 p. 18. pos. R. 6. p. 2.  
 1 cu. 12 p. 19. pos. R. 7. p. 2.  
 1 cu. 16 p. 20. pos. R. 8. p. 2.  
 1 cu. 20 p. 21. pos. R. 9. p. 2.  
 1 cu. 24 p. 22. pos. R. 10. p. 2.  
 1 cu. 28 p. 23. pos. R. 11. p. 2.  
 1 cu. 32 p. 24. pos. R. 12. p. 2.  
 1 cu. 36 p. 25. pos. R. 13. p. 2.  
 1 cu. 40 p. 26. pos. R. 14. p. 2.  
 1 cu. 44 p. 27. pos. R. 15. p. 2.  
 1 cu. 48 p. 28. pos. R. 16. p. 2.  
 1 cu. 52 p. 29. pos. R. 17. p. 2.  
 1 cu. 56 p. 30. pos. R. 18. p. 2.  
 1 cu. 60 p. 31. pos. R. 19. p. 2.  
 1 cu. 64 p. 32. pos. R. 20. p. 2.

*Exemplum quintum ubi res eadem est.*

1 cu. 216 p. 0. pos. 6.  
 1 cu. 210 p. 1. pos. 6.  
 1 cu. 204 p. 2. pos. 6.  
 1 cu. 198 p. 3. pos. 6.  
 1 cu. 192 p. 4. pos. 6.  
 1 cu. 186 p. 5. pos. 6.  
 1 cu. 180 p. 6. pos. 6.  
 1 cu. 174 p. 7. pos. 6.  
 1 cu. 168 p. 8. pos. 6.  
 1 cu. 162 p. 9. pos. 6.  
 1 cu. 156 p. 10. pos. 6.  
 1 cu. 150 p. 11. pos. 6.  
 1 cu. 144 p. 12. pos. 6.  
 1 cu. 138 p. 13. pos. 6.  
 1 cu. 132 p. 14. pos. 6.  
 1 cu. 126 p. 15. pos. 6.  
 1 cu. 120 p. 16. pos. 6.

Ex quibus sequuntur quatuor corollaria.

Ex hoc igitur ordine habemus primum quod oportet, ut cum dimidium R. sit pars secunda æstimationis, & R. sit necessario

numerus par vel impar, ut secunda pars sit numerus integer, aut numeri dimidium.

Secundò, sequitur quod capitulum non potest esse generale, quia primus numerus necessario est quadratus, nam si non sit cum incrementa fiant per radicem numeri, igitur vel primus numerus ut pote in tertio ordine erit integer & non quadratus, aut quadratus sed non integer: si quadratus & non integer, igitur cum alij numeri rerum fiant per additionem continuam unius, erunt omnes numeri rerum fracti, igitur non seruiet capitulum cubo æquali rebus integris & numero vlla ex parte quod est absurdum. Sin autem fuerit numerus & non quadratus, igitur cum incrementa fiant per R. alius, nunquam prodibit numerus verus æquationis, & ita capitulum erit inutile.

Ex hoc sequitur etiam quod nunquam numerus æquationis potest adde augeri, quadratum dimidij eius sit maius cubo tertie partis numeri rerum: nam tunc per primam regulam fieret æstimatio binomium cubicum: & per hanc regulam binomium quadratum, & ita unum æquale esset alteri, quod licet esse possit, ut in hoc exemplo R. v. cu. 20. p. R. 329. p. R. v. cu. 20. m. R. 392. & est 2. p. R. 2. & 2. m. R. 2. quod est 4. non potest tamen continuari, & æstimatio resoluitur in numerum integrum.

Ex hoc habetur æstimatio proposito numero rerum & æquationis inuenias omnia quadrata contenta sub numero rerum, & suas R. cum quibus duces istas in differentiam numeri rerum, & numeri quadrati, & si producat numerus æquationis. tunc differentia illius, & quartæ partis numeri quadrati inuenti R. est prima pars binomij, & dimidium R. illius inuentæ pars secunda binomij. Exemplum 1. cu. equalis est 30 p. 19. pos. sub 19 numero rerum continentur quadrati numeri, ut a latere vides: cum vero differentia 9. a singulis sit ducta in R. numeri bifariam producitur 30. numerus æqua-

|    |    |     |     |
|----|----|-----|-----|
| 16 | 4. | 3.  | 12. |
| 9  | 3. | 10. | 30. |
| 4  | 2. | 15. | 30. |
| 1  | 1. | 18. | 18. |

tionis. In posteriore accipiemus 1. quartam partem 4. & addemus ad 15. differentiam sit 16. cuius R. quæ est 4. addito 1. constituit æstimationem 5. In priore addemus  $2\frac{1}{4}$  quartam partem 9. ad 10. differentiam sit 12  $\frac{1}{4}$  cuius R. quæ est 3  $\frac{1}{2}$  addito 1  $\frac{1}{2}$  dimidio 3. R. 9. sit 5. ut prius rei æstimatio.

C A P V T LX.

*Demonstratio generalis capituli cubi æqualis rebus & numero.*

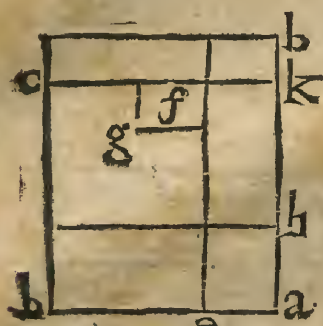
ET cum sit regula hæc quod ad æstimationem attinet specialis, ideo etiam non mirum est si sit etiam specialis in modo inueniendi, cum supponat numerum quadratum. Ergo ut generaliter considerare

cur



# Cap. LX. Demonstratio, &c. 433

cur proponamus rem ipsam a b & eius Quadratum a c, quod constat ex aliquo numero diuiso per a b & prouentu addito numero rerum, numerus igitur diui-



sus nunc ponatur superficies : ideòque poterit esse maior & minor & æqualis ipsa e proponatur primum quod sit æqualis igitur quod prouenit erit b a latus & hoc est notum : quippe numerus notus ideò nota velut 1. cub. æqualis 25. p. 20. rebus res est 5. & æqualis 36. p. 30. rebus res est 6. Sit modo B D maior quadrato A C in D E, & sit A C vnum, & quia E D erit quantum A D, & addita C D, constituit quadratum A C ex demonstratis, si ergo adderetur sola A F vt fieret A C esset numerus rerum ad vnguem E C, sed quia additur D F plus constituitur F G æqualis F D, igitur superficies E G C, erit numerus rerum puta 8. & superficies b d est numerus ex supposito, & differentia earum erit 24. qui est dodrans 32. & triplum numeri rerum A B : & ideò E D fit ex ea, id est vno, in A D seu A k cum adiecta k D igitur adiecto quadrato k D commune erit productum ex A B adiecta A D in k D monade addita equale differentia numeri æquationis, & numeri rerum cum quadrato kd. Si vero proponatur B H numerus paruus, & qui exit A H & monade ducta in A H fit E H superficies quæ adiecta numero rerum constituit quadratum A C, igitur numerus rerum est superficies H C E, & sit gratia exempli 18. & H B 8. igitur differentia erit 10. talis autem differentia est H C m. H E H c fit ex H k in A B, H E ex H a in A E. Igitur est diuisa A k æqualis A B vt ex tota in vnam partem, altera detracta relinquatur 10.

Quando ergo superficies diuidenda, & est numerus æquationis, fuerit magna, tunc in pluribus satisfaciet pars illa capituli iam inuenti per binomia ex R. cubicis, quandoque etiam non. Sed quando superficies fue-

R. cu 7. p. R. R. 3. m. R. R. 5. Quod ad propinquitatem at-

R. cu. Quad 10. p. R. 3. m. R. 2.

tinet nihil refert cum perpetuo liceat appropinquare. Quo verò ad operationes illæ sunt notissimæ, ideò propono eas. Sit ergo vt velim, R.  $\frac{a}{b}$  capio R. numeratoris & denominatoris, & est R. b & R a, & superpono vnam alteri eodem ordine, &

habeo R.  $\frac{a R. a}{b R. b}$  & similiter  $\frac{R. cu. a}{R. cu. b}$  & ita R. cu.  $\frac{10.}{R. R. 5. p. R. cu. 2.}$  est R. cu. 10.  $\frac{R. cu. R. R. 5. p. R. cu. 2.}{O o}$  &c

Tom. IV.

rit minor quadrato, non poterit. Postquam ergo supponimus monadem, illa nota est : & quia supponimus a k potentia etiam alogam capiamus, gratia exempli, quod sit R. cu. 12. p. 2. cuius quadratum a c est R. cu. 144. p. R. cu. 768. p. 4. volumus ergo diuidere R. cu. 12. p. 2. vt ducta in vnam partem, & addita reliqua sit æqualis 3. gratia exempli & alteri parti: Sit ergo pars vna 1. pos. & erunt partes 1. pos. & R. cu. 12. p. 2. m. 1. pos. duc ergo 1 pos. in R. cu. 12. p. 2. fiunt pos. R. cu. 12. p. 2. & hoc est æquale R. cu. 12. p. 5. m. 1. pos. quare pos. R. cu. 12. p. p. 3. æquabuntur R. cu. 12. p. 5. diuide numerum æquationis per numerum pos. inueniendo recisum R. cu. 12. p. 3. seu R. cu. 27. p. R. cu. 12. & est R. cu.  $3 \frac{3}{8}$  m. R. cu.  $1 \frac{1}{2}$  p. R. cu.  $\frac{2}{3}$  duc in ipsum fit  $6 \frac{1}{2}$  ducito R. cu. 12. p. 5. per  $1 \frac{1}{2}$  m. R. cub.  $1 \frac{1}{2}$  p. R. cub.  $\frac{2}{3}$  Hoc igitur productum diuide per  $6 \frac{1}{2}$  exit res ipsa  $1 \frac{6}{13}$  p. R. cu.  $\frac{128}{6591}$  m. R. cu.  $\frac{56}{2197}$ , Hæc est vna pars, alia

$$\begin{array}{r} 1 \frac{1}{2} \text{ m. R. cu. } 1 \frac{1}{3} \text{ p. R. cu. } \frac{2}{3} \\ 5. \text{ p. R. cu. } 12. \\ \hline 7 \frac{1}{2} \text{ p. } 2. \text{ p. R. cu. } 83 \frac{1}{3} \text{ p. R. cu. } 40 \frac{1}{2} \\ \text{m. R. cu. } 187 \frac{1}{2} \text{ m. R. cu. } 18. \\ \hline \text{seu } 9 \frac{1}{2} \text{ p. R. cu. } 5. \frac{1}{3} \text{ m. R. cu. } 12. \end{array}$$

igitur erit  $\frac{2}{3}$  p. R. cu. 12. p. R. cu.  $\frac{96}{2197}$  m. R. cu.  $\frac{128}{6591}$  ducta igitur R. cu. 12. p. 2. in  $1 \frac{1}{2}$  p. R. cu.  $\frac{182}{6591}$  m. R. cu.  $\frac{96}{2197}$  & à producto detrahendo  $\frac{7}{13}$  p. R. cu.  $\frac{96}{2197}$  p. R. cu. 12. m. R. cu.  $\frac{128}{6591}$  relinquetur 3. ad vnguem. Nos autem quærimus simul quod ex ductu a b, id est R. 12. p. 2. in h a, id est residuum quod fuit  $\frac{7}{13}$  p. R. cu. 12. p. R. cu.  $\frac{96}{2197}$  m. R. cu.  $\frac{128}{6591}$  fiat numerus. Et hæc erit quantitas.

Clarum est igitur quod problema constituitur hoc modo, & componitur ex regula de modo & positione: Inuenias quantitatem quæ possit diuidi in duas partes, vt ductum totum in vnam producat 3. gratia exempli, & in reliquam partem addito priore producat 8. pro exemplo. Quoniam ergo liquet quod genus æstimationis illius est quantitas ex genere, vel forma diuisa vt  $\frac{a}{b}$  superius n. est demonstratum quod non licet diuidere nisi per quadrinomialium in R. quadratis, in cubicis per binomialium aut trinomialium analogum, vel per regulam specialem, cum ergo in cæteris non liceat, dico quòd aded sunt notæ hæc quantitates vt illæ. Nam quod ad essentiam attinet ita aloga est R. 2. vt R. cu. 7. p. R. regula 3. m. R.

R. cu 7. p. R. R. 3. m. R. R. 5. Quod ad propinquitatem at-

R. cu. Quad 10. p. R. 3. m. R. 2.

tinet nihil refert cum perpetuo liceat appropinquare. Quo verò ad operationes illæ sunt notissimæ, ideò propono eas. Sit ergo vt velim, R.  $\frac{a}{b}$  capio R. numeratoris & denominatoris, & est R. b & R a, & superpono vnam alteri eodem ordine, &

habeo R.  $\frac{a R. a}{b R. b}$  & similiter  $\frac{R. cu. a}{R. cu. b}$  & ita R. cu.  $\frac{10.}{R. R. 5. p. R. cu. 2.}$  est R. cu. 10.  $\frac{R. cu. R. R. 5. p. R. cu. 2.}{O o}$  &c

Tom. IV.



& ita voio ducere  $\frac{10.}{R. R. 5. \bar{p}. R. cu. 2. R. K^a 5. \bar{m}. R. R. R. 2. R. R. K^a 1953125. \bar{p}.}$  in  $\frac{R. 2.}{R. R. K^a 1953125. \bar{p}.}$  fit  $\frac{R. 200.}{R. R. K^a 1953125. \bar{p}.}$

$\frac{R. 200.}{R. cu. R^a 4000. \bar{m}. R. R. 10. \bar{m}. R. R. R. cu. 128.}$  & ita diuidendo multiplicabimus in crucis

modum, & habebimus  $\frac{R. R. 500000. \bar{m}. R. R. 20000.}{R. R. 20. \bar{p}. R. cu. R. 32.}$  Et contrario modo contratio di-

uidendo. Et ita in additione  $\frac{R. R^a 500000. R. R. 20. \bar{p}. R. cu. R. 32. \bar{m}. R. R. 20000.}{R. K^a 1953125. \bar{p}. R. cu. R. 40000. \bar{m}. R. R. 10. \bar{m}. R. R. cu. 128.}$

& in detractioe pariter  $\frac{R. R. 20. \bar{p}. R. cu. R. 32. \bar{p}. R. R. 20000. \bar{m}. R. R^a 500000.}{R. R. R^a 1953125. \bar{p}. R. cu. R. 4000. \bar{m}. R. R. 10. \bar{m}. R. R. cu. 128.}$

Hæc igitur eo vsque acta sint.







# S E R M O

## D E

### PLVS ET MINVS.

Li. de Ali-  
na cap. 2.



Liās scripsimus quantum ex demonstratione necessarium visum fuit quod totum concludit quod.  $m$ . in  $p$ . & in  $m$ . producit,  $m$ . ergo diuiso  $m$ . per  $m$ . producitur modo  $p$ . de modo  $m$ . Vel si sint duo  $m$ . diuisa, poterunt prodeuntia esse  $p$ . &  $m$ . omnia verò quæ diuiduntur per  $p$ . sunt similia diuiso, idè diuiso  $p$ . per  $p$ . producitur  $p$ . & diuiso  $m$ . per  $p$ . exit  $m$ . quod patet ex multiplicationibus. Ex quatuor igitur membris tria nota sunt: at si  $p$ . diuidatur per  $m$ . nihil exit, aliter ex  $m$ . in  $p$ . vel  $m$ . produceretur  $p$ . quod esse non posse demonstratum est. Sed si diuisor sit  $m$ . adiunctum habens  $p$ . quod exit, se habet ad id quod exit diuiso per  $p$ . tantum, vt se habet  $p$ . ad  $m$ . Veluti diuiso 60. per 6.  $m$ . 1. pos. & per 6. exit 10. quod se habebit ad 10. sicut 6. ad 6.  $m$ . 1. pos. vel 10. se habebit ad id quod exibat  $p$ . 10. vt 6.  $m$ . 1. pos. ad 1. pos. & hoc pendet ex demonstrati & assumptis, vt dixi, ab Euclide in secundo elementorum propterea quod ad finem artis hac in parte conducit: dicemus ergo per regulam 4. quantitatum in eadem proportionem quam vocant trium si 6.  $m$ . 1. pos. seu 10. producit 1 rem quid producet 10. duc. 10. in 1. rem, sunt 10. res, diuide per 6.  $m$ . 1. pos. exeunt <sup>10. res</sup> 6.  $m$ . 1. re. Raphaël au-

Prop. 7.

|                  |                |
|------------------|----------------|
| 6. $m$ . 1. pos. | 10. res        |
| 1 pos.           | 6. $m$ . 1. re |

tem Bombellus Bononiensis contraxit hanc ad  $2x$ . cub. Binomij & recisi, quia non videbatur  $m$ . hoc utile nisi pro perfectione cubi æqualis rebus & numero: sed ibi est  $2x$ . cu. l. duplex Binomij scilicet & sui recisi: idè rectè contraxit hoc  $m$ . ad illas duas conditiones  $2x$ . cub. scilicet l. & Binomij cum suo reciso, & quia in duobus rectè se gessit: primum quod supposuit  $m$ . simplex nihil esse, neque vllis posse vel debere declarari: quod & verum est; & idè negotiatur circa  $m$ . quod est  $2x$ . illa cub. l. Binomij & sui recisi quæ semper est aliquid, quoniam omne Binomium cum suo reciso æquale est duplo partis quod est plus, idè non est minus simplex. Alterum est quod ostendit tria illa

Tom. IV.

capitula cubi numeri & rerum in plano per lineas rectas & superficies idè volumus considerare illa quæ scripsit de hoc  $m$ . Nihilominus defecit grauitè in hoc quod non explicuit quid intelligeret per  $p$ .  $m$ . &  $m$ .  $m$ . quæ italica lingua clarius explicantur  $p$ . di  $m$ . &  $m$ . di  $m$ . seu quod non animaduertit, seu quod non posset nisi intellectu comprehendere sed non imaginari: seu quod nimis difficile visum sit, certè multum auxit difficultatem rei, alioquin obscurissimæ, prætermisisse duas vix lineas Vt cumque explicuit rectè sanè operationem terminorum, quod est alterum capitulum præcipuorum, cum reliquum sit notitia (& vt declarauimus deductio ad numerum) illarum scilicet quantitatum. Propterea explicabimus quædam supposita sparsim collecta circa hoc & repetam vnum antea breuiter explicatum & est.

$p$ . di  $m$ . in  $m$ . di  $m$ . producit  $p$ . illorum <sup>1. m</sup> autem singula in simile producant  $m$ .

Diuiso  $p$  per  $p$ . di  $m$ . exit  $m$ . di  $m$ . & per <sup>2. m</sup>  $m$  di  $m$ . exit  $p$ . di  $m$ . patet ex primo velut etiam quod diuiso  $m$ . per  $p$ . di  $m$ . vel per  $m$ . di  $m$ . exit sunt simile hoc est in primo  $p$ . di  $m$ . in secundo  $m$ . di  $m$ .

In capitulo cubi æqualis numero & rebus <sup>3. m</sup>, inquit, si fuerit cubus æqualis 15. rebus  $p$ . 4. & duxerimus 5. tertiam partem numeri cuborum ad cubum fiet 125. & oporteat facere ex 4. duas partes, ex quarum ductu vnus in alteram fiat 125. tunc partes erunt 4.  $m$ . 125. quod est  $m$ . 121. quarum radices additæ & detractæ a 4. quadrato dimidij efficiunt 4.  $p$ . 2. 121. & 4.  $m$ . 2. 121. & 2. cu. illarum iunctæ efficiunt rem (& hoc 121.  $m$ . vocatur  $p$ . di  $m$ . cuius vt notum 2. est 11.) & ita vna pars erit 2.  $p$ . 11. alia 2.  $p$ .  $m$ . 11. quarum 2. cu. l. efficiunt rem quam constat esse 4.

Quia dicit has 2. cub. esse 2.  $p$ . di  $m$ . <sup>4. m</sup> 11. & 2.  $m$ . di  $m$ . 11. quod si constaret haberemus intentum: nam 2.  $p$ .  $m$ . 1. & 2.  $m$ . di  $m$ . 1. iuncti faciunt 4.

Quod antea dicit in hoc casu est quod 2.  $p$ . di  $m$ . 1. habet suum quadratum 3.  $p$ . di  $m$ . 4. & cubum esse 2.  $p$ . di  $m$ . 11. Ex quo sequitur quod ex 2.  $p$ . di  $m$ . 1. etiam ducto in 3.  $p$ . di  $m$ . 4. fiant 2.  $p$ . di  $m$ . 11.

Pendet ex præcedenti nam 2.  $p$ . di  $m$ . 1. <sup>6. m</sup>

O o 2 detracto



detracto 1.  $\bar{m}$  ( per primum suppositum )  
à 4. quadrato 2. fit 3.  $\bar{p}$ . &  $\bar{p}$ :  $\bar{m}$ . 4. pro-  
pter decussatam multiplicationem

7.  $\bar{p}$ . ductum in aliam quantitatem in eo-  
dem statu relinquit illam :  $\bar{m}$ . autem mutat  
vicissim , vt  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . in  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ . di  
 $\bar{m}$ . in  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .

8. Post deducit 3.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4. ad cubum duo-  
bus modis subscriptis qui ad idem tendunt  
vel vt fiat quadratum & ex eo in 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ .

3.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4.

2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1.

6.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  $\bar{m}$ . 4.

hoc est 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.

4. ducto cubus 117.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. alter mo-  
dus in secunda figura clarus est. Hic solum  
restant dubitationes quædam.

Prima cur velit quod  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4. in  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ .  
24. efficiat  $\bar{m}$ . 96. dicit quod distinguit  
simplicia quæ producuntur à compositis vt  
composita à simplicibus in composita vt sit  
prima regula  $\bar{p}$ . vel  $\bar{m}$ . in composita efficit  
 $\bar{m}$ . compositum : secunda composita in  
composita efficiunt simplicia  $\bar{p}$ . si dissimi-  
lia,  $\bar{m}$ . si similia : tertia simplicia producunt

3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4

3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4.

9.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 16.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 24.

$\bar{m}$ . 7.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 24.

3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4.

$\bar{m}$ . 21.  $\bar{m}$ . 96.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 72.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 28.  
 $\bar{m}$ . 17.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44.

3.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 4.

27. ——— 16. ——— 48. 144.  $\bar{m}$ .

Detractum à 27.  $\bar{p}$ . restant  $\bar{m}$ . 117.

9 ——— 16. 25. cuius 13689.

cubus  $\bar{p}$  15625.

1936.

44.

$\bar{m}$ . 117.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. vt prius.

2.  $\bar{m}$ . 3.

2.  $\bar{m}$ . 3.

13.  $\bar{m}$ . 12.

simplicia  $\bar{m}$ . superante : quarta de  $\bar{m}$ . in  
 $\bar{m}$ . simplex non est hic quæstio nec deter-  
minatio.

2. Dubitatio est longè maior , nam res  
ponitur 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 1. seu pars rei vna in qua  
 $\bar{p}$ . superat  $\bar{m}$ . & eius quadratum ponitur 3.  
 $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4. igitur  $\bar{m}$ . superat  $\bar{p}$ . & hoc de-  
struit totum Euclidem , nam quorum late-  
ra sunt maiora , quadrata sunt maiora , &  
contra vt de circulis & diametris. Et etiam  
quia duplum vnius partis in alteram supe-  
raret quadratum partium quod etiam est  
contra Euclidem in secundo element. Ad  
hoc responderetur tripliciter. Primum quod  
etiam in vera multiplicatione & formatio-  
ne quadrata habetur contrarium ordin.

vt in 2.  $\bar{m}$ . 3. quod est  $\bar{m}$ . 1. vere quadrat.  
pars  $\bar{p}$ . superat  $\bar{m}$ . aliter diceret quod hæc  
constitutio sit contraria rectæ vt in illa au-  
getur incrementum quadratorum supra  
rectangula partium , ita hic contra evenit,  
vel dic quod sit commutatio quia in illa  
contingit quoniam  $\bar{m}$ . in  $\bar{m}$ . supponitur  
producere  $\bar{p}$ . ob errorem in fabricatione  
quadrati : sed verè vt demonstratum est  
 $\bar{p}$  cu.  $\bar{m}$ . in  $\bar{m}$ . vel in  $\bar{p}$ . producat  $\bar{m}$ . vt di-  
ctum est, dicemus quod quadratum 2.  $\bar{m}$ .  
3. est 4.  $\bar{m}$ . 21. & quadratum quod plus est  
3.  $\bar{m}$ . 2. est 9.  $\bar{m}$ . 16. verè. Sed dices quo-  
modo cum exuberet 1.  $\bar{p}$ . ergo debet  $\bar{p}$ .  
exuperare  $\bar{m}$ . in 1. aut plus aut parte.

Tertia Dubitatio est quoniam nesci-  
mus quæ quantitates veræ sint quæ tot  
miracula faciunt , nec ipse ausus est expli-  
care nec reddere rationem huius rei.

Quarta , Quia non probat intentum  
scilicet quomodo  $\bar{p}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 11  $\bar{p}$ . l.  $\bar{p}$ .  
cu. 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. sint quantitates quæ  
constituunt 4. ad vnguem. nam si suppona-  
tur quod sint 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ . 11.  $\bar{p}$ . 2.  $\bar{m}$ .  $\bar{m}$ . 11. ad-  
mitteremus confici 4. sed oportet ostendere  
hoc tam in binomio quam in reciso &  
conuerso modo ; & hoc per demonstratio-  
nes corporeas in plano , vel per principia  
nota aut saltem ostendere quod supposita  
non sint absurda aut sensu aut multitudine  
exemplorum aut finis perfectione ; quorum  
nullum cum exhibuerit , magnam dubita-  
tionem de re ipsa reliquit seu de inuento.  
Ergo transgreditur bifariam in hac ope-  
ratione geometricos limites. Primum cum  
detrahit 125. ex 4. & relinquit  $\bar{m}$ . 121.  
secundum cum detrahit  $\bar{p}$ . 121. ex 2. &  
idè binomium appellat  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . & reci-  
sum  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . vt in secundo. in tertio acci-  
pit  $\bar{p}$ . cu. inuentorum & nota l. ligat eas,  
& pro  $\bar{p}$ . 121. quadrata ponit 11. qui du-  
ctus in se producit 121. in quarto accipit  
 $\bar{p}$ . cu. descriptas per notas  $\bar{p}$ . cu. per nu-  
meros vt sint 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1.  $\bar{p}$ . 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ .  
quod est 4. vt in quinto. Hic sunt difficul-  
tates. Prima, quoniam exemplum est de re  
quæ est eadem numero æstimationis & ipse  
non posuit aliud. Secunda quoniam dicit  
quod 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1. est.  $\bar{p}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ . di  
 $\bar{m}$ . 11. & ita 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 1.  $\bar{p}$ . l. cu. 2.  $\bar{m}$ . di  
 $\bar{m}$ . 11. oportet ostendere modum. Tertia

1. cu. æqualis 15. rebus  $\bar{p}$ . 4.

1<sup>ma</sup> 5 2  
125 ——— 4  
 $\bar{m}$ . 121.

2.  $\bar{p}$ .  $\bar{p}$ . 121. 2.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 121.

2<sup>ma</sup>  $\bar{p}$ . cu. 2.  $\bar{p}$ .  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 121. &  
 $\bar{p}$ . cu. 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ . 121.

3<sup>ma</sup>  $\bar{p}$ . cu. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  $\bar{p}$ .  
 $\bar{p}$ . cu. l. 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ .

4<sup>ma</sup> 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1.  $\bar{p}$ .  
2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 1.

5<sup>ma</sup> 4.

quid sit tandem hoc  $\bar{m}$ . vt pote 2.  $\bar{m}$ .  $\bar{p}$ .  
121.



111. Quarta quid sit in superficie vel corpore.

Quod ad primum respondeo quod posito 1. cu. æquali 21. rebus  $\bar{p}$ . 20. erit cubus 7. 343. qui detractus à 100. relinquit  $\bar{m}$ . 243. erunt ergo partes 10.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 243. & 10.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 243. & primum aduertendum quod cum vna pars sit binomium altera recisum, non tamen constat quæ sit potius appellanda nomine binomij quæue recisi & quoniam 243. non habet  $\bar{R}$ . quadratam, ideo assumemus pro 2. 3. & 4. secundum,

|                 |   |                  |                  |
|-----------------|---|------------------|------------------|
|                 | $\frac{7}{343}$   | $\bar{m}$ . 243. | $\frac{10}{100}$ |
| 1 <sup>um</sup> | Recif. binom. 10. $\bar{p}$ . $\bar{m}$ . $\bar{R}$ . 243. & binom. recif. 10. $\bar{m}$ . $\bar{m}$ . $\bar{R}$ . 243.                     |                  |                  |
| 2 <sup>um</sup> | $\bar{R}$ . cu. l. 10. $\bar{p}$ . $\bar{m}$ . $\bar{R}$ . 243. $\bar{p}$ . $\bar{R}$ . cu. l. 10. $\bar{m}$ . $\bar{m}$ . $\bar{R}$ . 243. |                  |                  |

Ergo pro hoc datur exemplum. Volo  $\bar{R}$ . e. l. 52.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . quadrata 2209. duco ad quadrata, fiunt 2704. & 2209. iungo fiunt 4913. accipio  $\bar{R}$ . cu. quæ est 17. accipio numerum cuius quadratum sit minus 17. & cubus maior 52. & est 4. duco in se fit 16. accipio  $\bar{R}$ . 1. residui quæ est 1. ergo duco  $\bar{R}$ . 1. in se, fit 1. duco in 4. aliam partem, fit 4. triplico, fit 12. detracto 12. Coroll. 1. 2. ex 64. cubo 4. remanet 52. Igitur cum conueniat, erit  $\bar{R}$ . cu. l. 52.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 2209. hæc 4.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1. & manifestum est quod hæc operatio ortum habet à compositione cubi totius & quid sit  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . Aliter quod in omnibus exemplis præsupponit quod partes reducuntur ad quadrata quæ iuncta faciant numerum cubum, inde accipit numerum cuius cubus sit maior prima parte binomij, & quadratum non sit maius  $\bar{R}$ . cu. aggregati inuenta. Quia ergo in hoc binomio supponitur quod aggregatum sit numerus cubus & pars minor quadratum, non erit arduum inuenire in aliquibus  $\bar{R}$ . cu. binomij in hoc casu liquet quod oportet inuenire numerum cuius quadratum non sit maius 7. cubus verò sit maior 10. prima parte binomij, & ita discurrendo per numeros & binomia, poteris experiri si habeat condiciones quæ sunt ut quadrata amborum constituent  $\bar{R}$ . cu. aggregati: alterum ut cubus illius (& est ut diuidamus  $\bar{R}$ . cu. illam in 2. partes communi more (quasi esset numerus æstimationis) deducto triplo eiusdem quadrati in recisum, remaneat prima pars binomij, & dat exemplum, ut sint 8.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 232.  $\frac{27}{27}$  hæc quadrata iuncta sunt 296.  $\frac{11}{11}$  cuius  $\bar{R}$ . cub. est 6 $\frac{2}{3}$  & erunt partes  $\bar{R}$ . 2.  $\bar{p}$ . 1. cuius quadratum est 3  $\bar{p}$ . 8. quod detractum ex 6 $\frac{2}{3}$  relinquit 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. ex cubo igitur primæ partis  $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1. & est  $\bar{R}$ . 1. 50.  $\bar{p}$ . 7. deducto triplo  $\bar{R}$ . 2.  $\bar{p}$ . 1. in 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. & est  $\bar{R}$ . 50.  $\bar{m}$ . 1. remaneat 8. nam palam est quod detracta  $\bar{R}$ . 50.  $\bar{m}$ . 1. ex  $\bar{R}$ . 50.  $\bar{p}$ . 7. remanet 8. Itaque constat (his tamen suppositis) quod latus cubi cum 8.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 232 $\frac{2}{3}$  est  $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. ut autem experiaris deducto  $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. ad cubum, sit primo in se ducendo.

Tom. IV.

$\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8.  
 $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8.  
 $\bar{R}$ . 32.  $\bar{m}$ .  $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 12.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 56.  $\frac{8}{9}$   
 $\bar{R}$ . l. 2.  $\bar{p}$ . 1.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8.

quad. 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 8.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 3.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ . 3 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 8. & æquualet.

$\bar{R}$ . 7 $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 22 $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 57 $\frac{2}{3}$   $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . 3200.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 22 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . 39 $\frac{1}{8}$   $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . l. 22 $\frac{2}{3}$   $\bar{m}$ .  $\frac{2}{3}$  sed hoc exemplum conquisitum est studiosè in magnis numeris & fractis, ideo paræ utilitatis est & raro vsui.

Inter hæc addit 2. exempla notatu digna dicens diuide 10. per  $\bar{R}$ . cu. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. reduc hanc partem ad cubum erit 1000. diuidendus per 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. inde diuisor

2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  
 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  
 $\bar{p}$ . 125.

ducatur in suum residuum vt à latere vides, & fiet diuisor  $\bar{p}$ . 125. diuide 1000. per 125. exit 8. & hoc ducatur in recisum 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. fit 16.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 88. cuius  $\bar{R}$ . cu. est prouentus. Hic transponitur ad facilitatem vna operatio tertia loco quartæ. Recta enim diceret, duc 1000. per 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. & fit 2000.  $\bar{m}$ . 11000. diuide per 125. exit 8.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 88. cuius  $\bar{R}$ . cu. est prouentus vt prius. Aliud difficilius diuide 12. per  $\bar{R}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cu. l. 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. cum hic sit binomium cum suo reciso sed cubis oportet vt docuimus in tertio libro ducere partes ad quadratum & fiet  $\bar{R}$ . cu.  $\bar{m}$ . l. 117.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. & 5. &  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . cu. l. 117.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 44. & media pars fiet  $\bar{m}$ . vt dictum est. Ductum igitur hoc trinomium per binomium cum suo reciso producit 4. cum quo diuido 12. fit 3. duco 3. vt in priore per trinomium residuum inuentum fit  $\bar{R}$ . cu. l.  $\bar{m}$ . 3119.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1188.  $\bar{p}$ .  $\bar{R}$ . cu. l. 3159.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 1188.  $\bar{m}$ . l. 15. & vt inuenias diuisorem absque illis recisorum partibus & tot multiplicationibus, iunge cubum duarum radicum id est 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. cum 2.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 11. & fit 4. diuisor vt prius. Aliud compendij genus (exponit) quomodo  $\bar{R}$ . c. l.  $\bar{m}$ . possit antecedere: nam supposito quod  $\bar{R}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. fit 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 1. & quod eius quadratum sit 3.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4. & quadratum  $\bar{R}$ . cu. l. 2.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 11. fit 17.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. ideo deducendo 3.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 4. ad cubum iuxta regulam hanc cuba. 3. fit 27. duco 3. in 16. quadratum alterius parris, fit 48. triplica fit 144. detrahe 27. fit 117. pars prima: quam duc in se fit 13689. detrahe ex 15625. cubo 25. aggregati quadratorum partium id est 4. & 3. relinquitur 1936. quadratum 44. pars secunda, igitur partes cubi illius sunt  $\bar{m}$ . 117.  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . 44. & illius  $\bar{R}$ . c.  $\bar{m}$ .  $\bar{R}$ . cu. l. 117.  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . 44.

Corol. ex his patet quod cum  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . ductum in  $\bar{m}$ . faciat  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ . ductum in  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . faciat  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ . in  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . faciat  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . quod  $\bar{p}$ . di  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ . di  $\bar{m}$ . &  $\bar{m}$ .



# 438 Sermo de plus & minus.

& m. simpliciter circumuoluuntur in infinitum.

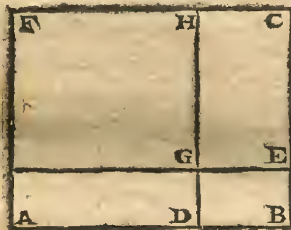
Ad secundam dubit. Demonstratum est quod quadratum 2. p. di m. 1. est 3. p. m. 4. duco enim, vt supra, p. di m. 1. in se, fit 1. m.

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 2. | p. | di | m. | 1. |
| 2. | p. | di | m. | 1. |
| 3. | p. | di | m. | 4. |
| 2. | p. | di | m. | 1. |

igitur erunt 3. p. & ducto 2. p. in p. di m. 1. fit p. di m. 2. & p. di m. 2. quod est p. di m. 4. & hoc pro quadrato. pro cubo duco 3. in 2. fit 6. duco p. di m. 1. in p. di m. 4. fit m. 4. igitur relinquentur 2. p. & decussatim 2. in 4. & 3. in 1. p. di m. cum 3. & 2. sint p. fiet p. di m. 11. quod est pro secunda dubitatione.

Ad tertiam quid sit hoc p. di m. 1. vt 4. p. di m. 125. est vere 125. m. sed addit illud p. vt sit nota conjunctionis ac si diceret 4. m. l. 121. & hoc quod declarauit non utitur nisi comparatiue & sub forma binomij: imò p. di m. cum sit binomium specie vere est recisum, vt contra 2. m. di m. 121. est binomium & est p. 121. sed oportet operari per partes. Indicio est quod dixit 2. p. di m. 11. ductum in 2. m. di m. 11. facit 125. nam p. di m. in m. di m. vult quod efficiat p. cum debeat facere m. quia obtinet locum p. & similiter p. di m. in p. di m. deberet efficere p. & ideo his causis non ausus est prodere quid esset, sed alligauit nos quibusdam reliquis suis sine ratione.

Dico igitur quod constituta superficie ABC vt sit AB exempli gratia 10. m. B C 8. m. DB 3. p. BE 2. p. erunt AD 7. G H 6. igitur tota superficies F H G 42. m. &



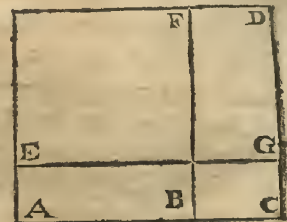
quia ABC est 80. erit gnomon AEH 38. quod constat ex constructione, nam AG constat ex AD in DG est igitur 14. G C ex GE in EC, igitur est 18. & DE ex DB in BE, est ergo 6. vt intotum sit gnomon 38. & tota superficies AC dicetur 38. p. m. 80. quod est 42. m. & in productione ducam 8. in 10. fit 80. m. ex m. in m. & ducam 3. in 2. fit 6. m eadem ratione qua ex

|     |                  |
|-----|------------------|
| m.  | 2. p. m. 8. ) m. |
|     | 3. p. m. 10.     |
| 44. | p. m. 86.        |

Cap. 11.

m. in m. fit p. vt in aliza inde duco 2. in 10. & 3. in 8. & fiunt p. igitur 44. non fiunt

ex p. in m. ideo p. vincit. sicut in recta m. vincit p. vt 6. m. 2. in 5. m. 3. faciunt 36. p. & m. 28. quod est 8. p. pari ratione ex hac multiplicatione fiunt 42. vt dictum est. liquet ergo cur 10. appellet 2. p. di m. 10. sed melius est dicere 3. p. m. 10. & 2. p. m. 8. & quid sit & quomodo fiat multiplicatio. Et quia in multiplicatione ista fit p. di p. & p. cum m. vt binomij cum reciso ideo existimauit vnum m. di m. contrarium p. di m. vtdicamus B C 2. p. A C 10. m. & est p. di m. & C D 5. p. C G 1. m. hoc noluit assumere quia in recta erat coordinatio,



sed assumpsit C D 5. m. & C G 1. m. Ego autem non video hanc necessitatem sed priorem quæ occurrit & est 4. p. in 8. m. & fit 32. m. Hæc ordinatur ex 5. in 10. fit 50. p. m. & 2. in 1. fit 2. m. ob dicta. ex 5. in 2. 10. p. ex 1. in 10. 10. p. quod est 20. detrahe 52. m. relinquitur 32. m. hoc est igitur quod appellauit m. di m. sed non est verum

|                   |
|-------------------|
| (2. p. m. 10.) p. |
| p. 3. p. m. 1:    |

quod ex m. di m. in p. di m. fiat p. sed debemus sequi regulam Geometricam ideo cum dicit quod 2. p. m. 1. in 2. p. m. 1. producit 3. p. m. 4. est valde absurdum propter rationes dictas, imò producitur 5. p. m. 4. & ita cubus erit sed vt dixi hoc pertinet ad rectam & ex hoc diuisio per recisum vt in recta seruatis regulis, & deductio ad quadratum & cubum.

|                 |
|-----------------|
| 2. m. 1. ref.   |
| 5. m. 4. quadr. |
| 14. m. 13. cub. |

Super est vt reducamus quæsitum ad hoc. Inuenias vnum m. cuius x. addita & detracta a 10. (dimidio numeri æstimationis) x. cub. v. binomij ac recisi iunctæ aut detractæ efficiant 7. qui est tertia pars numeri rerum. Reducemus ergo per partes. Inuenias rem quæ addita & detracta ( loco x. m. ) a 10. x. v. cu. binomij ac recisi iunctæ vel detractæ efficiant 7. iam expleui omnes ( si animaduertis ) observationes. Inde animaduerte quod aggregatum partium rei aggregati partium cubi & differentia differentiarum cubica est. Vt 3. p. x. 2. cubus est 45. p. x. 1662. & x. cu. differentia 45. m. x. 1662. est 3. m. x. 2. & differentia quadratorum partium 45. & x. 1662. est 343. cuius x. cu. est 7. differentia quadratorum 3. & x. 2. Dicemus ergo fac ex 7. duas partes



$3\frac{1}{2}$  p. i. pos.  
 3. quad. p. i.  $2\frac{1}{7}$   $36\frac{3}{4}$  p. i. quad.  


---

 10  $\frac{1}{2}$  quad. p. i.  $42\frac{7}{8}$   $36\frac{3}{4}$  pos. p. i. cu.  
 10  $\frac{1}{2}$  quad. p. i.  $42\frac{7}{8}$  m.  $36\frac{3}{4}$  pos. m. i. cu.  
 i. cu. p.  $36\frac{3}{4}$  pos. æqualis 10.

Subijcit habeamus  $\mathcal{R}$ . cu. 4.  $\bar{p}$ . di m.  $\mathcal{R}$ .  
 11.  $\bar{p}$ .  $\mathcal{R}$ . cu. 4. m. di m.  $\mathcal{R}$ . 11. vt sua linea  
 inueniatur ducas partes ad quadrata fient  
 16. & 11. quæ iuncta faciunt 27. cuius cubus

Proportio partium binomij cu. ad parte re-  
cisi est vt æqualis ad æquale verè, alterius  
partis vt triplæ quadrati vnus partis &. al-  
terius vt quadrati simplicis idèd referuntur  
ad compositionem, volo &. cu. 45. p. di m.  
1682. inquirò ergo &. cu. 45. quæ est 3.  
& remanet 18. diuido 18. per 3. ex regula,  
fit 6. video an 6. producatúr ex 3. in &.  
aliquam & inuenio quod fit &. 2. igitur di-  
co quod 3. m. &. 2. est radix cub. talis bi-  
nomij aut quod non habet talem &. cu. du-  
co igitur 3. (primam partem iam inuentam)  
in se fit 9. triplico ex regula & fit 27. ei ad-  
do quadratum &. 2. iam inuentæ quod est  
2. fit 29. duco 29. in se, fit 841. duco per  
2. quadratum &. propositæ & fit &. 1682.  
idèd conuenit.





ENCOMIUM  
 GEOMETRIÆ  
 RECITATVM ANNO  
 1535. in Academia Platina  
 Mediolani.

**N**ON parum est, viri Mediolanenses, eam laudare disciplinam, quæ omnium aliarum non solum præstantissima est, sed etiam origo ac fons. Atque utinam quàm late laudandi campus patet, vndiqueque occurrit gloria & decore insignis: tam facillè vel memoria comprehendere, vel ordine disponere, aut finem inuenire possem. Cum enim ad studium et imitationem respicio, videor certè aliquid sperare debere: at cum ad rei magnitudinem, ad artem, ad ingenium, ad negocia, quibus etiam ea quanquam exigua quæ in me est virtus distrahitur: nihil me omnino præstare posse intelligo. Fateor inquam, fateor imparem & oneri & causæ & labori me esse: seu enim tractando sustinere, seu pro rei dignitate verba habens apud vos collaudare, seu ad finem rem tantam perducere enitar, longè plura prætermittendo ab eius dignitate detraham, quàm commemorando illi reddam. Nec vlla spe aut vi ad hanc prouinciam impelli potuissem, ni scirem hoc quantumcunque futurum sit, aut quouis ordine recitetur, sufficere ad ostendendum, nullam aliam aut artem aut disciplinam vel vtilitate, vel nobilitate illi posse comparari. Sufficiat certè illud vobis, non quod aut pro illius dignitate aut vestra expectatione exigebatur: sed quod pro ingenij mei mediocritate, tenuique ac incondita eruditione præstare utcunque potero. Sæpè illud mecum reuolebam, viri Mediolanenses, cur homines ad vituperandum tam prompti ac facundi facillè habeantur: in laudando inepti, inpositique nunc causam apertè video. Nam quæ laudari debent, non minus si honestissima sint, quàm si vilissima, negotium exhibent. Quæ enim memoriam non habent, sola inuentione indigent: at quæ locupletissimam sortiuntur, & ordinem, & prudentiam, & memoriam requirunt. Vix autem est inuenire, qui tot tantisque rebus sufficiat. Itaque & in sterili & copiosa materia par labor: at varò ju-

vituperando promptiores semper sumus cum nihil tam integrum sit, quod multis vitiis non deturpetur: nihil tam impurum, cuius certa non sit quædam vituperationis meta: quoniam quæ media sunt & ambigua (& ea innumera penè in singulis sunt) ad vituperationem omnia sunt accommodata: contra natura vniuscuiusque rei et si laude digna non sit, nec tamen vituperationi apta est. Ob id igitur sit, vt cuncta vituperare quilibet sanè possit, laudare nemo nisi eruditissimus, exercitissimus, ingeniosissimusque sit. Laudauit Erasmus stultitiam, Synesius Cyrenaicos caluitium, muscam Lucianus, Dion comam: sed hi non aliis magis in rebus exercitati, fingere, inuenire, persuaderèque multa potuerunt, vt in his eloquentiæ laus emereret, & res ipsa quæ laudabatur, & digna hac laude & honesta existimari posset. Manifestum est horum argumentum, quod cum disciplinas præclarosque homines laudare aggressi sunt, plura iustæ laudis monumenta prætermiserunt, quàm in illis adinuerint. Ita sit, vt difficilior sit in ampla segete omnia colligere, quàm in sterili solo stercoreando felicem expectare prouentum. Vidimus Ciceronem facundiæ omnis principem, os Romanum, eloquentiæ flumen, nullam vllius artis laudationem scribere voluisse: non quod omnino imparem huic negotio illum existima-uerim, sed quoniam difficillimum sit cum natura cumque Deo ipso certare velle. Id facere videntur, qui ornatissimas quasque res orationis splendore æquare cupiunt. Gloriosa certè ac rara illis laus, si assequerentur: at non assequentibus, temeraria & turpis. Quantum verò difficile sit assequi, non solum ex aliorum inani labore ac diffidentia, sed etiam ex ipsa hominum laudatione conijcere licet: qui quanquam mortales, brevisque vitæ ac vmbrae cuiusdam virtutis speciem referant, à paucissimis tamen, ac non nisi maximo cum labore dignas orationes ac egregiorum factorum mercedem assequi potuerunt. At mortali immensam diuinæ rei magnitudinem concipere



concipere, diuidere, distribuere, enarrare, extollere: non ne est mortalitatis ac humanarum virium limites ipsos excedere, egredique ac simul in angustissimo ac fragili vase diuina humanaque & numero & magnitudine penè infinita colligere? Nec verò vlla ad hoc ratione impelli potuissem, vt qui arte minor & memoria, cæteris ingenio non superior, exercitatione haud comparandus: inter tot arduas difficultates grauiaque impedimenta, onus tam immensum & viribus impar suscipere decreuerim: si non audaciam necessitas, orationem difficultas excusaret: atque vt qualiscumque sit futura non ex his quæ dicturus sum, sed quæ dici possent laudis & maiestatis argumentum sumi debet, per eamque alius incitaretur qui & facundia & ingenio propius illi accederet. Ferunt enim quendam Musicum fuisse non satis elegantem olim, nomine Phrynim, qui quamuis artem parum illustrarit, Timotheum tamen illum celebrem virum ad artis studia incitando, plurimum ad Musicæ dignitatem contulerit. Hic ille fuit, qui Alexandrum regem è conuiuium exilire coëgit, quibus fidem (potuisse Orpheum plantas ac feras lyra aduocare, Eurydicem ab inferis impetrare: Amphionem ac Zethum Bæotias Thebas Musica erigere, Arionem delphinos tibia placare, obidque ab illis aduectum) si naturæ non nimis repugnassent, facere debuerat. Maximæ sunt artes singulæ, atque diuinæ, nec ex hominum excellentia ac gloria æstimandæ: sed cum illi ad summam mortalitatis perfectionem accesserint, diligenter considerandum quales esse illæ inter cœlestes virtutes debent, quarum vmbra quædam in mortali corpore tantum relucet. Omnium tamen artium illustriores sunt Mathematicæ, interque has præcipua Geometria: vt cum de illa dicturus sim, nec ad multitudinem memoria, nec ad subtilitatem ingenio, nec ad magnitudinem eloquentia sufficere possim. Audietis ciues non solum maxima, & recondita, sed & admirabilia: seu cum de summi opificis fabrica dixerò, aut de totius mundi ordine, aut de illa quæ in nobis est (& eam tamen ignoratis) compositione: atque quod his etiam ipsis longe est admirabilius, animæ symmetria, quoniam pacto & illa, quamuis perennis sit atque spiritus solus omni vacans materia, Geometrica atque multiplici ratione constet. Audietis quibus modis maria transire, terrarum spacia intelligere, diuiderique hac vna consultrice ausit humana solertia: quid colonus in obseruatione temporum, quid ductor exercitus in collocatione castrorum, quid in tormentis excogitandis: quid Iurisperitus in finibus discernendis, quid Medicus in restauranda sanitate, quid rhetor in definiendis causis ab hac exposcat: quàm mutila sit vnaquæque harum artium, si auxilio Geometriæ destituatur: vt nec dimidium illis supersit, illudque nec sanè incorruptum. Non vulgata vobis dicam, atque vt oratores consueverunt, communibus ex locis deprompta: sed penetralia ipsarum disciplinarum excutiemus, singu-

læque docebimus quantum in se Geometricæ rationis contineant. Rem arduam verso, atque pro viribus certè imparem mihi: sed illa, cui totum hoc paruum quod in me est ingenium debeo, suadet, & nostra humanitas hortatur, & reipsius dignitas me accendit: quid enim, cum intelligetis Arithmeticam tanquam mortuam sine hac esse? animumque illius scientiæ Geometriam fore? quid cum Musicam, cum Astronomiā, cum Opticam, quantum vnaquæque illius ope indigeat: imò sine illa nulla sit? quid cum de artibus cæteris? non ædificare sine illa licet, non vestire: quinimo magis, vt video, hæc potius illius sunt partes, quàm quod illa indigeant: sed cum illius ambitus tam magnus esset, necesse fuit diuersis illius partibus diuersa etiam nomina tribuere. Tacebo ne plasticen, aut picturam, sculpturam? cuius nam sunt artis alterius munera, quàm istius? quid fabrilis ars, seu æri seu ferro aut ligno incumbat? quid horologiorum, machinarumque structura mirabilis? vnde nam principia formamque suam & arcana recipiunt? Neque verò paruum fuerit, abdita naturæ artificiorumque recensere, quibus Magiam ipsam perfici palam est: etenim neque vlla certè maior Magia excogitari, aut sine hac esse potest.

Quid cum vibramus pondera? ex imò maris carinas eruimus? non ne de his omnibus explicanda causa fuit? huiusque artis in ea laudem docere? At verò quoniam pacto pulchritudo & brutorum animalium & hominum, cæterarumque rerum tota Geometrica ratione constet, non est etiam prætereundum: quantum etiam exemplorum, quantum gloriæ, quantum dignitatis in antiquorum monumentis repositum, quantumque diuinissimorum hominum commendatione illustrata, tacere non debeo. At nec illud etiam omittendum, quod clarissima ac certissima sit: dignaque sola quæ in puris illis intellectibus, in diuinoque sinu iaceat: tum verò quantum vtilitatis præstet ad animi ipsius vires augendas, seu memoriam, seu imaginandi vim, seu mentem aut consilium respexeris, dicendum erit. Neque verò omnia hæc obiter, aut absque ordine: sed prius inuentorum nomina explicanda sunt: inde quinam in ea maximè excelluerint: post partes illius breuiter enarrandæ, summæque ipsius per se excellentia: tum verò quid Deus illi tribuerit, quantum natura rationes illius fuerit imitata, quantum artifices singuli illam excoluerint: de maxima illius, summæque perfectione, quàm passim vel in exemplis necessaria, vel in inueniendis rationibus opportuna à philosophis omnibus censeatur, dicendum est. Vltimò, quantum ad excolenda ingenia, ad expoliendas disciplinas, ad corporis salutem & beatam vitam ducendam conferat, edocebimus.

Nec verò vllò in loco aut confidentius cum ad benevolentiam, aut commodius cum ad ingenia nostra respicio, dicturum me arbitror. Fuit enim hæc ciuitas semper ingentis florida, studiis decora, eruditione ornata: vt non tam vel ædificiorum pul-



chritudine, aut opum magnitudine, seu amplitudine loci, aut soli fertilitate, vel populi frequentia, vel artium excellentia ( quibus cunctis penè Italiæ urbibus præstat ) quàm ipsa animorum virtute, doctrina, singularique ingenij claritate sit illustrissima : vincit omnibus fortunæ ornamentis alias ciuitates, ingeniorum & eruditionis magnitudine ipsa etiam fortunæ ornamenta. Ob idque etiam gratior mihi humanitas vestra est, quæ ab omni animi deiectione aut simulatione seiuncta est : atque magis, quod fructum aliquem ex hac oratione percepturos vos sentio. Cum multi enim vel inania verba effundant, seu quia inutiles res laudare aggrediuntur, seu quod apud eos verba habent qui eorum quæ dicuntur, omnino sint ignari : ego utroque hoc incommodo apertè careo, cum splendidissimam scientiam apud excellentissimam ingenia nostra laudare adoriar. Quid enim Geometria ipsa splendidius excogitari potest : quæ ratio est omnium magnitudinû. Sunt autem rationis partes duæ : alia absoluta, quam dicimus quantitatem : alia comparatione ad cæteras, dicta proportio. Harum autem partes tres, intelligentia vel actu vel potentia distinctæ. Explicandum est autem prius vnum quodque genus, deinde ad nominis rationem veniendum. Cum enim singula quæque quanta sint, considerentur, magnitudinem in his intelligimus : atque ob id cælum amplum, magnosque campos, non vilius ratione alterius, sed ipsorummet : at contra agellum paruum, aut decem iugerum, sola sui æstimatione dicimus : at cum paruum hominem, ingens caput, illum quidem cæteris hominibus, hoc reliquis comparamus capitibus : & hæc ipsa proportio dici solet. Hæc autem aut intellectu solo constant, velut vitarum vires, ac animi : quæ cum infinitæ non sint, certam inter se seruant rationem : alia verò actu sensibusque subiectam, velut superficialium, linearum, corporum, angulorum, & quæcunque manifestam continent magnitudinem : alia verò potentia, inter quas Staticæ, quæ de ponderibus : & Actice, quæ de potestate radiorum, & dynamice, quæ de virtutibus tractat. Solemus enim Solem luna, ignem terra potentiores dicere. Iam verò quod omnia his rationibus consent ( quanquam ab aliis abundè sit demonstratum ) proprium tamen erit huius præsentis orationis institutum ostendere. Quod verò de his omnibus Geometrica ratio pertractet, non solum indicio est quod nulla alia disciplina id præstat : sed his qui solum vel mediocriter attentè Euclidem legerint, tam apertè patet, vt nulla prorsus cõfirmatione indigeat : itaque cum tam vastus, tam ingès sit illius ambitus, à terra tamen nomen suum traxit : non quod metiendæ terræ aut solum, aut maximè feruat : ( quid enim hoc apertius mendacio ? ) sed quod ob metiendam terram initio rerum ab hominibus inuenta sit. Seu enim vnus atque primus homo fuerit, seu per aliquam calamitatem in eam paucitatem ventum sit, constat illos primos parentes nostros vicina

Nilo Ægypti loca incoluisse : quoniam ea terra citius siccitatem ob Solis vehementiam traxerit, miræque glebæ fertilitate, & Nili opportunitate, tum etiam vicinitate collium foueatur : inde Damasci ager primorum parentum habitatione insignis. Vel si ad philosophos te conuertas, & Plato & Aristoteles vnà fatentur, Ægyptios Græcis longè antiquiores fuisse. Quinetiam Diodorus Siculus incredibilem numerum annorum illis tribuit. Certe constat, nullos ( vt Trogius Pompeius refert ) præter Scythas, cum Ægyptiis de antiquitate contendisse. At Ægyptiorum causæ insignes ciuitates fauent, Memphis ac Thebæ : quæ & magnitudine olim, & incolarum numero, etiam ante habitatam Græciam floruerunt. Ab his igitur dum Nilus inundatione cuncta conturbaret, decrefcentibus aquis inuenta Geometria, vt agri suis dominis restituerentur. Certè hoc longè antiquius Arithmetica & Astrologia, quarum inuentores fuere Phœnices, vt Strabo sexto decimo Geographiæ refert. Nam cum Sidonij, qui eam incolunt regionem, mercaturæ incumberent, ob nauigandi studium Astronomiam, ad tractandas merces Arithmeticam inuenere. Nec Græci, qui tam impudenter multa mentiuntur, Geometriæ inuentionem sibi ascribere ausi sunt : cum nimis constaret, etiam ante Phœnices ac alias gentes inuentam esse : nam à Phœnicibus Pœni ac Græci, à Græcis Itali defluerent : ab his quoque barbaræ cæteræ nationes, cum etiam appareat nuper in singulos dies habitationem ipsam hominum augeri. Hac igitur ratione Geometria nomen suum à terræ mensura suscepit : quod quanquam antiquissimum, ac ob id etiam incerto autore, nulli tamen gloriæ hanc antiquitatem cedere illi velim, cùm potius antiquitas ea causa Geometriæ debeat, quàm Geometria antiquitati. Siquidem altissimo opus præcipuum quoddam Geometria est, seu cum ipsa orbis origine, vt creditur, natum : seu, vt dicunt, cum æterna ipsius administratione ingenitum sit : sanè antiquitatis laus eorum esse debet, quæ vel ab hominibus inuenta sunt, vel quorum antiquitas laudem portio aliqua esse potest. Huic tantum gloriæ incorruptæ aliunde est, vt ex antiquitate ipsa ad cumulum eius nihil possit accedere. Quare frustra quis à me requirat, quando inuenta sit, vel à quibus. Utilius certè quæremus, qui nam in ea floruerint : cum & in his gratia laboribus, & nobis non paruum commodum accedat, scientibus quorum maximè opera in ea proficere liceat. Primus itaque videtur Thales Milesius fuisse, qui artem ex Ægypto Athenas deuexit, ob idque primus etiam habitus admirationi. Hunc autem sequutus est Ameristus, poetæ Stefichori frater : cuius Hippas Helius meminit. Post quem Pythagoras Samius artem auxit, & celebrem reddidit. Ab hoc autem Anaxagoras Clazomenius : inde verò Chius Oenopides : atque eo vsque ars vsui tantum fuerat, & admirationi. Cum post hunc Hippocrates Chius, non ille medi-



cus, tanquam rudi adhuc seculo, in ordinem eam redegit: primûsque scripsit vetusta breuitate elementa Mathematica: quadratietiam rationem ad circulum ex lunulis conatus est inuenire: docuit & quod frequens erat antiquis problema, cubi duplicationem per duas intermedias lineas duabus, quarum sit ratio dupla, continuas serie interpositas, inueniri debere. Interciderunt hæc temporum iniuria: & nisi Aristotelis reprehensio testaretur, in dubium hoc vocari posset. Hunc igitur Theodorus Cyrenæus sequutus est: & Plato: sed nihil proprium ad artem hic, ille nihil quod ad nos peruenerit, reliquit. Sunt sanè plura Platonis in hac arte testimonia: verumtamen nullo singulari opere eam prosecutus est. Fuit, ut in Phædone apparet, Platonis contemporaneus Euclides, cuius ut vetustissimi, clarissimi extant Elementorum tredecim libri, tum Phænomena, Optici, Catoptrici. Ab hoc plurimi classici viri defluxere: inter quos Theon, qui eius Elementa Phænomena & Optica interpretatur, & qui Data condidit. Interpretatur & elementorum primum Proclus Lycius. & quatuor libros qui etiam nunc cum Euclide Græco impressi sunt: hic ex Platonis schola est. At Data Pappus, qui & Mechanica composuerat, exposuit. Verum Catoptrica ex eodem Euclide sunt, ut idem fuerit interpretres & autor: quemadmodum & in aliis fecisse eum existimamus: sed obscurius forsitan, ac breuius, quam res ipsa exposceret. Extat & in Data, Marini Mathematici protheoria, simul cum vniuersis Euclidis monumentis, à Bartholomæo Zamberto Veneto latinitate donata. Sunt & Hypsiclis Antinoitani (quæ ciuitas est iuxta Alexandriam ab Hadriani puero cognominata) libri duo, ex monumentis Apollonij Pergæi excerpti partim, ut creditur, partim ex Euclide ipso: qui inter Euclidis libros adnumerari meruerunt, tantum grauitatis habent: hos indiscretè Campanus Nouariensis, eiusdem Euclidis non ignauus interpretres, Euclidis libris adiunxit: ut quindecim euaserint.

Sed ad antiquos reuertamur: post Euclidem & Platonem, Cleodamus Thasius, Theateusque Atheniensis, cui Plato librum de scientia inscripsit, Architasque Tarentinus & Neoclides, Eudoxusque Gnidius, qui quatuor linearum inuentionem per inflexas (provt credidit) lineas reliquerat floruerunt. Hi omnes tempore Platonis fuerant: nam & Eudoxus comes nauigationis in Aegyptum, & Architas salutis apud tyrannum Dionysium Platoni causa fuerat: nullius tamen præter Eudoxi ex his monumenta supersunt. Scripsit & in Geometria Aristoteles Mechanicas quæstiones, quæ passim leguntur. De quantitate etiam, ac de Mathematicis: qui duo interierunt, ac simul cum eis de Musica liber. Ab his Leon, qui & ipse quædam non contemnenda reliquit: & Amyclas Heracleotes, philosophus Platonius: & Menechmus, Eudoxi auditor: & Theudius Magnes, & Pizicinus Atheniensis, ac Hermotimus Colophonius, Philippus quoque Mentens: &

Aristarchus Samius, qui de siderum & terræ magnitudine scripsit: & Porus ac Nicomedes, tum etiam Menelaus: omnes Græci, Græcèque scripserunt, sed quorum tamen monumenta interierunt, aliorumque tantum testimonio viuunt. Verum omnes hos vincit Archimedes Syracusius, cuius ferme omnia inuenta habemus: vir summo ingenio, & qui circuli periferiam proximius ostenderit, & solida demonstratione duabus lineis duas interponere continua proportionem docuerit: sed hoc periit. Huius fuit amicus Conon alter, & ipse Geometra. Extant & Eutycij, Didymi & Heronis Alexandrini de mensuris libri, nondum tamen Latini. Scripsit & Heron de mechanicis librum: Theodosius autem Serenus de circulis libros tres, qui vulgo cum sphaera habentur. Extant & Dioelis Pyriæ & Dionysodori quædam fragmenta, & Eutocij Ascalonitæ, qui Archimedes imitatur, & Cleomedis opus de circulis, cum Ioannis Geraseni explicatione: & Philoponi, & Eratosthenis, qui Ptolemæo regi de inuentione duarum mediarum linearum inter alias duas epistolam scripsit: tum verò & Nicomedis, qui Conchidica composuerat, monumenta adhuc in Græco habentur. Fuit & Geminus Anatolius, Zenoque philosophus, Diophanèsque Alexandrinus, & Maximus Planudes: quorum omnium etiam inclyta supersunt volumina. Quid de Eudemo dicam, qui Architam retulit, per hemicylindros conatum ostendere cubi duplicationem, adhuc opere illo superstitè? Scripserunt, ut vidimus, & de eadem re, tum etiam de aliis, Isidorus Milesius, Philoque Byzantius, Parmeniòque Apollonij Pergæi discipulus. Non ne & Alchindus breuiter ac pulcherrimè proportionem docuit: & Mahomet Moisis filius, de mixta ratione quam Algebraticam vocant: & Ceber de triangulis, circulisque, qui quamquam Arabica lingua scripserint, publicè tamen apud nos, Latinique habentur. Verum omnes hos superasse videtur librorum multitudine Ptolemæus, quamquam non in Geometria propriè scripserit: sed de Astrolabij compositione, de Catoptrici: de Musica diuinum opus, quod & Porphyrius interpretatur: de Numeris: de Astris libros tredecim, quorum vndecim Theon Alexandrinus exponit: Matheseos quatuor, Geographicorum octo: sed nullibi rem magis tractat ipsam quam Geometriam, ut potius Geometriam excolere disciplinis his, quam disciplinas ostendere Geometria velle videatur. Scripsit Græcè, quamquam Aegyptius: sed ex suis operibus solum Arithmetica periit. Sunt & Nicomachi non minus Geometrica quam Arithmetica monumenta, & Nilei de sectore. Fuit & nostra ætate Ioannes Monte regius, qui & ipse quædam de trigonis reliquit: sed ita, ut potius furtum quam ingenium suum ostenderet: quippe quod in astronomicis præclarus admodum, ac penè diuinus fuerit. At Nicolaus Cusa tam subtiliter disputauit, ut nihil acutius excogitari possit: veruntamen adeò processit, ut non quod nitebatur, sed ingenij tantum acumen ostend-



ostenderet : in concludendo plerumque falsus. Fuerant & Leonardi Pisani, & Luca Pacioli, non ingrati hac in arte labores multorum etiam aliorum libri extant in hac facultate, atque præcipuè de his quæ paululum ab ea declinare videntur, velut de optica insignes Damiani Larissei demonstrationes. Vt si ad autorum seu multitudinem seu nobilitatem spectes, nulla prorsus disciplina huic possit comparari. Sed nos, nec ab hac fortuna laudem aliquam consequi volumus : verum potius ad nostram utilitatem, ac quasi mercedem quandam honesti laboris, illorum virorum nomina tam multa hæc, simul cum monumentis recensuimus. Solebat. n. Galen. dicere hoc vnum esse eorum qui rectè scripserint, pro suis laboribus præmium, vt eorum inuenta admirentur & laudentur. Cæterum nos rem ipsam prosequi proposuimus, quandoquidem etsi quid ad artis gloriam multitudinem scriptorum proficere arbitrarer, satis explicasse tamen putauerim, quam digna haberi debeat : atque simul & illorum commendationi, & vestræ voluntati ac commodo operam dedisse. Nunc igitur de illius partibus dicendum est namque quæ purissima est ac sincera, sub Elementorum nomine tradita est : vt quæ permixta, nec tam pura est, si ad oculos referatur, quam Asticen diximus, diuidemus in Opticam, Catoptricam, Scenographicam. Opticam dicimus, quæ videndi rationes, causas, miraculæque ostendit. Catoptricam, quæ radorum fractiones, collusiones, refractiones docet : velut sunt è speculis imagines, irides ac pælahæ ? Scenographica autem, pingendi rationem, vt sub naturali forma figuræ videantur, nec illis aut profunditas aut altitudo vel distantia obsit. Et quanquam perspectiue nomine hæc omnia contineri videantur, placuit tamen antiquis, Opticam solo nomine intelligere. Quæ verò ad pondera pertinet, quamque Staticem appellauimus, bifariam diuiditur : nam quæ solum naturam rationesque rimatur, Statice propriè est : quæ autem tractare ea docet, Mechanica. At verò Dynamicæ tam ampla est, vt si ex materia subiecta sit distinguenda, infinitas penè illius species modosque efficias : tam enim latè eius vsus patet, vt etiam si velis omnia describere, haud possis : sed suo loco explicanda referuamus. Itaque eius quæ pura ac candida est, adeò excellens laus fuit, vt cum Archytas & Eudoxus, Menechmusq; ad instrumenta mechanica solidi duplicationem reuocassent, à Platone grauiter sint reprehensi, quod Geometriæ dignitatem, quæ in substantiis puris ac æternis residet, inter quas etiam Deus ipse est, ad sensum materiamque reuocassent : namque & Deum ipsum maximè esse Geometram, Geometriæque intendere. Nemesinque ac iustitiam & rerum distributionem quibus orbis vniuersus gubernatur, non alia esse quam Geometricam ipsam rationem. Ob id etiam Lycurgum, repulsa Arithmetica, quæ æqualiter diuidit bona malæque Geometriam amplexatum. Philonem autem

dicere solitum, eam solam disciplinam idola veritatis, velut ex nitidissimo speculo nobis ostendere, atque ea causa inhærentes agglutinatosque sensibilibus animos auellere, ad summam æternamque naturam reuocans. Ideoque tanquam metropolis mathematicarum ab illo censetur.

Sufficiat hæc recitasse ex tam clarorum virorum monumentis, quæ ad illius excellentiam pertinent. Verum quoniam admodum res ipsa obscura, vt video, vobis forsitan videri posset, altius & ex initio repetenda huiusmodi origo est. Cum vniuersi formam ac molem summus conditor constituere vellet, aptissimam, & ad continentum & ad motum illi figuram elegit. Porro circularis vtrique proposito apta admodum videbatur : namque & in continendo omnium maxime est capax, & in motu neque subilit, nec premitur : quadrata enim angulis latera disrumperet, rursus lateribus ab angulis dehisceret : quamobrem circularem coelo elegit : quæ nec concisaret, nec destitueret : aptissimam verò ad omnem motum : namque & ea quæ oui similitudinem refert, secundum vnâ lineam tantum motum admittit : circularis vndique æqualis, nullum etiam ex motuum varietate impedimentum præstat. Quinetiam quod & ad nos, rursusque ad seipsam, tam æqualis est, vt nec à fine principium, nec ab angulis circuloꝝ partes, nec à temporibus motus ipsi discrepent : statuit autem omnium vnum idemque medium, atque tanta sapientia, vt nihilo variatis cursus recursusque coelis fierent, ac modò tardè, modò velociter eadem astra ferrentur, idque statis locis ac temporibus, vt & ratione eadem qua facta fuerant, Geometrica scilicet, comprehendant. Inde ad metam vsque cum à Sole absunt, superiores maximè, tunc etiam maximè retrocedant : cum illi è directo superstant, velocissimè moueantur, eoque congressus ille sit diuturnior. At verò etiam ex his necesse est, vt cum redeunt, quandam cum Sole affinitatem contraxisse videantur. Sic & duo inferiores cum Soli iunguntur, aut progrediuntur, aut retrocedunt velocissimè, & eorum vis minime dissipatur à Sole : tardè autem, cum vel vtrinque ab eo maximè absunt. Non ne & Luna & vniuersæ stellæ Soli quadam motuum similitudine iunguntur ? & tamen nihil dissimile magis vtroque est, altero vix se mouente, altero raptim atque in diuersas partes. Atque, vt vno verbo dicam, hæc vna est sapientia, vt semper quidem iisdem motibus, nunquam autem eadem via ferantur. An verò in hoc vel Geometrica ratio desiderata, vel mediocriter expressa, aut alia potius potuit subtilitate effici ? Sed & in his quæ elementa vocamus, eandem rotunditatis rationem seruauit, vt nec corpus extra suam naturam, nec loci natura extra corpus esset. Adde verò & magnitudinū & roboris naturam æthere, quod leuissimam substantiam haberet, locumque supremum, statuit : at terra, quanto natura hebetior, eò substantia viribusq; densior est : reliqua sic in vtroque, paribusq; distin-



distincta interuallis, in medio loco collocavit. Partitionem autem ad substantiam quidem æqualem ut repugnantia non solueretur: ad ambitum autem proportionem respondentem effecit. Neque enim vel cœlestes motus tandiu adeò similes cum ea varietate, nec elementorum natura cum tanto discrimine ac contrarietate, si proportionibus ad libellam firmatis non continerentur, illa sola permanisset. Cum verò omnium una natura orbicularis ac rotunda esset, alia quidem in aliis aptissime collocata sunt, in cœlesti enim corpus duodecim planis ac pentagonis superficiebus circumdatum constituitur: atque ideo cum ad singulos solidos angulos tres concurrant, pentagoni erunt, & nouem trigoni in uno quoque solido superficiales: atque ideo centum & octoginta in vniuerso corpore. Ex his sexaginta quidem Isosceles: sed quorum, qui supra basim anguli sunt, singuli supremo dupli: basim autem laterum continentium portio maior: ac centum viginti reliqui Isosceles & ipsi, quorum viceuersa latera basim portiones sint maiores, & solida proportionis continuitate conspicua, angulique supremi inferiorum unicuique tripli: hac tanta æqualitate perpetua cœli constitutio, ac vicissim in se rediens euasit: quorum verò singulorum distributio in orthogonios duos numerum efficit partium trecentarum & sexaginta, in quas cœlum ipsum diuidi solet. Atque etiam his planis superficiebus duodecim signa obliqui circuli respondent vniuerso orbe in ea diuiso, nec inæqualia nec dissimilia inter se, ut nec pentagoni in solido corpore.

At verò cum sphaerica figura hoc ex omnibus maxime congruat, & ipsum & vniuersa reliqua cum simul coissent, sphaericā, à qua ortum traxerant, compleuerant figuram. Sic æther ex pyramidibus (conos aliqui vocant) isopleurisque triangulis fabricatus, & ipse tamen in rotundam euasit figuram. At aer ex corporibus octo superficierum trigonarū, cuius tamen anguli sex solum solidi, aqua ex Icosaëdri corpora hæc sunt viginti superficiebus duodecimque solidis conclusa componuntur: atque ob id æther maxime acutus, aqua labilis & inconstans, aer quasi medius inter hos est: omnium stabilissima est terra, cubis coagmentata. Hi octo quidem angulis solidis, sex autem superficiebus constant: ob idque aëri contraria est terra, & igni aqua, quod angulos extensos ampliusque habeant: at cubi natura immobilis est, quod granissima sit, nec summitate basim excedat: nam in pyramide leuitas ad soliditatem supremarum partium obstat. In reliquis superiora extra basim sunt, atque ideo ad motum per se inclinata. Solus cubus, cum talis sit, immobilē merito fecit terram: sicut & pyramis cum sola superficiebus angulos æquauerit, simile omnino ætheris substantiam sibi ipsi reddidit, cum omnis supremus æther eadem natura substantiaque existat. At verò in duo decaëdro cum anguli & superficies multum distarent, stellas & sidera errantia in cœlo diuersitas hæc peperit: hæc autē non obiter illi insita sunt: sed tanta cum ratione, ut (quemadmodum narrat Aristoteles) si vel

unum amplius adderetur astrum cœlo, his quæ non sunt, aut moueri omnino non posset, aut tardius certe progredieretur. Si igitur hæc vniuersa tam diligenti ratione sunt constituta, cumque omnium corporum rationalium natura numerum impleuerit (quinque enim tantum esse possunt) illud verò quod hæc omnia continet figura æmulatus in omnibus est, constat summam Geometriæ rationem maximum Opificem in mundi constitutione conseruasse: nihilque magis illa in eius constructione, imò & solā illā spectari debere. Sed forsitan quis quærat, num ex hac ratione aperta septem erraticarum ratio habeatur? Certè sic itaque attentè animaduertite, quæ & in hoc consummata fuerit ratio ipsa Geometrica. Si Isosceles in circulo describatur, qui in duos alios, & ipsos isosceles diuidi possit, basim prioris necessariò heptagoni latus est. Manifestū est autem, triplicem hanc qualitatem & maximā esse, & perfectissimā atque absolutā: quæ cum heptagono contineretur, effecit ut non alio numero erraticæ possent definiri, quam eo qui has omnes æqualitates amplecteretur. Rursus ea in figura ambiente quatuordecim latera, hæc imitatus est rationem: nec pluris, quæ minimū abesse potest, Mercurius distat in summo à Solis recessu, & Luna duplicato numero dierum ad locum suum redit, cōmunibus etiam iunctis terminis, ne quid ad perfectionem deesset: sic hæc ratio septenarij nobilissima facta est. Rursus si trium quantitatum, quarum primæ & tertiæ aggregatum ad secundam ea ratio sit, quæ secundæ ad primam: tum verò primæ & secundæ ratio ad tertiam, qualis tertiæ ad secundam lineæ iungatur, circulusque trigono circumscribatur, erit in hoc trigono tota heptagoni ratio absoluta: namque prima, eademque minor linea, heptagoni latus est: secunda ac media, quæ duobus heptagoni lateribus subijcitur: tertia, quæ tribus ex una parte: quatuor autem ex alia heptagoni lateribus opponitur. Quamobrem cum nulla maior inter tres quantitates proportionum similitudo esse possit quam geminata, constat heptagona figura omnia cœlestia, & quæcunque meliora sunt inter mortalia, debere terminari. Quare cum homo non dubie vniuerso cœloque respondeat, solus huic figuræ etiā responderet. Sed mittamus hæc, & ad propiora proposito nostro redeamus, cum illud unū sit argumentum excellentiæ artis: Nullum philosophum, nullum principem hac scientia carere voluisse. Omnes tamen putant mortales satis se ornatos esse, cum de Geometricis seu rationibus seu machinis abundè disceptare nouerunt. O clarissima scientiarum, generosissima disciplinarum, subtilissima artium, nobilissima inuentorum omnium humani generis: tot decora ornamenta tecum affers, ut diuina prorsus dici merearis. Cuius argumento esse potest, quod cum reliquæ scientiæ cum propositis præmiis professoribus non auctæ sint, velut Medicina post Hippocratem, philosophia post Aristotelē: at Geometria ob sui pulchritudinem, homines inuenit claros, & sui studiosos, qui eam absque præmiis ad apicem perfectionis deduxere. DIXI.

Pp EXARCTON





# EXÆRETON MATHEMATICORVM.

MANVSSCRIPTI (VNDE HIC LIBER ERVTVS EST) VETVSTAS ET  
Caracteris inelegantia exigunt vt parcatur erroribus.

## PROOEMIUM.

Vt in 2.3. &  
4. Theor.

Vt in 7.  
M. d. Theor.

Vt in prop. 8.



VNC librum conscripsi Roma mense Iulij M. D. LXXII. ex pluribus qua iam inuenta à me vno dumtaxat problemate excepto collegeram ob id vt homines modum intelligerent non solum in his sed etiam cunctis aliis disciplinis inueniendi problemata tum theoremata rerum admirabilium. Diuiduntur tractata hîc in tria genera: in ea qua pendent ex inuentis ab aliis (nam ab aliis nihil prater primam accepimus) & qua ex propriis accepimus: & in ea quorum inuentio ex arte magna habetur, demonstratio verò adijcitur vt non tantum sciamus (est enim scientia qua per demonstrationem habetur) sed vt vnum in aliud mutare discamus, idque appellatur, si purum fuerit, restitutio. Est autem triplex genus. propositorum, Theorema, Problema, & γῶσις. Altera utilitas est perfectio absoluta inuentionum excellentium artis magna cuius causa conscripsimus Aliza, sed perfectius hic declaratur; non oportet in huiusmodi longius versari sed tantum prodest quantum dubium esse potest vt sufficiat docuisse causam.

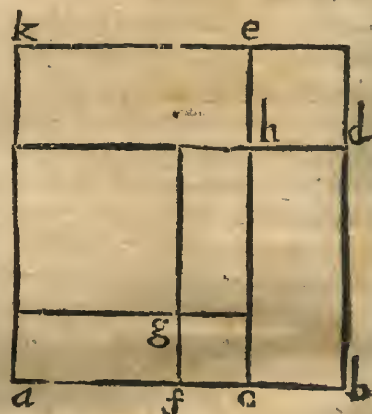
### Definitiones.

1. **P**arallelipedum corpus est quadrilateris superficiebus sex æquidistantibus compositum. Quod verò tribus rectangulis seu
2. æqualibus inuicem omnibus seu non, communi nomine rectangulum solidum dicitur.
3. Si omnibus æqualibus cubus: at hic iam notus est: si duabus quadratis quatuor reliquis tetragonis longioribus quam vocabant columnam quadratam, scapum nos
4. iure dicemus. Sin autem breuiores sint quatuor inæquales quadratis καὶ ὅλως si omnes inæquales ἀνισόπλευρος. Et si latus vnum sit æquale duobus ἰσοπλευρὸς & ex his composita,
5. superficies scaporum oblongæ Trapezi.

### Supposita.

1. Cum linea fuerit bifariam diuisa, quadratum ex duobus quadratis partium & superficie dupla vnius in alteram constat;
2. vnde cubus eius ex quatuor corporibus, duobus cubis partium & duobus corporibus triplis quorum vnum quodque sit ex ductu vnius partis in alterius quadratum mutuo.
3. Cum recta fuerit trifariam diuisa, quadratum illius intelligitur constare ex sex superficiebus quarum tres sunt quadrata partium reliquæ duplæ singulæ tetragono ex vna parte in aliam. At si in duas partes, ac vna in duas rursus diuidatur constabit totius

quadratum ex quinque superficiebus. Velut quadratum A B quæ sit decem, & diuisa in tres & septem in C & A C rursus in quinque & duo & constabit quadratum B K ex quadratis C D F G, G C & duplo C D &



duplo A G. Et hæc diuisio seu constructio vocatur μίσις. Cubus igitur diuisa linea in tres partes constabit ex tribus cubis velut C G, E D, F G, & a compso vno quod sexcuplum est ἵσος vt sint iam partes nouem corpora autem quatuor. Ex scapis autem & curtis xviii. scilicet corporibus sex continentibus xviii. vt sint omnia corpora X & ordine eodem. Iuxta autem diuisionem in quinque superficies, vides quod superficies K H B quæ efficiunt vnam efficient duas: sunt igitur tres cubi iidem qui prius: A compsi sex nihilominus ex A L, L C in B

H;



h, h k & ex b c in a g h  
omnia autem corpora  
X X. nam partes lineæ  
iij & superficies VII. igitur  
in corporibus quatuor detractis nouem  
relinquuntur XII. quæ sunt scapi aut curta.

|              |      |     |
|--------------|------|-----|
| VI.          | III. | I.  |
| III.         | I.   | VI. |
| omnia XXVII. |      |     |

A L in A E, G H, C G, D E,  
C L in A G, G H,  
C B. in B H, H k. F G C, G.

Quæ sunt tria corpora : omnia septem. Cuius constructio bifariam similis est quadrato dum componitur latus eius ex duobus ; nam assumatur quadratum a e h & per secundum suppositum fit cubus eius ex cubo a l & duplo c l in quadratum f g & a l in l e g quæ cum erunt diuisa per a l exhibit quadratum a c h, & similiter ex a l in a g & a l in duplum e g l & cubo quæ omnia diuisa per c l reddent quadratum a c h f, igitur cum quadratum a c h f habeat latus habebit aggregatum illorum quatuor corporum latus Hoc autem erit compositum ex latere quadrato f g & g c cuborum. Et tale latus quadratum seu primi aggregati, seu secundi, seu totius cubi, est quod producitur ex a c tota in x. quadratam a l pro primo aggregato, aut c l pro secundo vel a c totius pro latere quadrato cubi a c vt si ponas a l XVI. c l IX. a c XXV. Altera similitudo est quoniam diuiso latere cubi vt pote 4. latere 64. in 3. & 1. fiunt per primum suppositum partes quadrati basis 9. 1. & 6. quæ ducta in 4. altitudinem cubi efficiunt 36. 4. & 24. At si quadrata superficies sit 64. latus eius erit 8, partes autem 6. & 2. constituent eodem ordine 36. 4. & 24. & ita si sit cubus 729. latus est 9. quadratum 81. quod si diuidatur in 7. & 2. fiunt partes quadrati 49. 4. & 28. & diuiso 27. quadrata 729. quoniam solida sunt 441. 36. & 252. fiunt partes 21. & 6. & superficies 441. 36. & 252. vt prius. & 21. ac 6. sunt in proportionem tripla ad 7. & 2. quoniam x. cu. 27. est 3. & alia in dupla, quia x. cub. 8. est 2.

## Problematum Genera.

Primum est scire theorematum  $\eta\gamma\omega\sigma\tau\omega\nu$ . Problematum autem scire & operari. scire autem multifariam dicitur, alia quidem ex communibus quæ proxima sunt principiis & ob id notissimis tum ob id & quia proxima notissima. Cuiusmodi sunt quæ ab initio demonstrantur ab Euclide. Post quæ ea quæ ab illis sunt remota vt quæ in Decimo libro. Tertio loco sunt quæ principiis minus notis pendent vt quæ mox docebimus. Cuiusmodi sunt etiam quæ à monade. Quarto loco, quæ demonstrantur per  $\mu\epsilon\lambda\epsilon\tau\alpha\sigma\iota\sigma\iota\nu$  vt in arte magna pleraque. Quinto quæ ex his pendent, & ad  $\omega\epsilon\alpha\kappa\tau\iota\mu\eta\nu$  pertinent non tamen ipsa per se demonstrata sunt vt sint ipsa vltimo quæ pro veris habemus, & talia existunt, non tamen causam notam habemus. propositum igitur in hoc libro quæcunque sunt in vltimis seu huius argumenti seu alterius re-

Tom. IV.

uocare retrò & ad priora vt ex postremo ad quintum & si licet ad quartum & ex tertio ad secundum vel ad primum, hoc autem felicissimè continget si principia assumpta quæ in tertio ordine pleraque sunt *διαδοχικα* ad prima, vel ex primis reuocare aut ostendere potuerimus, aut dissoluta in partes deducere ad omnino per se nota ; sic enim doctrina hæc & quæ per eam perceperimus seu ab aliis assumpsimus firmiora fient & clariora tum illustria & magis communia. Siquidem prima talia sunt simul & per se nota. Exemplum in medica arte fex alba : cibus albus, *νεροχαλκός* vrina rubra, phrenitis. Non dixeris obstructionem nam in aliquo horum desinit.

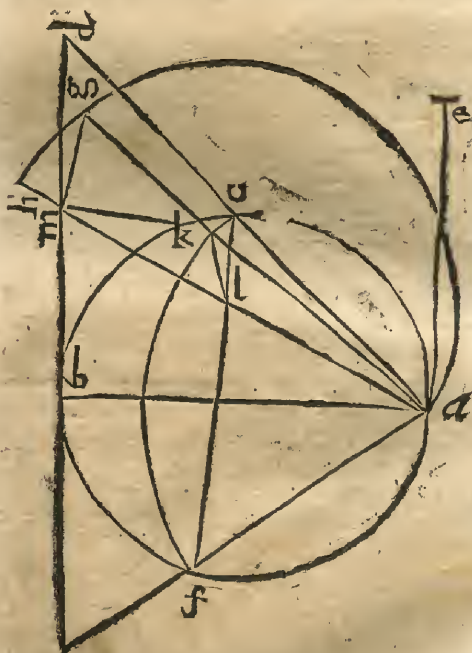
## PRIMUM PROBLEMA PROPOSITIO PRIMA.

*Inter duas propositas rectas lineas duas medias in continua proportionem Geometricè inuenire.*

Hoc est inuentum Architz Tarentini Pythagorici : ex quo perspicuum est quantum iam eo tempore illi callerent Mathematicas, cum posterius vix problema inuenire possent. Sit ergo a r longior quam suppono pro diametro & in eo circulo collocata producat donec occurrat continenti b d intelliganturque tria corpora semicylindrus erectus ad perpendicularum cuius basis a b c semicirculus sit a c b E & semiconus qui sit circumducto Orthogonio a b d & vbi rursus cadit in planum a d secet periferiam a b c in f & rursus intelligatur semicirculus a b c erectus in superficie a b c e plana circum duci manente puncto donec a b superster sibi ipsi ad perpendicularum in puncto a & creabitur quarta pars cuiusdam corporis anonymi. Istorum trium corporum superficies extremæ secant se binæ

Per pr. 4.  
elem.

Per 11. elem



& binæ in lineis quia a b est longior omnibus lineis quæ sunt intra cylindri dimidium

P p 2 &

Problema pr.



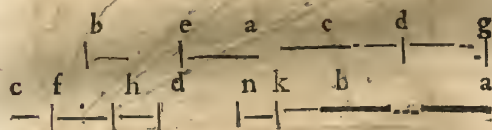
Ex hoc constat quod minor inuentarum mediarum scilicet a m est in plano.

Per 8. sexi  
Elem:

& etiam pluribus partibus semiconi. Igitur sectio coni & cylindri & corporis anonymi cum sint lineæ elicæ seu spiræ se secabunt in vno puncto tantum quod sit g, erit ergo a g in superficie semicirculi erecti qui tunc dicatur a b g & in superficie trigoni a b d. Ducatur igitur semicirculus c f eo quod erit æquidistans basi coni & vbi secatur a g ponatur k & ducatur c f recta & vbi secatur a h ponatur l & vbi a h quæ est in plano secatur a b c periferiam ponatur m & ducantur k l & k m & g h & g m quia e k f & a g h sunt ad perpendicularum super planum ex supposito & communis sectio eorum est k l eo quod vterque terminus est in vtraque superficie, k enim est in a g & a g in superficie a g h, igitur k l est ad perpendicularum super planum, igitur l est media inter f l & l c, quare inter a l & l m, igitur duo triangula a k l & k l m similes: igitur anguli m k l & k a l æquales & quia l rectus est duo anguli l k a & l a k æquales recto, igitur m k l & l k efficiunt rectum. similiter & h g a rectus & communicant in angulo k a h vt etiam k a l, igitur a h ad a g vt a g ad a m & a m ad a k, at a h est eadem seu æqualis a b & a k æqualis a c cum prodeant a centro circuli c k f, igitur a m & a g sunt mediæ continuæ inter datas a b & a e & quia non relinquitur dubium nisi quod g m sit ad perpendicularum & cadat in circumferentia circuli a e b dico quod vtrumque est necessarium quia g iam fuit in circumferentia cylindri & ducitur ad m basim cylindri etiam cylindrus erat erectus ad perpendicularum super planum ideo illa tria sunt connexa.

## Secundum problema propositio secunda.

Propositis duabus lineis, parteque vnus detracta & alteri addita quantitates excessus partium mutuo detrahente aequè addere tum quando proportio aggregatorum ad sua residua aggregatorum eorundem aggregatorum ad alia residua, eadem vnde manifestum est hoc fieri non posse neque in eisdem neque mutuo nisi aggregata inter se & residua sint æqualia. sint duæ lineæ a b & c d



& sit differentia earum d g & sumatur vna pars a b maioris quæ sit a e quam addo c d vt fiat tota c f volo partem abscindere ex c d & addere ad a b vt sit quæ abscissa est d h & tota addita a k ita vt sit proportio c f ad b e velut a k ad c h. abscindo de g differentiam ex d f parte addita & relinquatur g f fiat ergo g h æqualis g f & similiter b k e a igitur & d f differunt ab h d & k b in d g, ergo in differentia a b & c d, tanta igitur est

differentia quantitatum a b & c d quanta partium, igitur per communem animi sententiam a k & c f sunt æquales cum ad c d addiderimus d f vt ad a b, b k & ita c h est æqualis b e, ergo proportio c f ad b e est vt a k, c h & per eandem c f ad c h vt a k ad b e.

Corollarium sic patet: sit vt c l minor vel maior c h sit ad quam a n se habeat vt c f ad b e, si ergo d l est maior d h erit maior g f quare maior b k & vicissim si minor minor: & si d l minor ergo c l maior: & si d l maior c l minor: quare si a n maior c l minor vel si a n minor c l maior, minor necessarîo, vel maior proportio c f ad b e vel ad c h quàm a n ad c l seu ad sua residua seu mutua quod est contra suppositum.

## Primum Theorema Propositio tertia.

Cum verò fuerint duæ quantitates in duas singulæ diuisæ, erit quod sub prima primi ordinis & tertia secundi ordinis cum eo quod sub tertia primi ordinis & secunda secundi, æquale ei quod ex prima secundi ordinis in tertiam primi cum eo quod ex tertia secundi in secundam primi & vicissim.



Sit a prima primi ordinis diuisa in b secundam & c tertiam, d verò prima secundi ordinis diuisa in e & f secundam & tertiam

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| C | E | C | E |
| C | 7 | C | 7 |
| B | 7 | C | 7 |

dico quod sit ex a in e cum eo quod ex bin f æquale fore ei quod ex d in b cum eo quod ex e in c & rursus quod ex fin a cum eo quod ex e in c ei quod ex e in d & ex f in e, constat enim quod f in a æquualet f in b & c adde c in f d verò in c ei quod ex c in e & f adde b f & sient vtrunque eadem. idem de secunda parte.

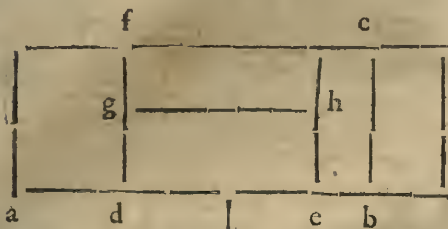
## Secundum Theorema Propositio quarta.

Si Trapezum cuius longitudo latitudine triplo maior sit, in tres partes diuisum fuerit quarum secunda prioris dupla sit, prima autem quadrata quæ potest in tertiam cum latere primæ, latus cum sit totius superficie detracto duplo lateris cubici in residuum lateris tertiæ partis & cubi quod est latus primæ partis: corpus totum cum altitudine primæ, res æquales numero & cubo: necesse est cubi latus ductum in reliquam superficie producere numerum æquationis.

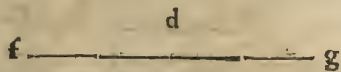
Sit superficies a f prima quadrata, secunda e f illi dupla, tertia e c trapezus vel quia e c sit minor aut maior a f latus e c sit e h duplum d h in d a d h superficie totius a c dempta f h latus f d g cubus æquationis ad cuius



cuius latus est rei æstimatio. Cum ex illo in



residuum fiet numerus rerum quod omisum est nescio quomodo. Supponatur ergo & assumatur quod necessarium est vt a d, ducta in a c, detracta a f h, id est in superficiem g e c producat numerum æquationis. Numerus ergo producit ex g d in d f ducto rectangulo in lineam compositam ex g d &

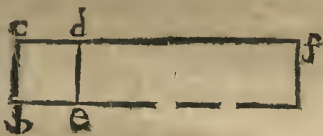


duplo f d. si igitur d f constituatur binomium aut recisum & d g numerus tunc e c, erit numerus: & numerus æquationis compositum ex *7<sup>to</sup>* nam producit vt visum est ex g f & f d in d g & inde in f d, f d autem & d g componunt f g.

In arte Mag.  
cap. 25.

*Scholium primum.*

Quod autem assumptum est scilicet quod si superficies f b esset numerus rerum & ex latere c e in c f fiat numerus æquationis



quod latus e c, erit res constat quoniam ex b e in c e fit cubus ex definitione, ex b c in e f numerus æquationis ex supposito & b f supponitur numerus rerum & ex b c in b f fit quantum ex b e in c e & e f pariter accepta, igitur b e est res quod erat demonstrandum.

*Scholium secundum.*

Et quia supponitur res binomium vel recisum & numerus æquationis numerus vere, & ille fit ex a d in g e c, ergo g e c est binomium & recisum. Cum tota superficies sit numerus scilicet rerum igitur a f est contrarium g e c scilicet vnum binomium alteram recisum.

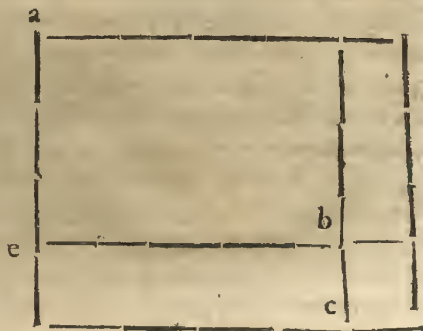
*Tertium Theorema Propositio quinta.*

Si circa Diametrum quadrati duo quadrata in directum coniuncta constituta sint corpusque propositum, fuerint autem duo parallelepida rectangula ex quadratis in alterius latera simul iuncta æqualia dimidio corporis propositi; erit cubus totus æqualis corpori proposito eique corpori quod ex latere quadrati totius in ambo quadrata producit. Quod si cubus totus æqualis sit solido alicui & ei quod fit ex latere suo in duo quadrata eodem modo circa diametrum constituta quæ totum quadratum complent

Tom. IV.

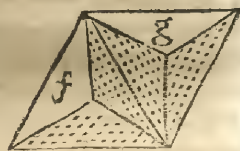
corpori: erunt duo corpora quæ ex lateribus quadratorum mutuo fiunt in ipsa quadrata pariter accepta dimidio corporis propositi æqualia.

Sint quadrata a b, b c posita ad diametrum quadrati a c ita vt ipsum compleat, eritque b d latus b c, b e latus a b d e latus



a c, sint autem duo parallelepida ex e b, in b c, b d in a b æqualia dimidio corporis f g, quod fit f dico cubum d e lineæ æqualem esse ei quod fit ex d e in a b, b c quadrata cum corpore f g toto. quod si fuerit cubus d e æqualis corpori f g cum eo quod fit ex d e in a b & b c dico quod mutua ex b d in a b & b e in b c pariter accepta erunt æqualia f, cum enim cubus d e sit æqualis cubis d b, b e cum triplo mutuorum b d, in b a & b c in b e, hæc autem mutua bis sumpta sint æqualia ex supposito corpori f g erunt cubi b d, b e,

cum mutuis semel b e in b c & b d in b a, & corpore f g æqualia cubo d e: at cubi b d, & b e cum mutuis semel b e in qua-



dratum b c & b d in quadratum a b sunt æqualia ei quod fit ex d e in a b, b c eo quod ex d e in a b fit cubus a b & mutuum ex b d in a b & ex b e in b c fit cubus b d & mutuum b e in b c, igitur cubus d e est æqualis ei quod fit ex d e in a b & b e quadrata cum corpore f g quod est primum. Conuersum etiam ex hoc per se est manifestum nam cubus fit æqualis f g & ei quod fit ex d e in a b, b c, & etiam cubis b d & b e, cum triplo mutuorum, quod autem fit ex d e in a b, b e est æquale cubis b d & b e cum mutuis semel sequitur ex communi sententia quod duplum mutuorum est æquale f g, igitur talia mutua cum sint dimidium talis dupli erunt æqualia dimidio f g, i. f.

Ex hoc igitur sequitur quod cum id quod fit ex b e in a b, b c sit quadratum d e quæ est latus cubi totius sumpta secundum numerum a b & b e, quod si extalibus mutuis semel fiat aliqua quantitas puta f quod duplum eius quantitatis sumptum vt numerus & cum numero rerum æquali duobus quadratis propositis quod hac æquabuntur cubo illi & conuerso modo. Si igitur supponamus quod a b & b c gratia exempli 13. & mutua iuncta sint 30. id est corpus f erit totum corpus f g, id est duplum & est 60. cum rebus 13. numero æqualia toti cubo d e. Igitur argumentum valebit: cubus d e, est æqualis 13. rebus 60. igitur si ex 13.

P p 3 fece-



fecerimus duas partes ex quibus in  $\mathcal{R}$ . suas mutuò fiat 30. dimidium 60. illarum partium.  $\mathcal{R}$ . iunctæ erunt æquales de .i. rei & vicissim, si ex 13. fecerimus duas partes ex quibus in  $\mathcal{R}$ . mutuò fiat 30. duplum 30. quod est 60. cum 13. rebus erit æquale cubo aggregati radicum eiusmodi partium .i. lineæ d e, cum ergo acceperimus gratia exempli 18. res, manifestum erit ex demonstratis in libro de proportionibus quod maximum corpus cui possint talia mutua æquari, est illud quod fit ex dimidiis in radices seu latera mutua pariter acceptis: igitur non poterit esse f maius 54. qui fit ex 9. dimidio 18. in 3. mutuò, igitur totum corpus f g non potest esse maius duplo 54. qui est 108. Poterimus igitur extendere solum istam demonstrationem ad hoc problema. fac ex 18. duas partes ex quarum ductu vnus in  $\mathcal{R}$ . alterius mutuò fiant 54. & in omni inferiore numero ad 54. igitur cubus poterit æquari 18. rebus & 108. & cuilibet numero infra 108. .i. duplo ei quem mutua producere possunt. Capituli autem cubi æqualis rebus & numero regula inuenta, satisfacere incipit in 18. rebus a numero qui possit diuidi in duas partes quæ producant 216. cubum 6. tertiæ partis numeri rerum & iste numerus est  $\mathcal{R}$ . 864. nam diuidi potest in  $\mathcal{R}$ . 216. &  $\mathcal{R}$ . 216. quæ inuicem ductæ producant 216.  $\mathcal{R}$ . autem 864. est minor 30. & eius ergo capituli quod est à 30. vsque ad 108. habemus & regulam datam & ei satisfacit demonstratio adducta à 108. autem supra satisfacit regula inuenta sed demonstratio præsens non attingit, quoniam non licet facere ex 18. num. rerum duas partes ex quarum ductu vnus in  $\mathcal{R}$ . alterius mutuò fiat plusquam 54. sed cum supra habeamus regulam generalem non opus habemus hac demonstratione, sed à 30. infra regula non satisfacit, hæc autem demonstratio satisfacit: cum ergo in parte media .i. à 30. ad 108. per regulam inuenerimus demonstrationem Geometricam, quæ inferuiet vt dixi parti inferiori capituli in qua numerus est paruus illa inferuiet parti nondum inuenta. Et resoluitur quæsitum in hoc, fac ex eo duas partes Geometricæ, seu diuide superficiem a b, in duas partes, quæ ductæ vicissim in latera efficiunt corpus quod non sit maius quadrante cubi aggregati radicum quadratarum dimidiorum; seu cubo totius numeri radicum diuiso per quadruplum cubi  $\mathcal{R}$ . quadratæ medietatis eiusdem: seu eundem cubum diuisum per ipsum numerum ductum in  $\mathcal{R}$ . quadratam dupli sui quod idem est. Velut si numerus rerum esset 12. cubus eius esset 1728. qui diuisus per 12. ductum in  $\mathcal{R}$ . 24. & est  $\mathcal{R}$ . 3456. producit  $\mathcal{R}$ . 864. Idem prouenit diuiso cubo aggregati  $\mathcal{R}$ . 6. & 6. & sunt  $\mathcal{R}$ . 24. cuius cubus est  $\mathcal{R}$ . 13824. per 16. Et est accipere quadrantem. idem etiam prouenit diuiso cubo 12. qui est 1728. per quadruplum cubi  $\mathcal{R}$ . quadratæ medietatis eiusdem, medietas enim 12. est cuius  $\mathcal{R}$ . quadrata est  $\mathcal{R}$ . 6. & cubus  $\mathcal{R}$ . eius scilicet 6. est  $\mathcal{R}$ . 216. cuius quadruplum est  $\mathcal{R}$ . 3456. diuide ergo 1728. per  $\mathcal{R}$ . 3456. exeunt  $\mathcal{R}$ . 864. vt prius.

*Cubus æqualis 108. rebus.*

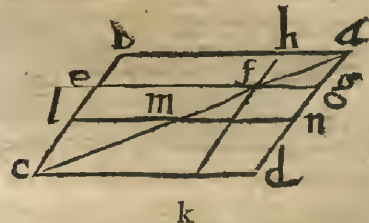
*p. 108. reg. non Dem. à 30. ad 108. reg. & dem. à 30. infra dem. non reg.*

## QVARTVM THEOREMA.

*De multiplici diuisione Paralleipedorum præcipue Rectangulorum.*

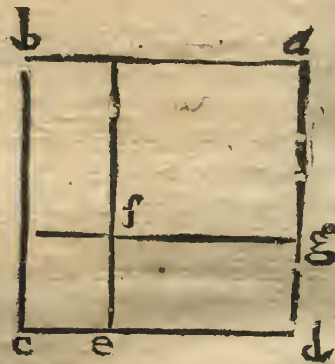
PROPOSITIO SEXTA.

**Q**uadratum diuisum ad diametrum & similiter trapezus & omne parallelogrammum in quatuor parallelogramma, si sint circa eandem diametrum: quorum duo sint similia toti & inter se, reliqua inter se æqualia. Nec facta sectione, puta per h f k potest fieri sectio alibi quam in vno puncto, quia non nisi vbi diameter secat illam lineam,



puta per h f k & etiam quod fit per vniam diametrum non fit per aliam. Ideo conueniunt in tribus his omnia parallelogramma & quadrata & rectangula. Sed differunt quia quadrata non habent nisi vnum latum magnitudine differens & duas partes linearum: parallelogramma autem reliqua cum habeant duo latera magnitudine differentia possunt habere quatuor partes linearum magnitudine differentes f e, f k, f g, & f h, & idem si sint rectangula. Differunt etiam quoniam rectangula sunt minora quadratis si sint æqualis ambitus. Rhomboides quoque rectangulis si latera sint æqualia. Et quantò anguli fuerint distantes magis à rectis eò etiam inter se minora. Et idem de corporibus eadem ratione, sed loquamur de solidis primum rectangulis.

Incipiamus ergo à quadrato a b c d, diuiso ad diametrum in f & docuimus alias fieri

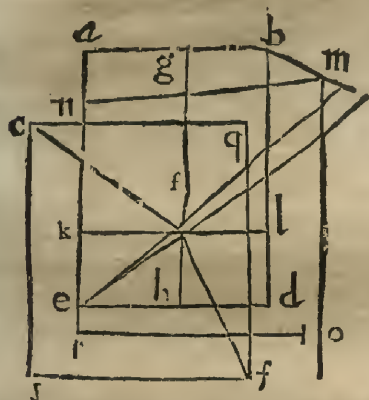


octo corpora, duos scilicet cubos ad diametrum, & tria solida inuicem æqualia & alia totidem æqualia, ex c e in quadratum d e, & totidem ex d e in quadratum e e, & duo quidem circumdabunt cubum c e f, & erunt scapi superinsistentes cubo c e f, cum eadem altitudine quasi iacentes; alterum est Kolobos super a f, altitudine c e, & ita totum corpus subiaccens erit cuius superficies quæ est basis a b c d, & altitudo c e, & superior superficies quadrata æqualis a b c d, & circum circa quatuor superficies æquales c g,



eg, quæ ipsum corpus ambiunt. Aliud corpus est simile huic compositum ex cubo a f g & duobus colobis a f g iuxta altitudinē c e & scapo medio inter colobos erecto super c e f & hæc sunt duo corpora quibus componitur cubus quæ habent radicem quadratam. Et hæc compositio est similis etiam illi quæ in singulis reſtangulis aliis. Discrimen tamen est.

3. Sin autem sint parallelogramma *ακονα* quoniam ex dictis corpora per quæ transit diameter sunt similia toti & inter se, ponantur tres superficies loco eius quæ est in



supremo *ακονα* eleuata æquidistanter à plano m n o p à dextra in sinistram q r f c loco eius quæ ab ante retro a g c h. Et quoniam duo corpora circa diametrum sunt similia toti & inter se erunt partes linearum a g, g b : itemque d h, h c & a n, n c, inter se similes : quare solida parallelogramma tria & tria vt in cubo ad vnguem inuicem æqualia & eadem ratione & situ collocata vt in illo, sed si non essent circa dimetientem non esset aliquid horum necessarium. Omne igitur solidum parallelepipedum ex quatur solidis componitur velut & cubus, & distributio est ad vnguem vt in cubo, & si quis obijciat quod poterunt esse etiam pauciora propter æqualitatem partium; dico quod est verum sed multo sæpius plura, quia omnis minima differentia ab ea exacta proportionem est sufficiens ad impediendum hanc deductionem ad quatuor partes: Adeo vt verè vix vnquam contingat. Propterea melius est id dicere quod ratione probatur & verè ita est.

4. Diuiduntur etiam cubi in Isolipa prima & duo supplementa: & ipsa dicuntur mutuo non singulari numero sicut focer & generi quia non possunt esse nisi per vnā lineam coniungantur à summo ad infimum, & habent quadratas bases & altitudinem cubi continentis illa. Et ambo constant ipso cubo qui est pars & scapo aut *ακονα* qui est iuxta altitudinem alterius cubi.

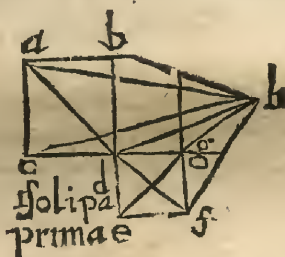
5. Isolipa verò secunda dicuntur corpora seu scapi æquales cubis partium qui complent cubum integrum, ipsa autem non complent. Quia vt dixi ad hoc vt sint Isolipa prima necessarium est vt sint primum duo scapi & hoc est commune cum secundis : & quod sint compositi ex cubo & corpore cuius basis sit basis cubi, altitudo verò latus alterius cubi : cumque hoc fuerit talia corpora iuncta per lineas totius

altitudinis cum sint æque alta occupabunt totum cubum per transuersum. Sed si altitudines sint æquales, sed quod est residuum scaporum non sit æquale altitudini alterius cubi, non poterunt complere cubi transuersam latitudinem, sed continebuntur a scapo aut *ακονα* quia non poterunt habere altitudinem cubi. Et quoniam quælibet talia corpora poterunt æquari singulis, vel vno totali appellantur ob hanc similitudinem secundam Isolipa secunda.

*Per primam hanc*

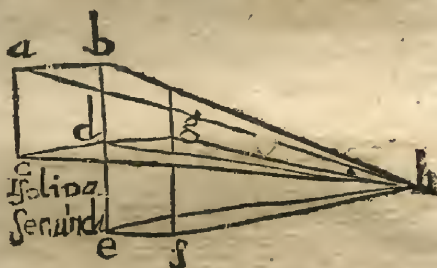
## S C H O L I V M.

Supponatur ergo cubus a b c d 27 d e f g 8. eo quod basis a b c d est 9, d e f g 4. ergo Isolipa prima cum habeant altitudinem h d quæ est æqualis b e aliter non essent



A b C D H  
D E F G H  
D H linea communis illos æqualis  
B D E.

æque alta cum cubo toto erunt 45. & 20. ducta scilicet b e quæ est 5. in 9. & 4. Et talia includuntur cubo. vt dictum est sed ipsa sunt etiam æqualia cubis scilicet 45. & 20. quorum latera sunt 3. cu. 45. p. 3. cu. 20. tales autem includuntur & ipsi cubo 3. cu. 45. p. 3. cu. 20. quæ est 65. p. 3. cu. 486000. p. 3. cu. 1093. 500. Ergo vides quod omnes cubi habent sua Isolipa prima & omnia Isolipa tam prima quàm secunda



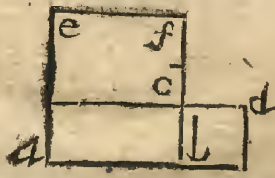
A B C D H  
D E F G H  
D H linea communis eorum multo longior B D E, lateribus cuborum iunctis.

habent cubos æquales qui cubo vni includuntur. Et tales cubi denuò habent Isolipa sua prima (quia sunt illorum partes) quæ necessariò vni cubo includuntur. Nec tamen Isolipa secunda possunt includi cubos sub propria formæ cum repugnet, vtrum autem possint verti in duo Isolipa prima eiusdem quantitatis infra modum docebitur.

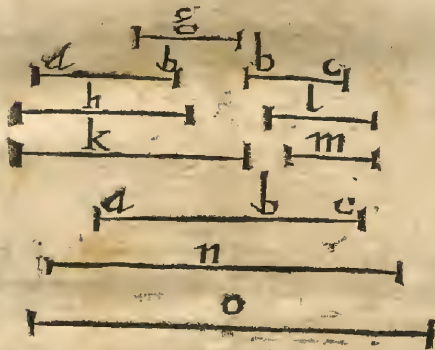


## Prima Trósis Propositio septima.

Si ferint duo cubi notæ superficiei laterum, noti erunt & ipsi cubi, sint duo cubi  $a b$ ,  $b c$  simul iuncti noti: & sint latera eorum quæ constituunt superficiem notam. Et sit linea  $g$  monas & fiant in continua proportionem  $g, a b, h$  &  $k$  & in continua proportionem  $g, b c, l$  &  $m$  & sint in continua proportionem quadrati  $g$  &  $a b c$  superficiei tanquam linea  $n$  &  $o$ . Quia er-



go  $g, a b, h k$  sunt in continua proportionem erit  $k$  ad  $a b$  duplicata ei quæ  $a b$  ad  $g$  & idem æqualis cubo  $a b$  & ita  $m$  ad  $g$  duplicata  $b c$  ad quare cubus  $b c$  igitur ex supposito  $k m$  aggregatum notum & ex  $a b$  in



$b c$  sit  $a b c$  &  $a b h k$  sunt in continua proportionem & similiter  $b c l m$  in continua proportionem atque item  $a b c n o$ , igitur  $n$  sit ex  $h$  in  $l$  &  $o$  ex  $k$  in  $m$ . cum verò  $a b c$  nota sit &  $n$  sit quadratum  $a b c$  quia  $g$  est monas & ita  $o$  cubus  $a b c$  erit  $o$  nota: cum verò  $o$  fiat ex  $k$  in  $m$  quæ iunctæ sunt notæ erit utraque  $k$  &  $m$  nota per sexquare eius duo latera cubica  $a b$ ,  $b c$  nota quod est propositum.

## SCHOLIUM PRIMVM.

His visis cum supponamus aggregatum cuborum  $a b b c$  esse numerum ut pote 40. erunt  $z$ . &  $m$ . iunctæ 40. & cum supponamus  $a b c$  esse numerum, erit  $o$  numerus & etiam cubus quia cubus  $a b c$  numeri qui sit, puta 6. & idem 216. erunt ergo  $z$ . 20.  $p$ .  $z$ . 184. &  $m$ . 20.  $m$ .  $z$ . 184. igitur  $a b$   $z$ . cu. 20. plus  $z$ . 184. &  $b c$   $z$ . cu. 20.  $m$ .  $z$ . 184. & ita cadent necessarîo in binomio & reciso.

## SCHOLIUM SECUNDVM.

Habemus ergo (colligendo) octo quæ sita. Primum quod alias demonstratum est quod si supponantur mutua ex partibus  $b f$  in quadrata sua nota id est aggregatum &  $b f$  nota erunt & partes: sed non peruenit ad cubum. Secundum quod demonstratum est

paulò ante quod si quadratorum aggregatū fuerit notum & mutua etiam nota peruenimus ad capitulum cubi æqualis rebus totidem quantus est numerus aggregati illorum quadratorum & numero duplo aggregato mutuatorum. Tertium quod ubi habuerimus latera superficiei notæ & aggregatum cuborum eorum habebimus quantitatem eorundem. Et peruenimus ad cubos æquales numero cum quadrato cubi & æstimatione laterum est  $z$ . cubica binomij ac recisi. Quartum modò est declarandum, & est quod si habuerimus latera superficiei non cum mutuis nota habemus latera per se diuidendo aggregatum mutuatorum per productum exhibit aggregatum laterum, igitur cum superficies sit nota, habebimus latera. Et similiter si supponatur superficies  $a b c$ , nota ut pote sex & aggregatum cuborum  $b d$  cum aggregato  $c e$  mutuatorum cognitum puta  $b f$  tunc quia diuiso illo aggregato per totam rem quæ est  $b f$  exeunt quadrata ut alias demonstratum est  $c c$  &  $b d$  & multiplicatis  $a c$  & mutuo alio per  $b f$  exit duplum mutuatorum: igitur assumpto duplo  $a c$  numeri idem 12. habebimus cubum æqualem 12. rebus & numero proposito qui est  $b f$  & ita rem cognitam ex parte nota capituli. Sed & desexto non est dubitatio ubi  $b f$  nota sit & cuborum  $b c$  &  $e f$  aggregatum notum quia notæ sint  $b c$ ,  $c f$  singillatim, nam diuiso aggregato per  $b f$  exit aggregatum quadratorum detracta  $a b c$ , igitur notæ erunt partes. Vnde patet septimum illico quod si nota sint quadrata  $b d$  &  $c c$  & aggregatum cuborum ac duorum mutuatorum partes erunt notæ quia aggregato corporum diuiso (per præcedens) per aggregatum quadratorum exit res seu  $b f$  per quintum, igitur per præcedens habemus partes scilicet latera cuborum. Reliquum est igitur ut declaremus octauum: scilicet quod cognitis  $b d$  &  $c c$  quadratis iunctis tamen cubis ut habeamus partes, & similiter octauum est superius demonstratum scilicet quod cum fuerint nota aggregata quadratorum atque cuborum peruenimus ad cubum & numerum æqualia rebus sed hoc est minus notum a omnibus alijs. Et ita sunt omnia cognita, sed hoc minus inde secundum, alia sunt perfecta.

## SCHOLIUM TERTIVM.

Et cum duxerimus  $z$ . cu. 20.  $p$ .  $z$ . 184. in  $z$ . cu. 20.  $m$ .  $z$ . 184. fiet  $z$ . cu. 216. ducta igitur  $z$ . cu. 216. in partes fient mutua  $z$ . cu. 69120.  $p$ .  $z$ . 100329062.  $p$ .  $z$ . cu. 69120.  $m$ .  $z$ . 100329062. & hæc sunt  $z$ . vniuersales ut quoquomodo redycantur ad quatuor quantitates in continua proportionem & ad tres ut in corollario sequenti igitur ad septem.

Ex hac igitur patet quod cum quis dixerit cubus æqualis est 18. rebus  $p$ . 35. ut in numeris integris vel 40. tribus modis, in idem recidentibus quæstio solui poterit. Et habebunt easdemmet exceptiones, primus est per regulam generalem capituli notam, ducendo 6. tertiam numeri rerum & est super-



# Propositio octaua & nona. 453

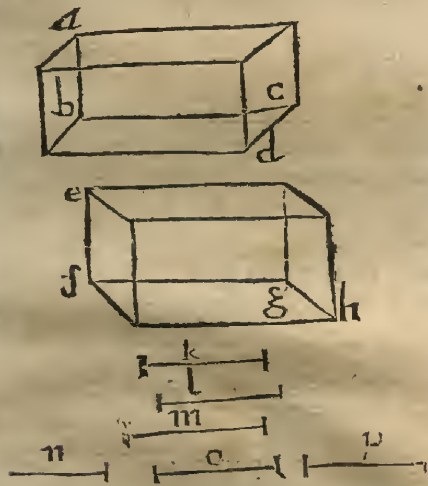
superficies a b c ad cubum & fit 216. inde diuide 40. in duas partes ex quarum vna in alteram fiant 2:6. & erunt p. 184. & 20. m. 184. & 20. cubica harum erunt tota linea b c f, be minor seu recisum c f maior seu binomium id est 2. cu. eorum. secundus modus est per demonstrationem allatam ducendo a b, b c & a b c ad cubum & fiet cubus a b c manifeste 216. quia a b c fuit nota & supposita quod esset 6. & aggregatum 2. & m. 40. gratia exempli, seu 35. & ex 2. in m. supponitur seu demonstratum est fieri 216. vt prius ergo a b & b c, eadem vt prius. Tertius modus est vt ponamus per capitulum generale a b, pos. b c <sup>pos.</sup> deducemus ad cubos partes & erunt 1. cu. <sup>216</sup> & hae sunt aequalia 35. seu 40. numero: hic enim est aggregatum cuborum vt supponitur, igitur 1. cu. p. <sup>216</sup> aequalia sunt 40. duc omnia per 1. cu. fient quad: cubi p. 216. aequalia 35. cubis vt pote seu 40. cu. & est proinde ac si quis dicat 1. quad. p. 216. aequalia 35. rebus seu 40. rebus quare inuenta estimatione vt prius 2. cu. earum erunt estimationes quae sitae, & ita res redibit ad idem. Ecce vides quomodo capitulum cubi aequalis rebus & numero transit & reducitur ad capitulum deriuatum expressis scilicet cubi quad. & numeri aequalium cubis sed estimationis postmodum oportet accipere 2. cubicas.

## TERTIVM PROBLEMA.

### Propositio octaua. Resitutio prima.

**P**ropositis duobus reſtangelis proportionem inter lineas collocare. Item inter reſtangelula ſolida ad lineas geometricè traducere. Vnde manifestum est ſolida & superficies ad numerum deduci posse.

Superficies a b c d, k sit latus tetragonum vt f g h, l, ipsis k l subtendatur m igitur m ad k vt f g h ad b c d, vtraque



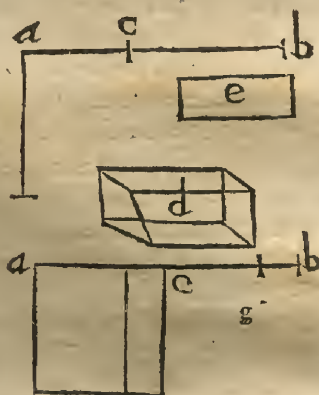
enim duplicata k ad l sed k est potestate b c d igitur m est ad instar f g h, at f g h potestate est l igitur m est instar f g h actu. Rursus inter k & b a. interpono vt ex duabus proximiorum m & eodem modo inter e f & l mediam & secundam n, cubi igitur m & n aequales sunt a b c d & e f g h reſtangelis ſolidis. Quare proportio ſolidi

a b c d ad e f g h vt m ad n triplicata. Subtendatur igitur m n, o & m n o, p in continua proportionem & erit k ad p vt solidum a b c d ad solidum e f g h quod fuit demonstrandum. Quod si ponatur p actu ad m qualis n potestate ad eandem, est autem n potestate e f g h, igitur p est actu aequalis solido e f g h, quod erat demonstrandum.

### Trōsis 2. Problema 4. Propositio. 9.

Diuidere alogam quantitatem vt ex ea in productum partium fiat quæuis quantitas non maior 4. cubi parte. Et rursus sic vt productum sit recisum primi si sit binomium aut trinomium: aut binomium trinomium totius vbi totum recisum propositum fuerit.

Sit binomium autem etiam magis abstrusum diuisum in c & volo ita diuidere vt doctum in productum vnus partis in altera producat d assumo e superficiem quæ in a b ducta producat d & non erit ex suppo-



sito d maior quadrato a c & ideò detrahatur e ex quadrato a c & relinquatur a f in quam possit e g quam rescio ex b c & relinquatur g b. Hæc igitur ducta in a g producit e ex quo in a b fit corpus d. Ex quo manifestum est quod licet a b esset quadrimomium potest diuidere d via suppositionis, & exinde diuidi per aequalia diuiso numeratore. Pari modo inueniemus e quod habeat rationem numeri binomij aut recisi cum a b & eadem via: adeo vt posset videri res leuissima sed secus est aspicienti tractationem illarum.

### SCHOLIUM PRIMVM.

Est igitur animaduertendum in huiusmodi operationibus quod cum in cubis & rebus vel quadratis quæ cum numero comparantur simplicissima est cubi & rerum aut quadratorum cum numero æquatio quia partes alogæ possunt se inuicem absumere & reliqua pars seu numerus seu radix conuerti in numerum. At si cubus æquetur rebus aut quadratis & numero seu res vel quadrata cubis & numero: necesse est vt sit in re aut quadratis aut cubo partes, quæ potestate sint numerus & numerus etiam ob cubum, ita vt numerus diuidatur in duas partes vna per quam satisfaciatur numero, alia quæ satisfaciatur numero contento in cubo.



in cubo. Si tamen cubus æquetur numero & rebus aut quadratis, poterit hic numerus contineri in solo cubo & non in rebus, aut quadratis, quod manifestè videmus in capitulo cubi æqualis rebus & numero. Sed in hoc oportet vt reuertatur per generationem cubi & quadratorum numerus & aloga pars ad vnguem quæ continentur in quadratis aut rebus.

## SCHOLIUM SECVNDVM.

In generatione autem cuiuscunque cubi cum ex re fiat duplex multiplicatio ideo vltima est per quam producit numerus. Numerus ergo per se primò gignitur quadratariam: primum ex numeris integris: vel fractis habentibus rationem cum integris  $1 \frac{1}{4}$  in 8. efficit 10. fractus autem in fractum propriè numquam cum secus videamus in mediis ac binomiis cum suis recisis. Secundò ex mediis similibus aut rationem inuicem habentibus quàm quadratus numerus ad numerum quadratum, vt  $\frac{3}{2}$ . 6. in  $\frac{3}{2}$ . 54. efficit  $\frac{3}{2}$ . 324. quæ est 18. Tercio cum  $\frac{3}{2}$ . cu. in  $\frac{3}{2}$ . cu. ducitur, fuerintque numeri quorum radices assumuntur vel cubi vel vnus  $\frac{3}{2}$ . quadrata alterius vt  $\frac{3}{2}$ . cu. 3. in  $\frac{3}{2}$ . cu. 9. demum cum ita fuerit quadratum quartæ quantitatis vt 3. 6. 12. 24. ex 24. in 9. & ex 3. in 576. fiunt cubi vel quintò cum fuerint multinomia ea ratione disposita vt sint in eadem proportionem & vt alternent & prima producant numerum nam & vltima producent. Explicabimus autem duo exempla. Non per se autem deprehenditur & ratione & experimento: ostensum enim est quod quodlibet alogum

|  |
|--|
| $\frac{3}{2}$ . 40. $\frac{3}{2}$ . 20. $\frac{3}{2}$ . 10. $\frac{3}{2}$ . 5. |
| $\frac{3}{2}$ . 10. m. $\frac{3}{2}$ . 5.                                      |
| quod totum est 15.   |

vel generat numerum vel vt latus quadrati, aut vt est potestate tale in comparatione ad reliquum & dicitur simile illi aut vt latus superficie quadratæ & tunc potest producere cubum cuius latus est numerus vel

|  |
|--|
| $\frac{3}{2}$ . cu. 24. m. 2. $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . cu. 2. $\frac{2}{3}$                       |
| $\frac{3}{2}$ . cu. 9. $\frac{3}{2}$ . cu. 3.  |
| $\frac{3}{2}$ . cu. 216. m. $\frac{3}{2}$ . cu. 72. $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . cu. 24.              |
| $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . cu. 7. m. $\frac{3}{2}$ . cu. 24. $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . cu. 8. |
| quod totum est 8.  |

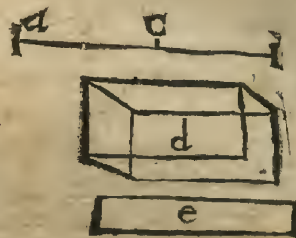
vt vna sit quadratum quartæ in continua proportionem, ergo idem erit in  $\frac{3}{2}$ . vniuersalibus  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . enim non est apta huic rei nam exigit duas integras multiplicationes.

Quia ergo binomia omnia sunt  $\frac{3}{2}$ . binomij primi aut recisi ideo comparatio hæc vt est similium, seruit capitulis ab initio vt in diuisione & multiplicatione in fine ad perfectionem capituli. Vnde nota sunt frusta illa capitulorum cubi æqualium rebus &

numero & rerum æqualium cubis & numero: & quadratorum æqualium cubis & numero & cubi ac quadratorum æqualium numero.

## SCHOLIUM TERTIVM.

Supponatur modo in generatione cubi qui sit pro paralelepipedo d linea a b diuisa per æqualia in c  $\frac{3}{2}$ . 12.  $\frac{3}{2}$ . 8. vt diuidatur in duas partes e quarum vna in alteram b



ducta in a b fiat d paralelepipedum quod sit 2. & diuidam 2. per a b inueniendo recisum a b quod sit  $\frac{3}{2}$ . 3. m.  $\frac{3}{2}$ . 2. & fit diuisor 2. per quod diuido d corpus quod est 2 exit 1. ducio in recisum fit superficies e  $\frac{3}{2}$ . 3. m.  $\frac{3}{2}$ . 2. detraho ex quadrato a c quod est 5.  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . 24. relinquitur 5.  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . 24.  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . 2. m.  $\frac{3}{2}$ . 3. huius  $\frac{3}{2}$ . vniuersalem detraho & addo  $\frac{3}{2}$ . 3.  $\frac{3}{2}$ . 2. fient partes quæ sitæ vt

|   |
|---|
| $\frac{3}{2}$ . 3. $\frac{3}{2}$ . 2. $\frac{3}{2}$ . 5. $\frac{3}{2}$ . 24. $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ .    |
| 2. m. $\frac{3}{2}$ . 3.  |
| $\frac{3}{2}$ . 3. $\frac{3}{2}$ . 2. m. $\frac{3}{2}$ . 5. $\frac{3}{2}$ . 24. $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . |
| 1. m. $\frac{3}{2}$ . 3.  |

vides cuius exemplum sit a b 2.  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . 8. diuido 2.  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . 8.  $\frac{3}{2}$ . 2. exit  $\frac{3}{2}$ . 2. m. 1. detrahe a 3.  $\frac{3}{2}$ .  $\frac{3}{2}$ . 8. residuum fiet 4. m.  $\frac{3}{2}$ . 2. cuius  $\frac{3}{2}$ . v. adde & detrahe a  $\frac{3}{2}$ . 2.  $\frac{3}{2}$ . 1. fient partes hæ longè breuiores.

|   |
|---|
| $\frac{3}{2}$ . 2. $\frac{3}{2}$ . 1. $\frac{3}{2}$ . $\frac{3}{2}$ . v. 4. m. $\frac{3}{2}$ . 2. |
| $\frac{3}{2}$ . 2. $\frac{3}{2}$ . 1. m. $\frac{3}{2}$ . v. 4. m. $\frac{3}{2}$ . 2.              |

## SCHOLIUM QVARTVM.

Facile est coniectari cum ex tribus vna non sit idonea quæ ex cubicis  $\frac{3}{2}$ . altera non sufficiens quæ ex binomiis & recisis æquationis cubi & numeri æqualium rebus, & cubi æqualis rebus & numero in parte nondum determinata generaliter cum vbi inuenta est ad binomia pertineat esse in compositis ex  $\frac{3}{2}$ . v. vt dictum est.

## Notandum Primum.

Scire autem oportet quod si superficies a c e sit numerus rerum & res a b, erit vt a b in proprium quadratum producat cubum, & in b c e numerum qui sit f, posita ergo altera æstimatione sub eisdem numeris quæ sit g seu maiore seu minore cum a d e maneat numerus rerum & ex g i a & d fiat cubus g & corpus f igitur sublato corpore f seu g in c d a erit quod sit ex g h seu differentia maiori seu minori æquale differentia



# Propositio Decima & vndec. 455



differentiæ cuborum a b & g a solidum ex h g in a e c fit ex g h in a b & a; e, cubus autem differt à cubo h in septem corporibus quæ omnia fiunt ex g h, igitur superficies a e c æqualis est quadrato g h & triplo quadratorum h & productorum g h in h velut sit 1. cu. p. 6. æquale 7. rebus & rei æstimatio prima est 1. secunda 2. cubus igitur a b in prima æstimatone est 1. corpus f. 6. differentia cubi 1. & 2. est 7. & superficies d e est 7. quæ producitur ex a d quæ est prima æstimatio & a c quæ est 7. inuicem & hæc est æqualis 1. & 3. & 3. similiter supponatur a b in prima æquatione 1. cu. p. 32. æqualibus 20. rebus esse 2. vt fiant 20. res 40. & cubus 8. reliquum 32 post in æstimatone secunda g æ. 17. minus 1 & h 2. fiat res æ. 17. minus 1. diuisa in h quæ fuit 2. & reliquum h æ. 17. m. 3. cum ergo dederis numerum 32. cum cubo h ei quod fit ex h in 20. id est in a c relinquitur differentia cuborum g & h quæ comprehendit illas septem partes 20. rerum differentie 1. g. h ergo diuiso vtroque producto per g h prodibita e superficies æqualis quadrato g h quod est 26. m. æ. 612. & triplo g h in h & est æ. 612. m. 18. & triplo quadrati h quod est 12. quæ inuicem collecta efficiunt 20. vt ma-

|                        |
|------------------------|
| æ. 612. m. 18. triplum |
| A B in _____           |
| triplum quad. g. 12.   |
| summa omnium 20.       |

nifestum est & si omnia hæc ducta fuerint per differentiam æquationum quæ est æ. 17. m. 3. ostendent illas septem partes differentie cuborum æ. 3. m. id est g 2. d est h.

## SECUNDVM NOTANDVM.

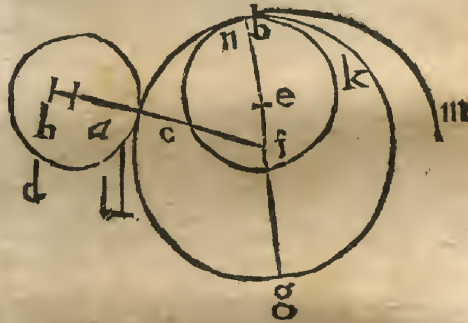
Paret etiam ex hoc quod in æstimatone cubi æqualis rebus & numero quadratum vnus existentis cum triplo quadrati alterius æquatur numero rerum. Igitur duplum producti vnus partis in alteram m. duplo quadrati alterius partis & ideo duplum differentie æquatur residuo. Exemplum 1. cu. æquatur 20. rebus p. 32 igitur cum rei æstimatio sit æ. 17. p. 1. 20. fit ex quadrato æ. 17. & triplo quadrati 1. igitur reliquum est æ. 68. m. 2. cum ergo ex re

1. æ. 17. p. 1. in 20. fiant 20. res ex æ. 68. m. 2. in eandem rem scilicet æ. 17. p. 1. fiet numerus ipse qui est 32.

## Quintum Theorema Propositio decima.

Si circulus duos circulos contingat seu intus seu extra ambos seu vnum intus alterum extra nullus alius circulus vnum ex his tangens eodem modo alium in eodem neque alio puncto contingere poterit eodem modo.

Sint duo circuli positi a d & b c & eos tangat circulus b g siue ambos intus vt b c seu ambos extra vt a d siue vnum intus alterum extra vt in præsentī figura: dico quod

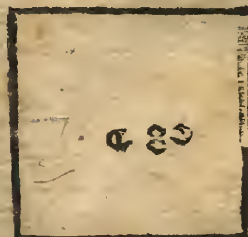


nullus alius circulus qui tangat a d in d exempligratiā poterit tangere a d ad extra & b c intrā. Si enim sit æqualis b g iisque tanga b c in b erit centrum vtriusque in linea vna quare centrum b g est in linea vna b f g & cum sit æqualis circulo eidem, habebit centrum etiam g & ita non erit alius circulus. Sed si tangat in k continget circulus circulum plus quàm in vno puncto, si enim transibit ex b in k infra a b secabit b c si autem supra seu maior sit seu minor quia vt dixi non potest tangere a b in eisdem punctis: tangat ergo infra b circulus l m in n. Quia ergo oportet centrum esse in linea h a c f quia l n, m contingit a vt H a necessariò maneat & non in f quia esset idem circulus ergo vltra vel circa f cum ergo necessariò sit in linea n f & in linea h f necessariò erit in f quod est contra posita.

Per vndecimam tertij Elem.

## Quod Tertia Problema quintum Propositio vndecima & est demonstratiua purior septima propositio Re-stitutio secunda.

Proposita recta linea & quadrato alteram datæ adiungere, sic vt quadrata proposita



|     |     |   |   |       |
|-----|-----|---|---|-------|
| 10  | 10  | m | æ | 80    |
| 100 | 180 | m | æ | 32000 |

Aggreg.



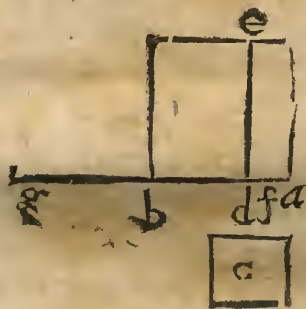
Aggreg. 280. m. R. 32000.  
duplum a b in b c 200.  
m. R. 32000.

& adiectæ simul iuncta duplo vnius in alteram in dato quadrato maiora sint.

Sit data a b & quadratum d. propositum est addere ad a b, b c ita vt quadratum a b cum quadrato b c sit maius duplo producti ex a b in b c in quadrato d auferamus a e æqualem d lateri & a b addamus b c æqualem b e cum ergo a b maior sit b c in a e quia maior b e illi æquali erit quadratum a b & b c maius hoc totum duplo a b in b c in quadrato d quod fuit demonstrandum. Exemplum a b sit 10. d 80. aufero R. 80. ex 10. remanet b c 10. m. R. 80. addo a b fiet tota a c 20. m. R. 80. supputatio velut à latere videtur.

*Tractatus Quarta, Problema 6. & est Restitutio tertia, Propositio 12.*

Data recta linea eam sic diuidere vt quod sit ex vna parte, in totam cum reliqua parte sit æquale dato quadrato cui æquale esse possit. Sit data a b quam volo sic diuidere vt ex b f in b g quæ constat ex b a & a f fiat superficies æqualis quadrato c proposito. Facio su-

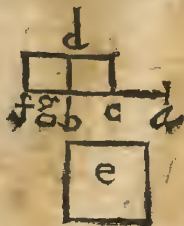


perficiem a e æqualem c & inter a b & b d constitub f & æqualem a f addo a b dico ex a n f in f g fieri c.

Nam cum b f sit latus b e & b a, a e b erit duplum a f in f b cum quadrato a f æquale a e & ex consequenti c duplum autem f b est f g & si ei addatur a f erit ex a f in totum a b & b f æquale quadrato c quod erat demonstrandum. Velut posita a b 10. c. 19. erit b c R. 81. adde R. 81 ad 10. fit a g 19. a f autem 1. ductum in 19. efficit 19. quod est c.

*Problema septimum Restitutio quarta, Propositio 13.*

Proposita recta linea aliam ei in directum adiungere vt & ex tota & addita in eam quæ addita est fiat superficies æqualis dato quadrato. Sit datum quadratum e & linea a b cuius dimidio quadrato erecto addo superficiem iuxta altitudinem b d æqualem c quæ sit d f inter c f, & b d constituo g c à qua aufero c b relinquitur b g dico quod il-



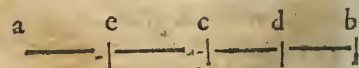
lud, quod sit ex a g in b g est æquale quadrato e. Quia enim e est æquale d f dico quod d f est æqualis a g in b g cum enim b d sit æqualis b c sufficit vt ostendam id quod sit ex c b in b f æquale esse ei quod ex a g in b g, quoniam enim quod sit ex c g in seipsum est æquale superficiem d f vt assumpsimus: illud autem constat ex quadrato b g & duplo b g in b c detracto communi quadrato c d relinquetur superficies d f seu e quadratum æquale duplo g b in b c & ita ei quod sit ex g b in b a cum quadrato g b, quare collectis a b & b g simul quod sit ex g b in b a est æquale superficiem d f & ex consequenti quadrato c quod fuit demonstrandum.

*Lemma Primum.*

Et per eosdem modos sit vt velim facere ex a b duas partes vt vna in totum ducta producat alia. addemus monadem & diuidemus totum per totum adiectâ monade. & quod exit est pars adiicienda. Sed longè melius generaliter, adde toti partem ipsam & cum aggregato diuide partem eodem modo sumptam quod exit est quantitas; quæ ducenda est. Exemplum volo addere partem ad 10. quæ producat dimidium alterius partis addo 1. ad 10. fit 10  $\frac{1}{2}$  diuido 5. per 10.  $\frac{1}{2}$  exiunt  $\frac{10}{21}$  duco igitur  $\frac{10}{21}$  in 10. fiunt 4.  $\frac{6}{21}$  dimidium 9  $\frac{11}{21}$  residui & ita si dicat vt ducta per totum producat quintam partem residui adde  $\frac{1}{5}$  scilicet ipsam partem, fit 10  $\frac{1}{5}$  diuide 2. quintam partem 10. per 10  $\frac{1}{5}$  exit  $\frac{10}{51}$  ipsa pars quæ ducta in 10. producit 1  $\frac{40}{51}$  qui sunt quinta pars alterius partis quæ fuit 9  $\frac{11}{51}$

*Lemma Secundum.*

Et ex hoc aliud & est vt diuidamus a b lineam propositam vt productum ex a d in b d sit æquale d e differentiarum partium aut dimidio e d id est e d aut dimi-



dio c d aut tertiæ parti aut parti qualis est lateris quadrati ad suam diametrum aut denique R. c d. Et in omnibus est regula vna. Si enim æqualis esse debet d e ponamus quod a b sit 10. ducemus a c dimidium a b in c fit 25. & c d dimidium d in c fit vnum iunge hæc duo quadrata sunt 26 accipe R. scilicet R. 26. aufer ab ea c d relinquitur R. 26. m. 1. aufer à dimidio scilicet a c relinquitur 6. m. R. 26. aufer 6. m. R. 26. ab a b, relinquitur R. 26. p. 4. Pati ratione si debeat æquari dimidio e d & est c d capiemus loco quadrati c d quadratum

|       |       |    |            |
|-------|-------|----|------------|
| 6     | m.    | R. | 26.        |
| R.    | 26.   | p. | 4.         |
| <hr/> |       |    |            |
| R.    | 104.  | m. | 2.         |
| Dup.  | diff. | R. | 104. m. 2. |

dimidj



dimidij & habebimus  $25\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  cetera  
vt prius: ideo habebimus partes  $5\frac{1}{2}$  m.  $25\frac{1}{4}$  &  $25\frac{1}{4}$  p.  $4\frac{1}{2}$  quarum differentia est  
 $25\frac{1}{4}$  m. 3. & hæc est dupla producto  
partium id est  $25\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  & ita est. Et  
ita si proponatur vt proportio sit vt lateris  
quadrati ad suam diametrum erit rei æsti-  
matio  $25\frac{1}{4}$  m.  $25\frac{1}{4}$  & ideo partes, 5. p.  
 $25\frac{1}{4}$  m.  $25\frac{1}{4}$  &  $25\frac{1}{4}$  p.  $25\frac{1}{4}$  m. 5.  
Demum si sit productum partium quale  $25\frac{1}{4}$   
differentiæ proponemus partes 5. p.  $\frac{1}{2}$  quad  
& 5. m.  $\frac{1}{2}$  quad. & productum est  $25\frac{1}{4}$  m.  
 $\frac{1}{4}$  quad. quad. & hoc est æquale 1. rei igitur  
1. quad. quad. p. 4. rebus est æquale 100. &  
res est in capitulo noto.

Theorema 6. Propositio 13. Archimedeo  
modo scripta.

Sit superficies oblonga triplo quam lata  
maior a b c ita vt media scilicet d e f g ( est  
enim in tres partes diuisa ) sit quadrata, ideo  
eius latus erit d e seu d g & sit a g dupla d  
f & c e superficies non refert seu maior seu  
minor d f cuius tetragonum latus sit g l &  
producatur linea k l æquidistans a d & se-  
cetur in medio & ei adjiciatur g l & fiat d h,  
composita ex duobus tetragonis lateribus  
d f & c e Dico quod cubus k h & quod pro-  
ducitur ex k h in superficiem k d ( quam  
constat produci ex a d in l d & ideo ex duplo  
d e in differentiam laterum d f & c e ) est  
æqualis corpori producto ex k h in a c nu-  
merum rerum; hic enim præsupponitur a c  
eiusmodi numerus. Constat enim ex supra  
demonstratis quod si ostendero k h quadra-  
tum esse æquale superficiebus k g b & ex  
eadem in superficiem a l fieri numerum, me  
ostendisse intantum. Primum itaque est per  
se notum nam quadratum k h est æquale  
quadratis g l & g d & ideo superficiebus d f  
& c e ideo toti g b & cum hoc duplo d g in  
g l & hoc est superficies k g, nam d a est  
dupla d g, ideo g k sit ex duplo d g seu d e  
& est a d seu k l in l g. Quod si proponan-  
tur e b c f & d e f g p. & refecetur g l vt m.  
ex a g cum fiat a l ex a d in d l erit a l æqua-  
lis d c, id est duobus quadratis d g & g l.  
Oportebit autem detrahare duplum d g in

differentia quadratorum vtrarumque partiū  
ducta in secundam partem sit æqualis dimi-  
dio numeri æstimationis. Exemplum cubus  
æquetur 20. rebus p. 32. & sit rei æquatio  
 $25\frac{1}{4}$  p. 1. dico quod ducta  $25\frac{1}{4}$  17. in se &  
additotriplo quadrati 1. sit 20. & similiter  
differentia quadrati  $25\frac{1}{4}$  17. & 1. quæ est 16.

cu. æql. 20. rebus p. 32.  
 $25\frac{1}{4}$  17. p. 1. res  
17. p. 3. 20. n. rerum  
17. p. 1. — d 16. n. æst.

cu. æqualis 12. rebus p. 9.  
 $5\frac{1}{4}$  p. 1.  $1\frac{1}{2}$   
 $5\frac{1}{4}$  p.  $6\frac{3}{4}$  e 12. n. rerum  
3. in  $1\frac{1}{2}$   $4\frac{1}{2}$  d n. æst.

ducta in 1. producit 16. dimidium 32. nu-  
meri æstimationis & similiter 1. cu. æqualis  
12. rebus p. 9. rei æquatio est,  $25\frac{1}{4}$  p.  $1\frac{1}{2}$   
( neque nunc differentiam facio, nec seruo  
proprietaem nominum æstimationis & æ-  
quationis, satis duco quod intelligar ) qua-  
dratum  $25\frac{1}{4}$  est  $5\frac{1}{4}$  triplum quadrati  $1\frac{1}{2}$   
est  $6\frac{3}{4}$  ideo totum 12. numerus rerum. Dif-  
ferentia quadratorum  $25\frac{1}{4}$  &  $1\frac{1}{2}$  est 3.  
ducta in  $1\frac{1}{2}$  secundam partem efficit  $4\frac{1}{2}$   
dimidium 9. numeri æstimationis seu æqua-  
tionis. Sed hoc parum vtile est ad princi-  
pale.

Lemma secundum.

Si quantitas induas partes diuidatur, quod  
fit ex ductu differentiæ quadratarum partiū  
in vnam illarum æquale est ei quod fit ex  
ductu totius in productum differentiæ in ean-  
dem partem.

Si oculis lynceis cernis, vtrumque corpus  
habet altitudinem eandem scilicet partem

a d c b

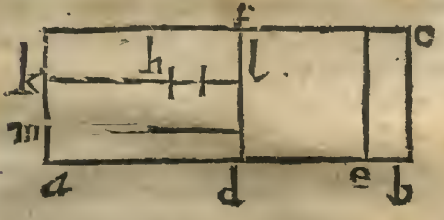
Cor.

illarū; si ergo ostendere quod differentiæ qua-  
dratorū partiū est æqualis ductui totius in  
differentiā patebit propositū. Sit ergo a b di-  
uisa in c differentiæ partiū c d quia quod fit  
ex a b in c d est æquale ei quod fit ex c d in se  
duplum a d, differentiæ verò quadratorum a  
c & c b est duplum a c in c d cum quadrato  
c d, igitur productum a c in c d est æquale  
differentiæ distæ: scilicet quadratorum a c  
& c b quod erat probandum.

Si quis ergo dicat fac de 10. duas partes  
ex quarum ductu minoris in quadratum dif-  
ferentiæ fiat 20. gratia exempli, dices igitur  
ex ductu totius in productum ex minore in  
differentiam fiet 20. igitur ex minore in  
differentiam fiet 2. fac igitur & habebis 5.  
pos. m. 1. quad. æqualia 1. igitur rei æsti-  
matio est  $2\frac{1}{2}$  p.  $25\frac{1}{4}$  vel  $2\frac{1}{2}$  m.  $25\frac{1}{4}$  &  
differentia 5. p.  $25\frac{1}{4}$  aut 5. m.  $25\frac{1}{4}$ . 21.  
conuerso modo quorum productum est 2.  
Quia ergo via simplici procedendo perue-  
nias ad capitulum notum ex primis. Hoc in-  
terest vt dignoscas hac via transmutationem  
in aliis ad capitula cubi.

per. 1. 2. E 1

Exemplum



g l id est a l & relinquetur d m, seu ergo ex k  
h in l a residuum seu ex l d in d m fiat nume-  
rus propositus erunt k h vel d l binomium  
seu recisum d g & g l.

Lemma Primum.

Si fuerit cubus æqualis rebus & numero:  
Æstimationis acceptæ iuxta modum rerum  
æqualium cubo & numero constitutio erit  
vt quadratum primæ partis cum triplo qua-  
drati secundæ æqualis sit numero rerum; &

Tom. IV,

Qq Septimum



# 458 Exæreton Mathematicorum.

## Septimum Theorema, Propositio 14.

Vide prop. 9.  
scholio 2.

Omnes duo numeri qui inuicem ducti producunt numerum cubum in proportionem se habent cum lateribus cubicis naturalibus illius, & si alter eorum ducatur in numerum, qui ad reliquum se habeat in proportionem numeri cubi ad numerum cubum, qui producet cubus erit: & si qui sic producit cubus sit, reliquus primorum ad eundem proportionem habet ut cubi ad cubum. At si productus cubus non sit nec in quem ducitur ad reliquum proportionem habebit ut cubi ad cubum. Et si non habeat proportionem is in quem ducitur, nec productus cubus erit. Et si numerus non quadratus in suam radicem ducatur producet radicis illius cubus qui erit radix quadrata. Et si radix quadrata numeri cubi ex numero & radice alia vel utcumque producat, quantitates ex quibus producentur mutuò se habebunt cum radice illius numeri, cubica & quadrata cubica dicta. Et si binomium aut recisum reducatur ad cubum erit differentia partium cubus differentia binomij aut recisi. Vnde manifestum est quomodo dati binomij aut recisi liceat radicem cubicam inuenire.

Com. Sint a b duo numeri ex quorum ductu producat c numerus cubus, eruntque ex

|   |   |
|---|---|
| a | b |
| d | e |
| f | g |
|   | h |

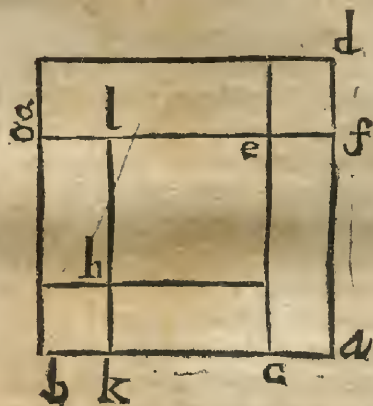
definitione numerorum cubicorum duo numeri quorum vnus erit radix alterius qui inuicem ducti producet c & sint d & e & appellantur latera naturalia. Et constat quod mutuò se habebunt in proportionem cub. a & b ex demonstratis in x. i. libro ab Euclide. Et hoc est primum. Dico & quod si a gratia exempli ducatur in d qui habeat proportionem ad b ut numeri g ad numerum h qui sint ambo cubi, quod f productus ex d in a est cubus & hoc est secundum. Nam ex a in b fit c & ex a in d fit f, igitur c ad f ut b ad d. Sed ex supposito b ad d ut cubi g ad cubum h, igitur c ad f ut g ad h, quare cum c sit cubus erit f necessario cubus ut ab Euclide constitutum est. Contra & est tertium propositum: si ex a in d fiat f cubus & d se habebit ad b ut g ad h vel ut cubi ad cubum. Et ex hoc patet quod si f non sit cubus nec d se habebit ut cubus ad cubum ad ipsum b & est quartum: & ita quintum illius conuersum. Sextum indiget exemplo tantum; nam 3. in 3. producit 27. quæ est cubus 3. & quia 27. potest produci ex aliis ut 2. & 3. 6. 4. dico ( & est septimum ) quod ut se habet 3. ad 2. ita se habebit 6. 4. ad 3. est enim vtraque ratio sex qui altera. Nam

sex quialtera fit per 1. 2. cuius quadratum est 2. 4. quod demum in 3. producit 6. 4. Octauum

est non alias demonstratam: velut cubus 7.

|    |    |       |
|----|----|-------|
| 3. | 3. | 3.    |
| 2. | 3. | 6. 4. |

diuisi in 5. & 2. producit partes 185. & 158. quarum differentia est 27. cubus 3. differentia 5. & 2. capio ergo a b, quæ sit 7. diuisam in c ut b c sit 5. & c a 2. & constat ex constructione quod sunt duo corpora, quorum vnum constat ex cubo b c, & triplo b c in quadratum d e seu a c & est 185. aliud est cubus a c cum triplo a c in quadratum e g, triplum autem a c in quadratum c g superat triplum b c in quadratum d e f in triplo c k differentia in rectangulum ex a f in f d seu b c in c a. At vicissim cum fecerimus b k æqualem a c cubus b c superat cubum c a seu d e f seu b k h in cubo k c differentia & triplo k c & b k in



Triplum c k in b c in c a  
Triplum c k in quadratum b k h  
Triplum b k in quadratum h e l

rectangulum c k h, hoc autem est æquale triplo c k differentia in rectangulum ex a f in f d quod claritatis causa ostendi in margine. Constat enim quod est perinde ac si dicas triplum b c in c h; hoc autem est æquale triplo b c in c a cum latera omnia sint eadem. Igitur sublatis hinc inde partibus sex æqualibus erit differentia cubi b c cum triplo b c in quadratum a c à cubo a c, & triplo a c in quadratum b c cubus k c differentia quod propositum est. Sed difficultas maior præcedente relinquitur, & maxime quod nos in octaua parte diximus de quadratorum differentia tam in radice quàm in cubo dum de partium differentia locuti sumus. Exempli gratia cubus 3. 5. p. 3. 2. vel m. 3. 2. nam ad idem tendunt quoad hoc est 3. 605. m. 3. 578. quarum partium differentia quadratorum est 27. cubus 3. differentia quadratorum 3. 5. m. 3. 2. & hoc est valde mirum cum diuiso 8. in 5. & 3. id est 3. 25. p. vel m. 3. 9. prodeant 260. p. vel m. 252. pro numeris seu pro 3. quæ æquivalent 3. 67600. m. vel p. 3. 63504. quare differentia est 8 cubus 2. differentia partium. Quinimo differentia quadratorum partium est 4096. cuius 3. est 64. quadratum cubi 2. Sed si statuamus partes 3. 25. m. 3. aut p. 3. 4. adhuc fient partes cubi 185. m. 158. quarum differentia est 27. cubus 3. differentia illarum. Et idem pro 3. 34225. m. aut p. 3. 24964. & ad idem redeunt: non tamen differentia



34225. & 24964. quæ est 9261. est quadratum 27. cubi differentia partium : sed huius est clarior causa : at quomodo cum cubus 5. m. 2. vel p. 2. sit vt dictum est acceptus per radices R. 34225. m. gratia exempli R. 24964. & differentia tamen quadratorum illorum quæ est vt dictum est 9261. non est cubus, at cubus R. 5. p. R. 2. vel m. R. 2. est R. 605. m. R. 578. quorum quadratorum differentia est, illorum verò differentia radicum est 27. non quadratorum partium sed partium ipsarum vt ibi partium differentia sit cubus vt etiam partium radice differentia est radix : contra hic partium differentia est quoddam anomadum : quadratorum autem in vtrisque differentia est cubus.

Corum.

Ex quibus constat quod oportet traducere hanc demonstrationem ad hunc modum. Cum fuerit binomium vel recisum cubi partes ad quadratum ductæ differunt in cubo partium binomij vel recisi ad quadratum ductarum. Et si animaduertis propter separationem in creatione ad idem redeunt. Et est demonstratio subtilissime, & tenet in omnibus generibus quantitatum eodem modo sumptis.

Ex hoc patet quod proposuimus in corollario, sit vt velim R. cnb. R. 605. m. R. 578. & patet quod quadratorum partium differentia in cubo est 27. igitur in quadratis partium R. erit 3. R. cu. 27 igitur pono quod prima pars R. sit 1. pos. & erit ex supposito quadratum eius 1. quad. igitur quadratum secundæ partis est 1. quad. m. 3. triplica sit 3. quad. m. 9. adde quadratum primæ partis 1. quad. fiunt 4. quad. m. 9. duc in primam partem fiunt 4. cu. m. 9. pos. æqualia R. 605. igitur cu. equalis 2  $\frac{1}{4}$  pos. p. R. 37  $\frac{11}{16}$  igitur duc  $\frac{1}{4}$  ad cubum sit  $\frac{27}{64}$  duc R. 9  $\frac{19}{64}$  in se sit 9  $\frac{29}{64}$  detrahe  $\frac{27}{64}$  relinquitur p.  $\frac{22}{64}$  eius R. deme a dimidio rerum & accipe R. v. cu. habebis R. v. cu. R. 9  $\frac{29}{64}$  p. R. 9  $\frac{1}{12}$  p. R. v. cu. R. 9  $\frac{29}{64}$  m. R. 9  $\frac{1}{32}$  hæc est quantitas prima 1. R. 5. quam duc in se fiet 5. deme 3. sit 2. cuius radix est R. 2. secunda quantitas minor.

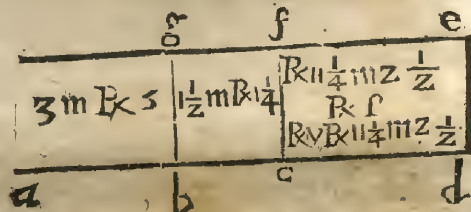
#### Digressio Prima.

Supponamus quod sit 1. cubus p. 1. æqualis 2. rebus & sit quadratum bc quadratum rei, & cubus, cubus æquationis seu questionis & ei adiungatur duplum b c quod sit a b & sit superficies tota sub b c latitudine a b c d e 2. igitur totum corpus sub illa altitudine erit 2. res : & duo corpora a b g & c d e f sub altitudine b c necessariò 2. Adeò vt secundum numerum superficies tota a b c d e dupla sit illis duobus corporibus, quare disincta seu diuisa per rem erit linea a d dupla duabus superficiebus a b g & c d e. Hoc autem est dicere vt diuidamus a d in duas partes a b, & c d pro vna & altera b c vt ex vna in aliam fiat dimidium a d, & in hoc diuidemus a d per æqualia, & à quadrato dimidij detrahemus dimidium a b c d & R. residui adiecta & detrahta dimidio constituit partes. Et hoc est primum.

Tom. IV.

#### Digressio Secunda.

Et proponatur a d cuius non est certa ratio nisi quod sit æstimatio cubi æqualis eidem numero rerum & æquationis R. 5. p. 1. & a b R. 5. m. 1. igitur b c R. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  & c d 2  $\frac{1}{4}$  m. R. 1  $\frac{1}{4}$  & superficies vt vides. Erit ergo b c res & cubus eius R. 5. m. 2. Numerus autem æquationis qui est 1. sit ex superficiebus a b g & c d e quæ iunctæ faciunt R. 1  $\frac{1}{4}$  p.  $\frac{1}{2}$  in b c, rem quæ est R. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  producant 1. & est ac si dicamus diuisa est a b in duas partes vt ex vna

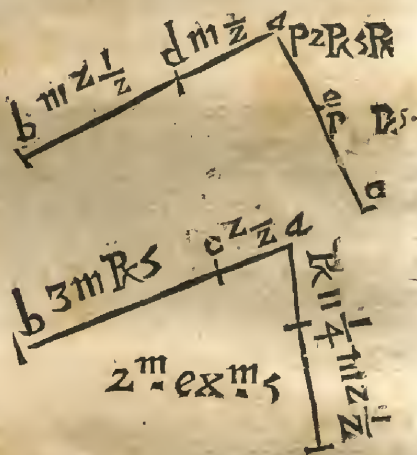


a R. 5. m. 1. b R. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  c 3  $\frac{1}{2}$  m.  
R. 1  $\frac{1}{4}$  d.  
linea potens in c d e f : k l

in aliam fiat dimidium totius a d hoc est talis numerus qualis est numerus æquationis comparatus numero rerum vt si dicas 1. cu. p. 3. æquatur 12. rebus assumemus a d & eam sic diuidemus vt ex vna parte in aliam producat quartam partem ad quale 3. numerus æquationis est pars 12. numeri rerum.

#### Digressio Tertia.

Dico præterea quod si sumantur duæ *Theor. pri-  
mo.* quantitates vt supra diuisæ in d & e vt a b sit gratia exempli 3. m. a c R. 11.  $\frac{1}{4}$  p. quod poterunt diuidi ita (non enim refert an sint m. vel p.) vt ductæ inuicem relin-



quantum numerum. Velut in exemplo secundo. Nam ducto in latere sinistro reciso in recisum decussatim, cum sint participantes radices fiunt m. 2  $\frac{1}{2}$  m. 1  $\frac{1}{2}$  & est totum 4. à dextra autem recte 3  $\frac{1}{4}$  p. & 1.  $\frac{1}{4}$  p. qui iuncti sunt 5. subtrahit vnum ex alio. i. iunge potius faciunt. 1. p. Rursus

3. m. R. 5. R. 11.  $\frac{1}{4}$  m. 2  $\frac{1}{2}$   
R. 1  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$  R. 1.  $\frac{1}{4}$  m.  $\frac{1}{2}$

Qq 2

m



# 460 Exæreton Mathematicorum.

$$\begin{array}{|l} \hline \text{m. } 2 \frac{1}{2} \text{ m. } 1 \frac{1}{2} \quad | \quad 3 \frac{3}{4} \text{ p. } 1 \frac{1}{4} \\ \hline \text{m. } 4. \quad \quad \quad | \quad \text{p. } 5 \quad \quad \quad | \\ \hline 3 \text{ m. } \text{R. } 5. \quad | \text{R. } 11 \frac{1}{4} \text{ m. } 2 \frac{1}{2} \\ \hline \text{R. } 1 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \quad | \text{R. } 1 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2} \\ \hline \text{R. } 1 \frac{1}{4} \text{ p. } \text{R. } 1 \frac{1}{4} \quad | \text{R. } 7 \frac{13}{16} \text{ m. } \text{R. } 2 \frac{13}{16} \\ \hline \text{R. } 20. \text{ p. } \quad | \quad \text{R. } 20. \text{ m.} \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{a}{b} \quad \frac{h}{c} \quad \frac{d}{e} \quad \frac{f}{g} \quad k$$

multiplica à dextra partes rectè & habebis  $\text{p. R. } 1 \frac{1}{4} \text{ p. R. } 1 \frac{1}{4}$  & à sinistra vicissim decussatim habebis  $\text{m. R. } 7 \frac{13}{16}$  &  $\text{m. } 2 \frac{13}{16}$  & hoc totum vt prius efficit  $\text{R. } 20$ . quæ cum sint  $\text{p.}$  &  $\text{m.}$  nihil efficiunt.

## Digressio Quarta.

Assumamus primum exemplum secundæ digressionis in quo res est  $\text{R. } 1 \frac{1}{4} \text{ m. } \frac{1}{2}$  cuius quadratum est  $1 \frac{1}{4} \text{ m. } 1 \frac{1}{4}$  & ob id duæ superficies a b g & c d e (cum tota a d superficies sit 2.) sunt  $\text{R. } 1 \frac{1}{4} \text{ p. } \frac{1}{2}$  binomium rei est igitur a d e id est 2. digisum in duas partes quarum vna est binomium radices alterius aut illi commensum aut vicissim. Et dubium non est quod si ponas b c  $\text{R. } 5$ .  $\text{m. } 1$ . erit a b  $\text{R. } 20$ .  $\text{m. } 2$ . & quia a d e est 8. numerus rerum & a c  $\text{R. } 45$ .  $\text{m. } 3$ . vt sit a c f 18.  $\text{m. R. } 180$ . erit c d e  $\text{R. } 180$ .  $\text{m. } 10$ . (cum enim demonstratio & propinquitas maxima & frequens experimentum in vnum consentiunt haberi potest pro vero) eritque c d 5.  $\text{m. R. } 5$ . & tota a d  $\text{R. } 20$ .  $\text{p. } 2$ . Dico præterea quod proportio numeri æquationis ad rem est binomium aut recisum ipsius rei vel ei commensum: nam si (vt visum est) b c est res & recisum aut binomium aggregati a b g & c d e quia producit numerum æquationis, igitur numerus æquationis continet rem id est lineam b c in aggregato a b g & c d e, sed hoc est binomium aut recisum vel commensum b c reciso vel binomio: igitur.

## Digressio Quinta.

Datam  $\text{R.}$  puta 20. sic diuidere vt quod sit ex vna parte in reliquam & totam efficiat quemvis numerum & quantitatem quam posset efficere, veluti  $\text{R.}$  cu 10. duc  $\text{R. } 20$  in se fit  $\text{R. } 5$ . detrahe  $\text{R.}$  cu 10. fit 20. cuius  $\text{R. } 5$ . 20.  $\text{m. R.}$  cu. 10. addita & detracta à  $\text{R. } 20$ . ostendit partes.

## Theorema Octauum. Propositio 15.

Cuilibet numero fracto infiniti numeri fracti respondent, ex quorum multiplicatione numerus integer conflatur. Vnde manifestum est si denominator numeri fracti ducatur in numerum diuidendum atque productus per numeratorem diuidatur, eum qui exit numerum fractum esse, qui ductus in priorem producet numerum assignatum.

Com.

Sic numerus fractus a b & sit numerus integer h c quem necesse est habere h multiplicem c, a autem non est multiplex b aliter a b non esset numerus fractus sed integer nam  $\frac{15}{3}$  est 5. &  $\frac{15}{3}$  æquualet 3. duca-

tur ergo b in h & producat d cui supponatur e quod sit ex a in e aut claritatis gratiâ posito c monade æquale a dico ergo ex nuper dictis quod si d continuerit e & sit multiplex ad ipsum productum, erit integer numerus ex diffinitione integri. Et si non, erit numerus fractus & vtroque modo ductus a b in d e producet c h numerum integrum propositum. Ducantur ergo b in e & fiat g, & a in d & fiat f dico f g esse æqualem c h. Quia ergo ex b in h fit d & a est æquale e, erit d a d e proportio ipsum h & idè etiam d compositor ex proportione d ad e & ad b interposito e vel a inter d & b: si igitur proportionales a ad b & d ad e componunt h & eedem multiplicando a in d & b in e componunt f g, igitur f g est æquale. Et hoc est dicere quod f sit multiplex ad g in numero h quod est propositum.

Ex hoc patet quod tales numeri, quales sunt d e, inueniri poterunt, qui ducti in a b producent numerum integrum quia h c seu h poterit variari in infinitum, quo mutato seu h solùm (posito c monade) mutabitur d e, igitur patet tota propositio. Quod si obiiceret fieri posse vt d e non sit numerus fractus quia d sit multiplex ad e, & ductum a b in d e producat h c seu h tantùm quod idem est posita vt dixi c monade, dico quod ex a b in alium numerum integrum non sit vnquam k qui sit 1. p. quam h nam si ex a b in d e sit h igitur a b numerat h quia per numerum d e, & quia per te numerat etiam k per alium numerum, igitur numerabit a b differentiam inter h & k quæ est monas maior minorem. Nam supponimus ad hoc propositum (non quia non sit verum sed quoniam sufficit in proposito nostro) quod a b sit numerus fractus compositus ex integro numero & parte numeri.

Ex hoc patet quod ducto b denominatore fracti numeri a b in h numerum diuidendum producit d qui diuisus per e numeratorem fracti. i. supponendum illum numeratori d vt e sit loco denominatoris (nam non est aliud  $\frac{2}{3}$  quam 3. diuisum per 5.) exit d e qui ductus in a b producit h c.

Ex hoc & regula posita in quarta digressione præcedentis propositionis patet quod regula capituli tota cubi & numeri æqualium rebus, & illius partis quæ est nondum inuenta capituli cubi æqualis rebus & numero, & similiter generalis cubi & numeri æqualium quadratis tota & generalis in vna parte cubi & quadratorum æqualium numero habet æstimationem & principia in binomiis & recisis numerorum istorum fractorum, qui inuicem ducti producant numerum integrum.

## Theorema Nonum. Propositio 16.

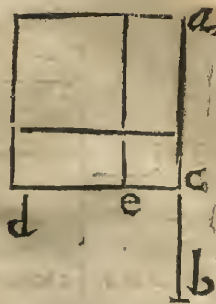
Cubus lineæ diuisæ cum duplo cuborum partium æqualis est triplo parallelepipedorum ipsius lineæ in partium quadrata. Vnde manifestum est quod cubus ille totius lineæ cum



# Propositio 17. 18. & 19. 461

*Circa.* cum numero æquali duplo partium æquabitur tot rebus quot sunt quadrata ambo triplicata. Quod si cubus & numerus proportionantur æquales numero cuidam rerum cuius tertia pars non sit maior &c. quadrata cubi aggregati quadratorum nec minor duplo cubi &c. dimidij quadratorum, erit dimidium numeri æquationis aggregatum cuborum partium a b diuisa in c dico quod tripluma

igitur bases emittunt in ea proportione. Quare proportio d e ad c e &c. illius &c. cum sit 1. m. proportione d c ad c e igitur erit per se nota.



b in quadrata a c & c b est æquale cubo a b cum duplo cuborum a c & c b. Constat enim cubum a b esse æqualem cubo a c b c & triplo a b in quadratum a c & triplo a c in quadratum c b, quare illud aggregatum est æquale triplo cuborum a c & c b & producto a c in quadratum c b & triplo c b in quadratum a c. At hoc est æquale triplo a b in quadrata a c & c b ex constitutione igitur constat propositum.

Corol. primum patet, nam si aggregatum cuborum dederimus dimidio numeri & duplum eorum toti numero æquationis, relinquetur cubus totius æqualis rebus, quare quadrata numero: & proportio cuborum ad quadrata nota. sequetur etiam per idem quod supposito cubo cum numero æquali rebus solum quod numerus ille rerum erit constitutus; gratiâ exempli cubi sint 35. & aggregatum quadratorum sit 13. dico quod erit constitutio, ducemus 35. per 2. semper, & 13. per 3. & fiet 1. cu. p. 70. æqualis 39. rebus.

Corol. secundum. propositio cubo, gratiâ exempli, cum numero æqualis 18. rebus ita ut numerus 18. sit æqualis quadratis partium ex demonstratis dico quod aggregatum cuborum non poterit esse minus duplo cubi &c. quadrata dimidij 18. & ita non minor 54. nam &c. quadrata dimidij 18. est 3. cuius duplum cubi est 54. nec poterit esse maior &c. quadrata cubi eiusdem aggregati velut aggregatum cubi dictum si sit 18. cuius cubus est 5832. eius Radix quadrata quæ est circiter 76. est maximum aggregatum cuborum. Et ita propositis 54. pro aggregato cuborum minimo &c. 5832. pro maximo poterimus eruere aggregatum quadratorum conuersa ratione.

## Problema Octauum Propositio 17.

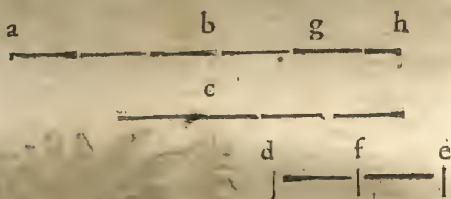
Proposito rectangulo solido quadratæ basis Isolipa sua inuenire sub proportione data.

*prop. 6. Corol.* Isolipa fiunt diuisa basi in duo quadrata ut a latere vides sed ita ut sint æque alta & idè erunt nisi corpora sint cubi non est necesse ut mutæ sint cubis altitudines sed solum ut differant quantum latera cuborum. Infinita ergo poterunt esse in vnoquoque cubo Isolipa prima. Et in vnoquoque rectangulo solido quadratæ basis Isolipa secunda. Et quia proportio est ut basium cum sint æqualis altitudinis

Tom. IV.

## Theorema 10. Propositio 18. Archimædico modo proposita.

Sint tres lineæ a b, c & d e in continua proportione & diuisa sit d e in f sicut d f sit media proportione inter a b & f e dico fore mediam inter aggregatum a b & d f & ipsam d f. Et rursus, quod si sit tale aggregatum ex a b & d f quod sit a g & fuerit c media inter a g & g b fueritque a g & g b

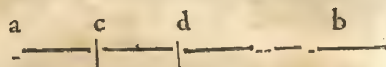


subtenfa tertia g h in continua proportione quod c erit media inter a b & b h. Tu. scis per positionem quod d f est latus superficiei ex a b in d e addito quadrato dimidij a b detracta ab eo latere dimidia a b. Item ex demonstratis aliis quod proportio d e ad f g est duplicata ei quæ est c ad d f, cum ergo proportio a b ad d f sit vt d f ad f e ex supposito erit coniunctim a g ad b g vt d e ad e f, sed d e ad e f vt c ad f quia tertia ad tertiam vt secunda ad secundam duplicata, igitur a g ad b g vt c ad f d duplicata, ergo cum d f sit æqualis b g erit a g ad e vt c ad b g seu ad d f quod fuit demonstrandum. Contrario modo demonstrabitur secunda pars quæ est conuersa.

## Theoremum Vndecimum Propositio 19.

Si linea in duas partes ac duas diuidatur quadratum totius & producta superficies ex prima in tertiam æquales erunt superficiei ex tota in primam & tertiam partem ac ex secunda in quartam.

Sit a b diuisa in c & d dico quod quadratum a b cum superficie a c in a d est æquale



superficiebus b d in b c & a b in a c & ad simul iniunctas. Hoc sit per Quartam secundij Elementorum. Quadratum enim a b cum eo quod sit ex a c in a d est æquale quadrato b c & duplo quadrati a c & duplo b d in c a & ei quod sit ex a c ter in c d loco quadrati b c ponemus quadrata b d, d c & duplum b d in d c vt sint XI. partes, quadratum autem b d communiter detrahitur & b d in d c semel pro superficie b d in b c relinquuntur IX. superficies. At ex a b in a c fiunt tres superficies & in a d sex, sed tres similes ex a b

Qq 3 quad;



|                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
|                | quad. a b      | quad. b c      |
|                | a c in a d     |                |
| a b in a c bis | bd in d c      | quad. a c bis  |
|                | quad. d c      | a c in c d ter |
| quad. a c bis  | quad. a c bis  | a c in b d bis |
| a c in c d bis | a c in b d bis | quad. b d      |
| a c in d b bis | a c in c d ter | quad. d c      |
|                |                | b d in d c bis |

in a c, ergo detractis communibus quadratis a c bis & a c in c d bis & a c in d b relinquitur ex vna parte a c in c d semel, quadratum c d & b d in d c. Est ergo c d ter assumpta in a c in seipsum & est quadratum c d & in b d, hoc autem per secundam secundi Elementorum est æquale ei quod fit ex tota a b in c d quod est propositum.







# OPVS NOVVM

DE

## PROPORTIONIBVS NVMERORVM;

[MOTVVM, PONDERVM, SONORVM, ALIARVMQVE rerum mensurandarum, non solum Geometrico more stabilitum, sed etiam variis experimentis & obseruationibus rerum in natura, solerti demonstratione illustratum, ad multiplices vsus accommodatum.]

AD M. A. AMVLIVM VENETVM,

Cardinalem Illustrissimum.



**B**E NE dictum est meo iudicio à Platone M. A. Amuli optime, beatas fore Respub. si vel illarum domini sapientia amatores essent, aut qui sapientie essent amatores dominarentur, hoc ipsum clare intelligens, studio sapientie nihil esse utilius humano generi: quo simul & pietas, & iustitia, & mutus amor hominum inter se & eorum commoda continerentur. Nempe hisce quatuor tota nostra felicitas comprehenditur. Si quidem pietate in Deos nihil nisi sanctum, & purum, & illustre sapimus: hoc ipso primum quod supra nos est, intelligimus, Deos veneramur, gratias agimus, timor cum veneratione nostros animos subit, & de futura vita cogitamus, hac ipsa mortalia si non negligentes saltem parui facientes. Iustitiam autem adeo necessariam humano generi esse scimus, ut sine illa neque esse, nedum bene esse possimus, ut neque latronum cætus absque ea diu stare possint. Porro quid dicam de concordia, & mutua hominum beneuolentia, in quibus omnis vita humana dulcedo reposita est: nec quis sustineat viuere, qui se omnibus odiosum esse sentiat. His ipsis filios in spem alimus, parentes fouemus, fratres tuemur, & adiuvamus, amicis optulamur, cum hominibus hilarum & iucundam vitam ducimus. Si quis serpentem in lecto haberet, nunquam somnum caperet: ita nihil molestius est in hac vita, quam esse cum quonolis, & priuari consuetudine eorum cum quibus maxime viuere cupias. Quid enim habent Principes precipuum cum tota illa potentia quam habent, nisi hoc unum, quod suis quos amant bene facere possint? nam reliqua omnia exerceri, venari, edere, bibere, dormire, iter agere, loca amena inuisere multis aliis concessum est, maioreque commodo qui in vita priuata degunt. Si ergo principatum cum tot laboribus, curis, periculis, & merito omnes appetunt: nec est in eo quicquam precipuum præter hoc, cui dubium est quin hoc non sit summum huius vita hominibus bonum: propter cuius vel dubiam spem eorum, que habent obliti mortales periclitantur. Succedunt inde tot commoda, non solum utilia, sed pleraque etiam necessaria, qua nos sapientia docet: huiusmodi ergo omnia cum libris contineantur, merito optimus quisque librorum bonorum perpetuitati atque incolumitati fauere debet. C. Caligulam execramur solum ob id quod Vergilij, & T. Liuij scripta delere cogitauerit. Quid facturi essemus, si fecisset quod cogitauerat? Est in sapientum monumentis bonum sine malo, mens sine corporea labe: Virtutes absque vitiis, gratia & iucunditas sine sorde, & immunditia, voluptas sine dolore, conuersatio absque tadio, delicia absque miseria nuda, omnia bona præstant, atque laudabilia ab omnibus mortalitatis exuuiis libera, tantum commodi afferunt libri. Sed & in eorum electione ac studio modus, ac




mediocritas quedam seruanda est, quæ si quis neglexerit non leui incommodo afficitur: eam antiqui rationem alij proportionem appellarunt, non equidem etiam in pertritis tam facillimam, ut reatur homines: nam in aliis rebus perobscuram esse fatentur, ego difficillimam puto undique, & magis forsan ubi non existimamus. Unde plures decidere videmus magnis cum auxiliis, & euidenti spe: quid aliud est in causa quam ignota mensura rerum? quam tamen plerique tenere se putant. Ergo, cum summum bonum in hac mensura situm esse cernerem, ut clarè ostendunt musice voces, quæ non nisi indiuiduo (ut ita dicam) spacio seu loco stare possunt, ita & in figuris picturarum & statuarum, & diebus decretoriis, & negotiis civilibus opera preium me facturum existimaui, si omnia hæc quæ latè patebant breuiter in unum redegissem, non tantum ne lectorem radio afficerem, quam ut quod aliàs docui, breuibus tractationibus, & plura continerentur, & facilius docerentur. Cum vero bona fortuna quedam effecisset, ut tibi libellum dedicasset de Providentia ex constitutione temporum longe meliore occasione nominis tui Typographi obliti sint, indignum fore putavi, ut non ærea (quemadmodum cum Glaucio Diomedes) cum aureis commutarem. Itaque infinitis licet circumueniens negotiis totus huic operæ incubui, atque adeo ut præter spem unius anni penè spacio liber absolueretur. Qui cum tibi (ut dixi) iam iurè deberetur, eò tamen magis dedicandum putavi, quod non ego solum, quanquam id maxime, sed communis consensus hominum existimet, te singulari virtute omnibus studiosis plurimum fauere. Vale.

#### Prima diffinitio.

**P**roportio ab Euclide sic describitur, Quod sit duarum quantitatum eiusdem generis, quod ad magnitudinem attinet, comparatio certa.

#### Secunda diffinitio.

Proportiones per similitudinem dicuntur, cum quantitas quantitati comparatur alterius generis, cui fingitur æqualis esse potestate.

Velut si a b fingatur monas a  c in comparatione ad b c, erit rectangulum a c æquale lineæ b c.

#### Tertia diffinitio.

Proportio æqualis proportioni est, cum eodem modo termini se habent inuicem in utraque.

#### Quarta diffinitio.

Proportiones secundum genus notæ dicuntur, cum nouimus, quod sint maiores, aut minores. Nam cum æquales sunt, simul necesse est, ut cognoscamus genus, & speciem.

#### Quinta diffinitio.

Datum positione est: quod necessariò ex positis certam habet quantitatem.

#### Sexta diffinitio.

Datum simpliciter dicitur, quod ex propositis cognosci potest, quantum a. t.

#### Septima diffinitio.

Proportiones potestate dicuntur, quæ sub

comparatione aliarum quantitatum necessariam habentium connexionem solum cognoscuntur.

Hæ autem sunt aliquando eiusdem generis cum primis, ut numeri: aliquando alterius, ut linearum & superficierum, angulorum, & arcuum: aliquando eiusdem generis, & diuersarum specierum, ut arcuum per sinus, qua utuntur Astronomi.

#### Octaua diffinitio.

Proportio homonyma dicitur duarum <sup>Cor.</sup> quantitatum diuersi generis, sed alterius ab altero dependentium, velut motus ad tempus. Dicimus enim motum tardum, vel velocem in comparatione ad tempus.

#### Nona diffinitio.

Proportionum aliæ dicuntur rhete, aliæ alogæ, rhete quæ sunt ut numeri ad numerum, alogæ quæ non sunt numeri ad numerum.





#### Decima diffinitio.

Proportio rhete alia æqualis, alia multiplex, vel submultiplex: alia unius partis excessus, aut defectus, alia plurium, quam superpartientem, aut supartientem vocant.

#### Undecima diffinitio.

Cum diuiso denominatore per numeratorem exit quantitas aloga, proportio dicitur aloga: si autem numerus integer, aut pars numeri nota, dicitur rhete.

#### Duodecima diffinitio.

Proportionem in proportionem a duci est, quoties recto ordine tres  quantitates in eisdem collocantur: b  ut sint tres quantitates a b c, dicitur  proportio a ad c producta ex proportionibus 



portione a ad b & b ad c, & similiter portio c ad a producit ex portione b ad a, & c ad b.

*Tertiadecima diffinitio.*

Proportionem per proportionem diuidi est, quod ad eandem quantitatem duarum quantitates comparantur, tunc illarum portio est, quæ prodit una per alteram diuisa.

Sint proportiones a & b ad c & interpolatur b inter a & c, dico proportionem a ad c diuisa per proportionem a ad b prodire proportionem b ad c, constat ex conuersa præcedentis.

*Quartadecima diffinitio.*

Additio proportionum intelligitur quod duarum quantitarum ad unam tertiam, proportionem per aggregatum ipsarum quantitarum ad eandem coniunguntur.

Velut si comparantur a b & b c ad d, inde tota a c ad d dicemus proportionem, ac ad d esse coniunctam ex duabus proportionibus a b ad d & b c ad eandem d. Hæc & duæ sequentes sicut & duæ antecedentes demonstrabuntur esse, nunc solum quomodo intelligendum sit proponimus.

*Quintadecima diffinitio.*

Detractionem proportionis à portione intelligimus fieri per detractionem minoris quantitatis à maiore, comparatam ad eandem quantitatem.

Velut in exemplo superiore detracta portione b c ad d ex portione a c ad d, relinquetur portio a b ad d, & probatur ex conuersione præcedentis.

*Sextadecima diffinitio.*

Extractio radicum alicuius proportionis fit per extractionem radicum quantitarum illius iuxta unam, & eandem rationem.

Velut quadrata, vel cuba, vel prona, vel vniuersalis, vel alterius modi.

*Decimaseptima diffinitio.*

Cum fuerint duæ proportiones similes in tribus terminis continuatæ, dicitur portio primæ quantitatis ad tertiam veluti primæ ad secundam duplicata. Et si sint tres proportionem similes in quatuor terminis, dicitur portio primæ quantitatis ad quartam triplicata ei, quæ est primæ ad secundam.

*Decima octaua diffinitio.*

Confusa portio dicitur simplicis, aut compositæ quantitatis ad compositam in comparatione ad proportionem ad partes.

*Decimanona diffinitio.*

Quantitates quæ in continua sunt portione Analogæ vocantur.

Dictum est hoc ad fugiendum nomen barbarum, etiam ut breuiter tamen possemus sententiam explicare.

*Vigesima diffinitio.*

Reflexa portio dicitur cum trium quantitarum aggregatum primæ, & tertie se habet ad secundam velut secunda ad tertiam.

*Vigesima prima diffinitio.*

Trium quantitarum analogarum alia quidem Geometrica, cum portio similis est: Alia Arithmetica, cum fuerit æqualis excessus huiusmodi: Alia musica cum fuerit portio primæ ad tertiam multiplex, aut simplex, aut composita excessus quæ simplici iuncta sit ad multiplicis perfectionem: eadem autem sit portio excessus primæ, & secundæ ad excessum secundæ supra tertiam.

Velut portio 6. 4. 3. dupla est vtrunque, & 6. 3. 2. tripla & 28. 24. 2. & 45. 40. 36. Geometrica verò & arithmetica facilius continuantur in quotquot quantitatibus, sed & musica velut 12. 8. 6. 4. 3. & portio 8. ad 5. musica est: quia portio 5. ad 4. musica est, & bene sonans, igitur constitutis 8. 5. 4. cum 8. ad 4. bene sonet, & 5. ad 4. & 4. sit extrema non media inde 8. & 5. bene sonant, nam in mediis non est verum, ut in 9. 6. 4. bis diapente, & 16. 12. 9. bis diatessaron.

*Vigesima secunda diffinitio.*

Quantitates quæ similem habent proportionem non continuatam, omologæ appellantur.

*Vigesima tertia diffinitio.*

Prima operatione consistere dicuntur proportionem, cum inter primo conflatas quantitates constiterint.

*Prima Animi communis sententia.*

**O**mnis Portio est, aut æqualitatis, aut maior inæqualis, aut minor.

*Secunda animi communis sententia.*

Quilibet numerus tantus dicitur, quantum est illius portio ad monadem.

Dicimus enim quatuor, quod monadem quater contineat. Et duo cum dimidio cum monadem bis & semis contineat.

*Tertia animi communis sententia.*

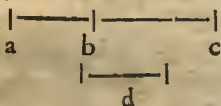
Proportionem defectus, seu detractæ quantitatis ad defectum esse posse, ut quantitatis ad quantitatem dicuntur communes animi sententiæ, quæ ex intellectu solo terminorum, quod veræ sint, cognoscuntur. Si ergo defectus est quantitas, & quantitas eiusdem



eiusdem speciei, quia detrahitur, & defectus non est simpliciter, sed detractio ergo per quartam petitionem, vel primam definitionem erit proportio inter illas. Sunt enim ambæ detractæ.

*Quarta animi communis sententia.*

Inter quantitatem, & defectum minorem quantitate, cuius est defectus, est proportio, quatenus est quantitas. Sit a b linea, & detracta quantitas b c, non maior a b & d sit alia quævis quantitas eiusdem generis, dico quod inter d & b c est proportio quatenus b c est quantitas, quia sunt eiusdem generis ideo



sunt in aliqua proportionem per primam definitionem. Sed ut b c est defectus, nulla est proportio: quia quanto b c augetur, tanto augetur proportio d ad b c, & hoc est contra demonstrata ab Euclide.

*Quinta animi communis sententia.*

Cum proportio producit ex proportionibus quælibet illarum dicitur producta diuisa per alteram.

*Sexta animi communis sententia.*

Æqualium quantitatum seu proportionū ad tertiam comparabilium eadem est proportio atque vicissim. Hæc etsi demonstratur ab Euclide, est tamen hic generalior: & satis per se nota, ut sit propior animi communis sententiæ, quàm rei demonstrandæ.

*Septima animi communis sententia.*

Ad quod quantitas proportionem habet infinitam, id in genere illius quantitatis non comprehenditur.

Nam proportio est duarum quantitatum eiusdem generis comparatio certa: at hæc comparatio certa non est: non igitur quantitates ambæ sunt, aut non eiusdem generis.

**PRIMA PETITIO.**

**S**I fuerit primi ad secundum, ut tertij ad quartum, & ex primo in secundum producat æquale, aut maius, aut minus primo, vel secundo, producet eodem modo ex tertio in quartum æquale aut maius, aut minus tertio, vel quarto eadem ratione & ordine.

*Secunda petitio.*

Proportiones possunt duci, diuidi, iungi, & auferri, & sumi radix in eis cuiuscunque generis, atque earum quantitates, ut libet, possunt transponi.

*Tertia petitio.*

Proportionis cuiusvis nomen à denominatore suprâ scripto, & numeratore infrâ scripto sumitur.

*Quarta petitio.*

Diuisa quauis quantitate per aliam eiusdem generis, quod exit proportio dicitur.

*Quinta petitio.*

Quælibet proportio est vel inter duas quantitates, vel per vnam significatur.

Nam per tertiam petitionem si sint duæ quantitates, quæ non habeant vnius rationem, nomen sumit proportio à duobus numeris, sin autem sit altera monas, erit per secundam animi communem sententiâ, proportio numerus ipse. Ideo patet, quod dicitur.

*Sexta petitio.*

Proposita proportionem quacunque & monade quantitatem inuenire, quæ se habeat ad monadem in proportionem proposita.

Nam cum per quartam petitionem diuisa quantitate per quantitatem exeat proportio, & numerus ad monadem se habeat, ut proportio, ideo sumpta monade secundum illum numerum, ille numerus est quantitas quæsitæ.

*Septima petitio.*

Quælibet quantitatem per aliam eiusdem generis diuidere posse.

*Octaua petitio.*

Proportionem in proportionem ducere posse: quamvis sint inter quantitates diuersi generis.

Quod dicitur de multiplicatione intelligendum est de aliis operationibus suprâ enumeratis.

*Nona petitio.*

Monadem semper sumere in quocunque genere posse proposita proportionem.

Nam licet diuidere per septimam petitionem quantitatem per quantitatem proportionis: & quod exit, est proportio per quartam petitionem, & per secundam animi communem sententiâ illa proportio est numero æqualis: ergo diuisa proportionem, per similem numerum statuatur monas.

*Decima petitio.*

In quouis genere quantitatum sumere posse quantitatem, quæ se habeat ad monadem in proportionem data. Similem huic proponit Euclides in lineis generaliter: nos autem contra generaliter in omnibus quantitatibus, sed de monade tantum.

*Vndecima petitio.*

Monadem in quancunque quantitatem ductam æquale ipsi producere. Similiter & proportionem æqualem.

Nam cum aliqua quantitas augeat ducta aliqua



inferiores cum inferioribus. Nam si rursum *Per 11. Pet.*  
constituantur f ad e vt a ad b cūm f sit pro-  
portio, & k ad f vt c ad d, erit k ad e, vt g  
ad h, κ autem sit ex ductu proportionis a *Per 8. Pet.*  
ab b quæ est f in proportionem c ad d, liquet  
igitur propositum.

*Duodecima petitio.*

Cum fuerint quatuor quantitates & ad primam, & tertiam æquæ multiplicibus assumptis, itemque ad secundam & quartam, & si multiplex primæ maius est multiplici secundæ, multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ, & si minus minus, & si æquale æquale, idque semper quouis modo assumptis his proportionibus ad primam & tertiam, & ad secundam & quartam erit proportio primæ ad secundam, vt tertiæ ad quartam. Hæc etiam assumitur ab Euclide. Et per hanc intelligimus etiam conuersam.

*Tertiadecima petitio.*

Quantitates æquales, atque proportio-  
nes in quavis quantitates ductæ eandem  
seruant rationem. Euclides hanc demon-  
strat, nos autem ad vitandum tædium pe-  
titimus concedi, sub qua includuntur diui-  
sio etiam additio, detractio, laterum om-  
nium inuentio.

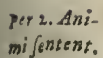
Quartadecima petitio.

Cum termini alicuius quantitatis eandem seruant rationem in omnibus, & firmi sunt ac stabiles eiusdem rationis comparatione contentæ partes æqualem seruant excessum seu proportionem.

PROPOSITIO PRIMA.

**P**roportionem in proportionem duci est  
superiores numeros atque inferiores in-  
uicem ducere.

Sit proportio lineæ a ad lineam b, vt anguli c ad angulum d, statuatur e monas in genere a b & fiat f ad e, vt c ad d, & ducatur a in f & b in e, & producantur g &



h. Quia ergo f est proportio ipsa, erit g ad a vt c ad d, sed h est æqualis b, igitur a ad h vt ad b. Duſta ergo dicetur proportio a ad b in proportionem c ad d ducendo terminos proportionis, seu quantitatis recta ſcilicet superiores cum ſuperioribus, &

Proportio extremorum producitur ex intermediis.

Sint a b c quantitates dico proportionem *Cor.<sup>m</sup>*  
a ad c, produci ex proportionem a ad b & b  
ad c, statuatur totidem à monade d e f,  
erúntque ex demonstratis ab Euclide in  
quinto Elementorum in eadem proportio- *Per 6. & 9.*  
ne, statuatur ergo d prima quantitas e se- *Perit.*  
cunda & tertia f quarta. erit.

quæ per præcedentem propor- a  
tionem productorum ex d in e & —  
sit g, & in f & sit h producta b  
ex proportionibus d ad e & e —  
ad f, quare ex proportionibus c  
a ad b & b ad e, sed ex dictis —  
cum e sit eadem, erit propor- d  
tio d ad f vt g ad h & propor- —  
tio d ad f per æquam propor- e  
tionem ab Euclide demonstra- —  
tam, vt a ad c, igitur propor- f  
tio a ad c producitur ex pro- — g h

Per 13. Pet.

Ex hoc sequitur, quod cum fuerit quan-  
titas tertia monas ex proportionibus inui-  
cem ductis produceretur prima quantitas.

Ex hoc sequitur, quod conuersa propor-  
tio producit ex conuersis proportioni-  
bus.

*Propositio tertia.*

Si proportio ex duabus proportionibus in quatuor terminis producatur, ipsa verò proportio inter duas alias quantitates fuerit constituta; confurgent trecenti sexaginta modi productionis proportionis.

Hæc propositio vt præcedens & sequen-  
tes tres ab Alchindo sumptæ sunt, & ab  
eo demonstrantur. Sit ergo proportio a ad  
b, producta ex proportionē c ad d & e ad f,  
constat quòd cum sint sex quantitates, quòd  
fieri poterunt quindecim coniugationes,  
quas posui à latere facilitatis gratia, qui-  
bus respondent totidem conuersæ: erunt  
ergo triginta. Singulæ autem harum pro-  
duci possunt duodecim modis: ductis duo-  
decim in triginta, fiunt  
trecenti sexaginta modi.

Et hoc est clarum per se,  
modo demonstremus,  
quod singuli horum mo-  
dorum possint produci  
duodecim modis, & ca-  
piamus a b primam quæ  
potest produci ex c d &  
e f: Item ambabus con-  
uersis d c & f e: & rur-  
sus altera recta altera con-  
uersa: & hoc bifariam c

|     | a   | b |
|-----|-----|---|
|     | c   | d |
|     | e   | e |
| a b | b a |   |
| a c | c a |   |
| a d | d a |   |
| a e | e a |   |
| a f | f a |   |
| b c | c b |   |
| b d | d b |   |
| b e | e b |   |

|     |     |
|-----|-----|
| a   | b   |
| c   | d   |
| e   | e   |
| a b | b a |
| a c | c a |
| a d | d a |
| a e | e a |
| a f | f a |
| b c | c b |
| b d | d b |
| b e | e b |
|     | d & |



d & fe & dc & ef, sunt ergo iam quatuor modi. Totidem ex ce & df, totidemque ex cf & de, igitur erunt duodecim modi, quibus produci posse intelligitur proportio a ad b.

|                |     |
|----------------|-----|
| b f            | f b |
| c d            | d c |
| c e            | e c |
| c f            | f c |
| d e            | e d |
| d f            | f d |
| e f            | f e |
| diréc. conuer. |     |

c ad f ex a ad e, & d ad b, & ita disponemus hos modos in tabula. Vides etiam aliquos

*Primi ad secundum.*

- 1 Tertij ad quartum, & quinti ad sextum.
- 2 Tertij ad sextum, & quinti ad quartum.

*Primi ad tertium.*

- 3 Secundi ad quartum, & quinti ad sextum.
- 4 Secundi ad sextum, & quinti ad quartum.

*Primi ad quintum.*

- 5 Secundi ad sextum, & tertij ad quartum.
- 6 Secundi ad quartum, & tertij ad sextum.

*Secundi ad quartum.*

- 7 Primi ad tertium, & sexti ad quintum.
- 8 Primi ad quintum, & sexti ad tertium.

*Secundi ad sextum.*

- 9 Primi ad quintum, & quarti ad tertium.
- 10 Primi ad tertium, & quarti ad quintum.

*Tertij ad quartum.*

- 11 Primi ad secundum, & sexti ad quintum.
- 12 Primi ad quintum, & sexti ad secundum.

*Tertij ad sextum.*

- 13 Primi ad secundum, & quarti ad quintum.
- 14 Primi ad quintum, & quarti ad secundum.

*Quarti ad quintum.*

- 15 Secundi ad primum, & tertij ad sextum.
- 16 Secundi ad sextum, & tertij ad primum.

*Quinti ad sextum.*

- 17 Primi ad secundum, & quarti ad tertium.
- 18 Primi ad tertium, & quarti ad secundum.

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | e | c | a | e | e | c |
|   |   |   | c | b | e |   |
|   |   |   | f | d | c |   |
|   |   |   |   |   | f |   |

modos non produci, vt primi ad quartum nec ad sextum, & liquet, quod cum sint quindecim omnes modi qui produci posse intelliguntur, & nouem tantum producantur sex esse, qui non producantur, quos seorsum in tabula coniunxi. Et constat etiā, quod totidem conuersi scilicet decem octo producantur, de quibus diximus, vt sint omnes triginta sex, qui constat ex duabus propositionibus præmissis, & hac tertia, quam adiungemus scilicet, quod proportio primi ad tertium producat ex proportionibus secundi ad quartum, & quinti ad sextum. Hoc enim ex præcedentibus non liquet: bene liquet permutatis ordinibus, quod si proportio primi ad tertium producat, quod etiam proportio primi ad quintum. Nam tertium, &

|   |                          |
|---|--------------------------|
| quintum, itémque quartum, & sextum non differunt nisi ordine voluntario. Ergo interposito e inter a, & c per secundā propositionem proportio a ad c producat ex proportionibus a ad e, & e ad c, vt ex demonstratis | Modi qui non producantur |
|   | pri. ad quartū           |
|   | pri. ad sextum           |
|   | sec. ad tertium          |
|   | sec. ad quintū           |
|   | tert. ad quint.          |
|   | quart. ad sext.          |

in præsentī proportio a ad c producat ex c ad f & b ad d. Proportio ergo a ad c producat ex proportionibus e ad c & c ad f & b ad d, at e ad c & c ad f producant eam, quæ

*Propositio quarta.*

Si fuerit proportio primi ad secundum producta ex proportionibus tertij ad quartum & quinti ad sextum, producat etiam ex proportionibus tertij ad sextum, & quinti ad quartum.

*Per. 8. peti.*

*in 13. peti.*

Sit proportio a b producta ex proportionibus c ad d, & e ad f, dico quod etiā erit producta ex proportionibus c ad f, & e ad d, disponantur vt in figura & fiat ex c in e g, & ex d in fh,

|   |   |
|---|---|
| a | b |
| c | e |
| d | f |
|   | g |
|   | h |
| c | e |
| f | d |
|   | g |
|   | h |

ergo per primam harum ad h vt a ad b, sed per præsupposita in secunda productione etiam prodeunt g & h, igitur per primam propositionem harum a ad b proportio producat ex proportionibus c ad f tertiar scilicet ad sextam, & e ad d quintæ ad quartam, quod fuit propositum.

*Propositio quinta.*

Si fuerit proportio primi ad secundum producta ex proportionibus tertij ad quartum, & quinti ad sextum: erit proportio tertij ad sextum producta ex proportionibus primi ad secundum, & quarti ad quintum.

*Cor.*

Sit proportio a ad b producta ex proportionibus c ad d, & e ad f, dico quod proportio c ad f producat ex proportionibus a ad b, & d ad e. Interponam d inter c & f, eritque ex secunda propositione repetita proportio c ad f producta ex tribus proportionibus c ad d, d ad e, e ad f, sed proportionibus c ad d, & e ad f producant proportionem a ad b, igitur proportio c ad f producat ex proportionibus a ad b, & e ad f.

|   |   |
|---|---|
| a | b |
| c | e |
| d | f |
|   | c |
|   | d |
|   | e |
|   | f |
| c | f |
| a | d |
| b | e |

*Propositio sexta.*

Ex trecentis sexaginta modis producendarum proportionum triginta sex tantum esse necessarios.

*Cor.*

Per quartam enim proportio a ad b producat bifariam, & ex c ad d, & e ad f, & ex c ad f, & c ad d, & per præcedentem c ad f producat ex a ad b, & d ad e, & per quartam rursus ex a ad e, & d ad b. Et per præcedentem rursus a ad e ex c ad f & b ad d, igitur per quartam eadem producat ex c ad d & b ad f. Quare per præcedentem



# Propositio 7. 8. 9. 10. & 11. 469

quæ est e ad f per secundam propositionem. Igitur proportio a ad c producitur ex proportionibus b add secundi ad quartum, & e ad f quinti ad sextum. Hæc Alchindus in suo libello: sed licet ingeniosa valde: parum tamen vtilia olim erant necessaria ad intelligendum magnam compositionem Ptolemæi, nunc postquam Heber has sex quantitates traduxit ad quatuor, prorsus hæc scientia vlli vsui esse desit.

## Propositio septima.

In modis qui necessariò producuntur ex duabus proportionibus,

|   |   |
|---|---|
| a | b |
| c | e |
| d | f |

cum duæ quantitates ex illis, quæ modos faciunt, æquales fuerint: proportio producta ad quatuor quantitates omologas reducitur.

Cor.

Sint sex quantitates a b c d e f, & producatür proportio a ad b ex proportionem c ad d, & e ad f, tunc scis, quòd modi recepti sunt prima cum secunda, tertia vel quinta, & secunda cum quarta, & sexta, & tertia similiter cum eisdem, & quinta eodem modo cum eisdem: si igitur duæ quantitates ex his, quæ faciunt proportionem productam inter se fuerint æquales reducetur hæc proportio ad quatuor quantitates omologas, scilicet abiectionis ambabus æqualibus. Sit gratia exempli prima æqualis quintæ: & quia in octauo modo proportio secundi ad quartum producitur ex proportionem primi ad quintum, & sexti ad tertium, ergo per exposita proportio secundi ad quartum, vt sexti ad tertium, & ita permutando, & conuertendo secundi ad sextum, vt quarti ad tertium, & tertij ad quartum, vt sexti ad secundum.

Vndecima  
positione.

## Propositio octaua.

Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, atque coniungantur: erit proportio aggregati ad productum ex inferioribus inuicem proportio ex primis proportionibus composita.

Cor.

Sit proportio vna a ad b, alia c ad d, ducatur b in c, fiatque e & a in d, & fiat f, iunganturque e & f & fiat h, & ducatur b in d & fiat g: dico proportionem h g compositam esse ex proportionem a ad b, & c ad d. Quia enim ex b in c fit e, & ex b in d fit g, erit proportio e ad g, vt c ad d, & similiter, quia ex d in a fit f, & ex d in b fit g, erit f ad g vt a ad b. Sed e & f componunt h, igitur proportio h ad g est composita ex proportionibus e & f ad g, igitur per communem animi sententiam, & diffinitionem compositæ propor-

Ex 13. positione.

$$\begin{array}{c} a \quad c \quad h \\ \times \\ b \quad d \\ \hline e \quad f \quad g \end{array}$$

Tom. IV.

tionis, proportio h ad g composita est ex proportionibus a ad b, & c ad d, quod est propositum.

## Propositio nona.

Si duarum proportionum superiores numeri alternatim cum inferioribus multiplicentur, minusque productum ex maiore detrahatur, erit residui ad productum ex inferioribus proportio velut illa, quæ relinquitur detracta minore proportionem ex maiore.

Hæc eodem modo probatur, vt præcedens, nisi quod h fit detractio è minore: gratia exempli ex f, & ita ex diffinitione patet propositum.

Cor. 152.

## Propositio decima.

Si fuerit alicuius quantitatis ad vnâ partem proportio velut alterius partis ad secundam quantitatem erit proportio cuiusvis quantitatis eiusdem generis ad secundam composita proportio ex proportionibus eiusdem quantitatis assumptæ ad vtranque partem primæ quantitatis seorsum.

Sit a b quantitas diuisa in c, & sicut a b ad a c, ita b c ad d: eritque iterum permutando a b ad b c, vt a c ad d, & summa-

Cor.

$$\begin{array}{c} a \quad c \quad b \\ | \quad | \quad | \\ | \quad | \quad | \\ \hline e \quad d \end{array}$$

tur quædam quantitas e eiusdem tamen generis, cum illis dico quòd proportio e ad d est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c. Posita ergo e tanquam superiore numero, & a c & c b inferioribus, erit ex octaua propositione huius proportionis productum ex e in a c, & coniectorum, & ex consequenti per primam secundi Elementorum productum ex e in a b ad productum ex a c in c b composita ex proportionibus e ad a c, & e ad c b: at quod fit ex a c in c b, est æquale ei quod fit ex a b in d, eo quòd a b, a c, c b & d sunt omologæ per decimam sextam sexti Elementorum: Proportio igitur productum ex e in a b ad productum ex d in a b est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad c b: At proportio productum ex e in a b ad productum ex d in a b, est velut e ad d, per supposita igitur proportio e ad d est composita ex proportionibus e ad a c, & e ad b c, quod fuit demonstrandum.

13. Petit.

## Propositio Vndecima.

Proportio aggregati quarumlibet duarum quantitatum ad aggregatum duarum æqualium quantitatum est composita ex proportionibus primis, & diuisa per duplam.

Sit proportio a ad c, & b ad d, & sint c & d æquales, dico

Cor.

quod proportio a b ad c d est composita ex proportionibus a ad c, & b ad d diuiso composito per duplam. Quia enim c & d sunt æquales, erit b ad c, vt b ad d,

$$\begin{array}{c} a \quad b \\ \times \\ c \quad d \\ \hline e \quad f \end{array}$$

Ex sexta  
Anim. com-  
sententia.

R r ad d,



# 470 Propositio 12. 13. 14. & 15.

Decima-  
quarta.

15. Petit.

Per 2. Petit.

Per quintam  
Anim. com.  
sententiam.

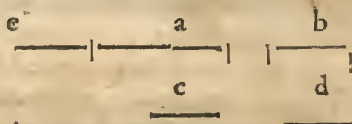
ad d, quare ex definitione cum proportio a b ad c d sit composita ex proportionibus a ad c, & b ad c, erit etiam composita ex dictis ex propositione a ad c, & b ad d, statuatur ergo e æqualis c d media inter a b & c. Et erit per secundam propositionem proportio aggregati a b ad c producta ex proportionibus aggregati a b ad c, & e ad c, igitur proportio a b ad c erit proportio a b ad c, diuisa per proportionem e ad c, sed e ad c est dupla: igitur proportio a b ad c est proportio a b ad c diuisa per duplam.

## Propositio duodecima.

Propositis duabus proportionibus vnam alteri iungere absque multiplicatione.

Cor.  
10. Petit.

Sint proportionis a ad c & b ad d, & assumo e ad c, iuxta ea quæ Eu-



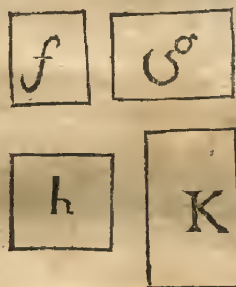
Ex genera-  
li com. Anim.  
sententia.

clides demonstrauit, vt b ad d, erit igitur proportio a e ad c, composita ex proportionibus a ad c, & e ad c, sed proportio e ad c est, vt b ad d, igitur proportio a e ad c composita est ex proportionibus a ad c, & b ad d.

Aliter ex b in c fiat f ex a in d, g ex c in d h coniunctum ex f g, k.

Per 13. Per.

Quia ergo ex c in b fit f, ex c in d h, erit f ad h, vt b ad d, igitur vt e ad c, sed a ad c, vt g ad h igitur a e ad c, vt k ad h, sed k ad h componitur ex proportionibus a ad c, & b ad d. Ex octaua harum igitur



proportio a c ad e composita est ex eisdem. Forſan quis dicat hanc eandem eſſe octauæ ſed non eſt, in illa enim proportio comparatur ad productum, in hac ad vnam ex quantitatibus.

Cor.

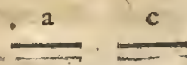
Ex hoc ſequitur quod: Quælibet duæ quantitates quarum aggregatum eſt idem ad eam quantitatem componunt eandem proportionem.

## Propositio tertiadecima.

Proportio confuſa aggregati primæ & tertiæ quatuor quantitatum omiologarum ad aggregatum ſecundæ & quartæ, eſt velut composita ex eisdem diuiſa per duplam.

Cor.

Sint a ad b, vt c ad d, dico, quod erit confuſa proportio a c aggre-



gati ad aggregatum b d, compositæ ex his proportionibus diuiſæ per duplam æqualis. Erit enim aggregati ex a c ad aggregatum ex b d, velut a ad b per 18. quinti Elementorum. Sed proportionibus a ad b, & c ad d componunt proportionem producti a in d, & c in b per octauam harum, ad productum ex b in d, productum verò ex a in d eſt æquale producto ex b in c per decimamſextam ſexti Elementorum, & proportio producti ex b in c ad productum ex b in d eſt velut c ad d, quare vt aggregati a c ad aggregatum b d, igitur proportio composita ex a ad b, & c ad d, eſt velut confuſa bis ſumpta. Igitur confuſa eſt velut composita diuiſa per duplam per modum vndecimæ huius.

## Propositio quartadecima.

Proportionibus confuſæ, & coniunctæ in tribus quantitatibus inuicem commutantur.

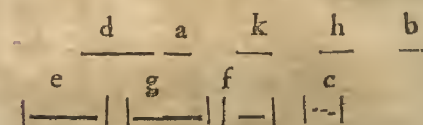
Sint tres quantitates, dico, quod proportio c ad a b confuſa eſt, conuerſa coniunctæ a & b ad c. Nam per dicta proportio a b ad c efficit coniunctam ex a b ad c, ſed c ad a b conuerſa eſt eius quæ eſt a b ad c, & proportio c ad a b eſt confuſa eius, quæ eſt c ad a & b. Igitur proportio confuſa in tribus quantitatibus eſt contraria coniunctæ in eiſdem.

Ex quauis ergo illarum data, data erit & reliqua.

## Propositio quintadecima.

Si fuerint quatuor quantitas proportio confuſa aggregati primæ & tertiæ ad aggregatum ſecundæ, & quartæ erit vt monadis addito prouentu, qui ſit diuiſa differentia differentiarum primæ & ſecundæ, atque quartæ & tertiæ per aggregatum tertiæ, & quartæ ad ipſam monadem.

Sint quatuor quantitates a b, c, d, e f, & ſit a b maior c in a h, & e f maior d in f g,



& differentia f g & a h ſit a k: dico proportionem a b, & d confuſam a d c & e f, eſſe vt monadis addito prouentu, vel detracto a k diuiſæ per aggregatum c & e f, ad ipſam monadem, & manifeſtum eſt, quod poteſt contingere pluribus modis: Primus vt a b ſit maior c & e f minor d, & tunc differentia coniungentur, & prouentus, addetur monadi. Idem faciendum erit ſi a b ſit maior c, & e f ſit minor d, ſed exceſſus ſuperet defectum. At ſi vel a b ſit minor c, & e f maior d, vel ita minor, vt c exceſſus ſupra b a ſit maior defectu, detrahemus prouentum à monade. Alia cautio eſt. quod ſi fuerint vtrinque exceſſus, aut defectus, minuemus minorem de maiore



iore: si autem vnus sit excessus alter defectus, iungemus illos, & post diuidemus, vno ergo demonstrato vt pote primo intelligitur reliqui. Quia ergo b h est æqualis c & e g æqualis d & h k æqualis g f, erit ex communi animi sententia aggregatum ex d & k b æquale aggregato ex c & e f, igitur per dicta proportio aggregati ad aggregatum est vnum. at verò diuisa k a per c & e f fit quantum diuisa eadem per b k, & d, sed diuisa k a per b k, & d iunctas, exit proportio a k ad aggregatum b k & d: igitur diuisa a k per aggregatum e f & c, exhibet eadem proportio, igitur a b & d ad aggregatum c & e f est coniuncta ex monade & proportione a k ad aggregatum c & e f, quod erat demonstrandum.

Cor.

Ex hoc patet quod proportionum confusio fit iunctis denominatoribus numeratoris: multiplicatio multiplicatis: additio multiplicatis de-  

|                |   |    |
|----------------|---|----|
| 7              | 5 | 12 |
| 2              | 8 | 10 |
| Multiplicatio. |   |    |
| 7              | 5 | 35 |
| 2              | 8 | 16 |
| Additio        |   |    |
| 7              | 5 | 66 |
| 2              | 8 | 16 |

 cussatum in numeratores ad productum est denominatoribus, vt in exemplis.

Propositio sextadecima.

Omnium quatuor quantitatum proposita prima, quæ non minorem habet proportionem ad suam correspondentem, quàm alia ad aliam erit proportio confusa illarum,



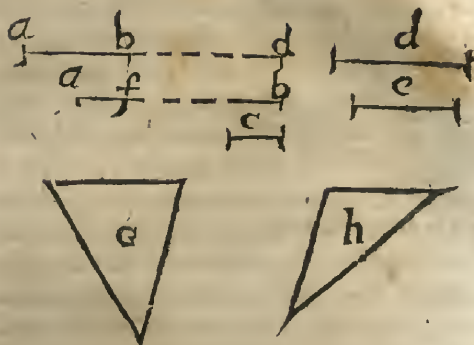
vt producti ex aggregato primæ & tertiæ in tertiam, ad productum ex aggregato tertiæ & omiotatæ ad secundam in ipsam quartam.

Hæc magis reducit confusam proportionem ad notitiam, quàm præcedens, quia reducit ad proportionem productam, quæ operatio est simplicissima, siue per multiplicationem quantitatum fiat, duæ sunt tantum multiplicationes, siue per eundem terminum sufficit alium addere. Summatur ergo a b, c, d & e, & non sit maior proportio d ad e, quàm a b ad c, & statuatur tunc prima a b, secunda c, tertia d, quarta e, & postquam non est minor ratio a b ad c, quàm d ad c, sumatur a f ad c, vt d ad e. licet enim hoc facere. Dico quod proportio confusa a b & d ad c & e est velut producti ex aggregato a b & d in d ad productum ex aggregato a f & in e. Statuatur aggregatum a b & d linea a d prima quantitas, & aggregatum a f & d, a d secunda quantitas, & d tertia, & c quarta, & ex a b in d fiat g, ex a d in e fiat h, erit ergo per primam propositionem g ad h producta ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Sed proportio a f d ad aggregatum c e, est velut d ad e. Proportio verò a b d ad a f d, & a f d ad e e producunt proportionem a b d ad c & e per secundam.

Per 10. Per.

Per 13. Per.

Tem. IV.



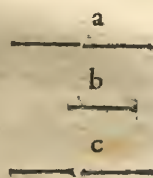
dam propositionem, harum igitur confusa a b ad c, & d ad e, & est proportio a b d ad c & e, producuntur ex proportionibus a b d ad a f d, & d ad e. Ergo proportio g ad h est confusa ex a b ad e, & d ad e, quod erat demonstrandum.

Propositio decima septima.

Omnes duæ proportiones conuersæ producunt equalem proportionem.

Sint duæ proportiones a ad b & b ad a conuersa, dico, quod producunt proportionem æqualem, fiat enim b ad c, vt b ad a, erit igitur a æqualis c & b c conuersa eius quæ est a ad b, sed per secundam harum proportionum a ad b, & b ad c producunt proportionem a ad c, igitur proportionem etiam a ad b & b ad a producunt eandem.

Cor.



Per 6. Ant. mi commu- nem senten- tiam.

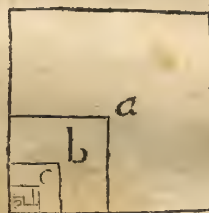
Propositio decima octaua.

Si fuerint quotlibet quantitates in continua proportionem multiplici præter ultimam proportio verò penultimæ ad ultimam qualis residui primæ ad secundam, erit primæ ad aggregatum reliquarum velut penultimæ ad ultimam.

Sint quantitates a b c d in continua proportionem multiplici, sed d ad e sit velut residui a & b ad b, dico proportionem a ad b c d e esse vt d ad e. Quia enim est gnomonise ad quadratum d, vt d ad e ex supposito erit per coniunctam proportionem c & d ad d & e, vt d ad e, sed e gnomon cum quadrato d efficit quadratum e, igitur vt c quadrati ad d & e iuncta, ita d ad e. Rur-

Cor.

12. Propos. quinti Elem.



|         |         |
|---------|---------|
| c gnom. | d       |
| d quad. | e       |
| b gnom. | c quad. |
| c gnom. | d quad. |
| d quad. | e quad. |

Rr 2 fus



sus, quia b quadrati ad c quadratum, vt c ad d erit gnomonis b ad quadratum c, vt gnomonis c ad quadratum d, & ita d ad e, igitur gnomonum b c cum quadrato d ad aggregatum c d e quadratorum, vt d ad e, sed c gnomonum cum d quadrato perficit c quadratum, & c quadratum cum gnomone b perficit quadratum b; igitur proportio quadrati b ad quadrata c d e, vt d quadrati a d e. Et ita repetendo de quouis quantitatibus in infinitum vsque. Hæc proponitur ab Archimede in libro de quadrato æquali parabolæ, & minus generaliter & pluribus demonstratur. Ego tamen quia est generalis, describam illam per corollarium: addamque aliud quod ex hoc sequitur.

Per 19. quinti Elem.

Per 12. quinti elem.

Cor. 1.

Si fuerint quotlibet quantitates omnes analogæ præter ultimam, sit autem penultima ad ultimam qualis residui primæ & secundæ ad secundam, erit proportio primæ ad aggregatum omnium aliarum veluti penultimæ ad ultimam.

Cor.

Hæc enim est euidentis, quia conuenit ei demonstratio proposita, exemplo autem in numeris à latere posito vides declarationem,

|    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|-----|
| 81 | 54 | 34 | 24 | 16 | 32  |
| 27 | 54 |    |    | 81 | 162 |

nam proportio 16. ad 32. est velut 27. residui primæ & secundæ ad ipsam secundam scilicet ad 54.

Cor. 2.

Ex hoc patet etiam quod assumptis omnibus, sub multiplicibus analogiæ vsque in infinitum prima quantitas est multiplex aggregati omnium reliquarum numero 1. m: quo prima est multiplex secundæ.

Cor. 3.

Si fuerint quotlibet quantitates in super particulari proportionem analogæ, erit proportio primæ ad aggregatum omnium in infinitum iuxta proportionem multiplicem conuersam illius partis.

Cor.

Velut collectæ in sesqui altera duplæ in sexquitercia triplæ in sexquiseptima septuplæ. Vt capio 5 12 448 392 343. & ita deinceps vsque in infinitum aggregatum omnium earum erit 3584. Septuplum 512. & aggregatum 18. 12. 8. 5. & ita deinceps in sexquialtera erit 54. duplum 27. primæ in eo ordine.

#### SCHOLIUM.

Ex quo patet genus demonstrandi noui & pulchrum: nam supponatur 54. aggregatum duplum 27. primæ igitur addito 27. ad 54. cum sit dimidium, & addito 13½, dimidio 27. ad 27. nam ex supposito quantitas sequens est sex qui altera ad 27. igitur 81. est duplum ad 40½. Igitur conuertendo est proportio aggregati prioris ad 27. est dupla, ergo aggregatum est 54.

Per 18. quinti elem.

Cor. 4.

Ex hoc patet eandem generaliter quod proportio maioris quantitatis ad aggregatum reliquarum analogarum est, velut eius quod prouenit diuiso quadrato maioris termini per differentiam eius, & sequentis maioris

in eadem proportionem ad ipsum maiorem.

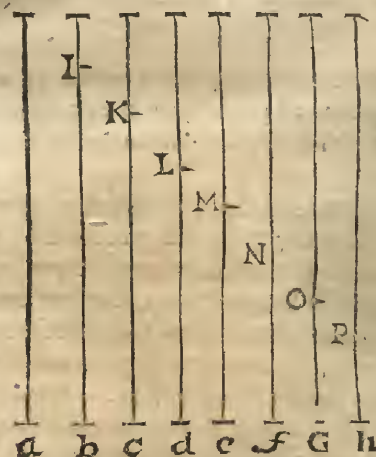
Exemplum sit proportio augens 25 & 35 <sup>Cor.</sup> duarum quintarum, volo scire quantum sit aggregatum omnium citra 25. maximam accipio 35. vltorio rem ad 25. cuius differentia a 25. est 10. cum quo diuido 625. quadratum, exit 62½ aggregatum quantitatium. Et facile potest demonstrari. Si quis dicat in qua proportionem sunt infinitæ quantitates analogæ cum 12. quæ iunctæ efficiunt 10. iunge 10. cum 12. fit 22. duc 22. in 12. fit 264. diuide 264. per 10. exit 26½, & in ea proportionem erunt illæ quantitates, in qua sunt 26½ ad 12. duc per 5. fiunt 60. & 132. diuide per 12. exeunt 11. & 5. & ita erunt in proportionem 11. ad 5. experiaris, & inuenies, & demonstratur ex prioribus.

Quæstio.

#### Propositio decima nona.

Si fuerint aliquot quantitates arithmetice omniologæ, quarum excessus sit æqualis minimè, omnibus autem deficientibus supplementa ad æqualitatem maximè adiungantur, erunt quadrata omnium quantitatium æqualium adiecto rursus quadrato primæ cum eo quod sit ex minima primi ordinis in aggregatum omnium quantitatium eiusdem tripla aggregato quadratorum omnium quantitatium primi ordinis pariter acceptis.

Sint aliquot quantitates a b c d e f g h in <sup>Cor.</sup> continua proportionem. Arithmetica disposita ita vt minima earum quæ sit h, sit



æqualis differentia quantitatium secundum ordinem dispositarum, velut differentia a & b, & b & c, & c & d, & ita de aliis, addantur autem supplementa singulis harum, quæ sint i k l m n o p, ita vt omnes fiant æquales cum suis supplementis ipsi lineæ à maiori. Estque idem ac si essent aliquot quantitates, & diuiderentur singulæ secundum numerum illarum, si quatuor in quatuor partes æquales, si quinque in quinque, si decem in decem, ea ratione vt vltima diuideretur, vbi est finis primæ partis, penultima vbi est finis secundæ partis, antepenultima vbi est finis tertiæ, & sic de aliis. Vocabo ergo primas quantitates propositas

a b



a b c d e f g h quantitates primi ordinis, sed quantitates æquales quæ constant ex quantitatibus primi ordinis, & supplementis, appellabo quantitates secundi ordinis: ex quo patet quòd prima quantitas erit ex utroque ordine, quia non est diuisa, reliquæ omnes differunt, quantitates verò quas adiunxi nominabo supplementa, & sunt vna minus quam quantitates ordinum: vt si quantitates ordinum sint octo, erunt supplementa septem, & si quantitates ordinum, essent septem essent supplementa sex, quia inter supplementa non adnumeratur quantitas indiuisa. Erunt ergo supplementa i k l m n o p, quæ tanto erunt maiora quanto quantitates primi ordinis sunt minores, & contrà tanto maiora, quanto quantitates primi ordinis sunt maiores, quantitates autem secundi ordinis appellabuntur a, b, c, k, d, l, e, m, f, n, g, o, & h, p. Hæc volui pluribus agere, vt dilucidior esset propositio, quæ licet non sit difficilis, est tamen confusa valde propter multitudinem quantitatuum & ordinum. Dico ergo quod aggregatum quadratorum quantitatuum secundi ordinis primo quadrato bis repetito, seu vno addito cum eo quod sit ex minima in aggregatum quantitatuum primi ordinis est triplum aggregato ex quadratis omnibus quantitatuum eiusdem primi ordinis, & vt res exemplo facilius innotescat, sint quantitates primi ordinis 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. quorum quadrata sint 64. 49. 36. 25. 16. & 9. 4. & 1. quæ iuncta faciunt 204. dico quod si sumamus quadrata omnium quantitatuum secundi ordinis, quæ sunt octies 64. & eis addiderimus vnum quadratum ex his, vt fiant nouies 64. & erunt 556. simul iuncta & eis addamus, quod sit ex 1 quantitate minima primi ordinis in 36. aggregatum quantitatuum omnium primi ordinis, & est tale productum 36. vt fiat totum 612. quod tale 612. est triplum 204. aggregati quadratorum primi ordinis vnius demonstratio hæc est. Quia ex quarta secundi Element. Euclidis singula quadrata quantitatuum diuisarum secundi ordinis constant ex quatuor partibus quatum duæ sunt quadrata partium, reliquæ duæ sunt producta ex partibus inuicem bis, & quia h fuit æqualis i, & p æqualis b, quia supplementa fuerunt æqualia mutuo quantitatibus, & ita c æqualis o & k æqualis g & d, æqualis n & l, æqualis f, e autem æqualis m. Sequitur ergo quod quod sumptis duabus quantitatibus secundi ordinis habentibus supplementa mutuo æqualia ipsis quantitatibus quod quadrata partium erunt dupla quadratis primarum quantitatuum: veluti capio b i secundam & h p vltimam, quarum quadrata partium sunt quadrata b & i, & h & p, sed b est æqualis p, & h æqualis i. Ergo quatuor quadrata b i & h p sunt dupla quadratis b & h, & ita concludam de omnibus vbi duæ quantitates duabus comparantur: sed in e m quia est sola vna quantitas, istud est etiã clarius, quia quadrata e & m sunt dupla quadrato e soli eo, quod & m sunt æquales. Igitur per demonstrata ab Euclide erit proportio omnium quadratorum b i, c k, d l,

Tom. IV.

e m, f n, g o, h p, ad quadrata b c d e f g h, pariter accepta proportio dupla, at verò addito quadrato a quadratis b c d e f g h, & erunt quadrata omnium quantitatuum, & quadratis b i, c k, d l, e m, f n, g o, h p, duplo quadrati a scilicet semel, quia a est ex secundo ordine quantitatuum, & semel, quia hoc fuit assumptum in Problemate. Sequitur vt quadrata omnia quantitatuum secundi ordinis, prout sunt diuisa in partes addito quadrato a, sint dupla quadratis primarum quantitatuum, simul pariter acceptis. Reliquum est modo vt ostendamus dupla illorum productorum, cum eo quod sit ex minima quantitate, scilicet h in aggregatum ipsarum quantitatuum primi ordinis esse æquale quadratis, quantitatuum eiusdem primi ordinis pariter acceptis. Constat igitur, quod duplum i in b est æquale duplo h in ipsum b, quia h & i sunt æquales, & duplum k in ipsum c, est æquale quadruplo h in idem c, quia k est dupla h, & similiter duplum l in ipsum d est æquale sexcuplo, h in d, quia l est tripla h, & ita procedendo erunt illa dupla producta æqualia productis ex h in ipsas quantitates toties sumptis quantus est numerus, qui provenit duplicato numero, secundum quem h continetur in illo supplemento, exemplum volo duplum producti l in d bis, scilicet quòd supplementum l continet h ter, duplicabo tria & fient sex, igitur duplum l in d æquale est sexcuplo h in ipsum d. Quo constituto, cum suppositum sit producta illa duplicata cum producto h in aggregatum primarum quantitatuum esse æqualia quadratis ipsarum quantitatuum, igitur addemus productum ex h in singulas quantitates productis illis prioribus, & fiet productum h in a semel, in b ter, in c quinque, in d septies, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, & in h quindecies æquale duplo producti vniuscuiusque quantitatibus in suum supplementum cum producto h in aggregatum ipsarum quantitatuum, at quadratum a est æquale producto ex h in eam, quæ talem habet proportionem ad ipsum a, qualem habet a ad ipsum h per demonstrata ab Euclide, & pariter de quadrato b, quod est æquale ei quod sit ex h in eam quæ toties continet b quotiens b continet h, & ita quadratum c æquale est ei, quod continetur sub h, & habente proportionem ad b eandem, quam b ad h, & similiter de quadrato c & omnibus reliquis, vsque ad h ipsum. Gratia ergo exempli quadratum a, erit æquale producto ex h in omnes quantitates secundas, quia quotus est numerus quantitatuum, totus est numerus secundum quem a continet h, & similiter quotus est numerus quantitatuum incipiendo à b, & quotus est numerus quantitatuum incipiendo à c, toties b vel c continet h, & ita de aliis, quadrata ergo omnium quantitatuum simul iuncta sunt æqualia productis ex h in singulas illarum toties sumptis, quoties illæ continent h, seu quotus est numerus illius quantitatibus, incipiendo ab h, & numerando versus a. Rursus dico quod productum

R r 3 multi

In 5. Elem.

Prop. 12.

Lib. 6. Ele.

Prop. 17.



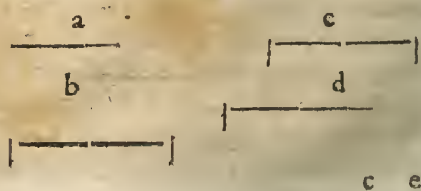
multiplicis cuiuslibet quantitatis in minimam, seu quadratum eiusdem quantitatis æquale est producto eiusdem quantitatis, & dupli omnium sequentium primi ordinis in ipsam minimam quantitatem, velut quadratum a est æquale producto ex h in a, & in duplum b c d e f g h, hoc autem facile est probare in his quantitibus, quia si quadratum a est æquale producto h in omnes quantitates secundi ordinis, & omnes quantitates secundi ordinis simul sumptæ sunt æquales ipsi a, & duplo reliquarum primi ordinis, quia tales quantitates sunt æquales suis supplementis vicissim, vt h cum i, k cum g, f cum l, e cum m, ergo tam supplementa, quam quantitates primi ordinis sunt dimidium quantitatum secundi ordinis, ergo duplum quantitatum primi ordinis est dimidium quantitatum secundi ordinis, verum de b dico idem accidere, quia quadratum b, est æquale producto ex h in b, & in duplum reliquarum a b, scilicet duplum c d e f g h, & hoc est ostendere, quod istæ quantitates sunt dimidium totidem quantitatum æqualium b, nam c est minor b in h, & supplementum p quod est æquale ipsi b, si tota h p fiat æqualis ipsi b, vt pote h q erit ipsa q dempta h æqualis ipsi c, ergo quantitates primi ordinis semper sunt æquales supplementis non versis, sed prioris quantitatis assumptæ, seu in comparatione ad illam, quadratum igitur b est æquale producto ex h in b, & in duplum c d e f g h, & similiter per eadem, quadratum c est æquale producto ex h in c, & in duplum d e f g h, & sic de aliis. Habemus ergo, quod quadrata a b c d e f g h simul iuncta sunt æqualia producto ex h in a, & in duplum reliquarum, & ex h in b, & in duplum reliquarum sequentium, & producto ex h in c semel, & in duplum sequentium vsque ad h, & ita de reliquis, hoc enim est, quod nuper demonstrauius. Antea quoque demonstratum est, quod duplum b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, cum producto h in aggregatum a b c d e f g h erat æquale productis ex h in a semel, & in b ter, & in c quinquies, in d septies, in e nouies, in f vndecies, in g tredecies, in seipsam h quindecies, detractis ergo per ordinem, quod fit ex h in a ab utroque aggregato, & ex h in b c d e f g h bis relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in b semel cum suis duplicatis sequentibus, & in c, & in d, & in reliquis pariter conduplicatis suis sequentibus ex altera, quod fit ex h in b semel, in c ter, in d quinquies, in e septies, in f nouies, in g vndecies, in h tredecies, detractis ergo rursus quod fit ex h in b semel, & ex h in c d e f g h, bis relinquetur, quod fit ex h in c, & duplo sequentium, & d & duplo sequentium, & e & aliarum pariter: & ex alia parte, quod fit ex h in c semel, & in d ter, & in e quinquies, in f septies, in g nouies, in h vndecies. Ab his rursus detractis, quod fit ex h in c semel, & in sequentes bis relinquetur h in d semel cum suis sequentibus bis, & in e semel cum suis sequentibus

& in f, & in g & in h pariter, & ex alia parte, quod fit ex h in d semel, in e ter, f quinquies, g septies, h nouies, ab his rursus detraho, quod fit ex h in d semel, & in sequentes bis, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in e f g h cum duplo sequentium ex alia, quod fit ex h in e semel, f ter, g quinquies, h septies, & similiter ab his detractis, quod fit ex h in e semel, & bis in sequentes, relinquetur ex vna parte, quod fit ex h in f semel, & in g h bis, & in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia, quod fit ex h in f semel, in g ter, in h quinquies. Iterum detractis, quod fit ex h in f semel, & in g h bis communiter relinquetur, quod fit ex h in g semel, & in h bis, & in h semel, & ex alia parte quod fit ex h in g semel, & ex h in h ter. Sed ista, quæ relicta sunt iam, manifestè æqualia, ergo etiam prima aggregata ab initio fuere æqualia, ergo & æqualia illis quadrata a b c d e f g h his, quæ sunt ex h in eadem quantitates cum duplo producti b in i, c in k, d in l, e in m, f in n, g in o, h in p, sed iam his quadratis a b c d e f g h demonstrata sunt esse dupla quadrata h p, g o, f n, e m, d l, c k, b i, cum duplo quadrati a, ergo quadrata omnium quantitatum secundi ordinis cum quadrato a rursus repetito, & producto h in aggregatum quantitatum primi ordinis sunt tripla quadratis quantitatum primi ordinis pariter acceptis quod fuit propositum, & fuit Archimedis in libro de lineis spiralis, & ego adieci hic propter modum demonstrandi, qui est elegantissimus, & procedit ex principiis Arithmetice, & diuersis à communibus, & ideo non reuoluitur, vt solent reliquæ quæstiones.

*Propositio vigesima.*

Cum fuerint quatuor quantitates, fueritque secunda æqualis tertiæ, aut primæ æqualis quartæ, erit proportio primæ ad quartam, aut tertiæ ad secundam producta ex proportionibus primæ ad secundam & tertiæ ad quartam.

Cum enim quantitates hæc non fuerint æquales, constat per secundam harum, quod proportio primæ ad quartam producit ex proportionibus primæ ad secundam, secundæ ad tertiæ, & tertiæ ad quartam: ergo non ex solis proportionibus primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam, & similiter ex prima harum proportio primæ ad secundam & tertiæ ad quartam producent proportionem producti primæ in secundam ad productum tertiæ in quartam. Et in multiplicatione proportio, quæ solet esse inter producta illa, & est quasi duplicata est inter ipsas quantitates. Sint igitur quantitates a b c d, & sit b æqualis c, ponantur ergo recto ordine a b c d, eritque proportio a ad d pro-





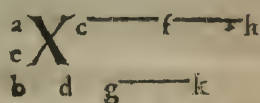


*Per 16. Per.* ducta ex proportionibus a ad b, b ad c, & c ad d, producantur igitur ex proportionibus a ad b, c ad d. proportio c ad f, erit igitur proportio e ad f, si multiplicetur per proportionem b ad c eadem quæ prius, & producta iam est eadem ei, quæ est a ad d, ergo proportio a ad d erit producta ex proportionibus a ad b, c ad d per primam propositionem. Quod verò diximus de prima & quarta si sint æquales, manifestum est, quòd res redit ad idem solum transmutato ordine, vt tertia, & quarta præmittantur primæ, & secundæ. Hæc igitur propositio nihil aliud innuit, quàm quod in hoc casu productio, quæ solet fieri ex tribus proportionibus fiat ex duabus tantum.

*Propositio vigesima prima.*

Cùm decussatim ducta fuerit prima in quartam, & secunda in tertiam, productumque primæ in quartam diuisum fuerit per productum secundæ in tertiam erit proportio primæ ad secundam diuisa per proportionem tertiæ ad quartam. E similiter interposita omniologia.

*Cor.* Primum exponamus secundam partem, sit proportio a ad b, quam volo diuidere per proportionem c ad d, facio e ad b, vt



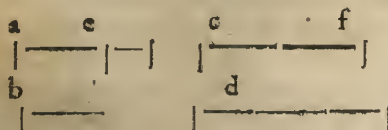
*Per. 10. Per.* c ad d, erit ergo per secundam harum proportio ad b producta ex proportionem a ad c, & e ad b, quare ex a ad e, & c ad d, ergo diuisa proportionem a ad b per proportionem c ad d erit proportio a ad e, & hic est secundus modus. Primus autem modus ducatur a in d & fiat f, & b in c & fiat g, dico proportionem f ad g esse prouentum proportionis a ad b, diuide per proportionem c ad d, ducatur igitur c in f & fiat h, & d in g & fiat k, quia igitur h producitur ex c in f, & f producitur ex a in d, ergo h producitur ex producto c in d, in a, & similiter quia k producitur ex d in g, & g producitur ex b in c, ergo k producitur ex c d in b, ergo ex c d in a fit h, ex c d in b fit k erit a ad b vt h ad k, k igitur ex prima harum cum ex c in f producat h, & ex d in g k, & dicatur produci proportio h ad k ex proportionem c ad d, & f ad g, & proportio h ad k sit eadem, quæ a ad b, ergo proportio a ad b producitur ex c ad d, & f ad g, ergo diuisa proportionem a ad b prodibit proportio f ad g, quod fuit positum.

*Propositio vigesima secunda.*

Cùm fuerit proportio primæ ad secundam

maior, quàm tertiæ ad quartam, erit confusa ex his maior quàm tertiæ ad quartam, minor autem quàm primæ ad secundam.

Sit proportio a ad b maior quàm c ad d, dico, quod confusa ex a c ad b d est *Com.*



maior, quàm c ad d, et minor quàm a ad b, vt enim c ad d ita fiat e ad b, eritque per tertiam decimam harum e c ad b d confusa minor quàm a c ad b d, nam e est minor a, quia proportionem habent minorem ad b quam a eo quòd e habet proportionem ad b, quam c ad d, quæ autem c ad d minor, quàm a ad b, vt suppositum est, igitur e c ad b d minor, quàm a b ad c d, e b autem ad c d est, vt demonstratum est qualis c ad d, ergo c ad d minor, quàm confusa a b ad c d, quod est secundum per idem probabitur, & primum posita f add, vt a ad b, eritque a maior e, igitur maior proportio a f ad b d, quàm a c ad b d, sed a f ad b d, vt a ad b per eandem tertiam decimam huius ergo proportio confusa a b ad c d est minor, quàm a ad b.

*Propositio vigesima tertia.*

Omnis motus naturalis ad locum suum est: ideo per rectam lineam fit.

Motus naturalis est vt conseruetur corpus, & conueniat locus corpori, igitur fit ad suum locum. Locus autem dicitur in comparatione ad vniuersum. ideo omnis motus naturalis est à centro mundi sursum, vel ad centrum deorsum. Et quia quanto natura celerius suum finem potest assequi ( quia finis bonus est aliter non illum appetet ) eum quærit, cùm sit sapientissimæ vitæ ministra: at linea recta breuissima est Euclide teste à puncto ad punctum igitur omnis motus naturalis est sursum aut deorsum per rectam lineam. *Cor.*

*Propositio vigesima quarta.*

Omnis motus circularis voluntarius est.

Sit motus in circulo seu per circulum in orbe cuius sit centrum, sit c mundi centrum igitur, ex diffinitione circuli tantum distabit a, quantum b ab ipso c: sed in motu naturali per præcedentem necesse est, vt recta feratur ad c, vel recedat, igitur motus a est voluntarius, non naturalis, nam si violentus esset, non esset perpetuus. Omnia ergo astra feruntur circa centrum mundi. Sit modo rota e f g, dico e non moueri motu circulari nam linea e c longior est g c, ergo recta mouetur ad centrum non circa centrum. Indicium etiam id est: quòd si in e ponatur frustum aliquod insigne plumbi in motu ad g per f descendet raptim: at dum ex g in e magnacum diffcultate





ficulitate, igitur motus hic non est naturalis, nec circularis nihil etiam hoc modo sponte mouetur. Sed cum non moueatur per rectam naturaliter, nec æquidistans à centro per circum relinquitur, ut moueatur motu violento, aut misto, sed non ex voluntario, cum nullo modo moueatur æquidistans à centro, sed semper ab e linea ad centrum fiant breuiores, liquet esse motum violentum: aut mistum ex naturali, & violento.

*Propositio vigesimaquinta.*

Cor.

Tres sunt motus omnino simplices naturalis, voluntarius & violentus.

Tres sunt modi quibus possunt moueri in comparatione ad centrum scilicet vel recta cum centro, vel æquidistando a centro, vel neutro modo, igitur tres motus. Rursus vel à principio interiore non intelligente, & est naturalis, vel intelligente & est voluntarius: vel exteriori & est violentus. Hæc autem diuisio est, solum propria non prima. Nam est violentus in recta ad centrum: ideo omnis, qui non est in recta, ad centrum, nec æquidistat, violentus est: non tamen omnis violentus est extra rectam. Attractio autem, quæ sit ob raritatem corporum seu, ut dicunt, à vacuo, violenta est non naturalis nisi ratione finis, non agentis. Sunt enim quatuor genera motus violenti ab Aristotele posita, vectio, tractio, pulsio, & volutio: quanquam his non opus sit in demonstratiua scientia constare enim volutionem extractione, & pulsione apud illum consistere.

7. Phys. c. 2.

*Propositio vigesima.*

Motus ergo compositi quatuor necessario sunt species.

Si tantum sunt tres species simplicium, constat ratione Arithmetica quatuor esse compositorum. Disquiramus ergo an sint naturaliter tot species, forsitan enim repugnabit aliquis alicui. Porro videamus primo, quot sint violentorum species: Prima erit cum non secundum rectam lineam fuerit: nec à centro æquidistantem. Secunda cum fuerit secundum rectam, sed non ad centrum. Tertia cum fuerit in recta ad centrum, sed contrario modo, velut terræ sursum. Quarta cum in recta ad centrum secundum naturam, sed non à principio naturali. Velut cum quis projicit lapidem

recta in terram è turri violentius, quam ille sua gravitate descendurus esset. Hic igitur motus est compositus ex naturali, & violento. Animalium autem motus voluntarius est, cum sit à principio interiore cognoscente: & sit quatenus à principio in linea circulari æqualiter distante à centro: sed quia obstat gravitas, ideo mistus est ex naturali, & voluntario. Sed circularis, & violentus soli esse non possunt: nam violentus est necessario in corpore graui aut leui: sed omne corpus graue aut leue, cum mouetur, naturaliter mouetur saltem in fine: & per totum motum, motu occulto, qui maxime in hoc libro dignus est consideratione, igitur motus voluntarius, & violentus non possunt esse simul soli. Erunt ergo secundum naturam tantum tres species. Velut cum quis scandit, aut salit: Est enim motus naturalis saltem in fine, & voluntarius, & violentus. Si quis autem velit violentum cum voluntario copulare dicemus constare eam compositionem in initio salendi. Motum autem occultum vocamus gravitatem aut leuitatem.

*Propositio vigesima septima.*

Motus voluntarius est in loco: naturalis ad locum: violentus ex loco.

Hæc est tertia differentia primarum specierum motuum, voluntarius fit manente corpore toto in eodem loco, ideo proprius est celo, corpora autem animalium in eodem loco feruntur: quia in eodem orbe nata redire ad proprium locum. Et ideo ut dixi, est motus mistus ex naturali, & voluntario, qui si per se fieret, non fatigaret mobile, cum ex utroque principio ab interiore vi procedat. Sed quia fit per musculos, qui trahuntur: hic autem motus est violentus, ideo per consequentiam fatigat. Qui verò naturalis, est ut redeat corpus ad suum locum, igitur naturalis est ad locum. Sed violenti finis est, ut protrudatur ex loco in quo est, non habens certum finem, licet enim qui trahit, ad suum locum trahat, non tamen ad locum mobilis.

*Propositio vigesima octaua.*

Motus quilibet naturalis aut violentus in aliquo medio fit.

Cum vacuum non detur, & omnis motus naturalis sit ad locum, & violentus ex loco per præcedentem, igitur cum non sit in medio, vacuum erit in aliquo corpore, velut aëre, aqua, igne, ligno.

*Propositio vigesima nona.*

Omnis motus voluntarius æqualis est semper: simpliciter etiam quilibet alius motus.

Motus voluntarius non habet, quod fatiget, & summa perfectio est æqualitas, & natura quæ mouet non debilitatur, igitur perpetuo perseverat æqualis, neque enim est, ut dixi, per medium corpus. Naturalis quoque

Com.

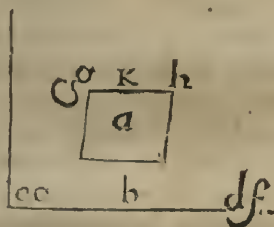


quoque, & violentus cum ratione proportionis mouentis supra mobile per se non varientur, & ab æquali proportionem æqualis velocitas proueniat, igitur natura tales motus sunt æquales, nam in vtroque mouens, moxet secundum vltimam suam vim.

*Propositio trigesima.*

In omni corpore mobili in medio, partes medij resistunt obuix, aliæ impellunt.

*Cor.* Sit mobile a cui partes subiaceant rectæ b, & sit graue. Et patet ne diuidatur b resistere, cum autem superauerit partes b descendunt ante a, & trahunt partes c & d adhærentes secum, atque ita e c d f adiuuant ad descensum partes etiam laterales g & h cum a transit in b, ne detur vacuum,



transcunt in k veloci motu, ergo propellunt a maiore impetu inferius.

*Cor.* Ex quo patet, quod in omni motu naturali, vel violento fit augmentum velocitatis ab initio saltem vsque ad ali- quid.

*Cor.* Et ideo etiam bellicæ machinæ cuiuscun- que generis certam exigunt distantiam, vt violentius feriant.

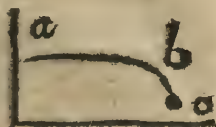
*Propositio trigesima prima.*

Omnis motus naturalis in æquali medio validior est in fine, quàm in principio: violentus contrà.

*Cor.* Cùm enim ex præcedenti augeantur semper ob medium, & causa, quæ mouet, sit perpetua, & à principio æterno, quod per dicta æqualiter mouet, igitur motus ille fiet velocior in fine quàm in alia parte temporis. In violento autem, cùm perueniat ad finem desinit vis illa necessariò, quæ mouet, & superatur à vi naturali, quæ mouet in contrarium, igitur antequam cesset motus fiet tardissimus in fine.

19. Propos.

*Cor.* Ex quo patet, quod motus quadrifariam misti dicuntur, aut specie, vt cùm quis iacit lapidem è turri: vel ex occulto naturali, & violento manifesto: velut cùm quis iacit lapidem, & descendit postmodum ex b in c motu vtroque manifesto, sed ex a in b motu violento manifesto, & naturali occulto: vel ratione medij, & hoc modo omnis motus naturalis etiam non solum violentus est, mistus ex proportionem virtutis mouentis, cum motu medij, ad medium ipsum, vel si violentus sit ex proportionem virtutis mouentis, & medij ad mo-



bile, ac medium, quod resistit. Quarto ex motibus imperfectis natura sua, & non est vera mistio, & hoc apparet in motibus voluntariis animalium, qui non sunt neque æquales, neque perfecte circa medium: sed sunt potius similes voluntariis. Et ideo demonstrationes illæ Aristotelis quoad vsum nihil iuuant nos.

*Propositio trigesima secunda.*

Omne mobile naturaliter motum, seu violenter velocius mouetur in medio rariore, quàm denfiore. Maior quoque est proportio finis motus in corpore rariore ad finem motus in corpore denfiore, quàm principij. In violento autem celerius perueniet ad finem motus in corpore denfiore.

A mobile moveatur in b medio rariore, & in c denfiore igitur b minus resistit, quàm c & magis adiuuat, quia velocius mouetur: igitur duplici de causa a mouebitur velocius in b quàm in c: & quia per correlatum trigimar, & præcedentis proportio finis (vbi æqualiter moveantur) ad sua principia maior erit in d, quàm in e, ergo per demonstrata à Campano posita d prima, b secunda, e tertia, c quarta, maior erit proportio d ad e, quàm b ad c quod fuit propositum in naturali.

*Cor.*

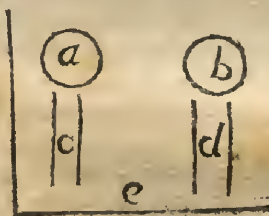
|   |   |
|---|---|
| A | A |
| b | c |
| d | e |

*Propositio trigesima tertia.*

Omnia duo mobilia æqualis vndique magnitudinis, quæ æquali in tempore æqualia spatia pertranseunt in diuersis substantia mediis, necesse est, vt sit ponderis ad pondus, quemadmodum medij ad medium, proportio duplicata.

Sint duo mobilia a & b magnitudine, & forma omnino paria, & sint media c & d, exempli gratia: & pertranseant æquale spatium in vtroque in eodem tempore, e dico proportionem ponderis b ad pondus a esse duplicatam ei quæ est raritatis c ad raritatem d. Quia enim feruntur æqualiter, nam in æquali tempore, seu eodem æqualia spatia pertranseunt, erit proportio potentie a cum suo auxilio ad id, quod ressi-

*Cor.*



stet ex c vt b cum suo auxilio ad id, quod resistit ex d, permutando igitur d ad c, vt b ad a, sed c ad d proportio raritatis duplicat actionem, tum minus resistendo, tum adiuuando motum a, igitur proportio differentie motus est duplicata proportioni raritatis: sed proportio motus est equalis proportioni



portioni ponderis vicissim per vigesimam sextam sexti Elementorum b ad a, igitur proportio b ad a ponderis est duplicata ei, quæ est raritatis c ad raritatem d.

## SCHOLIUM PRIMVM.

Ne tamen sine exemplo intelligas hanc duplicatam rationem, proponatur c raritas quatuor, d vnum a pondus duodecim librarum, tunc c resistit solum ex quarta parte, & efficit a quadruplo maioris actionem d.

|   |    |    |      |     |
|---|----|----|------|-----|
| c | 4  | d. | 1.   | &c. |
| a | 12 | b. | 192. |     |

nis, scilicet vt quadraginta octo, tota igitur proportio, qua mouebitur a in c, erit centrum nonaginta duorum, & hoc diuidemus per d, quod est vnum, exhibit pondus b centum nonaginta duo. Proportio igitur b ad a est sexdecupla, & hæc est duplicata quadruplæ raritatis c ad raritatem d.

Quod si quis neget tantundem augere c actionem a, quanto minus resistit, sed aut magis aut minus, & sit proportio b ad a duplicata ipsi f, dico f esse proportionem c ad d, nam proportio b ad a est velut actionis c ad d per decimam sextam sexti elementorum, ergo ex auxilio c in proportionem a ad c, sit proportio b ad a, sed ex f in se sit proportio b ad a ex diffinitione proportionis duplicatæ. Sed ex duabus proportionibus a ad c, & actionis ex c ad a producit proportio b ad a, igitur per decimam septimam sexti Elementorum proportio c ad d est media inter proportionem a ad c, & actionis a in c, quare æqualis f, igitur proportio b ad a duplicata ei, quæ est c ad d quod erat demonstrandum.

## SCHOLIUM SECVNDVM.

Si autem media fuerint diuersarum rationum, vt aqua, & aer non demonstrat argumentum, quia pondera inter se non seruant rationem. Nam lignum centum librarum ex salicis arbore, non magis descendit, quàm lignum libræ vnus. Ideo nec in comparatione ad medium aeris.

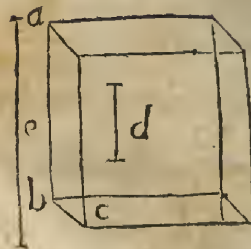
## Propositio trigesimaquarta.

Proportio corporis cubi ad suam superficiem quadratam, est velut eiusdem superficiæ ad latus, eiusdem verò ad monadem.

Cor.

Sit cubus a b c eius quadrata, superficies a c, latus a b, monas d, dico eas esse inuicem analogas. Quia enim proportio a b c ad a c est, vt quoties assumitur a c in a b c, & toties etiam assumitur a b in a c ex diffinitione Euclidis secundo Elementorum, si ergo monas est in continua proportionem, habeo intentum: si non ponatur e media inter a e & d, erit ergo per decimam noni Elementorum e latus a c, ergo æqualis a b, igitur cum a c,

Prima ex Campano.

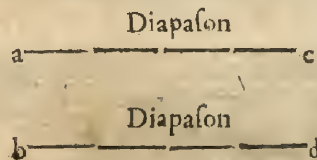


e & d sint analogæ, erunt & a b c, a b, & d analogæ, quod fuit demonstrandum.

## Propositio trigesimaquinta.

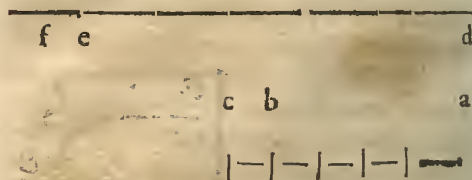
Vocum magnitudines excrefcunt in acumine non in gravitate, finis autem est in vtroque extremo, propter hoc minima facta variatione in hypate acutæ vix ferunt.

Quoniam facta variatione in hypate, quæ est in Diapason, vel bis Diapason maiore intervallo distat, velut ex a in b in



grauiore, maius est interuallum ex e in d, igitur maior est b d, quàm a c ergo singulæ voces inter b & d magis distant, quàm inter a & c, & quanto magis appropinquant ad d, igitur d maius est quàm b. Ergo magnitudo est ratione acuitatis, non gravitatis, cum supposuerimus d esse acutiotorem b & c ipso a. Ostenditur etiam idem quia vox gravis fit ex priuatione motus sicut acuta ex vehementia. Motus autem est res, quies, priuatio.

Secundum sic: nam remissio mota non feriet aurem, ideo sonum non pariet ob nimiam tarditatem. At in velocissimo motu oportet vel fidem vel arteriam contrahi, & non contrahitur nisi per musculos, igitur contentio illa finem habet. Si autem non sit necessarium habere, vel valde procul possit extendi contentio, vt in machinis igneis strepitus fit maximus, nam motus, vt motus est etiam in aère nullum finem per se habet nisi ratione instrumenti, ergo strepitus tantus esse potest, vt ferre oblescant, qui audierint, vt ferunt de Nili cataractis.



Tertium sic sit a b humilior vox, quæ excrefcet semitonio minore solum in c, & sit d e dupla ad a b secundum naturam, vt in vocibus mediis fieri, vt si e debeat excrefcere



# Propositio 36.37.38.& 39. 479

crefcere femitonio minore per decimam nonam quinti Elementorum f e dupla c b, & in acutis vbi excreuerit ad diapafon quadrupla: pueri autem vox, quæ iam diapafon altior est d e, erit bis diapafon, & idè quadrupla b c, sed in acutioribus erit dupla nullus enim puer est adeo fractæ vocis, qui supra humillimam non ascendat per diapafon, igitur interuallum vocum erit octuplum a d, b c, sed communiter ascendunt ad bis diapafon, igitur interuallum vnus vocis etiam cum semitonio proportionem habentis est æquale fermè toti a b, cum autem in diapafon sint duodecim semitonia, & duo comata, manifestum est, quod extensio illa erit maxima in comparatione grauioris vocis a b. Et idè minimum incrementum in humilioribus vocibus, vbi quis cogatur ascendere, maximum esse videtur, adeo vt ægræ à pluribus feratur, à quibusdam non omnino feratur.

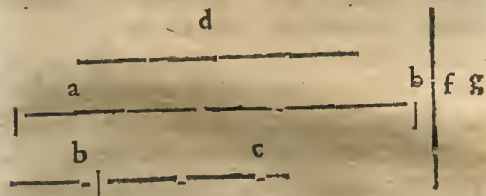
## SCHOLIUM.

Ob hoc natura fecit, vt non quemadmodum in fidibus voces ex breuitate intenderentur, sed ex constrictione ligulæ vt dicunt, super asperam arteriam vox ad diapafon acueretur addito impetu proportionem, vt ex constrictione, & impetu confurgeret dupla proportio. Hoc autem manifestè experimur in elymis in quibus nulla prorsus facta mutatione instrumenti constantibus digitis omnibus præter pollicem sinistræ vocem exacuius ad diapafon, inde etiam ad bis diapafon: sicut declarauimus in commentariis Epidemiorum.

## Propositio trigesimasexta.

Si proportio per proportionem minorem æquali ducatur, proportio minor produetur. Vnde manifestum est duas proportionem minores æqualitate inuicem ductas, proportionem minorem vnaquaque illarum producere.

Cor. Proportio a b ad c, qualiscunque sit, ducatur in proportionem minorem æqualitate f ad g, dico quod producta proportio erit minor ea, quæ est a b ad c fiat d ad



a b, vt f ad g, et erit per secundam huius d ad c producta, ex proportionibus a b ad d ad c, & f g. Itemque per decimam quartam quinti Elementorum erit d minor a b, igitur maior a b ad c, quàm d ad c, igitur quàm proportio a b ad c in proportionem f ad g. Sit autem vtraque minor æqualitate ea, quæ a b ad c, & ea quæ f ad g, dico productam vnaquaque earum esse minorem. Quod enim (manentibus his, quæ dicta sunt) minor sit d ad c, quàm a b ad

c ex prima parte ostensum est. Quod verò etiam minor sit d ad c, quàm d ad a b & ex consequenti quàm f ad g demonstratur sic. Quia enim minor est a b ad c, æqualitate erit a b minor c, fiat ergo h æqualis a b, erit ergo d ad h, vt d ad a b per septimam quinti Elementorum, at d ad c minor quàm d ad h per octauam eiusdem, igitur minor d ad c, quàm d ad a b, igitur patet propositum.

## Propositio trigesimaseptima.

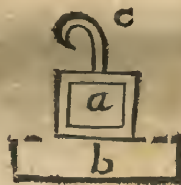
Si plures homines, quorum nulli per se nauim mouere possint, aut pondus ferre simul iuncti eam moueant, aut pondus ferant, erunt illæ proportionem coniunctæ non productæ.

Cum enim primus non possit mouere nec secundus, erunt proportionem minores æqualitate. Idè per secundam partem præcedentis multo minus mouerent duo, quàm vnus. Et si quatuor mouerent vnusque per se mouere non posset, adderetur si proportio produceretur, fieret minor, ergo minus mouerent quinque quàm quatuor ex iisdem, quod est absurdum.

## Propositio trigesima octaua.

Omne corpus tantum resistit motui contrario suo naturali quantum mouetur occulto motu quiescendo.

Sit a corpus quiescens in pavimento b, & mouetur in eo occulto motu versus centrum, vt supra visum est, contrarius illi sit motus ad c, si ergo a quiesceret in c moueretur ad b occulto motu certa vi, ergo



eadem resistit, ne traheretur ad c. Manifestum est autem, quod hic motus occultus est minor manifestus.

Ex hoc patet cur naues & currus ab initio tardè & difficulter moueantur, vbi moueri cœperint motus augetur: quoniam resistunt per motum occultum naturalem qui maximus est dum quiescunt, vt etiam docebat Philosophus in mechanicis, nam motus ille naturalis est, & idè contrarius violento: Ergo cum iam mouetur violento minus, mouetur naturaliter, igitur minus resistit. Declarabitur enim infra quòd omne quod mouetur duobus motibus tanto minus uno mouetur quanto magis altero.

## Propositio trigesimanona.

Ab æquali aut minore vi, quàm sit impedimentum, non fit motus.

Sit a quod resistat, ne sursum trahatur per decem, dico, quod non sursum trahetur neque



# 480 Propositio 40. 41. 42. & 43.

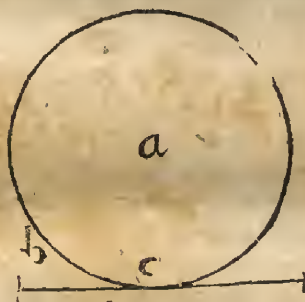
que à decem. neque minore: nam si impedimentum non esset, moueretur, infra vt decem, ergo si trahetur sursum per decem tantum moueretur sursum, quantum deorsum, ergo quiesceret. Si verò à minore moueretur à maiore vi deorsum quam sursum, ergo deorsum simpliciter non sursum.

## Propositio quadragesima.

Omne corpus sphaericum tangens planum in puncto mouetur ad latus per quamcunque vim, quæ medium diuidere potest.

Cor.

Sit corpus ad vnguem sphaericum a tangens planum b in puncto c (est enim hoc necessarium ex demonstratis ab Euclide in decima sexta Propositione tertij Elementi-



torum) dico, quod mouebitur à vi, quæ potest scindere aërem. Nam cum non ascendat, nec descendat, sed quasi in circulo ad centrum mundi moueatur, pondus non affert. Neque ratione magnitudinis contactus, cum sit in puncto solo, igitur remanet solum aëris impedimentum.

Cor. 1.

Ex hoc liquet, quod oportet b planum esse ex durissima materia, quæ nullo modo cedat, aliter tanget plusquam in puncto.

Cor. 2.

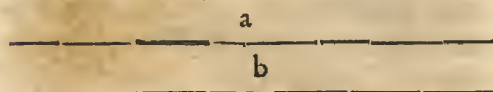
Vix fieri potest, vt in elementaribus sphaera tangat planum in puncto. Vel quia planum non erit exactè rectum, vel non durum, vt prorsus non cedat, vel non ad æquilibrium positum, vel sphaera non erit exactè rotunda.

## Propositio quadragesima prima

Si fuerint duæ quantitates sumaturque totius aggregatum maioris & minoris, quoties aggregatum minoris, & maioris, erit proportio confusa maioris aggregati ad minus, minor quam multiplicis maioris ad multiplex minoris.

Cor.

Sint duæ magnitudines a & b, & sit a maior b, & sumatur exempli gratia a quater cum b semel, & b quater cum a



semel, dico, quod proportio (quam confusam esse liquet) aggregati primi ad secundum, est minor quam quadrupla. Constat enim quod proportio quadrupli a ad a est maior, quam b ad quadruplum, b cum vna sit quadrupla, alia sub quadrupla,

Ex 18. diff.

igitur per vigesimam secundam huius aggregati quadrupli a cum b semel, ad quadruplum b cum a semel minor, quam quadrupli a ad a, & maior quam b ad quadruplum b, & est pro intellectu Archimedis.

In 2. lib. de  
Atqui p  
deran.  
Propos. 10.

## Propositio quadragesima secunda.

Trahentium nauium, vt ferentium pondera proportionales in se inuicem, quomodo ducere oporteat considerare.

Hoc quomodo non possit fieri supra docuimus, nunc etiam generaliter dicam, cum consistant hæc in duobus terminis, productio verò præsupponit quatuor terminos, vt in prima propositione, aut saltem tres, atque in his medius habet rationem mouentis, & moti, ergo cum in huiusmodi non sint quatuor termini, nec tres, è quibus vnus sit mouens, & motum proportio non poterit produci. Illud etiam patet exemplo, nam si esset lapis, aut naui obsistens vt sex, & essent homines viribus singuli, vt quatuor cum dimidio, tres mouerent in proportionem dupla sex qui quarta perdicta superius eodem loco, at si proportio duci posset aliquorum hominum numerus posset mouere in duplicata proportionem ad vnguem scilicet  $5\frac{1}{16}$  vt esset vix hominum collectorum  $30\frac{1}{8}$  at nullus est numerus hominum qui collector faciat hunc numerum, nam sex homines explent numerum 27. & septem  $31\frac{1}{2}$ , & idè non potest duci proportio. Et idè maximus est error dicendo decem homines mouent nauium proportionem tripla, ergo triginta alij additis illis similes robore mouebunt à proportionem viginti septupla scilicet ducta nonupla in triplam. Sed sumpta proportionem alio modo producit. Velut si dicam, homines decem mouent nauium, aut ferunt pondus proportionem tripla, igitur quadraginta homines idem facient proportionem duodecupla scilicet quadrupla in triplam ducta. Cum ergo addo triginta homines, qui mouent in proportionem nonupla, non oportet ducere nonuplam in triplam, sed totum numerum accipere, & quam proportionem habet ad partem, tandem habet vis mouens ad vim mouentem. Vnde si duo moueant in proportionem sexquialtera, & sex in proportionem quadrupla cum dimidia, & iungantur, vt fiant octo, non oportebit ducere sexquialteram, in quadruplam sexquialteram, sed cum octo ad duo sit in proportionem quadrupla, sumemus quadruplam ad sexquialteram, quæ erit sexcupla, & octo mouebunt, aut pondus gerent in proportionem sexcupla.

Cor.  
Propos. 37.

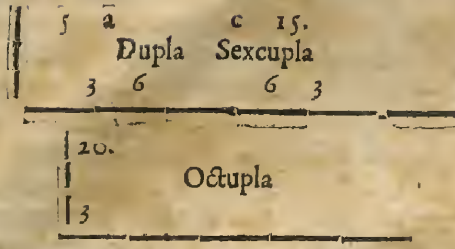
## Propositio quadragesima tertia.

Productionem ad additionem retrahere.

Sit proportio a ad b dupla potestate licet sint quinque homines, & sint quindecim homines c, & habebunt ad b sexcuplam proportionem per præcedentem.

Iuncta



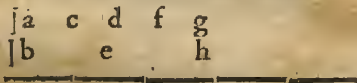


Iuncta ergo a, & c per octauam huius mouebunt b proportionem octupla, dico, quod si duxeris proportionem c ad a plus vno. i. quadruplam, in proportionem a ad b, quæ est dupla, prouocet eadem octupla. Nam quia in coniunctione sufficit iungere c cum a, & sumitur secundum proportionem a ad b, igitur cum proportio a ad b comparata ad proportionem c & a ad b sit, sicut proportio c & a ad a, & proportio c & a ad a, & proportio c & a ad a sit, sicut proportio c ad a, & a ad a, & proportio a ad a habet rationem vnius, igitur proportio aggregati c a ad b est producta ex proportionem c ad a plus monade in proportionem a ad b, quod erat demonstrandum.

Propositio quadragesimaquarta.

Si fuerit proportio motoris ad id, quod est maximum non mouens, & spatium, & tempus, nota erit etiam reliquorum nota.

Sæpe contingit, vt quinque homines moueant nauim, & spatium ad tempus notum, & etiam cognitum maximum, quod mouere non potest. Sit ergo a numerus hominum, b nauis, c maximum, quod



non mouere potest, d tempus, e spatium f motor alius siue numerus hominum notus, & g tempus, dico, quod h spatium notum erit, seu notum g tempus, & h spatium, dico, quod erit f motor, seu numerus hominum notus. Quoniam ergo notum est a & c, quia est æquale b, igitur proportio a ad b nota est: sed iuxta illam a mouet b in d tempore per e spatium, igitur per præcedentem, vt f ad a ita spatij ad e in tempore. Sed per eadem vt temporis d ad spatium illud ita g ad h, ergo cum nota sint d e f g erit etiam h, & ita conuertendo.

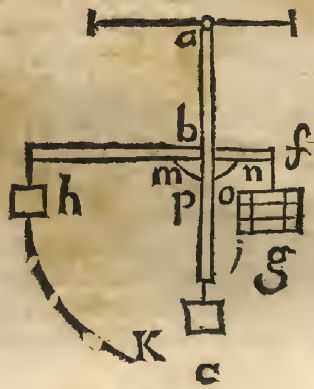
Propositio quadragesimaquinta.

Rationem stateræ ostendere.

Archimedes nititur huic fundamento, quod pondera, quæ proportionem mutuam habent, vt distantia à libella a, quæ suspenduntur, æqualiter ponderant, sit ergo libella a b, & suspensa in a centrum mundi c, ad quod dirigitur pondus, & liquet, quod ipsum non se inclinabit ex vigesima-tertia propositione. Si ergo ponantur loco lineæ b d in e & f, & sit proportio e b ad b f, vt g ad h, dico, quod erit æqui-

Tom. IV.

librium, per eandem enim h mouebitur in k, scilicet vt perueniat in rectam a d, si enim non esset suspensum h, moueretur in recta e h per eandem, quia ergo retinetur, moueretur per obliquam h k, & sumatur in propinquum punctum in



b e, & n in æquali distantia in e f, quia ergo e b totum mouetur eadem vi in singulis partibus, quia a pondere h, & in h mouetur per h k in m per m p ergo qualis est proportio magnitudinis h k ad m p, talis est vis in m p ad vim in h k, & ita in b erit penè infinita: quia quanta vi extenditur ex h in k tanta puncta b, se circumuertit ergo proportio hypomochlij ad spatium, velut roboris ad robur, at eadem n o ad h k, est enim n o æqualis m p, & n b, & b m æquales, vt verò g ad h ita e b ad b f: ergo vt e b ad b f, ita virium n o ad h k, vt igitur g ad h, ita virium m p ad h k: vt etiam g l ad n o, ita virium f b ad n b, nam idem pondus scilicet g mouet totam b f, igitur vt g se habet ad n o, ita h ad m p, sed m p & n o sunt æquales, ergo tanta est vis g in f, quanta h in e.

Per 9. quinti Elem.

Ex quo patet, quod hypomochlion moueretur infinita vi, si posset esse punctus: sed quia in extrema superficie cylindri, idè potest aliqua vi retineri.

Cor. 1.

Et si quis posset capere hastam in extremo puncto, non posset eam mouere, etiam quod haberet robur infinitum, quia ab æquali non fit motus per trigessimam nonam propositionem.

Cor. 2.

Et libella nihil retinet nisi quantum est pondus eius quod cupit ad centrum peruenire, & pondus ei appensum non prohibet motum, etiam si esset infinitum, nisi quatenus non vult recedere ex directo centri mundi: & vt grauat hypomochlion faciens impressionem.

Cor. 3.

Et si terra tota esset appensa polo, moueretur magna vi: quoniam vis eadem est in paulo, quæ in circulo toto æquinoctij.

Cor. 4.

Et rota, quanto velocius mouetur in ambitu, tanto minorem habet vim: sed propter ærem, qui secum circumfertur, mouetur magno impetu, & magnas facit læsiones. Idè hoc in cono non accidit.

Cor. 5.

Ex quo patet ratio eleuandi podera magna per trabem, vt à latere vides.

Cor. 6.



Scilicet Propositio



*Propositio quadragesimasexta.*

An sit aliqua proportio, & qualis inter animam, & vitas, & sua corpora considerare.

Cor.

Propos. 27.

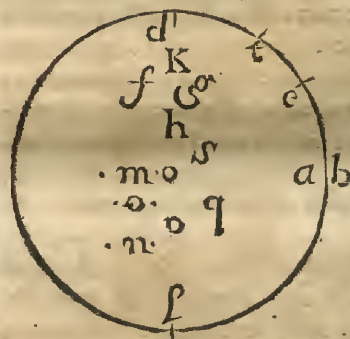
Tex 61.  
2. de Caelo.

Declarauimus motum cœli esse voluntarium, obsequente cœlo per virtutem in eo infusam. In animalibus autem, & præcipue in homine notius est hoc experientibus nobis in ipsis: sed motus hic, vt dixi supra, mistus est, ille verò cœlestis ignotior est. Certum tamen est plenè obsequi cœlum vitæ, nec prorsus repugnare. Solet Aristoteli imponi, quod si adderetur astrum cœlo, quod cœlum aut quiesceret, aut tardius moueretur: quod est, ac si diceremus, quod homo paruus si fieret maior non esset adeò agilis, tanquam motus ille esset ab externa causa. Imò proinde esset, ac si quis diceret, quod lapides magni minus velociter descenderent, quam parui. Quin potius vt lapis magnus velocius moueretur: quam paruus naturali motu, & tardius præternaturali, ita cœlum motu voluntario, si ita dici posset æqualius & maiore cum efficacia, quanto densius. Et ita si Aristoteles illud dixisset ostendisset magnam imperitiam. Idèd quale iudicium debemus facere de Alexandro, & Auerroe, qui hoc ei tribuunt. Legitur enim in textu Arabico tale quippiam. De animalibus forsitan posset hoc dici, quoniam vt supra diximus, motus ille mistus est. Remanet ergo difficultas, quoniam si motus iste non à proportionem sit, quare non est infinitus? & dico quod in animalibus tres sunt causæ, vna quia est mistus, & habet repugnantiam: secunda, quia est de loco ad locum, motus autem cœli est in loco: tertia est communis etiam cœlo, et est, quoniam non est ratio finis. Natura enim diuina non appetit mouere tam celeriter. Quid est ergo proportio, cum sit vltimum voluntatis vitæ, vt obtemperet primæ causæ, ideo illud est vltimum, quando mouet. Est autem idem velle, & posse. In natura enim cœli est ille appetitus, cuius principium est vita: & eius voluntatis bonum ipsum. Et ideo hæc proportio non diuiditur. In animalibus autem non est vis illa nisi, cum proportionem, quia primum instrumentum, quod recipit, & est spiritus vim habet determinatam, cum sit virtus in materia: ideo non mouet nisi cum certa proportionem, velut lumen in medio in se non habet proportionem nisi ad lucem, sed vt est in illo, potest esse remissum, obscurum & hebes. Quæritur ergo quantitas illius? si dicas, quod est à luce: quæro quantitas lucis, vnde sit? forsitan dicendum, quod velut in motibus, quanto densiora sunt corpora tanto mouentur maiore nixu, & robore. Nam calor in materia augetur iuxta illius quantitatem: idem in luce, & reliquis. Dico ergo proportionem esse infinitam: nam si corpus esset infinitum & optimè dispositum infinita vi moueretur & agilitate, vt enim maius est eo maiores vires habet.

*Propositio quadragesimasextima.*

Si duo mobilia æqualiter in eodem circulo iuxta proprios motus moueantur, productum temporis circuituum inuicem erit æquale producto differentiarum temporum circuitus ductæ in tempus coniunctionis primæ.

Sint duo mobilia a & b in eodem puncto quæ æqualiter versus eandem partem moueantur æqualibus in temporibus, inuicem tamen inæqualiter, ita quod a in f & b in g temporibus absoluant circulum, & horum differentia sit h. Dum itaque a perficit circulum b perueniat in c, igitur c d b est



differentia, quæ superanda est, & proportio circuli ad b c vt g ad f, quare reliqui ad reliquum, vt residui ad residuum, scilicet circuli ad c d b, vt g ad h, & b c ad c d b vt f ad h, coniungantur igitur in k tempore, eruntque k f g h omniologa, vt productum ex circulo in b c diuiso per certam quantitatem & cum circulo & b c & c d b differentia, & sit l productum ex f in g, dico quod diuisa l per h exhibit k tempus coniunctionis primæ, sit itaque d locus coniunctionis, dico igitur quod differentia spatij pertransiti a b, a & a, b in reditu ex coniunctione prima ad d est vnus circulus completus, non enim possunt esse plures, nam sequeretur, quod a aliquando pertransisset b, et sic non esset prima coniunctio, nec potest esse minus, nam sic cum a & b sint in d vltra perfectas circulationes vterque eorum pertransiuit arcum b c, igitur nullo modo differentia potest esse minor circulo, neque maior, vt declaratum est, igitur est vnus circulus ad vnguem. Hoc declarato ponatur m spatium compositum ex circulis pertransitis a b a cum spatio b d, etenim spatium, quod pertransit b a coniunctione in a, ad coniunctionem primam in d, & erit ex demonstratis horum differentia circulus qui vocetur o, & sit p spatium, quod pertransit b in tempore eodem, in quo a pertransit o, & sit q differentia o, & p quæ in circulo est c d l b, quia igitur in eodem tempore a pertransit m & b, n, erit m ad n, vt a ad b, & eadem ratione a ad b, vt o ad p, igitur ex vndecima quinti Euclidis m ad n, vt o ad



ad p, quare cum o sit differentia m & n, & q, differentia o & p erit ex decimona quinti Euclidis, m ad o, vt o ad q, & ita circulus est analogus inter spatium pertransitum à motore velociori, & inter differentiam spatij quæ accidit, dum velocior motor pertransit circulum, id est quodd circulus a c d est analogus inter c d l b, & circulos pertransitos a b a cum portione b d. Requertor igitur ad propositum, cum sit m ad o, vt o ad q, & m ad o, vt n ad p, ex sextadecima quinti Euclidis, erit ex vndecima eiusdem n ad p, vt o ad q, quare ex sextadecima sexti Elementorum ducto o, id est circulo, seu maiore numero in p spatium pertransitum a b, seu ducto f in g, & diuiso per q differentiam spatiorum, seu per h exhibit n, seu spatium quod pertransit b ab vna coniunctione ad aliam quod erat demonstrandum.

Cor.

Ex hoc patet, quod proportio temporis coniunctionis ad tempus tardioris motus circuitionis est veluti temporis circuitus velocioris motoris ad differentiam temporis motus tardioris, & velocioris motoris in vno circuitu.

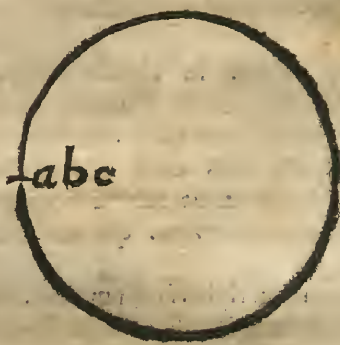
*Propositio quadragesimoctaua.*

Si tria mobilia ex eodem puncto discedant, fuerintque duorum, ac duorum coniunctiones in temporibus commensis illa tria mobilia denud coniungentur in tempore producto ex denominatore diuisionis temporis maioris per minus in minus, aut numeratore in maius.

Cor.

Sint tria mobilia a, quod circuat in duobus annis b in quinque, c in septem. Dico quod primum redibunt in numero producto ex septem quinque & duobus, qui sunt numeri primi, & erit ille numerus septuaginta annorum. Nam in septuaginta annis a perficiet triginta quinque reuolutiones b quatuordecim, c decem, ergo redibunt per perfectos circuitus ad idem punctum. Ostendo modo quod non ante: nam si sic: sit, vt in triginta quinque annis igitur b & c perficient perfectos circuitus, ergo redibunt ad idem punctum, a autem non redibit, quoniam eius circuitus non numerat triginta quinque aliter non fuisset septuaginta minimus numeratus ab a b c, cum ergo iam supponatur numerari a b & c non numerabitur a b a, ergo a non perficiet circuitus, ergo non redibit ad primum locum, ergo non erit iunctus cum b & c. Quod si dicas a b c coniungi in decem septem annis numero non numerato ab aliquo illorum temporum, auferantur perfectæ circulationes, & remanebunt dimidium ex a, duæ quintæ ex b, tres septimæ ex c, igitur oportebit vt hæ portiones sint æquales, vt post perfectas circulationes in idem punctum, conueniant; ergo  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{2}{5}$  &  $\frac{3}{7}$  æquiualebunt, quare proportio & 7. ad 3. & 5. ad 2. & 2. ad 1. est vna, quare permutando 3. ad 2.

Tom. IV.



vt 7. ad 5. sed 7. & 5. sunt contra se primi, ergo in sua proportione minimi per dicta in septimo Elementorum: ergo tria, & duo non sunt in eadem proportionem. Rursus dicantur conuenire in annis quatuordecim cum dimidio, ergo in viginti nouem couenient iterum: ergo per secundam partem erit septem ad vnum, vt duo ad vnum, igitur permutando vnus ad vnum, vt septem ad duo, sed vnum est æquale vni, ergo duo erunt æqualia septem. Rursus dicamus, quod in tempore annorum  $\frac{1}{2}$ . quadrata decem similiter auferam integras reuolutiones, quas potero, & erunt  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{2}$ . &  $\frac{1}{2}$ . &  $\frac{1}{2}$ . æqualia. Hic vides infinita sequi inconuenientia, quæ longum esset numerare, nam septem esset æquale quinque & proportio recisa ad potentia recte, vt numeri ad numerum. Igitur non conueniunt ante septuaginta annos.

Propos. 23.

Ex hoc sequitur, quod nullibi conuenient præterquam in eodem puncto, scilicet in quo ab initio coniuncti fuerunt.

Cor. 1.

Sequitur denuo ex propositione ipsa repetita, & primo corolario, quod nullibi alibi conuenient quàm in dato primo puncto, in quo coniuncti fuerant ab initio etiam vsque in æternum.

Cor. 2.

Sit rursus vt a circuat in annis duobus cum dimidio, b in tribus cum tertia parte, c in quatuor cum quarta parte ducam per suos denominatores, & erit vt a in quinque annis. b in decem, c in decem septem circuant, & redeant ad idem punctum, & quia quinque numerat decem, & decem, & decemseptem sunt numeri inuicem primi ducam decem in decem in decemseptem fiunt centum septuaginta. Constat igitur c quadragies, b quinquagies semel, a sexagies octies circumuerti, & redire ad idem punctum, ergo rursus coibunt post tot annos in eo, dico modo, non ante: nam si non sit, vt in triginta tribus annis, gratia exempli, aufero decem septem, decem, & quinque, & relinquentur sexdecim tria & tria, & rursus ex sexdecim tres circuitus c, & relinquentur  $3\frac{3}{4}$  sequetur igitur, vt sit proportio 17: ad 13. &  $2\frac{1}{2}$  ad  $\frac{1}{4}$  &  $3\frac{1}{3}$  ad 3. eadem, & ita  $\frac{17}{13}$ ,  $\frac{5}{4}$  &  $\frac{10}{9}$  eandem si iam supponimus 17. & 17 & 10. esse primos inuicem, vt in secunda demonstratione. Igitur sequuntur eadem corrolaria, quæ dicta sunt.

Sf 2

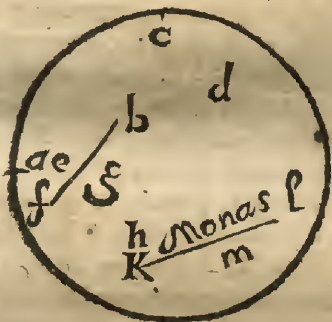
Propositio



## Propositio quadragesimanona.

Proposito mobilis in circulo circuitus tempore, dataque ratione distantiae ab illo mobilis circuitum inueire, quod ex eodem puncto discedens cum alio mobili in dato puncto conuenit sub quocunque numero circuituum tempus quoque coniunctionis.

Sit in circuli peripheria a punctus, qui circuit aequali motu (hoc enim semper intelligitur) in b tempore: & sit datus punctus e in quo discedens e mobile ex con-



iunctione cum a post certos circuitus proprios, aut etiam sine vlla circuitione perfecta debeat conuenire. Volo scire tempus circuitionis e: & etiam tempus coniunctionis. Sit ergo primum vt absque circuitione vlla e, a debeat comprehendere e in c post numerum circuituum ipsius a, qui sit f. nam si a occurrit e in prima circuitione ipsius e, igitur a mouetur velocius quam e, cum ergo debeat attingere ipsum e, necesse est vt a pertranseat prius per punctum ex quo discessit antequam redeat ad coniunctionem e: ergo perficiet saltem vniam circuitionem. Ducemus ergo fin b, & fiet g tempus circuitus aut circuituum a, & quia spatium a c datum est, sit b temporis circuitus a ad h, velut circuli totius ad a c, & iungatur g cum h & fiat k. Fiat quoque, vt monadis ad h, ita l ad monadem, & ducatur l in k, & fiat m. dico m. esse tempus circuitus e. Constat enim ex supposito, quod k est tempus totum in quo a peruenit post b circuitiones in c, si ergo e moueretur per m. tempus totum ex supposito perficeret circuitum, at quia circuitus ad a c, vt monadis ad h, igitur etiam vt l ad monadem, ergo proportio circuitus ad a c, vt m. ad monadem: ergo si in m. transit totum circuitum in monade transit a c: sed monas ducta in k facit k, igitur e in tempore k perueniet in c, quod erat demonstrandum. Proponatur modo tempus reuolutionum e ipsum d: eodem modo agemus ducendo f in b fit g, addatur h & fiat k, diuidatur k per aggregatum d & c, & exeat, m (idem enim est diuidere per aggregatum d & h, & multiplicare per l) dico ergo vt in demonstratione priore, quod m. est tempus circuitus e. Nam cum k sit tempus, in quo a post circuitus f peruenit ad c, ergo diuiso ipso to-

to tempore pernumerum reuolutionum d, & partem reuolutionis exibat tempus vnus reuolutionis.

Exemplum primi in re paulo obscuriore: sit f 4. & b  $2\frac{1}{2}$  & a c  $\frac{1}{3}$  ducemus 4. in  $2\frac{1}{2}$  fit 10. adde  $\frac{4}{3}$  6 quod est 2. fit 12. diuide per  $\frac{4}{3}$  seu multiplica per  $\frac{3}{4}$  quod idem est, fit 15. circuitus e, in quatuor ergo circuitibus, &  $\frac{4}{3}$  qui sunt duodecim anni perueniet a ad c, & in duodecim annis e perueniet ad c, nam 12. sunt  $\frac{4}{3}$  ipsius 15. Similiter in secundo casu sit f 4. vt prius b  $2\frac{1}{3}$  a c  $\frac{1}{7}$ , ducemus 4. in  $2\frac{1}{3}$  fit  $9\frac{1}{3}$ , addemusque h portionem b qualis a c est totius circuitus, id est  $\frac{1}{7}$ , est autem  $\frac{1}{7} \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ , fient  $9\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 10$ , similiter ponatur d 5. & quia a c est  $\frac{1}{7}$  erunt  $\frac{36}{7}$ , diuide ergo  $9\frac{1}{3}$  id est  $\frac{29}{3}$  per  $\frac{36}{7}$  exeunt  $\frac{203}{8}$  tempus reuolutionis e. Quinque ergo reuolutiones e erunt  $\frac{1015}{8}$  addita septima parte, quae est  $\frac{29}{108}$  fient  $\frac{1044}{27}$  seu  $\frac{261}{27}$  & sunt anni  $9\frac{18}{27}$  seu  $9\frac{2}{3}$ , ergo in tanto tempore a faciet quatuor circuitus, & septimam partem, e quinque circuitus, & septimam.

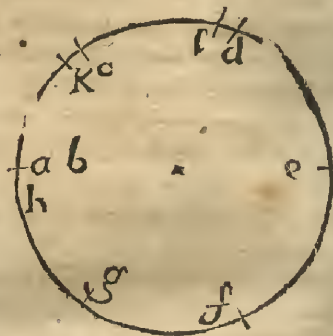
Ex hoc patet, quod non coniungentur in alio loco, neque alio tempore ante praedictum tempus.

## Propositio quinquagesima.

Omnes circuituum proportionales in eiusdem temporibus repetuntur.

Sint in circulo a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u v x y z a & b iuncta, & in primo congressu iungantur in c, in secundo in d, in tertio in e, in quarto in f, in quinto in g, in sexto in h, in septimo in i, in octauo in l. Et sic deinceps cumque tempora sint aequalia, erunt & circuitus totidem numero, & excessus aequales etiam a c, c d, d e, e f, f g, g h, h i, i k, k l. Et si aggregatum a scilicet circuitorum, & portionis fuerit commensurum Per Cor. circulo, & ita de b erunt omnia com-

Præcedentis.



mensa ad circulum, & etiam inter se. Et si inter se aggregata, vel portiones erunt, & eodem modo reliqua. Et quoniam circuli circulis commensuri sunt: si portiones erunt inuicem commensuræ erunt, & toti circuitus cum partibus commensuri, & si non commensuri, neque erunt inter se, neque ad circulum. Et si totum spatium cum circuitibus erit vnus generis, erunt duplicata, & triplicata, & quadruplicata eiusdem generis: quare cum spacia ipsa detractis



detractis circuitibus velut rhere habeant naturam recisi, & spatia ipsa tota sint eiusdem generis, erunt spatia, quæ relinquantur eiusdem generis. Erunt tamen incommensura necessariò, si partes fuerint incommensura toti. Ponatur a c in commensura toti circulo dico, quod a k etiam est incommensura toti circulo: & etiam a k, & k c. Quia enim a c est incommensura circulo, & k a cum toto circulo semel est commensura a c, quia multiplex ei. Igitur cum circulus, & a k diuidantur in circulum et a k, & circulus sit incommensurus circulo, cum a k erit aggregatum ex circulo, & a k incommensurum ipsi a k & a k pariter incommensura circulo. Rursus quia a k est incommensura circulo cum a k, & circulus cum a k sit multiplex ad a c; erit a k incommensura a c, quare erit c k incommensura a k & a c, & circulo addita a k. Si ergo a c sit commensura circulo, erunt omnes portiones e genere numeri, & si potentia rhere erunt omnes, vel potentia rhere, vel circulis detractis, vt a k & a l recisa: & a c sit potentia secunda rhere, id est radix cubica erunt omnes c d, d e, e f, potentia secunda rhere, & radices cubicæ numeri, seu latera corporum rhere, a k vero & a l, & huiusmodi in infinitum recisa potentia rhere.

Per 14. decimi Element.

Per 17. eiusdem.

Per 14. rursus.

Per 17. rursus.

Cor. Per penultimam vigesimi Element.

Ex hoc patet, quod cum circulus possit diuidi in infinita genera quantitatum, quæ non sunt inuicem commensura cumque coniunctiones hæ semper in eodem genere maneant, quod infinita puncta, & infinitis, in speciebus quantitatum remanebunt in quibus a & b in perpetuum nunquam conuenient. Velut si coniunctio prima fiat in  $\frac{1}{2}$ . cu.  $\frac{1}{2}$  alicuius circuli, nunquam conuenient, neque in medietate, neque in quarta parte, nec octaua, nec tertia, nec sexta, nec nona, nec quinta, nec decima, & sic de singulis in genere commensuratum toti circulo: Neque in  $\frac{1}{2}$ . quadrata  $\frac{1}{2}$  vel  $\frac{1}{3}$  vel  $\frac{1}{4}$  neque  $\frac{1}{5}$  vel  $\frac{1}{6}$ , neque in  $\frac{1}{7}$ . 3. m. 1. nec 2. in m.  $\frac{1}{8}$ . 3. nec in  $\frac{1}{9}$ . 2. aut 3. aut 7. nec in  $\frac{1}{10}$ . relata alicuius numeri, nec in 2. m.  $\frac{1}{11}$ .  $\frac{1}{12}$ . cub. 3. nec 2. m.  $\frac{1}{13}$ . cub. 4. & sic de aliis.

### Propositio quinquagesima prima.

Operationes dictas exemplo declarare.

Cor.

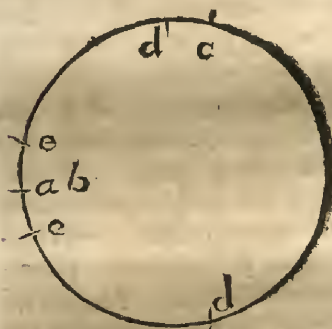
Supponamus in circulo prædicto a c  $\frac{1}{7}$ . constat, quod esse non potest quia  $\frac{1}{7}$ . est maior monade, ideo toto circulo, quare non poterit esse pars circuli, sed referetur ad quantitatem certam, velut quod circulus sit 10. semper ergo diuidemus  $\frac{1}{7}$ . seu eam proportionem per 10. quantitatem circuli & exibat  $\frac{1}{70}$ , & hæc erit portio circuli, & ita si portio sit  $\frac{1}{16}$ . cub. 16. diuidemus  $\frac{1}{16}$ . cub. 16. per 10. exibat  $\frac{1}{160}$ . & ita de aliis.

Sed cum ex repetitione crescat portio illa donec exuperet monadem, aut aliquem quemuis numerum detracta monade aut numero circuituum habebit rationem recisi. Velut  $\frac{1}{100}$  quater sumpta efficit  $\frac{1}{100}$ . Et

Tom. IV.

hoc est potentia rhere, sed si quis auferat monadem fiet  $\frac{1}{100}$  m. 1. & hoc est recisum 1. scilicet 1.  $\frac{1}{100}$ . v.  $\frac{1}{100}$  m.  $\frac{1}{100}$ . sed tamen verè est linea media.

Quod verò non contingat coniungi in alio loco neque tempore sit, vt a b iungantur in c, & sit reuolutio a triplex integra, & b sexcuplex, & tempus totum decem annorum: ita vt a c sit tertia pars circuitus & a circuitus tres anni, & quia circuitus b sunt sex cum tertia, diuidemus decem per  $6\frac{1}{3}$  exit  $1\frac{11}{10}$  dico quod non prius, neque in alio puncto. Si enim primùm in eodem puncto, & gratia exempli, in quatuor annis congruit enim, & b dicamus quod peregerit duas reuolutiones cum tertia, hoc enim est necessarium, si debet peruenire



| Decem         |               | Quatuor.      |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 3             | $\frac{1}{3}$ | 1             | $\frac{1}{4}$ |
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |
| 1             | $\frac{1}{3}$ | 1             | $\frac{1}{4}$ |

ad c, & erunt anni tres, &  $\frac{11}{10}$ , non ergo anni quatuor. Cum enim tempora, diuersa diuiduntur per numeros habentes proportionem erunt, qui prodeunt numeri in eadem ratione. Diuiso ergo 10. per  $1\frac{11}{10}$  exit  $6\frac{1}{3}$ , & diuiso 4. per  $1\frac{11}{10}$  exit  $2\frac{1}{5}$ , igitur  $6\frac{1}{3}$  ad  $2\frac{1}{5}$ , vt 10. ad 4. igitur  $\frac{1}{15}$  non potest esse æquale  $\frac{1}{3}$ . Si enim per præcedentem repetuntur, ergo non possunt redire, donec iterum coniungantur in ipso a. Si enim aliter sit vt ex e, igitur e c est æqualis a c pars toti, quod contingere non potest. Sin verò coniunctio fiat in d, igitur per præcedentem d e est pars a c sub multiplex quomodolibet, quare non fuerunt assumpti primi numeri. Velut in exemplo constituimus, quod a, & b conueniunt in c in decem annis, & a c est tertia pars circuitus: ergo in triginta annis conueniunt in a, & in quadraginta rursus in c. Si ergo quis assumpisset quadraginta annos ab initio pro congressu, & diuississet per  $1\frac{11}{10}$  exiret 25.  $\frac{1}{10}$ , & si per 3. exiret  $13\frac{1}{3}$ , & manifestum est, quod vterque numerus potest diuidi per eundem numerum, vt pote 4; & exit numerus cum eadem parte scilicet  $6\frac{1}{3}$  &  $3\frac{1}{3}$  ergo conuenient ante, non ergo assumpisti minimos in ea proportionem. Illi autem nequaquam amplius diuidi non possunt eodem modo.

### Propositio quinquagesima secunda.

Tria mobila coniuncta in eodem puncto, quorum duo, & duo conueniat in partibus

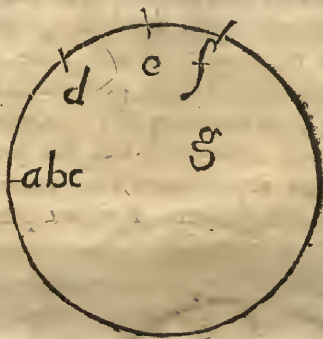
Si 3 in



incommensis inter se, in perpetuum in nullo vnquam puncto conuenient.

Cor.

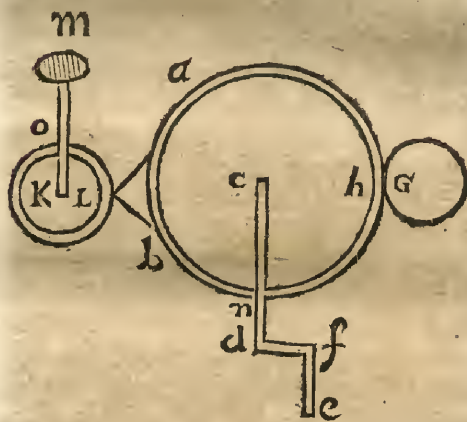
Sint a b c iuncta, & primo iungantur a & b, iterum in d & b, & c in e, & sint a d, a e incommensæ, dico quod a b c nunquam conuenient in aliquo puncto, seu primo, seu alio à primo: si non conueniant in f, erunt ergo in g tempore reuolutiones integre, & portio a f in super. Et quia hæ con-



stituuntur per congressus b cum a, & sunt spatia a d, & b cum c, & sunt spatia e f, igitur spatium a f erit ex genere quantitatis a d, & a e per quinquagesimam, harum ergo erunt commensæ: quod est contra suppositum. Et harum propositionum principium est traditum à Campano Nouariensi Euclidis expositore, in quodam libello non edito qui diligentia patris mei Facij ad me peruenit.

*Propositio quinquagesimatertia.*

Circulorum se in aduersum mouentium proportionem declarare.



Cor.

Sit orbis a b cuius centrum c, manubrium c d f e, seu vero tangat circulum g, seu more gemmas sculpentium aligetur alteri orbi funiculo a l b, & sit in vertice axis k m orbiculus solidus aut semicirculari forma m, dico quod proportio motus a b, ad motum m est producta ex duabus proportionibus c n semidimetientis, & semidimetientis m ad k o, quare vt rectanguli c n in dimidium dimetientis m ad quadratum o, ut enim a b ad o l orbem, id est peripheriarum ita c n ad o k, quoniam o l mouetur toties in vna circuitione a b, quoties peripheriam o l continetur in peripheria a b, ergo quoties o k continetur in c n toties in vna circuitione a b o l circumuertitur, sed quoties circumuertitur o l, toties etiam m,

quia vterque mouetur eodem circuitu k m axis, ergo quoties m circumducitur in circuitu a b toties o k continetur in c n, ergo si fiat comparatio semidiametri m ad c n, erit producta proportio circuitus a b ad circuitum m ex proportionibus c n ad o k, et semidimetientis m ad idem o k, ergo per 16 proportio numeri circuitus vnus per alterum est, vt rectanguli sub c n, & semidimetiente m ad quadratum k o, quod erat demonstrandum.

Cor. 1.

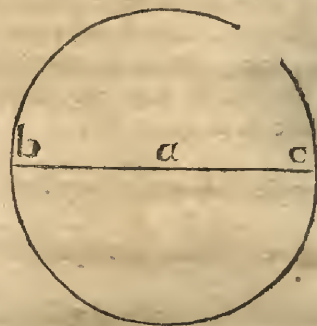
Manifestum est autem ex ipse sola constitutione, quod si a b mouetur sursum à dextro in sinistram in inferiore parte, mouebitur à sinistro in dextrum, & vterque circulo rû g & k in superiore parte, & in inferiore mouebitur contrario motu, scilicet in superiore à sinistro in dextrum, & inferiore à dextro in sinistram, illi verò duo orbes simili motu mouebuntur tam in parte superiore, quam inferiore, & proportio motuum eorum inter se erit velut dimetientium eorundem.

Cor. 2.

Rursus cum a b circumuertatur cum manubrio c d f e, tanto velocius circumuertetur, & in ea proportionem, qua d f continetur in c n, & in eodem tempore, in quo manubrii circumuertitur in eodem axis circumuertitur, & orbis, vt dictum est, ergo in eodem tempore, in quo axis circumuertitur in eodem orbis: ergo tanto tardius videbitur moueri axis ipso orbe, quanta est proportio minoris inæqualitatis ipsius axis, seu ambitus seu semidimetientis ad ambitum, seu semidimetientem orbis

*Propositio quinquagesimaquarta.*

Proportio circuli ad suum diametrum per similitudinem est quarta pars peripheriæ. Rursusque eiusdem circuli ad peripheriam diametri quarta pars.



Quia enim superficies circuli, vt ab Archimede demonstratum est, fit ex dimidio diametri in dimidium peripheriæ erit, vt eadem fiat ex tota peripheria in quartam partem diametri, & ex tota diametro in quartam partem peripheriæ, ergo proportio areæ circuli ad diametrum per similitudinem est quarta pars peripheriæ, & proportio areæ ad peripheriam est quarta pars dimetientis, quod erat probandum.

Cor.

Per. 16. libri Elementorum.

Per. 2. diff.



## Propositio quinquagesimaquinta

Proportionem medicamentorum per ordinem supposita æquali proportionem in ordinibus per quantitates, & proportionem demonstrare.

Cor.  
Cap. ult.

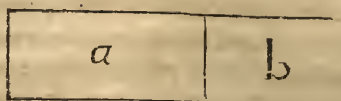
Galenus in libro quinto de Simplicibus medicamentis, quem sequuti sunt alij medici, ponit quatuor ordines medicamentorum iuxta qualitates calidi, frigidi, sicci, & humidus, & primus est cum medicamentum non sentitur quale sit licet operetur, velut camæmelon, absynthium, & oriza: secundus est, cum sentitur, sed non lædit, ut nux myristica, salvia, ozimum: tertius est cum sentitur, & lædit, sed non destruit, neque corrumpit corpus, velut asfarum, apium straphisagria, cappares, myrrha, ruta: quartus est, cum destruit velut pyretrum, piper, euphorbium cape agreste, & sinapis, cinamomum autem, & ginger numerantur inter medicinas calidas tertij gradus, & hoc opus comparatur ad corpus sicut dicit Galenus, & Serapio non ad linguam, ut medici nostri temporis interpretantur. Ex quo patet, quod aliqua medicina poterit esse quarti ordinis, & non lædere linguam in gustu, & alia tertij ordinis, quæ non solum lædet linguam, sed sensum eius corrumpet, et destruet, quod contingit propter substantiam tenuem crassam mistam cum siccitate pari ipsi calori. Sed non oportet hæc nunc tractare, non solum quia non sit locus, sed etiam quod confusa sit per seipsa materia absque eo, quod difficultatem difficultati addamus, solum ergo eas dubitationes adiungemus, quas volentes declarare propositionem presentem, neque superfugere, neque declinare possumus. Nam de sicco, & humido, cum sint longè minoris actionis, quam calidum & frigidum, & præcipue humidum, non video quomodo possit Galenus statuere medicinam humidam tertij gradus, nedum quarti cum non possit inueniri medicina, quæ destruat corpus nostrum propter humidam qualitatem. Et licet Serapio posuerit ginger & enulam & zelim in tertio ordine calidorum & humidorum: & inter frigidas, & humidas in tertio portulacam, aizoum, & virgam pastoris, & fungos. Primum non ausus est ponere medicinas vllas calidas, aut frigidas in quarto ordine, quæ sint humidæ. secundum, quando dicit medicinas calidas, aut frigidas, atque humidas in tertio ordine, intelligit solum de qualitate actiua scilicet caliditate, vel frigiditate, & non de humida qualitate, quod ostendit de ginger, & enula, dicens, quod sunt calide in tertio ordine, & humidæ humido crudo, non ausus addere ordinem, quia non vidit rationem, qua possent dici humidæ in tertio. Et clarius in capite de zele, quem statuerat inter medicinas calidas, & humidas in tertio, dicit quod est calida in tertio, & humida in primo ergo non intelligit per medicinas calidas & humidas in tertio ordine, quod sint humidæ in tertio ordine. Clarius etiam de frigidis, &

humidis, nam portulacam dicit esse frigidam in tertio humidam in secundo, & quod maius, est cum collocasset aizoum inter medicinas frigidas, & humidas in tertio ordine, dicit, quod est frigidum in tertio ordine, adiicit, quod est siccum parum, & de virga pastoris nihil dicit de humido, sed dicit, quod astringit, ex quo concludo, quod secundum mentem Serapionis nulla est medicina humidior portulaca, etiam videtur innuere de fungis, satis est quod non excedunt secundum ordinem in humido neque calida neque frigida, sed frigida sunt humidiora, ut fungi, & portulaca, quia frigiditas in generatione humidum magis admittit, quam caliditas, & calida magis humectant, quia magis penetrat vis medicamenti, & hæc regula de humido, & sicco est generalis apud Serapionem, quod non intelligitur ordo in passivis, nisi specialiter exprimatur, nam de siccitate non nego, qui inueniatur medicina sicca in tertio, & forsan in quarto ordine, sed de hac Galeni oscitantia, quæ in illo peculiaris est dum vult sequi suas methodos sine alio discrimine, medicis considerandum relinquere.

Secunda difficultas est maior, & magis pertinet ad nos, & est, quod non declarauit an isti ordines inter se aliquam proportionem seruarent, an omnino nullam, si enim nulla proportio seruatur, fieri nullo modo potest, ut per cognitionem temperaturæ simplicium medicamentorum cognoscamus temperaturam compositorum ex illis ratione vlla, sed oportebit solum experiri. Sed si ordines seruant proportionem, adhuc relinquitur dubium, an illa proportio sit Arithmetica, vel Geometrica, vel Musica, & nihil mirum esset, quod esset Musica, ut aliàs docuimus, ubi tractauimus de differentia inter sensum auditus, et visus. Sed quia de hac nullus medicus videtur intellexisse, omitam hanc tractationem. Et quanquam Galenus possit videri non existimasse, quod hi ordines non seruarent proportionem vllam quia, non ausus est tractare de temperamento medicamentorum compositorum per rationem temperamenti simplicium, nihilominus supposito quod ita esset, quod seruaretur altera proportionum, volo ostendere rationem componendi in vtraque proportionem & Arithmetica, & Geometrica. Ex quo sequitur, quod Aueroes quam oscitanter tractauerit in quinto suorum collectaneorum de hoc, & non distinguit, neque docet primum an sit aliqua proportio, deinde si qua sit, cuius generis sit, & cum in re tam clara pugnet prorsus, ut cæcus iætus maximos edendo sed in cassum plerosque, quam male agant qui ei in arduis tantum tribuunt fidei, & autoritatis, sed hæc est infelicitas nostra, & ira Deorum. Supposito ergo quod primò ordines distinguantur per proportionem Arithmetica, sit superficies a b pro quantitate, & a sit calida in primo gradu, & b in tertio, erit ergo perinde ac si duo corpora essent vnum altitudinis vnius cum basi quadrilatera rectangu-



la, a, aliud altitudinis trium, basi autem quadrilatera superficie rectangula b, hoc



igitur erit totum mistum, & quia quantitas medicamenti non mutatur quæ est a, b, ergo talia corpora æquantur vni corpori, cuius basis est a b, cum ergo talia corpora producantur ex a in vnum, & b in tria; ergo diuiso aggregato per a b prodibit altitudo, seu ordo qualitatis totius medicamenti, iuxta quod constituitur regula prima libri artis medendi paræ huiusmodi, & reliquæ, traduxi autem illas ad hunc locum, quia pendent ex demonstratione hac: duc numerum ordinis singulorum medicamentorum in numerum quantitatis, similia iunge, dissimilia detrahe, quod sit diuide per aggregatum, quantitatum, exhibit numerus ordinis compositi. Sic miscendo calidum in secundo ordine cum duplo pondere temperati conflabit calidum in besse. Secunda si ex pluribus diuersarum, qualitatum, & ordinum temperatum efficere velis, duc quæ sunt eiusdem qualitatis in suas quantitates, & iunge, quod sit, diuide per numerum ordinis medicamenti contrarij, exhibit quantitas illius, sub qua si iungatur, fiet medicamentum temperatum. Tertia, cum nolueris ex temperato, & alio cuiuscumque ordinis medicamen conficere ordinis remissioris, detrahe numerum ordinis eius, quod conficere vis ex numero ordinis eius, quod habes, & cum residuo diuide numerum medicaminis quod conficere vis, quod exit est numerus quantitatis medicamenti non temperati in comparatione ad temperatum. Ex his potes propositis quibuscumque medicamentis conficere antidotum sub quocumque ordine remissione potentissimo ex illis. Quarta in compositione, quæ non fermentescit calida, calidis iuncta semper opus augent, vt mel cum pipere. Quæ autem sub minore quantitate exhibentur non sub remissione ordine agant, sed vel facilius impediuntur, vel minorem corporis partem, vel leuius immutant.

Quod si statuamus proportionem esse Geometricam, modus erit idem in omnibus, & quo ad numerum etiam in primo, & secundo ordine, quia in proportionem dupla Geometrica secundus ordo tantumdem distat à primo, quantum primus ab æqualitate, quia vnum & duo seruant proportionem, & æqualem distantiam, sed in cæteris ordinibus non ita erit, quia qui esset trium in Arithmetica, scilicet totius ordo est, quatuor in Geometrica, & quartus ordo, qui esset quatuor in Arithmetica, esset octo in Geometrica, ideo scribe-

|   |   |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 4 |
| 4 | 8 |

mus ordines hoc modo, & operabimur cum numeris loco ordinum, exemplum ergo primum sit medicina calida in tertio ordine quatuor vnciarum, & medicina frigida in secundo ordine duarum vnciarum, duc quatuor in tria, si proportio sit Arithmetica, sit duodecim, duc duo in duo sit quatuor, detraho quatuor in duodecim, quia omnis medicina tantum retendit de contrario, seu minuit relinquuntur octo scilicet caliditatis, diuido per sex aggregatum vnciarum exit vnum, & tertia, ergo erit calida in principio secundi ordinis. Secundum exemplum sint eadem medicina, & sit proportio Geometrica, ducemus ergo quatuor in quatuor, & fiunt sexdecim, & duo in duo fiunt quatuor, detrahe quatuor ex sexdecim, & remanent duodecim, diuide per sex, vt prius, exeunt duo, ergo erit calida in fine secundi gradus vides ergo discrimen. rursus sint ambæ medicina calidæ, & ducemus, vt prius in tertio exemplo, vbi proportio sit Arithmetica iungendo duodecim cum quatuor, & fiunt sexdecim, diuide per sex, exeunt duo, & duæ tertiæ, ergo erit calida in medio tertij gradus, rursus in quarto exemplo iungemus sexdecim cum quatuor, & fiunt viginti, diuide per sex exhibunt tria & tertia, & ita erit in medio tertij gradus, vt prius, sed si ille quatuor vnciæ essent calidæ in quarto gradu, & illæ duæ vnciæ in secundo gradu, vt prius ducendo quatuor in quatuor fiunt sexdecim, & duo in duo fiunt quatuor, iunge, & fiunt viginti, diuide per sex exeunt tria cum tertia, ergo erit calida in principio quarti gradus secundum proportionem Arithmetica, sed secundum Geometricam duc quatuor in octo, fiunt triginta duo, adde quatuor vt prius, scilicet productum duorum in duo fiunt triginta sex, diuide per sex, exeunt sex, & quia sex ad quatuor maiorem habent proportionem quàm octo ad sex ideo hæc medicina erit calida vltra medium quarti gradus, iam ergo vides rationem, & differentiam horum.

Quod si quis dicat, an debeat attendi Geometrica proportio in medicamentis, an Arithmetica, respodeo, quod verisimilius est de Arithmetica, quia illa proportio etiam quod sit minor quatuor ad trium, quàm trium ad duo, & multò minor quàm duo ad vnum nihilominus longè plus operatur, quia tertius ordo iam incipit esse præter naturam, & videmus, quod læsio facta in vulnerato, etiam quòd sit quadruplo minor, plus nocet longè, quàm in sano quadruplo maior: quia termini præter naturam sunt valdè angustii in comparatione ad latitudinem naturalem, sicut etiam videmus intendendis chordis scorpionum, quod vltima pars est brevis, & tamen homini tantam difficultatem adijcit, Notandum est etiam quòd ob hoc diuiserunt ordines in tres partes, velut gingiber est calidum in fine tertij ordinis, origanum in medio, cinamomum in principio, & ita euphorbium est calidum in principio quarti gradus, sed in fine principij piper, in principio principij aqua separa



separationis in medio quarti ordinis, sed oleum calchanti factum ea arte, vt exurat paleas, sicut ignis est calidum in fine quarti ordinis, ita sufficit diuidere propter eandem causam primum, & secundum ordinem in duas tantum partes non ratione latitudinis, quæ est æqualis, vel etiam forsan maior, sed ratione varietatis operationis quæ minus sentitur, & maxime in primo ordine.

*Propositio quinquagesima sexta.*

Proportio cuiusvis binomij ad suum recisum, vel ei commensum est duplicata ei, quæ ad numeri latus.

Cor.

Per 6. Propos. lib. de Aliza.  
Per 17. sex-  
ti Element.  
Per 17.  
septimi  
eiusdem.  
Per 6. deci-  
mi Element.

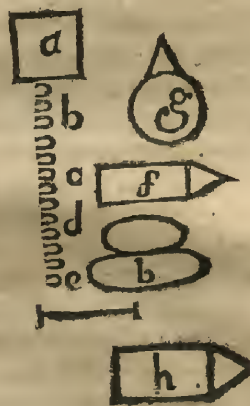
Cum enim proportionis medium sit latus numeri eo quod ex binomio in recisum suum sit numerus ex his, quæ demonstrata sunt generaliter in tertio Arithmetice de omnibus binomiis cum suis recisis, vel in quadratis, lateribus erit  $\frac{1}{2}$  numeri media proportionem inter binomium, & suum recisum, igitur cum proportio productorum ex binomio incommensa reciso sit, vt commensurum ad recisa erunt omnia producta ex binomio incommensa reciso suo  $\frac{1}{2}$  numeri, igitur proportio binomij ad recisum suum, & omnia commensa illi, est duplicata ei quæ ad  $\frac{1}{2}$  numeri.

*Propositio quinquagesima septima.*

Motus rationem ad pondus inuenire.

Cor.

Ostensum est antea, quod motus naturalis velocior sit in fine, ac magis augetur ob æris motum, vbi verò hæret est ac si quiescat. Eadem autem est ratio in motis violenter, & naturaliter dum æquali impetu feruntur. Sed subito post etiam, quod motus æqualiter augerentur minus tamen crescit proportio violenti scilicet ob impedimentum naturale. Sed si vis mouens fuerit adeo valida vt proportio incrementi ex ære sit maior, quàm impedimentum, & incrementum alterius mobilis naturaliter moti, motus ille velocior fiet natura-



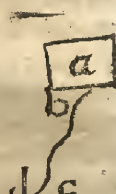
li, vt in sphaeris ferreis ex machina igne excussis, quod ergo attinet ad præsentem motum ratio est eadem. Quicunque ergo motus minoris grauis cogit descendere lancem ex aduerso proportionem habet eandem ad suum mobile quam habet graue

æquiponderans. Sit ergo vt a ex b, c, d, e, cleuet eodem ordine pondera c, f, g, h, erit ergo ponderum h, g, f, c, ad se inuicem, & ad a qualis motuum ob distantiam intentionum. Experimentum ergo docet, quod dimidium ponderis æquilibrium facit ex palmo minoris dimidio motum manifestum, & ex palmo quarta pars ponderis, ergo se habent prope portionem.

*Propositio quinquagesima octaua.*

Quæ ex alto descendunt cur non eandem pro distantia motus rationem in libero aëre seruent considerare.

Aër in sublimiore eius regione semper naturali motu fertur ex Oriente in Occidentem, sed & infra verum minus manifestè. At casu plerumque contingit, vt moueatur longè vehementius, seu ad eandem partem, seu aliam. Qui verò naturalis est debilis est, quoniam in tenui valde substantia est: nec continuus sed instar motus aquæ maris fluit ac refluit: aliter necesse esset, vt singulis horis per mille miliaria procederet, vt sic neque latere posset, quandoquidem fortuiti motus, qui sunt multo tardiores non latent nos. Nam tardiores illos esse constat, cum in hora sint pulsus arteriarum, quatuor millia ictuum in ho-



mine prope temperamentum: si igitur motus naturalis æris esset continuus, in hora aër procederet ob ambitum terræ millies millæ passus, igitur in ictu pulsus superaret passus 250. At experimur nullum ventum aut procellam superare quinquaginta passus cum etiam continuus esse nunquam soleat imò ne possit quidem, itaque cum hic multo tardior etiam in sublimi, dum est, non latere non queat multo minus posset naturalis latere, si adeo velox & in eadem parte æris esset atque continuus. Præterea tantus impetus nunquam à minore motu, aut causa superaretur, adeo vt semper flatum æris orientalem sentiremus. Quotidie etiam aduenire ad hos ærem ex Illirico, Macedonia, Myfia, Ponto; Bythinia, Capadocia, Syria, Babylonia, Hyrcanorum, Bactrianis, Sacis, Scythiis, ac Seris, toto præterea Oceano orientali tam vasto, & Gallica noua, terræque florida non solum res est admirabilis, & incredibilis, sed etiam alinea à sensu, & ab his, quæ eueniunt. A sensu quidem, quoniam nebulae, quæ in aëre mouentur, primum non in eandem partem semper mouentur: nunquam autem adeo celeriter: at si aër sic circumuolueretur, mouerentur, & illa, quæ in eo continentur, quotidieque ærem experiremur & nubilosum, & madidum propter mare. Nec his, quæ eueniunt hoc satis responderet, nec nobis id contingeret, vt si pestis aliqua in regione nostra directa sciret, vt aër singulis diebus labe ea infectus ad nos deferretur. Moueri verò ærem semper manifestissimum est tum experimento, tum ratione: ratione siquidem, quod aqua



# 490 Propositio 59. 60. & 61.

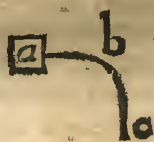
& cælum naturaliter perpetuò mouentur, quare etiam aër. Experimento, quòd ubi hiant ostia, & ianux, ibi perpetuus sentitur flatus. Ergo si a pondus descendat in c, ex alto fertur recta, sed si ex sublimi transferetur in b, & in directa, & ad latus, vnde ex hoc sequitur.

## Propositio quinquagesimanona.

*Cor.* Omne mobile motum duobus motibus non ad idem tendentibus, utroque seorsum traditur moueretur simili motu.

*Cor.* Sit a mobile, quod moueatur per a b c impulsu venti aut violento cum naturali coniuncto: & sit terminus naturalis e, & violenti d: vterque in directo e, dico, quod tardius perueniet ad c quam d, vel e. De e manifestum est, quoniam motus aëris, qui intendit motum a, diuiditur in partem, quæ inuat motum ad d, & partem, quæ mouetur ad e, igitur sit minor adiectio. Et etiam quia a c est longior a e ex diffinitione rectæ: quare tardius perueniet ad c quam ad e duplici ratione. Dico etiam, quod tardius ad c quam d. Quia enim vis, quæ fert ad d repugnat ei, quæ fert ad e, & vis quæ fert ad e, repugnat ei quæ fert ad d, igitur tardius perueniet ad c, quam d. Nec potes dicere, quòd vis, quæ fert ad c ad adiunget ad motum e regione d, nam cum vnus motus non possit perfici sine altero, igitur quantum motus ad e retardabit motum ad d, tanto motus a c erit tardior absolute motu ad d. Verum et, quod etiam in c breuior erit a d, quia motus ad e semper contrahit motum ad naturalis violentum ob causam dictam. Vtrum verò motus ad c absolute sit tardior, quam ad d, non supposito, quod c e sit æqualis a d, sed minor, nunc non est locus determinandi.

*Cor.* Ex hoc patet, quod motus æquidistantis mobilis, finis, est minimus omnium: quoniam mobile quasi quiescit in illo. Velut si a moueatur ad b, inde defleat ad c minimus motus erit in b, ubi incipit naturalis: nam cum incipiat, erit debilissimus, quia non est motus actu: violentus autem æqual est naturali, dum minimus est ergo cum ex distantia medij palmi duplicetur, naturalis erit motus in b minimus, nisi b c

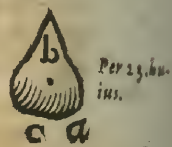


esset, minor dimidio palmi. Et etiam quòd esset minor, quia vt dictum est, vterque simul iunctus est æqualis vni eorum non impedito vel minor.

## Propositio sexagesima.

Omne mobile motu naturali descendens parte descendit grauiore secundum grauitatis centrum.

Sit a mobile, grauitatis centrum b, cuius pars ei proximior, sit c a, dico quod descendat motu naturali c a, parte tangendo terram, quia enim totum a non potest descendere ad centrum descendit b, quia eadem est natura partis, & totius: autem terræ natura est vt centrum, totius sit centrum grauitatis, quare b breuiore via fertur ad centrum, ergo per c d proximorem partem ipsi b. Sed pars proximior necessario est grauior, quia centrum est in medio grauitatis, ergo omne mobile descendit motu naturali per sui grauiorem partem.



*Cor.* Ex hoc sequitur, quod graue habens partes inæquales, seu substantia, seu forma, si ita excutiat, vt pars grauior non sit infra oportet, vt circumuoluatur.

## Propositio sexagesimaprima.

Proportionem ictus ad pondus rei, & distantiam generaliter considerare.

Dictum est superius de proportionem descensus ad grauitatem: & quòd si graue descendat ex alto impeditur a motu aëris: & quòd res, quæ mouetur duobus motibus non ad idem tendentibus tardius mouetur, quam motus vnusquisque. Demum quòd graue descendens circumuoluitur, si pars grauior non sit, deorsum: & antea vbi egimus de proportionem motus ad grauitatem, quod hæc intelligenda sunt prout possunt intelligi de motu etiam violento. Cum ergo videamus duo hæc, quod res acuta frangit caput, si ex alto incidat, sed non concutit, lata concutit, sed non diuidit, premit tamen carnem subiectam: nec hoc accidit merito ponderis: nam vt visum est semilibra lapidis, vel ferri cadens ex alto contundit caput, & vulnerat, & non eleuat in æquilibrio, vt potè ex alto cadens loco per spatium octo palmorum pondus sexdecim librarum, & a pondere sexdecim librarum homo non læditur, nec vulneratur, ergo id accidit ex alia causa, & est, quod aër interceptus inter graue, & corpus nostrum non potest dilabi tam citò, ergo ne corpus penetret, cogitur ingredi locum, cui est obuius, atque ita concutere, & diuidere. Ex quibus sequuntur omnia hæc.

*Cor.* Primum si quod incidit, molle fuerit, non vulneratur caput, vel pars subiecta, quia resilit in corpus molle: nec a molli, quia retarditur, potest vulnerari: ergo nullo modo. Sed neque adeò concutit, quia aër rediens, & receptus in molli corpore pro parte, non verberat locum.

Secundum in omni collisione seu dori seu mollis, sed magis duri, dilabuntur partes aëris ad latera, ideo quod partes medix præmuntur. Et quanto motus est tardior.

Tertium



Cor. Tertium in motu veloci fit maior ictus & læsio, & maiora omnia quam proporti- nem motus: quoniam ob velocitatem minus diffugit aëris. Et idèd fiunt graua vulnera ex modico incremento velocitatis motus.

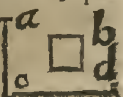
Cor. Quartum res latæ, duræ concutiunt, & non vulnerant nisi sint cum magno impetu, aut valde graues: acutæ autem vulnerant, sed non concutiunt, nisi parti acutæ lata succe- dat.

Cor. Quintum, corpora dura magis læduntur à latis, quia scinduntur, mollia autem à te- nuibus, quia diuiduntur: nam mollitie excipi- unt aërem, & ita à latis non adeò patiuntur, & etiam quoniam nec franguntur, nec spon- te scinduntur.

Cor. Sextum, etiam in duris penetrat aliquid aëris, aliter tota frangerentur. Constat etiam omnem lapidem marmoreum, aut siliceum esse porosum, vt dicunt. Et etiam quia respi- titur in mollioribus: ergo etiam in durio- ribus & in durissimis: quod si non recipiant vt vitrum, & gemmæ tota franguntur. Hoc etiam videtur lensisse Philosophus, qui vult, quòd res franguntur ob poros.

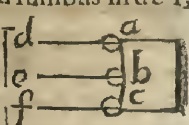
*Propositio sexagesima secunda.*

Proportionem motoris in plano ad mo- torem, qui eleuat pondus iuxta id, quod mouet inuenire.

Cor. Constitutum est inuenire proportionem virium, quæ eleuant pondus ad vires, quæ ipsum in plano leui trahere pos- sunt. Vires enim, quæ eleuant  pondus a sunt eadem puta b, quæ vero trahunt c, sed hæc possunt variari, nam quanto vinculum altius, aut decliuus locus magis, aut aspera superficies seu pon- deris seu plani, tanto difficilior trahitur, & maiores exposcit vires: hoc enim experimen- to deprehenditur. Dux verò postremæ cau- sæ etiam per se perspicuæ sunt, nec de- monstratione indigent: nisi quòd si planum sit durissimum, ac leuissimum, quod est as- perum facilius trahitur, quia minore sui par- te planum tangit. Nos præterea supponimus planum æquale vndique leuedurum, & cor- pus vndique sibi simile, id est cubi formam referens, & vinculum in imo: Demonstra- re igitur expedit primum, quòd in hoc casu b est duplum ad c. Quia enim cum a eleua- tur b vires superant motum obscurum seu occultum, seu pondusa, & si prmitteretur sine eo quod sustineret, descenderet iuxta pondus suum, quod sit d: nititur ergo per pon- dus d, at quia trahendo ducitur circa me- dium, nam plana superficies parum differt à rotunda terræ ob terræ magnitudinem, media erit repugnantia: in eo enim quòd mouetur, grauitatem habet d in eo, quod non remouetur nullam habet grauitatem, mediam ergo retinet grauitatem, quare vt b ad d, ita c ad dimidium, grauitatis a, at b est primum, quod potest mouere d, igitur c est primum, quod potest mouere dimidium a vt ergo dimidium a ad d, ita c ad b, est igitur c dimidium b.

*Propositio sexagesima tertia.*

Omne graue quanto proximius alliga- tum plano, tanto facilius trahitur.

Sit graue a b calligatum funibus in d e f,  dico, quòd facilius trahe- tur per f e quàm c b, & e b, quàm d a, quia si debet tra- hi ex a vel b, aut cadet, aut

vis ex a & b communicabitur c, igitur erit minor quàm in c, & hoc naturaliter. Mathe- matica autè ratione quoniam ex a trahetur c, quasi per lineam d c: at attractio recta est validior obliqua: igitur attractio c per d est debilior, quàm per f. Rursus si e trahitur per d cum a peruenerit in d, erit perinde de ac, si attractum esset per lineam e d, sed linea c d mouet duobus motibus, vno ad superiora, altero ad latus, ergo lentius ad f per d c quàm m f c, quod erat demonstratum.

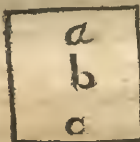
Per 59. h. ins.

*Propositio sexagesima quarta.*

Omne mobile quanto latius tanto tar- dius mouetur in plano.

Demonstratum est superius quòd si mo- bile sit sphericum, & tangat planum in puncto, quòd mouetur per quancunque vim aptam diuidere medium. Quia ergo si tan- gat in puncto facillime mouetur, si in linea paulò difficilior, si per superficiem adhuc difficilior, igitur cum fiat attritio in motu quanto latius est mobile eo difficilior moue- tur. Sit ergo mobile a b, quod moueatur uersus c, & quia pars b seu dimidium mouetur iuxta rationem medie- tatis, & pars a eodem modo ergo conduplicata difficultate, quia medie- tas b impedit medietatem, a quanto latius est longius a b, & tanto difficilior mouetur. Et hoc intelligitur de corporibus valde latis propter dicta superius.

Cor. Propos. 40.



Propos. 62.

*Propositio sexagesima quinta.*

Proportionem duorum mobilium inter se cum auxilio medij inuenire.

Graue descendit naturaliter quatuor cau- sis: prima est ponderis magnitudo, vnde quòd grauius est celerius descendit. Secundo ob paruam medij repugnantiam, ideo quan- to medium est rarius & mobile tenuius, tanto celerius descendit: contrà verò tardius. Tertiò ob impetum aëris subsequens: & ideo mobile quòd ex eadem materia constat, semper descendit parte acutiore supraposita, ne aër cogatur celerius ferri: & quanto diu- tius descendit, tanto magis intenditur mo- tus, atque augetur, vt supra declaratum est. Quarta causa est, quod non impediatur ab aëre transuersim moto, & à latere: ideo leuia mobilia & magna non solum lentius descendunt, quoniam paruam vim ha- beant, & magnam repugnantiam, sed quia transuersim impulsæ minus mouentur motu recto, vt supra visum est. Porro proportio ratione descensus aucta, declarata est paulo antè,

Cor.

Propos. 30.

Propos. 59.

Propos. 62.



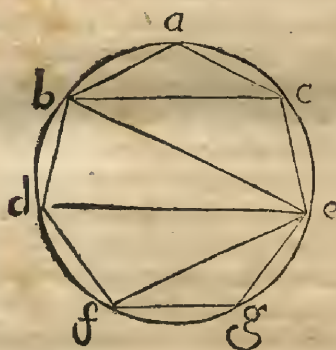
ante, quare cum medium supponatur eiusdem generis, & figura non eiusmodi, nec leuitas, vt prorsus non impellat, nedum vt moueat latus: figura quoque eadem ambobus relinquetur proportio motus ad motum producta ex proportionibus incrementi in proportionem ponderum, & iam habuimus proportionem incrementi ex motu aeris ergo proportio vnus motus producti ad alteram nota erit.

*Propositio sexagesimasexta.*

Proportionem laterum eptagoni, & subtenfarum considerare, & quæ à reflexa proportionem pendent.

Cor.

Sit eptagonus a b d f g e c, & subtenfa b c, & f e duobus lateribus, tribus autem d c d e, & erunt (quia intelligitur eptagono æquilatere, & æquiangulo) b c & e f inuicem æquales: & item d c, & d e æquales: & si ducerentur b e & c f inuicem



Per 12. & 29. tertij Elem.

Per ult. sexti Elem.

De Sub. lib. 16.

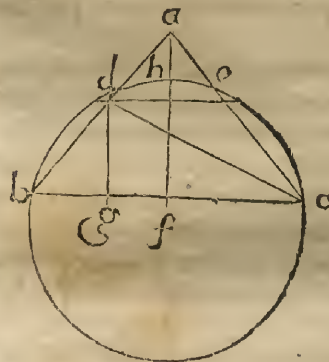
Per 20. diff.

æquales: & ad a c & d g: quare cum angulus c b d constat in arcu c e g f d, & angulus b d c in arcu b a c, & angulus b c d in arcu b d, & sit arcus c e g f d duplus arcus b a c, quia c e g f d subtendit quatuor latera eptagoni, & arcus b a c duo, & ita arcus etiam b a c duplus arcui b d erit angulus d b e duplus angulo c d b, & angulus c d b duplus angulo b c d, quare per demonstrata à nobis proportio laterum b d, b c, c d, est reflexa, igitur proportio d b & b c, ad d c, vt d e ad b c, & rursus proportio b d & d e ad b e, vt b e ad b d. Quare supposita d b 1. b c 1. positione, erit d c latus 1. quad. p. 1. positione. Proportio verò, vt dictum est b d & d c ad b c, id est p: 1. quad. p: 1. pos. ad 1. pos. est, vt b c ad b d, id est 1. pos. ad 1. igitur 1. p. 1. v. 1. quad. p. 1. pos. æquatur quadrato b c, quod est 1. quad. igitur 1. quad. m. 1. æquatur 1. v. 1. quad. p. 1. pos. quare 1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1. æquatur 1. quad. p. 1. pos. Additis igitur communiter quatuor quadratis fient 1. quad. quad. p. 2. quad. p. 1. æqualia 5. quad. p. 1. pos. Et reducitur ad 1. cu. equalem 1.  $\frac{3}{4}$  pos p:  $\frac{7}{8}$ .

Aliter stante suppositione vt Ludouicus, Ferrarius ex demonstratis à Ptolemeo quadratum b c, & est 1. quad. est æquale producto ex b d in c e, quod est 1. & a b in d c, igitur detracto 1. producto b d in c e ex 1. quad. quadrato c b, relinquitur productum ex a b in c d 1. quad. m. 1. ergo diuiso eo per a b, quæ est 1. relinquitur c d 1. quad. m. 1. huius verò quadratum per eadem demonstra-

ta à Ptolemeo, æquale est rectoribus ex b c inde, & b d in c e, igitur 1. quad. quad. m. 2. quad. p. 1. est æquale 1. producto b d in c e, & producto b c in d e detracto 1. communi, relinquetur productum ex b c in d e 1. quad. quad. m. 2. quad. igitur diuiso 1. quad. quad. m. 2. quad. per 1. pos, exit 1. cu. m. 2. pos æqualia d e, & d e est æqualis d c, vt ab initio demonstrauimus, & d c fuit 1. quad. m. 1. igitur 1. cu. m. 2. æquantur 1. quad. m. 1. igitur 1. cu. p. 1. æquantur 1. quad. p. 2. pos.

Aliter vt Pacciolus, concurrant latera eptagoni b d, c e in a, & ducantur perpendiculares a f, d g & e d, & sit c e i c a 1. pos, & quia vt a e ad a c, ita d e ad b c,



erit ergo b c  $\frac{1}{2}$  pos p:  $\frac{1}{2}$  quare b f  $\frac{1}{2}$  pos  $\frac{1}{2}$ , & Per 41. p. 1. mi Elem.

quia d h est dimidium d e, erit d h, & g f  $\frac{1}{2}$ , cum ergo b f sit  $\frac{1}{2}$  pos p:  $\frac{1}{2}$  erit ergo

diuisa  $\frac{1}{2}$  pos per 1. pos, & exit  $\frac{1}{2}$ , b f  $\frac{1}{2}$  p:  $\frac{1}{2}$  igitur detracta g f relinquetur g b

$\frac{1}{2}$  & eius quadratum  $\frac{1}{4}$  igitur cum quadratum b d sit 1. erit quadratum g d 1. m.

$\frac{1}{4}$  g e autem est composita ex e f, quæ Per 31. p. 1. mi Elem.

est  $\frac{1}{2}$  p:  $\frac{1}{2}$  & f g quæ est  $\frac{1}{2}$ , erit igitur e g 1. p:  $\frac{1}{2}$  & quadratum eius 1. p:  $\frac{1}{4}$  est

$\frac{1}{4}$  quare quadratum e d quando est compositum ex quadratis e g & g d erit 2. p:

$\frac{1}{2}$  c a verò est æqualis c d, quia, vt demonstratum est angulus d c e est septima pars duorum rectorum, & angulus b c e ei duplus, quare cum c f a sit rector erit Per sextum ex trigesima secunda primi Elementorum eiusdem, a c tres septimæ vnus rector, ergo d a c  $\frac{6}{7}$  vnus rector, d c a verò  $\frac{2}{7}$  vnus rector, quia est septima pars duorum rectorum, igitur a d c est  $\frac{8}{7}$  vnus rector: igitur c d est æqualis c a, ergo quadratum quadrato: igitur 1. quad. p. 2. pos p. 1. æquatur 2. p.  $\frac{1}{2}$  igitur



erit 1. quad. d, pos. 2. æquantur 1. p:  $\frac{1}{2}$  Quare 1. cub. p. 2. quad. æquatur 1. pos p: 1.

Sic



Sit etiam angulus a duplus b, & b c dupla h a: & erit per eadem proportio a c, & a b ad c b, vt c b ad c a. Ponamus ergo a b 1, erit b c 2. & a c 1. pos & a c, a b: 1. pos p. 1. & ducta in a c fit 1. quad. p. 1. pos, & hoc est æquale 4. quadrato b c per reflexæ proportionis diffinitionem. Igitur a c est  $\frac{4}{2}$  m:  $\frac{1}{2}$ , & ita de aliis.

Propositio sexagesimasextima.

Si fuerint aliquot quantitates ab vna quantitate, aliæque totidem ab eadem analogæ, erit proportio tertiæ vnius ordinis ad tertiam alterius, vt secundæ ad secundam duplicata, & quartæ ad quartam triplicata, quintæ ad quintam duplicata, atque sic de aliis.

Cor.

Sint quantitates b c d e f, ab a in continua proportionione, & aliæ totidem g h k l m, dico quod proportio, h c est duplicata ei, quæ est g ad b, & k ad d triplicata, & l ad e quadruplicata, & sic deinceps, sumatur enim vnum, & ab eo o p q r s in proportionione b ad a, & t v x y z in proportionione g ad a, erit igitur quadratum o, & v quadratum t, & q cubus o, & x cubus t, & ita de aliis: ergo proportio n ad p duplicata ei, quæ t ad o, & x ad q triplicata ei, quæ t ad o, & potest etiam demonstrari generaliter vltra quadratum, & cubum: nam si ducatur t in o fiatque æ erit, proportio enim ad æ eadem quæ t ad o, & proportio a ad p, vt t ad o, igitur per diffinitionem proportionis duplicata posita in quinto libro ab Euclide v ad p duplicata ei, quæ t ad o, & similiter ex t in p fit β ex o in u, γ eruntque q c x in continua proportionione per eandem. Quia ergo proportio q ad c est vt o ad t, patet, quod x ad q est triplicata ei, quæ est t ad o, & ita de reliquis, cum ergo proportio p ad o sit, vt c ad b, & o ad n, vt b ad a, & n ad t, vt a ad g, & t ad v, vt g ad h, sequitur, vt fit t ad a, vt g ad b, & v ad p, vt h ad c, igitur cum sit vt v ad p duplicata ei quæ est t ad o erit h ad e, duplicata ei quæ est g ad b, & ita de reliquis, & non refert, seu dicas v ad p duplicatam ei, quæ est t ad o, seu dicas p ad v duplicatam ei, quæ est o ad t. Aliter & euidentius in duabus soleo demonstrare: cum eim sit e & h duplicata ei quæ est b & g ad a, vt supra, & quadrati b ad quadratum a, & quadrati g ad quadratum a duplicata his quæ b & g ad a erunt b & g quadratorum ad quadratum a velut c & h ad a. Et conuertendo quadrati a ad quadratum g, vt a ad h, constituatur ergo hic & erit quadrati b ad quadratur g, ita c ad h: sed quadrati b ad quadratum g, vt b ad g proportio duplicata igitur e ad h, vt b ad g duplicata.

Per 8. noni Ele. & 22. & 23. octau. ni.

Vide per 23. Petit Per 23. sexti Elem. & 33. vndecimi.

Per 1. se- ptimi Elem.

Diff. 10.

Per 24. quinti Elem.

Per 10. diff. ninti Elem.

Per 20. sex- ti Element.

|   |   |
|---|---|
| a |   |
| b | g |
| c | h |
| d | k |
| e | l |
| f | m |
| n |   |
| o | t |
| p | u |
| q | v |
| r | x |
| s | y |
| t | z |

Propositio sexagesima octaua, collectorum ab Euclide Archimede.

Omnis cylindrus cono habenti basim, & altitudinem eandem triplus est. Omnis cylindrus sphaeræ habenti eundem magnum circulum, & altitudinem sexquialter est. Omnis sphaera dupla est cono cuius basis est eius circulus magnus & altitudo eadem, quæ sphaeræ ipsius. Omnis superficies sphaeræ quadrupla est maiori suo circulo. Superficies portionis sphaeræ est æqualis circulo, cuius semidiameter est linea ducta à vertice portionis ad finem illius.

Quilibet sector sphaeræ æqualis est cono, cuius basis est circulus æqualis superficiei eiusdem portionis, altitudo verò sphaeræ semidiameter. Proportio sphaeræ ad sectorem datum, est duplicata ei, quæ est dimittentis ad lineam, quæ à vertice portionis ad limbum. Cum enim sphaera sit æqualis cono, cuius basis est maior circulus, altitudo verò dupla dimittenti per tertiam harum, quæ hic proponuntur: erit sphaera æqualis cono basim habenti circulum, cuius semidiameter sit æqualis diametro sphaeræ, altitudo verò semidiameter sphaeræ. At per sextam harum sector sphaeræ est æqualis cono habenti altitudinem semidiameterum sphaeræ, basim autem ipsam portionis superficiem: igitur proportio sphaeræ ad sectorem, velut circuli cuius diameter est dupla dimittenti sphaeræ ad circulum æqualem superficiei portionis: at superficies portionis per quintam harum est æqualis circulo, cuius semidiameter est linea à vertice portionis ad limbum eiusdem: ergo proportio sphaeræ ad suum sectorem est velut circuli, cuius dimetiens est duplus dimittenti sphaeræ, aut semidimetiens est æqualis dimittenti sphaeræ ad circulum, cuius semidimetiens est linea à vertice portionis ad limbum. Sed proportio talium circulorum est duplicata proportioni semidimetiensium, igitur proportio sphaeræ ad suum sectorem est veluti dimittentis sphaeræ ad lineam, quæ à vertice portionis ad limbum duplicata. Cuicunque portioni sphaeræ conus ille habetur æqualis, qui basim habeat eandem cum portione, altitudinem, verò lineam rectam quæ ad altitudinem portionis eandem habeat proportionem, quam semidiametros sphaeræ vnà cum altitudine reliquæ portionis habet ad eandem reliquæ portionis altitudinem. Earum sphaeræ portionum, quæ æqualibus superficibus continentur medietas sphaeræ maxima existit. Proportio superficiei sphaeræ plano diuisæ ad reliquæ portionis superficiem, & residui sectoris ad sectorem est velut quadratorum duarum linearum quæ à verticulis sectionum ad communem superficiem plani portiones secantis descendunt: nam sectorem sphaeræ, dico corpus compositum ex portione, & cono illo. Illo idem etiam definit Ellipsim coni acuti anguli sectionem, quam dicit etiam fieri secto cylindro per planum non ad angulos rectos stante super cylindri

Per 14. & 15. duodecimi Ele. Encl.

Per 11. duodecimi Ele.

Per 2. duodecimi, & 20. sexti Elem.

8

9

10

Per 22. quinti Elem.

Per 20. sexti Elem.



Per 11.  
quinti Elem

- dri axem. Ab hac igitur coni acuti anguli sectione seu ellipsi circumacta figura sphaeroides corpus quod basim rotundam habet, vocat: idque duplex ob longum, quod fit diametro longiore quiescente, & prolatum quod fit quiescente brevior: sicut reliquam scilicet parabolam aut hyperbolam, quia inferius non est terminata, in cono rectangulo vocat rectanguli coni sectionem: ex qua circumacta fit conoidale, quia planam habet basim. Si ergo in eadem rectanguli coni perfectione à plano portiones aequales habentes diametros abscindantur, illarum portiones erunt aequales. Et trianguli in eisdem portionibus inscripti aequales erunt. Diametrum vocat in quacunque portione lineam, quae omnes lineas basi aequidistantes per equalia diuidit. Omnis circuli cuius diameter est maior diameter ellipsis proportio ad ellipsum est velut directè diametri ellipsis ad diametrum transversam. Ex quo patet quod proportio cuiuslibet circuli ad ellipsum est velut quadrati suae diametri ad rectangulum recta, transversa diametro ellipsis comprehensum. Ex hoc rursus sequitur quod ellipsis ad ellipsum, ut rectanguli ex diametris vnius ad rectangulum ex diametris alterius.
- 15 Si conoides & sphaeroides secet plano aequidistanti axi fiet sectio conoidalis similis ei à qua conoides seu sphaeroides descriptum est. Sin autem supra axem plano ad pendiculum erecte sectio circulus erit. Et si secentur oblique fiet ellipsis, modo omnia latera comprehendat. Omnis portio conoidalis rectanguli, quam planum secat, sexquialtera est, cono qui basim & axem eandem habet. Ex quo patet, quod si portio conoidalis rectanguli & sphaerae medietas eandem basim habeant & axem eundem, medietas sphaerae sexquitercia erit conoidali portione. Et si eiusdem rectanguli conoidalis portiones abscindantur erit portionum proportio velut quadratorum axium.
- 19 Cuiuslibet sphaeroidis pars plano per centrum abscissa dupla est cono basim & axem eandem habenti. Si autem non super centrum erit proportio earum ad conum basim, & axem eandem habentem velut coniunctae ex axe alterius partis & dimido axis sphaeroidis ad axem alterius partis.
- 21 Demum proportio partis conoidis obtusi anguli plano abscissae ad conum, basim & axem eandem habentem est veluti lineae, compositae ex axe portionis & triplo adiectae ad compositum ex axe portionis & duplo eiusdem adiectae. Adiectam vocat hyperbolis transversam. Omnis cylindrus cono triplus est habenti eandem basim & altitudinem. Omnes cylindri coni sphaerae sunt in proportionem corporum similium planis superficiebus contentatum.

Propositio sexagesimanona, collectorum ex  
quatuor libris Apollonii Pergei & Q.  
Sereni.

- 1 Si fuerit linea bifariam diuisa, eique in

longum aila addita, & rursus alia detracta, feritque totius cum addita ad eam, quae addita est veluti residui ad detractam erit linea

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| a | c | e | b |
|   |   |   |   |

compositae ex addita, & dimidia ad dimidiam ipsam velut dimidia ad differentiam eius, & detractae. Rursusque linea compositae ex dimidio & residuo dimidia ac detractae ad lineam compositam ex addita & detracta ut residui dimidia, & detractae ad partem detractam. Et rursus totius compositae ad compositam ex dimidia & addita, velut compositae ex addita, & differentia ad ipsam additam. Velut sit proposita a b per aequalia diuisa in c, addita b d, & detracta b e, sit proportio a d ad d b, ut a e ad e b, dico esse, ut c d ad c b, ita a b ad c e. Et ut a e ad e d ut c e ad e b. Et iterum ut a d ad c d velut e d ad d b. In parabola proportio partium diametri ad verticem terminantium duplicata est proportioni linearum ab eisdem punctis ordinatim ductarum ad ipsam sectionem. In hyperbole autem & ellipsi & circuli circumferentia erit quadratorum linearum ordinatim ductarum inter se velut rectangulorum partium diametri ad eandem puncta terminantium. Et in eisdem si à puncto peripheriae contingens ad diametrum ducatur, & ab eodem ordinata erit ut partis diametri interceptae inter extremum, & ordinatam ad partem inter ordinatam & peripheriam, velut interceptae inter extremum & contingentem ad interceptam exterius inter finem contingentis & peripheriam. Et in eisdem quadratum semidiametri aequale esse rectangulo ex intercepta inter centrum & casum contingentis in interceptam inter centrum & casum ordinatae à loco contractus productae. Si parabolam recta linea contingens ad diametrum perueniat, sumptoque puncto alio in sectione aequidistans ab eo ducatur contingenti: & ab utroque etiam ad diametrum ordinatae, demum à vertice aequidistans illis, & à priore puncto diametro aequidistans donec concurrant, erit triangulus ex ordinata, & aequidistante à secundo, puncto, & diametri parte contentus rectangulo ex prima ordinata & parte diametri inter verticem & secundam ordinatam contento aequalis.

Si in parabola contingente ad diametrum ducta ex alio puncto ei aequidistans ducatur ex ipsa sectione, ubi iterum secat sectionem intercepta per aequalia diuidetur linea à puncto contingentis diametro aequidistanti ducta. Idem verò ferme continget ducta linea à centro in locum contactus, secabit enim omnes contingenti aequidistantes in hyperbole, 9 ellipsi atque circulo. Est autem omnis centrum in medio diametri: diameter autem in circulo & ellipsi illas per aequalia diuidit intus etiam est in contraposis inter verticem, & verticem posita est exterius utriusque contin



contingenti ad perpendicularum insistens. In hyperbole autem exterius etiam adiacet, vt in contrapositionis eadem & transuersa vocatur: cuius terminus est punctus concursus cum latere trianguli, qui conum per axem diuidit: linea verò tangens verticem hyperbolis ad quam ordinata possunt, Recta appellabitur. Data recta linea positione, aliaque magnitudine data & angulo parabolæ, & hyperbolæ, & ellipsim, & contrapositionis circa datam positione tanquam diametrum describere tanquam cano erecto, vt angulus ad verticem sectionis comprehensus sit, & per rectam rectangulum æquale comprehendatur quadrato datæ lineæ magnitudine. Si linea in duas partes diuidatur, eique vtrinque æquales lineæ adiungantur erit rectangulum ex



partibus totius æquale rectangulis partium prioris lineæ, & ex priore linea cum vna adiecta in eam, quæ adiecta est. Si hyperbolæ recta linea in vertice contingat, & vtrinque abscindatur, quantum est, quod potest in quartam partem rectanguli ex diametro transuersa hyperbolis, quæ exterius adiacet in eam, quæ recta dicitur, ad quam, quæ ordinatim ducuntur, sunt æquidistantes lineæ, quæ à sectionis centro ad terminos contingentis ducuntur semper ipsi sectioni magis appropinquabunt, nec vnquam conuenient: & ob id asymptota appellatur. Nec vlla alia intra angulum illum inueniri poterunt. Vnde etiam intra datum angulum describere doceemur hyperbolæ cuius anguli latera sint

asymptota. Asymptotis duabus propositis vni hyperbolæ, infinitas alias eidem asymptotas inuenire. Duabus rectis asymptotis infinitas subijci posse hyperbolæ illis rectis, & inter se asymptotas.

Cum in duabus superficiebus æquidistantibus duo circuli æquales, quorum linea per centra non est ad perpendicularum earum infinitis planis secantur, sunt in ipsis lineæ à peripheria in peripheriam rectæ quæ corpus cylindricum claudunt quod scalenus cylindrus appellatur: longè alius ab eo, qui sit recto cylindro per duo plana æquidistantia, sed non ad perpendicularum posita dissecto. nam eius extremæ superficies non circuli, sed

ellipses sunt. Si scalenus cylindrus plano non æquidistanti basi, sed ita vt angulos interiores æquales faciat angulis basis sectio circulus erit: vocaturque hæc sectio subcontraria: nec vlla præter hanc & basi æquidistantem sectio circulus esse potest: sed sunt ellipses. Super eundem circumum, & sub eadem altitudine ellipses similes in cono & cylindro esse possunt, quæ ab eodem plano fiant, docetque vel basi vel cono vel cylindro, aut cono proposito reliqua facere, quod est valde admirabile: cum ellipsis cylindrica semper æqualis sit in vtraque parte à diametro transuersa vtrinque æqualiter

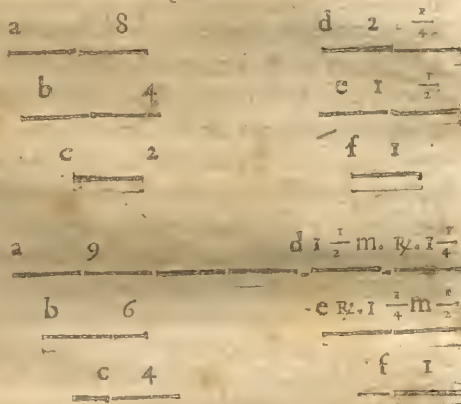
Tem. IV.

distante, conica verò minor necessario sit in superiore parte versus coni verticem latior in inferiore, vbi partes a diametro transuersa æqualiter disteterint: ipsæ autem non solum similes, sed vnā persape in vtriusque esse vult. Sed & hoc Archimedes dicere videtur: lineæ ductæ à vertice coni scaleni ad perpendicularum super bases singulas omnium triangulorum per anaxem coni transeuntium in peripheriam vnus circuli cadunt.

Propositio septuagesima.

Si fuerint tres quantitates in continua proportionē, aliaque totidem in continua proportionē, poterunt constituere tres quantitates in æquali differentia peruersim copulatæ.

Velut sint a b c primi ordinis, & d e cæ f secundi, & sit a 8. b 4. c 2. & d 2. e 1. f 1. tunc iunctis a & e sit 9. b & d sit 3. c & f sit 3. at 3. & 6. & 9. æqualiter distant, nam differentia est 3. At si iungatur cum e, & b cum f,



& c cum d idem poterit contingere: vt in figura vides, nam a e est 8. b f 7. & c d 5. m: 1. 1/2. & differentia b f ab vtroque composito, est 1. 1/2 p. 1. 1/2, qua excedit & exceditur. Dico modo, quasi ex ordine coniungantur qualescunque proportionē fuerint, modo non sint ambæ æqualitatis, vt b iungatur cum c, & reliquæ vt libet, velut a cum d, & c cum f, vel a cum f, & e cum d, nunquam fient æquales excessus, nam de primo est clarum: nam si a cum d iungatur, & ambæ fuerint maximæ, maior est differentia a ad b, quàm b ad c, & maior etiam d ad e quàm e ad f, ideo maior erit differentia a & d ad b e quàm b e ad c f, quod erat probandum. Eodem modo sed laboriosius demonstratur reliquus modus scilicet, quod coniunctio a f ad b e est maior aut minor quàm b e ad c d, ex hoc sequuntur corollaria.

Primum, tres æquales quantitates non possunt diuidi in tres, & tres quantitates in continua proportionē ordinatæ, vt dixi, nisi vtriusque ordinis tres, ac tres inuicem sint æquales.

Secundum, tres quantitates in æquali excessu ordinatæ, vt dixi, non possunt diuidi in tres, & tres quantitates, quæ sint in eadem proportionē quantumcunque

Tt 2 proportio



# 496 Propositio 71.72.73.& 74.

proportiones illæ duorum ordinum sint diuerſæ.

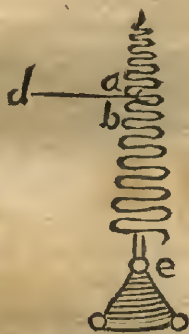
Tertium, tres quantitates, quæ ſint in eadem proportionem non poſſunt diuidi ordinate in tres ac tres, quæ ſint in continua proportionem niſi ſint ambæ proportionem eadem cum proportionem ipſarum quantitatum.

## Propoſitio ſeptuageſima prima

Proportionem leuitatis poderis per virgam torculari attracti ad rectam ſuſpenſionem inuenire.

Cor.  
Propoſ. 45.

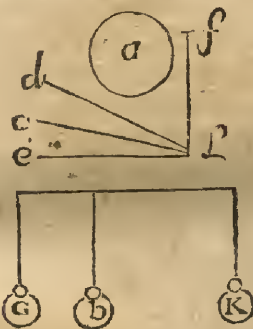
Sit torcularis virga, cuius ſpiræ a b per circuitum ſint centuplæ ad altitudinem a b, & axis d c ſemidiametro b c centupla, & quoniam per ſuperius aſſumpta, qualis eſt proportio ſpatij ad ſpatium, talis leuitatis ad leuitatem, igitur e pondus aſcendens per a b leuius quam per b c rectam centuplo, et ſimiliter cum circuitus b c, & d c ſint in eodem tempore, & circuitus d c, ſit centuplus ad ſpiralem b c per demonſtrata ab Euclide, ergo e erit centuplo leuius circumductum per d quàm b, ſed per b circumductum centuplo leuius eſt, quàm per rectam, igitur e pondus ſolum particulam ex decem millibus recti poderis.



## Propoſitio ſeptuageſima ſecunda.

Proportionem ponderis ſphæræ pendentis ad aſcendentem per accliuæ planum inuenire.

Cor.  
Propoſ. 40. 7. Sit ſphæra æqualis ponderi g in puncto b, quæ debeat trahi ſuper b c accliuæ planum b e ad perpendicularum plani b f. Quia ergo in b e mouetur a, quauis modica vi per dicta ſuperius, erit per communem animi ſententiam, viſ quæ mouebit a per e b nulla:



per dicta verò a mouebitur ad f ſemper, a conſtanti vi æquali g, & per b c a conſtanti vi æquali k, ſicut per b d a conſtanti æquali h, ergo per vltimam petitionem, cum termini ſeruent, quo ad partes eandem rationem ſinguli per ſe, & motus per b e ſit a nulla vi, erit proportio g ad k, velut proportio viſ, quæ mouet per b f ad vim, quæ mouet per b c, & velut anguli per e b fre-

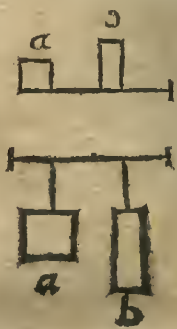
cti ad angulum e b c, & ita viſ, quæ mouet a per b f, & eſt, vt dictum eſt, g ad vim, quæ mouet per b d, & eſt h ex ſuppoſito, vt c b f ad e b d, igitur proportio difficultatis motus a per b d ad idem a per b c, eſt velut h ad k, quod erat demonſtrandum.

## Propoſitio ſeptuageſima tertia.

Proportionem ponderum attractorum per ſiguram in plano inuenire.

Sint duo pondera æqualia in plano a & b, & ſit a ſuperficies qua planum tangit dupla b ſuperficii, qua planum tangit: dico quod ſi trahantur ab imo, quod erunt æqualia: ſuſpendantur, & erunt æqualia ex ſuppoſito, ſed a quieſcens in plano eſt dimidium a ſuſpenſi, & b quieſcens in plano eſt dimidium b ſuſpenſi ex demonſtratis ſuperius, igitur per communem animi ſententiam a & b in plano ſunt æqualia.

Ex hoc manifeſtum eſt, quod proportio virium trahentium pondera in plano eadem eſt, quæ ipſorum ponderum dum ſuſpendantur. Vbi planum æquale ſit, & ſolidum.



## Propoſitio ſeptuageſima quarta.

Proportionem concutientis ad concuſſum ſtabili inuenire.

Intelligo concutiens eſſe ſolidum, quod non frangitur, idque grauitate, & impetu concutere, nam de duritiâ ſupponitur, & grauitas, vt demonſtrabitur in corrolario eſt iuxta ſuperficiem inferiorem ponderi comparatam. Cum ergo motus concuſſionis magnitudo conſtet ex grauitate, impetu & figura, concuſſi autem ex pondere & conuexione: multiplicati inuicem partibus productorum proportio, erit proportio concuſſionis: vt ſit grauitas decem, impetus quadraginta: pondus iſti centum conuexio vt duo, ducemus quadraginta in decem, & ſient quadringenta, & duo in centum, ſient ducenta, igitur concuſſio erit dupla.

Cum fuerit figura rotunda, concuſſio erit integra in puncto: quia ſphæra iacens in plano totum pondus in punctum cogit.

Si autem planum eſt, quod iſcitur, proportio totius ad totum eſt minor, quàm partis ad partem pro ratione quantitatis latitudinis. ſed maior ratione aëris comprehenſi de quo infra.

Cum proportio minor fuerit ſtabile, non poterit in ſolido plano moueri: aliter fieret motus à debiliore, & per præcedentem etiam poſſet pari ratione eleuari.

Cumque ſtabile non mouetur, & omne agens agat aliquid neceſſe eſt, vt ſtabilis partes cedant, aut diſſoluantur. Quanto, ergo magis cedit, tanto minus diſſoluitur.

Cauſæ igitur quæ alleuiant iſtum, ne diſſoluatur, ſunt ſeptem leuitas iſtus, ponderis fractura



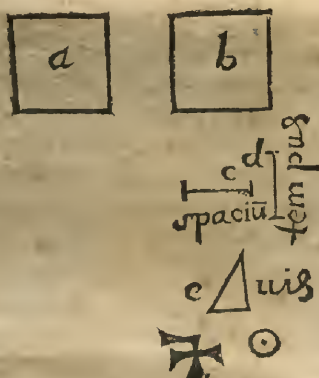
fractura, mollities eius, quod icitur, mollities eius, quod excipit ictum motus eiusdem & figura lata, & inæqualis. Durities ergo, quatenus fracturæ opponitur, aliud est, quam ut mollitiei: & vtraque est causa, quæ augget ictum, ut reliquæ oppositæ minuunt, dicemus autem de his inferius.

*Propositio septuagesimaquinta.*

Proportionem immoti in aqua ad immotum in terra in excipiendo ictum inuenire.

Cor.

Sit pondus a in terra æquale b eiusdem naturæ, magnitudinis figuræ, & eodem in situ, quod sit in aqua porro a, si esset affixum terræ oportet, ut conuellatur, aut dissoluatur, aut frangatur. Et clarum est, quod totum ictum excipit. Si verò affixum non sit, euertitur, & tanto minorem partem excipit ictus, quanto facilius est ad euersionem. Vnde nata fabula de quercu quæ cum immobilis esset,



& staret vento euersa est, arundo flectendo se, cecidit quidem, sed non est eradicata. Sermo igitur est de b insidenti aquæ in comparatione ad a, quando excipit plenum ictum. Cum ergo b tangitur, excipit plenum ictum illo instanti, sed quia non excipitur ictus cedente materia, & antequam materia cedat b mouetur loco, quia incidet aquæ, ergo non excipit ictum. Proponatur ergo, quod moueatur b per c spatium in d tempore, & sit, ut idem b ab e vi trahatur per idem spatium in eodem tempore ex loco directo ad eandem partem: qualis ergo proportio e ad b, & ærem, qui cum eo resistit, talis proportio ictus f grauis puta in a ad ictum  $\mathcal{V}$  in b. Quia per demonstrata superius proportio f ad a producit ex proportionibus e ad b, & a ad e, ergo diuisa proportione f ad a per proportionem c ad b exibat proportio ictus  $\mathcal{V}$  in a ad ictum  $\mathcal{V}$  in b quod erat demonstrandum.

Propos. 2.  
Per 42. &  
43. Propos.

Cor. Ex quo patet, quod b quanto mollius, leuius, & strictius in imo, & in tenuiore aqua, eo minus lædetur. Et quanto ictus lentior fuerit etiam quod sit grauius  $\mathcal{V}$ .

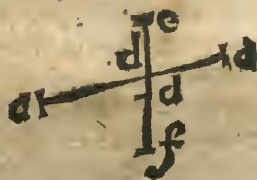
*Propositio septuagesimasexta.*

Proportionem duorum mobilium sibi  
Tom. IV.

inuicem concurrentium per rectam inuenire.

Iam cognito, quod mobilia, quæ loco mouentur per præcedentes, sed omnino quiescunt integros excipiunt ictus: alia quidem, quæ concurrunt non omnino resiliunt, alia verò resiliunt, & quæ resiliunt minores excipiunt ictus, sequitur ut diuersa sit comparatio: nam erunt quæ stando excipient ictus, & hæc integros ut muri, & quæ concurrento, nec resiliendo, ut equi cursu incitati, & quæ stando, sed resiliendo, ut naues stantes: & quæ concurrento, resiliendoque ut naues ventis, & triremes ab impulsu: bifariam ergo contingit intelligi, quod proponitur. Sed in vtroque etiam sensu varietas est: nam ut concurrat pars altera celerius, ita etiam magis concutitur. Et ideo sit, ut proportio ictus sit in comparatione ad grauitatem dupla, & concurrant æqualiter, & sint æquæ grauiæ, & neutrum resiliat, erunt in proportionem quadrupla, & eodem modo si vtrunque resiliat. At si diuerso impetu ferantur, ut dixi, tria erunt præcipue considerata grauitas seu pondus, impetus, & air resiliat. Quanto enim grauiora fuerint, & maiore impetu agentur, & non resilierint eo maiorem ictum recipient: quanto leuiora, & minore impetu, & magis resilierint, minus lædentur. Sed & in debilitando ictum considerare oportet tria, quod resiliat; quod diffugiat quod circumuertatur: resiliant naues, si rostris concurrant pleno in ictu: si verò non pleno ictu concurrant, sed diffugiant hoc experimento compertum est minimum esse ictum: si rostro transuersum nauis feriat medium, est hoc.

Sit ergo ut a b nauis tangat rostro b c sic ut diffugiat, erit hypomechlium c, & si tangat e f hypomochlium est in d dupla, ergo est c b ipsi d e, igitur ictus duplo minor excipitur à



c b quàm e f. Est etiam tempus longè maius quo excipit ictum e f, quàm b c: statim enim discedit b c occurritque aliis partibus, in c f autem impingit, & angulus a d c est longè maior recto, quàm a b f: ob hæc igitur longè maior est ictus c f quàm b c: vocant autem hoc declinationem.

*Propositio septuagesimasextima.*

Proportionem motus obliqui ad motum rectum in nauibus inuenire.

Cum ventus fertur ad puppim recta, nauisque gubernaculum dirigitur, tendunturque vela ac expanduntur summa in parte mali, tunc motus est velocissimus: fingamus autem, quod omnia ad idem tendant præter ventum, qui non directus

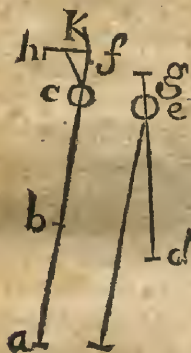
Cor.

Cor.

T t ; sit



fit ad puppim, sed à latere, vt vides, & temo fit in contrarium tantundem directus, & supponamus pro nunc, quod velum sit solum in anteriore parte naui, nam secus esset nimis magna differentia, quod naui vna ageretur tribus malis alia vna: Quæritur igitur proportio motus b c ad motum d e: fiat ergo c f æqualis e g, ita vt f angulus rectus sit, & manifestum est, quod h c maior est c f, cum ergo angulus f rectus



fit, quanto maior erit angulus h c f, tanto maior erit proportio h c ad c f, quod est primum a, inde noto angulo h c f per ea, quæ tradita sunt ab Astrologis de sinu & arcu erit nota proportio c h ad c f, ideo ad e g fiat ergo c k æqualis c h, igitur c k erit maior e g, si ergo perambulabit æqualiter c, vt c h erit temporis motus e g ad motum e f, vt c k ad c f, igitur cum nota, sit c k, est enim æqualis c h, erit temporis ad tempus proportio nota. Quod autem in æquali tempore mouebitur naui per c k & h c patet ex assumpto inferius declarando.

Propos. 99.

## Propositio septuagesimanoctaua.

Cor.

Propositionem naui ad triremes quotuis concurrentes demonstrare.

Propos. 74.

Sit naui deferens pondus decuplo maius triremi, & constat, quod impulsu æquabitur decem triremibus, vbi flante vento e puppi æqualiter feratur in aduersum, quantum triremes vi hominum. Sed quoniam triremes impediuntur à vento licet sine velis, sint habent enim & ipsæ malum, & velum, sed exigua comparatione nauium, ideo ictus ille multo validior est ex demonstratis. Cum verò vis illa simul sit, liquet, quod hoc in casu nisi machinæ obstarent vna naui mille posset obruere triremes disunctas per tantum spatium inter se, quantum est id, in quo naui potest venti impulsu recipere. At impedimentorum maximum sunt machinæ, quæ in nauim collimant à lateribus, cum triremes quaquà versum se agant, & ob id proram solam exponunt ictibus, in quam difficile est collimare, & si tangatur pars ea robustior est, nec periculum euerisionis adeò incurrit, vt à lateribus: nec enim adeò angustum est a prora ad puppim naui, quam à latere ad latus: his tot causis minus est obnoxia machinis triremis, quàm naui. Sed & alia causa est, quoniam necesse est vt

ob angulum laterum ad proram ictus dilabatur sapius solum traiecta superficie. Secundum impedimentum est à vento, si valde obliquus sit, nam ad rectum impulsu, multum debilitatur: aut si inconstans sit, viribusque remittatur. Tertium verò si triremes inuicem connexæ sint, ac se tangant, in quas naui dirigitur. Sed & hoc infra demonstrabitur nauim, vt leuior fuerit facilius elabi, sed vt pondere magis onerata grauiore ictus inferre: ob hoc triremem inuenerunt mediam maximi vsus ἀμφοτέρω. Galeonum vulgò vocant.

Propos. 100.

## Propositio septuagesimanona.

Proportionem medicamentorum purgantium inuicem declarare.

Scio, quàm multa concurrant: etiam per se ad purgationem multitudo humorum præparatio locus propinquus, sed nobis sermo est pari sub conditione, vt sit dimidia vncia Cassiæ nigrae in tribus vicibus expurget libram humorum, & velim scire ab vna vncia, quoties expurgabitur, & quantum. Dico, quod in scamonio, & agarico hæc ratio deprehendi potest: in his autem medicamentis, quæ magis leniunt, quàm à proprietate educant, vt est cassia nigra, ratio hæc non valet, quoniam feces quandoque pro maiore parte educuntur, ita vt etiam multiplicato medicamento desit, quod educatur. Et quamuis humores iuxta proportionem trahat, cum tamen feces proportionem non seruent, sequitur: vt aggregati ad aggregatum proportio non seruetur. At non est facile postmodum internoscere feces ab humoribus, quocirca videtur proportio illa confundi. Quod si medicamentum leniens, fiat ob quantitatem purgans humores, vt de multa cassia nigra, tunc non potest assignari illa comparatio nisi vt est medicamentum purgans. Et sit gratia exempli, primum vt grana sex scamonij purgent aliquem ter, & vncias decem bilis, dico iuxta rationem suprapositam, quod grana duodecim purgabunt iuxta proportionem duplam sexquialteram, si duo grana nil purgant, sed commouent. æqualia enim sunt: vt quatuor sint dupla, & sex tripla, & mouent ter, quia sexquialteram habent proportionem ad excessum, igitur duodecim duplam, & sexquialteram ad quatuor, nam decem ad quatuor est dupla sexquialtera, & purgabit septies cum nixu libras duas ferme bilis. Vt comparatio fiat excessus ad vim quæ resistit eodem modo. In cassia ergo nigra si vncia vna non purgat sed lenit tantum, & duæ vnciæ purgant ter, & libram vnam bilis, tres vnciæ duplam habent proportionem iuxta excessum ad vnam, excessus igitur duplum purgabunt, & duplo magis, id est præter feces libras duas bilis in sex vicibus.

Co.

Ex conuersa  
18. quæ.

Propos. 37.

Propos. 41.

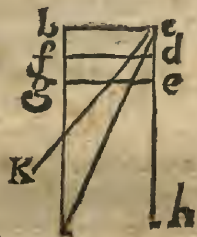
Propositio



*Propositio octuagesima.*

Proportionem motus secundum obliquum ad rectum in spatio declarare.

*Cor.* Hæc videtur similis superiori euidam propositioni, sed tamen in hoc differt, quoniam in c a supponimus nauim moueri, vt concutiat, hic autem iuxta motum solum: vt proponamus b nauim ferri versus a vento recto ex b in a: sit autem ventus ex c in a mouens nauim ex b in a: non enim mouebit vt quidam putant in ratione c a ad b a: vt si c a sit sexquiquarta ad b a, vt æquali impetu ex b &



c flante vento moueretur tardius per c a, quam per b a, quia æqualiter ex supposito: ergo tanto tardius c fertur in a, quam b in idem quantum longior est c a, b a igitur si b perueniet in a in quatuor diebus

c perueniet in idem a in quinque diebus. Hoc enim est per se manifestum: sed non querimus id, sed vt vento c a æquali per c a ei, quiescit b a per b a, vbi b moueatur vento c a per b a, quanto tardius mouebitur. Mouebitur enim tardius ad a per b a, quam per c a, at per c a tardius, quam ex b in a per æqualem vim, ergo multo tardius ex b in a per c a ventum, quam per ventum ex b in a. Querimus ergo compositionem horum, vt sit c nauis, quæ debeat transferri ad a per ventum ex b, & sequitur, quod tardius, quam ex c per ventum ex c in a, & tardius ex b per ventum ex c in a. Ergo malus, qui in prora est conuolutus eo, qui est in puppi, vt etiam Aristoteles docet tantundem nititur ad rectum ex c in æquidistantem locum ab a quantum c distat a b contra temo, qui in puppi est dirigetur ad h, & si validius sit ventus etiam adiuuante temonem, seu contra nitente, quantum licet mobili pondere nauis ad id latus, premitur enim nauis, quasi submergi debeat, vento in aduersum premente, ut si ventus repente huic contrarius exoritur, periculum subeat, ne obruatur. Cum ergo ventus ex b feratur, æquidistans c h, & c feratur, per temonem in k, & ab oppositis æqualis actio sequatur, imò tota impeditur, ex c in h feretur iuxta proportionem anguli, quem constituit h c cum a c ad totum rectum. Si igitur ex c in a debuit ferri in duodecim horis ob vim venti, & via longitudinem, angulus verò h c a sit sexta recti pars, feretur ex c versus a ad quantitatem b a in quatuordecim horis: igitur rursus quanta est proportio c a ad b a tantum est temporis, in quo fertur ex c a ad quatuordecim horas per ventum b a.

*Propositio octuagesima prima.*

Qualis sit angulus, per quem potest moueri nauis ad rectum explorare.

Cum in præcedenti propositione osten-

sum sit angulum k c a oportere esse æqualem angulo h c a, vt feratur, c in a vento c h, nec tamen prorsus, sed temo magis inflectit versus k quam ventus cogit versus h: sicut contra maiori vi ventus dirigit ad h, quam temo ad k, vt necesse sit nauim flecti ad k pondere, ideo si ventus esset transuersus periclitaretur, necesse est, vt per omnes ventos, qui ferunt ab ea, quæ ad perpendicularum super c a, & sunt quatuordecim: sed quoniam, vt dixi, pondere adiuuante vis venti minor sit, necesse est, vt per ventos debiliores feratur magis ab extremis, qui prope perpendicularum sunt: ita vt numerus omnium sit, cum leuissimi fuerint, quatuordecim, cum violentissimi, tres tantum proprius, & qui distant trigesima secunda parte totius circuli, id est partibus vndecimi, cum quarta reliqui vndecim, medij sunt: vt tanto plures assumi possint à Nauclero, quanto molliores sunt venti, tanto pauciores, quo violentiores. Tutius autem fuerit in validis ventis dirigere nauim per ventum proximiorum, quam per ipsummet, qui rectè tendit ad locum. Veluti tendat nauis ex a in b, ventus tendat in c validior, cumque magnus fuerit angulus c a b, vt potè dorans totius recti, vt esset temo dirigendus ad sextum ventum altrinsecus dirigemus solum ad quintum, vt feratur in d, & hoc erit tanto celerius, & celerius feratur per a d & d b, quam si nauis recta lata esset ex a in b in super tutius.

*Propositio octuagesima secunda.*

Proportionem velorum indagare.

*Cor.* Vela tribus in locis disponi solent dolo b, quod in prora constituitur, & in malo, qui ponitur in medio ratione, quæ inferius ostendetur, sed non ab vnguem, quia cum malus in anteriorem partem à vento impellatur, si esset in medio, semper præmeretur nauis in anteriorem partem, ex quo duo magna incommoda sequerentur: primum vt periculum subiret, ne inuersa in anteriorem partem submergeretur. Secundum ne pressa in parte anteriore difficiliter aquas diffecaret, & ob id longe tardius moueretur. Propter hæc duo incommoda igitur malus etiam, si vnicus esset (quod vulgatissimum maioribus nostris fuit) in parte magis proræ proxima locabatur à gubernatoribus, vt esset quasi in triente à rostro in besse à puppi: Rarum fuit, & memorabile, quod nunc passim habet olim Antigoni τριαιδύοι, velorum trium quorum postremum Epidromus vt ipsa voce intelligamus non fuisse velum in malo ipso medio. sed in puppi constitutum. Causa Dolonis inferius exponetur: quod autem esset paruum, & omnium minimum, vt nauis facile ab eo inuerteretur. Vnde etiam nunc minus minime habent tam quantitate, quam etiam altitudine, quod vocant Trinchetum, solum enim sustinet nauim, quæ à ventis, vel vndis mergi solet, ab vndis vbi homilior est, à ventis à lateribus, et anteriore parte. Vnde humile,

*Quest. 7. Mechanica.*

*Cor.*



humile, & exiguum velum efficit, ut na-  
uis anteriore parte levis, nec mergatur  
prona à ventis, nec aquas ea excipiat, nec  
tamen impelli potest. naus in scopulos, nec  
euerti ob causas dictas: ob quæ in magnis  
tempestatibus hoc ipso duntaxat uti solent.  
Quod etsi nimium leuierint, etiam illud  
demittunt, & si fieri potest, etiam malum  
ipsum quamuis sine velo sit. Sed plerunque  
circumuolutam, & implicatam solet an-  
teannam annexam, atque suspensam habe-  
re. Sed & ne naus prorsum obruatur, quo-  
niam ea pars omnem ventorum vim exci-  
pere solet, & ut leuissima sit iidem Guber-  
natores puppim multa arena, lapillisque  
onerant. Ergo velocitas naus à ventorum  
impetu, eorumque rectitudine à velorum  
magnitudine, & loco humiliore, aut subli-  
miore habetur: tum naus leuitate & forma.  
Quæ enim non merguntur ut *Spoudes* (sic  
enim vocat Aristophanes) eas, quas nunc  
vulgus fregatas appellat) quasi aquas inna-  
tantes cursu sunt velocissimæ. Et longiores  
latis. Post has sunt, quæ carinam habent  
tenuem, ut facile aquas diuidant. Ultimo  
loco, quæ quasi mediæ, ante quidem ten-  
ues, post latiores ad velocem cursum, &  
ferendum onera aptæ, & humiles altis: &  
leui ex ligno. Sed nos de velorum varia-  
te loquimur, non ea, quæ ad malos per-  
tinet. Constat enim medio loco plus moue-  
re, quam in extremis ut infra docebimus.  
Antiquo enim tempore opus non fuit malo-  
rum multitudine, quoniam syderibus vias  
dirigebant ob id non ad amissim, quoniam  
linea dirigi non poterat maxime ob motus  
obliquitatem in circulo visus: ideo, mali  
multi confusionem in cursu, & impedimen-  
tum: in naui, maiusque periculum attulissent.  
At nunc inuenta pyxide, & lapidis Hercu-  
lei auxilio pluribus locis vela disposita me-  
lius dirigunt iter, ut quasi crassa minerua  
depictum, & potestate deformatum, ad  
amissim contrahant. Motus ergo magnitu-  
do non simpliciter constat, sed comparatio-  
ne superficiei veli ad velum longitudine qui-  
dem, ac latitudine conflata per multipli-  
cationem. Altitudinis quoque ut infra ex-  
ponetur. Ex quorum omnium ductu, quasi  
cubica, vel triplicata ratione, ut superius  
ostensum est, ratio velocitatis motus na-  
uium conflatur.

Propos. 86.

Propos. 42.

## Propositio octuagesima tertia.

Proportionem recessus à recta via ad ob-  
liquitatem inuestigare.

Cor.

Sit naus in a itura in b (ventus rectus ad c  
medius ad e) per obliquum, cum ergo tardius  
moueatur per a e quàm a c & per a b, quam  
per a d, & sint ad perpendiculum b e, b d  
quas constat esse breuissimas earum, quæ  
ab a c & ad a d. Quæritur igitur quando  
velocius ferretur ad b, an cum per a c, c  
b, an cum per a d, d b, an cum per a b  
simpliciter. Et constat quod a d & d b lon-  
giores sunt a b, istud enim demonstratum  
est ab Euclide in primo Elementorum, dico  
modo a c, & c b esse longiores a d & d b,  
nam quadrata a d & d b & a c & c b sunt

Propos. 20.

æqualia quadrato a b per dicta ibidem, & *Propos. 47.*

ideo quadrata a c & c  
b æqualia quadratis a  
d & d b, sed a d est  
longior a c, quia ducta  
e d angulus d c a est  
obtusius, igitur ad ma-  
iorem a c per decimam  
nonam primi Elemen-  
torum: quare per com-  
munem animi senten-  
tiam quadratum a d  
maius est quadrato a  
c, quare rursus per  
communem animi sententiam quadratum  
c b maius est quadrato d b. Cum ergo qua-  
drata a d & d b æqualia sint quadratis a c &  
c b, & a d sit maior a c & c b maior d b,  
sequitur per nonam secundi Elementorum,  
quod a c & c d sint maiores a d & d b pariter  
acceptis. Si ergo maior fuerit excessus  
quàm proportio motus per temonem cohi-  
biti, ut supra visum est, tardius mouebitur  
per a d, d b quàm a b per a c, c b quàm  
per a d, d b, sed si contra maior sit propor-  
tio motus cohibiti à temone ad motum li-  
berum quàm excessus ad excessum velocius  
mouebitur per a d d b, quàm per a b, &  
per a c quàm per a b. Accedit huc e incom-  
modo longioris viæ, quod vento a c non po-  
terit ferri naus ex c d in b, quoniam antea  
ægre ferebatur: & nunc ægrius per c b quàm  
a b, plus enim distat ventus a c ab itinere  
c a quàm à vento a b, ut visum est superius,  
igitur multo melius est (ni quid obster) ire  
per a b, quàm per ullam aliam viam: nisi sta-  
tiones sint in c d, vel periculum imminet  
in a b. Vbi tamen venti secundarent, tan-  
tum est virium in recto cursu, & æquali  
velocitate ferretur citius ex a in b per a d d b,  
& etiam citius per a c, c b in b quam per  
ipsam a b, quod fuit propositum declarare.

Propos. 47.

Per. 81.  
Propos. 47.

## Propositio octuagesima quarta.

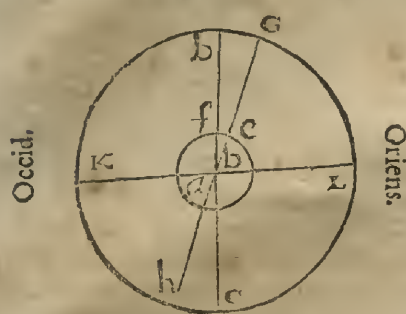
Distantiam centri terræ à centro mundi  
per motum lapidis Herculei declarare.

Cor.

Non me lateat Aristotelem existimare  
centrum mundi esse centrum terræ illudque  
probasse, quod tamen ex demonstratione  
nostra mathematica apparet nunc subij-  
ciam, & quid ad illius rationes dicendum sit,  
alias etiam dicendum erit: nam liber hic, ut  
mathematica decet, esse debet ab omnibus  
contentionibus absolutus. Constat sanè non  
esse propriam vim lapidis illius, ut qui non  
sit circumscriptus sed frustulum quoduis id  
potest, neque per se, sed in ferro & pendu-  
lo, nec fieri potest, ut sit illius tamquam  
speciei vnus lapidum, sed quasi perfectæ  
portionis cuiusdam generis terræ, quæ ab-  
soluta sit, cuius indicium est illius copia,  
neque enim vllibi non inuenitur, & vbi  
ferum effoditur, ut in Illa Insula Tyrrheno  
mari, est ergo ferri vis terræ maritæ, quæ  
perfecta in suo genere, vbi vim fecundam  
acceperit à masculo scilicet Herculeo lapide,  
quærit primum ut descendat, vbi hoc non  
possit saltem quærit, ut quiescere possit. Ut  
ergo quiescat à motu cœli qui est ab Oriente  
in



in Occidentem iuxta axis cœli situm se dirigit, quod ille solus quiescat in suo motu, vel  
Cptent.



Merid

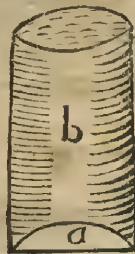
saltem tardissimè moueatur: indicio est quod si extra situm acus ferrea imbuta eo lapide ponatur, statim tremit vehementer, adeò vt nec momento vlllo consistat, sed miserè & grauiter torqueri videatur, non ergo quod sentiat polorum locum qui tantum ab est ab illa, vt nec ab homine perito mathematicarum, sed quod vix illa cœli sentiat circa centrum mundi. Cuius indicio est Oceani maris, aquarum fluxus & refluxus. Duos ergo habet motus terra perfecta, seu ferrum lapide Herculeo imbutum sub ordinatos imperfectum perfecto: perfectus est, vt descendat ad centrum terræ, vt ibi quiescat: imperfectum, cum à perfecto prohibetur, vt quiescat saltem extra centrum cum inclinatione ad centrum, et hoc fiet si secundum longitudinem acus dirigatur per axem mundi, cum situ tamen descensui ad terræ centrum proximore, vt sapius superius declarauimus, dum de motu grauium & præcipue libræ, & centro gravitatis loqueremur. Quibus demonstratis tum experimento tum ratione à Fortunio Affaytato Cremonensi Medico, cum per hæc postmodum cogeretur fateri acum ad polum tendere, cum tamen tendat à dextro latere scilicet ab Oriente nouem partibus, seu decima parte vnus recti in centro terræ, quæ est quadragesima totius ambitus cœli. Statuatur centrum mundi a, & b a c axis, secundum quam mouetur motu diurno, ita l a dextra exit oriens, k a sinistra occidens, & statuatur d centrum terræ, seu suprâ seu infrâ, non tamen in linea b c, sed vel suprâ in dextra parte, vel infrâ in sinistra, ita vt ducta linea per illud punctum arcus bg sit nouem partium. Constituta ergo acu in e puncto, vbi linea h ad g secat peripheriam terræ dico, quod acus dirigetur per h g, & non per b c, nam acus mouetur ad centrum per eam, & in eo situ tota dirigitur, quia omnes partes grauis consentiunt in motu principi gravitatis ad centrum, hoc enim demonstratum: nixus ergo est vt moueatur per cd, & in eo nixu qui est quies custodit lineam axis, quæ est a b, vt quiescat, ergo non quiescet, nisi in linea d g, quod erat demonstrandum. Quæ autem sequuntur ex his corollaria omnia concordant cum experimentis. Ergo hic sermo est demonstratiuus, vt enim bene dixit Auerroes: Sermo demonstratiuus satisfacit omnibus problematibus quæ contingunt circa principale quæsitum. Ex

hoc ergo patet, quod angulus distantia d ab a in latitudine est decima pars recti, et quod quanto magis distat in longitudine centrum terræ à centro mundi, tanto etiam minus distat in latitudine. Hæc enim sunt demonstrata clarè in mathematicis. Vnde fieri posset quod hæc quantitas distantia esset, res, per quam exigua etiam si non esset maior quatuor digitis sufficeret, modo etiam per valde paruum spatium distaret ab eodem in longitudine. De causa autem huius differentia aliàs dicendum erit, hic locus non est, sed sufficit scire quod ita sit, quod si mobilis sit punctus d, clarum est aliquando futurum vt minus distet g à b, aliquando vt sit idem. Ex qualiscunque motus sit, necesse est eam distantiam variari.

Propositio octuagesima quinta.

Proportio ponderis vnus grauis ad aliud sub eadem mensura est, veluti eiusdem ad differentiam ponderis vasis repleti ex altero graui, & ex ambobus detracto priore. Cor.

Sit aurum a, & liquor b, quæ repleant vas c, & pondus amborum sit librarum quadraginta, & vas repletum liquore solo sit librarum xxix, aurum autem sit ponderis librarum xij, igitur reliquum erit ponderis xxvij, differentia ergo vasis pleni, & non pleni liquore est libra vna, pondus auri est librarum duodecim: dico quod auriponceus est duodecuplum ponderi liquoris, & si fuisset pondus amborum libræ xxxix, manentibus reliquis, sequeretur quod pondus liquoris esset xxvij, & quia plenum vas supponitur esse librarum xxix, esset differentia libræ ij, at auri pondus est libræ xij, igitur proportio ponderis auri ad liquorem esset sexcupla. Nam si vas plenum liquore ex supposito est librarum xxix, & cum auro xl, gratia exempli, & auri pondus est xij, igitur liquoris pondus est xxvij librarum: sed cum liquor sit corpus similitum partium, igitur loci ad locum, vt ponderis ad pondus ergo dum adest aurum, liquor occupat xxvij partes cxxxix, totius vasis igitur aurum continet vnam partem tantum, & & cum aurum pondus habeat librarum xij, & liquor vnus: quia totum vas cxxxix librarum dum est plenum, & est diuisum in xxix partes, igitur pondus vnus partis liquoris est vna libra, igitur pondus auri est duodecuplum ad pondus liquoris quod fuit propositum.



Ex quo sequitur quod si ducatur pondus illud partis per pondus repleti vasis ex alio graui, & productum diuidatur per differentiam illam, prodibit pondus vasis repleti liquore graui. Cor.

Exemplum, si pondus auri fuerit librarum xij, pondus vasis repleti liquore xxix librarum, pondus auri & liquoris repleti



vas xxxix librarum, ducemus xij in xxix fit cccxlvij, diuido per ij differentiam xxvij ponderis vasis, repleti ex ambobus detra-  
cto auri pondere, & xxix ponderis vasis re-  
pleti liquore exit clxiv, & tantum auri  
vas illud continebit, nam cum duæ partes  
quas occupabat aurum essent ponderis li-  
brarum xij, totum quod erat partium xxix,  
continebit decies & quater cum dimidio il-  
lud aurum xij, aut ductum in xiv cum di-  
midio, efficit cclxxiv vt prius.

## E X E M P L V M.

Quia ergo in superiore propositione do-  
cui, quod ferrum est vera terra; volui scire  
qualis esset proportio ferri ad aquam. Ac-  
cepi viceum cuius aqua dum plenus esset  
ponderis, fuit vnciarum sex, & septuncis  
vnciæ, & septuncis duodecimæ partis vn-  
ciæ & pondus ferri vnciæ septē, & triens vn-  
ciæ & triens duodecimæ partis vnciæ: & va-  
sis aquæ & ferro eodē repleti vnciæ tredecim,  
& duodecima & septunx duodecimæ partis  
vnciæ. Detrahemus ergo vij & trientem &  
duodecimæ. i. 7 &  $\frac{6}{144}$  pondus ferri ex  $12\frac{10}{144}$ ,  
& relinquentur  $5\frac{99}{144}$ , petrahe ex  $6\frac{17}{144}$ ,  
pondere aquæ totius vasis relinquentur  $\frac{17}{144}$ ,  
diuide 7 &  $\frac{6}{144}$  per  $\frac{17}{144}$  exit proportio ponderis  
ferri ad pondus aquæ 7  $\frac{15}{17}$ . Et hoc est proxi-  
mum ei quoddixit Philosophus de propor-  
tione ponderis terræ & aquæ.

Cor. 2.

Ex hoc patet solutio problematis cuius-  
dam propositi aliasque minus bene soluti  
cum causam habeat manifestissimam, sci-  
licet quod vase aqua pleno impositis sensum  
centum aereis coronatis nihil affunditur,  
non quod quicquā absumatur in metallo, sed  
causa est quod cum aurum sit duplum pon-  
dere ferro, erit ex demonstratis sexdecuplum  
ad pondus aquæ. Igitur cum sit proportio  
ponderis auri ad differentiam spatij eadem, si  
sit vas aquæ ponderis librarum vnus & mediæ,  
erit pondus totum xxij vnciarum, igitur  
aqua deficiet solum ex decima octaua parte  
seu crescet ex impositione auri, sed illa  
pars in tumore aquæ absumitur, non so-  
lum, quia dum aureos imponimus plana  
solum sit, sed quia  
non ex quavis ro-  
tunditate defluit, ali-  
ter in vreo tam exi-  
guo non posset appa-  
rere rotunda: quod  
enim rotunditas to-  
tius terræ, quæ etiam  
planam ostendit to-  
tam vnā regionem



ad rotunditatem quæ apparet in exiguo vreo aquæ. Est igitur rotunditas illa potius ob  
lentorem aquæ qui augetur à lentore ar-  
genti, & etiam magis auri, cum sensu di-  
gitorum percipiat.

Cor. 3.

Ex hoc apparet ratio quomodo Archi-  
medes potuerit deprehendere coronam à  
Hierone propositam quantum auri & ar-  
genti contineret. Sit ergo vas a b aqua ple-  
num ponderis vnciarum triginta, & cum  
libra auri sit ponderis vnciarum quadragin-  
ta vnijs, & cum libra argenti ponderis

vnciarum quadraginta cum dimidio, igitur  
erit auri pondus ad aquæ pondus duodeci-  
plum, argenti autem ad idem octuplum,  
quare auri ad argentum pondus lexquale-  
rum. Ponamus ergo quod corona imposita  
ex auro & argento solo fabricata ( hoc  
enim supponere oportet ) fuerit vnciarum  
sexaginta, pondus autem aquæ contentæ  
cum corona in vase vnciarum vigintiqua-  
tuor cum dimidio, scilicet totum octuaginta  
quatuor cum dimidia, erit ergo proportio  
ponderis coronæ ad pondus aquæ, vt cxx  
ad xi, aurum igitur est proportionem duode-  
cuplum, argentum autem octuplum, co-  
rona vt cxx ad xi. Constituantur sub eis-  
dem rationibus ducendo lxxxvij. cxx.  
cxxxij: hoc est ac si dicamus, accipe partes  
ex cxxxij & lxxxvij, tot vt faciant inte-  
grum & componant cxx. Et idcō reduces  
ad minores numeros, scilicet xxxij. xij.  
& xxx. & operaberis per regulam de conso-  
latione monetarum, quas ponemus infra,  
& fient auri partes octo & argenti partes  
iij, nam cum duxeris iij. in octo pondus ar-

|        |       |     |
|--------|-------|-----|
| xxxij. | xxij. | xxx |
| ij     | vij   |     |
| xi     |       |     |

genti fiet xxiv, & cum duxeris vij in xij,  
pondus auri fiet xvi, igitur totum pondus  
erit cxx, diuidendum per xi, aggregatum  
partium auri & argenti, ita verò vncia ad  
vnciam, vt tota corona mista ad coronam  
puram auri & argenti.

Ex hoc etiam patet modus cognoscendi  
proportionem grauium inuicem per solam  
aquam, velut auri ad plumbum, ad lapi-  
des vel æs, aut æris ad lapidem & similia,  
vt in præcedenti operatione deprehendisti:  
nam cum sit nota proportio auri ad aquam  
& æris vel lapidis ad eandem, erit auri ad  
æs vel lapidem nota.

Et similiter sciemus per hoc accipere  
partes diuersorum, quæ iunctæ faciant con-  
stitutum pondus. Velut volo facere massam  
ex melle & aqua, quæ  
impleat vas, quod  
mellis continet quin-  
decim, aquæ duode-  
cim, volo vt conten-  
tum sit ponderis qua-  
tuordecim, operabor, vt in consolationi-  
bus, ponam duas partes mellis & vnā  
aquæ, vt vides in operatione à latere.

|    |    |    |
|----|----|----|
| 12 | 15 | 14 |
| 2  | 1  |    |
| 3  |    |    |

## Propositio octuagesima sexta.

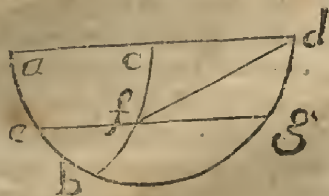
Si circuli inæquales, seu in sphaera, seu  
in plano se secuerint nunquam oppositos an-  
gulos æquales habent.

Capiantur tres quartæ circuloꝝ ma-  
gnorum a b, a c, b c & alia b d ad rectos  
angulos eruntque vicissim poli, & du-  
catur per medium parallelus, erit ergo e f  
æqualis e g, & f e æqualis f g, sed basis  
c g est quarta circuli, & basis c b dimi-  
diū quartæ circuli eo quod tota b a est  
quarta

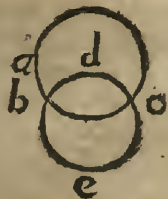
Cor.



quarta circuli, igitur per modum 25 primi Elementorum quæ tenet, erit angulus  $c f g$  maior opposito  $c f b$ . Hoc autem tenet in



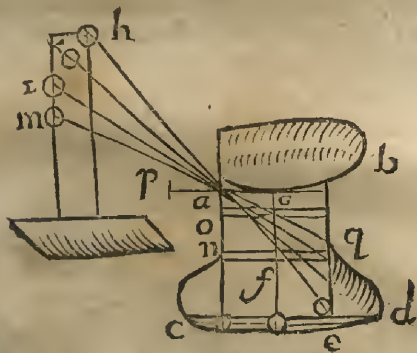
eiusdem rationis superficiebus, quales sunt hæ, quæ sunt superficies eiusdem sphaera, posset etiam demonstrari per modum quartæ primi Elementorum. Et etiam constituta sphaera  $e f g$ , cuius hic circulus esset maior circulus, & non tangeret nisi in illa linea sphaera maiorem & utrinque secaret eodem circulo. Et etiam per cordas & trigonos rectilineos, auxilio tamen regulæ dialecticæ. Ex hoc sequitur auxilio regulæ dialecticæ, quod in omnibus parallelis  $a c d$  &  $e f g$  cum  $b c$  circulo maiore, & per aliam regulam dialecticam in omnibus circulis inæqualibus inter se ad æquales angulos secantibus & ex tertia demum regula dialectica, sequitur in omnibus circulis inæqualibus se secantibus ad quemvis angulum in sphaera superficie. Sunt autem hæ regulæ mediæ inter axiomata & demonstrata. Et ex logica propria illi arti. In plano autem spatium  $d b c$  minus est  $a b c$ , sed spatium  $c b d$  est unum, ergo per communem animi sententiam spatium  $a b d$ , maius est spatio  $a b c$ , quod fuit probandum.



Propositio octuagesima septima.

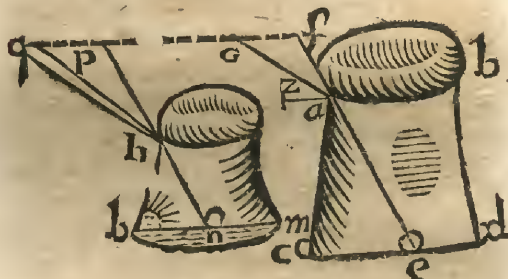
Proportionem crassitie ad ærem in comparatione ad radios demonstrare.

Sit in aheno  $a b c d$  in imo  $e$  denarius argenteus cera affixus vel clauo, quem videat ex  $h$  imposita atqua clara vsque ad  $f$ .



videat ex  $k$ , igitur per aquam deflectitur à perpendiculari per angulum  $k f n$ , & in  $l$ , per angulum  $l g o$  crescente aqua demum in labor  $m a p$ , & sit  $e$  annexus, & tabula  $h k l m$  sit affixa solo vel pondere firma foraminibus obliquis infra spectantibus, & per  $a$  aspicientibus extremitatem  $e$ . Possumus

ergo imaginari primum, quod omnes inclinationes sint à perpendiculari, dum exit aqua, & ita denarius videretur, vel in superficie aquæ in directo  $e$ , in vel recta ex oculo in imo, quorum neutrum verum est. Secundus modus est, ut radius delatus  $e a$  deflectatur ad  $k$  vell, & hoc non quia in  $a$  non est mutatio medij. Tertius est, ut linea ex oculo ducta perveniat per punctum  $a$  ad superficiem aquæ, & ex ea per directum ad denarium, & tunc quia oculus iudicat se videre per rectam, ideo iudicabit se videre per  $l a g$  in  $q$ , eo quod super indirecto loci in quo est  $e$ . At quoniam non ex quacunque distantia videtur  $e$ , sed ex longinquiore loco, ubi vas fuerit humilior quod linea ad  $a$  ex oculo, quanto  $a$  fuerit humilior, tanto propius ipsi  $e$  procedunt. Et versa vice linea ex  $e$  ad  $a$ , quanto  $e$  est humilior ad quencunque locum inflectuntur, tanto inferius cadunt. Ergo cum fuerint ad æquilibrium  $h$ , magis distabunt  $a b e$ , & ita  $e$  magis procul videbitur. Causa ergo triplex est humilitas, vel altitudo vasis: humilitas vel altitudo aquæ: & labri vasis altitudo. Sed hanc relinquere possumus. Difficultas ergo experimenti etiam recte facti est, quoniam posito vase  $n c d$  solum, ut altitudo sit tantum  $n e$ , procul magis videbitur  $e$ , quam si vas sit  $a b c d$ , & totum plenum. Vbi autem vas sit  $a b c d$ , magis procul videbitur,  $e$  cum fuerit totum plenum, quam cum fuerit plena sola pars  $n c d$ . Sic difficile est considerare an altitudo aquæ faciat ad visionem procul, cum in humiliore, sed dissimili vase longius videatur in pauca, quia labrum non obstat: in eodem autem longius in pluri aqua, quia labrum etiam non obstat, sed alia ratione. Ut ergo videamus hoc experimentum, capiemus duo vasa  $a b c d$  duplum  $h k l m$  sub eadem proportionem altitudinis & latitudinis, & collocabimus ita ut  $p n$  radius æquidistet  $f e$ , & collocabimus tabulas cum foraminibus, ut prius, &  $g f p q$  in æquilibrio, inde videbimus,



an  $q p$  sit æqualis aut brevior, nam luius ergo esse non potest, quoniam inflectitur a minore aqua, ideo angulus  $p h q$  non potest esse maior  $f a g$ , supposita  $p h$  æquali  $a f$ : quod si non esset, sufficeret, ut  $q$  &  $p$  essent in æquilibrio uno, &  $f g$  alio. Sed veritas est quod à maiore aqua maior sit reflexio: tum quia in his, quæ sunt secundum naturam corpoream, & substantiam densam, aut tenuem varietas quantitatis variat vires: tum quia videmus, quod in altiore aqua denarius videtur magis cum fundo elatus. Igitur his cognitis experimentum fiat cum vase pleno. Et (ut dixit) considerabimus propter



proportionem anguli fa g ad fa r, seu fe  
c quæ sanè est notabilis : adeò vt sit maior  
proportio aquæ ad aërem comparatione  
grauium quàm lucis.

Cor. 1,

Ex his cognoscemus comparatione eiusdem aquæ tenuitatem aëris vnius regionis in comparatione ad aërem alterius : nam ubi remotius videbitur denarius , ibi aër erit tenuior.

Cor. 2.

Et per idem in eadem regione comparationem aquarum. Nam cum sit idem aër, & vas, ac reliqua paria, vbi magis procul videbitur denarius, aqua erit crassior idèd deteriot.

Cor. 2.

Sequitur etiam quòd omnes res propiores in aqua videntur, quam sint, & idèd maiores: & ob id etiam omnis aqua profundior est, quam videatur. Vt ingredi persæpè sit periculosum.

*Propositio octuagesima octava. De instrumento  
momentorum.*

Instrumentum Acolingen, quo momen-  
ta temporum deprehendatur fabricare.

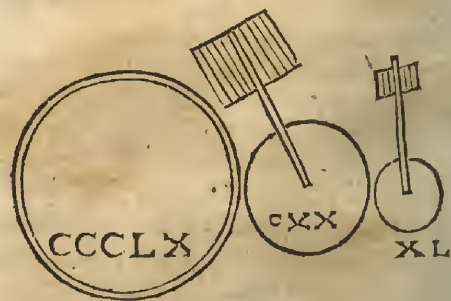
Cor.

Et quoniam motus naturales sunt in tempore : & dicuntur velociore , vel ob spatium loci magnum, quod superatur, vel ob temporis breuitatem in velocissimis motibus , quod ad spatia attinet , facilius dignoscuntur velociore , quoniam spatium maius & manet , vt mensurari commodè possit : sed quòd ad tempus , quanto tardiores , quoniam in velocibus quantitas temporis est exigua : & etiam tempus ipsum perpetuò diffluit : idè difficillimè deprehendi potest. Huius causa excogitauimus instrumentum , quod vocauimus Acolingen : quod constat tribus rotis : prima est pedum duodecim diametri , in ambitu autem habet denticulos cccx æquales , & æqualiter inter se distantes , huius peripheriæ funis cum ponderibus inseritur , ita vt cum aliis duabus rotis renitentibus in vna hora circumagatur æqualiter. Duodecim ex his denticulis currulis duodecim denticulorum axis secundæ rotæ inseritur : sicut cum rota magna duodecim conuersa fuerit partibus , secunda rota cuius taxis si pedum duorum , scilicet sexcuplo maior circumuertatur. Huius minoris ambitus diuisus sit in cxx partes æquales , & vnicuique parti denticulus insertus sit : ita hæc rota tricies in vna hora conuertetur. Singulis vero denticulis currulis axis rotæ habentis denticulos quatuor inseratur , ita vt dum secunda rota vertitur semel minima circumuertatur tricies : nam pro singulis quatuor denticulis , quibus media rota circumagetur , minima rota circumuertetur , idèoque nongenties in vna hora. Hæc minima rotula bessæ pedis in dimetiente habebit , vt sit sexta pars illius , in ambitu autem diuisa erit in xl partes , vt cum circumuersa fuerit nongenties in vna hora pertransierit partes xxxvi. Et cum pulsus hominis communis sint in hora lxxi , vel circa nouem partes ex his rotæ minoris perficient circiter vnam pulsationem ex diastole & sistole seu ex distentione & contractione perfectam : vt

partis vnus conuersio fiat in nona parte, & el  
circa vnus pulsationis pulsus humano, vel  
hoc est minimum fermè, quod ab humano  
sensu percipi possit. Erit etiam proportio ro-  
tarum eadem tam in diametris, quam cir-  
cuitibus scilicet sexcupla, neque motus dif-  
formis, quoniam maior tanto tardius mo-  
uebitur, quanto quod velocius mouetur  
etiam minus erit, tamen proportio velo-  
citatís maioris ad minorem in æqualibus  
spatiis vigintiquincupla vt maioris ad me-  
diam quintupla, nam cum sit sexcupla in  
ambitu, & tricies moueatur velocius com-  
paratione totius, sequitur, vt proportio spatij,  
quod superabit media ad spatium, quod su-  
perabit maior in eisdem temporibus, erit  
quintupla, semper ad vnguem. Et ita mediæ  
ad minorem quintupla, & idè maioris ad  
minorem velocitas viginti quincupla, vt  
non sit difformis, neque periculosa, vt in  
rotis moletrinis, & sit diuisa per medium  
iuxta proportionem, cum sit tanto velocior  
minor media, quanto media maiore. Rur-  
sus proportio partium maioris ad mediæ par-  
tes tripla est scilicet cccx ad cxx, & mediæ ad  
minorem tripla cxx ad xl, & proportio est  
sexcupla, iterum igitur partes maioris ad me-  
diæ ad minorem erunt in dupla proportio-  
ne, vtrobique, & est pulchrum. Idè  
partes etiam minimæ rotæ erunt satis ma-  
gnæ: nam cum diameter sit bes pedis, am-  
bitus peripheriæ erit duorum pedum. i.  
vnciarum vigintiquatuor igitur diuisa peri-  
pheria in xl partes, vnaquæque pars erit  
maior dimidia vncia. }

S C H O L I V M.

Et cum defuerit instrumentum vtemur  
mensura expulſu hominis deſumpta, ſed  
non eſt adeò exaſta. Accedit aliud commo-  
dum, quòd cum in vna hora circumuer-  
tantur partes xxxvi, id eſt triginta ſex mil-  
le: & octauus orbis circumuertatur in toti-  
dem annis tot erunt momenta ex his in vna  
hora, quot anni in vno circuitu ſtellarum  
fixarum. Vt intelligamus, quam breui tran-  
ſit vna hora apud nos, ita apud Deum, vt  
ita dicam (nam nulla in infinito proportio)  
vnus annus magnus, & reditus rerum om-  
nium. Comparata etiam rota minima ad ro-  
tam moletrint ſic ſe habet, quòd cùm mo-  
dica adefſt, verſatur rota in vna pulſatione:  
cum ſatis abundans quinquies, aut ſexies  
cum immodica duodecies.



Ex hoc sequitur, quod homo si moueretur velocitate motus rotæ moletrinae in sex hebdomadibus perveniret ad sydus Lunæ, nam



nam scoriarum earum, quibus ferrum acuitur semidimeriens communiter est bes vnus passus, idè dimetiens passus cum triente: ambitus ergo quatuor passus, & xxi pars, colligamus nunc integra, in vno ictu pulsus circummagitur decies, id est passus xl, in hora sunt IIII pulsationes: in hora igitur spatium pertransitum est cxi passuum in M. horis, ergo erunt clx M. passuum addita parte xxi, erunt clxviij M. passuum, & tantum distat luna à terra: & M. horæ sunt dies penè xlij, hebdomada scilicet sex.

*Propositio octuagesimanona.*

Proportionem densitatis aquæ ad aërem per pondera inuenire.

Contingit hoc multis modis: primum acceptis duabus sphæralis æqualibus ex crystalli substantia vnaque demissa ab altissima turri; & mensurato ictu per instrumentum præcedens, & sub totidem momentis alia demissa in aquam, inde sub eodem tempore dimensa altitudine, erit proportio spatij ad spatium vt densitatis aquæ, ad densitatem aëris. Item emissa sphærule per instrumentum in aerem, inde in aquam: & sumpta proportione. Et vidimus scorpionem, qui sphæulam creteam emittebat pedibus lxx, & in aqua per vnum & dimidium, adèd vt proportio fuerit, vt quinquaginta ad vnum: idèd est fallax experimentum in violento matu: nam cum emittebatur in aquam erat prope, & ob id in summo robore: cum in aërem, emittitur sensim vis. De hoc ergo loquar.

Eterumpentia ob id magis quam è terra, & minus quam ex aëre: diuiditur enim aqua cum graue petit fundum, & aqua feruet: & est mirabilis, quam vtile.

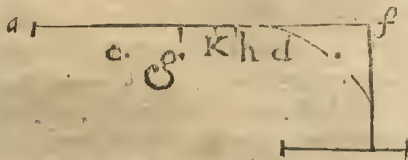
*Propositio nonagesima.*

Rationem impetus violenti extra missi ponderis ad æqualitatem reducere.

Sit violentum a quod moueatur per b c d e, e spatium, & quia violentum contrà nititur naturali, cadat ergo in planum in e: sunt ergo tria consideranda primum quod, vt dixi alhàs, motus violentus pro certa distantia augetur, & causam ibi reddidi, vt potè vsque ad c, sed hoc esset difficile cognitu. Secundum, quod vbi incipit decrescere, semper magis ac magis decrescit propter naturalem nixum contra operantem. Tertium quod vbi descendere incipit, ibi est æqualis vis violentum motum agens cum naturali. Certum est etiam quod motus æqualis intelligitur erecta ad perpenditum e f, donec occurrat a d: & diuisa tota b f per tempus, locus ergo, in quo mouetur per tantum spatium, dicitur locus motus æqualis: qui sit gratia exempli g h, cuius medium proportione sit k, dico k consistere propiorè f, quam b, etiam si æqualiter moueretur. Primum quod in tota g f declinat, & totus motus est lentior, quam in tota b g, & tamen tardatur tantundem, ergo per communem animi sententiam, k est propior f, quam b. Secundò, quia per secundum suppositum motus a

Tom. I V.

versus f, continuè sit lentior, igitur per communem animi sententiam multò longius est tempus motus a k, quam f, & tanto maius spatium. Tertiò, quia motus ex b versus c augetur, & si esset æqualis adhuc multò esset breuior k f quam a k, igitur multò magis hoc modo, & triplicata ratione. Si ergo



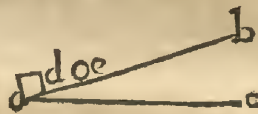
b k, esset sexquiquarta solum ipsi k f, erit b k dupla: ferè ex triplicata ratione ipsi k f, & iuxta eundem modum ponemus mediam vim xlii passibus à scorpione a quam & hoc modo erit prope id quod est.

SCHOLIUM.

Dubitatur autem Philosophus in mechanicis quænam vis sit, quæ moueat lapidem iam excussum? & dubium non est quin ex parte sit aër motus tum ratione, quia mouetur ergo mouet, tum experimento, vt in fulminibus, & his quæ vento impelluntur, vt hypophysis, sed in scorpionibus & arcubus & pilis id non sufficere videtur. Itaque velut & caliditas & frigiditas in corporibus natura contrariis aliquandiu manent, & agunt ita & violentos motus, idque Alexander & Simplicius volunt. Indirio sunt quod mota & emissa ex longioribus machinis quanquam non aërem continentibus, nec inanibus tamen, longius eiciunt sagittas & missilia, quoniam vis illa firmitus imprimitur, velut etiam de lapidibus & ferro, quod diutius in igne moram traxit, aut continuè folliis ignitum est, nam etiam tanto tardius refrigeratur vnumquodque horum, & alia vrit & accendit calore illo externo, quanquam natura frigidum sit: dicemus autem & de hoc suo loco.

*Propositio nonagesima prima.*

Proportionem grauis cubi, & spherici æqualium in accliu, & descensus eorum demonstrare.



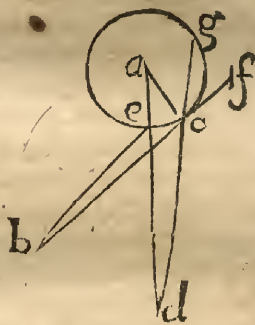
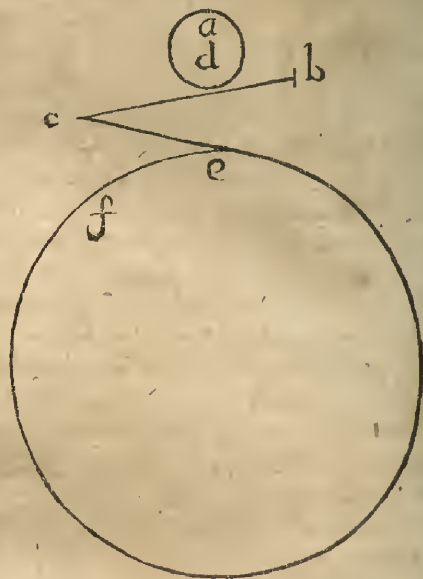
Hic non pauca sunt consideranda: Primum quod hoc intelligi potest, vel de motibus attractionis, vel impulsione, vel inuersionis. Secundum quod omne, quod impellitur superius, tantundem grauat attractum, quantum ad descensum, si sit rotundum, nam quadrata, etiam alia non descendunt sponte in declini, & si sit locus valde declinis, tanto minus

V V



minus descendunt, quanto sunt latiora. Quia tamen omnia difficilius descendunt sphaericis, & facilius quàm in plano, ubi ponderant nisi per dimidium grauitatis, idè proportio hæc constat ex proportionem anguli descensus ad totum rectum, & magnitudine superficiei, qua incumbit ad pòdus comparata. Omne enim graue, quanto grauius tam ad quietem, quàm ad motum naturalem potentius est: hoc enim perspicuū est, quia quies naturali motus violentus, & motui naturali quies violenta opponitur: quia ergo maiore vi opus est ad motū præter naturam, ergo secundum naturam etiam maiore vi quiescit. Assumpsimus ergo cubum, vt magis notum. Sphæra igitur in omni decliui descendit, quia vt dictum est, nil habet quod resistat ad motum: & ipsa

vincula in ramicibus duplicia dextra, & sinistra scilicet in eadem parte tamen longe sunt meliora etiam ferreis, quæ solum in medio nestantur.



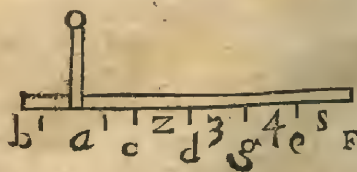
grauior est in decliui, quàm in plano, quia c punctus cadit vltra e, ergo punctus contactus, & centrum grauitatis, & centrum mundi, non sunt in vna linea. Si enim b c contangeretur, esset b c plana. Si verò tangit, angulus est maior angulo contactus, ergo cum necessarium sit, æquidistare aliter non esset sphaericum, oportet, vt eleuetur ex parte c, & descendat versus b, & idè vt continuetur motus. Si verò sit in linea contactus b c f, & æquidistet, non erit, vt dixi punctus contactus in linea centrorum, sed in a c, cum suppositum sit lineam a d esse lineam centrorum: maior est ergo portio g c e, quàm residuum, ergo descendet in b. Cubus verò non descendet, nisi cum dimidium d addito, quod intercipitur inter lineam mediam, & quæ à centro mundi ad punctum medium contactus vsque quò perueniat ad oppositam partem, eam habuerit proportionem ad idem medium eadem portione detracta, quem iuncta proportioni anguli declinationis ad residuum recti dimidiam proportionem efficiat. Eademque ratio aliorum planorum. Dico præterea quòd motus sphæaræ, & etiam corporum rectarum superficierum in descensu alius est æqualis, & alius inæqualis, & quasi à latere, velut si angulus vnus prolatur, ac fiat circumuolutio: cum ergo facilius fiat hoc, & maximè si non retineatur æqualiter, & difficile sit in medio retinere, propterea prolapsus hi melius retinentur duobus vinculis, quàm in medio, non solum ob hanc æqualitatem, & complexum meliorem, sed etiam, quod omnes motus, omnes ponderum nixus facilius cohibentur, & deducuntur diuisi in partes, quam si toti contineantur, aut vi trahantur. Et idè

Ex hoc etiam sequitur, quod cum omne graue sponte semper appropinquet centro mundi, & a si moueretur per planum e, magis remoueretur à centro mundi, vt per e c per ea quæ diximus, & quoniam linea ex centro mundi ad c longior est, quàm ad e, multò potest enim esse, vt in proportionem diametri quadrati ad latus eius, & etiam maior, ergo poterit esse adeo parum decliuis linea c d, vt c punctus magis distet à centro mundi, quàm d & tamen feretur ex d in c motu naturali, vt demonstratum est, ergo per purum motum naturalem poterit a remoueri à centro mundi. Hoc volui proponere, vt intelligeres in plano vero c e non moueri à sponte, quia c necessario altior est d: si ergo mouebitur, non erit c e recta, sed pars proportionis circuli superficiei terræ, quæ sensu à recta distingui non poterit. Hoc ergo est primum, ex quo sequitur.

Quod aliquid poterit videri decliue, in quo non descendet imò erit, vt potè si aliqua linea obliqua esset inter c e, & f e, illa esset decliuis specie, & re, & tamen graue in illa non descenderet, quia à centro mundi magis remoueretur: hoc tamen est perdifficile factu, & maximè in parua distantia, vel etiam vnus miliaris. Atque hæc in leuigatis.

#### Propositio nonagesima secunda.

Proportionem ponderis æqualis iuxta longitudinis comparisonem demonstrare.



Hoc est, quod Archimedes reliquit intactum, cum esset maximè necessarium, & ostendit magis abstrusa, sed pace illius dixerim minus vtilia. Cum ergo sumpsissem virgam

Com.



virgam b f ponderis vnciarum xxiij, fuisset b a vigesima quarta pars, b f pondus æquilibrium in b appensum librarum vigintilex cum dimidia: fuit igitur proportio ponderis e f ad pondus f b, vt tredecim ferme ad vnum. Et rursus feci ab quintam partem a f, & fuit a b vnciarum quatuor, & pondus quod æquauit librarum quatuor, idè duplum ad pondus b f, sicut c f ad c b: constat enim quòd pondus appensum est æquale ponderi c f. Et rursus posui b a quartam partem b f, & fuit pondus, quod æquauit in b duæ libræ: ex quo manifestum est, quòd proportio c f ad c b est semper velut ponderis c f ad totam b f. Et hoc est, ac si dicamus quòd proportio ponderis c f ad totam est confusa ex proportionem e f ad c b, & c f, quod est i p. Id etiam declaratum est in primo de Subtilitate. Proponatur ergo lemma, iam sic proportio ponderis c f ad pondus b c, est primum vt longitudinis c f, si esset suspensa in medio ad longitudinem b c, quia supponuntur proportionem similes suis longitudinibus magnitudines, & pondera. At c f suspensa in c, tantò est grauior pondere proprio, quantò proportionis longitudinis c f ad c b quadratum, quia in se ducitur proportio: igitur proportio ponderis c f in loco suo ad b c pondus est confusa ex proportionem longitudinis c f ad c b, & quadratis eiusdem proportionis longitudinis c f ad c b. Sed quadratum proportionis longitudinis c f ad c b est æquale producto proportionis longitudinis c f in ipsam c f, propterea quòd ex proportionem longitudinis c f ad c b in ipsam c b fit c f, igitur proportio ponderis c f ad pondus c b est confusa ex proportionem ponderis c f ad pondus c b, & proportionem ponderis c f alicuius se habentis ad pondus c f, vt c f longitudo ad longitudinem c b, igitur proportio ponderis c f ad pondus b f, vt c f ad c b in longitudine, quod erat probandum.

*Propositio nonagesima tertia*

Propter quid in concussione etiam leui naui loco moneatur ostendere. Vnde manifestum est, duas naues sibi inuicem occurrentes retrocedere, & quantum retrocedant ambæ.

Proponatur, quod proportio motus grauius in a d graue in aqua sit, velut proportio ponderis attracti in terra ad densitatem aquæ cum profunditate, nam vbi pondus supernatat aquæ, quia aqua est rotunda, est ac si tangeret in puncto. Quare per demonstrata superius mouebitur à quacunque vi, ergo nixus contrarius aduenit ob profunditatem, & aquæ densitatem, sed quanto aqua densior est, tanto minus naui descendit, & quanto minus densa tanto magis: ergo pari modo ferme redduntur mobiles, & in aqua dulci & salia, vbi naues sint similes forma, pondere, magnitudine. Quia ergo necesse est tabulam naui esse duriorē, quam aqua ad resistendum, ergo pars maior ictus mouebit primo nauim, quam tabulam penetret: cum ergo quod facilius est, præcedat, difficilius ergo naues vtrinq; mouebuntur, & quia inter duos quoscunque motus contrarios

Tom. IV.

non esseos, vt vtar vocabulo Auerrois quinto Physicorum, necesse est, vt intercedat quies media, & in quiete ab ictu, vt visum est superius, oportet, vt quod excipit ictum vel loco moueratur, vel cedat, & ictus penetret, vel aer non condensetur ob tarditatem vltra metam, nec retrocedere potest ex supposito, & ictus est magnus, clarum est, quod oportet, vt cedat, & si durum sit confringatur. Proportio ergo recessus ad ictum est vt temporis & magnitudinis partis, quæ cedit, & retrocessus posito ictu tanquam monade.

*Propositio nonagesima quarta.*

Si quantitas aliqua nota atque proportio erit producta quantitas nota similiter. Et si duæ proportionem notæ fuerint, erit producta ex his atque diuisa, coniuncta atque detracta nota. Et si fuerit totius ad partem proportio nota erit, & ad aliam partem nota, & alterius partis ad alteram vno minor. Et si fuerit partis ad partem, erit ad totum monade minor atque nota. Et si fuerit vnius quantitatis ad duas quantitates proportio nota, erit & confusa ex eis nota. Et si fuerint trium quantitatum omiologarum, aut quatuor analogarum, omnes præter vnam cognitæ erunt, & illa alia cognita.

Sit quantitas a b & ducta d e f g Com. in d proportionem, producat c b a b c dico quod duobus quibuslibet ex his cognitis, erit cognitum tertium: nam cognitum quodlibet dicitur in comparatione ad simpliciter cognitum, quod est vnum per se omnibus cognitum. Ob id Arithmetica est prima omnium disciplinarum, quia habet principium cognitum, & id, quod est, ad principium comparatum cognitum in illius comparatione: neque aliter cognitum dici potest. Quia ergo d cognita est, erunt monades, & partes cognitæ in ea: aliter non esset cognita b a, igitur cum cognita sit erit cognita per singulas monades, quanta sit. Et si diceret quòd b a non est cognita per partem monadis dico quod pars monadis non est incognita, quia cum monades sunt cognitæ, esset d incognita. Omnes enim, quod componitur ex cognito & incognito, est incognitum, quia cognitum solum ratione partis cognitæ. Si ergo pars monadis est cognita, erit pars a b quælibet prout ex monade componitur simpliciter cognita. Superest, vt solum pars partis: & dico quod illa etiam est cognita: quia si pars abesset, monas esset cognita: esset enim pars ipsa.

Sed si sit pars, erit sumpta secundum partem monadis ipsius, idè erit cognita iuxta nomen, velut dimidium est dimidium monadis, dimidium tertiæ partis monadis est cognitum, quia tertia pars est cognita, & scimus, quanta pars assumatur illius. Ergo si a b, & d cognitæ sunt erit & b c, quod est primum. Per hæc eadem probantur quatuor sequentes partes eodem modo. Sexta sic: sit proportio a c ad c b, nota igitur in comparatione ad monadem, sed proportio a c

V V 2 ad

Ex 18. diff.

Com.

Propos. 40.

Ex secunda animi communi sententia.



ad c b b a est monas, igitur proportio a c ad a b nota est, quoniam aliter non posset dici proportio a c ad b c nota. Aliter, sit proportio a c ad c b e nota, ex supposito igitur conuersa nota quæ sit f e x f, igitur in a c sit b c ex g in a c, fiat a b ergo ex a c in f g sit a, c igitur f g est monas, f autem nota est, igitur in comparatione ad monadem, ergo residuum g notum. Cum verò proportio a b ad c b componatur ex proportionibus a b b c ad b c, & proportio b c ad b c sit monas, & proportio a c a d b c nota erit proportio a b ad b c cognita, & monade minor proportionibus a c ad b c. Per ideam octaua pars demonstrabitur. Inde sit proportio a ad b, & ad c nota, erit ergo b, & c ad a nota, quare b c ad a nota, sed hæc est conuersa ad b c confusa, igitur proportio a ad b confusa nota est. Vltimum sit, sint a b c omniologæ, & sint a & b notæ duo, quod c nota est, nam a b, si notæ sunt, nota est proportio earum. Ergo & proportio b ad c ergo per primam partem huius cum sit b nota, exit & c. Et si ponantur a c notæ, dico, quod b nota erit: nam proportio a c ad c nota est, quæ sit d, igitur d ad monadem vt a ad c, ergo latus notum erit, quod ductum in c producit b, b igitur nota. Et similiter in analogis sint a b c notæ: & ideo erit proportio a ad b nota ergo c ad d. cumque c nota sit, ergo per primam partem huius erit d nota, quod fuit demonstrandum.

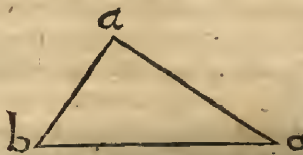
### Propositio nonagesima quinta.

Cuiusvis trigoni rectanguli, aut cuius duo anguli sint in dupla proportionibus, aut qui circulo inscriptus sit cognita quantitate vnius lateris in comparatione ad demetientem, si proportio duorum laterum cognita fuerit, erunt omnia eius latera cognita.

Com.

Propos. 97.

Non cognitione propinqua astronomorū, de qua abundè ab Heber tractatum est, sed de exacta, de qua superius egi nunc sermo est: sit igitur primum a b c trigonus orthogonius: & sit a rectus, & proportio duorum laterum cognita, dico, quod omnia latera co-



Per. 47. primi element.

gnita erunt: nam sit proportio, gratia exempli, a b ad b c, erit ergo quadratum a b ad quadratum b c cognita, quia duplicata: at quadrata a b, & a c perficiunt quadratum b c, igitur proportio quadrati a b ad a c & est i p: cognita erit, quare & a b ad a c, & eodem modo a c ad b c: quod est primum. Exemplum, ponatur b c dupla a b, erit a b quadratum sub quadruplum quadrato a b, quare subtripulum quadrato a c igitur si a b ponatur i. b c erit 2, & a c 3. Rursus ponatur angulus b duplus angulo c qualiscunque

fit, erit per demonstrata superius proportio a b b c ad a c, vt a c ad a b, si igitur nota sit proportio a c ad a b, erit nota proportio a b b c ad a b per præcedentem. Ergo per eandem omnia nota scilicet b c ad b a, & b c ad c a. Et si esset nota proportio a b ad b c, dico, quod essent nota omnia, nam nota esset a b, & b c, & quod sit ex a b in ipsum aggregatum. Sed hoc est æquale quadrato a c igitur notum est quadratum a c ergo a c igitur proportio a b b c ad a c, & a c a d a b. Vt si a b esset 4 b c 5, esset a b b c 9 ductum a b quæ est, sit 36, cuius latus est b a c scilicet. Et si esset trigonus aliquis in circulo, cuius proportio duorum laterum sit cognita ad demetientem relata, sequitur per demonstrata superius, quod etiam tertium latus erit cognitum in comparatione ad eadem, & ideo etiam proportio illorum laterum ad vnguem cognita erit.

Per 17. sec. ti Elem. Propos. 17.

Multa præterea cognita essent in hoc genere, quæ nunc prætermitto, quia non sunt ad finem necessaria. Alia præterea per diligentem inquisitionem maioris artis quam alias edimus, tum verò etiam per nouas demonstrationes.

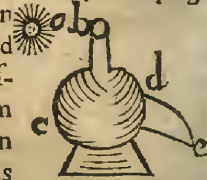
### Propositio nonagesima sexta.

Cum in perspicuum densum radij luminosi inciderint, quatuor sunt luminis genera.

Com.

Sit sola, & perspicuum densum, exempli gratia, vt ampula magna aqua plena b c d, & si sit rotunda accendit ignem ex aduerso vt in e. Dico ergo in b c d esse quatuor genera luminis. Primum quod est validius, & recta transit, validius enim est, quod transit quam quod transire non potest, & etiam quia, vt dixi, ignem accendit. Secundum est quod colligitur in ampula, & deinde spargitur circum circa, nam id validius est, quia penetrat, & resilit quam quod non penetrat, aut si penetrat, non spargitur, & hoc diffunditur circa vas, nec reflectitur rectè, sed quasi intro colligitur, & diuersa ratione diffunditur, est tamen imbecillius primo, vt dictum est. Tertium genus est, quod illuminat intus ingrediendo, sed non spargitur, & hoc est debilius secundo, quia non potest spargi.

Quartum est, quod non ingreditur omnino, sed reflectitur, istud est absque dubio imbecillimum quoniam penetrare non potest. Et licet in speculis concauis radius reflexus videatur esse validior, statim enim accendit ignem, hoc non contingit, nisi quia in speculo cauo radij omnes colliguntur ob opacum, quod à tergo est neque sparguntur, neque transeunt, neque combibuntur, vt ita dicam sed omnes reflectuntur. Ex quod colligitur quincuplex ordo radiorum iuxta rationem virium, primus est reflexorum à speculo cōcauo, & his sunt potentissimi ob rationem dictam, post quos sunt radij, qui transeunt per perspicuum maximè rotundum, qui & ipsi generant ignem & debiliorem primo, deinde reliqui tres sequentes supradicti. Sextus est radiorum, qui reflectuntur à rebus non nitidis, vt à muris, &





& tabulis, nam omnia dura reflectunt & etiam mollium pleræque, & hæc reflexio est ferme infinita, & ob id cubacula etiam in angulis illuminantur.

Cor. 3. Ex hoc sequitur, quod Luna remittit lumen, non reflectit, nam secus non illuminaret totum orbem, sed solum portionem oppositam Soli, & hoc etiam raro, ergo combibitur, & illustrat circumcirca vbique.

Cor. 2. In stellis lumen Solis pertransit, aliter si reflecteretur, non illuminaret nos, aut appareret, velut cometæ, quia pars vna esset clarior reliqua, & si combiberent lumen, non videretur æquè claræ, cum Sol esset propinquus, aut remotus.

Cor. 3. Luna tota intus illuminatur à Sole, quoniam si ante coniunctionem illuminatur à sinistra parte, & combibit lumen per corrolarium primum, & post coniunctionem illuminatur à dextra, & combibit pariter lumen, ergo est tota naturæ perspicuæ, sed videtur obscura ex aduerso, propterea quod radij validiores reflexi illustant illam ex parte Solis, diffugiunt à contraria, quod manifeste apparet in ampula exposita Soli. Pars enim clarior versus Solem videtur, quàm ex aduerso, hoc autem longè magis in Luna ob distantiam.

Cor. 4. In omni Solis eclipsi fit collectio radiorum ad aspectum, & idè in regione illa, in qua centrum Solis integritur à centro Lunæ, & vbicunque fit, fit incendium per tertium corrolarium. Hoc autem fit semper in quavis coniunctione, & dum Luna silet in regione aeris, sed terris non secundum centrum, verùm ad latitudinem, & ad Orientem ante coniunctionem cum Sole, & ad Occidentem post: sed centra non sunt in linea visus.

Cor. 5. Ex hoc sequitur, quod oportet substantiam Lunæ esse valde claram, cum videamus ab ampula tam paruum lumen diffundi, & rarum, à Luna verò in vniuersum orbem, & tam copiosum, ut necessarium sit substantiam Lunæ esse densam, & lucidam valde.

#### SCHOLIUM.

Et si quis dicat, quod si incendiū illud fieri posset in hora eclipsi, sequeretur, quod ut in ampula in medio Lunæ videretur magnus splendor, referens corpus Solis. Propterea dico, quod vel accidit, quia homo non potest ea hora intueri Solem, & etiā est impeditus à radiis circumstantibus, cuius indicio est, quod in speculo posito in aqua, simile videtur stellulæ in centro Lunæ: & hic est splendor Solis collectus in centro Lunæ, posset etiam dici, quod Luna circa medium propter maculam non admitteret lumen, & ita esset inæqualium partium.

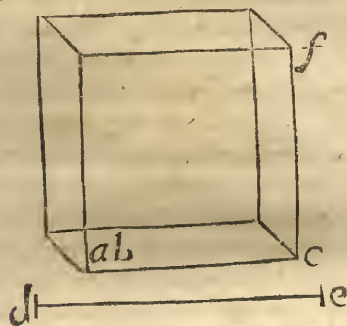
*Propositio nonagesima septima.*

Motum inuersionis in figuris in comparatione ad motum sphaeræ in plano inuestigare.

Voco motum inuersionis, qui similis est

*Tom. IV.*

motui sphaeræ, scilicet circumuertendo graue à vertice, & manifestum est, quod in quacunque figura, qua graue insidet plano per punctum velut ouata, ipsum mouetur à quauis vi, sed si insideat per superficiem, quanto maior est, & humilior, tãto difficilius mouetur, idèque in corpore viginti basium, quod inter regularia vocatâ, plures habet superficies, pro ratione æqualis ponderis, motus erit longè facilior. Alia causa est inæqualitas partium, vnde quæ rotunda sunt, quia prominent, facile mouentur, & cum partes mediæ insistant plano, quanto minores erunt tantò facilius mouebuntur ratione ponderis. Vnde patet, quod corpora ouata facilius mouentur, etiam quàm sphaerica, habent enim partem mediam minorem, & paria sunt ratione incessus plani, sed aeris multitudine tardius, quoniam enim sphaera sub æquali ambitu plus continet corporis: ergo ouatū æquale sphaeræ habet maiorem ambitum ipsa sphaera. Hæc autem à Theone partim demonstrata sunt, partim ab Archimede, & partim à nobis, ergo motus ouati est ferme æqualis motui sphaeræ, & tardior est con-



ciatus, quàm sphaeræ, quia à maiore excipitur aëre & partes exteriores non ita incumbunt in medium secundum longitudinem. Cubus verò tardior est propter æqualitatem, & latitudinem superficiei inferioris, omnium autem minime propter has causas conus amblygonius, & quanto magis fuerit, ratio verò eleuationis est, ut sit cubus b c, cuius medium grauitatis sit b super plano d e, & eleuetur ex a, & manifestum est, quod insidebit per totam lineam c f ipsi plano & proportio grauitatis totius suspensi in comparatione ad grauitatem eius, qui inuertit, est, velut proportio partis terminatæ ad lineam c f versus eum, qui eleuat ad partem, quæ ultra est, cum verò hæ partes notæ sint iuxta perpendicularum ex centro grauitatis, manifestum est, quod sciemus pondus corporis a b c f, dum inuertitur in quocunque situ ad pondus eius, dum suspenditur, & clarum est, quod cum centrum & medium grauitatis, fuerint in vna linea per c f, tunc nulla erit grauitas.

*Propositio nonagesima octaua.*

Proportionem ponderum æqualium per differentiam angulorum inuenire.

V v 3

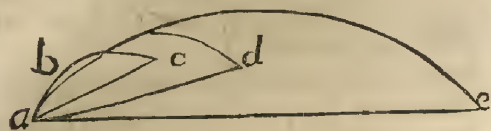
Sit







granorum, quoniam ergo proportio non feruatur. Est enim in pondere utraque dupla, in pretio autem ex prima habetur tripla, ex secunda habetur proportio maior, quàm tredecim ad vnum, propterea vtendum est proportionem propinquiori, si satis faceret, gratia exempli, in prima additione fuit vnũ granum, & acquisiuit proportionẽ triplam, in secunda fuerunt duo grana, si ergo acquisisset solũ sexcuplam proportionem, haberemus intentum. Propterea in isto casu oportet demonstrare forma Geometrica, supposito, quòd sit figura recta ex vno la-



tere a b, ita vt angulus, vel minimus capiat b c æqualem a b, & ex æquali b a c addito, fiat b d tripla b c, & ex angulo b a e duplo b a d, fiat b c d e quadragintupla a b, & iuxta rationem erit in infinitum. Siue sit parabole, siue hyperbole, seu sit alia coincidentium.

#### SCHOLIUM.

Et nota, quod si res hæc esset naturalis, ostenderet infinitum in rebus ex regula dialectica, sed quia ex voluntaria, nullas habet vites.

#### Propositio centesima secunda.

Proportionem motuum inuersionis, & attractionis in plano inuenire.

Com.  
Propos. 89.

Propos. 61.

Et sit, vt aliquid inuertatur, declaratum autem est suprã, quid sit inuersio, & quàm diuersa sit rursus, & quòd attractio est dimidium ponderis eleuati. Cum ergo constet in inuersione, quanta sit proportio ponderis suspensi ad pondus inuersum, & pondus suspensi sit duplum ponderi attracti, sequitur, vt diuisa proportionem ponderis suspensi ad pondus inuersum per medium cognoscatur proportio attractionis ad inuersionem.

Com.

Ex hoc sequitur, quod aliquod pondus trahi potest, quod non potest inuerti, hoc autem indiget longa declaratione, quam docebimus inferius: & tamen attigit hoc raro.

#### Propositio centesima tertia.

Proportionem eorundem in accliu de monstrare.

Com.  
Propos. 71.

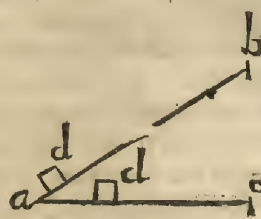
la sequenti.

Dupliciter potest intelligi, vel descendendo, vel ascendendo. Sed ego nunc loquor de ascensu, contraria ratione intelliges de descensu, & circa inuersionem demonstrata est proportio eius iuxta angulum ascensus, & similiter declarabitur de proportionem attractionis iuxta eundem angulum ascensus, & nuper declarata est proportio inuersionis in plano ad attractionem, ex quibus sequitur per ea, quæ dicam inferius, quòd proportio cuiusuis mobilis inuersi ad attractum sub quibuscunque angulis nota erit.

#### Propositio centesima quarta.

Proportionem motus attractionis in decliu ad motum in plano determinare.

Si ab accliu, seu decliu in quo d ad attrahendum, cuius nota est ex superioribus difficultas in plano ratione figuræ

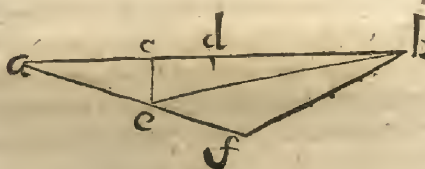


Com.  
Ex 61. &  
64 propos.

constante, ergo ea quæritur proportio ascensus, & quoniã terminus ad perpendicularum est dupla proportio, & iam grauitas in plano est dimidium, idè quicquid acquiritur in eleuatione est in comparatione ad illud dimidium, cum ergo attractio secundum eãdem proportionem augeatur, ergo semper maior difficultas augebitur, ergo ab initio minimum erit discrimen ab attractione in plano. Exempli gratia sit, vt graue d in plano sit, vt quinque & suspensum decem, ergo in medio angulo erit penè septem, sed septẽ minus longe distant à quinque, quàm decem ad septem, ergo in secunda parte plus longè augebitur difficultas attractionis supra difficultatem in medio angulo accliu, quàm in prima parte à plano ad medium accliu, & quoniam planum in plano descendit, tanto vehementius, quanto difficilius attrahitur, ergo planum in decliu sublimi lóge maiore impetu feretur infrã quã sit proportio anguli ad angulum. Exempli gratia, planum in medio angulo, si incipiat descendere in dorante multo lentius, quàm pro dimidio virium descensus totius anguli, imò initium descensus est à medio recti ad vnguem, vbi omnia plana sint, & durissima, & causa huius est quia omne graue tendit ad centrum, quòd maior pars ipsius grauis est vltra medium grauitatis in decliu humiliore.

#### Propositio centesima quinta.

Proportionem ferentium pondus in petica inuenire.



Com.

Hæc proponitur etiam à Philosopho, & ponatur a b, & si pondus sit in medio d grauat æqualiter vtrunque, nam in hoc consentit experimentum cum ratione, at verò si ponatur in c ita, vt b c sit tripla b a viderentur a & b, tanquam hæpomochia, & pondus ipsum b, vt grauior esset c b, quàm c a. Aristoteles, seu author ille hoc videns bifariam respondet, primum quòd hoc est inuersum instrumentum, cum in cæteris motor sit ex aduerso hypomochlij, hic in ipso, gestans enim mouet & hypomochlij instar est humerus. At hoc verum nõ est: quod mouet enim est pondus, & est in c: nam a, & contingit moueri: quia si starent, idem sequeretur. Secunda responsio est, quòd vtrunque

Quæst. 59.  
Mechanica

Propos. 45.

Propos. 103.



premit scilicet ferentes & pondus, & quod qui longior est ab hypomochlio facilius mouet, & redit ad idem ferme: nam in c constituitur, quod moueri debet; capita uero sunt a, & b: motus autem est ipsum sustinere pondus. At hoc non uidetur, quoniam ratio, qua uectis longior facilius mouet, est ambitus magnitudo, ob quam motus redditur tridior, & ideo lenior: igitur non est hoc uerum de motu occulto, sicut est grauis prementis, sed circumducente, cum in occulto uelut in statera contrarium accidere docuerimus aliàs. Quidam dixere b preinere c uersus a, a contra uersus b, & idè grauari magis a à b, quàm b ab a, quia maiorè vim habet b e, quàm a c. Istud falsum est bifarium. Primum, quia & si a, & b sint in æquilibrio, ut nec unus in alterum incombât, nec impellat, sed tantum sustineat nihilo secius res uera est. Et etiam quia non est uerum, quòd qui longius incumbit, maiorem vim inferat. Propterea dicendum est, quòd qui ex communibus propria nituntur demonstrare, omnes corrumpunt disciplinas. Nihil deterius est his monstris. Nam etsi hæc ratio uera esset: non tamen reddit causam, quia non est ex propriis principiis. Dico ergo, quod sic descendat in e, per perpendicularum descendet, igitur d b est longior d a, quare angulus e a b maior e b a: igitur pondus c plus descendit comparatione a, quàm b, ergo plus grauatur c ipsam a quàm b, seu ex causa, quod magis premit, seu ex effectu, quòd magis descendit. Causa ergo erroris est, quod si ponatur angulus f b a æqualis angulo f a b, & ponatur b f æqualis b c, tunc in eodem tempore, in quo transit dimidium c in f, quia separatæ partes grauiiores sunt in e b, quàm c a, propter distantiam ab hypomochlio, sed tunc uelocius mouentur, & angulus fit æqualis. Sed quando pondus est unum, & c descendit ad e, cum descendat in æquali tempore, & peragat maiorem angulum comparatione a, quàm b, sequitur, ut uelocius moueatur comparatione a quàm b. Ergo si non mouetur, cum omnis potentia sit similis actui, tum quia ab eo producit, & effectus est similis causæ: tum quia est initium actus, igitur etiam quod a b non inclinatur, nec descendat, grauius erit pondus, comparatione a quàm b, quod erat demonstrandum.

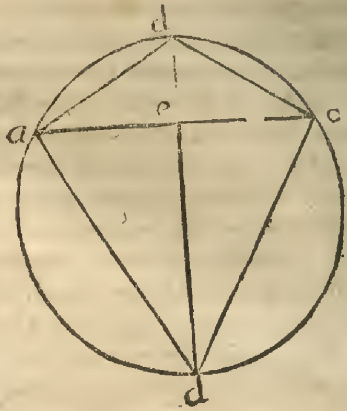
Ex hoc sequitur, quòd aliqua iuncta erunt grauiora respectu unius, quæ erunt mutato ordine diuisa leuiora. Quoniam diuisa quæ longius distant, æqualem, aut maiorem angulum faciunt, iuncta minorem.

*Propositio centesima sexta.*

Quales proportionales angulorum doceant laterum proportionales. Atque uicissim determinare.

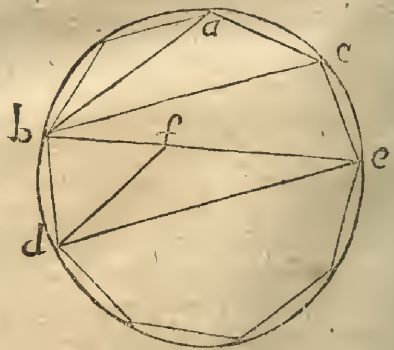
Sit circulus a b c, cuius dimetiens, nota b d sit b, erit ergo latus exagoni a b dimidium b d, id est 3. igitur cum angulus a sit rectus, erit a d 27. latus trianguli. Et latus quadrati per eandem 27. 18. Ut latus exagoni sit 27. Quadrati 18. Trianguli 27. & ita

potestate se habent hæc ut 1. 2. 3. Et sunt nota. Et quia latus d e cagoni est 27. 11.



m, 11. & ipsum erit notum. Quare latus pentagoni est 27. 22. m: 27. 101. notum. Et iam notum fuit latus eptagoni. Habebimus igitur latera Trianguli quadrati pentagoni, & eptagoni æquilatorum nota: & etiam subtenforum duobus ex his. Sit gratia ex epli, a b 3. & b c 27. m: 11. ut prius, & ponatur b d diameter, erit ad 27. & c d 27. 22. m: 27. 101. quam ducemus in a b, & fiet 27. 202. m: 27. 821. Ducemus itidem 27. a d in b c 27. m: 11. fiet 27. 303. m: 60. hoc totum diuide per 66. quæ est b: fiet a c 27. 87. m: 11. p: 27. v: 5. m: 6. Nec credas te errare, quoniam latus pentagoni esset, ac si angulus b rectus esset: sed quia est obtusus, ideo a c est alia linea, & maior latere pentagoni. Et similiter si a b, & a c notæ essent, ut pote a b 3. ut prius a c 5 dico, quod b c nota est: nam a d erit 27. & quia ex b d in a c fit 30. fiet ex b c in a d pos 27. & ex a b in c d 27. m: 9. quad. igitur 30. m: pos 27. æquantur 27. 324. m: 9 quad. quare 900. p: 27. quad. m: pos 27. 97200. æquantur 324. m: 9. quad. igitur 576. p: 16. quad. æquantur pos 27. 97200. Quadratum igitur p: 36. æquantur pos 27. 379. erit ergo b c 27. 94. p: 27. 58. & similiter si a c sit nota, puta 4. erit ab. subtenfa dimidio arcus a c nota. Erit enim a e 2. ergo d e 3. p: 5. & b e 3. m: 5. igitur ab 27. 18. m: 180. Igitur hoc modo diuidendo, iungendo, & detrahendo habebimus ex quatuor illis simplicibus trianguli quadrati. Pentagoni, & eptagoni innumeras linearum magnitudines in circulo. Et similiter quouis modo, ut dictum est, in quauis figura æquilatera, ut

Per 52. Elementi.



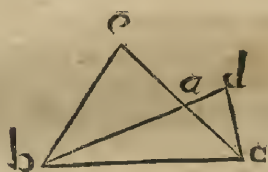
pote supposito, quod descriptum sit nonangulum in circulo æquilaterum, quod etià erit æquian



In 16. de  
Subtil.

æquiangulum, & sit arcus a b duplus arcui a c, erit angulus a c b duplus angulo a b c, & angulus b a c in portione b d e sexcuplus a b c, & triplus a c b. Erit ergo per demonstrata proportio b a ad a c, velut a c, & c b, ad a b: proportio autem a b arcus ad a c, ex suppositio maior est proportionē rectæ a b ad a c, igitur etiam proportionē a c & c b ad a b, ergo duo latera trianguli ad tertium minorem habent proportionem, quam arcus ad arcum, quanto rectæ ad rectam minor est. Sit rursus in triangulo b e d quomodolibet modo sit angulus b d e quadruplus angulo b e d, & diuidatur d per æqualia ducta d f, erit igitur proportio f d, d e ad f e, vt e f ad f d, sed e f ad f b vt d e ad d b. igitur proportio b d, d e ad f b composita ex proportionibus e f ad f d, & e d ad d b. Proportio igitur b d, d e ad f b, vt producti ex e f in e d ad productū ex d f in d b. Rursus ponamus, quod in quadrangulo a b c d primæ figuræ sit a b 4 b c 3, e d 5 ad 6 dico, quod spaciū contentum erit notum. Ductis rectis a c & b d quomodolibet, vt se secant in e, erunt anguli d e a, & d b a æquales, quia in eadem portione circuli a d, & anguli a d e æquales, quia contra se positi, igitur trianguli a b e, & c d e similes, & proportio d c ad a b, vt c e ad b e, c d autem fuit 5 a b 4, igitur si b e ponatur 4 pos c e erit 5 pos. Per eadem, & eodem modo a d ad b c vt d e ad e c. igitur posita c e 5 pos erit ad 10 post tota igitur d b 14 pos. Et quoniā eadē proportio a e ad e b per eadē, & e b fuit 4 pos: igitur a e est 8 pos, quare a e 13, post productum igitur ex a c in d b, est 182 quad. & hoc æquatur productis a b in c d, quod est 20, & b c in a d quod est 18, totum igitur est 38, igitur reseat  $\frac{10}{9}$ . Quare notæ erunt lineæ b e d, a e, & e c, sed sufficit, vt cognita sit a c, vel b d. Per regulam enim triangulorum erunt notæ areæ a b c, & a d e, quare tota superficies a b c d. Et est inuentum Scipionis Ferri Bononiensis de quo aliās. Potest etiam inuenta a c vel b d haberi superficies facilius per catheros.

Sit modo obtusi angulus a b c & nota la-



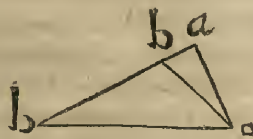
Per 12. pri-  
mi Elem.

tera singula, & angulus a b c, & producantur latera ad perpendicularum, vt sint d & e recti, & quia anguli ad a sunt æquales, erunt anguli e b a, & d e a semper æquales. Et hoc idem contingit in acuti angulis triangulis intus, & est vtile mechanicum: & quia a b c notus est, & d notus, erunt anguli trigoni d b c noti: & si fuerit angulus a notus, erunt anguli d a c & e a b noti, & ideo anguli e b a, & d c a: & semper notum, quod sit ex b a in a d, vel c a in a e, sunt enim æqualia inter se: etiam notæ a d & a e, quoniam duplum horum est excessus quadrati b c super quadrata a b, & a c.

Quod verò proponitur à Monteregio de cognitione angulorum in triangulis non est intelligendum, vt verba significant, sed solum de cognitione quoad vsum tabularum.

Per 12. se-  
cundi Elem.

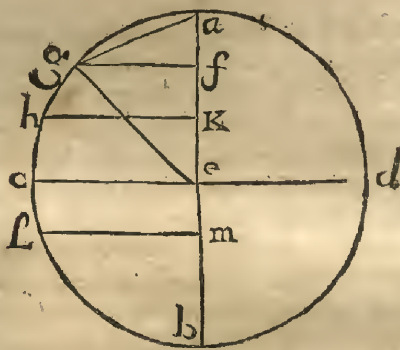
Et iterum ponamus, quod proportio a c b ad a b sit qualis a b ad a c, dico quod angulus duplus est angulo b. Si non ducatur



e d faciens angulum d c b duplum b, erit igitur proportio d c b ad d b, vt d b ad d c. Maior est autem d c, quàm a c, aut æqualis, aut minor: si æqualis, igitur maior proportio d c b ad d b quàm b a, igitur maior proportio b d ad d c quàm b a ad a c b d c & æquales sunt igitur maior d a pars toto, quod esse non potest. Si verò d c ponatur maior a c, magis ex hoc sequitur b d maiorem esse b a. Quod si minor sit d c quàm a c. Ex demonstratione ipsius reflexæ proportionis patet hoc contingere non posse. Et similiter patet conuersas in reliquis etiam vcras esse, non solum in proportionibus notissimis angulorum sed etiam in coniunctione & detractione. Et est ex subtilissimis operationibus, quæ homini in hoc genere eueniant.

Propositio centesima septima.

Si in circulo duo diametri ad rectum angulum secauerint: aliæ verò ad perpendicularum ex diametro exierint ad circumferentiam, singulæ supra diametrum erunt maiores portionibus reliquis diametri superioribus, infra autem minores. Dimidium autem portionis superioris residuum ad centrum maius sagitta habebit. In aliqua præterea portionis superioris parte, quæ versus diametrum transversum posita est, maior est differentia partis diametri ei correspondētis, quàm lineæ transversæ.



Sint duæ diametri a b, c d ad perpendicularum secantes se in centro, & dicuntur super f g k h, & infra m l ad perpendicularum supra a b: dico f g esse maiorem f a, & k h x a, & contra minorem m l, quàm m a. Per octauam enim sexti, quod sit ex b f in f a æquale est quadrato f g,

Per 3. tertij  
Elem.



per 7. tertij Elem. Cor  
1. eiusdem.  
Per 47. primi Elem.  
Per Cor.  
15. quarti Elem.  
Per 18. tertij Elem.

$f g$ , sed  $b f$  est maior  $f g$ , quia  $b f$  est maior  $c b$ , & ideo  $e c g f$ , ergo  $f g$  maior est  $f a$ ,  $m l$  autem minor est per eadem  $e c$ , quare  $e a$ , multo igitur minor  $m a$ , quod est primum. Supposito etiam, quod  $a g$  arcus sit dimidium  $a c$ , dico  $a f$  minorem esse  $f e$ , nam quadratum  $e g$  æquale est quadratis  $f e$ , &  $f g$ , & quadratum  $a g$  quadratis  $f g$  &  $f a$  &  $e g$  est æqualis lateri exagoni, &  $a g$  latus octogoni, igitur  $e g$  maior  $g a$ , & duo quadrata  $e f$  &  $f g$  maiora duobus quadratis  $f g$  &  $f a$ , detracto igitur communi  $f g$  quadrato, patet propositum.

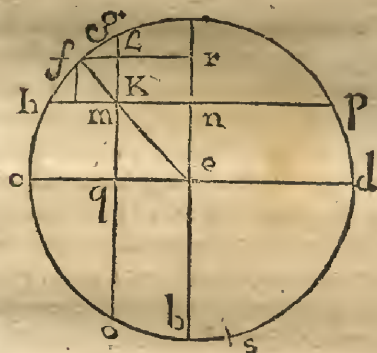
Cum rursus ex prima parte huius lineæ  $f g$  &  $k h$  sint maiores  $f a$ , &  $k a$  &  $e a$  sit æqualis  $e c$ , necesse est ut iuxta punctum  $c$  augetur magis linea in  $e a$ , quam sit differentia lineæ transversæ ad lineam transversam per communem animi sententiam, quod est tertium.

### Propositio centesima octava.

Punctum æqualitatis differentiarum descensus, & remotionis à centro inuenire.

Com.

Per præcedentem moto puncto  $a$  versus  $c$  semper usque ad  $e$ ,  $c$  magis distat punctum à linea  $a e$ , quam à puncto  $a$  versus, quia linea  $n h$  maior est  $n a$ , & per eandem dum appropinquat ad  $c$  cum  $e c$  fiat æqualis  $e a$ , maius fit incrementum in  $a e$ , quam respectu lineæ transversalis. Volo ergo inuenire punctum hoc in quo fit mutatio: & diuido arcum  $a c$  per æqualia in  $f$ , & dico illum esse punctum quæsitum: accepto quouis puncto in  $e f$ , puta  $k$ , duco  $g o h p$  æquidistan-



Per 19. primi Elem.  
Per 13. tertij Elem.  
Propos 31. & 6.  
Per 14. primi Elem.  
Per 7. tertij Element.

tes  $a b$ , &  $c d$ : eruntque anguli  $q$  &  $n$  recti & anguli  $f e a$ , &  $f e c$  æquales, igitur vterque dimidium recti: igitur per dicta in primo Elementorum Euclidis  $e n$  æqualis  $n k$ , igitur  $c q$  æqualis  $e n$ , quare  $h p$  æqualis  $g o$ , sed quod sit ex  $o k$  in  $k g$  est æquale  $e i$ , quod sit ex  $p k$  in  $k h$ , igitur  $k h$  est æqualis  $k g$  ex eisdem ostenditur  $f l m k$  quadratum esse. Quia ergo  $k h$  est æqualis  $k g$ , &  $k l$  æqualis  $k m$ , erit  $l g$  æqualis  $m h$ . Ergo descendendo ex  $g$  in  $f$ , quantum  $f l$  superat  $l g$ , tantum descendendo ex  $f$  in  $h$ ,  $f m$  superat  $m h$  per communem animi sententiam. At  $f m$  est descensus  $f$  in linea  $a e$ , &  $m h$  distantia, quæ acquiritur in linea  $f r$ ,  $n m$  enim est æqualis  $f r$ , igitur  $n h$  excedit  $f r$  in  $h m$ , & ita  $a n$  excedit  $a r$  in  $n r$  æquali  $f m$ . Quantum ergo in  $g f$ ,  $l f$  excedit  $l g$ , tantum in descensu ex  $in f h$ ,  $f m$ , quæ refert  $g l$ , excedit  $h m$ , quæ re-

fert  $f l$ . Arcus autem  $f g$  est æqualis arcui  $f h$ , quod cum possem ostendere pluribus modis satis constat, quia chordarum illorum quadrata sunt inuicem æqualia, quia lineæ  $f m$ , &  $f l$  itemque  $m h$  &  $l g$  sunt æquales, & anguli  $m$ , &  $l$  recti. Igitur cum ad quodvis punctum in linea  $e f$  semper linea descensus in parte inferiore est maior linea distantia tanto, quanto per æqualem arcum in superiore linea distantia est maior linea, descensus sequitur per regulam Dialecticam quod punctus  $f$ , est punctus æqualitatis. Per idem diceremus in quarta parte inferiore.

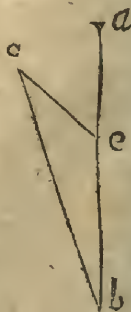
### Propositio centesima nona.

Rationem libræ expendere.

Cum libra moueatur, velut rota circa axem, quia trutina manet, idem si pondus ponatur, dum iugum fuerit in linea  $a b$  nihil mouebitur, quia appetitus descensus ex puncto  $a$  maximus est, & nihil iuuat motum extra naturam, idem dico de graui posito in vertice  $b a$ . Nam duo sunt motus in rota, & in libra vnus, per quem dum fertur per arcum  $a f$ , gratia exempli descendit, quantum est  $a r$ , quæ est minor dimidio  $e r$ , & idem minor  $e r$ , quæ est maior dimidio, ut demonstratum est, & etiam minor  $r f$ , quæ æqualis est  $r e$  per demonstrata rursus: & hic est naturalis ut palam est: alter præter naturam, & est ferri ad latus, quoniam hoc est proprium immortalibus: cumque hic sit ad latus est etiam contra naturam, quia magis distat à centro, nam  $e f$  est longior  $c r$ , si ergo  $r$  ferretur in  $f$ , moueretur à centro, & contra naturam. Dum ergo fertur ex  $a$  in  $f$ , multo lentius fertur, quam ex  $f$  in  $c$ : velocius autem ex cunque ad medium: nam plurimum descendit. Ex  $h$  ad  $b$  autem celerissime, quoniam descendit, & appropinquat lineæ  $a b$ , ut vterque motus sit naturalis. Non ergo mouetur præter naturam nisi quatenus longius recedit à linea  $a b$ , unde in inferiore parte mouetur ad eandem, idem de parte  $c b$  tota perspicua est ratio, cur facillime descendat, similiter & tota, hoc enim est demonstratum. Similiter & quare difficillime feratur ex  $b$  usque ad  $p$ , & ultra  $p$  usque ad directum  $r f$ : at de motu ex  $a$  in  $f$ , quod debeat ferri, quia plus remouetur, quam descendat, nulla est ratio: ut nec cur ex opposito  $f$  ad  $a$  difficilem se præter: & hoc est, quia tertiam rationem etiam ipse Aristoteles, & qui eum sequuti sunt, prætermisit. Ea autem est, quod dum fertur ad  $g$ ,

vel  $f$  etiam licet non descendat magis, quam remoueat, ex  $a$  ad centrum terræ tamen magis appropinquat. Quia enim  $e a$  est æqualis  $e c$ , quoniam prodeunt à centro circuli eiusdem, &  $b e$ , &  $e c$  sunt maiores  $b c$ , idem  $b a$  erit maior  $b c$ , est autem  $b$  centrum mundi, ergo  $a$  motum ad  $c$ , appropinquauit ipsi  $b$ .

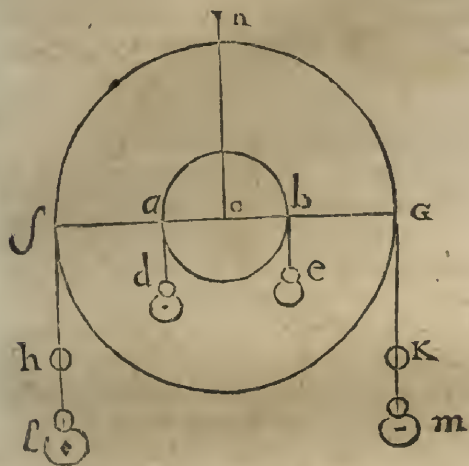
Dico etiam quod libra ex chalybe tenuissimo,



Per 17. primi Elem.



fimo, & quanto leuiorum concharum, & longioris iugi 10. exactior, quoniam lances illæ minori excessu mouentur, quia plus distant ab hypomochlio. Sit ergo libra, cuius iugum ab trutinac: lances d & e, alia libra, cuius lances h, & κ, & l m longiores, iugum fg. Constat, quod qualis proportio fg ad a b, talis ambitus, ad ambitum: motus ergo si sit æqualis vtrarumque, igitur à tanto minore proportionē



movebitur in h, quam in d, velut sit proportio f g ad a b dupla, vt ergo æqualiter moueantur, si sit dupla sexquiquarta in d cum lance ad e vacuam, erit in h sexquialtera, & movebit æquali tempore. Ergo iuxta hoc fient libræ, quæ examinabunt decimam, & vigesimam partem grani, quod est necessarium in preciosis rebus, & medicamentis potentibus, & longè magis in mechanicis experimentis, & maximè quæ ad demonstrationem pertinent magnitudinis superficierum, & constat res in tribus, in longitudine, f g iungi, in leuitatem materiæ illius, & lancium, nam tanto maior redditur proportio ponderis exigui, & in firmitate iugi ac rectitudine, ideo debet fieri ex chalybe purgato, durato ac tenuissimo, naturæque leni, & vt c sit in medio & mobilis f g.

Considerandum est demum an  $f l$  &  $g$  in sint grauiiores  $f h$ , &  $g k$ . Vt enim grauiiores existerint minus faciliè mouentur. Videntur autem mihi, qui de his conscripserunt perperam contempnissse hoc, constat enim, quod dum  $l$  descendit, remouetur a  $b$  n c trutina, &  $m$ , quæ ascendit contra appropinquat. Videtur autem hoc bifariam contra naturam: nam vt diximus pondus applicat se ad rectam  $n c$ , quia versus centrum, & etiam quia facit angulum obtusum, cum deberet, vt ab initio saltem constituere cum iugo rectum. Et de  $m$  nihil mirum est, cum acutum, vt se ad lineam, quæ ad centrum retrahat. Huiusmodi præterissse Aristotelem, demiror, quæ nimis fuerunt in conspicuo, vt dubitem ne non suus sit ille liber, qui eius penè nihil sapiat præter obscuritatem. Tentandum est igitur horum causas assignare: nam quæ huiusmodi potest esse doctrina nisi perfecta fuerit, in omnibus etenim necesse est aut omnia scire aut ignorare. In hoc igitur dico, quod  $h f$ , seu  $l f$ , semper æqui distant  $n c$  trutinæ, ergo cum an-

gulus f c n inclinatio iugo fiat obtusus descendente pondere, & n c g ascendente pondere fiat acutus ergo angulus l f c tantundem fiet obtusior, & m g c acutior, quanto anguli ad c tales sunt. Et causa est quia n c ratione ponderis est directa ad centrum, ergo oportet, vt pondera l, vel h, & m, vel k., si debent tendere ad centrum, vt f l, & g m æquidistant n c, nisi quantum est pro distantia f, à puncto c, & g a b eodem, quæ comparata ad centrum terræ, seu mundi, est insensibilis omnino. Circa hæc notandum istud mirabile scilicet, quod ratio motus, quantumvis exigua sufficit ad motus modum, licet velocitas pendeat ex gravitate, & aliis. Et quod graue, quod expers est sensus, debeat sequi rationem Geometricam vix sapientibus cognitam, causa tamen vna est, & perspicua: nam omne graue est in linea à centro mundi: si autem medium grauis sit extra lineam, vertitur ad illam, quæ est in eo, nam centrum semper est in eadem. Ergo sola inclinatio ad hoc vt medium grauis sit in linea centrorum gravitatis & terræ, sufficit. Est ergo principium in seipso. In appensis similiter. Trutina enim, & finis iugi, & grauis centrum mundi centrum sunt in eadem linea, vt esse possunt, cum exigua illa & sola distantia intercedat, & hoc est primum. Quia ergo iugum est ex materia solida mouetur ratione, quæ dicta est, lances autem oportet cum filis appensi sint, vt puncta f & h, vel l, & g k, vel g m sint in vna linea cum centro terræ. Et quia l magis distat a b f quam h, & m a g magis quam k, & oportet faciant eandem inclinationem, quia anguli trutinæ cum iugo sunt iidem, & linea c l est maior c h, & c m, quàm c k in quouis situ, ergo spatium, quod ambitur, est maius ergo per d e monstrata superius l est grauius h etiam præter vinculorum additionem, & m grauius k. Quanto igitur longiores sunt funiculi à libræ extremitate seu iugi, tanto grauius redditur pondus, quod tamen multi putant esse falsum: nec aliquid referre, quòd sit longum, aut breue sustentaculum.

*Propositio centesima decima.*

Si duæ sphæræ ex eadem materia descendant in aëre eodem temporis momento ad planum veniunt.

Supponitur quod ex eodem loco. Sermo enim absurda sub interpretatione nunquam nisi ab inuidioso, vel imperito intelligi debet. Sit ergo a tripla ad b, sphærule ad sphærulem ex plumbo ambæ ferro vel lapide eiusdem generis, dico, quod inæquali tempore peruenient ad planum c d. Nam a proportionem habet ad b, vt vigintiseptem ad vnum, proportio autem spatij a ad spatium b nonupla est, &



Com.

170



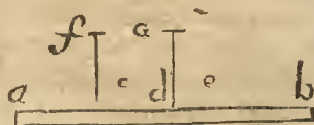
proportio densitatis aëris ad aërem est tripla, propterea quod densitas illa multiplicatur propter impetus magnitudinem: nam si robur, ut decem percutiat baculo lato, ut quatuor ictus erit maior duplo, quam sit robur, ut quinque percutiat baculo, ut duo: propter densitatem ergo maiorem aëris in a, quam in b: & quoniam si sub maiore impetu mouetur aër sub a, quam sub b, igitur proportio erit comparanda longitudini à centro a ad longitudinem a centro b: quæ est tripla. Si ergo sub tripla est ratio motus b ad a, quod ad medium attinet, tripla autem propter velocitatem discessus aëris à medio granitatis, quod est in superficie e regione centri granitatis in linea ad centrum mundi, ut dictum est in præcedenti: manifestum est, quod a, & b inæquali tempore peruenient ad subiectum planum, & æquidistans centris eorum. Similiter & in aqua: cum vero videatur in illa tanto celerius a descendere, quam b, quanto est semidiameter a longior semidiametro b, liquet ex hoc, quod æquali velocitate descendunt, sed ob velocitatem motus in aëre latet discrimen anticipationis contactus soli a ante b, qui dignoscitur in aqua, ex quo patet exactam esse æqualitatem. Sed resiliunt semel in aqua ambæ, cum pluries in aëre à solo, quare etiam in aqua perturbatur cognitio in parum accuratis, atque sésu præditis, sicut etiam in casu, ne altera alteram perueniat, vtraque comprehensa duobus digitis, altera alteram tangente, & vsque ad centrum in aquam demissis simul digitis dilatatis dimittendæ sunt.

Com.

*Propositio centesima undecima.*

Cur ex medio tela validiorem ictum, & naues in scalmo à remo, ac malo recipiant inde ex puppi explorare.

Aristoteles videtur in Mechanicis, & qui eum sequuti sunt, videntur rem nauticam quod ad remos attinet, referre in longitudinem partis, quæ scalmum tanquam hypomochlium interiacet & manum: ea enim circa medium naus cum illa ibi sit latior maior est. Sed & qui lembos ducunt, & in puppe, magis distant à scalmo & in proras quam in medio naus, nec tamen velocius illam agunt: non quod ratio illa falsa sit, sed quia velocius feruntur etiam ob aliam causam, quam sit hæc, & magis vniuersalem. Primum igitur sumamus, quod superius demonstratum est scilicet, quod vbi pondus aliquod æquale vndique tanquam in libra suspensum fuerit, proportio ponderis partiū inæqualiū ad duas partes æquales, est cōfusa ex proportionem lōgitudinis earundē, & quadrato eiusdē proportionis. Sit ergo diuisa a b in c & fiat c e æqualis e a: proportio



igitur ponderis b e ad pondus e a est com-

posita ex proportionem b e ad e a, & quadrato eius secundum longitudinem, at posita agina d g in medio a b, proportio ponderis b e ad pondus e a est, veluti longitudinis b e ad e a, igitur proportio ponderis b e ad e a, cum agina est extra medium in c, est tanto maior proportionem b e ad e a, quantum est quadratum illius proportionis, ergo b e pondus maius est, cum agina est in c, quam in d. igitur per communem animi sententiam addito communi pondere a e, erit pondus a b minus semper cum agina est in d, quam in vilo alio loco a b. Ergo pondus a b apprehensum in d mouebitur ab æquali vi maiore proportionem, quam vilo alio loco. Hastile ergo in medio apprehensum maiore vi mouebitur, quam in vlla alia parte. Et si gracilius sit in anteriore parte propinquius comprehensum calci, & si crassius, vel grauius propius cuspidi. Semper igitur, ob hanc causam, mota ex medio grauitatis seu velo, seu ramo, seu manu velocius mouentur, quam ex aliis partibus. In remo etiam potest accedere illud commodum, cuius meminit Aristoteles. Propter hoc igitur, qui malum in naui collocauerunt tantum vnum, in medio ferme eum collocarunt, ut antiqui: & qui duos aut tres, maiorem crassiores scilicet, & altiores in medio constituerunt.

Propositi.

*Propositio centesima duodecima.*

Cur ex imo leuia longius ferantur de-  
clarare. Com.

Iam vero consideremus, quod propositum est, non solum in comparatione ad medium, sed extremorum inuicem, missa enim ab imo velocius feruntur, quam à medio non solum manu, sed leuibus, & arcibus. Videmus & hoc obseruare pueros virgam longius iacentes non ex medio, sed imo apprehensam, quoniam pars ipsa anterior, & quæ manu apprehensa est, vehementi impetu emittitur: & ut recipit impetum magis æqualem, longius fertur, nam quod emittitur proportionem habet ad spatium. Cum ergo apprehensa in medio virga solum medietate anteriore impetum recipiat per se, ob id minus fertur: at impetus sequitur proportionem, ut visum est, quæ est circa medium ob leuitatem ponderis. In leuibus ergo maius spatium superabunt emissa ex imo quoniam proportio spatij eadem est ad duplum, & ad dimidium. Igitur ex imo ferme duplum etiam spatij, superabit: non tamen omnino quia maiorem, ut dixi proportionem habet ad id, quod ex medio comprehensum est. At in leuibus non est necessarium, ut ex medio apprehendantur, quoniam, etiam cum incremento illo ponderis iam leuia sunt: plus ergo facit longitudo eius, quod ei aculatur, quam impetus, cuius demonstratio

est hæc. Sit virga a b apprehensa in medio b c d a dio ponderis vniuersæ mediæ, & in a d, ut sit d a palmus & vigesima pars totius a b, erit ergo residuum ad duplum, a d nonuplum, & a b tota vniuersæ



Per 89.

ciarum quinque cum dimidia, si igitur grauetur, quia in situ recto est mediar vnciar, in æquidistanti terræ, quinque vnciarum cum dimidio, erit in situ dimidij recti vnciarum trium. Est igitur proportio sexcupla, si apprehendatur in medio, & ad æquidistantem, ad apprehensam in imo, & ad angulum medium: at emissâ ex a d habet totum aërem a b circumdantem impulsu ex c b solum dimidium reliqua pars vi trahitur, ergo proportio spatij a b, erit sexdecupla ferme spatij b c, quoniam est triplicata corporis ad corpus eius, quæ est longitudinis ad longitudinem, & quadruplicata respectu aëris a c, qui resistit apprehensa a b in c. Et iam minus ferebatur quinta parte, ideo longius ei aculabitur triplo ex a, quàm ex c. Nec tamen maiore impetu, quia obliquè fertur, & quæ obliquè ferunt, minore cum impetu ferunt: atquè eo magis si leuia fuerint: ab aëre enim circumambiente perturbantur, & in incertum trudentur. Quæ ergo graua sunt ex medio emissâ, & ad æquidistantem longius feruntur, & maiore cum impetu, quia magis directè: leuia autem longius ex imo, sed minore cum impetu, si aliqua causa à recto, & æquidistante declinauerint. At si à supræma parte, & iuxta cuspidem, neque procul feruntur, neque cum impetu ob causas dictas. Eadem quoque ratio est omnium machinarum: ideo oblongæ longius ei aculantur, quoniam proportionem seruant ad canalem. Sed de hoc inferius agetur.

Prop. 107.

*Propositio centesima tertia decima.*

Com.

Cur virga longius mittatur à puero, quàm à viro inuestigare.

Diligentia, & vsus puerilis efficit, vt virga feratur secundum medium rectianguli: vir autem non constanter iacit, & secundum rectum, at rectus incessus in leuibus, quia ab aëre in obliquum deflectitur virga ob longitudinem efficit, vt inflectatur infra celerius, & desinat citius motus, ac finiatur. Tertia causa est, quod leuissima non aded recipiunt impetum vt graua, nam leuissimam & exiguam ligni portionem maximo nixu vix excutimus è manu. Causa ergo est: quoniam vim, oportet, vt habeat, quod contra naturam mouetur, vt naturaliter moueri possit, quæcunque igitur naturaliter exiguum habent motum, vt pluma, palea festucæ nulla ratione vehementer contra naturam agi possunt. Quædam ergo à pueris longius iaciuntur ob solum peritiam, & exercitationem, quædam quoniam ad angulum latiore magis feruntur, quàm sit rectus, quædam quoniam leuissima sunt. Sed si leuiora non feruntur valido motu violento, cur tamen à pueris iacta longius feruntur? Ratio est, quoniam maior vis deficiente obiecto magis fatigatur, atque ideo minus mouet. Propter hæc igitur omnia non solum in pueris, sed in machinis, quæ accommodata sunt, melius impelluntur, ac longius feruntur, quàm leuissima, nam nec palea scorpione iacta tam procul, quàm sagitta fertur, cum proportio maior sit, tamen ad pa-

Tom. I V.

leam, quàm sagittam. Inde fit, vt quemadmodum Turca ille literas sui Principis, cum timeret ad nostros propius accedere, lapidi alligatas longius emisit. Causam autem huius docet Aristoteles in Mechanicis dum quærit cur, & graua & leuia valde longe proici nequeunt: nam graua nimis, moueri non facile possunt: leuia etiam valde ad rem mouere non valent. Ob hæc vtrique ex his paruo cum impetu emittuntur, tamen si vehementer nitaris. Sed & leuia feruntur hac illac, vt non possint retinere impetum prioris violentiæ: inatum enim est, vt duorum motuum simul in eadem re vigentium, cum illa proprio impetu feratur, vnus alterum impediat: nam si rota vehatur circulariter acta, non tamen cessabit, aut imminuetur impetus circulationis. Multa ergo in huiusmodi anomalis motibus consideranda sunt, vt illorum impetum robur, ac locum definiamus.

Ex hoc liquet, cur plumbeæ sphaerulæ longius ferantur à tormento emissæ, quàm ligneæ, etiam si non frangantur.

Cot.

*Propositio centesima quarta decima.*

Circularis motus differentias quatuor esse, earumque rationem contemplari.

In motu circulari aut axis progreditur, aut suo loco manet. Vtroque autem modo vel mouetur ab axe, vel circumferentia, igitur constat quatuor esse motuum differentias: quas cum tres proponat author libri Mechanicarum, aut Aristotelem illum esse, credendum non est, aut illum stupidum dicere necesse est, nam modum diuidendi eum latuisse quis putet, cum rota igitur aut spæra in plano circumagitur, motus est ex circumferentia prægrediente axe, vt palam est: motus enim loco nobis mouentur omnia, quæ sunt in nobis. Cum verò rotæ sub curru sunt, progreditur axis earum, & rota ob id cum quiescere nequeat, quia facilius circumuertitur, quàm trahatur, procedit, & hic est secundus modus, quo rota ex circumferentia mouetur, & ex axe initium est motus. At verò in rota molarî, & quibus gladij exacantur, cū loco non moueantur, motus est ex axe: axis enim rotam circumagit, non rota axem, quiescit tamen in eodem loco rota, & axis scilicet, quia non progreditur, sed in loco mouetur: atque hic est tertius modus. Demum succula putei, & ipsa mouetur circulari motu, & trochleæ etiam, neque enim progrediuntur: sed non ex axe mouentur, verum succula per coloppes circumducitur, & trochlea per funes, axisque in succula mouetur, in trochleis autem quiescit prorsus: dico mouetur, id est circumducitur, non quod progrediatur: vt non solum sint quatuor modi, sed potius quinque, nam & demonstratione ostenduntur, & experimento docenteprehenduntur. Horum omnium liberrimus est, primus ex circumferentia progrediente toto, seu attracto seu impulso & velocissimus, cuius causam supra ostendimus.

Prop of. 40

X x Proximus

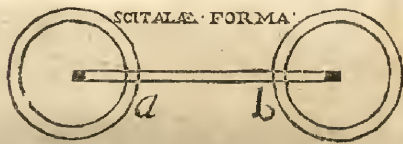


Proximus huic est motus rotarum per axem, quoniam axis premit roiam interius solam, & labitur: ideoque quod & axis, & rota intus sint sint leuissima, prodest plurimum: & auri-gæ axungia inungunt, & nomen ab eo traxit axungia. Et quæ rota magna sit: quoniam cum non rota, sed axis trahatur in æquali tempore & magna, & parua trahitur: vtraque verò vna conuersione tantam lineam rectam superat, quanta est rotæ peripheria. Quod si plures sint rotæ celerius feruntur, quia axis minus tanto rotæ premit. Et si rectus sit axis, & bene rotundus, & foramen rotundum, & latius, & è durissimo ligno, vt non possit inclinari: & rota ipsa in ambitu æqualis, omnia hæc faciunt ad motus velocitatem, vnde Ho-merus.

Iliad. 23.

Ἰχνη τῶν ποτῶν ἀφ' ὧν πορεύονται κέντρον ἀμφιχυ-  
θῆναι.

Id est, vestigia percussit pedibus, antequam illa puluis pedibus excussus (vestigia scilicet relinquentibus) ingrederetur. Principalis autem causa velocitatis est agens, velut equi. Sed inter hunc motum & priorē medius est Scitalæ vocatæ, nam vt in primo axis proci-dit & rotundū à superficie circumagitur, licet axis etiam circumducatur, vt axis, & rota, aut sphaera duplici motu moueantur, sci-licet antrorsum, & circumcirca, in rota cur-rus duo iidem motus sint, axis quoque an-trorsum moueatur, sed non circumagatur: vn-de impeditior est hic motus: ita in Scytala vtrumque vtroque motu mouetur, & circum-circa, & antrorsum, atque id commune est, cum primo ita axis mouet rotas, non rotæ axem, quod secundo motui rotarum in curru proprium est, vt tantum degenerent à primo motu, quanto leuius vertuntur, quam in secundo motu. Trahitur ergo iugum in



scitala, velut in rotis currus, sed est anne-xū rotis non in curribus. Propterea in primo motu trahitur, vel impellitur à superficie: in secundo ab axe, sed non affixo rotis, vnde ægrè trahuntur in scytala ab axe affixo rotæ. Quare leuius quàm in curru, difficilior quàm in rota vel sphaera à superficie extrema circū-acta. Quartus modus est, vt dixi, circum-acta rota ab axe, quum non progreditur, vt in moletrinis, & rotis, quibus ferrum exa-cuitur. Est enim hic similior primo, quia con-trarius, in primo enim procedit rota, & ver-titur à circumferentia, hic quiescit rota, & mouetur ab axe. Proximus huic est, qui sit in succulis ob firmitatem axis: nam axis est coniunctus rotæ. Vltimus est trochlearum, qui & difficillimus: sit enim à circumferētia, & axis disiunctus est à trochlea: quod ad-dit difficultatem. Sed & trochlea caret collopibus. Ergo verum est, quod omnia rotunda facilius circumaguntur, sed

variā ratione: nam plus mota super ali-quo plano vt in plaustris & scytalis: mi-nus in succulis, & rotis acuentibus fer-rum, & molis: nam & si rotunditatem iuuat ob æqualitatem ad conuersionem, non tamen in his est adeò utilis. Utilitas ergo prima est, cum circumuertitur in pla-no, vnde in rotis scytalis, & sphaeris. Secunda quæ minor est, cum à superficie circumuertitur, vt in trochleis. Tertia cum à colloppis, quæ minima est omnium, vt in succulis. Motus autem cœli non est ex tri-plici primo genere, cum sit in loco, & non ad locum, neque vt rotæ molaris: nam ille est ex axe: nec vt in trochlea: nam in ea axis quies-cit, ipsum autem cœlum circa axem non ver-titur, sed cum axe, si tamen infecabilis linea circumagi potest dici. Relinquitur ergo, vt Cœli motus propior sit motui succulæ, quàm alij motui. Differt ab eo in hoc, quod in succula mouetur axis ab orbe: at in cœlo vt non mouetur ab axe, ita nec axis ab orbe: cūque sit motus simplicissimus, in alio gene-re collocandus est: quandoquidem in illo nul-la pars possit dici primo, quod necessarium est in vnoquoque horum.

*Propositio centesimaquinta decima.*

Proportionem motuum impulsione, & attractionis inter se ab eadem vi declarare.

Constat, quod attractio cum fune longio- Com-  
re validior est, quam cum manibus, quoniam est cum motu quodam: motus autem ad-get actionem, ideo attractio validior est hac de causa, sed & impulsio cum baculo validior est, quam cum manibus, quoniam licet col-ligere omnes vires in illo baculo, & ipsum ap-plicare loco, vnde facilius impelli potest. Velut sphaera ex medio latere: nam ibi magis colliguntur vires, & ad impellendum facilius est, quodcumque leuius est. Pars autem ma-gis remota à centro grauitatis est leuior, his duabus causis, sphaera ex medio latere facilius ac magis impellitur. Sed nos supponimus nunc applicationem æqualem esse, nam se-cus ad impellendum facilius est applicare to-tum corpus, quàm attractionem. Pectore enim magna vi impellimus, nihil est compar, quo trahere possimus. Sed, vt dixi, sit baculus applicatus alicui lapidi ea parte, qua facilius potest impelli & trahi, & quæritur, quæ maior sit vis, an attrahendi: & dico quod ho-mo, vel conatur trahere toto corpore, & impellere, atque hoc modo magis trahit, quàm impellet, quoniam corporis pon-dus melius adhibetur in tractione quàm impulsu: vel citra corporis pondus, sed sola vi membrorum: & tunc magis impellit, quoniam impulsus fit corpore prono in anteriorem partem, quæ inclina-tio, & motus est naturalis magis, quàm in attractione in partem posteriorem. Sed vbi nulla sit diuersitas neque ho-rum, neque figurarum æqualis vis æqua-lem efficit motum: quia impulsus im-pellentis comparatione est attractio res-pectu alterius. Verum non est eadem vis nec propè par impellendi, atque attrahendi hominibus, cum attractio fiat per



per musculos ad originem suam naturaliter se retrahentibus impulsui nullum instrumentum a natura delegatum inuenio, nam ad extensionem musculi sanè ex aduerso sunt fabricati: cum ergo duo sint tantum motus musculorum tensio, duo retrahuntur ad principium suum, & remissio, dum membrum quiescit in naturali nullus erit locus impulsioni, nisi ex consequentia non per se, quomobrem multo infirmiore illam attractione in brachiis esse, necesse est.

*Propositio centesima sexta decima.*

Cur machinæ ablongæ igneæ longius emittant sphaeram explorare.

Com.  
Prop. 103.

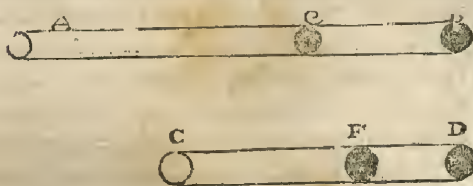
Quoniam ratio superius adducta, neque in his, neque in hypophysis (vocant cerbatanas) non potest satisfacere, cum tamen idem sequatur in his, ut in illis videtur, quasi vis esse in sphaerula sic emissa, & non in aëre, quemadmodum dicebamus, coniuncto esse. Ex quo necesse esset, ut quod longius ferretur, etiam validiores ictus inferret, hoc au-



tem non ita se habet, sed ictus magnitudo ex robore machinarum tam ignearum, quam scorpionum pendet, nam sit a scorpio magnus, sed tenuis, ex hoc palam est longius mittere sagittam, quod a parua, & breui, quantumvis crassa non longe mittitur: at verò quod b crassius & paruus maiore cum impetu mittat ostenditur nam ea pondera sagittæ mouet, quæ non potest mouere a, igitur b validiore robore mouet, quam a. Præterea illud ostendit iugum funis arcus crassiora duriora, quæ maioribus indigent, quam a, qui à puero tendi poterit. Non est ergo eadem ratio mittendi longius, & validiore cum robore. Eadem ergo cum ratio sit in machinis igneis, crassiores enim, & latiores ac breuiiores magis concutiant, quam longiores tenuiores minoris sphaeræ capaces: non solum ob magnitudinem sphaeræ magis illæ concutiant, sed, ut dixi, ob maiorem impetus vim: causa ergo est manifesta in his, sed non causa, qua longius ferantur in lon-

Tom. IV.

giore canali. Sed videtur vna, eademque esse ratio in vtrisque. Constituatur canalis a b longior, & c d breuior, ut sit sexqui alter ab ad cd, & sit rursus sphæ-



ruæ locus e in longiore, sexqui alter in distantia a b, qualis est in f ad, & erit per dicta ab Euclide in quinto, ac sexqui altera c f. Possemus igitur dicere, quod velut ab hypomocplid longiore spatio circumagitur pondus: ita & a b c, & f. Sed rursus incidimus in id, ut maiore impetu feratur e quàm f. Ideo si concedatur maiore ferri ex e, quam e f non sequitur, ut celerius, aut maiore impetu. Percutit puer pugno quanta vi potest ac celerrimè, vir robustus lentè, minore impetu, sed tamen ictus longè maior est. Est enim ictus robur non à velocitate sed maiore ex ponderis grauitate, quæ sola premit, virget, & frangit etiam sine motu. Solum ergo id restat dubium, cur si grauius est, moueatur eodem fermè impetu: nam quo maiore impetu fertur, eo longius fertur, non tamen magis ferit, concutit, aut quatit, sed grauitas ad hoc plus facit impetu. Palea maximo impetu demissa non ferit, non lædit, & celerius descendit, ferrum sola grauitate actum, imò etiam temperato ictu lædit grauitèr, quatit, & frangit: itaque f maiore indiget quantitate pyrii pulueris, quàm e: siquidem tertia parte ponderis suæ sphaeræ: at maius est pondus f quàm e, ergo maius pondus pulueris f quàm e, ergo maior vehementia ictus, siquidem ea sequitur, robur causæ mouentis simpliciter: ut concludamus longitudinem ictus sequi proportionem motoris ad motum, sed vehementia robur motoris: nam si ex portione mouet æquale pondus maiore cum impetu mouet, quoniam maior est proportio: si minore igitur pondus maius est, & ut dixi plus facit magnitudo ponderis cum leui ictu, quàm magnitudo ictus cum leui pondere. Quæ ergo feruntur per longiores canales maiore impetu feruntur, & societatem habent aëris moti per longius spatium, ut tardius remittatur, quia longiore tempore vis motus confirmata est, & proportio eius, quod mouet, maior est ad id, quod mouetur, quia minus extenditur, at verò f motu minore proportionem ictum facit maiorem, quia, ut dixi tanto grauius est quod ferit. Quod autem minus extendatur machina a b quàm c d, nunc ostendere oportet.

*Propositio centesima decima septima.*

In cuniculis maior est vis pulueris copiosioris ampliore in spatio, quàm paucioris in minore iuxta proportionem eandem.

V x 2 Sit

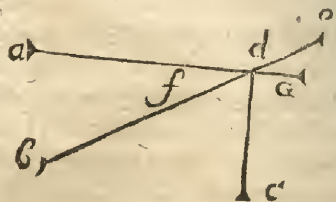


Sit spatium  $fd$  sexquiertium  $b e$ , pulvis quoque in  $fd$  spatio similiter sexquiertius pulveri  $b e$  pondere, & manifestum est, quod dum conuertitur in ignem qualiscunque sit proportio (modo eadem ignis ad pulverem) erit ignis in  $fd$  pariter sexquiertius igni in  $b e$ ; dico quod si crassities  $fd$  sit etiam sexqui tertia crassities  $b e$ , quod poterit frangi, & moueri  $fd$  quiescente  $b e$ . Vnde idem in cuniculis vt magnus cuniculus cum multo puluere possit mouere montem, paruus cum puluere proportionem respondente priori non possit. Nā cum æqualia sint omnia iuxtaque rationem eandem, necesse est vt pro ratione extendatur, at in paruo spatio minor sit densitas, cætera paria sūt, ergo à paruo spatio non tantus sit impetus, quantus à magno. Impetus etiam proportionem habet ad pondus, & ad coniunctionē, à maiore igitur impetū plura, & maiora mouentur, & conuelluntur, quam à minore, ob hæc igitur minores cuniculi succutiunt, maiores euertunt, maximi exturbant, & proiciunt. Nam qui succutiuntur, vbi pondus, aut coniunctio maior sit, quam vt distrahere possint, condensant partes proximiores, & rimas faciunt, per quas exhalat ignis aut omnino extinguitur, aut condensatur. At ergo in bellicis machinis, minus dilatat pulvis, cum fuerit in longo canali, ob id ergo maiore impetū feruntur per illas, quam per breuiiores, etiam quod minor sit pulvis, minor sit ignis. Experimentum facies in canali, vbi sambuci medulla pro globulo statu impellente expellitur absq; periculo: nam quanto minor fuerit canalus ambitu ac longior eo maiore impetū pellitur. Forsan quispiam nos merito poterit videri reprehendisse, quod inanis gloriæ studio perniciofa humano generi doceam. Quibus respondeo, me nihil docuisse, quod in humani generis detrimentum cedat, huiusmodique præcepta iam obscurasse, vt ne quid mali accidere possēt hominibus ex his: nam quod ad ea, quæ declarata sūt, causa solūm retuli, effectus ipsimodi artis nimirū feruntur, ac nimio plusquam vellē intelliguntur. Vt cum ad copiam, ad magnitudinē, ad coacta imperia miserorū respicio, nihil plus possit addi. Omnia enim hucusque spectant ad potentiorum incitemēta. An ergo succurrere afflictis, obsessis, cinctis, æquare conditionē, liberare à seruitute etiā rebelles non licebit? Ab initio fuimus omnes liberi: excogitata fuit regni ratio ad commodum hominum, ea versa est per vim in Tyrannidem. Subtili ergo ratione occurrendum est imbecillioribus: nam reliqua omnia nimis, vt dixi, quæ ad cuniculos ad magnitudinem machinarū ad rectos ictus ad liberamenta, ad longitudinem spaciū, per quos globus ille defertur, nota sunt improbis illis artificibus, nec nostrum est spectare, cur id licuerit, postquam Deus hanc violentiam esse voluit. Multa damnamus, quæ Deus esse vult: boni viri est non nisi opitulari hominibus, etiam malis modo bonis futuri non sint impedimento: quamobrem ea tradenda sunt, quæ oppressis sint auxilio: ea sunt, quæ subtilibus constant rationibus & multiplicata amittunt vim vt quasi præstent pauca multis, & exigua magnis. In cæ-

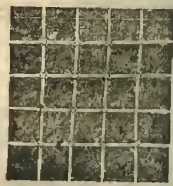
taris obscurare ita decet cuncta, quæ obesse possunt, aut quouis modo perueri ad malos vsus queant, vt dicta non dicta esse putent: hoc est officium non solum probi, sed etiam prudentis viri.

*Propositio centesima decima octaua.*

Quanta proportionem decedat ictus in obliquum parietem ab eo qui est ad perpendicularum declarare.



Sit paries  $b d e$ , ex  $a$  feratur in  $d$  ictus, qui si esset in  $c d$  parietem esse ad perpendicularum, & validissimus, sin vero in  $fg$  abraderet, & non conquassaret. Quæritur ergo ex  $b d e$  muro qualis excipietur: erit ergo proportio anguli  $c d a$  ad angulum  $b d a$ , veluti ictus  $a d$  in  $d c$  ad ictum in  $b d$ , manifestum est autem sequi proportionem, quoniam maxima varietate constat dum ex angulo  $b d a$  acuto sit acutior, quoniam si  $b d c$  sit quadruplus  $b d a$  erit residuus ad dimidium  $b d a$  non plus ipsi dimidio, & ad quartam partem habebit proportionem decemnouem ad vnum. Si ergo etiam in idem tenderent, non efficerent mille ictus quod tres, cuius demonstratio hæc est. Supponamus proportionem  $b d c$  ad quartam partem  $a d b$  addito residuo ad  $b d c$  esse solūm decuplam: tunc ex duobus ictibus centupla erit in  $d c$  ad eam, quæ in  $b e$ , etiam tribus millicupla: nam conquassata turri in primo ictu, id  $d$  decuplo magis ad perpendicularum quam in  $b d e$  sumatur decima pars in ambitu  $d$ , & illa erit ergo tam dissoluta, & infirma ex supposito, quam est tota  $b e$ : sed ex secundo ictu decuplo magis conquassabitur illa pars, quam  $b e$  ergo tota  $d c$  centuplo magis quallabitur ex duobus ictibus  $c d$  turris, quā  $b e$ , & ita in tribus: ex decem millibus ergo ictibus etiā ad amissim directis, cū tamen id vix fieri possit in tanta multitudine non plus comminuetur  $b d e$ , quam ex decē  $c d$  præter quam exiguum quippam in superficie. Immo vt declaratum est multo minus repetita ratione multiplicis. Ob id in arce Mediolanensi exterius lapidibus viuis in rotundum diducta superficie intervalloque quadrato hunc in modum munitæ sunt altiores turres. Fiat ergo murus cuius proportio  $a d c$  ad  $b d a$  sit sexquiertia, eritque angulus  $b d c$  dodrans recti, & parum inclinantis, siquidem  $b d c$  erit quarta pars recti, & sit tantæ magnitudinis, atque durtiei, ac adeo benè coniunctus ferreis, catenis ac astolonibus, vt possit resistere machinarum



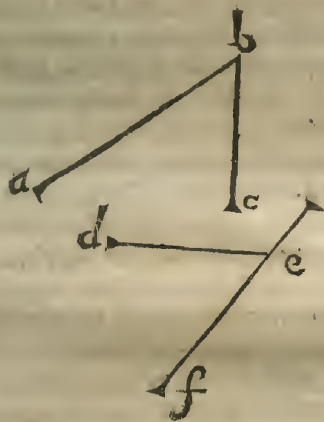


machinarum ferentium sphaeram  
librarum ducentarum ( quæ sanè  
maximæ sunt ) quinquaginta: tunc  
cum proportio sexquiertia nouies  
repetita , vt in numeris vides,  
efficiat quinquies replicatis nonem  
ictibus , fiet proportio decupla  
quinquies producta , quæ est  
centum millium ad vnum in qua-  
draginta quinque ictibus. Antequam ergo  
peruenit ad quinquaginta ictus rectos neces-  
se erit , vt multo plures centum millibus  
ictus excipiat antequam euertatur, quæ recta si  
esset quinquaginta solum potuisset sustine-  
re. Quæ ergo humana potentia sufficeret.  
In arce Mediolanensi vidimus vix attactas  
in illis extuberationibus lapideis. Sed quo-  
niam hic occurritur per inclinationem ma-  
chinarum , idè de hoc sermonem sum ha-  
biturus.

Propositio centesima decima nona.

Quantum ictus machinæ procliuis ad an-  
gulum minuatur, explorare.

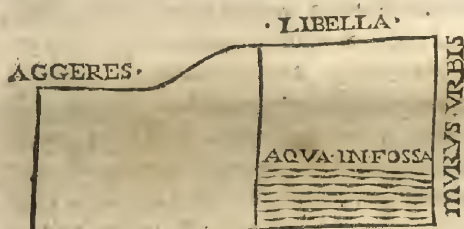
Huiusce causæ excogitarunt , vt ictus ad  
perpendicularum dirigeretur & quanquā an-  
gulus d e f sit æqualis angulo a b c, longè ta-  
men maior est vis a b quam d e duplici cau-  
sa, & quoniam a b est secundum naturam im-



petus ignis, & etiam eorum, quæ emittuntur  
in altum: & quod pars superior in b reti-  
neat ictum, in e non retineat. Sed cani-  
tas fiat maior in inferiore parte: cuius expe-  
rimentum quilibet facere potest cum hasta.  
Huic ergo solertia, quam tormenta iubet al-  
tius collocare obstat primum, quod ictus ex  
declinui situ periculosior est pro machina, &  
maximè quod retro impellit, quæ ex retro-  
cessa, postquam exonerata est, dignoscitur,  
& ad collimandum decedit parte virium sua-  
rum, quod etsi paruum sit, in ductu tamen, &  
ictum multiplicatione magnum affert di-  
scrimen. Habet & commodum situs muri  
accliuus terram suppositam ad perpendicularum  
quam ictum sustinet: adè vt omnibus  
inuicem collectis, perinde sit ac si ex per-  
pendicularo, & æquidistanti ad solum fe-  
riatur. Venetus. S. aliter Patavij cauit,  
videturque quod sapientissimus sit, & ean-  
dem sequatur vbique normam, postquā in  
rotundam figuram totum vrbis ambitum for-  
mauit, & fossa lata, ac profundissima, aqua-  
que perenni muniuit, & summam muri

Tom. IV.

partem rotundam in hunc modum effecit  
cauamque interius vndique, ne cuniculis  
posset euerti, à lateribus verò humiles, ac  
crassissimas turres, vt nulla vi possent dirui,  
easque tormentis bellicis, vndique latera  
lustrantibus repleisset illud diligentissimè  
cauit, ne murus humilior esset aduersa ripa,  
sed ad libellam tamen depressus, vt etiam  
machinis in terram extensis sphaerulæ non  
tangerent murum: nam cum fossa sit qua-  
draginta passuum, excedat autem murus  
exteriorem aggerem vno passu, vt quic-  
quid in ambitu est vno ictu oculi cognosci  
possit, & aggeris angulus maior sit vno pas-  
su, tum magis adiecta crassitie machinæ  
fieri non potest, vt ictus in murum dirigatur.  
Eam ob causam etiam cauit, ne ædificium



vllum, aut planta, vel colliculus esset cir-  
cum circa urbem ad tria M. P. laborat hoc  
periculo hæc vrbis, ne tota ædificiis euer-  
sis concidat. Turcarum enim Princeps di-  
dicit, vt in Nouo castro in Melitæ Insulæ  
arce S. Elmi appellata plusquam mille icti-  
bus in singulos dies imò m b obtunderet  
munitiones, cumque impetum producere ad  
quindecim dies, & viginti, tum etiam lon-  
gius, vt faciliè domos omnes euertat, homines  
occidat: si qui supersunt tot incommodis ob-  
ruuntur vigiliis, fame, siti, puluere, vt inutiles  
reddantur. Idè huic incommodo occurrunt  
aggeribus intra mœnia erectis; in quos vis  
tormentorum igneorum emoritur. Sed dices,  
cur ergo non pro muris erigere eos præstat;  
& minore sumptu satis? quoniam subruuntur à  
fossoribus facillimè, si ad illos peruenire possit  
hostis. Idè intra mœnia utilissimi sunt, pro-  
mœniis parum profunt. Quod verò ad testu-  
dines attinet, sub quibus latent fossores ma-  
chinæ laterales, & à fronte & ignes, & aqua  
altior prohibent omnino iniuriam, quæ ab  
his imminet. Cæterum huiusmodi cum in longū  
differuntur morbis, illauiæ, incommodis, plu-  
uiis, frigoribus omnino dissoluntur, vt nulla  
multitudo huic operi sufficere possit. Rho-  
dus, Alba regia, Melita, Castrum nouum,  
Byzantium, si differri potuissent tem-  
pora, non cessissent victori quantum-  
uis superbo. Vicit pertinacia, audacia-  
que summa Corcyram; Viennam ca-  
pere non potuit, quoniam in longum  
trahebatur oppugnatio. Multæ machinæ,  
& pauci homines prædæ obsessorum ex-  
positæ sunt paucæ, & pauci homines  
obsidebuntur potius, quam obside-  
bunt. Exercitus magnus dissoluitur, &  
semetipsum consumit, si nulla fiat acce-  
sio aut exigua quomodo stabit: si magna  
auxilia omnia corrumpuntur. Contrà ob-  
sessis auxilia si veniant lustrata, & mū-  
nita, & omnibus necessariis ornata vi-  
integri contra fatigatos, & fellores cor-

X x 3

pore



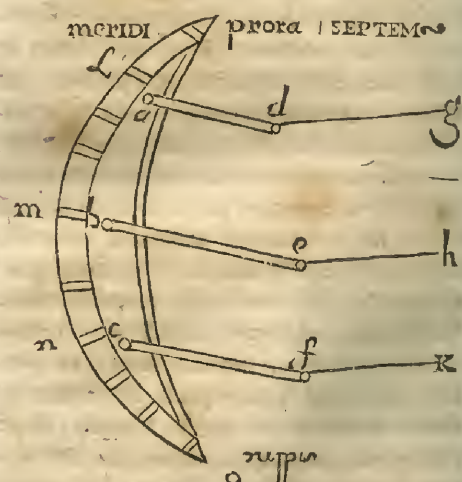
pore, armati contra inermes alacres contra torpidos superueniunt. Ob id præcipuum est auxilium præter hæc his, qui oppugnantur copia militum, qui per initia nunquā quiescant diu noctuque, verum noctu duo tubicines per sæpe exercitū insomnem in armis ta nocte continebunt. Serio autem die pugnare, & noctu cum minimè id sperant, & fatigati sunt: mira euenire solent in his insperatis, ac audacibus eruptionibus per sæpe etiam omnino supra fidem. Ita non conquiescere oportet, donec vel omnino à cepto desinat hostis, aut locum occupet sibi relictum potius quàm quem elegerit, nam experimentum frequens docuit, vbi illæ magnæ vires suo arbitrio locum, quem elegerunt obtinere potuerint, tandem potiri locis quantumvis munitis in hoc quod diximus contra opponatur. Etenim septem modis cum vires, atque arces capiantur, quorum duo sunt extra præsentem considerationem obsidio, qua magnitudine ambitus loci tollitur, & perditio, qua custodum vigilantia, cuniculi euersio superioris muri, euersio ab imo per machinas, cuniculi, seu suffossio, vrbis euersio, seu ædificiorum: & quam vocant aggressio, seu oppugnatio per scalas, & crates cum sagittariis: his omnibus satisfactum puto, præterquā oppugnationi propter humilitatē murorum: nam lignis opplentur, atque fasciculis, terraque fossæ: nihil. n. resistit immentæ illi potestati, & crudelitati sæuissimorum tyrannorum. Verum, vt dixi, terra noctu effoditur, ligna artificiosis ignibus erūntur. Et longum est opus siue per paucos, siue per multos quis efficere conetur: vt non minus exigat temporis, quàm obsidio: nam multitudine vnus alterum impedit, & mortui viuos, vt omnino res sit non speranda nisi aduersus inertissimos. Pontes euertunt machinæ, ignesque. Sed vbi etiam muros obtinuerint, ob rotunditatem in illis consistere non possunt. Inde à defensoribus propulsantur sarissis, telis, ignibus, transversis trabibus, machinis: illudque accedit commodi, vt quanto plures eo facilius excutiantur. Dixi non debere vereri maxima etiam præter id, quoniam & istæ ipsæ tanto sanguine acquisitæ tanto deorum & hominum iniuria modica scintilla ignis siue munitionibus, exercitiis, siue machinis, absque terræ concussione, aut inundatione, vel peste euertuntur. In illam miseram lachrymam patris scintilla ignis inferni, cum Deo placuerit, mittitur, ex qua quod coalitum est, multis seculis imperium luxu, crudelitate, stultitia vnus filij, vix vno lustro toro dissoluitur. Hanc scintillam cum felici etiam genio secum ex vtero detulit Alexander Magnus. In aliis alij genium fortiti sunt, alij scintillam detulere ab Orco. Ex imperio Assyriorum per luxum Sardana-palus: ex Medorum per scintillam Astyages: ex Persarum per stultitiam Darius: ex Romanorum Honorius. Dices, hæc quid ad proportionem? Imò velut machina ad perpendicularum librata pauculo illo puluere Pyrio urbem euertit, ita scintilla illa inferni ignis semini magni tyranni indita euertit atque dissoluit totum regnum sine machinis, vt dixi, vel exercitiis vllis, & quod

maius est remedio nullo. Sed puerulo indito luxus, ignauia, crudelitas atque stultitia fontibus, mirabile dictu sanè, & ad proportionem diuinorum instrumentorum pertinens. Sed redeamus ad institutum: Video enim, quid possit obici, scilicet muros crassos, & altiores tueri urbem & ædificia illius posse absque aggeres erectione, etsi diruantur, manere etiam, nihilominus imo magis, quod est terram vsque, quoniam eadem ratione manet, quia concuti non possit à machinis: nec hostes id curaturos, sperantes hoc solum sufficere, quod moenia solo æquentur, atque id factum est Mediolani, & in arce eius, tum Papiæ & in Cremonensi arce. Verum ni fallor, vt paruis arcibus à tanta vi tormentorum nullum est præsidium, aut saluti spes, ita neque conuenit, vt muris humilibus aggeri confidant, nam & pauci homines tanto labori non sufficerent, & agger cum fossa effossa scilicet terra defensores nimis in angustum cogeret. At in urbibus contra eueniet: muris enim erectis altius machinæ lapidum frustis hominem occidit: an percussa superiore parte ob coniunctionem inferior concutitur, & inde totum simul cadit, vt vidimus Papiæ, quo cadente, & fossa impletur, & *tenetis* facilior aditus ad subruendum reliquas partes præbatur: imò percussis defensores sepe muneris sui obliuiscuntur, deseruntque ea parte liberū ingressum hostibus exhibent. Tum verò magis, quod non confidunt animo non ad id parato, posse aggerem sufficientem, & in tam breui tempore extruere, & etiam intelligunt, antequam erigatur, patere à lateribus introitum hostibus.

*Propositio centesima vigesima.*

Proportionem partium nauis ad eundem obliquum ventum explorare.

Sint mali in navi a b c, ad b e, c f, ventus à regione g h k etiam ad perpendicularum feratur, vt anguli g d a, h e b, k f c sint æquales, dico tamen diuerso modo affici: nam cum premitur a versus l, c premitur versus f: at si prematur c versus n a, prematur versus d, at si prematur b versus



m, & a versus l, sed non quantum ex g d, & c versus n, sed non quantum ex k f, ab eodem



eodem ergo vento contrarij motus efficiuntur ex velorum diuersitate, etenim per ventum d feretur ad meridiem naus, & per velum f ad Septentrionem etiam diducto auxilio e l a vi, quanto magis cum illo: & si ventus excipitur in f velo, non iuuabit clauus, & si in d dirigitur, & temperabitur motus, & si in e medio modo. Ergo si ventus feratur rectè iuuabit, vt dici solet omnibus, & plenis velis excipere, si ex obliquo demittere antennam puppis, sin autem valde obliquus sit, solo proræ velo vtemur. Si validior quàm oportet humilio- re. Atque hæc postmodum sunt diligenter numeranda, ac metienda: nunc sufficiat causam reddidisse, & admonuisse diuersitatis motuum, quæ ex velis contingit: nam eo fertur naus, quo prora dirigitur. Ergo cum puppis tanto feratur versus meridiem a b, quanto prora versus meridiem a d, & quāto puppis fertur versus meridiem, tanto prora fertur versus boreā, igitur quāto prora fertur versus meridiem a d, tanto versus boream a b f, sed situs clauī potest multo plus in comparatione veli d, quā f scilicet, quia distantia a b a est o a, & distantia e c est o c, tanto plus ergo potest clauī situs in cōpara- tione ad velum d, quā f, quanta est propor- tio o a, ad o c, igitur clauus est longè poten- tior in comparatione veli d, quā f, ergo velum d minus agit nauim, quā f. Sed vt extrema se habent, ita medium eorum comparatione, igitur malus b e validior est, multo d a, & infirmior c f. Verūm, vt dixi, ob situm simpliciter validius est, velum e quā f, & etiam quia, vt dixi, altior & crassior solet esse, ideo multo validior tribus his causis, quā e f: adde quartam quod velum habet maius, antiquo tempore vo- catum acatius. At vt etiam docui e b non est in medio, nec æquidistat ab a d & c f, sed inclinatur ad proram ideoque imbecil- lior: cum ergo sit æqualium, & paulo ma- iorum virium, quā c f, & tutior, & me- lius agatur per clauum quā c f, & sit a d nimis iusto imbecillis, propterea b e mali & veli maximus est vsus: adeo mali nomen per antonomasiam de ipso simpliciter intelligen- tur.

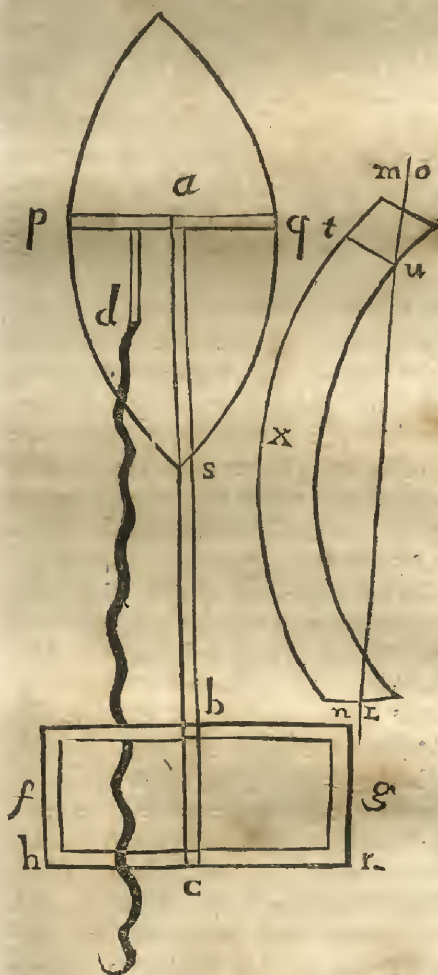
*Propositio centesima vigesima prima.*

Flabelli vires, atque naturam decla- rare.

Sit flabellum a b c appensum, vt solet, in a, & moueatur motu quasi circa axem p a q in parte inferiore, & aer comprehensus sub b h k, & spatium sit l m figuræ nauicularis, quæ constat esse partem cylindri inanis ex formatione ab Euclide scripta: nam si proponeretur p a q ad perpendicularum superflans plano, fieret circumducta a b c superficie, quæ esset lata superius, sicut etiam inferius cylindrus: at superius a b tenuis est, & angusta, ergo fiet pars cylindri inanis: quia non circumuoluitur, donec redeat. Ergo per dicta superius sectio illius p r q s per axem est pars cuiusdam ellipsis. Et sectio quævis planæ superficie æquidistans a b c

velut tu, itemque æquidistans axi p a q est superficies rectangula, quarum vna est si- milis, & æqualis b h k, est in vna superfi- cie cum axe p a q aliavero est æquidistans eidem axi maior aut minor æquidistantium & ipsa laterum, atque rectangula ac si cy- lindrus stans axi plano æquidistanti secare- tur iuxta lōgitudinem seu altitudinem suam: & manifestum est quod ista duo plana, & eorum superficies secant se mutuò ad rectos angulos.

Quibus constitutis, qui stabunt iuxta l, & m longitudines aeris moti, & loci, per quem transit flabellum, sentient magnum ventum, quoniam cum corpus m x l ab ex- tremis partibus sit elatius a b ex tremis, stan- tes, & alti tangentur à vento agitato. Si vero sedeant aer, primum non attinget illos, vt etiam quia sursum pellitur non perne- niet ad illos, imò diffugiet, ergo non refri- gerabuntur. Qui verò à lateribus l x m sta- bunt hincinde, velut in f g, si steterint, non refrigerabuntur, quia quando flabellum erit in l, vel m aer descendet, ergo fugiet ab- illis, cum autem fuerit in x, erit in loco hu- miliori, & mouebitur diuersa ratione, quip- pe ab f in h, & non ad latera, ergo neque contactu, neque motu, qui fiet per æqui- distantem f, & g non poterunt refrigerari. Sed si humili loco sedeant, quoniam aer descendit, ex l & m versus x, & etiam, quia erunt proximi h k, quando fuerit in x, re- frigerabuntur valde. Qui autem erunt iuxta



h & x minus refrigerabuntur, vtrisque sed paululum in redditibus propinquis, & ne- que stantes, neque sedentes, sed si altius at- tollatur



tollatur h k. Rursus si b h k fuerit grauior eodem, vt descendat tanto impetu, quanto ascendit attractum, vt pote ex ligno tenui nucis, tunc multo magis refrigerabit, & procul, non ob vim validiorem, sed quoniam celerius occurrentes sibi contrariis motibus, ac vehementibus fiet collisio partium aëris, & ideo inambitū impelletur, & vndique cubiculum refrigerabit, quod non faciet maius longè flabellū lento motu agitatū, aut ex materia leui. Idem multo magis contingeret, vbi duo essent flabella laquearibus appensa, quæ ad perpendicularum aërem mouerent, seu quod superficies eo modo se haberent: & si flabella rotunda essent, tunc maiorem ambitum aëris occuparent, & velocius deficientibus angulis mouebuntur.

*Propositio centesima vigesima secunda.*

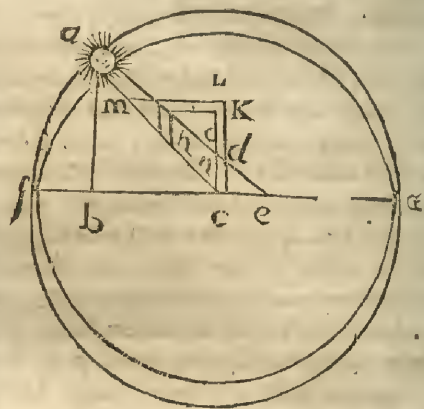
Contemptus circa solis rationem in vmbis declarare.

Constat primū solem, & excentro, & toto eius ambitu illuminare hanc primū diuersitatem, quæ aliquando tota diametro computata dimidium vnus partis totius cœli excedit: scioterici negligunt, vt exiguum. Secundò etiam diuersitatis illius, qua modò à terra versus absidem defertur, modò ad terram descendere totidem variata altitudine, non parum nullam habent rationem, seu quòd tanta ne sit, vt euidentem in gnomonibus faciat varietatem, seu quod incertum adhuc sit, an id verè soli accadat. Tertium est finis vmbre ipsius gnomonis, qui incertus est, vt pars non contemnenda in dubium vertatur, quoniam sensim ex obscuro in illuminatum feratur, attamen contemnitur etiam. Quartum quòd cum sol moueatur in spira, fingitur quasi in parallelo æquinoctiali circulo circumagatur ab his, qui horologia describunt. Quintum quòd cum inæqualiter in orbe suo moueatur quāuis exigua sit hæc differentia, æqualiter tamen moueri præsupponitur. Sextum est, quòd dies æquales supponuntur, quia tamen tum ex ratione partis peragrata, tum ratione ascensus eiusdem sunt inæquales, & tamen hæc inæqualitas etiam in horarum computatione prætermittitur. Sed & hæc vt prior ratione magis, quam sensu deprehenditur. Septimum est discrimen, quod oritur ex visus circulo seu horizonte, & circulo transeunte per centrum mundi, nam horizon verè tanto minor est circulo magno, quantum est semidiameter terræ, comparatus ad semidiametrum orbis cœlestis, sed est insensibilis quantitatis. Octauum est, quod trianguli ex gnomone vmbra, & radiis solis latera non mutant lineas, quæ à sole ad centrum terræ deueniunt, nec quòd maius est, radius solis ad verticem hominis breuior habetur semidimetiente. Hæc igitur omnia scioteri-  
corum opifices non obseruant, sed negligunt. Verum quatuor tantū altitudinem poli regionis locum solis in ecliptica locum solis in circulo æquinoctiali, vel æquinoctiali parallelo, ex quibus tribus sit altitudo solis vna in circulo scilicet verticali ab hori-

zonte, & differentia linneæ meridianæ à linea versus polum, quam ostendit lapis Hercules, de qua dictum est superius.

*Propositio centesima vigesima tertia.*

Cognita ratione vmbre ad gnomonem



sinum, & arcum altitudinis ab horiizonte quouis tempore dignoscere.

Sit circulus magnus, in quo sol a f g su-  
perstans ad perpendicularū circulo visus f e g  
quos manifestum est transire per idem cen-  
trum mundi c, quia magni sunt, & sit c d  
erecta ad perpendicularum super f g, nam pe-  
rinde est per septimum contemptum, ac si  
superficies horizontis transeat per terræ cen-  
trum, & pedes per octauum, ideo propor-  
tio e c ad c d vmbre ad gnomonem, vt b e  
ad b a, ergo per demonstrata b a cognita in  
comparatione a d e a, e a autem per octa-  
uum contemptum est dimetiens circuli, er-  
go a b sinus notus, & arcus f a, quod est  
primum cognitum. Et hic quidem cir-  
culus verticalis dicitur, quia per illum tran-  
sit, aliter non esset ad perpendicularum hori-  
zonti.

Ex hoc sequitur, quod altitudines solis  
æquales omnes in vno sunt circulo hori-  
zonti parallelo. Et si sol fuerit in vno circulo hori-  
zonti parallelo, altitudines solis, & vmbre  
magnitudines æquales erunt.

Sol nisi bis in vna die potest esse in cir-  
culo hori-  
zonti parallelo, semel ante meri-  
diem, & semel post, tantundem ab eodem  
distans.

Cum ergo ita sit, necesse est vmbas  
æquales, & circulum hori-  
zonti parallellum  
fieri sub inæqualibus horis in diuersis sem-  
per diebus, præterquam cum in punctis  
fuerit æqualis ab æquinoctiali, & in ean-  
dem partem declinationis, & hoc bis con-  
tingit solum in anno pro quolibet circulo  
parallelo, sicut in eodem die etiam bis tan-  
tum, vt dictum est.

Nam exempli gratia, cum sol est in ini-  
tio Capricorni, & in Cœli medio, mini-  
ma est vmbra eius diei, & totius anni. Cum  
ergo fuerit ante meridiem, vel post, erit  
vmbra maior ex supposito secundo vmbra  
meridiei: at ei æqualis poterit esse vmbra  
meridiei alterius dici ex primo supposito,  
ergo vmbre æquales diuersorū dierum sunt  
sub



sub diuerso fitu solis, quo ad circulum meri-  
diei, quod erat demonstrandum.

Cor 4. Ex hoc sequitur, quod horarum determi-  
natio fit secundum lineam in æqualem obli-  
quam, quæ toti anno seruiat, vt æqualium  
vmbrae determinatio horarum & par-  
tium eius numerum.

Ex quo colligitur modus faciendi gnomonem, seu per umbras rectas, seu per versas, qui docebit toto anno non solum horas, sed momenta pulsuum, de quibus dictum est quod M M M D C horam perficiunt.

*Propositio centesima vigesima quarta.*

Proportionem umbræ versæ esse ad  
gnomonem, velut gnomonis ad umbram  
versam.

Com. Vmbra versa dicitur, quoties gnomon in  
pariete ad perpendicularum figitur, sic vt  
gnomo æquidistat circulo horizontis. Sit  
ergo paries  $c k$  ad perpendicularum  $f g$ , &  
 $h k$  a d gnomonem ad perpendicularum parietis &  
sol, vt prius in  $a$ , & sit primo  $k h$  tantæ lon-  
gitudinis vt vmbra locus sit punctus  $d$ , vt  
sit radius  $a h d e$ , eritque angulus  $d$  vtrin-  
que æqualis, & propterea triangulus  $k h d$   
similis  $d c e$ . Sit modo gnomon maior  $m l$   
ipso  $h k$  &  $c l$  maior  $c k$  seu qualis, &  
quam anguli  $k$  &  $l$  recti sunt, & anguli  $l$   
 $m n$ , &  $k h d$  æqualis, quia  $a n$ , &  $a c$   
sunt æquidistantes per octauum contem-  
ptum, erunt per dicta trianguli similes, igitur  
proportio  $l m$  gnomonis ad  $l n$  vmbra  
vt  $k h$  gnomonis ad  $k d$  vmbra, sed  $k h$   
ad  $k d$ , vt  $c e$  vmbra ad  $c d$  gnomonem: igitur  
proportio  $l m$  gnomonis ad  $l n$  vmbra,  
vt vmbra  $c e$  ad  $c d$  gnomonem, quod fuit  
demonstrandum.

Cor. 1 Ex hoc primum patet & præcedenti,  
quod cognita proportione umbræ versæ ad  
gnomonem cognoscitur sinus solis, & arcus  
altitudinis in circulo magno, & est altitudo  
ab horizontis parte, quæ proximior est loco  
solis, ut demonstratum est à nobis in Geo-  
metricis.

Sequitur etiam, quod cum umbra fuerit æqualis gnomoni, seu recta, seu versa solis, vel Lunæ; vel stellæ, altitudo erit partium quadraginta quinque: nam anguli d & e, vel d & h erunt æquales: igitur arcus fa medietas quartæ scilicet partium xlv. Et si gnomo fuerit maior umbra versa, vel minor recta, erit arcus fa minor xlv partibus, si contrā maior. Et hoc ubique terrarum. Et ubi non possit tantundem eleuari, ut quando sol est sub circulo capricorni, nunquam nobis gnomo æquabitur umbræ rectæ sed semper erit minor, & semper maior umbra versa pari ratione.

*Propositio centesima vigesima quinta.*

Proportionem dimetientis, & periphæriæ cuiuslibet circuli paralleli æquinoctiali per cognitam partem magni circuli demonstrare.

Com. Hæcerat tam clara , vt hic locum non  
mereretur : tam necessaria huic proposito,

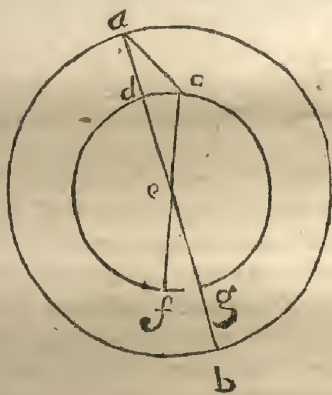
vt non poterit omitti. Sit ergo Aequino-  
ctij circulus a b portio circuli magni nota;  
a c parallelus circulus, æquinoctij circulo  
c d, erit igitur sinus<sup>c</sup> c d notus. Et ideò  
quadratum c d notum, ergo & pars utraque  
b d d a nota. Quare detracta a d ex d b re-  
linquitur d g æqualis f c diametro paralleli  
assignari. Quare proportio a b ad e f nota  
ex obiter suprà demonstratis, & pari-  
ter ambitus circuli a b ad ambitum cir-  
culi c d, est enim vt dimetientis ad dime-  
tientem.

Per 3. terrij.  
& 8. & 17.  
sextri Elem.  
Per 5. secund-  
di Elem.  
PER 113.  
Propof.

*Propositio centesima vigesima sexta,*

Circuli horarij naturam declarare.

Com:



Circulus horarius est circulus magnus transiens per solem, aut lunam, aut quodvis sydyus, de quo agitur, & per polos mundi, ideò differt à circulo priore altitudinis Solis, quia ille stat ad perpendicularum super horizontem, nisi cum tangitur vice meridiani, vterque tamen transit per centrum mundi, ac solis. Hic etiam ad similes partes æquinoctij circulum, & omnes parallelos secat. Et principalis est meridianus, ideò ab illo Astrologi horas vtrinque ante, & post numerant. Ideò clarum est, quòd horæ à meridie còputatæ sūt communes, habitantibus sub quavis altitudine poli, & vbiuis sit, sol modò regiones æqualiter distent à fortunatis, seu sint in eadem longitudine.

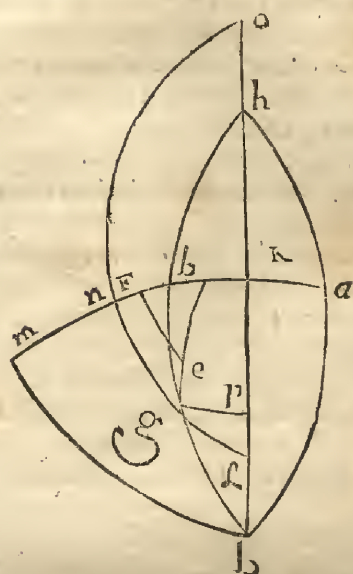
*Propositio centesima vigesima septima.*

Data Poli altitudine ortus amplitudinem  
 demonstrare.

Sit horizon a d b æquinoctij circulus  
a κ f æcliptica e g, & punctus ortus in ea  
g, & c initium arietis, & g b amplitudo  
ortua & c e, c f quartæ circularum, vt sit  
e f maxima solis declinatio, & polus  
mundi borealis l, quia igitur l d nota est ex  
supposito, & l κ quadrans erit κ h resi-  
duum ad dimidium circuli notum. Quia  
verò æquinoctium, & Meridianus secant  
se ad angulos rectos, & b a æquidistat ab  
vtroque polo, erit b polus h d, quare b  
κ, quarta circuli, & angulus κ rectus.  
Igitur sumus in dispositione tabularum pri-  
mi mobilis, ergo etiam oppositus triangu-  
lus, qui ei est æqualis, & æquiangulus in  
eadem dispositione b m d, quare cum data  
sit

Com:





fit  $g$  n declinatio puncti  $g$  dati, datus erit,  
& arcus  $g$  b quæsitus,

*Propositio centesima vigesima octava.*

Nota amplitudine ortus cuiusque puncti  
arcum semidiurnum inuenire.

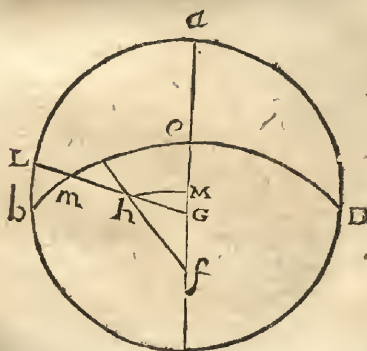
Sit in eadem figura nota  $g b$ , volo illius arcum semidiurnum. Cum ergo  $g n$  sit declinatio, erit pars arcus Meridiani horarij per polos transeuntis, compleatur ergo  $l g n o$ , & quia  $g n$  nota est, quia declinatio puncti dati, &  $g b$  nota ex supposito, &  $f$  angulus rectus, quia  $e f$  est portio meridiani, erit  $b n$  nota differentia ascensionis a quarta circuli  $k b$ , igitur tota  $k n$  arcus semidiurnus. Quoniam  $g p$  parallelus similis est  $k n$ , & in eo reuoluitur Sol: ergo quando enim perueniet ad  $p$ . Possumus etiam sine inuentione arcus ortus amplitudinis per triangulum  $k m d$  ex notitia  $g n$  cognoscere eandem  $b n$ .

Ex his duabus sequitur conuersa scilicet, quæ data magnitudine diei cuiuscunque in quauis regione nota erit poli altitudo eiusdem regionis.

*Propositio centesima vigesima nona.*

Data altitudine folis in quacunque regione quacunque die distantiam folis à Meridiano cognoscere.

Sit Horizon a b c æquinoctij circulus b e d. Meridianus a e c Polus mundi Borealis f vertex, g, punctus in ecliptica h ducatur ex polo mundi circulus horarius f h k ad æquinoctij circulum, & verticalis circulus p h l vsque ad Horizontem, & circulus parallelus æquinoctij circulo h m, sit ergo h l



Per 123.  
Propos.

altitudo solis nota, igitur  $h$  g nota erit ressi-

dum quartæ circuli, & similiter h k nota, quia declinatio puncti dati in eclipſica eſt n nota dies, & locus ſolis ex ſuppoſito ergo nota f h reſiduum quartæ circuli nota eſt etiam g e, quæ eſt æqualis altitudini poli ex ſuppoſito, ergo reſiduum quadrantis f g, ergo triangulus f g h notorum laterum ergo notus angulus f, ergo arcus κ e diſtantiã ſumpta in æquinoctij circulo puncti h, cui ſimilis eſt arcus h m ex parallelo h m, nam quando κ perueniet in e h perueniet in m, & in æquali tempore, quã diuiſa per quindecim gradus, habebimus horas diſtantiæ ſolis à Meridie ante, vel poſt, & minuta horarum dando quibuſlibet gradibus quatuor minuta horæ, & quibuſlibet minutis graduum quatuor ſecunda horæ, & ita habebimus tempus exactiſſimum à Meridie in quacunque regione, & in quacunque hora diei.

Propos. 34.  
lib. 4.  
De Triang.  
Monteseg.

*Propositio centesima trigesima.*

Data regionis altitudine, & loco solis  
proportionē guomonis tam ad umbram re-  
ctam, quam versam, vel etiam in cylindro  
determinare.

Hæc est propositio illa pulcherrima, quam  
tot ambagibus tradidere antiqui cum suis  
analematibus, & scioteris, nec tamen de-  
monstrationem, nec rationem exactam in-  
strumentorum constructionem, qua possemus  
per umbras rectas versas, & cylindricas  
scire ad vnguem, qualis hora, & mi-  
nutum, & secundum diei esset quocunque  
anni tempore. Plerunque autem tam labo-  
riosè id conati sunt demonstrare, vt stu-  
diosos deterruerint ab opere: res autem ipsa  
facillimè est. Proposita ergo poli exacta  
altitudine solis in Meridie declinatione ad-  
dita vel detracta, habebis residuum eius  
ad quadratam  $fg$ , & similiter habebis ex-  
declinatione nota loci solis detracta à qua-  
drante  $fh$ , & iuxta horam tuam, & mi-  
nutum multiplicatum per quindecim ar-  
cum  $\kappa e$  quare angulum  $f$ , ex quo arcum  
 $gh$ , quare residuum  $hl$ , igitur punctum  
vmbre rectæ, vel versæ ipsius gnominis  
ad vnguem, & ita constitues horologium  
exactissimum secundum ea, quæ dixi Cor-  
rolariis supradictis, & quia horizon a  $b$   
 $c d$  secat æquinoctialem in centro terræ  
ducta  $gh \kappa$ , erunt anguli  $b h g$ , &  $\kappa h$   
 $l$  æquales. Igitur posito  $g$  ortu puncti  
eclipticæ, erit  $g b$  ortus amplitudo no-  
ta, & idèò angulus  $b h g$ , &  $\kappa h l$   
notus, & ita extendemus per totum an-  
num. Cum verò fuerit  $g$  elevatus erit, vt

Per 28 M 4.  
Ioan. de  
Monteregi  
s de Trian.

Per 113  
vel 114.  
Propos.  
Prop 113  
Corol. 1.

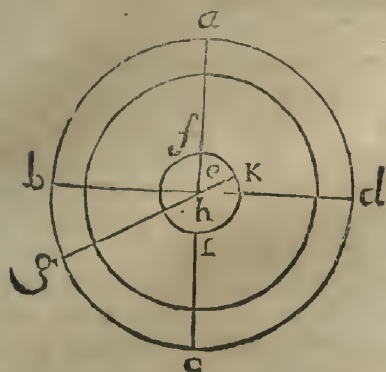
Per i:7.  
Propos.

Per. is. p. m.  
Elem.



# Propositio 131.132.133.& 134. 527

angulus l rectus , ergo ortus amplitudo



puncti l nota scilicet arcus l b, ergo in præ-  
senti figura angulus m h b, ergo K h l,  
igitur poterimus statuere angulos umbra-  
rum, & iam possumus determinare magni-  
tudinem: ergo punctum ad vnguem umbræ  
qualibet hora, & parte horæ singulis die-  
bus in quacunque regione datæ altitudinis  
poli versæ, & rectus. In cylindrica autem  
eodem modo sicut inuersa est enim species  
umbræ versæ, nisi quod analema ob obli-  
quitatem cylindri melius aptatur, rotundum  
scilicet cum rotundo.

## Propositio centesima trigesima prima

Si lineæ alicui dupla alterius adiungatur,  
erit proportio duarum ad primam maior,  
quam dupli, cum prima ad primam cum  
vna adiecta.

Com.

Sit a b lineæ, cui adiecta sit b c, & rursus  
ad b c c d æqualis b c dico, quod proportio  
a c ad a b est maior, quam a d ad a c. Pro-  
portio enim c d ad c a minor est, quam ad a  
b per octauam quinti Elementorum. Ergo  
minor d c ad c a quam c b ad a b, quia b c  
& c d sunt æquales, idem æqualem habent  
proportionem ad a.  $\frac{b}{a} = \frac{c}{d}$   
a b: igitur coniun-  $\frac{b}{a} = \frac{b}{a}$   
gēdo per. 28. Quinti proportio d a ad a c mi-  
nor, quam c a ad a b, quod erat demon-  
strandum.

## Propositio centesima trigesima secunda.

Com.

Per 7. quinti

Si ad duas lineas, quarum vna alteri du-  
pla sit eadem lineæ addatur, erit aggregati  
ex minore, & a d adiecta ad ipsam mino-  
rem minor proportio quam aggregati ex  
maiore, & adiecta ad ipsam maiorem dupli-  
cata.

Elem.

Sint duæ lineæ a b, & c d, & sit c d du-  
pla ad a b, addatur communis b e, & voce-  
tur iuncta c d, d f dico, quod proportio e  
a ad a b,  $\frac{e}{a} = \frac{b}{a}$   
est mi-  $\frac{e}{a} = \frac{b}{a}$   
nor du-  $\frac{e}{a} = \frac{b}{a}$   
plicata f  $\frac{e}{a} = \frac{b}{a}$   
c ad c d, adijciatur d f æqualis g f, quia er-  
go g d est dupla ad f d, ideo ad e b c d au-  
tem est dupla ad a b, tota igitur g c dupla  
toti e a, quare vt g c ad g d vt e a ad e b per-  
mutando, & per euerfam vt e a ad a b, ita  
g c ad c d, vt g c ad c d componitur ex g e  
ad f e, & f c ad c d, igitur e a ad e b com-

ponitur ex eisdem. Proportio autē g c ad f e  
est minor, quam f c ad c d, igitur minor  
quam duplicata f c ad c d, constat verò ex  
eisdem, quod proportio c a ad a b maior est  
duplicata g c ad f c.

## Propositio centesima trigesima tertia.

Si fuerint duæ quantitates, quarum vna  
alteri dupla sit: minuatur à minore qua-  
dam quantitas eademque maiori addatur,  
erit minoris ad residuum maior proportio,  
quam aggregati ad maiorem duplicata.  
Si verò minori addatur & à maiore detra-  
hatur, erit aggregati ad minorem minor  
proportio quam maioris ad residuum dupli-  
cata.

Sit a b  $\frac{c}{h} = \frac{d}{b}$   
dupla c d,  $\frac{c}{h} = \frac{d}{b}$   
& addatur g  $\frac{a}{k} = \frac{l}{b}$   
quædam ad  $\frac{a}{k} = \frac{l}{b}$   
b a, quæ sit a g, eadem detrahatur ex c d  
& sit c h, dico, quod proportio e d ad d  
h maior est, quam duplicata g b ad a b, &  
rursus si quædam ad c & minuatur ex a b vt-  
potē c f addatur c d, & a e minuatur ex ab,  
erit proportio f d ad e d minor duplicata a b  
ad g e. Primum sic refecentur a n & k l  
æquales singulæ c h, igitur a l dupla est e h  
& a b fuit dupla a d, c d igitur vt in priore  
constitutione præcedentis a b ad l b, vt c d  
ad h d & a b ad b l maior, quam duplicata a  
b ad b k vt minor quam k b ad b l, hoc  
enim demonstratum est in fine, igitur c d  
ad h d maior, quam duplicata a k ad k b,  
sed a k ad k b maior est per vigesimam ter-  
tiam, huius scilicet per demonstrationem  
illius, quam g b ad b a, igitur multo maior  
c d ad d h, quam duplicata g b ad b a, quod  
est primum.

Secundum sic per eadem, ad-  
dito enim duplo f c ipsi a b vt in  
secunda figura, & sint a m, & m  
n erit f d ad c d, vt n a ad a b qua-  
re cum n a ad a b sit minor dupli-  
cata per præcedentem in b a d a b,  
& a b ad e b sit maior, vt demō-  
stratum est in vigesima tertia hu-  
ius quam m b ad a b, erit f d ad d  
c multo minor duplicata a b ad b e, quod est  
secundum.

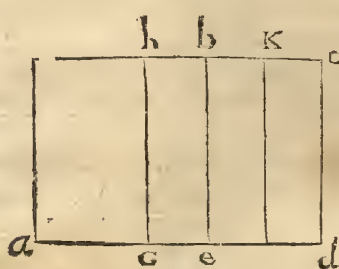
## Propositio centesima trigesima quarta.

Si rectangula superficies sit cuius pars ter-  
tia quadrata sit, corpus quod ex latere  
quadratæ in residuum superficiei constat ma-  
ius est quouis corpore ex eadem superficies  
aliter diuisa constituto.

Sit rectangulum a c cuius tertia pars c e  
sit quadrata, dico quod corpus, quod constat  
ex e d in a b est maius omni corpore,  
quod fuerit ex latere partis superficiei a b  
in reliquam partem. Si non diuidatur vel  
supra vel infra, & primo in f: erit autē pro-  
portio e d ad d f, vt e c ad c k, & f a ad  
a e, vt superficierum ipsarum per primam  
sexti Elementorum: at per præcedentem  
maior est proportio e d ad d f, quam a f ad  
a e, duplicata igitur maior est proportio e d  
ad



ad eam, quæ potest super  $fc$  superficiem, quam  $fa$  ad  $ae$ , igitur maior, quàm  $a\kappa$



ad  $ab$  ex prima sexti Elementorum: igitur per trigessimam quartam vndecimi. Parallelepipedum ex  $ed$  in  $ab$  maius est parallelepipedo ex  $ea$ , quæ potest in  $fc$  superficiem in ipsam superficiem  $a\kappa$ . Si verò diuisio facta fuerit in  $g$ , constat ex præcedenti, quod minor est proportio  $ge$  ad  $ed$ , quàm sit duplicata  $ea$  ad  $ad$ , eam igitur minor proportio eius linearum, quæ potest in  $ge$  superficiem ad  $ed$  quam  $ab$  ad  $ah$  igitur parallelepipedum ex  $ed$  in  $ab$  est maius parallelepipedo ex  $ea$ , quæ potest  $gc$  in  $ah$  cum sit  $ab$  ad  $ah$ , vt dictum est, velut  $a$  ad  $ag$ .

Com.

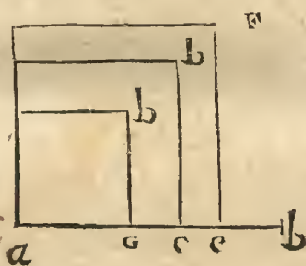
Manifestum est autem, quòd tale corpus est æquale duplo cubi lateris partis tertie quadratæ.

*Propositio centesima trigesima quinta.*

Si linea in duas partes, quarum vna sit alteri dupla, diuidatur erit, quod sit ex tertia parte in quadratum residui parallelepipedum maius omni parallelepipedo, quod ex diuisione eiusdem linearum creari possit.

Com.

Sit  $a$  dupla  $bc$ , & sit quadratum ad ipsius  $ac$ , dico parallelepipedum ex  $bc$  in  $ad$  maius esse quouis alio ex diuisione linearum  $a$



$b$  similiter creato. Secetur primo in  $e$ , & fiat quadratum  $af$ , eritque per vigesimam quintam. Huius proportio  $cb$  ad  $b$  maior duplicata  $a$  ad  $a$ , quare maior, quam  $a$  ad  $ad$  per vigesimam sexti Elementorum, igitur per trigessimam quartam vndecimi, Parallelepipedum ex  $bc$  in  $ad$  maius est parallelepipedo  $eb$  in  $af$ , quod est demonstrandum. Si verò diuisio cadat in  $g$ , fiat quadratum  $ah$ , & erit per vigesimam tertiam huius proportio  $gc$  ad  $c$  minor, quàm duplicata  $a$  ad  $ag$ : igitur minor, quàm  $a$  ad  $ah$ , igitur per eandem parallelepipedum ex  $cb$  in  $ad$  maius est parallelepipedo  $ex$   $gb$  in  $ah$ .

Ex hoc liquet quòd parallelepipedum illud Com. erit quadruplum cubo minoris partis, & dimidium cubi maioris.

*Propositio centesima trigesima sexta.*

Denominationes in infinitum extendere.

Inquit Euclides, si fuerint quotlibet quantitates ab vno in continua proportionem, erit tertius numerus quadratus, & omnes alij sequentes vno intermissio. Tertia igitur in comparatione ad secundam etiam, quod non sit numerus, est quadratum: est enim tertia ab vno quadratum secundæ, quæ est proportio. Detraçto igitur vno omnes quantitates loco pari sunt quadratæ: vt scias ergo cuius sunt quadratæ diuide per medium, & erit quadratum illius - ergo quadragesima erit quadratum vigesimæ, & vigesima decimæ, & decima quintæ, & vigesima sexta tertie decimæ, & ita de aliis. Iuxta hoc dicemus, quod secunda erit quadratum, & quarta quadratum quadrati, & octaua quadratum quadrati quadrati. Et sexta decima quadradquadrad. & ita trigesima secunda quadradquadradquadrad. Quod autem quad. est quarta in ordine, idè & octaua & duodecima & decima sexta, & sic de aliis sunt quadrata quadrati, & sicut quarta est quadratum quadrati primæ, ita octaua secundæ, & duodecima tertie, & sextadecima quartæ, & vigesima quintæ, & ita semper diuidendo per quatuor.

Secunda regula dicebat ibidem Euclides, si fuerint quotlibet quantitates ab vno in continua proportionem quartus, ab vno erit cubus supple secundæ, & ita duobus semper intermissis, vno igitur ipso relicto quolibet loco ternario, vt tertia, sexta, nona, duodecima sunt cubi, & cubi eius quantitates, quæ exit diuiso numero per tria, velut tertia primæ, sexta secundæ, nona tertie duodecima quartæ: & ita tertia erit cubus nona cubus cubi, & vigesima septima cubus cubi cubi scilicet primæ. Et trigesima nona est cubus tertie decimæ.

Tertia regula quarta quantitas, vt visum est, est quadrad. Et quinta est relatum primum, quia 5 est numerus primus, & 7 est relatum secundum, quia est secundus numerus primus: & vndecima tertium & triadecima quartum: & decima septima quintum: & decima nona sextum: & vigesima tertia septimum & vigesima quinta, quia est primus numerus præterquam ad quintam, idè est relatum quintæ, quæ est relatum primum primæ, omnes ergo numeri primi sunt relata, alij omnes sunt ex natura cubi vel quadrati. Sed relata sunt inter se omnia diuersorum generum nisi vigesimum quintum, quod est relatum primum primi relati, & quadragesimum nonum est relatum secundum relati secundi. Et ita centesimum vigesimum primum est relatum tertium tertij relati. reliqua, vt dixi, media inter hæc sunt sui generis.

Quarta regula proposita quantitate ab vno in continua proportionem, si vis scire cuius



cuius naturæ sit detractio vno considera, an possit diuidi, per duo, est quadratum medietatis, & ita procedes diuidendo vsque ad numerum primum, qui vel est 2, & erit ex genere quad quad. vel 3, & erit ex genere quadratorum cuborum, & similiter si sit 9, erit ex genere quadratorum cubi cubi. Et si proueniat alius numerus primus, vt 5, 7, 11, 13, erit quadratum relati illius ordinis. Et si non potest diuidi numerus quantitatum per 2 vide, si possit diuidi per 3, tunc erit cubus illius quantitatis, & si illa quantitas, quæ prouenit ex diuisione: fuerit 3, vel potuerit diuidi per 3, erit cubus, vel cubus cubi, & ita deinceps. Si verò sit alius numerus primus, vt 5, 7, 11, erit cubus relati. Et ita si non possit diuidi per 2, nec per 3, erit ex genere relati. Et tunc si possit diuidi per alium numerum? vt 35, erit relatum ex eo genere. Vtpotè trigesima quinta quantitas est relatum secundum relati primi, seu relatum primum relati secundi. Nam quoties quantitas potest diuidi per duos numeros, dicitur sub utroque vicissim, vt duodecima potest diuidi per 4, & 3. ideo dicitur cubus quadquad. vel quadquad. cub. & per 2, & 6. & dicitur quadratum cubi quadrati, & quadratum cubicum quadrati ipsius proportionis, ad quam omnia referri debent.

Quinta regula ex præcedenti pendet, & est, quod denominationes, & proportionnes vicissim commutantur: velut 256. est quad quadquad, & inter quadquadquad, & quadquad sunt quatuor termini ipso computato, & inter quadquad, & quod visum duo, ergo quadquadquad continet plures proportionnes, & proportionnes duplicata non constituunt quad: nam 64. continet duas duplas ad 16. non tamen est quadratum 16. ideo oportet diligenter animaduertere.

Sexta regula similiter ex dictis pendet, & est, quod gratia exempli relatum primum comparatum ad primum terminum est sexta quantitas, cum autem comparatur ad rem, iam præsupponit proportionem. Exemplum relatum primum proportionis  $\frac{1}{10}$  est  $\frac{4284101}{3200000}$ . & est aliquanto maior sexquiquarta, & si colligas terminos 100. 105. 110.  $\frac{1}{2}$ . 115.  $\frac{61}{80}$ . 121.  $\frac{861}{1600}$ . 127.  $\frac{12681}{32000}$ . Tu vides quod sunt sex termini in utraque computando primum, sed in  $\frac{1}{20}$  sunt duo termini, & in quadrato tres, & in quadrato quadrati per præcedentem, adduntur, duo & vltimus scilicet sextus fit ex relato ipso. Ergo ultra proportionem sunt tantum quatuor termini.

Septima regula ad effugiendum omnes errores tu scis, quod 4096. quadratum 64. est sextus a 64. ad quem habet proportionem quadrati, & 64. est similiter sextus ab vno illo scilicet non computato, & ita 64. habet rationem vnus, & licet comparatur ad 2. rem & fit sextus ab eo, eo computato, 4096 autem à 64. fit septimus tamen non est eadem ratio, quia 64. non est quadratum 2.

Tom. IV.

Propositio centesima trigesima septima.

Rationem numerorum ex progressionem declarare, Com. Primæ sive Arith.

Michaël Stifelius rationem pulcherrimam tradidit ad inuentionem numerorum, qui vocantur multiplicandi, & componitur hoc modo. Ex prima componitur 1. & 2. faciunt 3. 1. 2. 3. faciunt 6. 1. 2. 3. 4. faciunt 10. & ita prima tabula constituit secundam recta serie numerorum iunctis

|    | 1 | 2   | 3   | 4    | 5    | 6     | 7     | 8     |
|----|---|-----|-----|------|------|-------|-------|-------|
| 1  |   |     |     |      |      |       |       |       |
| 2  |   |     |     |      |      |       |       |       |
| 3  |   | 3   |     |      |      |       |       |       |
| 4  |   | 6   |     |      |      |       |       |       |
| 5  |   | 10  | 10  |      |      |       |       |       |
| 6  |   | 15  | 20  |      |      |       |       |       |
| 7  |   | 21  | 35  | 35   |      |       |       |       |
| 8  |   | 28  | 56  | 70   |      |       |       |       |
| 9  |   | 36  | 84  | 126  | 126  |       |       |       |
| 10 |   | 45  | 120 | 210  | 352  |       |       |       |
| 11 |   | 55  | 165 | 330  | 462  | 462   |       |       |
| 12 |   | 66  | 220 | 495  | 792  | 924   |       |       |
| 13 |   | 78  | 286 | 715  | 1297 | 1716  | 1716  |       |
| 14 |   | 91  | 364 | 1001 | 2002 | 3003  | 3432  |       |
| 15 |   | 105 | 455 | 1365 | 3003 | 5005  | 6435  | 6435  |
| 16 |   | 120 | 560 | 1820 | 4368 | 8008  | 11440 | 12870 |
| 17 |   | 136 | 680 | 2380 | 6188 | 12376 | 19448 | 24310 |

omnibus ab vno. Tertia fit ex secunda & tertia, primò assumitur 10. in tertio, vt in secunda, & ex 10. secundæ, & 10. tertiæ fit 20. & 15. secundæ, & 20. tertiæ fit 35. & ex 21. secundæ, & 35. tertiæ fit 56. & ex 28. & 56. fit 84. Et quanta fit ex tertia, & ex seipsa, primum assumendo 35. ex tertia, & ponitur primo numero quartæ, & ex 35. tertiæ, & 35. quartæ fit 70. numerus secundæ quartæ: & ita ex 56. & 70. fit 126. & ex 84. & 126. 210. & ita quinta ex quarta & seipsa, & sic in infinitum.

Regula ergo est, quod binarius seruiet & quadratæ, & quia nihil est in eius directo, solus ipse seruiet & quadratæ. Ternarius autem cubicæ, & quia in eius directo est alter ternarius, ille etiam seruiet & cubicæ. Quaternarius autem seruiet quadrato quadrati, & senarius, qui est in illius directo. Ergo quaternarius seruiet & relata primæ, & duo sequentes numeri scilicet 10. & 10, & eodem modo senarius numeri duo sequentes 15. & 20. seruient cubo quadrati, & ita etiam septenarius cum tribus sequentibus numeris 21. 35. & 35. seruient rel. secundi radici, & ita deinceps in infinitum.

Propositio centesima trigesima octaua.

Modos vsus horum numerorum declarare.

In quouis numero denominationis oportet tot addere 0, quotus est ordo, & facere tot numeros sequentes, quotus est ordo, & semper minnere vnā 0, velut quia quadrata & est prima ad 2. addemus 0, & fiet 20. nec alium quæremus numerum.

Y y Sed



Sed quia cubica est secundo loco, habebit prima nota 00. & fiet 300. & secundum 3. vnam 0. & fiet 30. & in quadrato quadrati addemus 000. primo, & 00. secundo, & 0. tertio, & ita habebimus 4000. 600. 40. sed quia in tabula non est 4. vltimum addemus similem primo semper. In relato primo, ergo habebimus 50000. 10000. 1000. 50. & in cubo quadrati 600000. 150000. 20000. 1500. 60. Manifestum est, quod his vice versa assumpsimus 15. & 6. similes prioribus addendo semper vt dixi 0. minus, donec ad vnam pervenerit. Et ita in relato secundo 7000000. 2100000. 350000. 35000. 2100. 70. & ita deinceps.

*Propositio centesima trigesima nona.*

Com.

Radices omnes à propositis numeris extrahere.

Propositis quibuscumque numeris vtpote 916132832. volo detrahare & relatam primam, primum habeo in tabula descripta relata prima numerorum simplicium vsque ad 10. velut in exemplo. Deinde

| 1. | 2.  | 3.   | 4.    | 5.    | 6.    | 7.     | 8.     | 9.     |
|----|-----|------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| 1. | 31. | 243. | 1024. | 3125. | 7776. | 16807. | 32768. | 59049. |

subscribam punctum  
sub prima nota à dextra, & quia est quarta in ordine hoc, seu quinta denominatio secundum nostrum, omit-  
tam quatuor notas inter medias, & subscribam punctum aliud,

& ita facerem si essent plures quàm decem notæ: re-

|       |       |    |           |
|-------|-------|----|-----------|
| 6—    | 50    | 16 | 4800      |
| 36—   | 1000  | 8  | 288000    |
| 216—  | 10000 | 4  | 8640000   |
| 1296— | 50000 | 2  | 129600000 |
|       |       |    | 32        |

linquitur ergo ad punctum primum à sinistra 9161, cuius

quæro & relatam primam in tabula, quam inuenio esse 6. nam 7776. eius relatum primum est proximus ex minoribus ad 9161. detraho igitur 7776. ex numero propositio relinquitur. Deinde pono 6. & quadratum eius, & cub. & quadratum quadrati, quia, vt dixi, est quarta denominatio apud illum, & è regione numeros præcedentes inuentos relati primi ex præcedenti propositione: & duco singulos cum suis collateralibus, vt vides etiam in figura, & cum vltimo producto, scilicet 64800000. diuido 138532832. exit 2. huius accipio omnes numeros ad relatum primum vsque vt vides, & pono minores è regione maiorum, vtpote 2. è regione 1296 & 50000. & 4. è regione 216. & 10000. & 8. è regione 36. & 10000. & 16 è regione 6. & 50. & duco 6. in 50. fit 300. duco in 16 fit 4800. duco 36. in 1000. fit 36000. duco 36. in 8. fit 288000. duco etiam 216. in 10000. & fit 2160000. & duco hos per 4.

fit 86400000. duco rursus 1296. in 50000. fit 64800000. duco in 2. fit 129600000. Demum addo 32. relatum primum 2. & fit summa omnium 138532832. & ita habemus radicem relatam primam dicti numeri esse 61. Et si numerus productus fuisset maior oportuisset accipere proximo minorem. Inde per regulam sequentem addere minutas.

*Propositio centesima quadragesima*

Radices per numeros fractos determinare.

Duplex est modus, vt etiam docui in arithmeticeis, scilicet vt pro radice quadrata addatur duo 0. & pro cuba tria, & pro quadrata quadrata quatuor, & pro relata prima quinque, & ita deinceps, & præ decimis semel, pro centesimis bis, pro millesimis ter, pro milliaribus seu partibus earum quater, pro centesimis millesimis quinquies pro millesimis millesimarum sexies, & ita deinceps deinde per præcedentem detrahare radicem, & erit valde exacta. Exemplo non vtar, nisi quod si velles radicem relatam 16. ad millesimas, accipies radicem relatam numeri à latere propositi, & ita de aliis 1600000. 000000. 000000. & si velles & cub.  $5\frac{1}{2}$ . per millesimas, primo addes ter 000. & fiet 3000000000. inde sume  $\frac{1}{3}$ . 1000000000. qui est 200000000. & adde ad 5000000000. fit 2500000000. & hoc quia vnum refert numerum 1000000000. ex supposito & —. est  $\frac{1}{3}$ . vnus.

Secundus modus est vt accipias proximè maiorem, & multiplica in se, & detrahe numerum propositum, & residuum diuide per duplum radicis primo inueniæ, si fuerit quadrata, & per triplum quadrati eiusdem si fuerit cubica, & per quadruplum cubi, si fuerit quadrata quadrata, & per quincuplum quadrati quadrati, & quod exit detrahes ex priore radice, & rursus quod relinquitur, multiplica in se, & eodem modo agendo quod superest à numero propositio, diuide per duplum radicis prioris, si sit radix quadrata, vel per triplum quadrati si sit cubica, & quod exit rursus detrahe, & ita agendo, pervenies ad exactissimam radicem. Exemplum volo radicem quadratam 5. proxima maior est 3. quadratum 9. differentia 4. diuide per 6 duplum 3. exit  $\frac{2}{3}$ . detrahe ex 3. fit  $2\frac{1}{3}$ . quadratum est  $\frac{49}{9}$ . quod est  $5\frac{4}{9}$ . rursus diuido  $\frac{4}{9}$ . differentiam  $5\frac{4}{9}$ . & 5. per  $4\frac{2}{3}$ . duplum radicis primæ exit  $\frac{2}{3}$ . detrahe ex  $2\frac{1}{3}$ . relinquitur  $2\frac{2}{3}$ . radix satis propinqua, nam eius quadratum est  $5\frac{4}{9}$ . in cubica similiter volo & cu. 5. proxima maior est 2. cubus 8. differentia 3. diuide per triplum quadrati 2. quod est 12. exit  $\frac{1}{4}$ . detrahe ex 2. fit  $1\frac{1}{4}$ . cuius cubus est  $1\frac{39}{64}$ . differentia est  $\frac{23}{64}$ . diuide per triplum quadrati  $1\frac{3}{4}$ . quod est  $9\frac{27}{16}$ . exit  $\frac{23}{588}$ . detrahe ex  $1\frac{3}{4}$ . relinquantur  $1\frac{107}{147}$ . cuius cubus est  $1\frac{504449}{3176523}$ . Ita diuides hunc excessum si placet per triplum quadrati  $1\frac{107}{147}$ . & est ferme 9. exit  $\frac{56000}{3176523}$ . quasi detrahe ex  $1\frac{107}{147}$ . relinquantur  $\frac{453789}{3176523}$ .

Tertius



Tertius modus est subtilior, tu scis quod duodecima denominatio est quadrata sextæ, & quadrata quad. tertæ, & cuba quarti, quarta autem est inter tertiam & sextam secunda quantitas in continua proportionem: ergo inuenta & numeri propositi & & radicis inuentæ reducā ad vnam denominationem, & inter numeratores collocabo duas quantitates, quod facile erit sensim procedendo, & habebō & cu. quæsitam, scilicet minorem ex duabus intermediis. Et similiter pro relata prima, capiam sexaginta denominationes, & scis, quod quintadecima est & sexagesimæ, & decima est & cu. & sexagesimæ, & duodecima & relata prima sexagesimæ per eandem inuenta, ergo & numeri propositi tanquam ille sit sexagesima denominatio, inueniam illius radicis inuentæ & quadratam, & cubicam, quia duodecima quantitas quæ est & relata prima numeri est secunda, quatuor intermediarum interponam inter & quadratum, & cubicam quadratam quatuor numeros in continua proportionem, & secundus ex minoribus erit & relata prima numeri propositi. Exemplum cubicæ volo & cum 5 habui & quadratam eius 2  $\frac{4}{21}$ . sed volo proximiorē diuidendo  $\frac{5}{441}$ . per 4. quod est fermè duplum 2  $\frac{5}{21}$ . exit  $\frac{5}{441}$ . detraho ex 2  $\frac{5}{21}$ . relinquitur valde proxima & 5. 2  $\frac{104}{441}$ . huius igitur radix quadrata, primo inuenta est 1  $\frac{1}{21}$ . secunda proximior est 1  $\frac{41}{84}$ . reduco ad eandem denominationem fient  $\frac{84}{2201}$ . 2  $\frac{416}{4764}$ . & 1  $\frac{861}{1764}$ . inter 3944, & 2625, inueniemus duos numeros in continua proportionem, vt vides, & erit secunda quantitas  $\frac{6003}{7041}$ . quod est  $\frac{167}{908}$ . proximū ad 1  $\frac{5}{7}$ , & cubica. 5. nam eius cubus est 5  $\frac{13}{343}$ . at exactissimā est ergo 1  $\frac{69}{98}$ . vt liquet. Pro relata prima ergo ponamus, vt velim & relata primā 25. accipio 5 & 25. cuius & est: vt visum est, 2  $\frac{104}{441}$ . similiter & cu. 5. fuit 1  $\frac{69}{98}$ . igitur reducā ad vnam denominationem, & inueniam quatuor numeros in continua proportionem inter illos, & secundus post minimū ex illis erit & relata prima propinquissima 25. Quomodo verò inueniantur facillimè illi termini, docui in sexto libro operis perfecti.

Quarta regula est vtilior, licet minus videatur nobilis, & est fudata in hoc, quod si a b sit maior c & eis addatur b e, & d f æquales dico, quod erit minor proportio a c ad c f, quàm a b ad c d, & ex consequenti per viā fracti maior pars vnus erit c f ipsius a e, quàm c d ipsius a f ex Euclide. Dico ergo quod maior est proportio a b ad c d, quàm a e ad e f, fiat d g ad quam sit b c vt a b ad c d, eritque a e ad c g vt a b ad c d, minor autē est a e ad c f, quàm ad c g, igitur minor a e ad c f quàm a b ad c d quod fuit propositum. Similiter si fuerint duæ quantitates, ab & c d, quarum ab sit maior e. c d autem eadē e minor, dico, quod dimidium aggregati a b & c d maiorem habebit proportionem ad e, quàm c d & mi-

nor, nam iuncta b f æquali d e ad a b, ita vt f g sit dimidium totius a f, quia ergo f g est dimidium f a & f b est minor dimidio f a cum sit minor b a & similiter f g est minor ab, quia a b est maior dimidio a f, quia est maior b f, ergo proportio g f ad c est maior quàm b f ad e, ita quàm c d ad e, & minor quàm a b ad e;

quod fuit propositū. Quo viso volo & 1000. quadratam, & quod de quadrata dico, dico etiam de aliis radicibus & erit ex secunda regula harum 31  $\frac{39}{61}$ . & quadratum erit 1000  $\frac{1121}{1844}$ . Iuxta ergo primā partem regulæ 31  $\frac{38}{61}$ . erit minus, & in veritate in eo, quod sit ducendo, vt vides, & hoc est proximum ad  $\frac{1}{10}$ , multiplico igitur duplū 31  $\frac{39}{61}$ , quod est fermè 63  $\frac{1}{4}$ . in  $\frac{1}{160}$ . fient

$$\frac{63}{160} \frac{1}{4} \text{ detrahe ex } \frac{1}{160} \frac{521}{3844} \left| \begin{array}{r} 38 \\ 61 \\ 39 \\ 61 \\ 23 \\ 372 \end{array} \right| 2379 \frac{23}{372} 2356$$

hoc modo, diuide 3844. per 160. exit 24  $\frac{40}{40}$ . diuide 1521. per 24. exit 63  $\frac{3}{8}$ . habes igitur quod  $\frac{1521}{3844}$ . sunt  $\frac{63}{160}$ . igitur detracto  $\frac{63}{160}$ . ex  $\frac{13}{160}$ . nihil relinquitur, & erit & exacta valde 1000. hoc 31  $\frac{38}{61}$ . cuius, quadratum 1000  $\frac{41}{3721}$ . vides breuitatem, & propinquitatem in producto differentia est  $\frac{1}{100}$ . aut parum maius quod ad radicem comparatum cum debeat diuidi per duplū eius erit paulo maius  $\frac{1}{6300}$ . Vnde facilius est, & breuius hæc via quàm per 100. additus. Rursus volo aliquid adimere & cum propinquitare ita facio. Considero quod 31  $\frac{38}{61}$ . est maius  $\frac{1}{6300}$ . radice diuido 6300. per 62. exit 103. fermè, nequē enim curo in hoc fractionem: multiplico ergo 103. in  $\frac{98}{61}$ . & habeo  $\frac{3914}{6281}$ . hic denominator est proximus 6300. aufero ergo 1 ex 3914. habebō valde proximam & 1000: 31  $\frac{3914}{6281}$ . cuius quadratum est 1000. minus  $\frac{1}{1048}$ . hoc vt dixi diuisum per duplū & quod est 63. est omnino insensibile in radice

Quinta regula est omnium pulcherrima, & est communis omnibus & fractis & integris & omnibus generibus radicum, & sit exemplum. volo & radicis superscripte scilicet 31  $\frac{3913}{6283}$ . multiplico 31. in 6283: & sit 194793. cui addo 3913. fit 198686. manifestum est igitur, quod  $\frac{198686}{6283}$ . æquualet 31  $\frac{3913}{6283}$ . hoc facto, quod est commune omnibus radicibus extrahendis pro radice quadrata, multiplicabo numeratorem, qui est 194686. per denominatorem, qui est 6283. & si voluero radicem cubicam, multiplicabo eundem numeratorem per quadratum denominatoris, & si voluero radicem radicis, multiplicabo per cubum, multiplicabo per quadratum quadratum 6283. & ita de aliis vna diminutione minore, & eius qui prouenit numeri & supraposita denominatori erit & eiusmodi, quam suscepisti, velut in exemplo fuit numerus  $\frac{198686}{6283}$ . quia ergo volo & quad. multiplico 198686. in 6283, & fit 1248344138. huius accipio & quad. quæ est 35332. hæc autem est diuidenda per 6283. & exeunt 5  $\frac{3917}{12506}$ . ecce vides radicem

Y y 2 exactam

3. Propos.  
quinti Elem  
Per 18.  
quinti Elem

$$\begin{array}{ccccc} a & & b & & e \\ | & \text{---} & | & \text{---} & | \\ c & & d & & g & f \end{array}$$



exactam admodum, & facilem. Volo rursus  $\frac{1}{2}$ . quadrat.  $\frac{3917}{12566}$ . multiplico 12566. per 5. & fit 62830. cui addo 3917. & fit 66747. cui suppono 12566. denominatorem, fient ergo  $\frac{66747}{12566}$ . manifestum est igitur quodd hoc æquualet  $\frac{3917}{12566}$ . si igitur multiplicarem denominatorem per denominatorem & numeratorem, quod proueniret, esset æquale eidem numero, ergo  $\frac{1}{2}$  eius esset eadem cum  $\frac{1}{2}$ . prioris, sed  $\frac{1}{2}$  denominatoris esset prior numerus, ergo sufficet extrahere  $\frac{1}{2}$  producti ex denominatore numeratorem, & ita productum erit ex denominatore in numeratorem 838742802, cuius  $\frac{1}{2}$ . est 28961. hæc igitur diuisa per 12566. ostendit  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{3829}{12566}$ . In hac autem quadrata est alius modus sine multiplicatione, sed non est communis aliis, ubi statueris denominatorem pro denominatore  $\frac{1}{2}$ . utpote 2566. & numeratorem 66747. constitues medium sensum augendo.

Rursus volo  $\frac{1}{2}$  relata  $\frac{3829}{12566}$ . reduco ad denominatorem, & fit ut prius  $\frac{28961}{12566}$ . duco igitur 12566. ad quad. quad. sed sufficet in hoc casu deducere ad minores denominationes, utpote diuide 28961. per 12566. exit  $\frac{3829}{12566}$ . multiplico per 566. fit 1104  $\frac{5862}{12566}$ . hoc detrahe ex 28961. habebis  $\frac{27895}{12000}$ . diuidi igitur per 1000 habebis 12. & 27.  $\frac{107}{125}$ . at  $\frac{108}{126}$ . sunt  $\frac{6}{5}$ . igitur habes 12. pro denominatore, & 27.  $\frac{6}{5}$ . pro numeratore, quare erunt numeri  $\frac{195}{84}$ . erit ergo per hanc regulam, ut ducas 84. ad quad. quadrati, & fit 49787136, duc in 195. fit 9708491520. cuius  $\frac{1}{2}$ . relata prima est 99. igitur  $\frac{1}{2}$ . relata prima  $\frac{3829}{12566}$ . est  $\frac{15}{84}$ . paulo maior, id est  $\frac{13}{70}$ . Et nota quod si denominator haberet  $\frac{1}{2}$ . illius generis, quam quæris, sufficeret inuenire radicem eiusdem generis absque alia numerorum multiplicatione.

*Propositio centesima quadragesima prima.*

Com.

Numeros fractos ad minores in eadem proportionem valde propinqua deducere.

Cum plerumque numeri fracti habeantur per radices, ut aliquando maiores sint, aut minores eo fit, ut possint reduci ad minores numeros, ut melius intelligi possint & facilius tractari, & cum hoc sit exactior illa pars, exemplum ergo habeo  $\frac{3829}{12566}$ , quem volo certa ratione ad minores diuisiones deducere. Deduco primo totum ad fractionem ducendo 2 in 12566, & addendo 3829, & fit  $\frac{26961}{12566}$ , multiplico 12566 per 9. quia proportio vnus ad alterum est ferme, ut 9 ad 4, & fit 113094, multiplico 4 in 28961 fit 115844, hoc igitur est maius, igitur proportio 18961 ad 12566 est maior quam 9 ad 4, detraho igitur 12566 ex 28961, relinquitur 16395, detraho 113094 ex 115844, relinquitur 2750, diuido 2750 per 16395 exit  $\frac{55}{328}$  addo 2. denominatori fit  $\frac{55}{370}$  quod est  $\frac{1}{6}$ , nam istæ additiones parua præter quod parum variant quantitatem etiam dum ad examen reducuntur, nihil impediunt, detrahe igitur  $\frac{1}{6}$ , à  $\frac{2}{3}$ . & ducendo per 6. & detrahendo  $\frac{1}{2}$ . duco igitur pri mos

numeros scilicet  $\frac{28961}{12566}$  mutuo in  $\frac{13}{23}$ . fiant 665998. & 666107. ita vides, quod proportio 53. ad 23. est paulo minor, quam 28961. ad 12566. & æquualet  $\frac{27}{23}$ . &  $\frac{3829}{12566}$ .

*Propositio centesima quadragesima secunda.*

Denominationum incrementa ex extrema cognita inuenire, & conuerso modo.

Quidā per vsurā rediuiam fecit 40000. coronatos ex 40. un 40. annis. Quæro quāta fuerit vsura, & quando habuit 1000. coronatos, quidā vellent soluere per regulam trium quantitatū, in qua committerentur maximi errores. Et in ea multi sunt modi, & omnes falsi præter hanc viam nulla est vera, adde quod vellent multi per sortem inuentam soluere augendo per singulos annos, quod aded difficile esset, & pene foret impossibile. Ideo diuides 40000. per 40. numerum sortis exit 1000. igitur in 40. annis vnum fit mille, sunt ergo 40. denominationes ab vno, quarum quadragesima est 1000. igitur vigesima est  $\frac{1}{2}$ . 1000. scilicet  $31\frac{3913}{6283}$ . igitur decima est  $\frac{1}{2}$ . eius  $5\frac{3917}{12566}$ . huius radix, erit quinta quantitas  $2\frac{7}{23}$ , cuius  $\frac{1}{2}$ . relata prima, erit proportio  $1\frac{13}{70}$  cuius quadratū est  $1\frac{1889}{4900}$ . seu  $1\frac{67}{165}$ . pro secunda quantitate, & ducens ergo primam, quæ est  $\frac{81}{20}$ . in quintam, quæ est reducta

ad minores fractiones facilitatis causa  $\frac{5}{23}$ . & habebis sextā quantitatē  $2\frac{118}{161}$ . duco etiam quintam quantitatē scilicet  $\frac{53}{23}$ . in secundam quæ est  $\frac{272}{165}$ . & fit septimi anni quantitas, duco igitur septem annorum numerum, qui est  $3\frac{14}{61}$ . in  $31\frac{18}{61}$ . fit  $102\frac{992}{6283}$ .

At in sex annis additis ad viginti, fit tanto minus, quanto  $31\frac{38}{61}$ . ductum in differentiam septem, & sex annorum quæ est  $\frac{60}{121}$ . fit ergo  $15\frac{35}{49}$ . Quia ergo annuatim solum vsura adiicitur sorti, sufficet diuidere  $2\frac{992}{6283}$ . per  $15\frac{35}{49}$ . scilicet multiplicando per 12. numerum mensium  $2\frac{622}{6283}$ . fit  $25\frac{5621}{6283}$ . diuide  $25\frac{5621}{6283}$ . per  $15\frac{35}{49}$ . exit mensis vnus, & dies 21. detrahe ex 27. annis, remanent anni 26. menses 10. dies 9. in quo tempore habuit 4000. aureos coronatos. Vsura autem fuit ut visum  $\frac{13}{70}$ . igitur per regulam trium duc 13. in 100. fit 1300. diuide 1300. per 70. exit  $18\frac{2}{7}$ . & tanta fuit pro centum. Et cum computaueris in tribus annis, acquirit modico plus bese eius, quod habet. Et ita in 13. annis, & parua illa parte perueniet ad decuplum eius, quod habet, scilicet 4000. aureorum, & habebit aureos 40000. ut propositum est.

SCHOLIUM.

In proposita proportionem numerorū terminorum rediuiam vsuram inuenire.

Sit



# Propositio 143. 144. 145. & 146. 533

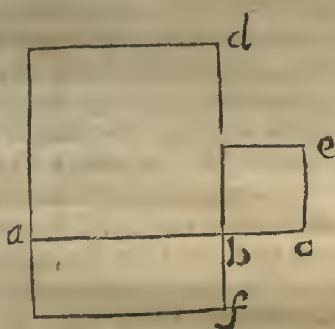
Sit gratia exempli, in sex annis vsura rediuiua vigesima, eritque proportio  $\frac{21}{20}$ . cuius numeratorem sexies ducam in se primum bis fit 441: ergo ducto 441. in se fitque 194481 ductum in 441. fit 85766121. sexies ductum 21. quinquies autem ducam 20. denominatorem

in se fit bis 400. 21  $\overline{441}$  20  $\overline{400}$   
ter 8000. quin- 21  $\overline{441}$  20  $\overline{400}$   
quies ergo 21  $\overline{441}$  20  $\overline{400}$   
3200000, diuide 21  $\overline{441}$  20  $\overline{400}$   
numeratorē per 194481  $\overline{441}$  20  $\overline{400}$   
denominatorē 21  $\overline{441}$  20  $\overline{400}$   
abiectis quin- 21  $\overline{441}$  20  $\overline{400}$   
que notis erit 21  $\overline{441}$  20  $\overline{400}$   
26  $\frac{2566121}{3200000}$ . Quæ  
proportio est  
proxima 26  $\frac{4}{5}$ .  
ad 20. & ita vt  
134. ad 100. Et  
si pigeret tædij

aut laboris posses pro xij annis ducere 134 in se, & fit 17956. diuide per 100. eadem ratione, exit 179  $\frac{14}{100}$ . & ita 100. in xii. annis, fit tantundem. Et ita pro xvij & xx. annis.

## Propositio centesima quadragesima tertia.

Si linea in duas partes diuidatur, corpora, quæ fiunt ex vna parte in alterius quadratum mutuo æqualia sunt corpori, quod fit ex totali linea in superficiem vnius partis in alteram.



Com.

Id est per  
eius demon-  
strationem.  
Per 29. vn-  
decimi  
Elem.

Sit a c diuisa in a b, b c quadratum a b fit a d, quadratum b c, sit b c parallelo grammū ex a b in b e, a f dico quod corpora ex a b in b e, & b c in a d æqualia sunt corpori ex a c in a f. Quia enim corpus ex a c in a f constat ex a b in a f, & b c in a f, per primam secundi Elementorum, corpus autem ex a b in a f est æquale corpori ex b c in a d, & corpus ex b c in a f est æquale corpori ex a b in b e igitur constat propositum.

## Propositio centesima quadragesima quarta.

Duplum cubi medietatis maius est aggregato corporum mutuorum cuiuslibet diuisionis, quantum est, quod fit ex toto in quadratum differentie.

Sit a b diuisa per æqua- a c d b  
lia in c, & per inæqualia  $\overline{a} \overline{c} \overline{d} \overline{b}$   
in d, dico, quod duplum cubi a c est maius aggregato corporum ex a d in quadratum b d, & b d in quadratum a c in eo quod fit ex a b in quadratum c d, nam per præcedentem duplum cubi a c est æquale corpori ex a b in quadratum a c: aggregatum quo-

Tom. IV.

que corporum ex a d in quadratum b d, & b d in quadratum a c est æquale ei, quod fit ex a b in rectangulum ex a d in d b, quadratum autem a c est maius rectangulo a d in d b quadrato c d differentie, igitur duplum cubi a c excedit aggregatum corporum mutuorum in corpore ex a b in quadratum c d differentie quod est propositum.

## Propositio centesima quadragesima quinta.

Si linea in duas partes diuidatur quadra- Per 5 secun-  
ta ambarum partium detracto eo quod fit di Elem.  
ex vna parte in alteram, æqualia sunt pro-  
ducto vnius in alteram cum quadrato diffe-  
rentie.

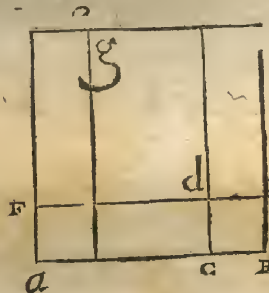
Sit linea a c diuisa in b, a d b c  
& sit differentia a b, b c, b d,  $\overline{a} \overline{b} \overline{c} \overline{d}$  Com.  
dico quod quadrata a b & b  
c detracto eo quod fit ex a b in b c, æqua-  
lia sunt producto a b in b c cum quadrato  
b d. Quoniam enim quadrata a b, b c æqua-  
lia quadratis a d d b b c & productis ex a d  
in d b bis & quod fit ex a b in b c æquale  
est ei quod fit ex a d in se cum eo quod fit  
ex a d in d b, quia a d est æqualis b c ideo  
quadrata a b & b c detracto eo quod fit ex  
a b in b c sunt æqualia quadratis a d d b, &  
producto a d in d b semel: a c quadratum  
a d cum producto a d in d b est æquale pro-  
ducto a b in a d, & ex consequenti in b c,  
igitur residuum quadratorum a b & b c de-  
tracto producti a b in b c est æquale a b in  
b c cum quadrato b d quod fuit propositum.

Per 4 secun-  
di Elem.  
Per 1 secun-  
di Elem.  
Com.

## Propositio centesima quadragesima sexta.

Corpus quod fit ex linea diuisa in super-  
ficie æqualem quadratis ambarum partium  
detracta superficie vnius partis in alteram,  
est æquale aggregato cuborum ambarum  
partium.

Sic a b diuisa in e quadrata partium e f



& b d detrahatur ex e f, f g æqualis a d, dico  
corpus ex a b in superficies b d, d g æquale  
esse cubis a c & c b pariter acceptis, quia  
enim ex a b in b d fiunt duo corpora cubus  
b d & corpus ex a d in quadratum d b hoc  
autem est æquale corpori ex b c in a d quia  
fiunt ex æqualibus lineis: at corpus quod fit  
ex a b in d g æquale est corporibus quæ fiunt  
ex a c, c b in superficiem d g at cubus a c  
continet duo corpora quæ fiunt & a c in d g  
& g f, igitur cubus a c superat productum  
ex a b in d g in producto ex a c in f g & su-  
peratur ab eo in producto ex b c in d g, su-  
peratur etiam, vt visum est, cubus b c a pro-  
ducto b a in d b in producto b c in c f, igi-  
tur cubi a c, c b superantur à producto  
Y y ; a b in

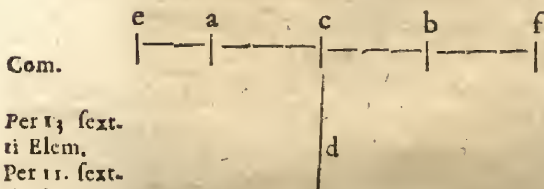


# 534 Propositio 147.148.149 & 150.

ab in a d in producto b c in c f & in d g, quare in producto b c in f e : siquidem f e & f g sunt æqualia ex supposito superat autem in producto ex c b in e f, igitur tantum est id in quo superantur quantum est id in quo superant: ergo sunt æqualia.

## Propositio centesima quadragesima septima.

Proposita linea diuisa duas ei lineas addere, vt proportio additarum singularum & partium simul iunctarum ad additas sit mutua.

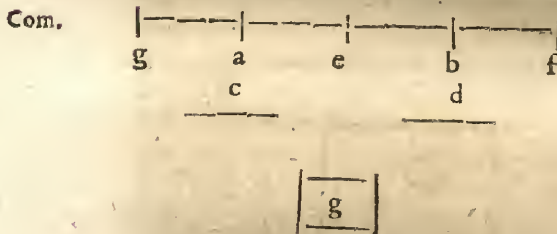


Per 13. sexti Elem.  
Per 11. sexti Elem.  
Per 11. quinti Elem.  
Per 18. quinti Elem.

Sit linea a b diuisa in c volo eius partibus addere lineas, vt propositum est, statuo mediam c d inter a e & c b quæ sit c d, & facio vt c d ad c a ita c a ad a e & vt d c ad c b ita c b ad b f, quia ergo d e media est inter a c & c b, & vt ea ad a c ita d c a c b ad c f erunt omnes in continua proportionem, quare proportio e c ad c a vt c f ad b f & e c ad ea vt c f ad c b quod est propositum.

## Propositio centesima quadragesima octaua.

Propositis tribus lineis primam sic diuidere, vt adiectis duabus aliis lineis secundum rationem mutuam singularum singulis aggregatum ex vna adiectarum & parte ad aggregatum ex alia parte & adiecta se habeat, vt secunda ad tertiam.



Per 1. secundum Elem.

Sit a, b, c, d, propositæ lineæ, volo diuidere a b ita in e vt sumpta secundum proportionem alicuius quantitatis, puta g ad a e sic b f ad e b & vt g ad e b sic g a ad a e vt sit proportio g e ad e f vt c ad d. Sint ergo omnia constituta & sit g rectangulum ex a e in e b, cum ergo g a contineat a e vt g continet e b, g autem continet e b secundum a e, igitur g a continet a e secundum a e; ergo ex diffinitione quadrati a g est quadratum a e. Pari ratione b f est quadratum b e, proportio igitur g e ad e f cū sit vt c ad e ex supposito erit vt ipsi proportioni addamus, & detrahamus ex duplo a b & dimidium residui ducamus in se, & addamus aggregato quadrati a b cum ipsa a b, & latus eius detracto dimio residui erit b c linea, quare diuisio nota, & est vt dicamus u : olo diuidere datam lineam, vt quantitates abiectæ sub mutua proportionem ad vnam tertiam, cum parti-

bus obtineant inter se proportionem datam.

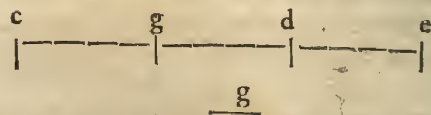
## Propositio centesima quadragesima nona.

Datam lineam sic diuidere, vt proportio quadratorum ad duplum vnius partis in alteram sit, vt lineæ datæ ad lineam datam.

Sit data a b quam volo diuidere, vt proponitur sub proportionem c d ad e, diuido a b bi-



fariam in f, & abscindo g d æqualem d e, & inter c g residuū & c e interpono proportionem, & vt h ad c g ita a f medietatis a b ad f k.

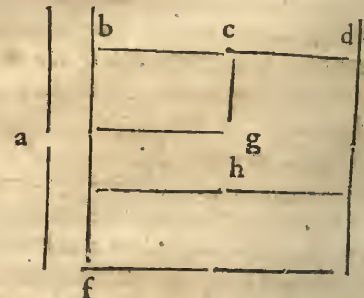


Omnia ista sunt notissima ex primo & sexto Elementorum Euclidis. Si ergo abscindantur f k ex f a, dico quod proportio quadratorum l k & k a ad duplum rectanguli a k in k b est vt c d ad d e. Quia enim c e ad c g duplicata est ei quæ est h ad c g, duplicata est etiam ei quæ est f a ad f k, quare vt quadrati a f ad f k, ita c e ad c g, igitur disiungendo c g ad g e vt residui quadrati k f ad residuum quadrati a f, quare c g ad g d vt quadrati k f ad dimidium residui quadrati a f, igitur coniunctum c d ad d g vt quadrati k f & dimidij residui quadrati a f ad ipsum dimidium residui. At verò cum g d sit æqualis d e, erit c d ad d e vt quadrati k f cum dimidio residui sæpius dicti ad ipsum dimidium residui. Igitur etiam vt dupli quadrati k f cum residuo ad residuum, sunt enim omnia duplicata. At duplum quadrati k f cum residuo est æquale quadratis a f & f k, igitur quadratorum a f & f k ad differentiam eorum proportio est vt c d ad d e, igitur dupli quadratorum a f & f k ad duplum differentie quadratorum a f & f k vt c d ad d e. Verum duplum quadratorum a f & f k æquatur quadratis b k & k a. Et duplum differentie quadratorum a f & f k est æquale duplo producti b k in k a, igitur proportio quadratorum k b & k a ad duplum producti k b in k a est veluti c d ad d e, quod est propositum.

Com.  
Per 9. secundum Elem.  
Per 1. secundum Elem.

## Propositio centesima quinquagesima.

Propositis duabus lineis lineam communem



nem vtrique adiungere, vt sit maioris ad additam proportio, velut quadratorum mino



minoris & adiectæ ad duplum vnus in alteram.

Com.

Hæc est quasi conuersa præcedentis. Sit a maior, & b c minor, & b d dupla b c super quam erigatur b f æqualis a, & sit rectangulum d f & describatur quadratum b c quod sit b g residuæ superficiei ad d f latus sit h, dico h esse lineam quæsitam. Superficies enim d f cum fiat ex a in duplum b c, dupla erit superficiei a in b c, superficies f d, tota æquatur quadratis h & b c, igitur quadrata h & b c dupla sunt superficiei a in b c, quod verò sit ex a duplum b c se habet ad id quod sit ex h in duplum b c, vt a ad h, cum per eandem lineam ducantur, igitur quod sit ex a in duplum b c, & sunt quadrata h & b c, se habent ad duplum h in b c, vt a ad h, quod fuit demonstrandum.

*Propositio centesima quinquagesima prima.*

Proportio differentiarum quadratorum partium, cuiusvis lineæ ad quadratum differentiarum illarum est velut totius lineæ ad differentiam.



Com.

Per 4. secundum Elementum.

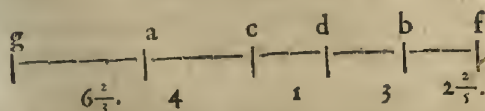
Per 3. secundum Elementum.

Per 1. sextum Elementum.

Sit a b diuisa in puncto c, & fiat c d æqualis c b, manifestum est quod differentia partium est a d, dico proportionem differentiarum quadrata ad. Quoniam differentia quadratorum a c & c b est, quod sit ex a d in d c bis cum quadrato a d, & idem quod sit ex a d in d b cum quadrato a d, & idem quod sit ex tota a b in a d. Igitur differentia quadrato a c & c b est quod sit ex a b in a d, quare cum quadratum a d fiat ex a d, erit prportio a b ad a d, velut differentiarum quadratorum a c & b c ad quadratum a d differentiarum partium. Quod fuit propositum.

*Propositio centesima quinquagesima secunda.*

Si linea in duas partes æquales duasque inæquales diuidatur, fueritque proportio aggregati ex maiore & dimidio ad ipsam maiorem velut ex minore, & aliqua linea ad ipsam minorem, & rursus aggregati ex minore dimidio ad ipsam minorem, velut aggregati ex maiore & alia addita ad ipsam maiorem, erit proportio dimidij ad partem vnā inæqualem, velut alterius partis inæqualis ad suam additam mutuo, & etiam proportio additarum inuicem, velut proportio partium inæqualium duplicata, & rursus ipsum dimidium lineæ assumptæ medium erit proportionem inter additas. Demum proportio dimidij cum addita maiore ad dimidium cum addita minore, velut maioris partis ad minorem.



Com.

Sit proposita a b diuisa per æqualia in c

per inæqualia in d, & si vt addantur a g & b f, ita vt proportio c a, & a d ad a d sit veluti f d ad d b, & c b & b d ad b d, velut g d ad d a, & hæc est quarta secundi Archimedis de sphaera, & Cylindro: quia ergo a c & a d ad a d, vt f d ad d b erit a c ad a d, f b ad b d. Et similiter quia est c b & b d ad b d, velut g d ad d a erit c b ad b d, velut g a ad a d, & hoc est primum. Quia ergo c a est æqualis c b, erit c a ad b d, velut g a ad a d, & iam fuit a d ad c a, vt b d ad f b, per conuersam igitur a d a d b d, vt g a ad a d, & vt b d ad f b, interpositis ergo a d & d b inter a g & b f cum composita sit proportio a g ad b f ex proportionem a g ad a d, & a d b d, & d b ad b f & proportio a d ad d b, sit æqualis proportioni a g ad a d, & d b ad b f, igitur proportio a g ad b f. Per demonstrata ab Alchindo est duplicata proportioni a d ad d b quod est secundum. Rursus quia ex primo demonstrato, vel eius conuerso proportio a d ad a c est velut b d ad b f, & d b ad a c, vt a d ad a g, proportionem ergo a d & d b ad a c componunt proportionem producti ad b d in a d, quod sit l ad productum b f in a g, quod sit m, per demonstrata ab Euclide in sexto Elementorum, igitur proportio h ad k vt l a d m, sed h & l sunt æquales, quia producuntur ex eisdem, igitur per demonstrata in quinto Elementorum Euclidis, k est æquale m, ergo a c est media proportionem inter b f & g a, quod est tertium. Quia verò ex primo demonstrato est f b ad b d, vt a c ad a d, & c b ad idem b d, vt g a ad idem a d erit coniungendo f b & b c ad d, vt coniungendo g a & a c ad a d, sed f b & b c componunt f c & g a, & a c componunt g c, igitur vt f c ad b d, ita g c ad a d, ergo permutando g c ad f c, vt a d ad b d, quod est quartum.

Cum ergo punctum d fuerit datum, licet inuenire a g & b f. facile, vt Archimedes præsupponit proportionem g d ad d f datam & quærit eam, quæ est a d ad d b, & peruenitur ad res numero triplo quadrati dimidij lineæ assumptæ æquales cubo & numero, qui sit ex duplo cubi dimidij in 1. m. ipsa proportione, & quod producit diuiso per 1. p: ipsa proportione. Veluti posita a b 10, & proportione, quam volo g d ad d f sexcupla, duco 5. dimidium 10, in se fit 25, & triplico, fit 75. numerus rerum. Inde duco 5 idem dimidium ad cubum fit 125, duplico fit 250, duco in 5, qui est 1 m: proportio fit 1250, diuido per 7, qui est 1 p: proportio exit 178 4/7 numerus, qui cum cubo æquatur 75. rebus. Cum ergo constituta fuerit diuisio in c non recipit proportionem g d ad d f quam voueris, sed sequitur vna sola ad illam, & est mirabile

In Prop. 25. Propos. 9.

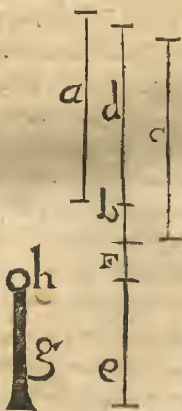


mirabile, quoniam lineæ videntur sumi liberè. Sed non est ita. Et etiam quia Archimedes videtur assumere aliam lineam sed non inuestigat eam, imò ostendit eam ex assumptis. At Eutocius ostendit ambas, vnam ex propria inuentione, aliam ex Diocle, sed vna est superflua, quia vt dixi, vna sequitur ad aliam. Ex hoc patet cur Diocles assumpserit lineam vnam, quæ est  $ac$ , quæ se habet ad  $ad$ , &  $db$ , vt vicissima  $ad$ , &  $db$  ad additas, quod est primum demonstratum. Sic enim omittit primum quod proponit Archimedes, & assumit quod proximum est: & idè Archimedes non probat, nec præsupponit, quod à Diocle probatur, scilicet datum esse punctum  $d$  in linea  $ab$ , sed solum in linea  $gf$ , idè cogitur probare secundum quod demonstratur ab Eutocio, & à nobis demonstratum est suprâ. Archimedes autem assumit lineam extra circulum, quam vocat  $bf$ , quæ est æqualis  $bc$  medietati: aliam assumit quam vocat  $bh$ , cuius proportio ad  $bd$  est sicut quadrati ad  $ad$  quadratum  $ab$ . Constat ergo quod proportio  $gd$  ad  $dfe$  est data. Et similiter  $fg$  ad  $gd$ , & est 1. præ proportionem data. Vnde notandum quod datum dicitur, simpliciter cognitum alio modo, dicitur datum positione, quod est certum & tale, velut si quis dicat, diuide 10. in duos numeros quadratos: hoc non est datum, potest enim diuidi pluribus modis. At si dicas vt vna pars sit alterius quadratum, istud antequàm sciuntur partes, dicitur datum positione. Ergo datum positione est duplex, vel vt ratio nota sit, non autem quantitas, vt si dicam  $a$   $b$  est dupla ad  $b$   $c$  vtraque dicitur nota positione, quoniam nescio quanta sit  $a$   $b$   $a$   $b$   $c$ . Vel si quantitas est nota proportio  $|—|—|$  ignota sit, vt si  $a$   $c$  sit 10, & sit, vt  $b$   $c$  sit & relata,  $a$   $b$  erit punctus  $b$ , & proportio  $a$   $b$  ad  $b$   $c$  data positione, non tamen nota. Et si dicas igitur omnia, quæ habent determinationem erunt data positione? Dico quod non, quia oportet, vt illa determinatio comprehendatur sub vna ratione, eaque saltem generaliter cognita.

*Propositio centesima quinquagesima tertia.*

Vim quancunque manus multiplicare.

Cum enim radimus aut trahimus manifestum est, quod ambabus manibus vis conducitur, & maior redditur, quanta est proportio totius ad excessum: velut sit  $a$  quod mouetur  $a$   $b$  vna manu viribus vt  $b$ , quæ sunt excessus  $b$   $d$  supra  $a$ , cum ergo proportio  $c$   $b$   $d$  ad  $a$  sit composita ex proportionibus  $c$  &  $b$   $d$  ad  $a$  manifestum est, quod erit producta ex proportionem  $c$   $b$   $d$  ad  $b$   $d$ , &  $b$   $d$  ad  $a$ , sed  $e$   $b$   $d$  est dupla ad  $b$   $d$ , quia  $e$  est æqualis,  $c$  igitur proportio  $c$   $b$   $d$  ad  $a$  est



maior multo quàm duorum excessum, qui mouerent in proportionem dupla: velut si adderemus  $f$  ad  $d$   $b$  æqualem  $b$ , multo maior est ex communi animi sententia  $f$   $b$   $d$  quam  $f$   $b$   $d$ , quia  $e$ , continet  $f$ , & quantum est  $d$  insuper: cum ergo  $b$  cum  $d$  moueat  $a$  in proportionem  $b$   $d$  ad  $a$  &  $f$  cum  $d$  moueat  $a$  in proportionem eadem qua  $b$   $d$ , ergo per viam additionis duplo velocius, quàm dupla proportionem, verum dupla comparatione ad proportionem  $b$   $d$  ad  $a$ , non autem duplicata sed dupla, vt dixi, quæ erit maior quàm dupla per additionem excessus. Ergo si addatur alter homo, erit dupla ad illam duplam, veluti addendo æqualem  $d$   $b$   $f$ , adeò vt si proportio  $d$   $b$   $f$  e esset quintupla, mouerent illi duo in proportionem decupla. Sed annexo baculo aut lima au serra annulo  $h$ , ita vt circumuolui possit  $h$  æquabit vires non solum  $d$   $b$   $f$  e sed multorum hominum, igitur multò plus ager homo ambabus manibus radendo aut secando cum  $g$ , quàm quadrupla proportionem vnus manus, & hoc incrementum est non solum magnæ utilitatis, sep



*Propositio centesima quinquagesima quarta.*

Si lineæ datæ alia linea adiungatur, ab extremitatibus autem prioris lineæ duæ rectæ in vnum punctum concurrant proportionem habentes quam media inter totam & adiectam, ad adiectam erit punctus concursus à puncto extremo lineæ adiectæ distans per lineam mediam. Quod si ab extremo alicuius lineæ æqualis mediæ seu peripheria circuli cuius semidiamerer sit media lineæ duæ lineæ ad prædicta puncta producantur, ipsæ erunt in proportionem mediæ ad adiectam.

Com.

Hæc propositio est admirabilis: & etiam descripsi, vt multa secreta Dialecticæ potius aperirentur quam quod huic proposito multum congrueret. Idè potius scholij causa posita est quam ipsius tractationis: vt modum demonstrandi magis quam id, quod demonstratur, respicere oporteat. Constituatur ergo (per viam problematis) linea  $a$   $b$  & proportio  $c$  ad  $d$ , & fiat  $d$   $e$  ad  $c$ , vt  $c$  ad  $d$ , &  $a$   $b$  ad  $e$  vt  $b$   $f$  ad  $d$ , & vt  $g$  ad  $c$ , eritque  $g$  media inter  $a$   $f$  &  $f$   $b$ , quod licet solum supponatur ab Appollonio, tamen facile demonstratur & à Commandino adiecta est demonstratio. Concurrent ergo ex  $a$  &  $b$  duæ lineæ in aliquod punctum, putat  $h$  vt sit  $a$   $h$  ad  $h$   $b$  velut  $c$  ad  $d$ , dico quod si ducat  $h$   $f$  quod ipsa erit æqualis  $g$ , ducatur  $b$   $l$  æquidistans  $a$   $h$ , & quia ex supposito  $a$   $h$  ad  $h$   $b$ , vt  $g$  ad  $b$   $f$ , erit  $b$   $h$  ad  $h$   $a$ , vt  $b$   $f$  ad  $g$ , & quia trianguli  $a$   $h$   $f$  &  $b$   $l$   $f$  sunt similes, erit proportio  $a$   $h$  ad  $b$   $l$  veluti  $a$   $f$  ad  $f$   $b$ , igitur per æquam proportionem  $b$   $e$   $h$  ad  $b$   $l$  vt  $a$   $f$  ad  $g$ , sed vt  $a$   $f$  ad  $g$  ita  $g$  ad  $b$   $f$  ex supposito: & vt  $a$   $f$  ad  $g$ , ita  $h$   $a$  ad  $h$   $b$ , ex supposito igitur vt  $a$   $h$  ad  $h$   $b$  ita  $h$   $b$  ad ergo

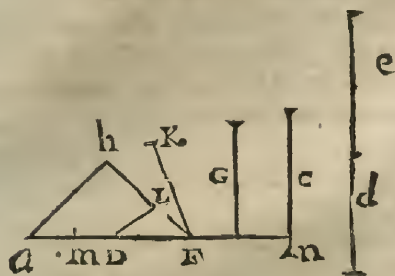
Com.  
et. 37.  
p

Per 1.

Per 19. p.  
mi. & 4. l.  
ti Elem.  
Per 22. que  
ti Elem.  
Per 11. quoniam  
11 Elem.  
Per 6. l. 1.  
Elem.



SCHOLIUM.



Cor. I.

Per 6. sexti  
Elem.  
Per 4. eiusdē.  
  
Per 11. sexti  
Elem.  
In primo  
Conicor.  
Apol. in  
Præfat.

Cor. 2-

SCHO



## SCHOLIUM.

Possẽ adducere demonstrationes omnium horum, sed redderetur res longa cum sint manifestæ ex septimo octavo & nono Euclidis. Exemplum secundum capio modò 14. qui non est quadratus, aufero 9, remanet 5, diuido per 6 duplum & 9 exit  $\frac{5}{6}$  quadratum eius est  $\frac{25}{36}$  hic additus ad 14. constituit  $14\frac{25}{36}$  quadratum  $3\frac{5}{6}$ . Et ita 14. est differentia duorum quadratorum, scilicet  $\frac{25}{36}$ . &  $14\frac{25}{36}$ .

Cor., 1.

Ex hoc habebis duo quadrata in datis terminis quæ different dato, numero, & est pulchrum. Velut volo duo quadrata quæ differant in 2, & minoris sit inter 1 & 2, tunc capies per regulam ipsam 2, & auferes numerum quadratum ita quodd residuum diuisum per duplũ radices efficiat numerum inter 1 & 2. Veluti capio  $\frac{4}{9}$  quadratum, aufero ex 2, relinquitur  $1\frac{4}{9}$  diuido per duplum  $\frac{2}{9}$ , radices  $\frac{2}{3}$ . & est  $1\frac{2}{3}$ . & exit  $1\frac{1}{6}$ , & hic est minor numerus cuius quadratum est  $1\frac{13}{36}$  cui si addantur 2, fient  $3\frac{13}{36}$  numerus quadratus  $1\frac{5}{6}$ .

Cor., 2.

Dum autem volueris duo quadrata quæ differant in 100, tunc per regulam datam si auferes 1, peruenires ad numeros magnos & fractos, & ideo melius est quia numerus est par, vt detrahas numerum parem quadratum, ita quod residuum possit diuidi per duplum radices, vt in hoc non detraho neque quia remanet impar, nec 16. quia 84. residuum non potest diuidi per 8 ita vt exeat integer numerus, ergo detraham 4. & relinquetur 96. diuido per duplum radices quod est 4. exit 24. cuius quadratum quod est 576. addito 100. facit 676. quadratum 26. Et ita ex 433. non auferam sed 9. quia relinquetur 24. qui potest diuidi per se, duplum & 9. & exit 4. cuius quadratum est 16. addito 33. fit 49.

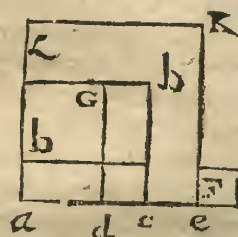
Secunda regula, cum volueris proposito vno numero quadrato illum diuidere infinitis modis in duos numeros quadratos, cape quemuis numerum quadratum per primum exemplum regulæ primæ, & cum eo diuide numerum propositum, & qui proueniet erit quadratus, hunc ergo duces in partes numeri quadrati quæ sunt numeri quadrati, & fient duo quadrati numeri, & illi componet numerum quadratum priorem quem diuisti, quia multiplicatio fit per eodem numeros qui sunt partes diuisoris. Velut volo, facere de 4. duas partes quæ sint quadrati numeri, capio numerum quadratum qui componatur ex duobus quadratis, velut 25. diuido 4. per 25. exit  $\frac{4}{25}$ . hunc duco per 9. & 16. quadratos numeros componentes 25. fiunt  $1\frac{4}{25}$ . &  $2\frac{16}{25}$  quadrati  $1\frac{4}{25}$ . &  $1\frac{16}{25}$ . Et hi quadrati componunt 4. Et ita posses diuidere infinitis modis, puta per  $17\frac{13}{35}$ . & per 169. Tertia regula cum vnus numerus additus primo & detractis à secundo facit ambo 10 — 7. quadrata, idem numerus coniunctus cum differentia illorum 6 — 6. numerorum & detractis à pri-

mo & additus secundo facit eod. 16 — 1  
dem numeros quadratos, veuti 10 — 7  
capió 10. primum 3. secundum 9 — 16  
6. additus ad 10. & detractis à 7. 1 — 16  
efficit 6. & 1 quadratos dico quod iunctus  
16. cum 3: differentia 10. & 7. fit 9. qui detractis à 10. & additus ad 7. efficit 1. & 16.  
numeros quadratos priores.

## SCHOLIUM.

Sunt & alij modi plures faciendi huiusmodi, sed non sunt adeò generales, & nihilominus sunt magis confusi, & non aliquid plus.

Quarta regula, cum volueris numerum aliquem non quad. qui bifariam componatur



ex duobus quad. velut 10. ex 25. & 25. & 49. & 1. & sumatura b numerus quad. diuisus in supplementa, ita quod c d sit portio minor eiusmodi, vt adiecta illi æquali c d gnomio circumscriptus c k l cum f quadrato, sit æqualis a b quadrato, detractis igitur c e & e d, æqualibus erunt duo supplementa c k l cum f quadrato æqualia duobus supplementis a b cum quadrato h g. Maiora autẽ supplementa excedunt minora in duplo quad. c d igitur detractis minoribus supplementis communibus, erit duplum quad. c d cum f quadrato æqualia h g quadrato. Ergo proposito numero, puta 5 ducam in se fit 9. ducam 2. minorem in se fit 4. duplicabo fit 8. detraho ex 9. relinquitur 1. numerus quadratus, igitur dicam quod 3. cum duplo 2. & erit totum 7. est vnus numerus, alter 1. 1. 1. & horum quad. componunt 50. duplum quad. 5. Et similiter capio 6. quad. 36. duplum quad. 4. 32. differentia 4. numerus quad. 2. idẽ 6 cum duplo 4. & est 14. est vnus numerus, alter 2. quorum quad. sunt 200. dimidium est 100 quad. 10. compositi ex 6. & 4. Et ita capio 9. quad. eius 81. duplum quad. 6. 72. differentia 9. numerus quad. igitur cum duplo 6. & est 21. est vnus illorum, alter 3. quad. 450. duplum 225. quad. 15. qui constat ex 9 & 6. Et ita capio 11. quad. cuius est 121. duplum quad. 6. est 72. differentia, 72. & 21. est 49. numerus quad. 7. igitur 23. qui constat ex 11. & duplo 6. numeri minoris est vnus numerus, alter est 7. quad. quorum sunt 578. duplum 289. quad. 17. qui constat ex 11. & 6. Quinta regula, per hoc inueniemus infinitos numeros quad. componentes 32. nam cum 32. sit duplus quad. diuidam per vnum aggregatum ex inuentis puta 578. & quia ambo ex supposito sunt dupli ad quad. qui peruenier



niet erit quad. scilicet  $\frac{16}{8}$ . duc in numeros quadratos qui componunt 578. & sunt 529. & 49. & fient  $2\frac{206}{28}$ . &  $29\frac{49}{28}$ . & hi iuncti fiant 32. quia sunt multiplicatae partes numeri, per quem est diuisus numerus. Et ita poteris diuidere 32. infinitos alios quad.

Sexta regula, ponamus modo quod velim diuidere 10. compositum ex duobus. quad. 9. & 1. & non duplum numero quad. ita quod sit diuisus in alios duos. ducā 10. in 25. compositum ex duobus quad. fit  $\frac{250}{25}$ . at 250 componitur aliter ex duobus quad. quam  $5\frac{226}{25}$ . &  $\frac{1}{25}$ . scilicet  $\frac{169}{25}$ . &  $\frac{81}{25}$ . id est  $6\frac{9}{25}$ . &  $\frac{6}{25}$ . qui sunt quad  $2\frac{3}{5}$ . &  $1\frac{1}{5}$ . & ita volo diuidere 13. in duo alia quadrata quā 9. & 4. ducō 13. in 25. & fit  $\frac{325}{25}$ . qui necessario componitur ex  $\frac{225}{25}$ . &  $\frac{100}{25}$ . sed ego volo quod componatur aliter, velut ex  $\frac{289}{25}$ . &  $\frac{64}{25}$ . & ita ex  $1\frac{14}{25}$ . &  $1\frac{11}{25}$ . qui sunt numeri quad. componentes 13. & R. sunt  $3\frac{1}{5}$  &  $1\frac{1}{5}$ . & in his opus est industria, scilicet vt multiplicetur per numeros quad. vt proueniant numeri illi bifariam compositi ex quadratis. Vt verò videamus residuum, proponamus quod velim diuidere 6. in duos numeros quad. primū scire debes quod non possunt esse integri ex ratione dicta, quia oporteret vt essent ambo impares aut pares, & sic differrent numero pari, ergo oporteret vt esset vnus medius numerus quad. sunt & alie rationes, sed neque vnus posset esse integer, & alius fractus, non esset enim 6. numerus integer: relinquitur ergo vt sint duo fracti: sed in numeris fractis quad. deductis ad minimas denominationes operum, vt tam denominator quam numerator habeat radices, ergo oportet quod hoc sit in illis, & quia iuncti debent facere integros 6. necesse est vt denominator sit vnus, & idem in vtroque, & quod numeratores simul iuncti sint sexcuplum denominatoris, si fracti debent æquipollere 6. ergo ille denominator cum sit quad. & numeratores ambo sint quad. & sint sexcuplum denominatoris, oportebit inuenire numerum quad. qui ductus in 6. faciat numerū qui cōponitur ex duob. quad. aut componitur æqualiter ergo: proportio medietatis ad medietatem 6. est veluti totius ad 6. sed totum continet 6. in quad. quia ex 6. in quad. fit totum, ergo ex medietate in quad. idem fit medietas, sed medietas est numerus quad. ergo 3. esset numerus quad. quod est falsum: oportet igitur vt numeri illi sint inæquales, & vt 6. diuidatur in duas partes inæquales, hoc autem fit diuidendo quemlibet numerum parem, qui componitur ex duobus numeris quad. nam si esset impar, non posset prodire numerus integer, & cum prouenerit numerus quad. ille erit quem quærimus, nam diuiso 6. per totum illum numerum, inde quod prouenit multiplicato per numeros quad. componentes illum numerum productum, producantur partes 6. quæ erunt numeri quad. quia denominator vtriusque partis ex supposito est numerus quadratus, qui multiplicatus est per 6. & numeratores sunt numeri quadrati, qui componebāt numerum productum, & tales partes æquantur 6. quia numerus productus componitur ex numeratoribus, & producit tale compositum ex 6. in denominatorem, & hic est diuisus per deno-

minatorem, ergo prouenit 6. si enim multiplicato 3. in 4. fit 12. diuiso 12. per 4. exit necessario idem 3. Pro colligendo ergo numeros omnes, qui componuntur ex quadratis, propones tibi seriem quad. omnium, & inde iunges, & diuides per 6. & cum prodierit quadratus, inuenitur denominator, & numeri componentes ipsum erunt numeratores, & suppositi denominatoribus constituent partes. Vt verò cognoscas, ex quibus possit componi primum ex imparibus, non oportet assumere nisi 135. quia 7. diuisum per 6. relinquit 1. & 9. diuisum per 6. relinquit 3. & 35. diuisum per 6. relinquit 5, ergo non potest componi numerus impar, qui diuidatur per 6. vt supersit impar alius quā 1. 3. 5. sed 1. & 3. & 5. componunt 4. & 1. & 1. & 3. & 5. componunt 2. scilicet abiecto 6. ergo tales numeri quadrati si sint impares, vel ambo terminantur in 3. vt 9. & 81. qui faciunt 90. vel in 1. & 5. sed nullus numerus quadratus diuisus per 6. terminatur in 5. quia 1. ductum in se producit 1. & 3. producit 3. & 5. producit 5. vt 5. in 5. facit 25. & 11. in 11. producit 121. quibus diuisus per 6. superest 1. Quod etiam sic demonstratur de 5. & compositis à 5. nam diuiso 5. in 3. & 2. quadratum eius componitur ex duplo 3. in 2. in quo nihil superest si diuidatur per 6. & ex quadrato 3. quod est 9. in quo superest 3. & ex quadrato 2. quod est 4. sed iunctis 4. & 3. & abiecto 6. superest 1. ergo 5. in 5. ductum, & diuiso producto relinquitur 1. Et similiter capio 17. & componitur ex 12. & 5. quadratū, ergo 17. componitur ex quadrato 12. in quo nihil superest, & duplo 5. in 12. in quo etiam nihil superest, si diuidatur per 6. & ex quadrato 5. in quo superest 1. ergo in nullo numero composito ex 5. & 6. vel compositis ex 6. poterit produci numerus, qui diuisus per 6. relinquat 5. igitur neque talis numerus poterit componi ex duobus quadratis, in quibus supersit 5. & 1. quia nullus est, in quo supersit 5. facta diuisione per 6. Ex quo colligitur vna regula: quod si quis dicat multiplicauit 27. in se, & diuisi per 13. vellem scire quid superest, dico quod sine multiplicatione & diuisione poteris hoc scire ex demonstratione dicta, diuide ergo 27. per 13. & relinquitur 1. duc in se fit 1. dices ergo quod supererit 1. & ita si ducerem 28. in se, & diuiderem per 11. dico quod supererit 3. nam diuiso 28. per 11. relinquitur 6. duc in 6. fit 36. diuide per 11. relinquitur 3. vt dictum est, & tantū relinquitur ducto 28. in se & fit 784. & diuiso per 11. Reuertendo ergo ad propositū, patet quod ex duobus tantum numeris imparibus quadratis potest constari ille numerus, quorū radices diuisæ per 6. relinquunt 3. Sed de paribus vel superest 2. vel 4. vel nihil, sed quadratum 2. est 4. & quadratum 4. diuisum per 6. etiam relinquit 4. ergo neque ex duobus numeris, in quibus supersint 2. neque in quibus supersint 4. neque in quibus supersint in vno 2. in altero 4. poterunt quadrata, in quibus sepe supererit 4. & iuncta faciunt 8. in quo superest 2. constare numerum dictum seu quæsitū, qui possit diuidi per 6. neque ex quad. duorum numerorum, in quorum altero nihil supersit in

Per 4 secundum  
di Elem.



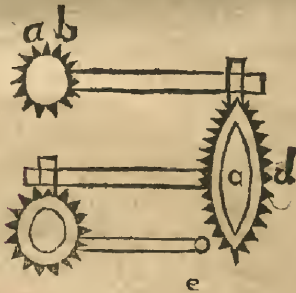
in reliquo superfit 2. vel 4. quia in aggregato quadratorum semper super erit 4. Ergo relinquitur quod ille numerus componetur ex duobus quadratis, vel imparibus, quorum latera diuisa per 6. relinquunt 3. vel ex duobus paribus quorum latera diuisa per 6. nihil relinquunt. Oportet igitur inuenire duos tales numeros quadratos numerorum imparium, in quibus superfit 3. si diuidantur per 6. aut parium in quibus nihil superfit, quorum aggregato diuiso per 6. prodeat numerus quadratus.

His visis dico, quod constat radices talium numerorum oportere esse in imparibus per additionem 6. incipiendo à 3. vt sint 3. 9. 15. 21. 27. 33. 39. 45. 51. & sic deinceps: in paribus autem per additionem eiusdem 6. incipiendo à 6. velut 6. 12. 18. 24. 30. 36. 42. 48. 54. 60. Dico ergo quod diuiso numero illo composito per 6. in imparibus exhibet numerus, qui diuisus per 6. supererit 3. & in paribus qui poterit diuidi per 6. Quia componuntur ex huiusmodi: velut 3. in se facit 9. & 25. in se facit 225. qui iuncti faciunt 234. diuiso 235. per 6. exit 39. qui iterum diuisus per 6. superest 3. & similiter capio 6. & 12. quorum quadrata sunt 36. & 144. & aggregatum 180. qui diuisus per 6. exit 30. qui iterum potest diuidi per 6. Et hoc quia quilibet illorum potest diuidi per quadratum 6. in paribus, ergo aggregato diuiso per 6. quod prodit, iterum poterit diuidi per 6. Et in imparibus quodlibet quadratorum exuperat supra senarios in 3. igitur aggregatum diuisum in 2. pariet numerum qui diuisus per 3. exhibet numerus impar compositus ex senariis & 3. Illud ergo quadratum, quod prodibit, vel erit compositum ex senariis, vel supererit 3. Sed cum 3. numeret 6. ergo tres quadrati numeri scilicet duo, qui componunt numerum, & qui prodit per diuisionem 6. erunt compositi inter se, ergo & radices illorum. Igitur radix numeri quadrati, qui peruenit diuiso aggregato quadratorum per 6. est ex eodem ordine imparium, si impares numeri quadrati fuerunt, aut parium si pares. At hoc esse non potest, nam fracti illi numeri, qui erunt radices, non erunt minimi, sed diuisi per 3. ostendent minores, quod est contra suppositum, quare nullo modo 6. potest diuidi in duos numeros quadratos, neque integros, neque fractos, quod erat demonstrandum. Habes igitur ex hoc demonstrationem quando non possit diuidi, & quando possit, quod possit, & quomodo simul.

Per 19. se-  
ptimi Elem.

*Propositio centesima quinquagesima sexta.*

Horologiorum tempus multiplicare.



Com.

Contingit quandoque quod horologio.

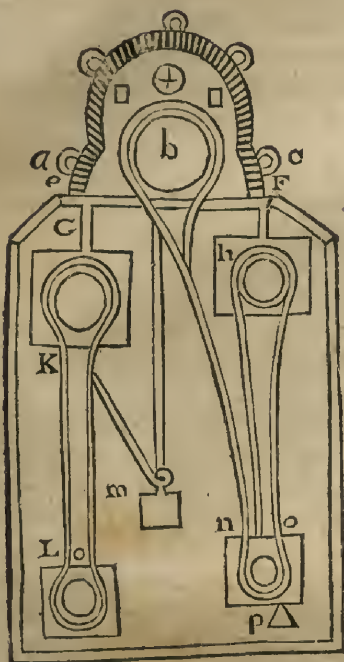
rum tempus breue est, volumus autē maius efficere: id duobus modis possumus, quorum vnus difficilior est sed perpetuus. & longē nobilior, nam grauitas ponderis versatilis efficit quidē tardiorē, sed difficiliorē mobilem, & ob id grauiore pondere indigentem. Sit ergo rota a b versatilis, quæ certam mensuram exigit pro quacunque funis parte correspondētis vni denti ex centum, in quos distincta sit, curriculum autem c d quinque dentium, per quod rota sexaginta dentes habens circumuoluatur in conuersione: igitur primæ rotæ vities circumuoluetur, secunda dentesque mccc. rursus ad hanc secundam tertia neclatur cum curriculo sex dentium, atque in ea dentes septuaginta duo, vt in vna conuersione sint xliijcccc. dentes; igitur tot dentes in vna conuersione primæ rotæ circumuoluentur. Iam verò tempus illud poterit duplicari ac triplicari iuxta tarditatem temporis versatilis: quāto igitur ponderosius fuerit illud tempus, tāto tardius mouebitur, paucioresque circumuolutiones necessariæ erunt ad explendam vnā diem, id est horas 24. sed hoc incommodi accedet, quod reuolutio indicis tanto tardior erit, vt non iuste ostendat horas: propositum igitur est, vt pondera tardius ferantur, index autem, & quæ ad indicem sequuntur horarum demonstrationes celerius aut eodē modo ferantur. Ponamus ergo postquam eadem ratio celerioris & æquæ velocis ponderis autem tardius descendētis aut contrā tardioris, aut æqualiter circumducti indicis, celerioris autem descensus ponderis, quod ad nullam vtilitatem profuturū video. Sit ergo vt pōdus velim tardius descendere, rotam autem æqualiter circumferri, dico quod ex tempore mobili seu versatili (& est ferrum, quod in summo horologii citra vltraque fertur tam in horologiis ponderum quam molæ (id fieri non potest: nam quantum tardabitur rota tertia secunda & prima, atque ob id descensus ponderum, tantum remorabitur rota prima quæ indicem ostendit, ergo tantum index tardabitur quantum pondera, & vt vno verbo dicam, cum eadem rota index circumferatur, & pondus descendat, quantum vnum tardatur tantum & aliud.

Secundus modus est, vt rota vna totum tempus cum indice in viginti quatuor horis circumuoluatur, & currulis in quo funis minor fiat: necesse est igitur, vt circumuoluta rota aut semel aut bis, ter, quater decies, & circumuoluatur pleno circuitu index, & sine errore. quoniam tempus & dentes mensuræ respondent: igitur sub eisdem circuitibus numero eodemque tempore minus ex fune descendēt in curruli paruo quā magno: quare mutatione indiget currulis, aut vt funis circumuoluens rotam curriculum habeat annexum rotæ ostendenti horas, in qua pauciores sint dentes: nam in eodem tempore, & circuitu paucioribus vicibus circumuoluitur rota funis, quæ grauitate temporis, & multitudine dentium certā seruabit mensuram. Sed in hoc necesse est grauius efficere pondus, aut leuius tempus quoniam funis debilius circumuertit rotam: minus ta men



men tardè quam sit pro paruitatis circui-  
tus ratione.

Sunt horum duo genera primum, & anti-  
quius licet multo posterius eo quod ponde-  
Com.



Tertius modus facilius est, & magis com-  
pendiosus: Sit horologium a b c, in quo ro-  
ta d quæ funem continet basis horologij e f,  
cui firmiter sint appensæ duæ trochleæ  
g & h & funis vna parte trochleæ appen-  
sus in k, ducatur ad inferiorem aliam  
trochleam l inferaturque ibi orbiculo suo,  
& redeat à dextra superius inferaturque  
orbiculo superioris trochleæ, deducatur-  
que versus sinistra: atque ibi descendens ha-  
beat pōdus tractorium in m, deducaturque  
supra ad rotam horologij d, & circumuo-  
lutus exeat ipsum, & descendat ad tro-  
chleam n, subque ea circumuolutus iterum  
ascendat à dextra parte, & circumuoluatur h  
cochleæ rediens ad sinistram ibique descen-  
dens connectatur trochleæ in inferiori in o,  
cuius imæ parti annectatur pondus remorans  
in imo annexum parte trochleæ p. Cum er-  
go trahitur n trochlea, trahitur funis adeò  
vt pondus m tandem ascendat cum trochlea  
l prope k: quia ergo in duodecim horis pon-  
dus m descenderet per k l funem reuolu-  
tionibus circa d rotā dicamus viginti, ergo si  
debet descēdere à k ad l, per funē duplicatā  
k l cum ipsam necesse sit obequitantem d re-  
uolutionibus quadraginta circumuolui d,  
nam tota o h n d m g l k longè maior est  
duplo k l, necesse est m descendere tardius  
quàm in duplo temporis, quo descenderet  
per rectū funem k l, quod erat demonstnan-  
dum. Et hanc appendicē vidi apud Cæsarem  
Odonum Apulum medicum, virum elegantē  
lepidique ingenij. Memento verò quod vbi  
orbiculi non cederent funi, vel quia duriore  
in circumuolutione, vel quia latius excipe-  
rent illum reduplicato fune circa illos omni-  
no circumducuntur, sed difficilior, idē  
egent grauiori pondere.

*Propositio centesima quinquagesima septima.*

Horologiorum molarium rationem  
ostendere.

Tom. IV.



ribus ducitur, quod funiculo ex intestinis  
ouium seu fidibus liræ agitur. Sit igitur  
axis f k erectus super plano, cui per longum  
coniuncta mola multiplex spiræ in fine cu-  
ius c annectatur ferreo circulo, qui habeatur  
loco capsulæ b c, quæ circumuolui possit: huic  
circundictus funis d e multipliciter in pun-  
cto g, sit autem e h in modum pyramidis  
sensim in acutum, sed non valde per spiram  
exculptā desinentis, cui rota in vertice inser-  
ta denticulo, & vertatur h e, colligens funi-  
culum tractum in spira versus apicem: vnde  
funiculus circumuoluet b g d, capsulā versus  
c, trahet ergo molā, & constringet violenter  
quantum fert longitudo funis quæ circum-  
uolui potest a b e ad h: & cum trahitur in  
d e remittitur, nō potest mola statim retrahe-  
re reluctantibus denticulis h l rotæ & aliis  
quæ implicantur curriculo m, a igitur mola  
constructa violenter mouet b g d, capsulam  
motu contrario à c in d & in g & in b, quare  
funis d e trahitur, & trahit e h vllū circum-  
uoluēdo contrario motu priori, is mouet dē-  
ticulo rotam h l, illa per curriculum in aliam  
rotā, & sic deinceps donec tēpus moueatur,  
& rota indicis. Hic adest capsula, & quod  
circumvertitur à clauē non est axis molæ sed  
extra molam, scilicet e h. Et quoniam hac  
ratione quanto mola à magis explicabitur,  
tanto lentius trahet, & vertet h, idē hoc ex  
structura auxilium præstat, vt funis in in-  
feriore parte complexus latiores orbes, & è  
regione tanto vehementius vertat e h: & ita  
vis quæ remittitur ob molæ laxitatē, augetur  
tantundem ob situm & magnitudinem spi-  
rarum vt distantiorum sua extremitatē ab  
hypomochlio, quod est axis conij e h, seu  
instar axis.

Alterum genus horologiorum cum mola  
sine fune loco capsulæ habet rotā plano sub-  
stratam, plenam denticulis axis, quo circum-  
agitur violenter, non est extra molam sed ei  
annexa est mola intus, exterius autem rotæ:  
ergo circumducto axe molæ vim patitur cir-  
culus exterior, sed non mouetur, quoniam  
clauo impeditur. Vbi mola quantum decet  
constricta est sublato clauo statim secū trahit  
rotam, & illa curriculum rotæque alias,  
& tempus agitur, & index vertitur. Sed  
in hoc idem est incommodum sine remedio  
quod fuit in priore. Vbi enim cœperit laxari  
mola tanto tardius progrediuntur rotæ  
atque index. Veluti axis a b cui secundum  
longitudinem molæ caput interius annexum  
est altero circulo rotæ in c d curriculum ro-  
tæ e, implexū rotæ f clauus rotam retinens,

Zz donec

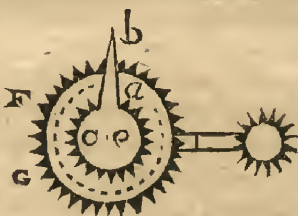


donec circumducto a b mola constringatur, & latus eius trahat rotam ex c. Inde subla-



to clauo circulus, seu rota trahitur ex c in g, & in fa mola, quæ etiam secundum eandem partem circumuoluta est: igitur d circumagatur à rota & reliqua. Sed vt dixi constructio hæc non satisfacit,

Aliam ergo oportuit excogitare quæ huiusmodi est. Sub axe a b, qui circumuertitur ad molam contrahendam rotam, collocant paruam quæ est, vt ita dicam, pars axis ima cui inferuntur dentes in ambitu ea ratione, vt dum mola tenditur, premant denticulos interiores, atque ita elabatur, totiesque circumducitur manente g f donec colligatur mola, quæ non vt priore reliquo extremo vlli rotæ affixa est, sed columnæ in



continenti opercula horologii Cum ergo mola tenta retrahat axem a b contrario motu, & ille rotam mobilem, quæ cum non possit regredi propter auersos dentes, mouet rotam f g contrario motu, quæ circumacta per denticulos suos curriculum agit, & & reliqua omnia necessaria. Cur autem cum laxatur mola, & vertit lentius c e rotam coniunctam, idedque g f, & reliqua omnia non tardetur tempus, & circumuolutio indicis causa est alia longè quàm in priore, nam mala longior sit crassior, & durior adeoque robusta, & rotæ leues, ac tempus dum laxata fuerit munus suum iusto in tempore obeant: quare necesse est, vt ab initio vehementius agat, & celerius rotam cum axe qui trahitur à mola. Ergo excogitarunt aliud genus retinaculi forma cochleæ quod ab initio moratur vehementer axem ne circumagatur, & quanto magis mola explicatur eo minus retinet impetum illius, adeo vt vehementer retineat vehementem concitationem mediocriter moderatam, segniter lentam, nullo modo iustam: ita fit, vt semper fermè æqualiter moveatur. Difficile est tamen ad vnguem seruare moderationem, & æqualitatem, & magis etiam in his horologiis, quæ vno circuitu molæ tempus longius exigunt: at difficilior etiam efficere molam, quæ longo tempore durer, cum intenta valde celerius moveat rotas, & ob id breui absoluat circuitum, mollior autem citò remittatur. Et ob id longior & non adeo durameliior est. Ratio autem cochleæ

ita se habet. Circa axem molæ d deducitur cochlea a b c, quæ dum laxatur mola, cochlea mouetur ex b in c, atque ita pariter laxatur vis cochleæ retinentis axem.



*Propositio centesima quinquagesima octaua.*

Rationem indicis mobilis cum rota horarum numerus per ictus indicatur explicare.

Hoc fieri potest in singulo genere horologii trium descriptorum. Propterea sufficiat de vno ostendisse. Sed & in singulo genere sunt multi modi, vnius tamen reddidisse rationem sufficiat. Hoc autem quatuor habet difficultates: prima vt horarum ictus conueniant cum indice: secunda vt conuerso indice couertatur, & rota ictuum: tertia vt ictuum numerus cum numero indicis conueniat. Vnde multa sunt horologia, in quibus ictus vnus solum auditur singulis horis, atque hic modus facilis est: quarta cur in horum plerisque si non pulsata statim hora transferatur index, non cessat pulsatio: imò nec retineri potest, donec pondus illud descenderit. Ergo primi & tertij ratio hæc habeatur, cum rota quæ indicis rotam circumagit, peruenerit ad horæ finem, denticulo soluit aliam, eleuans obicem, illa mouetur à pondere proprio alio, scilicet ab illo quod tempus agit: aut si sit horologium molæ à mola alia propria, quæ malleos circumacta perpetuò, mouet, atque motura esset semper, donec pondus ad terram descenderet: verum dum mouetur descendit ferum pro quouis ictu quod in rotæ limbum incidit, & donec inciderit in eam partem quæ lenis est dilabatur, nec retinetur, & ita eleuatur rursus, at verò cum in concauam partem incidit retineri necesse est: atque ita pondus non amplius descendit, rota sistitur, mal-



leus manet immobilis: spatia ergo quæ sunt inter cavitates sunt secundum



secundum magnitudinem proportionis numerorum horarum, vel ad sex, vel ad duodecim, vel ad vigintiquatuor terminantium. Ita quod, gratia exempli, sit iam in cavitare a duodecimæ horæ vncus, diuidam circulum totum in duas partes æquales, quia in singulis medietatibus propositum est, duodecim facere cavitates pro vncis retinendo. Et quia in vnaquaque medietate oportet, vt pulsant horæ lxxvij. & præterea sint ibi sex spatia cavitatum, quarum singulæ contineant, gratia exempli, duo spatia vnius ictus, vt certius retineatur vncus, erunt igitur spatia omnia nonaginta: diuidemus ergo medietatem circuli vtraque in nonaginta partes æquales incipiendo ab a, & dabimus b primæ horæ quod spatium est vnius tantum partis ex nonaginta, post describemus c cavitatem duarum partium ita vbi ictum vnum dederit vncus, retinebitur in c, post accipiemus duo spatia, & sint significata d litera, post quæ faciemus cavitatem e: & ita vncus bis cadet in d, & pulsabunt duo ictus, & post retinebitur vncus in e. Et post accipiam spatium trium partium, quod sit f, & post describam cavitatem g duarum partium, atque ita procedam vsque ad duodecim.

Ex quo manifestum est pondus quod agit rotam volæ non descendere, nisi dum horæ pulsant, secus quiescere.

Secundum, quod descendit illud pondus plus & minus, iuxta proportionem numeri horarum, ita quod quando pulsabit vna hora parum valde descendet, cum sex horæ sexcuplo magis, cum duodecim adhuc longè magis, id est duplo plus quam cum pulsant sex horæ.

Secunda constructio hanc habet rationē: Cum n rota indicis coniuncta fuerit rotæ, quæ transfert malleum, necesse est vt vnâ ferantur: quinimod illud magis mirum de quo illi non mirantur quia frequens est, scilicet cur aut quomodo si diuisæ sunt vt circumducto indice non transferatur rota mallei pondere tamen versata rota indicis in idem incidat, vt horæ quæ pulsu declarantur ad vnguem & in eisdem sectionibus conueniant cum horis quas index ostendit.

Verum quia multis modis contingit ordinem horologiorum perneri: in similibus quidem si hora indicis simul & pulsus vnâ circumferuntur, sed tardius ambo index traducitur ad locum debitum, inde ponderi aliquid additur. Si verò antè processerit quam Sol indicet ablato pondere, sine tempore fluere vsque ad indicis locum sine motu horologij, pondus quoque ipsam minues. At si pondus pulsus in terram deuenerit vel prope, expecta donec super linea index fuerit, inde trahere, neque enim excurreret, nam si dum index est in medio horæ aut prope, traxeris pondus pulsus, non desinet descendere, pulsabuntque horæ donec ad terram pondus deuenerit, quod si iam in errorem incideris pulsantque horæ & descendat, pondus, sensim deducito indicem, cum enim ad finem horæ peruenierit initiumque se-

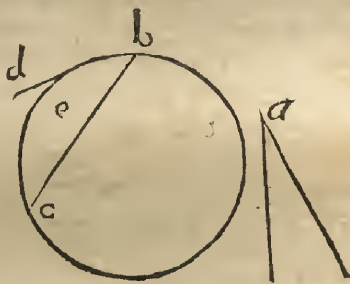
Tom. IV.

quentis, quoniam ferum in interuallum deuenerit rota & pondus firmabitur. Inde sublato pondere donec Sol ad horam quam index monstrat peruenerit, reddes pondus horologio. Si ergo horam pulsu eandem declarat quam index, bene est, si non, paululum virgulam elena quæ est iuxta fores horologij pullabitque sequens hora, id verò toties repetes immoto in dies & sublato, si vereris ne extra interuallum ferum feratur, & ob id excurrat rota pulsus horarum, donec hora pulset quæ cum indice conuenit, statimque pondus quo horæ pulsant sursum retrahes. His quinque regulis vsus discas similibus horologiorum, vnumquodque autem proprias habet: sed duæ primæ omni horologio satisfaciunt. Quod si hæ non satisfaciunt iam horologium laborat: tum verò illud dissoluere oportet & detergere & inungere, iuuat autem vel capsula vel linteo perpetuo puluerem ab illo arcere. Quod si nec sic restituitur necesse est dissoluere & antea considerare impedimentum, post denticulum qui laborat, plerumque enim aliquem inuenies huiusmodi, quem lima aut alia ratione restitues, semper autem hi fermè restituntur: at qui mola aguntur præter rotarum & axium & indicum labores, molæ etiam inæqualitati & defectibus subiiciuntur, qui si nimis velociter agunt rotas cum difficultate restituntur moderationi, si lentius raro vel nunquam emendantur, vix etiam noua inducta mala.

Propositio centesima quinquagesima nona.

Nullus angulus rectilineus æqualis esse potest alicui angulo contento recta & circuli portione.

Sit angulus a & circulus b c, dico non posse aliquem angulum contentum recta



& circuli portione esse illi æqualem, si Com; enim esse possit, sit c b e, ducatur recta b d faciens rectilineum d b c æqualem a, erit igitur d b c æqualis e b c per communem animi sententiam, seu ergo b d cadat intra circulum seu extra, erit pars æqualis toti quod esse non potest. Sed neque potest cadere recta super b e, nam id est contra demonstrata ab Euclide. At si sit angulus c b e exterior similiter producta b d, seu 23. Elem. intus seu extra cadat, pars erit æqualis toti quod esse non potest.

Ex hoc patet quod nullus angulus peripheria circuli & recta contentus potest esse æqualis

Z z 2

Per 23. primi Elem.

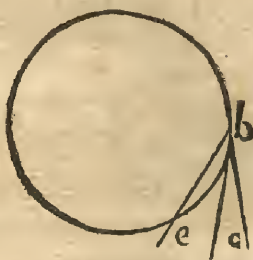
23. Elem.

Cor. I.



æqualis recto, quia rectus etiam rectilineus est.

Cor. 2.



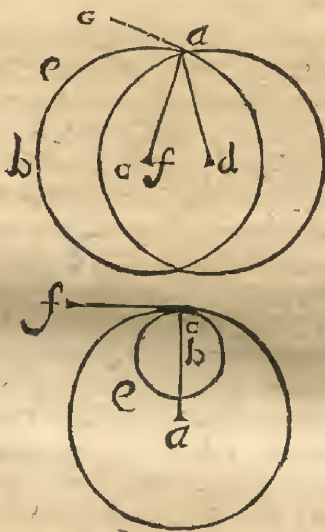
Et rursus nullus angulus peripheria & recta contentus à recta linea per æqualia diuidi potest, patet quia vna pars esset angulus rectilineus, alia contentus recta & peripheria: isti autem non possunt esse æquales, quare nec prior potuit per æqualia diuidi.

Cor. 3.

Ex hoc etiam patet quod spatium contentum à peripheria circuli nulli angulo rectilineo æquale esse potest. nam dimidium esset æquale dimidio, quod est contra demonstrata.

#### LEMMA PRIMVM.

Inter duos circulos qui se diuidant infinitæ lineæ duci possunt Inter circulos autem qui se tangant, recta linea duci non potest.



Com.

Per. 1. r. Primi, Elem.

Per. 1. r. ter. tij Elem.  
Per. 1. r. ter. tij Elem.

Sint duo circuli a b & a c, qui se diuidant in a, & ducatur ex cetro inferioris d a & a d, & ad d a cathetus a e. dico quod a e diuidet angulum b a c ducatur ex centro superioris a c b quod sit f, f a cui cathetus a g, quia ergo e a cadit infra a g, & inter a g & a b non potest duci recta, igitur e a cadit intra a c b circulum. Rursus tangant se circuli c d & c e, & ducatur a b per centra eorum quæ applicabit ad c, ex c ducatur cathetus c f & quoniam c f contangit circulum c e, igitur, ducta quavis linea infra c f, cadet intra circulum c e. Non ergo poterit cadere inter c d & c e.

#### LEMMA SECVNDVM.

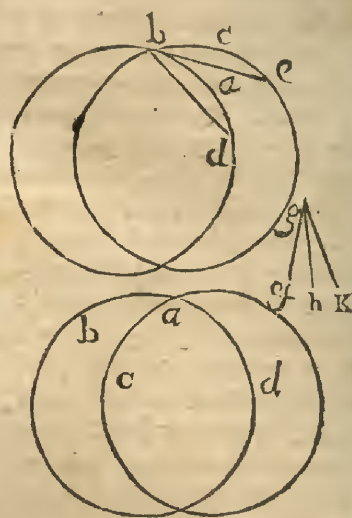
Dato angulo contento duabus peripheriis æqualium circulorum se secantium æqualem rectilineum illi fabricare.

Com.

Per modum S. primi El.

Si angulus a b c duabus peripheriis æqualium circulorum contentus, volo ei æqualem rectilineum fabricare, ducantur b d & b e æquales, vt pote facto b centro eritque angu-

lus d b a æqualis angulo e b c addito vtrique communi d b e ex peripheria & recta, fiet angulus d b e rectis æqualis a b c ex peripheriis, quod erat demonstrandum.



Ex hoc patet quod reliqua duo spatia non possunt esse æqualia rectilineo. Nam spatium b a c demonstratum est æquale esse rectilineo & b a d non est æquale rectilineo, igitur spatium c a d non potest esse æquale angulo rectilineo, nam si sic sit b a c æquale f g h & c a d h g k, igitur totum b a d erit æquale toti f g k quod est contra suppositum idem neque b a e quia b a c & d a e sunt æqualia rectilineis per se, & etiam pariter accepta. Totum autem spatium a est æquale quatuor, rectis ergo residuum, scilicet spatia c a d & b a c pariter accepta sunt æqualia rectilineis spatiis, sed spatium e a d non est æquale rectilineo, ergo per demonstrata hic, nec b a e, nam si sit, sit ergo b a e æquale h g k & quia ambo spatia b a e & c a d sunt æqualia rectilineo ex demonstratis sit ergo æqualia f g k, erit ergo ex communi animi sententia spatium f g h æquale spatio c a d, quod est contra primam partem corollarij.

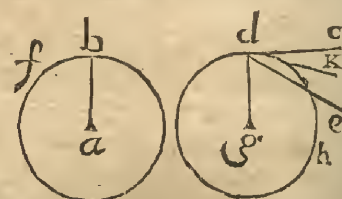
Cor. 4.

Per. 1. Cor. presentis.

#### LEMMA TERTIVM.

Intes duas rectas lineas se tangentes circuli dati peripheriam ducere. Sit circulus datus

Per. 11. elem.  
Per. 3. elem.



a b rectilineus angulus c d e, volo illum diuidere circuli periferia data b f, duco perpendicularē d g ex, d super d c, & facio g d æqualem a b & duco circulum per d qui sit d h qui cadet infra d c & ob id etiam supra d e, igitur diuidet angulum c d e, quare cum circulus d h sit æqualis circulo b f patet propositum.

Per. 1. elem.

Cor. 6.

Ex hoc patet quod infinitis modis potest diuidi angulus c d e periferia b f, nam diuiso per rectam c d e linea d k per æqualia & diuiso k d e per præsentē periferiā b f, patet propositum quoniam angulus c d e potest

Per. 1. elem.  
Per. 9. elem.

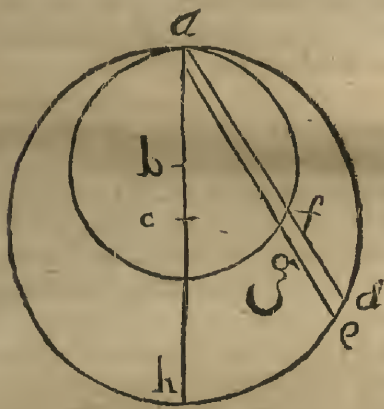
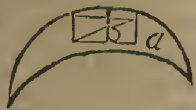
in



in infinitum recta diuidi, & ita semper per peripheriam, unde patet propositum.

SCHOLIUM.

Atque hæc omnia sequuntur de mente Euclidis, quæ tamen videntur difficillima creditu, quoniam anguli rectilinei, & ex peripheria & recta sunt ex genere quætitatis continuæ, & quod detur maius & minus & nunquam detur æquale, videtur absurdum ne dum admirabile. Et maxime quod etiã anguli ex peripheria & recta sunt diuersorum generum inter se & infinitorum. Præterea istud repugnare videtur ipsemet Euclidi, dicenti duabus magnitudinibus propositis inæqualibus, si de maiore earum plus dimidio detrahatur, atque iterum de residuo maius dimidio, & rursus de eo quod relinquitur plus dimidio necesse erit ut tandem minor minore quantitas relinquantur. Neque illud a geometria videtur concludere angulus contactus, ex recta, & circuli circumferentia non potest recta diuidi, & rectilineus potest diuidi, ergo rectilineus semper est maior angulo contactus, quia hoc contingit in angulo contactus propter modum anguli, non paruitatem: sicut etiam non valet de figura a lunari, & quadrangulo b. nam potest b diuidi ab angulo ad angulum recta & a non potest, & tamen a maius est quam b, cum contineat ipsam. Proponantur ergo duo circuli a d e & a f g qui se contingant in a, & eorum centra sint b & c & ducantur rectæ a f d & a g



e & constat quod portiones a d & a f similes sunt, itemque a e & a g ducta enim a b c per centra circulorum ex contactu transibit per illa: quare anguli h a g & h a e sunt iidem & similiter h a f & h a d iidem, portiones ergo a f & a d itemque a g & a e similes sunt: angulus igitur g a e ex peripheriis & e a d ex rectis sunt iidem in puncto a: sed quod ad basim maior est basis g e quam e d: hoc enim suppono quod per se est manifestum toties diuidendo arcum d e ut fiat minor recta g e. Quia ergo sunt duæ magnitudines, quarum termini sunt iidem ex vna parte, scilicet punctum a, ex alia autem vnus est maior altero, scilicet g e quam e f & a d e peripheria est maior recta a g e. Ergo per regulam dialecticam si sub eadem

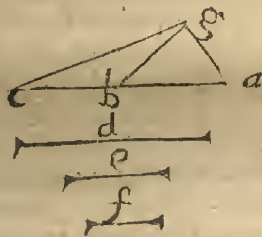
Tom. IV.

proportione procederent, maius esset spatium semper inter peripherias quàm rectas; igitur angulus peripheriarum est maior angulo à rectis contento. Cum angulus non sit nisi quidam habitus propinquitatis linearum, sed angulus contactus ex recta & peripheria maior est contento ex peripheriis cum habeat rationem totius ad partem, igitur angulus contactus est maior dato angulo rectilineo.

Propositio centesima sexagesima.

Proposita linea tribusque in ea signis punctum inuenire, ex quo ductæ tres lineæ ad signa sint in proportionibus datis.

Sit data linea a b c in qua puncta dicta Com. & datæ tres lineæ d e f, volo inuenire pun-



ctum, puta g ex quo ductæ tres lineæ ad a b c puncta sint in proportionibus a g ad g b, vt ad e & g b ad g c, vt e ad f. Per præcedentia inuenio circulum ex cuius peripheria omnibus ex punctis ductæ lineæ ad a b sint in proportionibus d ad e, & per idem circulum ex cuius peripheria quælibet lineæ ductæ ad b c puncta sint in proportionibus c ad f, si igitur isti duo circuli se secabunt in aliquo puncto puta g: liquet quod lineæ ductæ ex g ad a b c, etunt in proportionibus d e f.

Ex quo liquet quod si voluero ducere ad tria puncta data, tres lineas in continua proportionibus data d ad e, subiiciam tertiã vel interponam, si voluero mediam. Et si vellem, vt esset a g ad g b duplicata ei quæ est g b ad b c, & vellem quod proportio d ad a d f data esset, oporteret inuenire duas medias proportionibus inter d & f, inde operari cum vna earum per modum propositum. Differt corollarium hoc à propositione in hoc, quod in propositione non quærimus nisi proportionem g a ad g b & g b ad b c, non g a ad g c, neque comparisonem proportionum: a in corollario quærimus tres proportionibus g a g b & g c, & comparisonem proportionum inter se, scilicet æqualitatem.

Propositio centesima sexagesima prima.

Si fuerint duo trianguli quorum bases in eadem linea sint constituti & æquales & ad vnum punctum terminati, & latus vnum commune inter reliqua quantitate medium, necesse est angulum à maioribus lineis contentum minorem esse.

Sint duo trianguli a b c, a c d, quales proponuntur, & sit a d maior a b dico angulum d a c esse minorem. Si non fiat angulus d a c æqualis ex alia parte, & oportet si non sit minor vt vel cadat a d su-

Z z 3 per

1. Propo. 10 Elem.

Per 1. 14.

Com.

Per 11. tertij Element.

Ex 10. diff. tertij Elem.

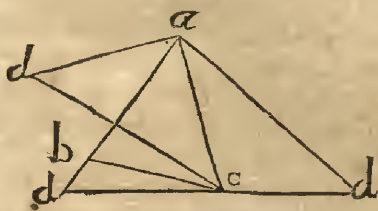
Per 1. decimi Elem.

Com.

Per 13. pri. ni Element.



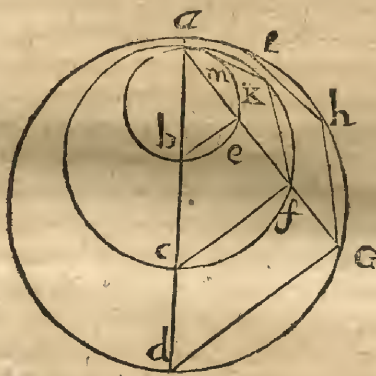
per a b & ducta a d ad æqualitatem cadet infra b, ducta ergo d c erit trigonus a d c



Per 18. pri-  
mi Elem. maior a b c, quod esse non potest cum sint æquales. Si autem a d cadat extra a b ducatur d e: quæ si cadat supra b c vel infra, cum totum sit maius parte erit a d e, vt prius maior a b c quod est contra Euclidem. Reliquum est vt d c cadat supra b c: hoc autem esse non potest, nam cum supposuerimus a b esse minorem a c erit angulus a c b minor angulo a b c, quare a c b est minor recto, & ideo a c d maior recto, at a c d æqualis est a c b, alteri igitur a c d est maior recto a c b minor, erit ergo pars maior toto.

## L E M M A.

Lemma 3. His demonstratis quis dicere posset ex superius expositis quod angulus retilineus semper esset maior angulo contactus? quia angulus contactus non potest diuidi nisi obliqua linea, retilineus autem tam obliqua quam recta. Propter hoc exponantur



Per 11. tertij  
Elem. circuli tres se tangentes a b, a c, a d hac  
Per 1. tertij  
Elem. ratione vt a b, b c, c d sint æquales, erunt  
Per 32. pri-  
mi Elem. enim centra omnia in linea contactus, &  
Per 4. sexti  
Elem. ducatur a e f g recta quomodolibet: &  
erunt ductis lineis b c, c f, d g anguli e f g  
recti, quare omnes trigoni a b e, a c f, a d g  
similes & ideo a e, e f, f g æquales, atque  
portiones a g, a f, a e, iuxta proportionem  
circularum, quare a g, erit sexquialtera a f  
& a f dupla a e, igitur per præcedentem  
maior erit angulus e a f, quam f a g, & a d  
a ex recta & peripheria quam e a f, igitur  
augendo eadem ratione cum perueniamus  
ad angulū b a g qui fermè est recto æqualis  
cum deficiat solo angulo contactus, liquet  
angulum e a g esse longè maiorem multis  
retilineis. Istud posset etiam demonstrari  
via Archimedis diuidendo arcus g a in h  
& f a in k bifariam ducendūque lineas re-  
ctas g h & f k & ita diuidendo h a in l, &  
k a in m bifariam, & ducendo rectas at-  
que ita semper appropinquando puncto a.

Concludo ergo quod angulus contactus ex recta & peripheria est maior multis recti lineis. Causa autem erroris est quod multi existimarunt corollarium illud esse Euclidis cum non sit. Nam Euclidi sufficit hoc quod angulus contactus non possit recta diuidi, nam eo vitur post modum in demonstrationibus. Eo verò quod sit minor omnibus retilineis angulis non vitur, ideo etiam si verum fuisset non fuisset: quanto minus: cum verum non sit, ideo fuit adiectum ab aliquo qui idem fore credidit non posse diuidi recta linea & esse minus quocunque quod recta linea diuidi posset, quod aperte vt dixi falsum est.

## S C H O L I U M.

Ratio autem quod omnis angulus contactus indiuiduus sit, seu duorum circulorum, seu circuli cum recta est, quoniam cum fuerint duæ rationes contrariæ, & vna perpetuò minuitur, alia manet, necesse est, vt tandem, quæ minuitur, superetur ab ea quæ manet: cum ergo circuli curuitas maneat, & angulus tendat in punctum perpetua diminutione necesse est, vt curuitas circuli impediatur diuisionem rectæ: sed hoc habet duplicem obicem. Primum, quia nullus angulus ex circumferentia & recta posset diuidi: hoc autem falsum est manifestè, cum solus ille qui sit ex contactu lineæ, quæ non diuidit circulum, diuidi non possit. Secundò, quod angulus contactus duorum circulorum se exterius tangentium multo minus posset diuidi angulo contactus interioris duorum circulorum, quod tamen falsum est: & hoc animaduertit Campanus noster, vir acutus. Dico ergo quod in his qui se tangunt exterius, non sit diuisio nisi semel: & quamuis inclinentur mutuo, tamen in concursu non aptantur, vt cum obuiat rectæ aut cauæ parti circuli quia necesse est, vt accedat, in alio autem discedat: indicio est quod circulos se exterius tangentes, in puncto facile describes, interioris vix fieri potest, sed videntur coniuncti per longum interuallum. Ad aliud dico, quod ille angulus ex recta & peripheria conuexa circuli propter discessum seruat maiorem inclinationem in quocunque puncto, quam sit accessus conuexæ partis exterioris circuli.

Propositio centesima sexagesima  
secunda.

Proportionem duorum orbium quorum diametrorum conuexæ partes, & concuæ proportionem dantæ sint, inuestigare.

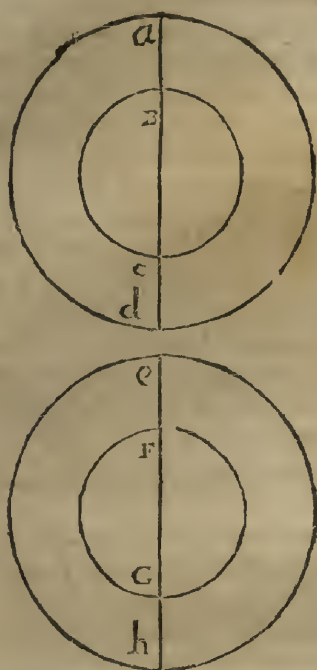
Sint duo orbis a b c d & e f g h, & sit Com. proportio a d ad b c, data & e h ad f g, data & rursus a d ad e h. dico orbis proportionem a b c d ad orbem e f g h esse datam. Quia enim proportio a d spheræ ad b c est veluti ad dimetientis ad b c dimetientem triplicata, ideo cum nota sit a d ad b c dimetientium, erit nota etiam a d spheræ ad b c spheram, quare orbis a d ad spheram b c, nota est etiam proportio b c dimetientis ad a d & ad a d e h & e h ad f g, igitur

Per 18. duo  
decimi  
Elem.



Per 12 quin-  
ti Elem  
& Alizam.

tur b c proportio dimetientis ad f g dime-  
tientem nota. Quare sphaera b c ad f g



sphaeram, at nota est proportio f g ad e h  
dimetientium igitur & sphaerarum: igitur no-  
ta est f g sphaerae ad orbem e h, igitur  
cum nota sit proportio orbis ad ad sphae-  
ram b c, & b c sphaerae ad f g sphaeram,  
& f g sphaerae ad orbem e h, erit proportio  
orbis a d ad orbem e h nota, quod est pro-  
positum.

*Propositio centesima sexagesima tertia.*

Com.

Proportionem virium stellarum per mo-  
tus suos indagare.

Mouentur stellae omnes ab Oriente in Oc-  
cidentem die una, qui motus fit à prima men-  
te, quae mouet: idè quod ad hoc attinet non  
est diuersitas: verum in motibus ab Occidè-  
te in Orientem cum sint proprii, oportet con-  
siderare tempus, in quo circumuertuntur, &  
magnitudinem ambitus, & inde magnitudi-  
nem orbis, qui circumagitur, & horum trium  
facta comparatione dignoscitur robor virium  
stellarum & vitarum quae mouent eas. Ponatur  
ergo, vt velim proportionem vitae Saturni ad  
vitam Lunae: erit ergo (vt docet Alphra-  
ganus) Luna, cum est in longitudine pro-  
piore, altitudine habens 109000. M. P. &  
cum est in longitudine longiore 208500. to-  
ta igitur dimetiens 417000. M. P. mane  
218000. M. P. Igitur proportio solida-  
rum sphaerarum est velut 72511713. ad 10.  
360232. remanebit ergo proportio orbis  
ad sphaeram elementorum, vt 6151481.  
ad 10360232. & est sexcuplum ferme. Rur-  
sus proportio dimetientis altitudinis Saturni  
ad contentum est velut 2011. ad 1440. &  
est propè 201. ad 114. quare 67. ad 38.  
quare sphaerarum vt 300000. ad 55000. fer-  
mè. Igitur ferè vt 60. ad 11. Rursus pro-  
portio dimetientis sphaerae Saturni ad dime-  
tientem sphaerae Lunae est propè 313. &  
sphaerarum solidarum 306. 317. 10. Perin-

de est. Quia ergo propositio sphaerae Satur-  
ni ad sphaeram Lunae est 306. 317. 10. & or-  
bis Lunae est  $\frac{1}{6}$ . solum sphaerae suae diuide-  
mus 306. 317. 10. per  $\frac{1}{6}$ . & exbit propor-  
tio sphaerae Saturni ad orbem Lunae 3678052.  
at quia proportio solidae sphaerae Saturni ad  
contentum est vt 60. ad 11. erit sphaerae ad  
orbem, vt 60. ad 49. residuum, diuidam  
ergo 3678052. per 60. exeunt 612634. &  
ducam per 49. id est per 100. fit 61263400.  
& diuidendo per 2. exit 30631700.  
detraho 612634, relinquitur propor-  
tio orbis Saturni ad orbem Lunae 300.  
19066.

Iam verò circuitus Saturni ad circu-  
lum Lunae, proportio est 313. vt visum  
est, Lunae autem tempus per sex ductum  
est 164. dies, Saturni 177. anni propemo-  
dum, qui sunt dies 64649. diuide, duc  
ergo 313. in 164. fiunt 51332. Idem er-  
go peragrat Luna in 51332. diebus, quod  
Saturnus 64649. & est quoad hoc agi-  
lior, vt ita dicam, quarta parte: at Satur-  
nus, vt dictum est, mouet orbem 30019066.  
sed lentius quinta parte, detrahe illam fiet  
robur Saturni in comparatione ad Lunam  
24015252.

Est tamen Luna multo agilior ob pro-  
pinitatem, & ob varietatem luminis, &  
magnitudinem superficiei. Et etiam quod  
maius est ob id quod defert ad nos vires om-  
nium syderum, nihilominus quo ad vires vix  
est comparatio.

#### SCHOLIUM.

Multum autem differt haec propositio à  
superiore, nam in illa quaesiuimus vim vita-  
rum ex proportionem ad sua corpora, quae  
quodammodo est quodammodo non, hic au-  
tem exponimus vim vitarum ex earum ope-  
ratione. Propterea subiiciemus breuiter alti-  
tudinum proportionem in minore longitudine  
& maiori.

Lib. 1. c. 14.  
15. & 16.

|          |                         |                 |
|----------|-------------------------|-----------------|
| Lunae    | in minore altitudine 51 | in maiore 64    |
| Mercurij | in minore 64            | in maiore 167   |
| Veneris  | in minore 167           | in maiore 1116  |
| Solis    | in minore 1110          | in maiore 1210  |
| Martis   | in minore 1220          | in maiore 8876  |
| Iouis    | in minore 8876          | in maiore 14405 |
| Saturni  | in minore 14405         | in maiore 20110 |

Stellarum fixarum propior 20110. lon-  
gior non habetur. Et haec mensurae sunt in  
comparatione ad semidiametrum terrae. Et  
iuxta id quod potuit secundum rationem ha-  
beri: nam demonstratio sola est de altitudini-  
bus Solis & Lunae, & eorum magnitudinibus  
à Ptolemaeo in magna compositione.

*Propositio centesima sexagesima quarta.*

Syderum proportionem in magnitudine  
ostendere.

|                          |                   |
|--------------------------|-------------------|
| Luna ad terram comparata | $\frac{1}{19}$    |
| Mercurij corpus          | $\frac{1}{22000}$ |
| Veneris                  | $\frac{1}{28}$    |
| Solis corpus             | 166               |
| Martis                   | $\frac{15}{8}$    |
| Iouis                    | 95                |
| Saturni                  | 91                |

Zz 4

Stellarum

Diff. 1.3.



Diff 21.

Stellarum autem fixarum insignium vna-  
quæque etiam minima, si credendum est Al-  
phragano, est centies maior tota terra, vnde  
canem necesse est centies mille maiorem esse,  
est enim in eadem altitudine, & dimetiens  
decuplus dimetienti stellarum secundæ mag-  
nitudinis, quas ille insignes vocat: alter Sa-  
turnus non tantus esse posset, cum sit mini-  
mus aspectu.

*Propositio centesima sexagesima quinta.*

Propositionem motuum omnium stella-  
rum ad solem considerare.

Com.

Videitur Sol quasi Rex in Cælo, nam om-  
nes orbes cum illius motu conueniunt,  
& videtur res admiratione digna his, qui non  
nouerunt, quanta sit concordia omnium re-  
rum, de qua infra dicemus. Ergo Luna pri-  
mum hoc habet, vt linea æqualis motu Solis  
semper mediâ sit inter lineam æqualis mo-  
tus Lunæ & loci maximè inæqualitatis mo-  
tus eius, vbi scilicet tardissimè mouetur,  
Veneris autem & Mercurij vt motus æqua-  
les idem semper sint cum motu æquali, &  
locus, cum loco ipsius Solis ad vnguem  
præter id quod infra dicemus. Trium verò  
superiorum ratio sic constat ad Solem vt à  
Ptolemæo obseruatum est ex Hipparco. In  
omni restitutione cuiuslibet planetæ supe-  
rioris numerus reuolutionū Solis æqualis, est  
numero restitutionum planetæ secundum  
motum æqualitatis & inæqualitatis pariter  
accepti. Velut Saturnus in annis quinquaginta  
nouem die vna & horis decem octo  
quinquagesies septies per motum inæqua-  
lem ad vnguem, per æqualem autem dua-  
bus reuolutionibus parte insuper vna &  
quadraginta quinque minutis, quæ respon-  
dent diei vni, & horis decem octo ex motu  
Solis, & ita bis Saturnus reuoluitur secun-  
dum motum æqualitatis & quinquagesies  
septies per motum inæqualem & similiter.  
Iupiter in annis 70. diebus trecentis sexaginta  
, horis quatuor, sexaginta quinque re-  
uolutiones inæquales perficiet & sex æqua-  
les, deficientibus ex æqualibus quatuor par-  
tibus & dextante quod est quantum pera-  
graret Sol in quatuor diebus, & dextante  
diei ad perfectionem scilicet annorum, sep-  
tuaginta atque vnus. Martis quoque stella in  
annis septuaginta nouem, & diebus tribus &  
horis fermè quatuor triginta nouè facit inæ-  
qualitatis reuolutiones: æqualitatis autem  
quadraginta duas, & insuper partes tres cum  
sextante, quas manifestū est peragrari à Sole  
in diebus tribus atque horis quatuor. Veneris  
quoque sydus in octo annis deficientibus  
diebus duobus & quadrante, inæquali-  
tatis quinque perficit reuolutiones, æqua-  
litatis autem tantundem ad vnguem quan-  
tum Sol deficiente eadem parte seu diebus  
duobus & quadrante. Mercurij quoque  
stella in quadraginta sex annis & vna die &  
hora vna fermè, quadraginta sex fermè per-  
ficit reuolutiones æqualis motus & insuper  
gradum vnum cum portione respondenti  
portioni temporis, id est, horæ fermè  
vni: inæqualitatis autem censum quadragin-  
ta quinque. Atque hæc sunt manifestissima

& vt dixi admiranda sunt, præterea alia  
minus generalia, aut minus manifesta aut  
non tanti momēti quæ consultò prætermitto,  
non est enim locus hic docendi artes singu-  
las sed solum ea tractandi quæ ad argumen-  
tum pertinent. Igitur vt ad rem redeam.  
Solis cum octauo Orbe ea ratio est, vt linea  
quam ille permeat eadem sit quam quæ fixæ  
stellæ, non enim ad eandem distantiam &  
mente conceptam ab æquinoxiis descen-  
dentem ac æquidistantem mouetur, sed ad  
eam secundum quam stellæ fixæ in octauo  
Orbe mouentur in comparatione ad ecli-  
pticam superioris orbis. Porro de his atque  
huiusmodi in Paralipomenis diximus, vbi  
etiam docuimus quomodo secundum duos  
circulos, qui solum circa suum centrum  
mouentur, punctus datus perpetuò in recta  
linea feratur.

Lib. 14. 67.

*Propositio centesima sexagesima sexta.*

Proportiones musicas superpartientes in  
eas quæ particula vna tantum abundant re-  
ducere.

Ptolemæi hoc inuentum fuit, vt & multa Com.  
alia præclaratæque statuendum est, primum  
voces æquales non concentum efficere, quia  
diuersæ non sunt, quæ autem diuersæ sunt,  
nihilominus proportionem constant simpli-  
cissima & multiplici, tales optimam effi-  
ciunt harmoniam. Eiusmodi sunt quæ in du-  
pla sunt proportionem, vocatur autem dia-  
pason. i. quasi omnia comprehendens non  
à numero vocum velut diapente & diates-  
faron à quatuor & quinque vocibus. In dia-  
paso enim omnia comprehendere videntur. i.  
omnes vocum differentia quæquam ex  
octo tantum vocibus constet. Post sunt quæ  
in quadrupla, vnde bis diapason, post quæ  
in tripla, nam proprior est monadi seu æ-  
qualitati, sed non adeo simplex vt bis dia-  
pason. Vocant autem hanc diapason diapen-  
te: inde subsequitur octupla quæ vix in  
vocibus humanis habetur: frequens in in-  
strumentis, vocaturque tris diapason inde  
sexcupla, seu bis diapason diapente. Quintu-  
pla autem minus concors est: sed de hac in-  
ferius dicemus, atque de multiplicibus dicta  
sunt. Sed de concentu ex particula superad-  
dita sexquialtera sexquitercia atque aliis  
nunc agendum. Clarum est enim has esse  
simplicissimas. Cum ergo dupla proportio  
non magis possit diuidi æqualibus interval-  
lis atque simplicibus proportionibus quàm  
in sexquialteram & sexquiterciam, velut  
inter 4 & 2 interposito 3. nam proportio 3  
ad 2 est sexquialtera, & 4 ad 3 sexquitercia:  
nec melius potest diuidi, at sexquialteram  
& sexquiterciam quantumuis magnis nume-  
ris diuidere non licebat melius aut comodo-  
dius quam per sexqui octauas: veluti sum-  
pto numero 64. cui duplus est 128. inter  
medius 96 qui cum 64. sexquialteram facit  
proportionem, quæ suauissima est om-  
nium deductis multiplicibus, vocaturque  
diapente. At quæ est 128 ad 96 sexquiter-  
cia est minusque benè sonat per se, sed in  
acutioribus vocibus solum cum aliis benè  
sonat, velut cum diapente, perficiens  
diapason, interuallum, ergo inter 96 & 64  
diuisum



diuisum per sexquioctauas producit 72 & 81, nam 72. ad 64. est sexquioctauum, sicut 81. ad 72. verum id accidebat incommodi quam 81. ad 64. nullam habet proportionem commodam, & multo minus 96. ad 81. quare visum est Ptoletheo vt subtracta mona defierent termini 64. 72. 80. & 96. proportio autem 80. ad 64. constituit sexqui quartam atque ditonum, proportio quoque 96. ad 72. sexquiterciam semiditonumque. Rursus proportio 128. ad 64. componitur ex proportionibus 80. ad 64. quem habetur pro ditono vt dictum est, & est sexquiquarta proportio At 128. cum 80. est in proportionem superpatiente tres quintas, quæ iterum est consona. Regula enim est quia vbi consonantia vocum diuidatur in duas partes, quarum vna sit consonans, reliquam etiam esse consonantem, at non conuertitur. Sæpe enim fit vt ex duabus consonantibus dissonans compositio oriatur, velut ex duplici diapente, aut diapente cum ditono, sed vt ad propositum reuertar, alia diapason est inter 80. & 40. at inter 48. & 40. est semiditonus vt ostensum est, velut inter 96. & 80. nã inter 45 & 40. est proportio sexquioctaua, inter 48. autẽ & 45. sexquiquinta decima, igitur ex regula data proportio 80. ad 48. quem est superbipartiens tertias seu solida cum bessa seu sexta maior erit consonans. Iam ergo videmus detractiõne aut additione sexquioctauagesimæ, concinnas reddi vulgatiores harmonias: tertiam vtranque maiorem scilicet & minorem ac rursus sextam maiorem atque minorem quem in minoribus numeris scilicet à monade ad octo positæ sunt. Vides præterea semiditonum in sexquiquinta constare: aded

|                       |   |                     |
|-----------------------|---|---------------------|
| Diapason              | 2 | 1 vt à senario in-  |
| Bis diapason          | 4 | 1 fra nihil inutile |
| Diapason diapente     | 3 | 1 reddatur. Dia-    |
| Tris diapason         | 4 | 1 tessaron autem    |
| Bis diapason diapente | 6 | 1 cum primum        |
| Hæmiolia              | 3 | 2 diuidi potest, si |
| Hæmitritæa            | 4 | 3 secus diuidatur   |
| Ditonus               | 5 | 4 quam in dito-     |
| Semiditonus           | 6 | 5 num & semi-       |
| Sexta minor           | 8 | 5 toniũ aut semi-   |
| Sexta maior           | 5 | 3 ditonũ & tonũ     |
| Bis diapason ditonus  | 5 | 1 scilicet in duo   |

tantum intervalla, non comodius quã inter octo & septẽ & sex diuidi potest. Cum ergo octo ad septem dissona sit, quippe nimis remota est hæc proportio à sensu humano: quamobrẽ ex regula data, neque proportio septem ad sex. Sed dubitabis meritò, quia cum diatessaron diuidatur bifariam, in ditonum & semitonium, ac rursus in semiditonum & tonum, quarum altera consonans est, reliqua non videtur ergo infirmari regula illa quia consonantia diuisa si vna pars consonet, alia non possit esse dissonans, nam constat tonium & semitonium tam per se quàm in compositione dissonare: & non parum sed acerbẽ. Verum respondeo diatessaron, vt dixi, numerari inter ambiguas coniugationes, quatenus enim per se est, dissonans est: atque sic in consonantem & dissonantem diuidi potest: quatenus autem pars est diapasons consonans in acutis: quan-

quam etiam adiecta ditono aut semiditono supra efficiat sextam maiorem aut minorem parum benè sonantes. At quintupla proportio vt ab initio propositum est, constat bis diapason, sexquiquarta, vt planè manifestum est: sexquiquarta autem ditonus: bis diapason autem quindecim vocibus. Omnes igitur decem, & septem voces, quæ sexdecim intervallis distinguuntur, consonantes sunt: & ex genere ditoni, & sexquiquartæ, sed paulo minus benè sonant quam ditonus. ipse. Igitur quintuplam multiplicem ad sexquiquartam reduximus: Verum vt ostensum est & decima septima, quam bis diapason constat, & semiditono benè sonat, hæc autem inter nonaginta sex & viginti: quadrupla igitur est & superquadripartiens quintas. Diapason quoque cum sexta maiore & minore eandem habent rationem quam 16. ad 5. & 10. ad 3. triplicem vtranque, sed altera sexquiquinta, altera sexquitercia: bis diapason verò cum eisdem vt viginti ad tria, & 32. ad quinque sexcupla vtrique: sed altera superbipartiens tertias, altera quintas. Manifestũ est igitur hanc diuisionem non solum concinnam magis esse & suauem sed omnem tonorum & semitoniorum necessitatem effugere. Quod verò in causa fuit vt toni & semitonio in vsu essent, id est, quoniam in discendo necesse est eandem seruari rationem incrementorum, neque arithmetica sed geometrica. Ided ascensus per tonos & semitonio commodus fuit, nam duplicem solum differentiam pueri vsu assequi coguntur. At verò poterat & per sexquiseptimam diuidi diatessaron, vt inter triginta sex & quadraginta nouem interpositis 42. verum triplex sequebatur inconueniens: primum vt diatessaron ad amissim non seruaretur, sed incidebat in cacophoniam, addita quadragesima octaua parte deficiente autem in duabus sexquiseptimis numeris seu proportionem sexquicertiam: vt inter 49. & 64. loco 48. & 64, velut etiam inter 48. ad 36. addita igitur monade in termino medio vtrique fit dissonantia. Secundum inconueniens, est quia sic diuidente non seruabatur ratio sexquiquartæ & sexquiquintæ seu ditoni & semiditoni, quæ voces benè sonant. Tertium inconueniens erat, quod hæc ratio diuidendi diapentes minimè satisfaciebat, velut inter 324. & 216. Interponere enim necesse erat 252. & 294. vnde incongrua rursus erat diuisio. His tot causis cum proportionem maiores non satisfacerent vt sexquiquinta quæ diatessaron nullo modo æqualiter diuidere potest, & in diapente deficit sexquiagesima quarta, vt inter 25. & 36. coacti sunt cum nec sexquiseptima nec sexquiseptima idoneæ essent ad sexquioctauam confugere.

Est & alia diuisio toni in semitonium, quæ est varia ponendo tonum inter 18. & 16 media vox est 17. semitonium maius inter 17. & 16. sed minus inter 18. & 17. quorum differentia est  $\frac{1}{88}$ . Hic subit admiratio quomodo semitonium minus aptetur tam gratè in symphoniis maius autem nequaquam. Ptolemæus hoc negaret, quia sexquiquinta



sexquiquinta seu semiditonus constat tono integro, qui est inter 90 & 80. & semitonio plusquam maiore quod est inter 96. & 90. & est sexquiquinta decima, quam maior est tono maiore  $\frac{1}{25}$ . Propterea dicemus causam esse quæ posito semiditono inter 81. & 96. id est, 27. & 32. sublato tono, id est, 234 & 216 remanebit 13. differentia 256. ad 243, seu qualis est 96 ad 91. &  $\frac{1}{8}$ . quæ est vt 768. ad 729. & redit ad idem, scilicet, vt 256. ad 243. 13. autem est paulo plus decimanona, ergo multo minus semitonio minore, secundum mentem ergo Ptolemæi, posito tono inter 135. & 120. & semitonio maiore inter 128. & 120 remanebit semitonium minus fermè inter 19. & 18. id est, 133. & 126. quæ proportio differt à 135. & 138. Si quis autem bene animaduertat sexquioctuagesima illa adimitur ex tono & additur semitonio minori, & hæc est causa quod semitonium maius Ptolemæi sit concinnum, quia additur tonis imperfectis. Dimidium autem semitonij minoris est inter 36. & 55. & vocatur comma: & est minus & maius. maius est inter 35. & 34. rursus comma minus diuiditur in duas dieses, minorem, quæ est inter 72 & 71. & maiorem, quæ est inter 71 & 70. & idè manet difficultas quomodo intenta voce per diesim fiat melior consonantia: nam de remissione possemus dicere quod accipitur loco sexquioctuagesimæ: sed in sexquioctuagesima remittitur de tono secundum mentem Ptolemæi, in diesi intenditur semitonium minus, sicut ostendit experimentum, sed forsan conueniunt quia intentio semitonij minoris deducit semiditonum ad sexquiquintam: est enim differentia semitoni minoris intenti hoc modo ad semitonium minus, vt 136. ad 135. sed hoc est longè minus sexquioctuagesima, vnum sat est, hanc esse vltimam diuisionem toni in octo partes, & vt in diatonico toni dominantur, ita in chromatico semitonia in enarmonico diesse, sed dieses fugitando (vt ita dicam) ac aures vellicando, mirum in modum oblectans audientes: velut toni stando, vnde etiam nomen, semitonia medium modum obtinent.

Tertium genus proportionis (omitto modò diuisionem temporum binarij, ternarij, quinarij, qui vltimus est eorum quos sensus recipiat, nam septenarius propinquior est binarij diuisioni ob octonarium, & modos illos satis notos Doricum, Lydium & Phrygium, ac eiusmodi) est Ptolemæi: rursus qui cum videret despectam futuram musicæ contemplationem, conatus est illius aliquod singulare emolumentum ostendere, quemadmodum fecit & in libro de Prædictionibus, existimans ni illos composuisset veluti præmium ostendentes tanti laboris quantus necessarius videretur ad intellectum librorum Magnæ compositionis futurum esse, vt hi negligenter, ergo & hoc in musicæ libris ostendere molitus est, scilicet, præclarum esse aliquem huius contemplationis finem, quod vtinam non fecisset, ne illud verè de eo dici posset:

— Non omnia possumus omnes.

Virum enim hunc supra omnem humani ingenij metam fuisse non negamus: sed hanc partem quam hic agit, adè infelicitè tractat, vt malim credere totum illum tertium librum fuisse ab aliquo alio adiectum. Etenim quid turpius sapienti homini quam imitari vulgares illos: septem planetæ, septem mundi miracula, septem artes liberales: quid enim similitudo numeri iuuare potest, aut quam asferre vtilitatem? nimis certè indignum est vti argumento à similitudine sumpto: tum maximè adè leui. Sed quoniam constat omnia quæ in mundo sunt coniuncta esse, & necessitate vinciri, idè cùm finis ipse verus sit, non tam debemus Ptolemæum damnare, quæ non probauerit, quàm laudare, quod veritatè sine ratione sit assecutus. Sæpe. n. cecidit huiusmodi viris adè præstantibus vt veritas detegatur, quam cùm illi, vt mos est hominū rationibus adornare nituntur, transgredientes metam muneris, in absurda & ineptias incidunt. Ergo id modò declarare aggrediar, supponens quod verum est, scilicet hanc musicam concinnitatem cum diuinis connexionem esse, & ab illis originem ducere. Verum dubium est, an soni propter numeros iucundi sint, an propter aliud; & si propter aliud, cur ergo numeri ad hoc sunt necessarij? & cur obseruare eos oportet ne ab illorum ordine disungi possint? Hoc autem perfacile intelligitur, & à nobis aliàs declaratum est, scilicet delectare nos, quæ percipiuntur quæque ratione facta videntur, quoniam in his naturæ vis relucet, & imago vniuersi, ergo delectant nos, quoniam naturæ ordine nos constamus. Illud difficilius longè quod tamen diligenti obseruatione dignum videtur, scilicet, quoniam pacta harmonia cum rebus coelestibus aut humanis coniuncta sit. Forasan & illud ab re non esset intelligere, cur nullum animal præter hominem capax sit harmoniæ? an forsan quoniam solus homo ratione participet, & ob id solus gaudet ratione? ordinata autem ratione constant aut sola aut maximè, numerus autem quid aliud est quàm ordinis separatorū imago. Porro hæc accipienda sunt ex quæhis sensibus/deprehenduntur, qualia sunt quod animus mouetur & varios affectus induit iuxta harmoniæ diuersitatè lætitiæ, tristitiæ, impetus, remissionis, timoris, spei, iracundiæ, & commiserationis. Nos enim maximè octo affectus mouent musicæ modulationes. Secundum quid autem mouent? vel quia consonæ aut dissonæ, vel quia concitatae aut tardæ, vel quod maius est quæ tendant in acutum ad alacritatem, vel in grauem desinant & remissum sonum commiserationem, & lachrymas, aut etiam ex modo tetrachordorum. Illud sanè non obscurum est, animam cum sono maximè esse coniunctam, nam neque odoribus vt odores sunt, neque saporibus, aut his quæ tanguntur licet plurimum delectent, aut etiam lædant, anima mouetur ad affectus, licet, vt dixi, magis homo delectetur, aut tristitia afficiatur quemadmodum ex sonorum



rum varia natura, quod etiam in morsis à Tarantula ( araneæ genus est ) deprehenditur. Quinimò nec à luce nec à coloribus aut pictura, nisi ut hæc ad memoriam reuocant ea, propter quæ ad hilaritatem aut tristitiam vel iram, vel commiserationem mouemur. Vnde quosdam reges ferunt iniurias acceptas iussisse depingi in aula ne possent obliuisci, at longè plures curarunt, ut potius eorū facta egregia pingerentur continuata per memoriam voluptate, quam dum illa agerent, conceperant: nihilominus, neque color ipse, nec lux aut spectaculum vel imagines possunt aded mouere animi affectus, vel sonus. Nam duo in vniuersum ex visu ad animi affectus mouendos habentur, tenebræ ad tristitiam & metum, pictura regionum amœnarum ad iucunditatem, sed iram quæ moueant picturæ alacritatemue aut commiserationem, non habemus. Videtur ergo ob hæc sonus ipse magis animæ intimus quam vllum aliud sensibile. Quod si odoratus est in appendicibus cerebri, visus in pupilla oculi, gustus in linguæ neruis, verisimile est magis intimum esse auditum, scilicet in cerebro ipso, atque ob id magis ab illo moueri animam. Neque enim in aëre concepto à concauitatibus auris, qui nostri pars non est: neque à tympano, cum superflua fuisset cavitatis interior omnis: neque enim inter pupillam & cerebrum pars vlla cernitur ad visum adiuvandum idonea: sed solus sufficit consensus pupillæ cū cerebro; nam ad nos per spiritum defertur imago, non enim visus esset vnus, nec in vno tempore fieret, sed veluti è secundo speculo & decimo simul, & eodem tempore reflectitur imago, ut à primo ita sensus visus ex pupilla in cerebro & in corde & anima simul relucet. At ergo nō potuit in tympano vel neruo densiore fieri auditus, sed in cerebro ipso, ob quod magis moueret affectus. Sed magis incorporeus est sonus, ut qui instrumentū propriū non efficiat, nisi cum immoderatus fuerit, at omnis color, omnis lux oculum afficit, ac, ut ita dicam, tingit, neque successiones illas ob id aded minutas oculus percipere potest ut auris, sed coinquinatur, ut ita dicam, priorum obiectorum reliquiis atque imaginibus. Ut in vniuersum constet puriorem esse auditus sensum etiam animæ nostræ propiorem quàm visum.

Quibus constitutis videndum est, quomodo sonus permutet affectus: hoc autem non quia animam, quæ immortalis est & immateriaria, sed quoniam aut corporis eam partem, quæ est animæ instrumentum: id est, spiritum, aut animæ principalem coniunctionem qua corpori annexa est. Ut enim corpus deserit aut impeditur à corporis commercio corpus immoritur: hoc præsentens animus, sunt illa duo præuia ad mortem timor & tristitia. Ut contra, lætitia non est nisi communicatio animæ corpori, & quatenus communicatur solum de vita cogitat, atque ob id quasi immortalis, qui lætatur obliuiscitur mortis. Ergo animæ relictio illa erit, quæ ut cognoscit perfectè exhilaratur dulcedine vocum, & hoc fit in

diapason. Ut verò imperfectè diapente, ut imperfectius diatessaron, at cum ex diatessaro & diapente perficitur diapason, accidit ei idem, quod quærenti gemmas in matrice dum inuenit: & ei qui ex tabulis arcam conficit, & puero cum adolescit, & generaliter ei qui ex imperfectis perfecta colligit: ex quintæ enim & quartæ sensu imperfectarum consonantiarum percipit perfectam diapason. Videamus ergo an aliquid sit simile in animæ facultatibus, nec dubium est quin ex sensibus exterioribus atque interioribus fiat intelligentia. Et sensus quidem exteriores sex quitercia constant: est enim illorum imperfecta cognitio: maior longè memoriæ vnus & rationis reliquarumque facultatum, ex quibus intelligentia oritur. Iam verò habemus exactam similitudinem facultatum animæ humanæ, quam cognoscit. Nunc vltius procedamus & videamus, an sit aliqua etiam coniunctio inter illas, nam similitudo etsi sit vna originis causa, non tamen sola digna est ut à Philosopho numeretur inter causas ordinis & naturalis vinculi. Non est ut tetrachordorum genera ad partes animæ comparentur, cum sint voluntaria diuisione, non natura constituta. Sed si quis hoc velit, magis ad rationem proprietatis respiciat, suauitas in chromatico, subtilitas in Enarmonico, stabilitas in diatonico: Ut Enarmonicum ad mentem verè referri possit, chromaticum ad sensus: diatonicum ad vitam, naturalemque facultatem. Sed, ut dixi, iam propius accedamus, concitator sonus, ut Doricus ad alacritatem pertinet, ad pugnam, ad vim animæ irascibilis: Phrygius ad voluptatem, Lydius ad intelligentiam remissione corporeorum affectuū. Sed non quærere decet aut laborare, ut malè inuenta aut distributa aptemus ordinem naturæ, sed ut res rebus. Diximus quatuor esse differentias nobiliorum affectuum animi, scilicet, timoris, spei, iracundiæ seu sæuitiæ commiserationis, lætitiæ, tristitiæ, impetus ac remissionis. Et videtur musica nec hoc æqualiter monere, sed primum videamus an hi soli affectus sint maximi, quippe deesse videntur amor atque odium. Et mihi dubium non est quin hi potentissimi sint omnium præter metum. Sed metus cum causa, affectus propriè non est, sed potius scientia quædam. Proprium enim perturbationum est excedere rationem: at metus mortis propriæ aut de filio, non est à ratione alienus, nec excedit metas, modò inanis non sit aut falsus, ob hoc metum excludemus ab hoc negotio: tum maximè ob id quod nulla musica est quæ metum excitet cū ea, non opus sit in eo, qui sit cum ratione coniunctus. Indicio est quod potius illum excudit abrupta musica, sicut & omnia alia quæ perturbant rationem, veluti solanum & madragora atque cicuta. Amorem igitur & odium non excitat musica, quia amor & odium alicuius sunt amor & odium, musica autem generales solum mouet animi affectus. Et commiseratio, licet sit Didonis aut Phillidis, tamen est generaliter miserentis. Quæramus ergo rursus qui sint affectus generales



nerales animi Et sanè videntur esse lætitia atque tristitia : imperus & remissio : sæuitia ac misericordia & audacia. Sunt tria fermè coniuncta simul impetus & sæuitia atque audacia , quoniam cum motu perturbato animi sunt eiecta ratione. Ob id vnumquodque horum ab iracundia deriuantur. Quapropter & ita rationem expellit aut suppeditat, at ratio perturbatur, aut ab immodicis sonis, aut incomptis & magnas mutationes habentibus atque asperis. Hæc autem , vt ita dicam , nulla est musica. Sed neque musica vlla tristitiam gignit cum vt dixi, tristitia nil aliud sit quàm mortis imago, musica autem vitam fouet. Vnde non immeritò fertur Xenophilus musicus centum quinque annis sine aliquo incommodo vixisse , quod singulare esse exemplum in humana vita refert Plinius. Relinquitur igitur tandem , vt musica maximè moueat tres affectus lætitiā , remissionem & misericordiam. Et quod ex his postmodum ad labores insurgamus intentius, hoc non est ex musicæ vi aut facultate, sed consequentibus ad illa alia causis. Neque ergo horum causas ex diuisionibus atque distributionibus voluntariis musicæ considerare oportet, sed ex ipsa rerum natura atque essentia. Veluti intentionis & remissionis, asperitatis atque suauitatis celeritatis ac tarditatis , consonantium aut dissonantium vocum atque mutationis: hæc enim differentiar præcipuæ sunt vocum, vel etiam teste Aristotele. Verum non obscurum est: quemadmodum remissiones fiant animi affectuum, cum remittuntur voces aut intenduntur ad earum intentionem. Sed non est æqualis ratio, quoniam natura nostra ad remissionem naturaliter inclinata est, ad intentionem non ita, sed per vim quandam aut medio voluptatis, aut cum anima purior est à corporis impedimentis. Et ob id ad studia nil aptius est pura sobrietate: nihil ineptius crapula atque temulantia. At lætitiæ causæ sunt. & concordia vocum, & mutatio ex aspera in suauem non secus ac eius qui euadit è paupertate vel è molestia aliqua aut dolore aut alio incommodo, tum intensio vocum ac liber sonus. Vnde in lætitia solent homines exclamare. At ad commiserationem mouendam omnia remitti oportet ex magna in parua, adeoque deficientem ex aspera in leuem, ex veloci in tardam, ex dissona in consonantem. Antiqui ergo ( vt author est Cælius Rhodiginus ) Dorico ad temperantiam & moderationem utebantur, scilicet quòd non haberet præcipites lapsus, neque arduas intentiones: Phrygio ad impetum & bellicum ardorem, scilicet per asperas intentiones: Lydio ad fletus & lamentationes per casus & remissiones longas ac suauis: ideo funebribus peculiaris: Mixolydio ad commiserationem, vt defectiones interponantur & breues abruptæque remissiones, iuuantque in hoc plurimum & sensus verborum, familiaris hic tragædiis: Æolicus qui & Ionicus tranquillitatis animi author est somnumque conciliat: Dorico non absimili sed suauior & mollior: idèò chromatici generis.

In lib de  
Audibilibus.

Lib. 9. cap. 3.

Quæ verò ad cœli motus referuntur, diapason quidem refertur ad motum diurnum, nam maximo constat, & exactissimo interuallo, vnusque est in omnibus & incurdissimus & omnia continet, velut & diuturnus motus. Propriis autem tam erraticis quàm fixis, qui etiā æqualitati propinquior est, & ad maiorem distantiam scilicet declinationis signiferi ab æquinoctij circulo ad diapente refertur. Rursus diatessenon quòd minimo constat interuallo ac maximè inæquali, & per se quidem quasi non necessario ad motum in latitudinem refertur, is enim exiguus est & inæqualis. Ex horum itaque duorum compositione quemadmodum & ex diatessaro & diapente conformatur diapason, pulchra construitur exortus & occasus syderum ratio, quæ primo motu constat.

Porro de participatione diapente, quam non solum viurpamus in instrumentis fistularum organis dictis: sed etiam in fidibus monachordorū seu clauichordorū (ita enim nunc vocantur instrumēta quibus caruerunt antiqui) non alia est ratio, quàm quæ dicta est constituendarū consonantiarū in ditionis & semiditionis sextaque vtraque. Vt enim quatuor consonantiæ suauiores efficerentur, necesse fuit vnā, scilicet diapentem variari. Exempli gratia, sint fides expositæ octo, & vt constituatur proportio h ad c, vt 128. ad 80. id est vt 8 ad 5. c facta est remissior octogesima, quare cum 81. diapēte a vt habeat ad 121. cum dimidio, erit ————— b re  
ad 80. maior 1½. id est octuagesima ————— c mi  
ma parte 120. quare intentior diapente. At in diapaso omnia ad idem ————— d fa  
redeunt: horum etiam causa semitonia nigra illa addita sunt. Sed ————— e sol  
hæc tractatio proprium locum exigeret, secus esset nimis curiosi illa ————— f re  
huc traducere, quemadmodum, & vt vellemus Philosophiam naturalem, moralem, & mathematicam ad ————— g mi  
musicam traducere proportionem. h fa  
Melius sanè fuisset subtilioribus rationibus hanc mensuris motuum astrorum prout conueniunt ( quantum fieri potuit ) aptasse.

*Propositio centesima sexagesima septima.*

Proportionem musicam ad sapores & odores coaptare.

Melius fecisset Ptolemæus, si hanc proportionem ad sapores & odores & picturas, quemadmodum inuenimus nos, applicasset, vel vt Vitruuius ad machinas, poterat enim hoc scire, cum Vitruuius plusquam centum quinquaginta annis Ptolemeum antecesserit Et quanquā Latine scripserit, non tam turpè erat latina legisse, aut conuersa ab alio quopiam intellexisse, quā nesciuisse necessaria pulchraque inuenta aliorum clarorū virorū, & quod deterius erat, rerum memorabiliū loco fabulas subtexuisse. Ergo vt ad rem veniam: musica proportio bifariam inuenitur in saporibus: simpliciter, & ex comparatione, & simpliciter quidè summa suauitatis ad diapason refertur: est enim suauissimus consensus in



in saporibus, ergo dulce ei respondet, ut simplex, quid enim suavius esse potest in utroque genere. At pinguis, qualis in carnibus & ovibus bene præparatis ad diapente refertur, est enim & ipse suavissimus post dulce, atque in suo genere perfectus, diatessaron verò optimè sallo convenit. Hic enim per se improbase est & insuavis, sicut etiam sapor falsus est, diatessaron autem cum diapente perficit diapason, & cum diapaso inutile est, & discordat, ita sapor falsus cum pingui, summam delectationem affert: cum dulci adèò parum congruit, ut melius societur cum amaro, velut in oliis bene salis. Ergo falsus sapor cum diatessaro ad vugem congruit, rursus semiditonum cum insipido, & astringens cum ditono conveniunt ad vugem, nam uterque non illepidus, & cum dulci convenit, ita semiditonum & ditonus cum diapaso consono conveniunt, uterque etià horum saporum parum movet sensum, & inter se sunt quasi similes quod ditono accedit & semiditono, sed & neuter horum cum pingui convenit, neque ditonus aut semiditonum cum diapente congruit, discordat enim hæc compositio non parum. Rursus & in hoc similes sunt quod diatessaron cum ditono & semiditono plurimum convenit, ita & insipidum, & astringens cum falso bellè cōveniunt. Diatessaron enim cum ditono sextā efficit maiorem, & cum semiditono minorem quæ utrique consonant, non tamen plus suaves per se sunt, quod dulci & pingui careant, ut nec sexta maior aut minor, quod neque diapason perficiat neque diapente: Acris autem sapor sexta maiori similis est, acidus minori: mutuo conveniunt cum insipido acris, & cum astringente acidus, quemadmodum & sexta maior cum semiditono, & minor cum ditono copulatur perficientes diapason: sed minus suavis, quia abest diapente ibi, quia abest pinguis: austerum verò cum acris moderato convenit, propterea bene uterque cum insipido iungitur, unde illud Epigrammatici:

Ut sapient fatuæ fabrorum pandia betæ.

O quam sæpe petet vina piperque coquus.

Piper enim acre est, & vinum austerum est. Et iusta querela Ciceronis in Epistolis familiaribus, qui à malis fatetur se victum, ut deciderit in lienteriam: conveniunt ambo hi saporum cum dulci & pingui, velut & utraque sexta maior & maior cum diapason & diapente, at neuter cum falso nam neque diatessaron cum sexta maiore vel minore iungi potest. Amarum autem sapor tono per similes est dissonus enim per se est semper, & amarum per se odiosus tonus origo est omnium consonantiarum, ita omnes fructus, seu dulces seu astringentes, seu acidi, seu acres prius amari sunt: tonus præterea nulla cum consonantia peius coit quàm cum diapaso, ita neque amarum sapor infelicius iungitur quàm cum dulci, amarum quoque sapor cum nullo magis convenit quam cum falso, ita tonus additus diatessaro, perficit diapente dulcissimam consonantiam, ut multi olias bene salas præterierint fasilis: tantum convenit falso cum amaro, amarum, quoque sapor levis non abhorret à pingui, deteriore tamen aliquanto efficit, ut intortis ex

Tom. IV.

absynthio ovis & caseo, atque in viribus in quibus coma absynthij incocta fuit parum, degenerat tamen sapor ille à pingui: ita tono addito ad diapente fit sexta maior, non adèò suavis ut diapente, attamen non prorsus insuavis. Similiter si tonus addatur ad semiditonum aut ad ditonum ex altero fit diatessaron, qui non concordat ex reliquo tritonum omnium asperimus. Ergo cum idem fiat coniuncto amaro cum insipido, ac deterius cum astringente, velut in acerbis glandibus, quibus nihil tristius gustari potest. Manifestum est igitur optimè convenire hanc saporum divisionem cum musica proportionem.

Cumque sapores ex septem planetis pendant manifestè, Saturnus enim habet astringens, quoniam frigidus est & siccus. Iupiter pingue cōtraria ratione, & quoniam hic suavis est, ille tristis, acris & austerum conveniunt soli, apparetque in eis vis maxima ad spiritum vitalem confirmandum, viresque omnes adauget, velut & Sol. Venus habet dulce: demonstratione hoc non indiget. Mars falsum & cum perverſe dispositus est, amarum. Luna insipidum. Mercurius acidum, etenim frigida est & humida Luna, & Mercurius tenuitatem quandam habet cum temperamento moderato, cuiusmodi ferme est acidus sapor, quamquam ad frigiditatem declinet, parum enim habet virium Mercurius quod minima sit stellarum, ut supra docuimus. Huiusmodi ergo ratione considerata Luna ad semiditonum pertinebit Mercurius ad sextam minorem, Sol ad sextam maiorem, Mars ad retrachordum. Saturnus ad ditonum, Iupiter ad diapente, Venus ad diapason, unde plena illius dona vulgaris felicitatis opum honoris amoris & voluptatis, post quem est Iupiter, ut sine his duobus omnino nulla possit esse felicitas.

Sed & in circulo signiferi aliquam musica proportio habebit rationem: diapason enim erit & totius ad dimidium, & besis ad trientem, & dimidij ad quadrantem, & trientis ad sextantem, diapente autem totius circuli ad bessem, & dodrantis ad dimidium, & dimidij ad trientem, & quadrantis ad sextantem, diatessaron autem totius circuli ad dodrantem, & besis ad dimidium, & trientis ad quadrantem: itaque in hoc solo cum Ptolemæo concordamus, in reliquis duobus nescio qua ratione Ptolemæus omiserit unam coniugationem; nam cum essent quatuor in diapason & diapente, tres tantum numeravit. Reliquas autem quatuor per integra signa numerare licebit, ad rationem, tamen aspectum deducere non possumus, propterea efficaciam quandam habent etiam signorum mutationes, sed harmoniam non perficiunt, nam & si sumamus sexquiquartā & sexquiquintam, ut in his sexquialteram, seu diapente constituamus, aut tria aut sex signa accipere oportebit: utrunque fuerit, reliqua pars ad diatessaron pertinere minimè potest: quomobrem convenientius esset meo iudicio, ut totus circulus non ad diapason, velut Ptolemæus, referretur sed potius ad diapason diapente: ita enim constitutis quatuor, quinque, sex, duodecimque numeris, constaret

A A a

toti



tota ratio harmonica, diuiso etiam diapente ditonum & semiditonum, sed de hoc satis.

Reuertamur ad sapes, in quibus diximus aliam esse rationem musicam iuxta compositionem: cum enim inter sapes qui quouismodo conueniunt, dupla fuerit optimi saporis proportio ad deteriozem, medius uero ad deteriozem sexquitercia, optimus ad medium sexquialtero, sapor ille optimus erit. Et primum quidem id in pingui tanquam medio dulcique & falso experiamur, similiter in falso, acris, atque insipido. Manifestum est enim quod horum optimus est insipidus, quia per se ferri potest, falsus autem medius, acris deterrimus, superabit ergo insipidus falsum sexquialtera, aerem dupla proportionem, falsus aerem sexquitercia. Rursus dulcem copulemus cum acris, & cum insipido aut cum acido, & insipido prastabit, ut dulcis dupla, aut quadrupla, aut octupla proportionem insipidum superet, id est, per diapason, vel bis diapason, aut ter diapason: acidum uero insipidum sexquitercia superabit. Alia rursus ratio in coniunctionibus saporum ad sensum uniuscuiusque referenda est, in quo enim est summa voluptas comparatione ad illum, hic statuemus diapason, optimumque constituemus saporem, dimidium illius quod ad vires attinet ex minus iucundo sexquitercium, ad illum minus iucundum ex medio. Exempli gratia, proponamus ut alicui auster maxime iucunda sint (nam salsa nemini, quod nullum animal prater hominem, imò ne plantæ quidem nisi admodum pauca, & sui generis falso alantur, iucunda esse possunt: cum falsum amari pars sit, eoque deterius quod acutum sit falsum, unde in sale nullum animal nascitur: in absynthio, quanquam valde amaro, exiguum muscarum genus, nigrum tota æstate oritur, & in ruta vermiculi) is ergo austeri, quantum satis erit sumet, dulcis tanquam medij, gratia exempli (nam optima ad extremum oppositum vix transire queunt (bessem accipito huius, gratia exempli, tanquam deterrimi astringentis dodrantem, ut sit dulcis ad astringentem dupla proportio. Sic ergo constituetur iuxta naturam propriam musica proportionem sapor iucundissimus.

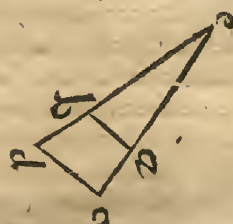
Idem quoque in odoribus & eadem ratione, sed ex saporibus hoc eum intellectum sit, frustra fuerit consumere tempus, eadem enim in omnibus ad sciendum proportionem intelligenda erunt.

*Propositio centesima sexagesima  
actua.*

Picturarum proportionem explicare.

Est pictura imago rei corporeæ quantam, & per illam, & actionem, & cogitationem, sed non nisi ut per corpora significantur: ut ergo corpora ipsa referamus, coloribus opus est, nam corpora, colorata sunt, secundo ipsa rerum natura scientiaque illarum, unde pictorem multiscium esse necesse est, tertium est, ut minimas earum differentias explicare norit, quartum, ut affectiones, velut in ira-

to ruborem, ciliorum contractionem, tumorem faciei ambulante inclinationem quandam, flexionem cruris atque similia, quantum est lux coloribus exhibenda, sed de horum nullo propositum est hic loqui, quandoquidem hæc vsu magis & consideratione, quam ratione consent proportionem, nec sint adeo admiranda ut neque simplex magnitudo quam sexto loco reponere possumus. Tria ergo videntur esse præcipua quorum nunc ratio habenda esset, ut sint in totum nouem, sed vnum ex his relinquemus, tum quia alienum ab hac consideratione, tum quia alibi pertractatum atque etiam ab aliis, neque adeo admirationem dignum scilicet magnitudo picturarum respondens magnitudini corporum iuxta situs differentiam, nam quæ altiores sunt paulo latiores atque in superiori magis parte quam in inferiore, multo autem longiores esse oportet, sic & quæ à latere erunt eadem ratione iuxta aspectus ingredientium rationem. Verum hoc ut dixi omittamus, & de duplici miraculo in pictura loquamur, scilicet distantia magna quam in parua tabella referimus, & corporeitate quæ in plano representamus. Horum autem duorum aliqua communia sunt aliqua propria. Dicemus ergo primum de corpore ita pingendo, ut palam extra tabulam prominere videatur. Hoc autem primum ex forma sumitur, nam si corpus in plano sit necesse est, ut partes illius quadam prorsus abscondantur, partes aliæ non prorsus, aliæ prorsus sint in conspicuo. Ergo picturam talem fingere oportebit, quæ partes singulas pro ratione ostendat aut occultet. Secunda ratio est quod ima corporis obscura sunt, summæ partes lucidæ & claræ ac lumine quasi dealbata: media, media, quadam ratione ut in columnis, tantumque potest hæc ratio, ut vel sola picturas fallere nos faciat corpora eas esse putantes. Oportet autem imum esse ad vnguem simile in colore colori anguli loci & summæ parti quæ se oculis maxime subiectam præbet & claram: media uero qualia ex umbris obscurari solent. Tertia ratio est pro modo partium iuxta obliquitatem aspectus: nam inspicienti a b



in c d ex oculo: depingemus in c d iuxta obliquitatem suam, quia cum c d videatur per lineas e a c & e b d, & eleuatum in situ a b, necesse est ut videatur in situ a b, ergo eleuatum à c d. Est alia consideratio proportionis ad proxima remotaque, gratia exempli, si homo esset post columnam a b, lateret eius pars, quæ est propinquior parieti c d, ergo si depinxerimus hominis partem tantum dextram, reliquum sub umbra.



bra cogitur oculus iudicare columnam eleuatam a pariete. Demum omnia hæc ita sunt subicienda oculis, & per minimas differentias & animaduersiones ita diiudicanda, acque experimento subicienda, cum proprio, tum aliorum non artis inexpertum, vt res prorsus absoluta videatur, atque in hoc multum refert multiplices partes secundum longitudinem e coloribus distinguere ad hoc aptis, qui sunt obscurus, subobscurus, cinereus, qualis silicis candidus sine luce, demum etiam aliquid nigri adiciendum, nam diuisio secundum longitudinem multum impedit, hanc representationem iuuant, & extrema bene coaptata, velut scapi imi, & capitula & supremi, tum trabeationes ex materia coronæ, zofoni, tœnia, epistylia, plinthe, echini, hypotrachelia, astagali, apophyges. Quæ etiam in parte inferiore cum spira seu basi & limbo & toro & plinthe inferiore, & stylobata, & alia tœnia summa diligentia, & cum eleuatione ac magnitudine ultra columnæ limites extendantur. Sic in stylobata ratio diapente constat, cui solet addi vtrinque sexta pars pro coronice, manifestum est autem, quod in ea constat musica ratio diapason ex diapente & diatessaro, compositi nam duæ sextæ partes, altera vtrinque adiecta tertiam efficiunt vt sic diatessaron supra diapente. In regionibus autem & spatiis depingendis eadem fermè seruanda sunt duobus tamen adiectis, quorum vnum est vt longinquissima pars, non per nigrum aut obscurum, sed cæruleum colorem, qualis in cælo determinanda est ( nisi nox fingatur ) nam cælum longissimè à nobis distat, ita nubes coloribus propriis, & montes cum niuib, & spatia velut fluminis alueus, mare, locus, atque hæc omnia per colores distantie finguntur, velut fluminis pars propior clara & lymphida, & colore aqueo cernitur remota obscura, quæ maximè procul abest nigra. Sed maxima est confirmatio in comparationibus: vt si arbores propè magnæ sunt, & homines & animalia, in remotiore autem parte minimi, ac quasi puncti magnitudinem referentes, atque vt in his musica non geometrica aut arithmetica proportio seruetur. Equidem si quis iudicio hæc consequatur, ac diligentia quæ scribi non possunt, sed contemplatione habentur, sensu quoque quem experimentum docet, nec ipsum mandare literis, licet ex rationibus tamen, quas hic docemus intelliget parum differre representationem à re ipsa corporea. Sed de his hæcenus, quæ si diligentius quis persequi velit sine artis experientia, plus adimet perfectioni rei, quam adiciet. Hoc enim aliàs declarauimus.

*Propositio centesima sexagesima nona.*

Proportionem musicam in instrumentis declarare iuxta compositionis rationem.

Tria sunt instrumentorum genera, in quibus maximè relucet ratio compositio-  
*Tom. IV.*

nis musicæ quæ à nobis nunc sunt demonstranda, scilicet machinæ bellicæ, vt catapultæ & balistæ & scorpiones, & hydraulica instrumenta ad modulationes parata, quæ antiquo tempore maximè in vlu fuerunt nunc desita, de quibus Vitruuius agit in decimo libro. Tertium est æneorum instrumentorum, quorum etiam vsus desit in scœnicis theatris, ad intendendam vocem cum modulatione, vt etiam clamor audientium & vulgi cum voluptate excipiat, de quo idem in quinto libro egit. Sed nil melius quàm verba ipsius explicare de hoc tractantis, sunt autem hæc. Musicen autem sciat oportet, vti canonicam rationem & mathematicam notam habeat: præterea balistarum, catapultarum, scorpionum, temperaturas possit rectè facere. In capitulis enim dextra ac sinistra sunt foramina homotonorum, per quæ tenduntur ergatis aut saculis & vectibus e neruo torti tines, qui non præcluduntur, nec præligantur nisi sonitus ad artificis aures certos & æquales fecerint: Brachia enim quæ in eas tensiones includuntur cum extenduntur æqualiter & parte vtraque plagam emittere debent. Quod si non homotona fuerint, impediunt directam telorum missionem. Item theatris vasa area, quæ in cellis sub gradibus mathematica ratione collocantur, & sonitum discrimina, quæ Græci *χρη* vocant, ad symphonias musicas siue concentus componuntur, diuisa in circinatione diatessaron & diapente & diapason, vti vox scœnici sonitus conueniens in dispositionibus: tactu cum ostenderit aucta cum incremento clarior & suauior ad spectatorum perueniant aures. Hydraulicas quoque machinas & cætera quæ sunt similia his organis siue musicis rationibus efficere nemo poterit. Capiamus ergo primum illud quod est manifestius, scilicet de hydraulicis organis quorum meminit Suetonius in Nerone: Reliquam diei partem per organa hydraulica noui & ignoti generis circunduxit, ostendensque singula de ratione ac difficultate cuiusque differens iam se prolaturum, vt constet illa fuisse magni opificij quæ nostra ætate desiere. Restat vnicum & valde leue exemplum auiculæ æneæ vel lignæ resonantis. Certum est aëre effici sonum, sed ita misceri aquæ, vt dulcior & mollior non solum euadat, sed etiam acutior ac modulatio. Eadem autem ratio maris: sed cum aquæ corpus moueatur, videtur difficile seruare proportionem, ea prima difficultas, secunda est, quod cum aqua moueatur, vix fieri posse videtur vt totum seruet vocis integritatem tenorem, tertia ob illius consumptionem. Propterea mihi mirum est si Nexo de his subtiliter disputant, mirum fuit quod in tanta animi perturbatione nisi ad amenitiam, vt illi putant, referatur. Sed quid iam amplius vagor, extat compendiosa ratio constructionis illius apud eundem Vitruuium vbi Philander ex Atheneo sonus hydradis suavis admodum atque iucundus auditu est: ita vt omnes concinnitate capti conuerterent, fuitque Alexandrinæ vrbs inuentum auctore Ctesibio tonsore, est autem magnæ Clepsydre

Cap. 15. ad  
18 & in  
cap. 13.  
cap. 5.

Lib. 10 c. 16.  
Lib. 4. c. 24.

A A a 2

instru



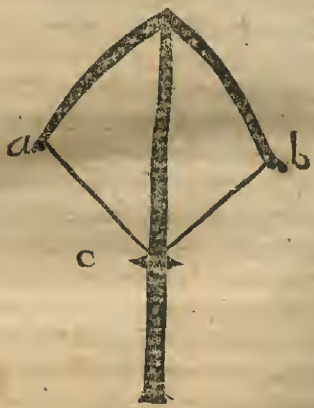
instrumentum non ab simile, sunt enim fistulae in aquam contortae, quae, cum aqua à iuvene quopiam percutitur, axinis per organum transeuntibus inflantur, per incundumque sonum emittunt. Est autem arae rotundae hoc instrumentum persimile inuentumque Ptolemai secundi Euergetae temporibus, de quo eundem Ctesibium scripsisse ferunt. Fiebant autem ex aere & basis eligno cum regulis dextra ac sinistra scalarum regula compactis, aqua autem in aerea arca continebatur. Facile autem est per haec reliqua inuenire: nam epistomis includebatur aer atque referabatur, & modus erat per vinctes: non tamen octo fistularum & exinde vocum numerum instrumentum id superabat organa nostra ut locupletiora ita asperiora. Liquet ergo si fabrilis omnis ars ad Architectum pertinet, illum etiam hac ratione oportere esse peritum musicæ.

lib. 5. ca 5

De Vasis verò æneis theatri quod melius est quam ut eundem authorem consulamus, dicentem vasa aerea pro ratione magnitudinis theatri ita fabricentur, ut cum tanguntur, sonitum facere possint inter se diatessaron diapente, ex ordine addit diapason, postea inter sedes theatri constitutis cellis ratione musica ibi collocentur, ita ut nullum parietem tangant circaque habeant locum vacuum & à summo capite spatium, ponantque inuversa & habeant in parte quæ spectat ad scenam suppositos cuneos ne minus alios semipede, contraque eas cellas relinquuntur aperturæ inferiorum graduum cubilibus longæ pedes duos altæ semipedem. Et si non erit ampla magnitudine theatrum, media altitudinis transversa regio designetur, & in ea tredecim cellæ duodecim æqualibus intervallis distantes cõfornietur uti ea ecchea quæ supra scripta sunt, ad neten hyperboleon sonantia in cellis quæ sunt in cornibus extremis vtrique parte prima collocentur, secunda ab extremis diatessaron ad netem diezeugmenon, diatessaron ad netem parameson, quarta ad netem synemmenon, quinta diatessaron ad mesen, sexta diatessaron ad hypaten mesen in medio vnum diatessaron ad hypaten hypaton. Quæ sequuntur & ad intelligentiam prædictorum melius ex Guillelmo Philandro emendatas sic transcribemus: Eas regiones in tredecim cellas dividit æqualibus intervallis: id est, cellas partibus vicissim interstitiis dispositas distribuit sex hinc atque hinc & vnam mediam, quæ tamen non vsus, sed partitionis & responsus causa fit in media præcinctione. In ima præcinctione ponuntur vasa quæ habent harmoniæ rationem, hoc modo. In cornuum cellis collocantur quæ sonitum habent netes hyperboleon. Subsequuntur vtrique quæ sunt ad netem diezeugmenon intervallo consonantia diatessaron. In tertiis cellis sunt quæ ad netem parameson, intervallo item diatessaron, quæ sunt in quartis tono solummodo distant & sunt netes synemmenon. In quintis cellis sunt ad mesen intervallo diatessaron. In sextis cellis ad hypaten mesen, ite diatessaron spatium. In media cella sunt ad hypaten hypaton

intervallo diatessaron. In media præcinctione sunt vasa chromatos, collocantur autem in cornibus vasa quæ sunt ad paraneten hyperboleon. In secundis cellis ad paraneten diezeugmenon spatium diatessaron, in tertiis ad paraneten synemmenon spatium diapente. In quartis ad lichanon meson intervallo diatessaron. In quintis ad lichanon hypaton, item diatessaron. In sextis ad parameson quod spatium ad paraneten hyperboleon est diapente ad paraneten synemmenon diatessaron. In chromatis media cella nulla sunt vasa, quod à lichano hypaton ad proslambanomenon, aut ad aliam omnino decem & octo vocum nulla sit consonantia, sunt enim harmonia tantum duo & tonus. In tertia præcinctione collocantur vasa diatoni. Et in cornibus quidem ea quæ sunt ad paraneten hyperboleon. In secundis cellis ad paraneten diezeugmenon spatium diatessaron. In tertiis ad paraneten synemmenon diapente. In quartis ad lichanon meson diatessaron. In quintis ad lichanon hypaton diatessaron. In sextis quæ ad proslambanomenon diatessaron spatium. In media quæ sunt ad mesen, quod ea ad proslambanomenon habet consonantiam diapason, & ad lichanon hypaton diapente. Hæc autem ex figura patent in opere de Subtilitate descripta.

Porro quod ad machinas attinet. Sit caput rapulta, cuius rudens a b quam oportet tra-



here, si emittere debeat lapidem, aut scorpio sagittam ad aliquod signum puta c, cum ergo sonus c a & c b hemetonus fuerit, non solum æqualiter pertractæ erunt c a & a c b, sed etiam æquales: nam si æquales essent, & inæqualiter tractæ aut inæquales & inæqualiter tractæ, sonum diuersum reddent euidenter. At si inæquales & æqualem sonum reddant, erit tamen ut fides notæ quæ strepitum edit duplicem, & effigiem oculis multiplicem, unde sagitta in partem aduersam dirigitur rudentis intentionis, atque hæc ex Vitruvio eodem dum de his agit.

*Propositio centesima septuagesima.*

Coniugationes cuiusvis numeri breuiter inuenire.

Sint



Sint gratia exempli decem homines, & patet quod possent esse singuli, & hoc decem modis, quia sunt decem, vt Petrus & Ioannes: item, possunt esse omnes simul, & hoc vno modo tantum, & possunt esse duo, & hoc potest variari quadraginta quinque modis: & possunt esse octo, & manifestum est, quod totidem modis variantur, scilicet quadraginta quinque, nam cum erunt octo, duo qui relinquuntur, variari possunt 45. modis, ergo & illi octo ad vnguem totidem modis. Et similiter tres quot modis variantur tot modis septem, & quot modis quatuor tot sex: quinque autem quia sunt dimidium decem, pluribus modis variantur. Et ideo pro ordine huius detrahes vnum, vt sint vndecem viri donec decem, si decem pones nouem, & colliges naturalem seriem numerorum, vt infra vides vno semper termino deficientes: & ex priore ordine, vbi videbis semper etiam duplicari numeros vt 3. 6. inde sub 6. 10. & 20. à latere, & sub 20. 35. & à latere 70.

| 1  | 2  | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9  | 10 | 11 |
|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|
| 1  | 1  | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1  | 1  | 1  |
| 2  | 3  | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10 | 11 |    |
| 3  | 6  | 10  | 15  | 21  | 28  | 36  | 45  | 55 |    |    |
| 4  | 10 | 20  | 35  | 55  | 84  | 120 | 165 |    |    |    |
| 5  | 15 | 35  | 70  | 126 | 210 | 330 |     |    |    |    |
| 6  | 21 | 56  | 126 | 252 | 462 |     |     |    |    |    |
| 7  | 28 | 84  | 210 | 462 |     |     |     |    |    |    |
| 8  | 36 | 120 | 330 |     |     |     |     |    |    |    |
| 9  | 45 | 165 |     |     |     |     |     |    |    |    |
| 10 | 55 |     |     |     |     |     |     |    |    |    |
| 11 |    |     |     |     |     |     |     |    |    |    |

duplum 35. & sub 70. 126. & à latere 252. & hoc pro cognitione quod rectè sic operatus. Secundo animaduertes sequentes ordines fieri ex recta linea priorum, velut sextus ordo est 7. 28. 84. 210. 462. ita incipiendo in primo ordine à 7. & tendendo ad dextram, inuenies illos eosdem numeros ad vnguem, & ita in septimo ordine 8. 36. 120. 330. à sinistra inuento 8. in primo ordine, & procedendo ad dextram, inuenies 36. 120. & 330. Tertium est quod numeri vltimi à medio sunt iidem, vt 462. & 462. 330. & 330. 165. & 165. 55. & 55. 11. & 11. Et seorsum, vt dixi, remanet 1. Oportet igitur colligere numeros angulares, vt à latere vides, & fit 2047. numerus coniugationum, tot enim modis possunt variari. Et si essent decem tantum, vt ab initio proposui, primus ordo finitur ad 10. secundus ad 45. tertius ad 120. quartus ad 210. quintus ad 252. sextus redit ad 210. septimus ad 120. octauus ad 45. nonus ad 10. decimus ad 1. Et ita colligeretur summa ex extremis numeris angularibus 1023. Et tot erunt coniugationes. Hic vides quia numerus 10. est par, & quod adempta monade, relinquitur 9. qui est impar quòd medius qui pertinet ad quintum ordinem est maximus, & est 252. & est coniugatio quinarum: hoc volui dixisse, vt intelligeres rationes colligendi singulos ordines seorsum. Quod ergo attinet ad collectionem maximi numeri, primus ordo

Tom. IV.

seruit semper vltimo relinquendo monadem, & secundus penultimo, & tertius antepenultimo, & ita de aliis, nam si secundus variatur 55. modis, & penultimus variabitur 55. modis. Et si tertius variatur 165. modis, antepenultimus variatur 165. modis. Et ita de aliis.

Hæc autem ratio satisfacit multum, & est necessaria temperiebus corporis humani. Vt in secundo, De dentibus. Et etiam vt quælibet disciplina quàm breuissimè tradi possit, vt gratia exempli, medicina tota in vna pagina, dico medicina non solum Græcorum, sed etiam Arabum & Latinorum, & etiam longè plus: nam si tradatur viginti-quatuor regulis simplicibus, & ex illis fiant coniugationes 16777215. manifestum est quod erunt regulæ omnes hæ multo plures, quàm contineantur in omnibus libris Græcorum, & Arabum, & Latinorum, qui extant. Et tamen perspicuum est, viginti-quatuor regulas vna pagina commodissimè contineri Et hoc aliàs docui, quàm credam me errasse in supputatione, nam locum inuenire non potui. Vnum est id certum, quòd hæc ratio quàm nunc explicabo, est vera & demonstratiua, & facillima.

Cum enim superior sit vera & demonstratiua, non est tamen facilis, & præcipuè in magnis numeris. Et ideo inueni hanc, quæ (vt dixi) facillima est: adde numero proposito monadem, inde constari inuenias numerum à monade in eodem ordine, & ab eo detracta monade habes numerum coniugationum. Exemplum, si sint 10. adde 1 fit 11. Vndecimus ergo numerus in proportionem dupla est 1024. detrahe 1. & relinquantur 1023. numerus coniugationum vt in priore supputatione. Item si sint 11. numeri adde 1. 12. duodecimus ergo numerus in proportionem dupla est 2048. detrahe 1. relinquantur 2047. coniugationes 11. vt prius in superscripto exemplo. Et ita pro viginti-quatuor regulis adde 1. fit 25. vigesimus quintus igitur numerus in ordine duplæ proportionis à monade est 16777216. ergo detracta monade relinquitur numerus (vt dixi) regularum & coniugationum viginti-quatuor regularum, quæ tamen non sint contrariæ inuicem: nam tunc essent pauciores. Et quia in istis numeris duplicandis posses facile incidere in errorem, diuide vltimum per 16. & si nihil superest, rectè processit opus: sin

autem aliquid superest, aberasti. Vt autè habeas numeros singulorum ordinum, in quauis multitudine, deducito numerum ordinis à primo, & diuide per numerum ordinis ipsius reliquum, & illud quod prouenit, ducito in numerum maximum præcedentis ordinis, & habebis numerum quæsitum. Velut si sint vndecim, volo scire breuiter numeros, qui fiunt ex va-

A A a 3

11  
55  
165  
330  
462  
462  
330  
165  
55  
11  
Cor. 1.

1  
2047  
10  
45  
120  
210  
252  
210  
120  
45  
10  
1  
1023

1 1  
2 2  
3 4  
4 8  
5 16  
6 32  
7 64  
8 128  
9 256  
10 512  
11 1024  
12 2048  
13 4096  
14 8192  
ratione



ratione trium. Primum deduco pro secundo ordine 1. ex 11. fit 10. diuido per 2. numerum ordinis, exit 5. duco in 11. fit 55. numerus secundior-  
dinis. Inde detraho 2. qui est numerus differentie ordinis tertij à primo ex

|    |           |
|----|-----------|
| 15 | 16384.    |
| 16 | 32768.    |
| 17 | 65536.    |
| 18 | 131072.   |
| 19 | 262144.   |
| 20 | 524288.   |
| 21 | 1048576.  |
| 22 | 2097152.  |
| 23 | 4194304.  |
| 24 | 8388608.  |
| 25 | 16777216. |

11. relinquitur 9. diuido 9. per 3. numerum ordinis exit 3. duco 3. in 55. numerum secundi fit 165. numerus tertij ordinis. Similiter volo numerum variationum quatuor, deduco 3. differentiam 4. à primo ordine ab 11. relinquitur 8. diuido 8. per 4. numerum ordinis, exit 2. duc 2. in 195. fit 390. numerus quarti ordinis. Similiter pro quinto detraho 4. differentiam à primo ordine, relinquitur 7. diuido per 5. numerum ordinis exit  $\frac{2}{5}$ . duco in 330. numerum precedentis ordinis, fit 462. numerus quinti ordinis.

Cor. 2.

Ex hoc colligitur manifestè modus conuertendi proportionem arithmetica in proportionem mistam: dico mistam, quia oportet addere monadem in priore numero: deinde quia numerorum terminorum oportet sumere iuxta numerum assignatum, scilicet addita monade demum, quia oportet detrahare monadem ipsam. Est tamen sumpta à proportionem Geometrica ut liquet, scilicet continua dupla.

*Propositio centesima septuagesima prima.*

Propositis duobus quibus libet numeris, quotuis alios, seu in continuum, seu medios in continua proportionem arithmetica, geometrica & musica inuenire.

Com.

Diff. 10.

Hæc tota propositio pendet ex intellectu diffinitionis earum. Sint ergo propositi duo numeri 2. & 3. & velim tertium in continua proportionem arithmetica, duplico quemuis, ut pote 3. fit 6. detraho 2. reliquum remanet 4. tertius numerus. Item volo quartum, duplico 4. fit 8. detraho 3. remanet 5. quartus numerus: item volo minorem 3. & 2. duplico 2. fit 4. detraho 3. remanet 1. si autem vellem minorem vno, non posset, quia esset nihil, sed crescendo potest extendi in infinitum, ita capio 2. & 10. duplico 10. fit 20. detraho 2. remanet 18. m: 2. & ita si volo quartum numerum, duplico 20. m: 2. fit 40. m: 4. detrahe 10. ex 40. m: 4. remanet 30. m: 4. & ita 2. & 10. & 40. m: 2. & 30. m: 4. sunt in continua proportionem arithmetica, & ita potest extendi in infinitum. Sed si vellem vnum, aut duos, aut tres terminos, vel quouis medio 5. arithmetica, diuido differentiam per 1. p: numero terminorum, & partes addo minori numero. Exemplum, volo tres numeros medios inter 2. & 7: in continua proportionem arithmetica, detra-

ho 2. à 7. remanet 5. diuido 5. per 1. p: quam 9. id est per 4. exit  $1\frac{1}{4}$ . adde ergo  $1\frac{1}{4}$ . ad 2. fit  $3\frac{1}{4}$ . primus terminus, cui adde iterum  $2\frac{1}{4}$ . fit  $4\frac{1}{2}$ . secundus terminus, cui adde iterum  $1\frac{1}{4}$ . fit  $5\frac{1}{4}$ . tertius numerus: fient ergo quinque termini, hoc modo in continua proportionem arithmetica  $2\frac{1}{4}$ .  $4\frac{1}{2}$ .  $5\frac{1}{4}$ . & 7. Rursus volo totidè, volo inter 2. & 32. detraho 2. ex 32. remanet 30. diuido per 4. qui est 1. p: numero 32. terminorum, exit 2. m:  $\frac{1}{2}$ . addo ergo 2. m:  $\frac{1}{2}$ . ad 2. fit  $2\frac{1}{2}$ . p: 2. primus terminus, cui iterum addo 2. m:  $\frac{1}{2}$ . fit 3. p: 1. secundus terminus, cui etiam addo 2. m:  $\frac{1}{2}$ . fit 4. m:  $\frac{1}{2}$ . & ita habes tres terminos medios in continua proportionem arithmetica inter 2. & 32. & ita si velles quatuor terminos, diuideres differentiam per 5. & si velles quinque, diuideres per sex, & ita de aliis quibuscunque.

Pro Geometrica proponantur, gratia exempli, 2. & 4. si velim in continua proportionem tertium, duco 4. in semet fit 16. diuido per 2. exit 8. & si velles quartum duc 8. in se fit 64. diuido per 4. exit 16. quartus terminus, & ita in infinitum, & si velles minorem 2. duc 2. in se fit 4. diuido 4. per 4. exit 1. tertius terminus, & ita si velles minorem, duc 1. in se fit 1. diuido per 2. exit  $\frac{1}{2}$ . quartus terminus, & ita habes quosuis terminos, & est similis arithmetica hæc operatio, sed in arithmetica duplicamus vnum terminum, & detrahimus alium: in geometrica multiplicamus vnum terminum ad productum, & diuidimus per alium. Et si velim terminum in continua proportionem 2. & 10. duco eodem modo 10. in se fit 100. diuido per 2. fit 50. tertius terminus, velim quartum, duco 50. in se fit 2500. diuido per 10. exit 250. quartus terminus.

Et si velles plures terminos medios in proportionem geometrica, deducito maius extremum in se secundum denominationem inferiorem, id est, si volo duos terminos semel, & deinde in minorem, & 10 cubica producti est secundus terminus, idem facio de minore in se inde in maiorem, & accipio 10. cu. Exemplum, volo duos terminos inter 2. & 3. duco 3. in se fit 9. duco 2. in 9. fit 18. capio 10. cu. 18. hic est vnus terminus, & ita duco 2. in se fit 4. duco in 3. fit 12. capio 10. cu. 12. pro secundo termino. Et si volo tres terminos, duco 3. in 3. fit 9. duco 3. in 9. fit 27. duco 2. in 27. fit 54. & 10. cu. 54. est primus terminus. Item duco 2. in 2. fit 4. duco 3. in 3. fit 9. duco 4. in 9. fit 36. & 10. cu. 36. id est, 10. cu. 36. est secundus terminus, similiter duco 2. ad suum cubum fit 8. duco 3. in 8. fit 24. & 10. cu. 24. est tertius terminus. Similiter volo quatuor terminos medios, duco 3. in 3. fit 9. duco 9. in 9. fit 81. duco 2. in 81. fit 162. & 10. relata prima 162. est primus terminus, item duco 2. in 2. fit 4. & 4. & 4. in 4. fit 16. & 3. in 16. fit 48. & 10. relata prima 48. erit quartus terminus, item ducendo 3. ad cubum fit 27. & 2 ad quadratum,



dratum, & fit 4. & 4. in 27. fit 108. & 32. relata prima 108. erit secundus terminus, & similiter ducendo 2. ad cubum fit 8. & 3. ad quadratum fit 9. & 9. in 8. fit 72. & 32. relata prima 72. est tertius terminus. Habebis ergo terminos in continua proportionem 2. id est, 32. relata prima 32. 32. relata prima 48. 32. relata prima 72. 32. relata prima 108. 32. relata prima 172. & 32. relata prima 243. quod est 3. & ita de aliis in infinitum.

At pro musica, si sint exhibiti duo numeri minores utpote 2. & 3. velim tertium terminum, diuido 2. per 1. differentiam exit 2. detraho 1. pro regula remanet 1. diuido 3. maiorem terminum per 1. exit 3. adde 3. ad 3. fit 6. maior terminus. Similiter capio 3. & 4. diuido 3. minorem terminum per 1. differentiam exit 3. detrahe 1. pro regula, relinquitur 2. diuido 4. terminum medium per 2 exit 2. adde ad 4. fit 6. maior terminus. Stiphelius autem erat in sua regula, nam sic 12. 4. & 3. esset in continua proportionem musica ex sua regula. Dico ergo, quod si proponatur 5 & 7. & velim musicam proportionem continuare, detraho 5 de 7. relinquitur 2. diuido 5. per 2. exit  $2\frac{1}{2}$ . detrahe 1. pro regula remanet  $1\frac{1}{2}$ . diuido 7. per  $1\frac{1}{2}$ . exit 4. &  $\frac{2}{3}$ . adde ad 7. fit  $11\frac{2}{3}$ . reduc ad integra multiplicando omnia per 3. habebis 35. 21. & 15. in continua proportionem musica, nam 35. ad 15 est ut 7. ad 3. & 14. ad 6. est ut 7. ad 3. est autem 14. differentia 21. & 35. & 6. differentia 21. & 15. & ita posses continuare inueniendo quantum, quintum, sextum, in infinitum. Rursus sint propositi duo termini maiores, velut 6. & 4. detrahe 4. à 6. exit 2. diuido 6 per 2. exit 3. adde 1. pro regula fit 4. diuido 4. minorem terminum per 4. exit 1. detrahe 1. ex 4. relinquitur 3. minor terminus, & ita propositis 6. & 3. differentia est 3. diuido 6. per 3. differentiam exit 2. adde 1. pro regula fit 3. diuido 3. per 3. exit 1. detrahe ex 3. relinquitur 2. minor terminus, & ita potes inuenire quotuis. Gratia exempli habeo 3. & 2. maiores, capio 1. differentiam, per quam diuido 3. exit 3. addo 1. fit 4. diuido 4. minorem terminum per 4. exit  $\frac{1}{4}$ . detrahe  $\frac{1}{4}$ . ex 2. relinquantur  $1\frac{3}{4}$ . erunt ergo 3. 2. &  $1\frac{3}{4}$ . 1. 6. 4. 3. duplicando 2. ut prius in continua proportionem musica quia ergo 632. sunt in continua proportionem musica, & 32. &  $1\frac{1}{2}$ . sunt in continua proportionem musica, erunt duplicando 3. 4. 6. 12. in continua proportionem musica. Rursus sint propositi maior, & minor terminus, ut 6. & 2. diuides maiores per minorem exit 3. cui addes 1. fit 4. diuido 4 differentiam 6. a 2. per 4. iam inuentum exit 1. adde ad 2. fit 3. medius terminus, similiter inter 6. & 3. volo medium terminum in proportionem musica, detraho 3. à 6. relinquitur 3. similiter diuido 6. maiorem terminum per 3. minorem terminum, exit 2. addo 1. pro regula fit 3. diuido 3. differentiam iam seruatum per hoc 3. iam inuentum exit 1. addo ad 3. minorem terminum fit 4. medius terminus, sic volo inter 4. & 6. medium terminum in continua proportionem musica, diuido 6. per 4. exit  $1\frac{1}{2}$ . addo ei pro regula

fit  $2\frac{1}{2}$ . diuido 2. differentiam 4. & 6. per  $2\frac{1}{2}$ . exit  $\frac{4}{5}$ . adde ad 4. fit  $4\frac{4}{5}$ . terminus medius, duc omnes in 5. habebis integros numeros 30. 24. & 20. & sunt pulcherrimæ regulæ, quia posses diuidere 24. & 20. interponendo medium id est capiendū 6. & 5. diuido 6. per 5. exit  $1\frac{1}{5}$ . adde 1. pro regula fit  $2\frac{1}{5}$ . diuido 1. differentiam per  $2\frac{1}{5}$ . exit  $\frac{5}{11}$ . adde ad 5. fient termini  $5\frac{5}{11}$ . & 6. reduc ad integra fient 55. 60. 66. & quia 30. 24. & 20. etiam erant in continua proportionem, & 30. ad 20. erat sexquialter, ideo capiam sexquialterum ad 55. & est  $82\frac{1}{2}$ . erunt ergo  $82\frac{1}{2}$ . 66. 60. & 55. in continua proportionem musica, ergo duplicando 165. 132. 120. & 110. erunt in continua proportionem.

Adnotat Stiphelius, quod cum fuerint tres termini in continua proportionem geometrica, & inter primum & tertium interpositus fuerit terminus in continua proportionem arithmetica, quod ibi erit proportio musica, & dat exemplum de 12. 9. 8. & 6. sed ita est intelligendum, ut assumpta proportionem arithmetica, ut potest 12. 9. & 6. inde ut est 9. ad 6. ita fiat 12. ad 8. tunc isti tres termini 12. 8. & 6. erunt in continua proportionem musica. Et hoc est pulchrum, si ita intelligatur, scilicet ex proportionem Geometrica & Arithmetica constituere proportionem. musicam.

Ex hoc patet quod in proportionem Arithmetica & musica semper, si duo termini fuerint numeri, tertius erit numerus, & in Geometrica idem erit, si medius & extremus fuerint numeri, erit alter extremus numerus, sed tamen si vnus euiet, omnes poterunt esse diuersi.

Propositio centesima septuagesima secunda.

Proportiones Stiphelij describere.

Considerauit Michael Stiphelius quod Com. sumpsit à Boëtio, quasdam inueniri proportionem tribus numeris constitutis, quæ in nullo trium primorum generum contineretur, sed quædam tamen geometricis aliæ musicis assimilarentur, prima ergo Geometricarum est, quoties proportio secundæ ad primam fuerit, velut differentia secundæ & primæ ad differentiam secundæ & tertiæ. Velut capio 2. 4. 5. proportio 4. ad 2. est dupla talis est 2. differentia 4. & 2. ad 1. differentiam 5. & 4. nam in vera proportionem Geometrica fit conuerso modo, quia proportio secundæ ad primam est, velut differentia tertiæ & secundæ ad differentiam secundæ à prima ut in 4. 6. & 9. proportio 6. ad 4. est velut 3. differentia 9. ad 6. ad 2. differentiam 6. & 4.

Secunda proportio quam ille appellat posteriorem, est in qua proportio tertij ad secundum est velut differentia primi & secundi ad differentiam secundi & tertij: Velut capio 1. 4. 6. proportio 6. ad 4. tertij scilicet, & secundum est velut 3. differentia 4. & 1. ad 2. differentiam 6. & 4. & hæc similiter differt à Geometrica vera in eo quo in Geometrica vera oportet, ut proportio

A A a 4 tertij

2 1  
1 4 5

3 2  
1 4 6



tertij ad secundum esset vt differentia tertij & secundi ad differentiam secundi & primi Differt à priore, quoniam in illa differentia seruant eundem ordinem, quamuis transferantur in hac verò sit conuersus modus.

Tertia est vt sit proportio differentia primæ & tertia ad differentiam primæ & secundæ, velut secundæ ad primam, in Geometrica autem esset sicut aggregati secundæ & primæ ad ipsam primam, tales ergo quantitates erunt velut 4. 6. 7. nam proportio 6. ad 4. est velut 3. differentia 4. & 7. ad 2. differentiam 4. & 6.

3  
4 6 7  
2

Quarta proportio similis Geometrica est cum fuerit proportio differentia primæ & tertia ad differentiam tertia & secundæ, velut secundæ ad primam, velut in 2. 3. 5. proportio differentia 5. & 2. quæ est 3. ad differentiam secundæ & tertia, quæ est 2. est velut 3. quantitatis secundæ ad 2. quantitatem primam.

3  
2 3 5  
2

Prima autem harmonicarum quæ nota est nec legitima, hoc modo sumitur: Vt sit proportio primæ ad tertiam velut differentia secundæ & tertia ad differentiam secundæ & primæ, veluti capio 6. primam 5. secundam 3. tertiam, proportio 6. ad 3. est dupla sicut 2. differentia secundæ à tertia ad 1. differentiam secundæ à prima. Manifestum est autem quod in vera harmonica proportio differentiarum est primæ & secundæ ad illam quæ secundæ & tertia.

1 2  
6 5 3

Secunda nota harmonica est, vt sit pro-

10  
25 21 15  
6

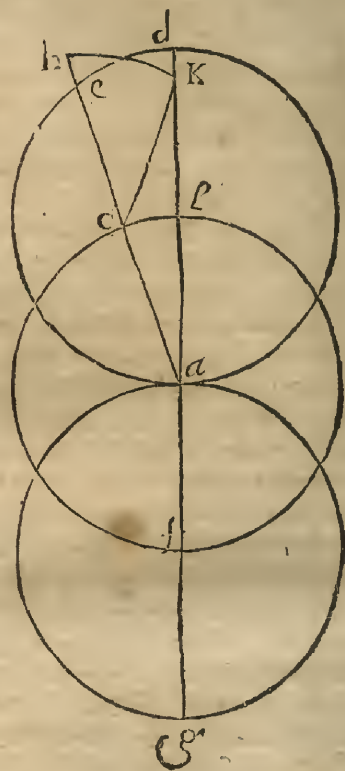
10  
25 19 15  
6

portio primæ ad tertiam, velut differentia primæ à tertia ad differentiam secundæ à tertia, ponatur 25. prima 21. secunda 15. tertia proportio 25. ad 15. est velut 10. differentia primæ à tertia ad b differentiam secundæ à tertia.

Tertia est similis priori, nisi quod sumitur differentia primæ à secunda pro ultimo termino. Exemplum 25. primus terminus, 19. secundus, 15. tertius, proportio 25. ad 15 est velut 10. differentia primæ à tertia ad b, differentiam primæ à secunda. Has proportionones quanquàm exiguæ vtilitatis, proponere volui, vt excogitatis aliquibus demonstrationibus velut superius diximus, pulcra theorematà & problematà tradi possent.

Propositio centesima septuagesima  
tertia.

Circulum super cetro suo mouere æqualiter, ita quòd omnia illius puncta per rectam lineam moueantur vltro citroque.



Sit à centrum circuli b c, æqualis ei circulus d e, centrum eius b in circumferentia circuli b c, fixum ita vt ibi moueatur ad motum circuli b c: & moueatur b versus c æqualiter, & è contrario motu etiam regulariter, & duplo velocius ex e versus d, dico omnia puncta d e moueri in linea recta, & primum capio punctum d, quod sit in linea recta centrorum: & moueatur b ad c, & si circulus d e esset immobilis, palam est quòd punctum d cum sit in vna linea a b, cum b perueniret in c, d esset in linea a c, putà in h secundum quantitatem, ergo b d ex centro c, describo circuli portionem h k, ducò etiam c k, erit ergo angulus h c k duplus a quare, arcus h k duplus b c, nam consistunt in centris circulorum æqualium: igitur cum ex h motu conuerso, & duplo veloci in eodem tempore feratur d perueniet in k, & ita secundum rectam lineam erit motum eadem ratione ex d in k quod erat demonstrandum.

Com.

Per 20. ter.  
tij Elem.

Ex hoc patet quòd quando b erit in c peracta quarta circuli, vt in secunda figura erit per motum l e in a: nam cum d a sit dupla c b, igitur in eodem tempore l perueniet ad a, in quo b perueniet ad c.

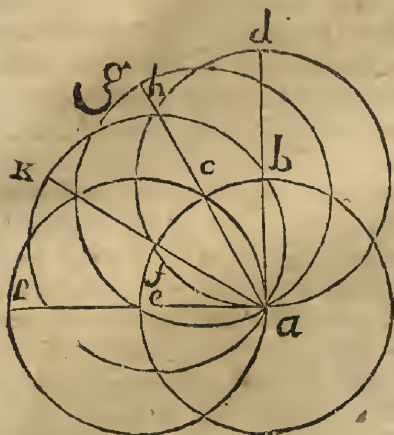
Cor. 1.

Dico etiam, quod quando b perueniet ad f in prima figura, d perueniet ad g, quia permeabit totum circulum, & a b d sunt in vna recta linea. Et cum b perueniet ad m in secunda

Cor. 1.



cunda figura, d rursus perueniet ad a centrum.



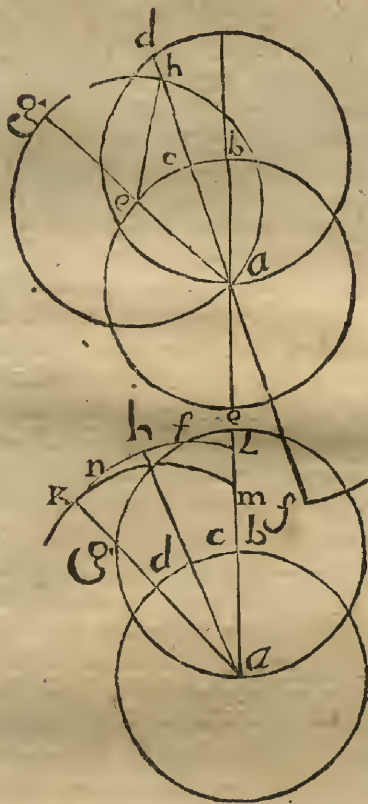
Cor. 3.

Ex hoc patet, quod punctum d permeabit lineam rectam æqualem duplo diametri vnius circuli, id est, quantum est linea a g in prima figura.

Cor. 4.

Sequitur etiam, quod d punctum meabit & remeabit per rectam lineam a g, peragendo bis eam in vno circuitu circuli b c, seu duobus circuitibus d e.

Ostendamus modo, quod punctum d ex-



tra lineam centrorum, scilicet in linea d c a f transibit per rectam eandem, vt in tertia figura producat c d vsque ad k, ita vt c k sit æqualis c a, erit ergo punctus d primæ figuræ m è regione k tertiæ, & dum c mouetur ad e, d perueniat ad g, erit ergo e g æqualis e a, & secet circulus g h rectam a d in h, & ducatur c h. Et erit vt prius angulus h e g duplus h a g, ergo arcus g h duplus e c, ergo g remeabit in h in tempore quo c feretur in e, quare d descendit per rectam in h.

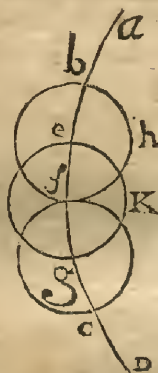
Dico rursus, quod quanto magis d erit propinquum lineæ d g, tanto minus descendet in recta, quanto magis propinquum longitudinibus mediis, tanto celerius mouebitur, aded vt in secunda figura apparec motum ex d in g, non descendit nisi per d n, & motum ex g in l descendit ex n in a centrum fixum. Descendat ergo ex e in h & h in k per arcus æquales, & ducantur arcus h l & k m. Quia n m & n l sunt minores quarta circuli, & maiores sunt f e & f l, & angulus angulo non minor, patet propositum. Ita ergo motus, vt appropinquant punctis mediis sunt velociore & in æquali distantia æquales.

Et hoc inuentum fuit Ludouici Ferrarij, cuius meminimus in Arte magna, & nos ei subtexuimus ex nostra intentione cuius ille demonstrationem inuenire nequiu.

Propositio centesima septuagesima quarta.

Progressus & regressus tam sine latitudine, quam cum latitudine in planetis per solos concentricos circulos æqualiter motos demonstrare.

Sit eclyptica a b c d, & arcus regressus b Com, c in partes quatuor æquales diuisus, & describantur circuli duo b h & e k super e & f & suponanur orbis superior sub eclyptica tamen, cuius polus in f, qui circumagatur in duplo temporis retrocessus planetæ, & in distantia circuli e k sub puncto e eclypticæ, polus alterius orbis concentrici inferioris, qui circumagatur in tempore retrocessus planetæ, & planeta sit in puncto b liquet ergo quod planeta ille in vno circuitu e, k circuli permeabit b c & remeabit, & semper erit sub ipsa eclyptica. Sed enim eclyptica habet rationem rectæ lineæ, vt quiuus circulus maximus. Et si quis reluctetur fingamus rectam subtensam arcui b c, & aliam postmodum æquidistantem in eadem superficie, & in orbe inferiore, & tunc patebit liquido propositum. Sed si velim latitudinem describam, maximam latitudinem à puncto b, & ducam circulum magnum per punctum illud: reliqua vt prius, ad vnguem: nihil enim refert, quod ad demonstrationem præcedentis attinet, seu a d ponatur eclyptica, seu alius circulus magnus.



Ex hoc patet causa cur retrocessus in initio, & in fine sint exigui, in medio sint magni imò maximī, & quomodo perpetuò varietur latitudo in tēpore retrocessus, & ratio omnium, & similiter de incrementis & velocitate motus.

Ex hoc sequitur, quod cum erratica fuerit in centro seu polo f, & tunc mouetur velocissimè,



velocissimè, quod tamèrit in opposito solis, & tunc etiam ibi erit ipse polus, quare alter erit cum ipso sole.

Cor. 3.

Et quia dum motus est velocissimi secundum ordinem signorum, tunc erratica superior est soli iuncta, estque in polo, oportet ut polus si moueatur secundum ordinem signorum, aded ut cum sol peruenerit ad illius oppositum, orbis superior dimidium perfecerit circuitus, inferior autem integrum. Ergo orbis superior tanto tardius mouetur sole, quantum est id quod peragit polus sine æquali motu in orbe signorum, per motum circunduentis orbis superioris in tempore dimidij circuitus. Inferior ergo cum moueatur duplo velocius superiore, ut dictum est, igitur duplo velocius sole, nisi quantum est duplum motus poli superioris per motum orbis circunduentis.

#### SCHOLIUM I.

Intelligo autem per arcum retrocessus non solum illum quo planeta retrocedit, nam hic est longè minor arcu processus, sed in quo motus inæqualis est minor æquali, palam autem est hunc fore æqualem arcui velocioris motus quàm sit motus æqualis.

#### SCHOLIUM II.

Cum ergo, dum erratica est in polo orbis superioris, ibi quiescat motu eius, motu autem inferioris orbis velocissimè moueatur seu progrediendo seu regrediendo motuque circulari, & tamen per rectam lineam, igitur videretur quod motus circularis partes posset transire in rectum. Respondeo quod sufficit sola inclinatio ob magnitudinem anguli: nam dum sydus transferatur extra centrum motu orbis inferioris, mouetur velociter quo ad angulum motu orbis superioris.

#### *Propositio centesima septuagesima quinta.*

Causam varietatis diametrorum ex suppositis concentricis demonstrare.

In tribus superioribus planetis & quibuscunque stellis octauæ orbis manifestum est, quod pars quæ respicit nos quantò remotior fuerit à Sole, tanto magis illuminatur. Manifestum est etiam & experimento & ratione, quod illud quod magis lucet, & est illuminatum à Sole in nocte, maius videtur, sicut etiam de facibus nocturnis. Et rursus, quod substantia orbium circa loca quæ habentur pro polis est densior, & quod res in medio denso apparent maiores, sicut de piscibus in aqua, denariis & baculis. Demonstratum autem est in præcedenti, quod quando stella fuerit in polo orbis superioris, quod tunc maximè retrocedit, & ided cum in tempore maximi retrocessus sit in opposito Solis dum tres superiores sunt in opposito Solis, multo maiores duabus ex causis esse videntur; & iuxta proportionem

propinquitatis ad Solem commutant quantitatem & tanto minores apparent, quia non possunt commutare formam, velut Luna propter æqualitatem substantiæ & luminis propriis copiam, quæ non sunt discerni varietatem figuræ. In Luna autem reus est nam in ipsa discernitur ob paucitatem luminis propriij figuræ varietas, & ob id non apparet maior, imò minor aut mediæ quantitatis in opposito Solis, sed maxima in longitudinibus mediis, quoniam ibi sunt poli motus varietatis ut dictum est, quæ habet locum retrocessus, sed ob motus paruitatem Luna non potest retrocedere, verum solum motus tardatur. Nam licet densitas sit in cælo superiore & motus velox nihilominus efficit imaginem maiorem, sicut apparet de pisce in magna aqua in medio, & in parua in imo, nam in parua videtur longè maior quàm in magna, licet sit in æquali distantia. In Venere autem & Mercurio eadem est ratio distantia à Sole ut dictum est in præcedenti. Cum ergo sub Sole multum moueantur motu differentia vel secundum successionem, vel contra successionem in mediis longitudinibus, parum tunc videntur esse minores quia sunt remotiores à polo orbis superioris. Quod autem propinqui coniunctioni Solis, & veloces videantur minores, illud contingit ob primam causam, quia minus illuminantur, ea parte quæ ad nos vergit. Restat ergo solum ostendere cur propinqui Soli & in retrocessu videantur maiores, cum utraque ratio obilet, sunt enim remoti à polo orbis superioris & propinqui Soli, causa est quoniam apparent solum in crepusculis quando sunt sic dispositi, & tunc aer est crassior. Quæ causa facit, ut neque dum velocissimi sunt semper parui videantur, ided non potest constitui certa ratio, imò ista deducta sunt potius ex fundamento falso illius figmenti, quam ex sensu (ita enim argumentantur) retrocedunt, ergo sunt propinquiore terræ, ergo videntur maiores, & ita fingunt sensu se habere quod falsa ratione ostendere videntur, quoque istud sit verum, patet quia nulum instrumentum etiam in aère clarissimo Egypti potest ostendere differentiam minorem sex minutis, & hic est fermè diameter Mercurij, nec tanta est differentia in Venere. Reliquum est ut satisfaciamus obiectioni quam faciunt de diuersitate magnitudinis Lunæ propter eclypsim, nam videtur esse aliquando maior, & aliquando minor in æquali distantia à sectione capitis & caudæ draconis, aded ut non videatur posse assignari, dico ergo huius causam esse umbram ipsius Lunæ dubiam, sicut etiam in crepusculi, quoniam Sol in diuerso situ facit diuersam umbram comparatione oculi nostri maior est enim in hieme quàm in æstate, & quæ est prior nobis quàm quæ procul, & quæ est in meridie quàm iuxta Ortum vel Occasum, & ided tam parua differentia & incerta, & quæ aliquando variat, nullo modo vitare potest rationem motuum æternorum.



*Propositio centesima septuagesima sexta.*

Rationem centri grauitatis declarare.

Com.

Duplicem rationem centri grauitatis inuenit Archimedes, vnam suspensorum ponderum: alteram supernatantium aquarum, in quarum vtraque subtilitatis certè est quantum dignum est authore illo ingeniosissimo, sicut etiam in elica linea, fructus autem non pro ratione laboris, neque enim ab ætate illa vsque nunc inuentus est quisquam, qui potuerit docere, nec ille idem quænam utilitas ex huiusmodi contemplatione haberetur, propterea totum hoc vna propositione conclusimus.

Dico igitur quod centrum grauitatis in appensis æqualibus quadratis aut quadrilateris parallelis est, vbi se intersecant duæ diametri. Et quod in trianguli est punctus in quo concurrant tres lineæ, ductæ ab angulis ad latera illa per æqualia secando. In quadrilatero autem trepezio centrum grauitatis est in puncto lineæ, quæ secat ambo latera opposita per æqualia, ita vt proportio partis eius lineæ, quæ intercipitur à minore æquidistantium, ad partem quæ intercipitur à maiore æquidistantium, sit veluti dupli maioris æquidistantium cum minore ad duplum minoris æquidistantium cum maiore. Cuiuscunque portionis à recta lineæ, & rectanguli coni sectione comprehensæ, centrum grauitatis diuidit diametrum portionis, ita vt pars eius ad verticem terminata, sit ad partem eam sexquialtera, quæ ad basim portionis terminatur. Cuiuslibet frusti à sectione rectanguli coni ablati, centrum grauitatis est in linea recta, quæ frusti existit diametros: qua in quinque partes æquas diuisa centrum in quinta eius media existit, atque in eo eius puncto quo ipsa quinta sic diuiditur, vt portio eius propinquior minori basi frusti ad reliquam eius portionem eam habeat proportionem, quam habet solidum, cuius basis sit quadratum lineæ illius quæ frusti basis maior extiterit. Altitudo verò istis vtrisque simul æqualis lineæ quæ dupla sit minoris basis frusti, & basi maiori eiusdem, ad solidum quod bassim habeat quadratum basis minoris frusti, altitudinem verò istis vtrisque simul æqualem lineæ quæ dupla sit maioris basis, & basi minori. Et hæc de prima, multaque alia pulchra declarat Federicus Comandinus, in suo libro de Centro grauitatis, vt pote. Quod cuiuslibet portionis conoidis rectanguli axis à centro grauitatis ita diuiditur vt pars, quæ determinatur ad verticem reliquæ, quæ ad basim terminatur dupla sit, & longè subtiliora quæ quilibet videre poterit apud illum.

SCHOLIUM.

Partes omnes consentiunt in grauitatem medij, quoniam vna aliam non vult centro mundi fieri propiorem.

De secunda præcipua sunt, quod si magnitudo aliqua humido lenior ea in grauitate

proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demersa ad totam magnitudinem, & hoc intelligitur quando magnitudo illa fuerit è genere soliorum rectorum & rectangulorum. Secunda est, quod quæ similia sunt superficiibus, ita vt axem habeant in medio, secundum situm axis merguntur & prominēt, & si aliter mergantur, redeunt. Tertia, quod quæ angustiora sunt, ab opposita parte verò latiora, inclinantur ad partem acutiorem, quia sic facilius descendunt. Quarta est, de corporibus non æqualibus, ipsa enim necesse est, vt ab hac se inflectant, & ratio horum diuersa est iuxta rationem proportionis partium quæ merguntur ad inuicem. Quinta est, quodmersa in humido, quanto minusmersa fuerint, tanto facilius & eo frequentius commutantur.

*Propositio centesima septuagesima septima.*

Si proportio aliqua ex duabus proportionibus eiusdem quantitatis ad alias duas componatur: erit proportio illarum duarum eadem proportioni producti ex proportionem in primam duarum quantitatum detracta priore illa quantitate, quæ ad duas comparatur, ad eadem priorem quantitatem.

Sit proportio a ad composita ex proportionibus c ad d & c ad e,  $\frac{c}{d+e}$  dico quod proportio d ad e est, vt producti ex proportionem in d detracta c ad ipsum c. Et nos superius exposuimus cōuersam huius. Erit enim per secunda in demonstrationem illius proportio a ad b, velut producti ex c in d, & e ad productum d in e: at productum d in e & in proportionem, est idem quod productum proportionis in d ipsum e: igitur cum in vno sit productum e in c, & d in c, in alio productum a b in d inde in e, quæ sunt æqualia, detracto producto e in c ex producto proportionis in d & inde in e, relinquetur, productum c in d æquale producto a b. i. proportionis in productum d in e, detracto numero c in e igitur ducto c in d, & diuiso per productum a b in d numero c, exhibit e, igitur cum illud productum fiat ex d, scilicet in c, & ex e in productum proportionis in d dempto numero c, erit proportio p ad e, velut producti ex d in proportionem, detracto e ad ipsum c, velut c fit 12, d 4 c 6. a b erit 5. proportio d ad e, velut d in a b, id est 20, detracto c, & est 8. ad c 12.

Ex demonstratione sequitur, quod qualis est proportio c ad a b, talis est producti d in e, ad aggregatum eorum. Si quis ergo dicat, habeo 10. & volo inuenire duas quantitates, quarum differentia sit 1. & proportio 10. ad eas componat quintuplum, dices quintupla est dimidium 10. igitur inuenias duas quantitates, quarum differentia sit 1. & proportio producti vnus in alteram ad aggregatum sit dupla Et hoc est manifestum.

*Propositio*



Propositio centesima septuagesima  
octava.

Proportionem mistionis metallorum, maxime auri & argenti declarare.

Com.

Dubium non est, quod mistio non cognoscatur ducto pondere totius in partem auri vel argenti, & productis collectis diuiso aggregato per aggregatum ponderis, idque est per se manifestum, nam qualis est proportio partis ad partem, talis est totius ad totum.

Sed est genus mistionis, quod vocant consolationem. Veluti, volo ex argento perfectionis decem & septem, & quinque, conflare argenti massam centum librarum perfectionis nouem, ita agendum est. Detrahe 9. à 10. & omni maiori 10. relinquitur 1. hoc suppone 7 & 5. item detrahe 7 & 5. & omne minus 9. à 9. relinquitur 2. & 4. iunge omnia residua fient 8. nam 4. 2.

11. Dicemus ergo quod 8. vnciae perfectionis nouem componentur ex 6. vnciis perfectionis decem & una septem alia quinque. Post dices, si vnciae octo fiant 100. sex & una, & una, quot fient, eruntque vnciae aut librae, ut vocat marchae perfectionis decem, & duodecim cum dimidia, ac duodecim cum dimidia perfectionis, ut septem & ut quinque: licebit etiam propositis terminis pluribus ex repetita operatione idem facere, veluti sint massae perfectionis 10. 7. 5. & 2. volo massam perfectionis ut 8. Tu scis quod ex 10. 7. & 5. fit massa perfectionis nouem data lege sub 6. 1. & 1. nunc habeo iam perfectam ut 9. aliam ut 2. detraho 2. ex 8. relinquitur 6. & 8. ex 9. relinquitur 1. iunge fient 7. erunt ergo septem vnciae, in quibus sex erunt perfectionis, ut 9. & 1. perfectionis ut 2. & totum erit perfectionis ut octo. Duc ergo, ut explores veritatem, 6. in 9. fit 54. duc 2. in 1. fit 2. iunge fit 56. diuide per 7. exit 8. perfectio quaesita.

Per idem intelliges detractionem ex massa argenti perfectionis 7. detraxi quartam partem perfectionis 10. volo scire dodrantem qualis relinquatur perfectionis, duc quadrantem in 10. fit 30. duc 12. in 7. fit 84. detrahe 30. ex 84. relinquitur 54. diuide 54. per 9. residuum 12. & 3. exit 6. perfectio residui.

Si quis dicat propositis argenti pondo 50. & dodrante perfectionis  $\frac{11}{18}$ . volo partem assumere, & igne perficere, ita ut purum argentum, quod reliquitur additum residuo, efficiat ipsum perfectionis dextantis & bessis vnciae pro libra, seu  $\frac{8}{9}$ . diuide  $\frac{11}{18}$ . per  $\frac{8}{9}$ . exit  $\frac{11}{16}$ . duc in pondo 150. cum dodrante, fiant pondo 34. vnciae  $7\frac{1}{8}$ . hoc igitur erit aggregatum conflatum ex argento

$$\begin{array}{r} 10. 7. 5 \mid 9 \\ 11 \\ 14 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} e \\ \hline 9 \quad 2 \mid 8 \\ \hline 1 \quad 6 \\ \hline 7 \end{array}$$

puro & residuo. Detrahe igitur  $\frac{11}{18}$ . ex integro relinquitur  $\frac{7}{18}$ . detrahe pondo 34. vnciae  $7\frac{1}{8}$ . ex pondo 50. cum dodrante, relinquantur pondo 15. vnciae  $6\frac{7}{8}$ . (pondo enim vncias continet sub hoc sensu, quia vsuiferuimus octo) diuide per  $\frac{7}{8}$ . exeunt pondo 40. vnciae  $6\frac{1}{4}$ . & tanta pars debuit igne purgari. In ea enim erunt puri argenti pondo 24. vnciae  $7\frac{7}{8}$ . quæ addita residuo, scilicet pondo 9. vnciis  $7\frac{3}{4}$ . conficiunt pondo 34. vncias  $7\frac{1}{8}$ . perfectionis dictæ.

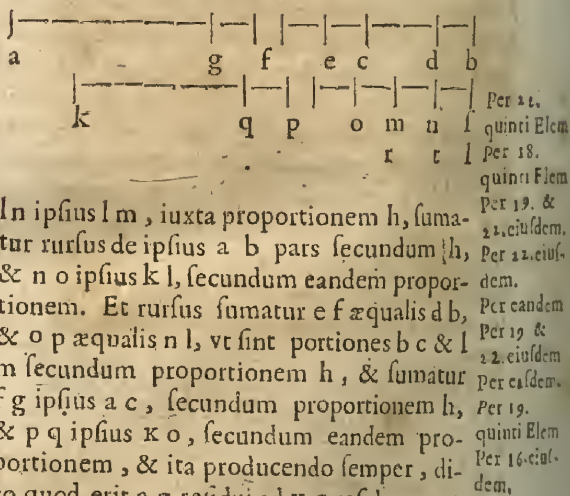
Quidam miscuit vncias decem auri perfectionis dextantis, & partem perfectionis dextantis cum dimidio, & aliud perfectionis bessis concrenit massa perfectionis dodrantis vnciarum octuaginta, queruntur pondera reliquarum partium, subtrahe 10. pondus ex 80. pondere, relinquantur 70. perfectionis  $17\frac{5}{7}$ . inde detrahe per modum superiorem, & relinquantur  $3\frac{5}{7}$ . &  $1\frac{5}{7}$ . iunge simul fiant 5. dico ergo, si 6. producit 70. quid producat  $3\frac{5}{7}$ . &  $1\frac{5}{7}$ . & inuenies quod  $1\frac{5}{7}$ . producat 24. &  $3\frac{5}{7}$ . producent 46. qui iuncti faciunt 70. Igitur aurum perfectionis dextantis cum dimidio fuit vnciarum 46. aurum perfectionis, bessis vnciarum 24. Reliqua interrogata dissolues per regulas Algebrae, horum modo.

$$\begin{array}{r} 16 \quad 21 \mid 17\frac{5}{7} \\ 1\frac{5}{7} \quad 3\frac{5}{7} \mid \\ \hline 5 \end{array}$$

Propositio centesima septuagesima  
nona.

Si duabus totis duæ portiones similes abscindantur, ab eisdem denuo, & abscissis portionibus partes eadem auferantur, denuoque ac denuo, quoties libuerit à portionibus, & à residuis ipsarum quantitatem partes eadem auferantur, erit residui ad residuum, veluti totius ad totum.

Sint duæ quantitates a b & k l, & abscissæ duæ partes similes ex utraque b c & l m, & sit proposita aliqua proportio, quæ sit h, & sumatur ipsius b d ipsius b c, secundum proportionem h, & similiter



In ipsius l m, iuxta proportionem h, sumatur rursus de ipsius a b pars secundum h, & n o ipsius k l, secundum eandem proportionem. Et rursus sumatur e f æqualis d b, & o p æqualis n l, ut sint portiones b c & l m secundum proportionem h, & sumatur f g ipsius a c, secundum proportionem h, & p q ipsius k o, secundum eandem proportionem, & ita producendo semper, dico quod erit a g residui ad k q residuum, ut a b ad k l. Quia enim a b ad b c, ut k l ad l m ex supposito, erit a b ad b d ut k l ad l n: est etiam a b ad d e, ut k l ad n o

ex



ex supposito, igitur a b ad b c, vt kl ad l o. Igitur a b ad a c, vt kl ad k o. Rursum quia b c ad e f, vt l m ad o p, erit a b ad e f, vt kl ad o p, at fuit a b ad a e, vt kl ad k o & a e ad g f, vt k o ad p q, igitur a b ad g f, vt kl ad q p. Quare a b ad g e, vt kl ad q o. Iterum ergo a b ad b g, vt kl ad l q, Ergo a b ad a g, vt kl ad k q. Igitur a b ad k l, vt a g ad k q, quod erat demonstrandum.

Cor. 1. Ex hoc patet, quod etsi proportio non maneat eadem in partibus totius, & partis modo sit eadem in totis ad partes assumptas, & in partibus ad partes assumptas, nihilominus sequitur idem.

Cor. 2. Sequitur rursus, quod etsi proportio eadem non maneat quantitatum assumptarum ad partes quæ sumuntur, nec etiam partium modo semper pars, quæ assumitur sit totius pars, & alia partis idem videatur.

Com. Velut si prima vice capiam b d partem b c, vt l n partem l m secundum h proportionem, & deinde capiam d e partem a b & n o partem K l secundum proportionem r, quæ sit alia ab h, & secunda vice capiam e f partem b c, & o p partem l m secundum proportionem h, quæ sit alia ab h & r. Et capiam f g partem a e & p q partem K o, secundum eandem proportionem, sed tamen quæ non sit aliqua prædictarum, scilicet h r s, sed diuersa ab eis, & vocetur t, dico quod nihilominus erit proportio a g ad K q, vt a b ad K l, quæ patent ex vi demonstrationum, in quibus nil plus assumitur ad demonstrandum, quàm id quod proponitur in corollaris.

Cor. 3. Ex hoc etiam sequitur, quod secundum quem numerum prima quantitas absumetur, secundum eundem absumetur & secunda.

Com. Velut si prima quantitas absumptura d vnguem in quinta detractioe, etiam secunda K l in quinta detractioe ad vnguem absumetur, quod patet per demonstrata, nam residua semper sunt eadem partes ipsarum quantitatum.

Cor. 4. Quartò sequitur, quod si detractio fuerit facta eodem modo, & fuerit proportio totius ad totum, vt residui ad residuum, erunt partes assumptæ similes.

Com. Velut si fuerit facta detractio iuxta propositionem, aut primum vel secundum corollarium, & fuerit proportio a g ad K g, vt a b ad k l, erit a b ad b c, vt kl ad l m.

Cor. 5. Sequitur etiam, quod si fuerit assumpta proportio primarum partium eadem, & facta fuerit detractio in omnibus præter vnam iuxta dicta, & fuerit totius ad totum, vt residui ad residuum, erit vt illa etiam reliqua detractio, seu ad tota, seu ad partes sit facta, secundum eandem proportionem.

Com. Velut si sit proportio a b ad K l, vt a g ad K g, & rursus vt b c ad l m, & assumptæ sint proportiones eadem semper totius, & totius ad partes, & residuorum ad partes, etiã & b c & l m ad partes, etiam excepta vna seu quantitatum a b & K l, seu residuorum vt a c & K o, seu partium vt b c & l m ad partes, dico quod hæ partes etiam erunt as-

Tom. I V.

sumptæ secundum eandem proportionem ad ad ipsas magnitudines, vel partes primas vel residua.

Cor. 6. Sed & id sequitur ex his, quod cuiuscunque seu totius seu partis seu vtriusque pars maior absumetur, erit maior proportio totius ad totum quàm residui ad residuum.

Com. Hæc demonstrantur à Campano, nam si sit maior proportio a b ad a g, quàm K l ad K g, erit maior a b ad K l quàm a g ad K g. Rup. 16.  
quinti Elem.  
Cor. 7.

Sequitur rursus, quod in eadem constitutione cuiuscunque maior pars, absumetur, ea quantitas minori numero, vel numeri parte absumetur.

Com. Nam si minor erit continuo proportio a b ad a e, quàm K l ad K o, & a e ad e g, quàm K o ad o g, erit longe minora b ad b g quàm K l ad l g, igitur longe maior a b ad a g quàm K l ad K g. Igitur a g citius absumetur quàm K g.

*Propositio centesima octuagesima.*

Si aliqua quantitas in duas partes diuidatur, fueritque alicuius, quantitatis ad partes illas composita proportio eiusdem quantitatis ad partes alias quantitatis diuisa aliter proportio eadem componi.

Com. Sit a b proportio ad partes c d quæ sint c e, & c d componens f, dico quod non poterit c d aliàs diuidi, vt proportio a b ad illas componat eandem proportionem f. Aliter sit diuisa in g, & erit minor c g, minor aut maior c d minore, capiam ergo c d minorem, erit igitur proportio a b ad c d maioris excessus ad proportionem a b ad c g, quàm sit proportio a b ad g d, maior proportionem a b ad c e, propterea quod a c e, & c e communis differetia maiorem habet c g e d proportionem ad e d quàm g e, igitur maius est aggregatum proportionum a b ad c e, d quàm eiusdem a b ad c g & g d, quod erat demonstrandum.

*Propositio centesima octuagesima prima.*

Cum fuerit aliqua proportio composita ex proportionibus primæ ad secundam & tertiam, & rursus quartæ ad quintam & sextam, ita se habebit proportio secundæ ad tertiam proportionem quintæ ad sextam, velut producti ex proportionem in secundam detracta prima ad primam ad productum ex proportionem in quintam, detracta quarta ad quartam.

Sit proportio g composita ex proportionibus a ad b & c, & proportionibus d ad e & f, dico quod quemadmodum b ad c, ad proportionem e ad f, ita producti ex g in b, detracto a ad productum ex g in e, detracto d ad d. Est enim, vt demonstratū est b ad c, vt productū ex g in b, detracto a ab a & e ad f, vt producti ex g in e, detracto d ad d, igitur cū æqualium sint eadem comparationes, erit vt

• B B b

proportio



proportionis b ad c ad proportionem e ad f, ita producti ex g in b, detracto a ad a, ad productum est g in e, detracto d ad d.

Quare erit proportio b ad c ad proportionem e ad f, velut residui b detracto quod prouenit, diuiso a per proportionem a ad proportionem residui e detracto quod prouenit diuiso d per proportionem ad ipsum d.

*Propositio centesima octuagesima  
secunda.*

Proposita differentia proportionum partium similium ad partes assumptas propositaeque proportionem totius ad residua eandem differentiam proportionum tutius ad reliquum residui inuenire.

Sint datae partes b c & e f, similes in comparatione ad a b & d e, & data residua a g & d h in comparatione a b & d e, similia in differentia proportionis f e

|       |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|
| a     | g | c | k | b |
| <hr/> |   |   |   |   |
|       | d | h | f | e |
| <hr/> |   |   |   |   |

ad c l, ad proportionem c b ad b k, dico quod data est differentia proportionis a b ad g k ad proportionem d e & f h. Nam quia proportio f e ad c l, ad proportionem b e ad c k data est, & c f ad e d, vt b c ad b a, erit vt a c ad l e contineat a b ad b k, vt f e ad e l, c b ad b k, sed a b ad a d, vt d e ad d h, igitur a b ad b d, vt d e ad c h. Sunt ergo duae quantitates a b & d e, quae eandem habent compositam proportionem ad g k & k b, & h l & l e, quare per praecedentem proportionis h l ad l e, ad proportionem g k ad k b, vt h l detracto prouentu d e, diuisi per proportionem ad d e ad proportionem g k, detracto prouentu a b, diuisi per eandem proportionem ad ipsum a b. Si igitur nota est l e & h l, erit nota proportio residui h l detracto prouentu d e diuisi per proportionem, quare nota detractio g k detracto prouentu a b diuisi per eandem proportionem ad a b. Est autem a b nota, & proportio nota, & ideo prouentus, & cum sit proportio nota, erit ergo residuum notum, cui addito prouentu sit tota g k nota, quod fuit demonstrandum.

*Propositio centesima octuagesima  
tertia.*

Spatium vitae naturalis per spatium vitae fortuitum declarare.

Cum constet homines casu viuere aegrotantes primum saepe: deinde viuentes in aere malo, & ipsum intempestiuus horis subeuntes tristitiis, curis, vigilia, venere, laboribus perperam se excruciantes, tum verò immodico cibo & potu, & prauo, & saepius, quam oporteat, & intempestiue, & malè praeparato, & vario se replentes. atque sic alij ad sexagesimum, alij ad septuagesimum, rari octuagesimo, rariores nonagesimo vel centesimo anno ita moriuntur, vt non casu, neque vi aut morbo, sed potius quasi naturali quadam morte ab-

sumpti intereant: de quibus tantum est sermo. Atque vt exemplo commodiore vtamur, capiamus annum octogesium, qui est terminus communis vitae humanae, non solum nostra aetate, sed antiquo tempore etiam fuit, vt Dauid testatur in Psalmis, in Cantico Moysis: antea autem si quis moriatur, non naturali morte, sed vi morbi absumptus existimatur. Certum est, quod si homo recta ratione viueret, quod aliquanto diutius vitam extenderet, neque enim negare possumus, cum in magnis excessibus maximè sectionis venae & curarum, quin homo euidenter vitam breuiorem efficiat: quod ergo euidentissimum est in magnis excessibus, in paruis eandem habet vim licet occultiozem. Errorem autem in vita hunc adesse perpetuum, quisque intelligit qui nostras actiones penitare velit, cum saltem malam sequamur consuetudinem: iam ergo proponatur iuxta dicta duae lineae a b vitae naturalis exquisitae recte longior & c d vitae quam is victurus est, id est, annorum octuaginta, quam constat esse breuiorem aliquanto. Et proponatur error quadragesimae partis in ipsa vita, quamuis sit longe maior: quotusquisque enim est qui non saltem edat bibatque quadragesima parte, plusquam oporteat in comparatione ad naturam, id est, vt natura fatigatur quadragesima illa parte amplius quam debeat: idem dico de laboribus, curis, vigiliis, venere. Sed hoc non est generale: habetque multas exceptiones inuicem pugnantes, vt tandem concludam non concoqui plenè posse, & ob id impurum manere, vnde citò dissoluitur, & calorem etiam naturalem extinguit: atque etiam ob id, tum quia debitos labores, & multo minus ad perfectam aetatem perferre non possunt, densari nequit & pinguescere, vt duplici causa multo celerius resoluatur, vna etiam calorem extinguat. Sit ergo a etalis pars a b,

|             |       |       |       |
|-------------|-------|-------|-------|
| qualis c f, | <hr/> | <hr/> | <hr/> |
| c d. Cum    | a     | e     | b     |
| ergo a b    | <hr/> | <hr/> | <hr/> |
| consumitur  | c     | f     | g     |

in octuaginta annis, semper seruat proportionem cum vita contracta, quae aequaliter absumitur; quia proportionem illae aequales sunt in minore inuicem sicut in maiore, & inaequales seruant eandem proportionem, sumatur ergo a b annorum cclvij. mensium v. & absumatur semper quantitas aequalis octuagesima a e, & quadragesima a b & residuorum.

Prop.  
Et in cel.  
& 2.



| An. | An. | Quad. | An. | An. | Quad. | An. | An. | Quad. | An. | An. | Quad. | An. | An. | Quad. | An. | An. | Quad. |
|-----|-----|-------|-----|-----|-------|-----|-----|-------|-----|-----|-------|-----|-----|-------|-----|-----|-------|
|     | 257 | 20    | 14  | 168 | 32    | 28  | 106 | 25    | 41  | 65  | 27    | 54  | 36  | 6     | 68  | 13  | 23    |
| 1   | 250 | 0     | 15  | 163 | 24    | 29  | 103 | 0     | 42  | 63  | 2     | 55  | 34  | 10    | 69  | 12  | 10    |
| 2   | 242 | 30    | 16  | 158 | 21    | 30  | 99  | 17    | 43  | 60  | 19    | 56  | 32  | 16    | 70  | 10  | 38    |
| 3   | 235 | 28    | 17  | 153 | 23    | 31  | 95  | 38    | 44  | 58  | 0     | 57  | 30  | 24    | 71  | 9   | 28    |
| 4   | 228 | 33    | 18  | 148 | 30    | 32  | 92  | 23    | 45  | 55  | 22    | 58  | 28  | 34    | 72  | 8   | 19    |
| 5   | 222 | 5     | 19  | 144 | 2     | 33  | 89  | 11    | 46  | 53  | 7     | 59  | 27  | 6     | 73  | 7   | 11    |
| 6   | 215 | 23    | 20  | 139 | 18    | 34  | 86  | 2     | 47  | 50  | 34    | 60  | 25  | 19    | 74  | 6   | 4     |
| 7   | 209 | 8     | 21  | 135 | 0     | 35  | 82  | 36    | 48  | 48  | 24    | 61  | 23  | 34    | 75  | 4   | 38    |
| 8   | 203 | 0     | 22  | 130 | 25    | 36  | 79  | 34    | 49  | 46  | 16    | 62  | 22  | 11    | 76  | 3   | 34    |
| 9   | 196 | 37    | 23  | 126 | 15    | 37  | 76  | 35    | 50  | 44  | 10    | 63  | 20  | 29    | 77  | 2   | 31    |
| 10  | 191 | 1     | 24  | 122 | 6     | 38  | 74  | 0     | 51  | 42  | 6     | 64  | 19  | 9     | 78  | 1   | 29    |
| 11  | 185 | 10    | 25  | 118 | 7     | 39  | 71  | 9     | 52  | 40  | 4     | 65  | 17  | 30    | 79  | 0   | 28    |
| 12  | 179 | 25    | 26  | 114 | 9     | 40  | 68  | 15    | 53  | 38  | 4     | 66  | 16  | 13    | 80  | 0   | 0     |
| 13  | 174 | 6     | 27  | 110 | 15    |     |     |       |     |     |       | 67  | 14  | 37    |     |     |       |

Vt corrigas tabulam, scito quod numerus quadragessimæ cum superiore annorum numero à lequa componit numerum quadragessimæ superioris simpliciter, aut abiectis quadragenariis. Velut è regione trigesimali anni, sunt anni nonagintanovem, quad. 17 è directo anni 29, sunt anni 103, quad. 0. adde 17. quad. ad 103. fit 120. abice 40. ter nil superest, & ita nulla est q quadragenaria è regione 29. & 103.

Rursus cum devenimus ad annos 79. supersunt solum 28. quadragenaria, & est minus anno, sed hoc fieri ob fractiones & numerorum partes, & etiam si esset aliquis error, esset magis ad augendum numerum annorum 257. mensium sex quàm ad diminutionem, ideo non curavi de exacta veritate.

Præterea ex hac tabella dignoscis, quod in ultimis annis parum potest produci vita in comparatione ad primos, veluti in 60. anno supersunt annis 20. ex vita ordinaria,

| An. | An. | Quad. | An. | An. | Quad. | An. | An. | Quad. |
|-----|-----|-------|-----|-----|-------|-----|-----|-------|
|     | 257 | 20    | 87  | 314 | 33    | 94  | 383 | 11    |
| 81  | 265 | 3     | 88  | 323 | 34    | 95  | 394 | 3     |
| 82  | 272 | 34    | 89  | 333 | 5     | 96  | 405 | 6     |
| 83  | 280 | 32    | 90  | 342 | 26    | 97  | 416 | 27    |
| 84  | 289 | 0     | 91  | 352 | 16    | 98  | 428 | 13    |
| 85  | 297 | 16    | 92  | 362 | 16    | 99  | 440 | 11    |
| 86  | 306 | 0     | 93  | 372 | 27    | 100 | 452 | 22    |

Et ex hac tabula dignoscemus quantum quisque possit vivere, quouis tempore ætatis suæ, illud intelligendo quod non est eadem mensura omnibus, vt neque vitæ ordinariæ, nec magnitudinis corporum, nec ingeniorum, nec eiusmodi in aliquibus vita decrescit per vigesimam partem, hic scilicet qui ordinatè viuunt, aliis vix sexagesima, quanquam paucissimis. Hic ergo numerus maximè cõcordat cum experimentis duobus, quæ apparuerunt parum ante tempora nostra, scilicet Ioannis de temporibus: qui vixit annis 361. & Richardus de temporibus, annis 400. Et ambo fuerunt milites Caroli Magni, nam non potuerunt omnino prospicere vitæ rationi exquisitissimæ. Referunt etiam in India nostris temporibus vivere ad centum quinquaginta annos, cuius causam transferunt in aërem: ego potius in vitæ genus, abstinent enim carnibus, ouis, caseo & vino, vtunturque fructibus tantum, & viuebant sine solitudine vlla & curis. Vnde rectè insinuatum est etiam ultra historiam, quod Adam esset

Tom. IV.

ex exacta paulo plures quàm 25. scilicet 25 cum dimidio. Ergo à 60. anno non poterit per quamvis custodiam homo producere vitam plus annis quinque cum dimidio. Et si dicas tunc custodia maximè opus est, & magis quàm vnquam, respondeo quod verum est, sed non ad producendum vitam, sed ne in morbum incidas: nam ex quocunque morbo homo ab ea ætate perit, cum habeat aded imbecilles vires. Ex hoc patet, quod alexius Cornarius, patritius Venetus, cum incœpisset custodiam anno 36. cum posset viuere 44. annis, iuxta rationem vitæ communis, potuit producere eam annis 79. igitur annis 25. plusquàm vixisset vita cõmuni etiam quodd fuisset sanus.

Si ergo aliquis sit victurus centum annis vita communi addemus eodem modo trigessimam nonam partem, id est quadragessimam partem, & quadragessimam quadragessimæ huic numero, & vnum amplius, & habebimus numerum vt infrà.

perpetuò victurus, si non degustasset fructum arboris boni & mali, id est, quod mors nobis obrepit ob sollicitudines & curas. Auenzoar autem cum vixerit cum multis curis, & fuerit in carcere Hali, & ab eo per iniuriam vexatus, & natus in malo aëre, sola ratione victus produxit vitam ad annos 135. vt testatur Auerroës, quid euenturum erat, si in bono aëre educatus nihil graue, & aded diuturnum expertus fuisset?

Pro vsu autem huius & superioris tabulæ, si quis proponat iuuenem ex stirpe eorum, qui viuunt sexaginta annis, iam natum decem & septem annos, velimusque scire quantum viuere possit, vide è regione 20. annorum in primo ordine, & habes annos 139. Quad. 18. & ab hoc numerà 17. annos, & habebis annos 37. è regione, quorum sunt anni 76. Quad. 35. id est, menses 10. dies 15. vel iunge 17. numerum annorum exactorum, & 20. numerum annorum deficientium ab 80. sunt anni 33. vt prius, è quorum regione habet annos 76. quad. 35.

BBb 2

At



At scio multos qui parum consideratè hæc legunt, obiecturos, primum quod neque mihi, neque ulli alij potui, vel ad centum vel ad nonaginta annos vitam producere. Secundum, quod si vita humana esset eiusmodi, naturaliter esset ut in pluribus: at vix inuenire licet aliquem qui excesserit centesimum vigesimum annum. Et maximè cum scriptum sit. Non spiritum meum in carne ultra centum viginti annos & loquitur Deus. Videtur etiam necesse hoc volenti, cupere totam vitam sub incerto fine, & non vacare, nec negotiis nec voluptati, quæ sunt duo illa præcipua, quibus vita nostra constat, & maximè amittere bona, adeò secunda ob tam leuem & inanem spem. Absurdum etiam esse hoc quod latuerit tot præclaros medicos atque philosophos, quorum nullus de hoc sermonem fecit. Hæc & huiusmodi sunt quæ mihi obiici posse sentio. At rogo quid admirabilius est, an solem esse plus centies & sexages terra ac mari, an homines tamdiu posse producere vitam? Et plures imperito hoc quam illud creditari sunt: & tamen res illa ita se habet, nec apud sapientes dubia est: nedum incredibilis. Similiter quod corpus adeò tenue, debeat adeò celeriter circumferri, ut in vno ictu pulsus debeat peragere spatium bis mille quingentorum millium passuum, & tamen & illud demonstrari potest eidentissimè. Ergo ut ad obiecta respondeam serò mihi hoc inuenire contigit, infeliciter natus, peius educatus & imbecilli corpore ac natura, quod aliàs dixi, nec forsan in quibusdam sufficiat educatio ab initio, sed requiritur successio, qualis fuit olim per multas ætates, sic progesserantur gigantes & homines ad miraculum usque, docui etiam exacta media ætate, hoc vix fieri posse. Contingunt præterea multa impedimenta. Sufficit nobis scire quid sit in natura hominis, non quæro modò quomodo faciendum: nec est præsentis instituti, quin etiam verisimile est ad hoc esse viam quandam compendiosiore, quæ minimè latuerit antiquos, maximè Hebræos. Et forsan etiam hoc nostro tempore haberi posset quamvis lateat. Vnum est certum, oportere ab initio vitæ (qui viam hanc exquisitam, quam hic trado, sequi voluerit) constituere formam victus, & tum maximè contractam, quoniam (ut visum est in tabula) ex minimo errore, & breui tempore plurimum temporis vitæ perit. Oportet autem multa adesse, corpus moderatè sanum & mediocriter saltem constitutum, institutorem sapientem, obedientiam pueri, & per omnes ætates cum patientia summa commoda diuitiarum, & bonum aërem & fortunam blandientem nostro proposito, ne quis casus in tanto tempore aduersus nos impediatur, ob tot & tanta quæ necessaria sunt, & assidue, idè res hæc fabulosa visa est ad hanc usque diem, tum maximè quod nemo eam docuerat. De dicto Moyse non laboro, cum simus medici ac philosophi non theologi. Quin etiam post hæc vixit Abrahamus annis. clxxv, Isaac au-

tem clxxx. Iacobus cxlvij. sed non laboro de his, verum relinquo illa sapientibus: melius est ergo ut demonstrationem adducam huius, cum experimento etiam coniunctam. Constat enim quod humidum pingue euanesceat per ætates, seu à calore innato, seu ab aëre consumatur, & quod humidum pingue purum, ac densum tardè absumitur, sicut apparet experimento de oleo & sepositis, quæ durant longiori tempore, quam si nil tale admistum habeant hæc pingua, similiter aqua quadruplo celerius, imo longe velocius absumitur oleo in vase feruente. Et ita de pinguedinibus variorum animalium de ligno iunipero, quod referunt durare in annum, cur alia non possint ad sex dies. Certum etiam est, quod coctio condenset, & est Philosophi in quarto Meteororum. Si ergo coctio perfecta fiat, & purissimum humidum restauretur, dubium non est, quin homo possit viuere sexcuplo plus aut etiam octuplo: quia cum res peruenit ad quemdam terminum, tunc acquiritur perfectio quædam ultra omnem fidem, sicut videmus de auro, quod prorsus etiam longo tempore ab ignibus non absumitur: adeò ut liceat dicere, forsan non esse contra rationem, quod detur humidum, quod nunquam à calore naturali absumitur, quia non est par ratio de auro & humido humano, nam in auro non est calor nisi ab exteriori igne, sed in humido nostro est calor intus, & secundum substantiam, ut saltem habeamus experimentum longissimæ vitæ & humidi quod vix à calore, & non nisi multis in sæculis absumatur. Atque hæc (ne incurramus irrisionem Galeni) de Philosopho qui pollicebatur perpetuitatem vitæ, quanquam non ob id refugiam hoc, ut negem posse hominis vitam esse perpetuam, quod Galenus Philosophum hoc dicentem irriserit, sed quod videamus omnia sublunaria interire, quod sciamus omne compositum debere dissolui, quoniam compositio sit accidens, & accidens est medium inter ea quæ sunt & non sunt: loquor de huiusmodi accidentibus quæ adueniunt. Demum, quoniam calor ille sit in ipso humido, idè cum hæc non animaduernerit Galenus, potius fuit vates in irridendo, quam sapiens, ut autoritate eius moueri debeamus. Hanc coctionem non animaduernerunt medici, sed solam illam bonam quæ est causa sanitatis, quæ stat cum vigilia, labore & ciborum multitudine, cum illa exacta non stet nisi cum optimis & paucis valde cibis, quiete ac somno. Et ideo sunt sex genera coctionum, dico quod ad perfectionem attinet corrupta, imperfecta, imperfecta morbosa, imperfecta quæ emendari potest, has omnes vitæ docent medici: bona quæ est cum longa sanitate, cui medici student: valde bona quam per vrbem quasi cognouerunt, & exacta quam nec per somnium quidem viderunt, quæ sola est causa tantæ longitudinis vitæ, cura tamen nunquam fuerit vel admodum parum interrupta. Hoc autem inter cætera ostendit experimentum de elephantis, quos

Aristoteles



Aristoteles ducentis annis vivere constanter affirmat, alius dixit esse trecentis. Ut constet iam in natura animalium & in genere caloris habentis magnum motum, & substantiam tenuem hoc inueniri posse, vt excludamus planas de quarum vita longissimas satis constat, sed quia caret motu euidenti calor in illis, & substantia est crassa animalium comparatione non laboro. At de elephanto omnes consentiunt quod sit omnium ingeniosissimum, adeo vt multi homines illos industria & cognitione inferiores esse videantur. Neque etiam verisimile est quod natura hominem fecerit hac in parte illo inferiore, praesertim cum de nullo alio animali apud Aristotelem dubium sit, & vbi modo aliquod dubium esset propter querelam Theophrasti, & illud quod solet praedicari de ceruis, tanto magis verisimile est indignum fuisse hominem concedere tot animalibus in diuturnitate vitae. Quam obrem cum haec tractatio ad libros de tuenda Sanitate spectaret, homines ad eos relego, nam ob id illos conscripsi quod viderem Galenum nec hoc vidisse nec multa alia, sed eorum loco longas & inutiles disputationes inseruisse. Verum etiam, quoniam eam tractationem diuulsit, vt alia cogamus quærere in libris de Alimentis, alia, de cibis boni & mali succi: tam verò & tractatio ipsa eduliorum est imperfecta, & multa etiam deficiunt circa genera: in quo est excusandus ob varietatem regionis & ætatis. Deest præterea maxima pars, quæ nec ibi nec alibi habetur, scilicet, de ciborum præparatione. Quod etiam hæc latuerint tot præclaros viros, quid mirum? cum Hippocrates vixerit seculo illo agresti, in quod non est mirandum, quod aliquid, pauca quædam & abstrusa omiserit, sed quod tam multa tam bene inuenerit, vt fuerit, sicut de Pindaro dicitur, imò longè verius quam de Pindaro inimitabilis. De Galeno quid mirum, qui non nisi veterum scripta collegit, atque vtinam saltem bene. De Aristotele is multa inuenit suo Marte, & Theophrastus longè plura. De aliis, dico tam medicis quàm philosophis, hoc est, quod queror, quod in spatio pene duorum millium annorum, non hoc quod valde reconditum erat, sed nec leue vllum experimentum, vel naturæ arcum, vel vitæ salutare auxilium inuenerit. Sed litigant de nugis & rebus inutilibus, & etiam quæ sciri non possunt, ad plerumque non sine magna impietate. Quod verò necesse sit amittere voluptatem, & negotia prætermittere volenti hanc vitam longam adipisci, quæ postmodum etiam valde incerta est: dico quod quantum ad voluptates & negotia, non esse necesse, sed solum superfluas res, & damnosas & irritas, quas etiam philosophi & ciuitatum institutores, & morum censores docent debere vitari, etiam nullo proposito emolumento, ac reliqua consuetudo efficit non solum grata & tolerabilia, sed etiam iucunda. De incerto fine, quid est certum

Tom. IV.

apud homines, nisi hoc nihil certum esse? Verum tamen si quis respiciat ad præmium tam singulare est, & nobile atque vtile, vt non lulerit operam immerito, quicunque cum spe tam illustris commodi, & tam exigua iactura rerum, ac minore periculo se huic aleæ experiundæ commiserit. Cum, si quis hoc ipsum adipiscatur, verè dici possit summum bonum adeptum esse: Non solum compos factus diuturnitatis vitæ, sed cum illa tot voluptatum, quæ in longo tempore percipiuntur scientiæ tot rerum, quas non nisi temporis longitudo ostendere potest, tot denique casus videre tuum opum incrementum, quod quasi certissimum est in longa ætate & vsu sapienti & autoritate plena, adeo vt ferme necesse sit ad principatus speciem deuenire qui tamdiu vixerit, tum gloria ipsa incomparabili. Hæc autem maxime accidere necesse est, quod vt visum est, quanto longior fuerit ætas eo firmiores etiam sunt illius partes quæ ad mortis tempus appropinquant pari ratione, vt ex tabella prima deprehendere licet, quod si cum hoc sobolis felicitas accedat, non obscurum est huiusmodi posse dici vltimam hominis felicitatem apud eos, qui humanas res aliquid esse putant. Accidunt autem hæc sponte in sæculorum renouationibus, cum humanum genus consumitur, seu qui superiunt ob robur, seu ex terra geniti, vt dubitat Aristoteles. Hæc credit, tum ob aëris puritatem, & maximè quod alterutro modo ex calidis regionibus & sublimibus locis homines reparari necesse sit, tamen etiam ob victas simplicitatem, cum in altera superiunt soli pisces in altera ne hi quidem, vt in Arcanis demonstratum est. Atque etiam ob curarum absentiam: siquidem homine illi gaudent, reges ex agricolis haud dubiè terrarum facti, ac quasi securi molestiarum ad hanc ætatem perueniunt longa spatia temporis, & propagandæ sobolis habentes, vt felicissimè viuant, restituti ex optimis quibuscunque aureæ illi ætati, non solum ob vitæ sinceritatem atque splendorem, sed etiam longitudinem sic appellatæ. Quæ finem habuit dum satis (vti cœperunt) è Saturno in vsum traditis: vnde etiam falcis insigne accepit. Eadem tamen ætate paucissimi ex infinitis diutius quam nostra vivere cœperunt, cæteri omnes minus quàm nunc, quod neque vestitus corporum ab inundatione parta, neque aëris puritas à squaloribus maneret, & edulia multo pauciora essent hominibus & incondita.

*Propositio centesima octuagesima quarta.*

Quæcunque grauia in vorticibus aquarum merguntur, in medio vorticis primum versa mergantur.

Hanc proponit Aristoteles, sed non quantum necessarium est explicauit, vnius enim quæ-

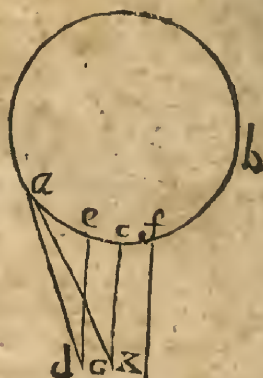
B B b 3

sti,



siti, id est, primi multiplicem rationem reddit. Sed neque illam perfecte, quod amborum causa vna sit, ac coniuncta, sic ergo

ad illum locum feretur. Tertio, quia latus  $\kappa$  impellitur, in maiore circulo: ideo ma-



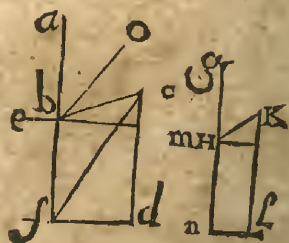
vortex, cuius extremus circulus  $a b$  centrum in aquæ superficie  $c$  capacitas vorticis  $d e$ , ut aqua feratur per spatium  $d e f g$ ,  $h \kappa$  in maiore circulo nanis, aut aliud graue, quod natura sua non esset descensurum (ut falso exponitur de lapide, nam lapis, nec reuoluitur, nec fertur ad  $d e$  circulum intimum, sed præoccupat ex gravitate sua fertur in intimum) dico quod  $h \kappa$  prius circumvoluetur, inde trahetur ad  $d e$ , & ubi fuerit ibi descendet, sed si leuius sit necessario perueniet ad  $c$  antequam descendat. Cum ergo aqua grauis sit tota, fertur ad circulum  $d e$ , ut descendat. Sed & quia descendit per  $d e f g$ , & magis ex centro  $e$ , ideo omnes partes circumuicinæ trahuntur ad  $d e$ , & ad  $e$  centrum superficiei vorticis, tanquam ad ad centrum, ut descendant, atque id primum. Cunque lignum descendat partim propria gravitate, partim attractum, si fuerit leue corpus, ut pluma, quod natura sua non descendat, necesse est, ut descendat sola vi attractionis, quæ non est tanta in toto  $d e$  quanta in  $e$ , igitur oportet ut prius perueniat ad  $e$  quam descendat, quia contra naturam propriam descendit vi attractum. Cum verò pars quæ in directo  $c$  est, velocissime descendat, conantur omnes partes aquæ, quæ circa sunt descendere, & cum non possint simul peruenire, mouentur ad illud linea, dico quia habent initium in  $e$ , circulus autem nullum habet initium, igitur videntur moueri circulariter. Sed cum in circulo partes à centro moueantur, velocius mouebuntur, velocius in elica  $a b$  quàm  $l m$ , &  $l m$  quàm  $n o$ . Et ob has duas causas mouebuntur velocius partes quæ sunt circa  $c$ , quàm distantes ab eodem, tum quia in medio, tum quia tardius mouentur motu elice. Declaratum est enim superius quod vnus motus in eodem mobili alium impedit & retardat. Cum ergo  $h \kappa$  sit in spatio  $a b l m$  & aqua rapiatur motu, dico ad  $d e$  mouebit ad  $d e$ , & motu dico qui videtur circufaris, nam mouetur motu eius à quo sustinetur. Mouetur etiam ad  $d e$ , quoniam pars illa est humilior, nam semper descendit, omne autem quod mouetur partim est in termino, à quo, partim ad ad quem, ideo partim iam aqua illa cum descendat humilior est locus, igitur nauis

iore impetu quàm  $h$ , quare descendet & circulo mouebitur, nam si  $h$  quiesceret palam est, quod nauis circulariter moueretur, sed  $h$  fungitur vice quiescentis, quia tardius mouetur quàm  $\kappa$ , igitur  $\kappa$  mouebitur ad  $d e$  & motu circulari aut particeps eius. Quarta causa est, quoniam  $h$  cupit descendere, ut graue: ergo ferri ubi minus impediatur à motu violento, at minus impeditur in circulo, de qua  $a b$ , quia  $a b$  cum maioris sit ambitus aqua in eo vltius fertur quam in  $d e$ , ob hæc omnia & in mari & fluminibus ac lacubus cum naues fuerint in ambitu vorticis iam rapiuntur ad illum, & circulari motu, isque motus est indicium submersionis, quoniam indicat aquam, ibi propè descendere recta versus centrum, & ob id prudentes nauæ magna vi ventorum & remorum sæpe seruant se, præoccupantes motum elicum recto motu. Cur autem aqua quæ est in  $a$ , non potius feratur per obliquam lineam ad  $d$  vel  $g$ , quam ad  $e$  vel  $e$  inde ex illis ad  $d$  vel  $g$ , præsertim cum adsit breuior  $a e$  &  $e d$  &  $a g$  breuior  $a e$  &  $c$  (ut docet Euclides) causa est quia aqua quæ descendit per  $e d$  &  $c g$  maiore impetu descendit quàm per  $a d$  vel  $a g$  ut demonstratum est, ergo non poterit quæ est in  $e d$  vel  $e g$  loco dimoueri, nec cedere aquæ per obliquam lineam descendentem.

*Propositio centesima octaua quinta.*

Cur homo sedens quanto altius sedet, & quanto magis crura ad femora & femora ad pectus reclinata habet, facilius consurgat, cum tamen hæc opposito modo inuicem se habeant, declarare.

Huius secundam partem Aristoteles in Cornu



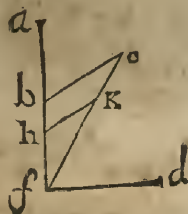
Mechanicis proposuit; sed neque sub adiecta dubitatione, sedens  $n$  altius  $a b$  pectus  $b c$  femur



b c femur, c d crus eiusdem vel æqualis, pectus g h, femur h κ, crus k l longior b f quam h n facit, vt facilius surgat a b c d quam g h κ l, & tamen anguli a b c & b c d sunt maiores g h κ & h κ l, quini no cum volumus surgere contrahimus c d & κ l prope & e regione a b, igitur patet ratio secundi, propior n est c d ipsi a b quanto angulus a b c minor est, qui æqualis est b c d. Cum ergo quanto propior est c d ipsi a b eo facilius surgat, quoniam particeps magis dispositionis per quam surgit, propior autem quo anguli sunt acutiores ideo facilius exurgit homo, quo contractiora sunt crura, & anguli femorum ad crura & pectus minora. Hucusque Aristoteles & bene.

Sed cur rursus contractiora dū sunt crura, homo facilius exurgit. Proponantur c f contracta ad perpendicularum, & inclinetur b a in o vt fiant b o & f c e qui distantes, ita enim commodius surgimus: nec aliter qui sunt imbecilliores: quia ergo b est in directo f, ideo musculi femoris inferiores ob crus, & superiores ob pectus sunt magis tensi & anteriores cruris itidem, ideo maiore vi trahunt particulam. Vnde manente fixo f & capite etiam & pectore grauitate sua adiuuantibus, facilius homo exurgit quam ad latos angulos cum contractio, vt dixi, musculorum & inclinatio partium superiorum fiat maior.

Rursus pro prima parte problematis, dico quod quanto altior est b f tanto facilius exurgit, nam supponatur angulus reflexionis a h e æqualis a h e æqualis a h c, & b c k æqualis h κ f, igitur cum b f sit breuior b f, erit h κ breuior b c & f k, f c quare b c femur, & f c crus erunt violentius extensa quàm in situ h κ, κ f ergo, musculi facilius erigent sedentem altiore loco quàm humiliore, quod erat demonstrandum.



*Propositio centesima octuagesima sexta.*

Bi fuerit proportio primæ & secundæ quantitatis ad tertiam, vt primæ & quartæ ad quintam, fueritque quarta secunda maior, erit proportio quartæ ad quintam maior quàm secundæ ad tertiam.

Quod si fuerit maior quartæ ad quintam quàm secundæ ad tertiam, necesse est quartam secunda esse maiorem.

Sit proportio a & b ad c, vt a & d ad e sitque d maior b, dico maiorem esse proportionem d ad e quàm b ad c, quod si maior sit proportio d ad c quàm b ad c, quod si maior sit proportio d ad e quàm b ad c, dico d esse maiorem b. Quoniam enim est d est maior b

$$\begin{array}{ccc} & a & \\ \hline b & - & d \\ \hline c & & e \end{array}$$

ad d est maior a b per communem animi sententiam, igitur cum sit proportio a d ad e vt a b ad c erit e maior c igitur minor, proportio a ad e quàm a ad c, at proportio totius a d ad e est æqualis proportioni a b ad c, igitur ex communi animi sententia maior proportio d ad e, quàm b ad c. Rursus, si maior est proportio d ad e quàm b ad c, igitur per communem animi sententiam maior est a ad e quàm a ad c, igitur e maior quàm c, sed d maiorem habet proportionem ad c quàm b ad c, igitur d maiorem quàm b.

Per 14. quinti Elem.  
Per 8. eiusdem.

Per 10. quinti Elem.  
Per eadem sapius repetitam.

*Propositio centesima octuagesima septima.*

Si eisdem viribus & eadem proportionem cum auxilio ponderis tertij, quantum pondus moueatur quibus secundum auxilio primi, necesse est quantum pondus tardius & maiore cum difficultate moueri quàm secundum.

Maneat prior figura, & sint vires aquæ cum pondere b moueant c pondus, & cum d pondere eadem vires sub eadem proportionem moueant e, si autem pondus d maius quàm b, dico e tardius & difficilius moueri quàm c. Nam ex præcedente e erit maius quàm c, & proportio d ad e maior quàm b ad c, & proportio a ad e minor quàm a d c, tum ergo propter vestem magis pressum, tum quia d non mouet e, nisi motum ab a, necesse est vt tardius & maiore cum difficultate admoveat e quo a b mouet c. Et ideo eo perueniri poterit absque dubio, vt a b moueat velociter e & a d, nullo mouente. Quia hoc accidit cum d non mouet c nisi quia motum ab a.

Com.

*Propositio centesima octuagesima octaua.*

Si vires aliqua moueant cum ponderibus aliqua pondera, vt composita proportio sit eadem proportioni virium & duorum ponderum mouentium aggregatum æquale duorum ponderum, vbi maior fuerit partium inæqualitas, ibi erit maior difficultas.

Sint vires a, & aggregatum ponderum b c & d e æqualia, & a cum f & g moueat b & c sub proportionibus componentibus eandem proportionem, quam component proportiones a & h mouendo d & a, & κ mouendo e, & sit maior differentia ponderis ad d quàm c ad b, dico quod maiore cum difficultate mouebuntur d & e quàm b & c. Nam cum differentia e & d sit maior quàm c & b, & d e & b c sint æqualia, erit e maius c, igitur e difficilius mouebitur ab a & κ quàm c ab a & g. Iridem quia e tanto maius est c, quanto b maius est d, &

$$\begin{array}{cc} a & \\ \hline f & g \\ \hline b & c \\ \hline h & k \\ \hline d & e \end{array}$$

Com.

Per præcedentem.

Com.

B B b 4 - propor



proportio a k ad e & a h ad d, conficiunt proportionem a g ad c & a f ad b, erit vt motus d e sint tardiores & difficiliore motibus b c, per regulam dialecticam, nam difficultas motus e supra difficultatem motus c, est maior quam difficultas motus b supra difficultatem motus d, igitur difficultas motus d & e, maior est difficultate motus b & c, quod erat demonstrandum.

*Propositio centesima octuagesima nona.*

Si pondus minus ad longitudinem maiorem sub æquali proportionem coaptetur, facilius deorsum trahetur quàm quod maius est & propius.

Sit situla, aquæ f annexa tigno in e & ad



Per 45.  
Propof.  
Prinp. 109.

minuendū pōdus addatur ex aduerso e longius seu vincatur pondus a, dico quod commodius erit quā si æquale ad grauitatē addatur b propius in e, nā quia b æquipōderat in d vt a in e, & homo trahens ex e plus potest quā ex d, igitur facilius trahet ex e quā d. Et quoniā graue minus ponderat quanto magis distat à medio, licet moueat magis, ergo inclinatum ad medium, cum ergo moueatur velocius ex e quam d, & semper velocius descendendo in comparatione a g h, igitur semper magis & magis velociter ex e quā d vt fit duplex incrementum & comparatione c e ad c d & descensus ad descensū in utroque & similiter in reditu, quia, facilius impelletur sursum e quā d per primam rationem.

*Propositio centesima nonagesima.*

Si fuerit primum graue minus secundo, & secundum minus tertio, proportio autem primi ad secundum multo maior quā secun-

di ad tertium, possibile erit propositis viribus eisdem addere pondus secundo, vt ipsum & tertium moueantur facilius ab eisdem viribus, & primo vel secundo quā antea.

Sit a pondus minus, c maius, proportio a ad b multo maior quā b ad c, vires d, & d cum a moueat b & cum b d cum a moueat c, dico quod poterit a b c addi pondus ad b vt d cum a moueat b, & d cum b moueat e maiore facilitate componendo proportionem quā antea: Cum enim fuerit proportio d b ad c minima, quantumcunque moueatur b facile ab a d plus refert difficultas c moti a b d: igitur cum addito pondere dimidio quod a superat b omnino vinciat ad ipsum b, cum eo quod additum est, & tanto minor sit difficultas motus c a b d cum pondere addito, sequitur vt minor sit difficultas motus b cum pondere addito a b a d, & motus c a b cum pondere addito & d quā b & c a b a & b cum viribus d.

Per 188.  
Per 187.

Ex hoc patet quod qui interpretati sunt Aristotelem, cum non possit nec intelligi nec demonstrari, fucum fecerunt legentibus: nihilominus hoc illis debemus, quod si Phrynis non fuisset, Timotheus non fuisset, nam nisi illi quod sciuerūt protulisset in medium, ego forsitan aut illa non intellexissem aut neglexissem. Itaque & reliquas habes à nobis expositas licet non adeo diligenter, & modum huiusmodi exponendi. Subiiciemus autem & hanc, vt obiectæ quæstioni, quantum nerui sit (si penitus quis res sequi velit non additus nimis authoritati veterum vt pedem figere velit, vbi illi res vix tactas reliquerunt) intelligamus.

Quaest. 12.

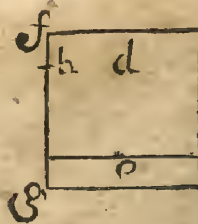
**SCHOLIUM.**

Vocatur autem hæc proportio auxiliaris. Cumque fuerit æqualis d & a ad b vt d & b ad c, dicetur auxiliaris æqualis.

*Propositio centesima nonagesima prima.*

Cum fuerint duo pondera vires duxerisque aggregatum ex viribus & minore pondere in maius, addiderisque insuper quantum est productum dimidij virium in selatus aggregati detracto dimidio virium, dicetur pondus auxiliare æqualis proportionis.

Sint pondera b minus, c maius, & ducatur aggregatum- b K c Com,



ex a viribus & b minore pondere in e, & ei addatur quadratum dimidij a dico



dico quod radix seu latus huius detracto dimidio a est pondus auxiliare æquale, sit productū a b in e superficies & quadratum dimidij a sit e, ita quod tota d e sit superficies quadrata, cuius latus sit f g: f h autem dimidium a dico h g esse pondus auxiliare æquale. Quia enim f g quadratum est æquale quadratis g h, h f & duplo g h in h f & quadratum f h est æquale e superfici ei, erit quadratum h g minus superfici ei d in duplo g h in h f, quare productum a b in e erit æquale quadrato g h in se & a, nam duplo g h in g f & iam duplum g h in h f est æquale producto g h in a, quia a est duplum h f, igitur qualis est proportio a b ad g h, talis g h & a ad c igitur per definitionem datam g h & quantitas grauitatis auxiliariis, æquale.

Per 4. primi Elem.

Per 16. sexti Elem.

Cor. 1.

Ex hoc manifestum est, quod si fuerit datum pōdus tertium auxiliare, quod sciemus quantum addendum vel detrahendum vt fiat pondus auxiliare æquale, nam inuenta g h si fuerit k maior addemus quod deficit, & si minor quā k detrahemus ex k quod est superfluum.

Cor. 2.  
Prop. 187.

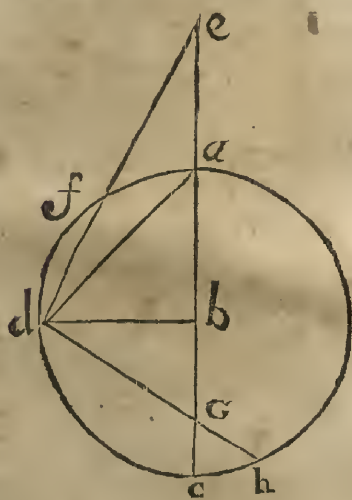
Et rursus inuenta g h vt perficiamus pondus æquale, augebimus aliquantisper, vt fiat æqualis ad vnguem difficultas in motu: iuxta doctrinam superius datam.

*Propositio centesima nonagesima secunda.*

Si ex medio diametri linea ad perpendicularum erigatur ad circuli peripheriā: ex eo puncto autem quotlibet lineæ ducantur seu intus ad circumferentiam vsque, seu extra ad diametrum, erit proportio totius lineæ ad totam, velut mutuo partis ad partem.

Com.

Ex media diametro a c. i. centro b, ducatur ad perpendicularum b d, & ex d lineæ d a d e d h, dico d e ad d a, vt d a ad d f, & d h ad d a vt d a ad d g, & d e ad d h vt d h ad d f. Quia n quod fit ex d e m e f, æquale est ei quod ex e c in a, quod verò



Per 36. terrij Elem. ex e c in e a cum quadrato b d seu b a æquale est quadrato b e, igitur ex e d in e f cum quadrato d b æquale quadrato b e, ex

d e igitur in e f cum quadratis d b & b a æquale quadrato d e. Quadratis autem a b & b d æquale quadratum d e: igitur ex d e in e f cum quadrato d a æquale quadrato d e. At quadratum d e æquale est his quæ ex d e in e f, & f d, igitur detracto communi ex d e in e f, erit quadratum d e æquale ei quod ex d e in d f, igitur d e ad d a, vt d a ad d f. Similiter quod fit ex h d in d g, æquale est ei quod fit ex h g in g d cum quadrato d g, at quod fit ex h g in g d est æquale ei quod fit ex c g in g a, erit quod fit ex c g in g a cum quadrato d g æquale ei quod fit ex d h in d g. Quadratum autem d g est æquale quadratis d b, b g igitur d h in d g æquale est ei quod fit ex g a in c g cum quadratis b d b g, at quod fit ex a g in g c cum quadrato b g est æquale quadrato b a igitur quod fit ex d h in d g est æquale quadratis d b, b a quæ sunt æqualia quadrato a d igitur quadratum a d est æquale ei quod fit ex h d in d g, quare proportio h d ad d a vt d a ad a g. Quia ergo proportio d e ad d a vt d a ad d f, & d h ad d a vt d a ad d g, erit d e ad d h vt d g ad d f.

per 47. primi Elem. Per eandem. Per 1. secund. di Elem. Per 17. sexti Elem. Per 2. secund. di Elem. per 35. terrij Elem. per 47. primi Elem.

Per 5. sexti di Elem.

Per 17. sexti Elem. Per 16. & 17. sexti Element.

Com.

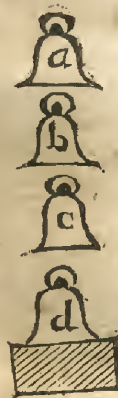
Vnde manifestum est omnes has lineas in suam interiorem partem ductas rectangulum constituere æquale quadrato quod circulo eidem inscribitur.

*Propositio centesima nonagesima tercia.*

Rationem ponderis triplicem explicare.

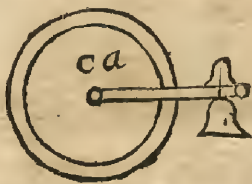
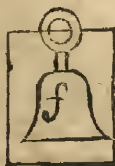
Superius declaratum est quod id quod quiescit, habet motum occultum. Quærit autem Aristoteles cur securis pondere pressa non diuidit lignum, minore verò sed moto sed modo diuidit? Diximus motum inesse qui perpetuo augetur, indicium est, quod si ex a descendat, maiorem facit ictum, quoniam plurimus aer coadiuuat, ex d autem occultum solum, & cum qui fit ratione grauitatis, medium ex mediis locis. Omitto modo de motu aucto per vim humanam, de quo videtur quærere Aristoteles, quilibet enim aer addit super motum iam acquisitum & fit hoc argumentum centies ac millies maius, quoniam m est qui diuidit, pondus autem non penetrat. Sicut ergo cyneus magis diuidit lignum quam claua, ita quod mouetur sine proportionem (vt ita dicam) non solum ob impetu necesse est vt vehementer diuidat lignum aut lapidem subiectum, & non in proportionem distantie. Sicut si pondus in forma securis, & ipsa securis diuidit longè magis ligna quam clauis maioris ponderis & maiore vi descendens: ita pondus motum quam immotum. Hoc adeò perspicuam habet causam, vt quanto plura verba adderentur, eo redderetur res difficilior.

Com. Propos. 16. & 38. Quæst 19. Mechan.





difficilior. Habet ergo propriam solum gravitatem & motum occultum. Ceterum est tertium, genus medium, cum idem pondus appensum est, velut f quod dico esse maius & minus occultum quam si iaceret in plano, quoniam sicut tuber & cavititas in qua iacet simul tempore sunt, natura tamen tuber est prius cavititate, ita pondus appensum prius est, contra nixum vinculi natura & quoadmodum tempore, semper enim grauat, & illud semper resistit supra illius gravitatem: Sed pondus quod est in plano occultam omnino habet actionem bifariamque distinguitur a pondere suspensio: Primum quod pondus quod quiescit & contra intendi principium simul non solum sunt tempore sed etiam natura. Sed in appenso, ut dixi, pondus prius grauat quam vinculum contrapitatur. Secundò, quia pondus in plano non inchoat motum sed pendens inchoat, ideo quod est in plano habet prorsus occultum, quod pendet non: & si sit lignum eiusdem molis & duritiei cui appensum sit f & cui infideat, magis atteretur id cui appenditur, & priusquam cui insidet. Cate-



rùm quod ad gravitatem attinet æqualia sunt, nam aer in utroque pellit deorsum, ac magis quod quiescit in plano: solum enim planum resistit, in pendulo onere etiam aer suppositus, quo fit ut quod pendet, minus graue sit. Sed æqualia videntur.

*Propositio centesima nonagesima quarta.*

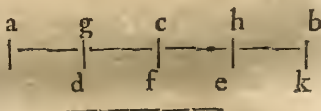
Proportionem ponderis longioris in medio suspensi ad brevius illi æquale & in medio suspensum, declarare.

Quæst. 27.

Hanc generaliter proposuit Aristoteles in Mechanicis, ostenditur enim quod si a b in e, &

d e in f æqualia pondera in medio suspendantur, quod grauius erit a

b quam d e. Et hoc est certum quia a & b extrema plus distant ab hypomochlio. Sit igitur g h resecta æqualis hinc inde d e, pondus est æquale a b, erit g h minus pondere d e in k, igitur per communem animi sententiam k est æquale vero ponderi a g & h b, igitur cum a g & h b plus ponderent in situ suo quam in situ d e, patet propositum quoad Aristo.



telem attinet, scilicet quod a b est grauior d e.

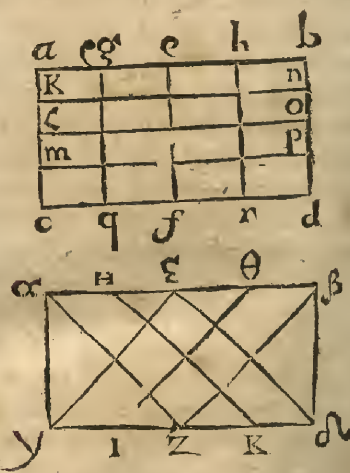
Ut modò ostendam proportionem, erit proportio h b ad g h ut ponderis h b ad totum pondus g b, eadem ratione a g ad g h ut ponderis a g ad totum a h, a h autem est æqualis g b & a g æqualis h b ex communi animi sententia, & pondus a h æquale ponderi b g. quia sunt æquales & in eodem situ: igitur a g, h b ad g h, ut ponderum a g h b ad pondus g b. Et ita patet quod quanto longior est a b in comparatione ad d e, tanto a g & h b in comparatione ad g h, igitur tanto maior proportio ponderum a g h b ad pondus a h, rursus est tanto maius quanto a b est longior per demonstrata in prima parte igitur multo maius est pondus a g h b, quanto longior a b in comparatione ad d e.

Exemplum sit ponderis a b 12. ponderis longitudinis pedum quatuor, d e pondus 12. longitudinis duorum pedum, erunt igitur a g, g e, c h, h b vnus pedis singulæ. Et quia a g & b h sunt dimidium g h erunt ambæ pariter æquales g h & ideo pōdus a g h b æqualia g b ponderi, sed pondus g b est librarum nouem, quia g b est dodratus a b, igitur tota a b est ponderis quindecim, nam g h est ponderis sex, est ergo pondus a b quadrante maius d e.

*Propositio centesima nonagesima quinta.*

Si lectus fiat dupla longitudine ad latitudinem melius suffulciatur restibus ex medio ad angulos, & eis æquidistantibus quam secundum longitudinem & latitudinem.

Hæc proponitur à Philosopho in mechanicis, & dico quod si a b sit dupla a c, & a b a c dupla, & diuidantur ab a c a b a c in quot vis partes æquales inuicem, nam supponitur a b æqualis a b & a c æqualis a c, & ducantur rectæ lineæ decussatim & ad rectos angulos,



& secundum id stantuantur restes, quod decussatim positæ vtiliores erunt, omitto quod decentius ob spatiorum minorem differentiam. Adducam solum tres Philosophi rationes: prima, quoniam ligna non adeò facile finduntur nec incuruantur transuersim tracta,



tracta, vt recta & secundum longitudinem; Et ideo longè plus durabit  $a\beta\gamma\delta$  quam  $a b c d$ , & cum spondis rectoribus, & ideo etiam cum restibus magis intentis: & erit firmior & pulchrior. Secunda ratio est, quod cum restes in secunda constitutione æquales inuicem sint, in prima quæ secundum latitudinem duplæ, quæ longiores erunt magis laxabuntur transversalibus, & ita turpiores & incommodæ breui reddentur, & in secunda constitutione æqualiter sustinebunt pondus & reuolutionem cubantis, tum ob æqualitatem longitudinis inter se, tum ob situm similem inter se, tum ad humanum decubitus dissimilem, nam (vt ostensum est) id præcedenti magis grauat pondus in extremis quam in medio, & magis laxantur ob id quod sunt secundum eundem situm. Et hanc causam expositores non intellexerunt multi, multo minus tertiam, in qua faciunt demonstrationem Geometricam & computant rem numeris. Deinde non animaduertunt quod in secunda figura assument quinque lineas, cum in prima tantum assumpserint quatuor. Peius omnibus est quod demonstratio hæc cum de transversis ad magis transversas lineas sit, non est ad propositum Aristotelis: qui in duabus primis rationibus transversas comparauit his, quæ à latere ad latus & à capite ad caput deducuntur, ita vbi trifariam decepti sunt, ibi maxime gloriantur. Miserum nunc philosophandi genus: voluntque supercilium esse loco doctrinæ. Sint igitur lineæ ductæ vt vides, dico omnes pariter acceptas in prima figura, esse longiores omnibus pariter acceptis in secunda figura, quod intendit demonstrare Aristoteles. Ostenso ergo de duabus, idem supposito numero æquali de omnibus constat. Demonstrandum est ergo  $a b$  &  $g q$  maiores esse  $a\zeta$  &  $\zeta\beta$ , nam  $a\gamma$  &  $\gamma\zeta$  sunt æquales &  $\zeta\delta$  &  $\zeta\beta$  ex supposito; quare  $a\zeta$  &  $\zeta\beta$  æquales sunt potestate quadrato,  $a\beta$  igitur ambæ iunctæ lineæ mediæ inter duplum  $a\beta$  & ipsam  $a\beta$ , quadratum enim  $a\zeta$  &  $\zeta\beta$  coniunctarum est duplum quadratis vniuscuiusque earum pariter acceptis; velut & quadratum mediæ inter duplum  $a\beta$  & ipsam  $a\beta$ , ad quadratum coniunctæ ex  $a b$  &  $a c$  est æquale duplo quadrati  $a b$  cum quadrato  $a c$ , igitur superat duplum quadrati  $a\beta$  in quadrato  $a c$ , sed quod potest duplum quadrati  $a\beta$  est aggregatum  $a\zeta$  &  $\zeta\beta$ , igitur  $a b$  &  $a d$  sunt longiores iunctæ  $a\zeta$  &  $\zeta\beta$  quia possunt eo plus quantum est quadratum  $a c$ .

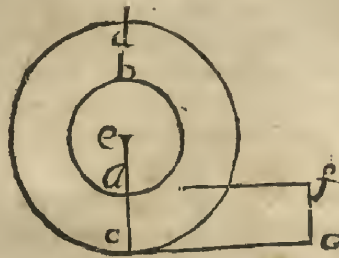
*Propositio centesima nonagesima sexta.*

Si duo circuli super eodem centro eodem motu transferuntur, æquale spatium superant.

Com

Sint duo circuli  $a b c d$  super eodem centro  $e$  qui transferantur super axe per spatium  $c g$  dum resoluitur  $c d$ , tum ergo  $a$  erit in  $f$ ; quia  $c d$  contingit planum  $c g$ , igitur  $e c$  est ad perpendicularum  $c g$ , ergo punctum  $a$  est in  $a f$  æqualis  $c g$ , igitur  $a b$  circulus solum reuolutus est semel, & tantum perambu-

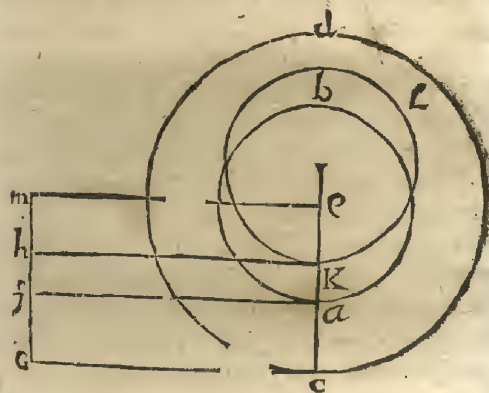
lauit spatij quantum  $e d$  & æquali velocitate, cum tamen seorsum sit proportio spatij



Per 18. tertij Elem.

Per 34. primi Elem.

Quæst. 13.



motui assentietur aliud non, quod si hæc mobilia seiuncta fuissent, quod aptitudinem haberet seiunctum velocius moueretur, quam dum coniunctum est. Cum ergo inquit circulus  $c d$  moueatur ab  $a b$  circulo, nec conferat quicque ad motum; ideo tantum transibit spatium  $e d$  quantum  $a b$  per primum suppositum. Sed quoniam propositio circulo alia non circa idem centrum, utpote  $k l$  reuoluetur & perueniet ad  $h$  ex demonstratis. Respondetur ad hoc, quod idem est, quia vnus circulus tantum per se mouetur circa centrum; reliqui omnes non per se circa centrum; sed ab alio circulo primo mouentur; ideo nihil refert seu sint circa idem centrum seu circa aliud, hoc enim fortuitum est. Ideo ad argumentum respondent cauillosam esse hanc disputationem, cum supponat idem ambobus circulis per se centrum esse. Sed non est per se, verum per accidens. Attamen demiror de huiusmodi solutione: Primum quod ipsemet. Aristoteles de hoc nos docuit in primo Posteriorum dicens. Non est igitur ex vno in aliud genus transcendentem demonstrare; vt Geometricum Arithmetica. Et Auerroës in Commento magno inquit, ea verba exponens. Fieri non potest, vt demonstratio transferatur

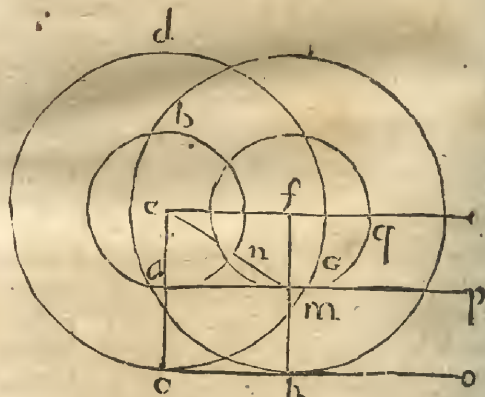


transferatur de arte in artem. Et ibidem docet, quod neque ut ambæ præmissæ sint communes, neque etiam maior tantum, sicut exponēbat Alpharabices. Verum dicit solum licet in artibus, quæ sunt in comparatione generis ad speciem, ut sit conclusio veluti physica maior propositio, in subiecta scientia veluti medicina. Vnde concludit Philosophus. Propter hoc Geometriæ non licet demonstrare quod contrariorum una est scientia: sed neque quod duo cubi cubus, neque alij scientiæ quod alterius: nisi in his quæ ita inter se habent ut altera sub altera sit, veluti perspectiva ad Geometricā, & harmonica ad Arithmeticam. Et post docet quod etiam non licet demonstrare ex communibus: hæc igitur ratio est ex alienis genere atque communibus. Quid, quod non soluit difficultatem quæ mathematica tota est & innititur manifestis principiis. Debuit enim ostendere quomodo tardius moveatur circulus maior ipso minore hoc enim est necesse si eodem tempore debent æqualia spatia pertransire. Accipiamus ergo quod manifestum est, scilicet vectorem esse hanc in qua e centrum perpetuè per æquidistantem lineam fertur in m, nullum autem circulum progressus centri esse causam, nisi ut rota mouet currum & currus axem, reuolutio ergo notæ efficit ut spatium c g pertransseat nota, & ideo motus ille circularis non est, quia circularis motus fit inmanente centro, sed est circulus progrediens vel ut & punctum erat in circulo, hoc est discrimen quod puncta, variantur centrum autem non. Dico ergo ut melius intelligas quod talis motus est velut famulorum fabrorum qui rotam circumducant domum impellentes, talis enim motus, est rectus, & est impulsione non autem circularis. Et ideo omnia puncta æqualiter mouentur, & per æquale spatium, accidit autem ut hic motus fiat circumuoluto, sicut etiam si traheretur fune. Et si quis obiiciat quod hæc responsio est eadem cum illa quæ tribuitur Aristoteli, dico quod non, quia in illa supponuntur duo falsa, vnum quod principium motus aliquando sit in c d, aliquando in a b, quod pro secunda parte falsum est: nam nunquam principium potest esse in a b, nam si intelligamus de modo motus, non mouetur nec a b nec c d motu circulari, quoniam (ut dixi) motus est vector, seu tractio, non circularis. Sin autem de causa motus rotæ illa est in circulo semper maximo, scilicet c d & non a b. Et causa erroris horum fuit duplex: cum enim sciunt hanc rationem, dubitarunt an circulus c d motus esset potius causa motus circuli a b, an contra, ideo protulerunt ambos, sicut illi quibus sublata est res aliqua, ut non errent, dicunt hic, vel hic subripuit rem meam. Secunda fuit, quia nesciuerunt distinguere inter motum per circulum & motum circularem, cum sit magnum discrimen: motus enim rotæ est per circulum, quia per circumferentiam eius, quæ est circulus, non autem circularis. Et si superius appellaui circularē, cum distinxī in triplicem motum sphaeræ circumuolutionem, tunc non

curauī de verbis, quia verba tum non erant causa erroris.

Ex hoc patet vnum, quod est difficilius, scilicet quia certum est, quod tam c d quam a b mouentur super rectas, & ita ut singula puncta c d tangant singula puncta e g, & a b singula puncta a f, & tamen c d circumferentia, aut non est æqualis rectæ c g, aut circumferentia a c non est æqualis rectæ a f, aliter si ambæ circumferentiæ ambabus rectis essent æquales, cum rectæ sint æquales, ut demonstratum est essent circumferentiæ etiam a b & c d, æquales maior minori, quod est impossibile. Non ergo valet argumentum, iste circulus circumfertur super rectam aliquā, ita ut cum redit ad idem punctum rectam perambulauit ad vnguem, ergo illius peripheria est æqualis illi rectæ.

Melius ergo fuisset huius reddere rationem, in quo est tota difficultas, nam illa (ut dixi) de motu circulari nulla est, si quis tam penitus introspeciat. Sit igitur ut rotæ axis c, transeat in f, & quia e a & f g æquales sunt a centro ad circumferentiam, & a g æquidistans b c, erit per demonstrata punctum g in linea f h, & ponamus quod punctum fuerit m, quod translatum, & retro reuolutum peruenerit ad h, & secet e m a b circulum in n, dico quod n est punctum g, in quod etiam est animaduertendum de stupore horum scribentium, nec aduertentium quod puncta circulorum a b & c d retrocedunt, versus a & c, & non versus o & p, & hoc, est quod decipit illos.



Quia ergo m est h & e f, igitur cum n sit in linea e m, erit in linea f h, sed n est etiam in circulo a b, igitur cum nullum sit punctum aliud in linea f h, & circulo g q, quam g est n communis sectio, igitur n peruenit in g. Vides ergo quod m retrocessit per angulum m g h, autem antecessit per angulum n g f, qui est æqualis angulo m g h. Ex quo liquet causa dictorum, & quod non intellexerunt quæstionis fundamentum cum ferantur singula puncta in vna reuolutione æqualiter cum centro motu recto? & motu circumuolutionis sunt immobilia, quia tantum retrocedunt in vna medietate, quantum procedunt in alia.

*Propositio centesima nonagesima septima.*

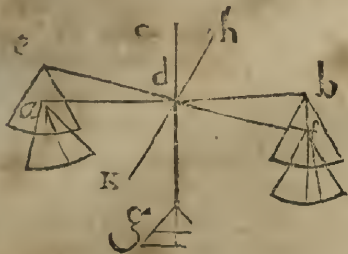
Cur lances ad locum suum suspensi redeant impendentes non, demonstrare.

Alias



Com.  
Q. 2. 7.  
Mechan.

Alias cum viderem apud Aristotelem & eius expositores hoc problema non sum ausus, quia ex propriis non mihi occurrebat demonstratio, rationem reddere, at confecta dialectica statim apparuit modus. Sit ergo libra a b appensa ex trutina c d, & sit per



pondus e ducto loco e f, & sublato reuertitur ad locum priorem: Et rursus eadem si immineat g d sustentaculo non mouetur: igitur palam est quod in trutina d e grauior est quam d f insistens g d, non est adeo grauis, aut omnino non grauior. Neque potest id accidere quod in primo casu angulus e d c acutus, sit in secundo obtusus, nam si ob angulum e d c acutum descendit in primo casu e, in secundo casu descendit f, quia pariter f d g acutus est, & æqualis e d c, hoc autem non contingit. Mira ne dicam stultitia an audacia eorum, qui nihil intelligentes ausi sunt, hæc pertractare, sperantes in tot sæculis nullum futurum, qui ignorantiam suam & impossutura depræhendant, dicunt enim quod in primo casu producta quadam recta ad perpendicularum, & quæ sit h k maiorem reddi d e quam d f, neque quomodo id fiat ostendunt, & si (vt dixi) maior sit quam d f in primo casu maior d f quàm d e in secundo casu: ergo si in primo casu d e descendit, in secundo descendet magis d f, at hoc non accidit sed stat. Oportet igitur hoc esse principium ex Dialectica, quod ostendat e grauiorem esse f in primo casu, in secundo non esse grauiorem, aut leuiorem, vt neque ad angulum refugere possimus. Ergo supponere oportet quæ manifesta sunt, e esse grauiorem f aliter enim non descenderet: non prohiberi autem in primo casu motum prohiberi in secundo aliter vel grauior fieret f, vel maneret eadem grauitas: siquidem manet grauitas, nec impeditur descendere e in secundo casu, vt in primo, at non descendit. Si grauitas mutaretur, igitur f descenderet secundo casu magis quàm in primo. Quod si dicas non tanto fieri grauiorem, igitur f magis depressa descendet saltem, at nunquam descendit, igitur grauior est semper e quàm f, sed in secundo casu impeditur motus non in primo. Causa grauitatis est, quoniam d est centrum grauitatis, quia medium, igitur cum e & d conspirent contra f, necesse est e descendere per superius demonstrata, igitur e descendit in primo casu, quia grauius est vt docui nec impeditum. At in secundo casu e & d sunt grauiora, sed d est impedimentum, quia non habet motum, nisi occultum insidet enim g d, igitur tantum ponderat e quam f, ergo prorsus non mouetur.

Tom. IV.

buntur, facit & ad hoc quòd quævis latitudo d, sustentaculi prohibet motum, at deesse vix potest. Vides ergo illos nugas palam agere. Primum deest illis dialectica, deinde ingenium acre, deinde quod maius est, volunt confestim transire ex principiis ad remota theoremata, quod fieri non potest.

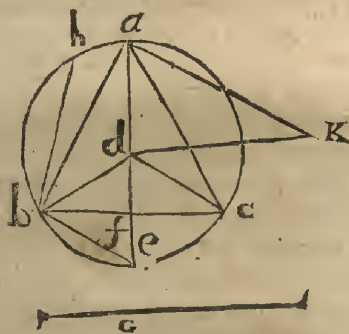
Propositio centesima nonagesima octaua.

Cur solidum quod cubus vocatur, pyramide stabilis sit, ostendere.

### LEMMA PRIMVM.

Si intra circulum triangulus æquilaterus describatur, & ab vno angulorum per centrum recta ducatur, angulum per æqualia diuidet, & trianguli latus, & ad angulos rectos ei insidet, ipsa verò quæ ex centro per æqualia vicissim à trianguli latere diuidetur.

Sit ab c æquilaterus circulo inscriptus,



Com.  
Per 8. primi  
Elem.  
Per 26. ter.  
ij Elem.  
Per 18. eiusdem.  
Per Cor. 15.  
quarti Elem.  
Per 4. primi  
Elem.  
Per 47. primi  
Elem.

cuius centrum d, ducaturque ad e f recta per centrum, & ducantur d b & d c, eritque ex hoc triangulus a b d æquilaterus triangulo a c d, quare angulus b a d æqualis c a d, igitur arcus b e æqualis c e, igitur arcus b e est sexta pars circuli, quare b e recta latuse xagoni, quare b e erit æqualis d e, igitur cum anguli a d f sint vtrinque recti, erit d f æqualis f e, itaque f d, tertia pars fa & f b dimidium a b quia b c.

### LEMMA SECVNDVM.

Quadratum lateris trianguli æquilateri se habet ad illius superficiem, vt latus eius ad mediam lineam inter latus dodrantis, & quadrantis proportionem duplicata.

Quadratum a b est æquale quadratis a f, f b, & quadruplum quadrato b f, igitur quadratum a f est dodrans quadrati a b. Quod verò sit ex a f in f b est medium proportionem inter quadrata a f, f b, rectangulum igitur ex a f in f b est ex lateribus dodrantis a f, & quadrantis b f quadrati a b, quare cum medietas inter a f & f b æquale faciat quadratum rectangulo a f in f b, erit proportio quadrati a b ad quadratum medietas inter a f, f b, vt lateris trianguli ad mediam inter latera dodrantis & quadrantis quadrati lateris ipsius duplicata: rectangulum autem a f in f b est æquale triangulo a b c, igitur

Com.  
Per 27. primi  
Elem.  
Per 1. sexti  
Elem.  
Per eandem.  
& 11. quinti  
Elem.  
Per 17. & 10.  
sexti Elem.  
Per 41. primi  
Elem.

C C c

propor

Prop. 45.

Prop. 193.



proportio quadrati  $a b$  ad triangulum  $a b$  est velut lateris  $a b$  ad mediam inter latera dodrantis & quadrantis duplicata.

### LEMMA TERTIVM.

Propositio quadrati cubi sphaerae inclusi ad triangulum pyramidis eidem sphaerae inclusae, est velut lateris pyramidis seu trianguli eius ad cathetum suum.

Com. Proponatur enim sphaerae diameter  $g$ , & Per Cor. 13. latius pyramidis  $b a$ , & latus cubi  $b h$ , quae decimi tertij Elem. corpora illi sphaerae includuntur: igitur  $g$  erit Per Cor. 15. potestate sexquialtera ad  $a b$ , & tripla ad  $b h$ , igitur  $b a$  est potestate dupla ad  $b h$ , quod decimi tertij Elem. igitur sit ex  $b a$  in dimidium suum, est aequale Per 17 sexti Elem. quadrato  $b h$ , igitur  $b h$  est media inter  $b a$  &  $d f$ ,  $b$  enim est dimidium  $b a$ , ut probatum est. Quadratum igitur  $a b$  se habet ad triangulum  $a b c$ , ut  $a b$  ad mediam inter  $a f$  &  $f b$  duplicata. Quadratum quoque  $a b$  se habet ad quadratum  $b h$ , ut  $a b$  ad mediam inter  $a b$  &  $b f$ , duplicata igitur proportio quadrati  $b h$  ad triangulum  $a b c$ , est velut lateris  $a b$  ad cathetum  $a f$ .

### LEMMA QVARTVM.

Proportio lateris pyramidis ad axem illius est potestate sexquialtera.

Com. Intelligatur basis pyramidis triangulus Per 47. pt.  $a b c$ , & conus pyramidis  $K$ , & quae per centrum sphaerae transit ex cono  $K d$ , cumque mi Elem.  $K d$  a angulus rectus sit, erit quadratis  $K a$  Lemmate 1. aequale quadratis  $K d$ ,  $d a$ , at  $d a$  est dupla  $d f$ , ut probatum est, igitur potestate sexquialtera  $f b$ ,  $K a$  vero est quadrupla potestate  $f b$ , quia  $f b$  est dimidium  $K a$ , igitur  $K a$  est tripla potestate ad  $d$ , igitur  $K a$  potestate sexquialtera  $K d$ , quod erat demonstrandum.

Com. Ex hoc patet quod proportio axis pyramidis ad latus cubi eadem sphaera circumscriptorum est potestate sexquialtera.

Com. Quia enim  $K a$  est potestate dupla ad  $b h$ , & sexquialtera potestate ad  $K d$ , necesse est ut  $K d$  sit sexquialtera potestate ad  $b h$ .

### LEMMA QVINTVM.

Prisma altitudinem habens pyramidis & triangulum eiusdem basis, aequale est cubo eidem sphaerae inscripto.

Com. Cum enim proportio quadrati  $b h$  ad Per 3. lemma triangulum  $a b c$  sit velut  $a b$  ad  $a f$ ,  $a b$  Lemmate 2. autem ad  $a f$  sit sexquialtera potestate ex demonstratis, erit quadratum  $b h$  ad triangulum  $a b c$  sexquialterum potestate: at cubi  $b h$  altitudo est ipsa  $b h$ , prismatis autem  $a b c$  altitudo est  $K d$ ,  $K d$  autem potentia sexquialtera ad  $b h$ , igitur prima  $a b c$  est aequale cubo  $b h$ , quod fuit propositum.

Com. Ex hoc sequitur, quod cum prisma Per Com. sit triplum suae pyramidi, ut ab Euclide habetur, quod cubus est triplus pyramidi, quam eadem sphaera circumscribit.

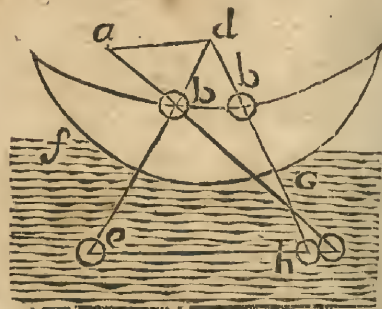
Com. Nunc venio ad demonstrationem propo-

sitionis, & dico quod corpus difficile est ad motum, vel ob magnitudinem basis, cui insidet, vel ob pondus, vel ob formam: nam corpus quod forma est contracta, difficile mouetur, ut pyramis, contra, quod prominet à lateribus, facile reuoluitur, ut corpus duodecim basium pentagonarum, & viginti triangularum: ergo cubi sedes est maior quam sua pyramis, & pondus triplo maius, & etiam non prominet cubus, ideo pro re stabili positum est corpus eiusmodi. Eo quod ob grauitatem etiam, ut dixi, sit stabilior pyramide eiusdem sphaerae. Quod si etiam assumeres pyramidem, cuius basis esset aequalis quadrato cubi, ipsa se haberet ad pyramidem sphaerae in grauitate, velut latus trianguli ad suum cathetum, & ideo proportio ponderis cubi ad pyramidem esset, velut tredecim ad quinque ferme: ergo ratione ponderis esset longè stabilior cubus ipsa pyramide. At in aliis corporibus, quae rationalia vocantur, non est tanta proportio ponderis, & basis est minor & forma prominet.

### Propositio centesima nonagesima nona.

Rationem remorum nauim impellentium inuenire.

Sit  $a$  remi extremum, quod manu apprehenditur,  $b$  scalmus cui remus insidet:  $c$  extremum aliud latius remi, quod vocant palmam, transferatur nixu manus, & motu corporis  $a$  in  $d$ , ut  $c$  perueniat in  $e$ , sunt enim aequales  $a b$ ,  $d b$ ,  $b c$ ,  $b e$  etiam & anguli  $a d b$  contrapostiti, quare trianguli  $a b d$  &  $c b e$  similes, igitur primum quanto maior propositio  $c b$  ad  $b a$ , tanto maior proportio  $c a$  ad  $a d$ , & ita ex aequali motu longius transferetur remus, seu palma. Secundum, cum motus  $a d$  fiat nixu brachiorum & corporis, quanto magis transfertur corpus eo minus opus erit brachio-



rum nixu, & ita minus laborabunt. Et quo minus laborabunt brachia, plus corpus laborabit. Et ideo, ut declaratum est supra, minor labor erit cum aequaliter ambo laborabunt. Tertium quo minor erit proportio  $c b$  ad  $b a$ , eo maius spatium pertransibit remex, qui mouet ex  $a$  in  $d$ , sed tanto facilius mouebit, quia labor motus  $b c$  minuetur, ut supra visum est per longitudinem  $a b$  &  $d b$ , ut supra demonstrauimus. Quartum, cum remus transierit quoddam spatium iuxta robur, puta ex  $c$  in  $e$ , necesse est ut eleuetur supra aquam, tum quia

Com.

Per 15. mi Elem.

Per 4. h. Elem.

Prop. 111.

Prop. 111.



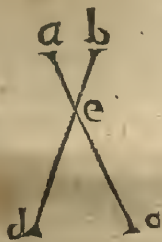
qui impediret motum progressus navis, tum vt transferatur ante : aliter si transferretur ante sub aqua difficilior multo , quam per aerem transferretur, & retroageret tantundem navim, quantum antea retroactam impulit. His per se notis dico , quod translato remo ex c in e, necesse est navim contrā trāsferrī ex f in g: nam quia impedimentum ex aqua transitur c in e , maius est quam navis super aquam, & remus debet transferri ex a in d, & non potest transferri nisi vel stante navī, & translato c in e, vel stante a b c remo, & trāslata navī: & tunc necesse est, vt e progrediatur ad h, ita dessecabit aquam c h, ergo difficultas manet eadem fermē, ex his fit motus compositus , vt palma non redeat vsque ad e, sed maneat remus minus inclinatus, & quasi ad perpendicularum in h. Et manifestum est, quod erit motus compositus ex retrocessu remi & processu navis. Qui etiam remiges circa medium sunt , minus laborarent , si remus æqualiter prominere extra scalmum, sed magis laborant, quia proportio est eadē, & a b est longior, & crassior remus, vt minus flectatur ob longitudinem, aliter si esset æqualis crassitudinis, & multo longior flecteretur aut frangeretur, idēd robustiores remiges ponuntur in medio triremis. Iuvatur præterea motus navis prosum ex percussione remi , & impetu iam acquisito cum nixu remi in aduersum superveniente. Rursus cum navis transferatur eodem tempore ante quod a progreditur ad d, manifestum est quod magna pars est ex motu navis, non nixu corporis aut viridum: & ita quod celerius movetur ex c in h , ab initio dum navis quiescit , aut tardius movetur , tardius autem dum navis progreditur.

*Propositio ducentesima.*

Cur temo cum parvus sit magnam navim agere possit : & cur cum varietas sit in pro- ra , ipse constituatur in puppi. Et cum transuersim ab aqua prematur , rectā navim dirigat?

Com.

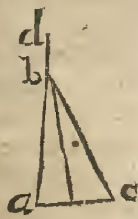
Dixi quod in hipomochlio parva varietas sit in motu: igitur a leui causa magnum nauigium impellitur aut variatur. Cum enim a transferretur ad b, sit minima varietas in e, igitur a parua poterit transferri, tum vero quod debuit transferri ad e, transfertur ad d, nam motus ipse ab alia causa fit , velut vento aut remis , ita non est difficultas nisi propter motum aquæ scilicet vt tabula scin- dat illam. Ad hoc autem contulit illud quod intra navim prominet vt vectis rationem habeat, & ob id facilius verti.



Similiter varietas in puppi exigua est causa magnæ varietatis in pro- ra, quod autem potest fieri paucioribus & faciliiori modo id debet fieri, hac igitur causa in puppi temonē constituere oportet seu gubernaculum.

Tom. IV.

Cum autem impellatur à mari, necesse est, vt à latere excipiat aquam ita vt tantū pendeat in vnam partem , quantum navis in aduersam, nam si navis non penderet, gubernaculum rectē dirigeretur : Vt ergo ex duobus obliquis vnum rectum constituitur, ita ex navī & gubernaculo , nam sint a b & c b & impellatur ad d , impelletur per mediam lineam b e & non per a b neque c b, igitur oportet temonem pendere ex aduerso inclinationis navis. Est etiam alia ratio, quoniam navis securior redditur , nam quemadmodum quod in medio est, facilius impellitur transuersim, quā quod pendet in contrarium , ita & in gubernaculo. Est id ob necessitatē quoniam motus aquæ plerumque est in partem, velut & ventus ad latus eius situs secundum quem moveri debet navis. Sicut igitur & vela & malus inclinantur, vt motum directum efficiant, quia alio dirigitur navis quā qui movet ventus, ita de temone cōparatione aquæ.



*Propositio ducentesima prima.*

Si duæ lineæ secantes circuli peripheriam in vnum punctum, ex ea coeant, exterius necesse est illas peripheria contēta esse maiores.

LEMMA PRIMVM.

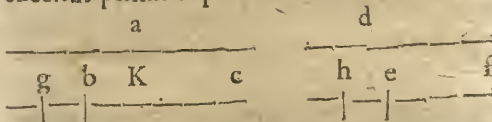
Si fuerit proportio primi ad secundum maior quā tertij ad quartum erit primi ad tertium maior quā secundi ad quartum.

Quamuis hoc demonstretur à Campano, quia tamen facile est hic adicietur. Sit igitur maior a ad b quā c ad d, dico maiorem esse a ad c quā b ad d, quia enim maior est a ad b quā c ad d, fiat e ad b vt c ad e eritque e minus quā a, igitur ad c vt b ad d sed maior a ad c quā e ad e igitur maior a ad c quā b ad d.

Com.  
Per 10. quin-  
ti Elem.  
Per 16. eius-  
dem.  
Per 8. eius-  
dem.  
Per 11. eius-  
dem.

LEMMA SECVNDVM.

Si fuerint quatuor quantitates , quarum excessus primæ supra secundam , sit minor



excessu tertie supra quartam , sitque prima non minor tertia, erit proportio primæ ad secundam minor quā tertie ad quartam.

Sit excessus a supra b c , g b minor excessu d supra e f qui sit h e , dico quod proportio a ad b c est minor proportionē d ad e f. quia enim a est maior d , & b g minor h e , erit maior proportio a ad b g quā d ad h e , igitur fiat a ad g K vt d da h e , erit ergo g K maior g b, quare K e minor b c ex cōmuni animi sētentia, est autem a ad K c vt d ad e f , minor autem a ad c b quā d ad K c , igitur minor a ad b c quā d ad e f.

Per 8 quin-  
ti Elem. par-  
tes ambas.  
Per 10. quin-  
ti Elem.  
Com.  
Per 19. eius-  
dem.  
Per 8. eius-  
dem.  
Per 11. quin-  
ti Elem.

CCc 2

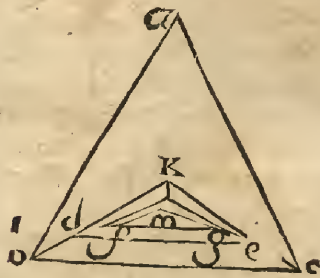
Si



Si intra circulum æquicurium, & super eandem basim figura æquilatera æquiangula constituitur, erunt omnia illius latera pariter accepta minora duobus trianguli lateribus.

Com.

Sit vt proponitur, & producantur b d &



c e quæ concurrent intra triangulum, quia anguli d b c & e c b supponuntur æquales, & ducta d e producantur d f, & e g l quæ concurrent intra triangulum K d e vt propter eandem causam, igitur a b & a c sunt maiores k b & K c, ergo maiores k d, d b, & K e, e c, quia sunt eadem. Ductæ quoque de simili modo K d & d e, sunt maiores l d & l e, igitur l f, f d & l g, g e, igitur a b & a c maiores sunt b d, d f, f l, c e, e g, g l pariter acceptis. Rursus ducta f g: f l & l g maiores sunt m f & m g, igitur a b & a c sunt maiores omnibus lateribus figuræ inscriptæ.

Cor. 1.

Ex hoc patet quod latera polygoniæ figuræ



æquilateræ & æquiangulæ inscriptæ portioni circuli sunt minora lateribus trapezij circumscripti eidem peripheriæ.

Com.

Sit ergo trapezium a g h b circa peripheriam a b, & in ea inscripta figura polygoniæ æquilatera & æquiangula a c, d f b. Et quia trapezium est figura cuius opposita duo latera sunt æqualia, & duo anguli supra basim æquales: itemque duo in summitate inuicem æquales, tangēt in medio peripheriam quod patet ductis lineis ex centro ad extrema trapezij. Et ideo etiam punctum modium polygoniæ, quare ex hoc lemmate duo latera g d & g a deducta ad æquicurium, erunt maiora lateribus polygoniæ, & similiter duo latera h d maiora lateribus polygoniæ inclusæ, ergo latera trapezij erunt maiora omnibus lateribus polygoniæ inclusæ.

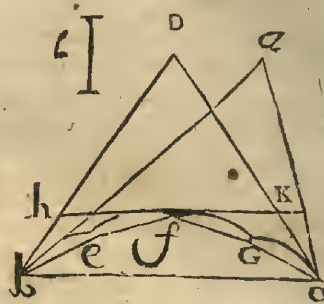
Per 4. primi,  
& 16. tertij  
Elem.

Per 1. & 1.  
primi Elem.

Per 5. eiusdē

Ex hoc habetur demonstratio propositionis: sint duæ lineæ a b & a c quæ comprehendant portionem circuli b c, dico eas esse maiores b c protione, si enim a b & a c sunt æquales diuiso arcu b c per æqualia in f, ducam contingentē h f K, si non faciant triangulum æquicurium b c d super b c, & cuius ambo latera pariter accepta sint æqualia a b

& a c. Et ducam contingentē & habebō trapezium h b, c K. Quare si peripheria circuli b c est minor d b & d c pariter acceptis, habeo intentum, si non toties diuidam peripheriam



per se per æqualia vt fiat figura polygoniæ super b c æquilatera & æquiangula, cuius differentia a peripheria sit minor differentia d b & d c à trapezio b h, k c, id est, tribus eius lateribus, nam cum d h & d k sint maiores h k, constat quod d b & d e sunt maiores h b & k c & h k igitur sit differentia illa l, & differentia peripheriæ à lineis polygoniæ minor l: igitur cum peripheria sit æqualis aut maior d b & d c, & differentia a lateribus polygoniæ minor quàm d b & d c, a b, h b, h k, k c, erit minor proportio peripheriæ ad latera polygoniæ quàm d b & d c ad tria latera trapezij, quare minor proportio peripheriæ ad d b & d c quàm laterū polygoniæ ad tria latera trapezij, sed latera polygoniæ sunt minora tribus lateribus trapezij, igitur peripheria b c est minor d b & d c, quod erat demonstrandum.

Per 10. primi  
Elem.  
Per 1. lemma  
Per 1. lemma  
Per Com.  
3. lemma

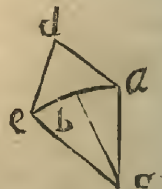
## SCHOLIUM.

Hanc propositionē non scripsi quod esset magni momenti, sed propter modum probandi, si enim respicis ex vno opposito scilicet quod peripheria circuli sit maior trianguli lateribus, ostendo demonstratione non ducente ad inconueniens, sed simplici quod ipsa peripheria est minor trianguli lateribus, & hoc nunquam fuit factum a b aliquo, imò videtur plane impossibile. Et est res admirabilior quæ inuenta sit ab orbe condito, scilicet ostendere aliquid ex suo opposito, demonstratione non ducente ad impossibile & ita, vt non possit demonstrari ea demonstratione nisi per illud suppositum quod est contrarium conclusioni, velut si quis demonstraret quod Socrates est albus quia est niger, & non posset demonstrare aliter, & ideo est longè maius Chrysippeō Syllogismo.

Ex hoc patet quod pars lineæ exterioris quæ tangit circulum intercepta à linea ex cetro longior est peripheria, similiter intercepta.

Sit portio circuli a e, & linea a b intercepta à linea c b ex centro, dico a b esse longiorem a e, ducatur b e æqualis a b, ad circumferentiam, quæ illi obuiabit, ducanturque c a, c e eritque angulus e c b æqualis a c b, igitur arcus a d, æqualis d c, quare a d erit dimidium a e, & a b dimidium a b, b e, facta enim fuit b e æqualis a b, cum ergo per præsentem duæ lineæ a b, b e, sint maiores

Com.  
Per 8. tertij  
Elem.  
Per 8. primi  
Elem.  
Per 16. tertij  
Elem.





res a e, igitur per communem animi sententiam a b maior a d.

res scytalis e f g h, demonstrandū est scytalā, quamuis minoris ambitus magis mouere quam rotam, cum ergo de vna demonstraue-

*Propositio ducentesima secunda.*

Rationem strepitus ostendere.

Com. Fit strepitus ob multitudinem aëris percussi, velut cum tabulis percutimus: & cauitatum causa, vnde ligna & tabulæ leues magis strepunt, & illud Virgilij.

*Sonitumque dedere cauerna.*

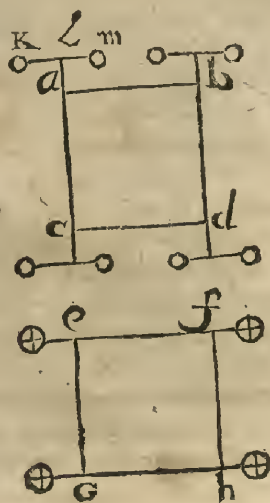
Tum verò ob ictus impetū, impetus autem partim velocitatis causa, partim angustie loci. Fulmen edit tonitru in quo & caua nebula excipit aërem, & multū impetuque maximo delatū, obstreunt autem metalla magis quā ligna eo quod magis ob continuitatem partes moueantur. Indicio est, quod intenta vt æs & tenuia maiorem & strepitum edunt: & dum sonant tremunt, aurum autem parum sonat, quoniam densissimum est, & minus intentum argentum, minus densum, & magis intentū, quod autem intentum est totum simul mouetur, & ob id stridet: lignum autem & tabula sonat, non quia vt metallum percutiat aërem, sed quia in eo aër percutitur. Crassum autem metallum & lignū non adeò sonant: metallum quoniam non mouet aërem, non enim mouetur: lignum quoniam non mouetur, nec in eo qui est inclusus aër, aër autem facile mouetur, & ob id in ligno cauo, etiam si crassum sit, strepitus magnus editur. Ergo etsi tenue sit metallum, quod infixum est tabulæ, resonat multum: non quia moueatur, sed quoniam aërem in tabula concutit. Neque enim tabula per se sola, quæ etiam nimis tunderetur sonum edere magnū potest quoniam cedit: Oportet autem non cedere quod resonat, neque metallum si crassum, sed hebetem sonum etiam tabulæ infixum reddit, quoniam neque moueri potest infixum & crassum, nec cauernosum est, & tamē excipit ictum, ne lignum resonet. Velox autem ictus non acutum sonum reddit, & si cum impetu sit: indicio est tonitru & machinæ bellicæ igneæ, contrā angusta fistula acutum sonum reddit, etiam remisse inflata. Igitur aër soni causa est secundum motum, vbi ergo multus aër & magnus motus ibi sonus magnus. Multus quidem aut in cauernoso corpore, qui grauissimum edit sonū interclusus, vt etiam in vocibus, aut quia à magno corpore stridulus efficitur, aut inter duo corpora, qui grauitate medius est. Impetu verò efficitur intensus non magnus, nam tonitru procul audimus non istum quamuis celerimum, acutum verò ob angustiam loci. Atque hæ causæ sunt sonorum.

*Propositio ducentesima tertia.*

Cur scytalis onera portentur facilius, explorare,

Com. Demiror non exactè causam manifestissimam Aristotelem non assecutum fuisse, aut potius ad nos corruptam scripturam peruenisse: nam qui exponunt multo minus intelligunt. Sit ergo currus humilis scytalis incumbens a b c. Diximus autē supra quid esset scytala & currus rotis, quæ sunt longe maio-

Tom. IV.



rimus, de omnibus erit intelligendum. Quia ergo scytala k l m habet hypomochlion in k & m, & pondus premit in l, igitur rota Propos. 71. versatilis mouebitur tanto facilius procedendo, quanta est longitudo l m & l k, sed & rotulæ illæ versabunt hypomochlion, quod est comparatione k & m collopum, igitur facilius multo versabitur currus à scytalis quam rotis. Et hoc est quod dixit Philosophus. In vtrisque enim his reuoluitur circulus & motus impellitur, intelligit mutuam commutationem hypomochlij cum collopiibus, nam vt trahatur rotulæ quæ sunt hypomochlij loco, collopes terminantur in medio: vt autē vertatur axis, qui & hypomochlion in medio collopum initium sint rotulæ. Et quo sequitur, quod quanto longiores erunt l k l t & l m, tanto facilius mouebuntur currus, at quanto humiliores, modò non obruantur in terra, quoniam tardius mouetur, quæ minorē habent circuitum, quæ autem tardius mouentur, facilius mouentur, vt supra sæpius demonstratum est: Ob has ergo duas causas pondera facilius feruntur curribus cum scytalis, quàm cum rotis magnis modò terra non obruantur.

*Propositio ducentesima quarta.*

Cur pluribus trochleis pondera facilius eleuentur ostendere.

Com. Dictum est satis de hoc in libris de Subtilitate, at nunc quod ad demonstrationē attinet eorum subiiciam. Quia enim singulæ rotulæ difficulter mouentur, igitur necesse est singulas participes esse grauitatis, igitur & totam grauitatem esse diuisam: quare vt in præcedenti facilius moueri. Habent Propos. 72. & rotulæ ipsæ centrum seu axem hypomochlij, seu fulcimenti loco, ambitum autem iuxta semidiametrum, velut collopes seu vectes, quare tanto facilius mouebuntur quanto maiores erunt, & vt plures. Vna enim alterius loco fungitur vectis. Trochlea quidem est, vt vides, instrumentum longum supra angustius, sed non crassum, in quo plures orbiculi solent collocari, vnde sæpe numero trochlæ nomine intelligamus



CCc 3 orbiculos



orbiculos ei inclusos, circa quos funis vocatur, ut in trochleis & orbiculi & funes includuntur. Succulis etiam solent capita funium trahi: ut vectis auxilio imò nonnunquam rotarum facilius pondera eleuantur.

*Propositio ducentesima quinta, super verbis Platonis de fine Reipub.*

S. de Repub.

Est autem ei quod diuinitus generandum est circuitus, quem numerus continet perfectus. Humana verò, in quo primum argumentationes superantes, ut superata tres distantia: quatuor autem terminos accipientes, similia & dissimilia, abundantium & deficientium cuncta correspondentia, & rationem habentia inuicem effecerunt. Quorum sexquitercium fundamentum quinario iunctum duas efficit harmonias, ter aucta quidem; æqualem æqualiter centum toties, quandam autem æqualem quidem, longitudine autem singulum quidem numerorum à diametris rationem habentibus quinarj indigentibus vno singulis: non habentibus rationem autem duobus, centum autem cuborum ternarij. Totus autem hic numerus geometricus talem authoritatem habet ad potiorem deterioreque generationem. Quem locum Aristoteles ita declarat. Quorum sexquitercium fundamentum quinario coniunctum duas exhibet harmonias, inquit, quando numerus diagrammatis huius efficiatur solidus.

Quin Polyt.  
Cap. 12.

Com.)

*αὐτὸν* fundamentum interpretatus sum quod radix pro latere in hac materia accipi posset. Par est ut in diuina generatione numerus acciperetur perfectus: ut intelligat generationem confestim sequi corruptionem: nam sermo est de corruptione, corrumpitur autem vnumquodque ut aliud generetur, malum enim est ob bonum, non contra. Liqueat autem ex Euclide talem numerum esse octies mille centum viginti octo. Et hic est finis omnium vrbium diuinus, cuius quadruplum velut in cœli restitutionibus, ac continuato ordine solet obseruari, est propè annus magnus: verisimile est enim tanto tempore confundi decima, scilicet totius circuitus parte. Humane verò intelligit quatuor à monade numeros, aut in quauis ratione principium lineam superficiem corpus, ut vnum, duo, quatuor, octo pariter octo: duodecim decem octo viginti septem: inter hæc sunt tria spatia, & octo cum viginti septem sunt dissimilia & deficiente: maiora enim sunt suis partibus à quibus numerantur. Contra decem octo & duodecim sunt similia atque abundantia, & correspondentem habent rationem inuicem. Hæc Aristoteles omittit, ut ad introductionem non rem pertinentia, velut & finem tanquam ex præcedentibus notum. Vnde verba Aristotelis sunt ad vnguem eadem verbis Platonis, scilicet: Quorum sexquitercium fundamentum quinario iunctum duas efficit harmonias: loco autem ter aucta qui-

8  
12  
18  
27

dem, scibit Aristoteles: efficiatur solidus id est cubus, ut in quadratum suum ducatur; loco autem verborum æqualem æqualiter centum centies, vsque illuc à diametris rationem habentibus quinarj ponit numerum diagrammatis. Est autem diagramma, quod Plato vocat diametrum, cum numerus potest ferè duplum numeri alterius, ut 3. duplum 2. & 7. duplum 5. & 17. duplum 12. & semper numerus hic dimetiens, excedit duplum alterius vno, quod ex his patet, quæ ab Euclide demonstrata sunt in decimo libro. Quare si debet esse quadratum eius monade maius duplo, alterius quadrati, & duplum alterius quadrati est par, igitur addita monade erit impar, ergo latus eius dimetiens impar semper: latera autem ipsa quadratorum, quæ duplicantur aliquando paria sunt ut 2. & tunc quadratum dimetiens est vnu plus duplo ut 9. est maius 8. monade, si verò latera imparia sunt, erit quadratum dimetiens vno minus duplo, ut 49. quadratum 7. est minus vno 50. duplo 25. quadrati 5. Ex quo patet agnatio, ut ita dicam inter 7. & 5.

Cum ergo dicit, quorum sexquitercia est, ac si diceret, ex horum numerorum serie sumemus septenarium principium epitrite, & dimetiens 5. quos simul iungemus.

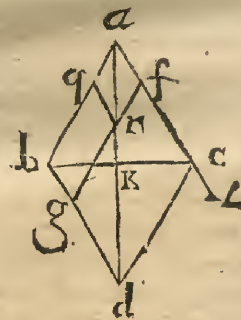
*Propositio ducentesima sexta.*

Rhombi passionem quasdam declarare.

Com.

Sit a d recta diuisa in K per æqualia, cui superstitent K b & K c ad perpendicularum in-

Per 4. prim.  
Elem.



Per 25. prim.  
mi Elem.

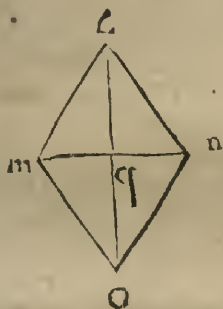
Quasi 13.  
Meth.

ter se æquales, & singulæ earum minores K a & K d, & perficiatur figura quadrilatera a b d c, cuius latera erunt omnia æqualia inuicem, & anguli a & d oppositi, & b & c oppositi etiam inuicem æquales. Sed b & c maiores erunt a & d, & ideo talem figuram appellauit Aristoteles rhombum à piscis similitudine in medio latioris quam in extremis, cuius tamen longitudo latitudine maior est. Dicit ergo Aristoteles, quod si rhombus ipse circumuoluatur, ita ut b transiret per b a c, & a per a c d, a maius spatium transiret ex recta, scilicet a K d quàm b, quod transiret b K c. Et ad hoc assumit, quod cum angulus c sit maior a, igitur duæ lineæ a c d sunt minus curuæ quàm duæ b a c, igitur b a c habent rationem curui, & a c d recti. Ergo si in æquali temporis spatio b, superet b a c & a, a c d magis per rectam feretur a quàm b, sed quod rectum.



rectum est maius occupat spatium: igitur velocius fertur a in d comparatione habita ad a d quam b in c, comparatione habita ad b c.

Pro intellectu reliquorum ab eo dictorum, & quorundam mirabilium, proponatur alius rhombus illi æqualis, in tabula pictus delineatis lateribus & diametris, qui sit l m o n, & diametri l p o & m p n, & abscindatur hic ex superficie, & supponatur ita, vt puncta l m o n ordinatim cadant, & aptentur punctis a b d c, & p aptetur ipsi κ. Et tunc si rhombus l o totus moueretur necesse est, vt moueatur secundum latus aliquod, vt pote l m, & æquidistans a b igitur dicetur moueri super latus aliquod, sci-

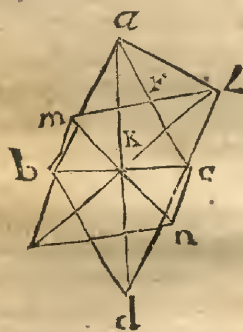


scilicet a c, atque hic est motus quem Aristoteles vocat motum a b super latus a c. Si autem fingamus quiescere latus aliquod l o, vel pars lateris, non posset omnino moueri superficie a d rhombi: & ita non perinde esset ac si a d rhombus moueretur, quod tamen supponit Aristoteles. Neque etiam si quiesceret punctum aliud quam p haberet rationem motus regularis, quod ab illo supponitur: reliquum est igitur, vt rhombus l moueatur vice rhombi a d seruando centrū, id est punctum p in puncto K. Dicamus ergo primum de motu composito Aristotelis, & post de nostro.

Moueatur l m super a c æquidistans semper a b, vt seruet situm quem habebat ita, quod extremum lineæ l m sit semper in linea a c, & l punctum quod g erit vicem a, descendat tantum in linea l m, quantum l extremum in linea a c dicit Philosophus, quod a seu l semper descendet in linea a d, & erit in e a. Supponatur quod latus l m sit f g, & erit l n, f t ducatur autem ex r puncto sectionis diametri, & lateris l m linea r q, æquidistans a f, igitur rhombus a q r f est similis rhombo toti a b d c, & proportio a f ad f r, vt a c ad c d, sed a c est æqualis c d, igitur a f est æqualis f r, sed l descendit in l m, quantum est a f ex supposito, igitur punctum l semper erit in linea a d. Post deficiunt quædam verba: ob quæ nemo intellexit sententiam Philosophi, & tamen ausi sunt imponere lectoribus, tanquam intellexissent, tres simul errores admittendo, scilicet Aristotelem ob propriam ignorantiam, vt stultum accusando, qui falsa dicat & demonstrare nitatur: produnt se ipsos cum sua impudentia. Et lectoribus imponere conantur, debet ergo sic legi (b in

ipsa b c diametro latum, vbi latus b d moueatur i n latere b a æqualiter vt r us d in b d; æqualis enim est ipsa b e) Tunc enim constat vt dixi, m moueri per b c rectam vt l per a d: Dicit ergo cum b d moueatur in b a, transit vnico motu totam b a, & punctum tamen b, quod mouetur duobus motibus non pertransit nisi b c, quæ potest esse minor b a: nam constat quod quando m erit in a, o erit in e, & quia m descendit in o, in eodem tempore, ergo o erit in c, & transit semper per rectam b c: igitur m est minus motum duobus motibus quam m l vnico tantum. Et quia aliquis dicere potuisset non est mirum, quod m sit minus motum duobus motibus quam l m latus vnico tantum: quia m mouetur motu contrario motui lateris: nam latus m o mouetur in latere b a ascendendo, & punctum m versus o in ipso m o descendendo. Dicit Philosophus, hoc est mirum, quia cum idem contingat in motu l, cuius latus mouetur per a c, & l per l m recedendo in partem contrariam, nihilominus velocius motum est l, quam latus l m, quia a d est longior a c. Ex quo patet, quod quæstio Philosophi est vna tantum, & non duæ. Et est cum motum duobus motibus in rhombo, in vno mouetur velocius latere tantum moto vno motu, in alio tardius? Et quia aliquis dicere posset, quod b c posset esse longior a c: Dicit Philosophus, verum est, sed ego possum inuenire talem rhombum, qui etiam habeat a c longiorem, & tunc nihilominus sequitur quod dico. Aliud autem: quod docet ex hac demonstratione, est quæ ex duobus motibus rectis diuersis potest fieri vnus motus rectus diuersus: igitur idem punctum, puta formica poterit simul, & semel moueri duobus motibus rectis diuersis. Et hoc est, quia primus motus est rectus solum secundū formam, & non secundum materiam: & alter secundus, scilicet mistus est secundum materiam & non secundum formam per rectam.

Ex hoc sequitur aliud magis mirum & est iuxta nostrū motum rhombi l o in rhombo a d fixo, centro p in centro κ, & moueatur quomodolibet l, dico quod l f semper æqualis erit a f, quia enim κ l & κ a sunt æquales, cum essent vna linea ante



motum ducta, l a erit angulus κ l a, æqualis angulo κ a l, sed angulus κ a c est æqualis angulo κ l m, cum angulus κ l m esset idem angulo κ a b, & angulus κ a b est æqualis

CC c 4



Per 5. primi Elem. æqualis angulo  $k a c$ , igitur angulus  $k l m$  est æqualis angulo  $k a c$ , igitur residuus  $f l a$ , est æqualis residuo  $f a l$  quare  $f a$  æqualis  $f l$ . Si igitur quantum procedit latus  $m l$  in  $a c$ , tantum descendat punctum in linea  $l m$  punctum perpetuo erit in linea  $a c$ , & per eam movebitur. Vnde sequitur primo.

Cor. I. Quod punctum movebitur duobus motibus vno recto in linea, scilicet  $l m$ , & altero circulari .s. circa centrum  $k$  & tamen movebitur verè motu recto tantum in alia linea, scilicet  $a c$ , & hoc est primum admirabile. Aliud est.

Cor. II. Quod punctum movebitur duobus motibus, & per ipsos movebitur ad vnguem vno motu æquali vni eorū, ita quod alius motus nihil addet nec minuet. Patet quia movebitur, gratia exempli, primo motu ex  $l$  in  $f$ , & post motu circulari, & verè erit motum ex  $a$  in  $f$ , qui motus est æqualis motui priori proprio, & solo ex  $l$  in  $f$ ,

*Propositio ducentesima septima.*

Proportionem agentium naturalium in transmutatione considerare,

Com. Sit latitudo  $a b$  ad conersionem terræ in aurum medium perfectionis  $a b$  sit  $c$ , & medium  $a c d b$ , cuius dimidium sit  $e b$ . Et fiat commutatio  $a c$  in  $f g$ , tēpore dimidium  $f g$ ,  $g h$  in  $g h$  deberet peruenire ad perfectionem  $d$ , quoniam ratio  $a c$  ad  $c d$ , vt  $f g$  ad  $g h$ . At verò dum transiret terra ad perfectionem  $c$  tota resistebat, iam adeptā perfectione  $a c$  nō resistit, nisi pro medietate, at proportio cuiuslibet quantitatis ad dimidium alterius producit ex proportionē eadē & dupla, dupla igitur est proportio agentis ad imperfectionē  $a c$  ei quæ est ad  $a b$  igitur in dimidio tēporis  $g h$  acquireret perfectionem  $c d$ , & sit  $g x$  dimidium  $g h$ , erit ergo tempus totum  $f x$ , in quo acquireret  $a d$ . At ratio hæc cōstare nō potest, nā si diuidatur spatiū  $a b$  in trientes fient triētes duo, & quarta pars in perfectione  $a d$ , sed iam multo citius acquireret quam in  $f x$  tempore, quod est dimidiū & octaua pars. Sed hoc nō cogit, quoniam partes primæ sunt semper contumaciores, & vt disponuntur fiunt magis obediētes, nō iusta proportionem simpliciter, sed vt sunt in materia, & ideo hæc actio est similior proportioni excessus, & est Arithmetica quam capacitatis scilicet Geometricæ.

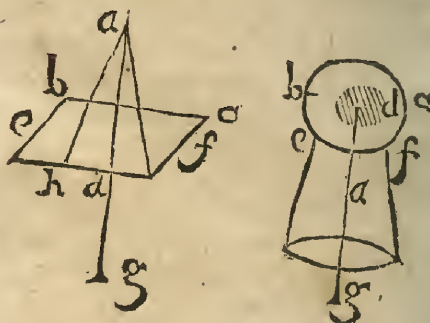
Com. Ex hoc patet, quod res quæ ad summam maturitatem perueniunt, maximè acquirunt perfectionem in exiguo tempore, vt gemmæ, aurum, infans. Ergo oportet maxime iuxta finem cauere, ne detur occasio vllā accelerandi partem.

*Propositio ducentesima octaua.*

Mota res à centro grauitatis per priorem

motum in reditu velocius mouetur, quam si quieuerit.

Sit  $a b c$  lectus pensilis, in quo homo Com.



aut patera, in qua aqua vel vinum, & sit centrum grauitatis  $d$ , quod necessariò est in linea loci, cui annexus est lectus  $a g$ , & in patera loci medij manus continentis pateram cum centro quæ sit  $a g$ , quibus stantibus ostendendum est primo.

LEMMA PRIMVM.

Omne graue motum à centro grauitatis, restitutum ad eundem situm pondere mobili aut immobili, continente vltra centrum grauitatis naturalis violenter fertur.

Seu sit pondus per se non fluctuans in. Com. pensili lecto, seu humor in patera, quum pondus moueatur solum ratione vna, scilicet lecti pensilis homo vel plumbum, humor autem aqua vel vinum bifariam & ratione pateræ si mobilis sit in a laxa manu, & etiam per humorem ipsum redeuntem ad locum suum: adeò quòd si esset & immobilis patera, humor saltem resfueret propria inundatione ad locum suum centri grauitatis, licet in patera esset immobilis locus grauitatis velocius & maiore cum impetu, adeò vt transeat versus  $e$ , cum fuerit motus primus ex  $e$  in  $f$ , & restitutio ex  $f$  in  $e$ : seu in immobili pondere mobilis continenti, vt in lecto pensili: seu in immobili continente, scilicet postquam ad locum suum restitutum fuerit per vim retenta patera à manu iuxta situm priorem in  $a$ , mobili autem contento, id est, humore, multo autem magis contento, & continente mobilibus. Vt si patera & humor ipse simul moueantur, nam & patera transgreditur locum suum, & humor duplici motu superauctus transgreditur motum naturalem. Cum enim Propos. 30.  $a d$  est remotum  $a g$ , & est in  $f$  mouetur maiore impetu, quam sit pro ratione ponderis, vt demonstratum est, igitur transibit ad  $e$ , cum ergo redeat ad  $g$  motu naturali, necesse est vt motus violentus sit validior ea parte naturalis, quæ  $d$  resistit, dum est in  $g$ , ne dimoueatur  $a g$ , si igitur tractum ad  $c$ , superauit vim qua manet in  $g$ , in eo quod mouetur ad  $f$ , igitur in reditu movebitur tantum vltra  $g$  versus  $e$ , quantum



cum est acquisitum ex vi transitus ultra g versus f, quanto ergo maior est arcus e d, tanto maior est d f, & quanto maior est arcus d f, tanto maior d h.

Cor. 1.

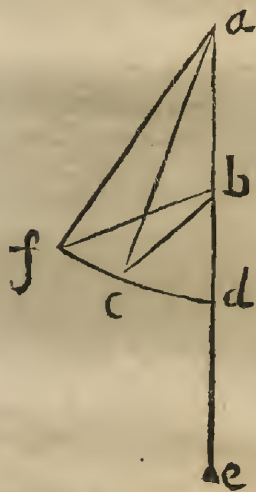
Ex quo patet, quod quanto magis remouetur d a g, tanto maiore impetu fertur versus extremum aliud & ultra medium.

### LEMMA SECUNDUM.

Omne pondus appensum est graue comparatione medij grauitatis, ad hoc vt ab eo remoueat, quantum est proportionem anguli ex quo appensum est.

Per 16. pri-  
m. Elem.

Sit d appensum in a & in b, & sit angulus c b d, triplus angulo c a d, dico quod tripla est vis quæ transfert d in c ex b, ei quæ transfert e a, quoniam enim mixtus est in b & a, igitur ad æqualia spatia æquales vires exigentur: igitur virium proportio vt angulorum, at quanto maior est a d in proportionem ab b d tanto maior est proportio anguli c b d ad angulum c a d, igitur quanto maior



Per ult. sexti  
Elem.  
Per 11. quin-  
ti Elem.  
Per 16.  
eiusd. em-  
est a d tanto facilius remouet æquali spatio d versus e. Et licet remouantur ab ipso d, semper eadem proportio manebit manente eadem longitudine b d & a d, nam proportio d f ad d c, est velut f b d ad c b d, & vt d f ad d e, ita f a d ad c a d, quare f b d ad c b d, velut f a d ad c a d, quare f b d ad f a d, vt c b d ad c a d, quod fuit propositum.

### LEMMA TERTIUM.

Grauitatem ponderis appensi aut fluidi in comparatione ad remotionem à centro grauitatis inuenire.

Com.  
Per 16.  
huius.

Nam cum d trahetur per planum vt suspensum, & non tractum a d, erit dimidiū ponderis appensi, igitur ex lemmate secundo, patebit proportio laboris in remouendo d à loco proprio in quancunque partem & distantiam, & in quouis loco sit appensum.

Cor. 1.

Ex hoc sequitur, quod poterit annulus tam altè appendi, vt iuxta proportionem anguli & leuitatem propriā cum filo tenuissimo, & vt fuerit latus, & positus è regio-

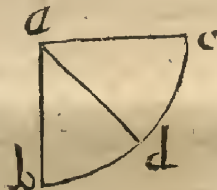
ne oris, vt ex sermone circumagatur quaquaversus, & percutiat labra vasis aqua pleni ferme, vt videatur plane responsa dare.

### LEMMA QVARTVM.

Quanto magis remotum fuerit pondus ex eodem centro à recta linea, tanto maiore impetu agetur, vt ultra locum medium feratur non æquali, sed producta proportionem.

Com.

Sit a b, & vt dictum est, non est ei pondus, nisi quatenus remouetur a recta, & in c summam habeat grauitatem, & d sit medium b c, dico ergo quod multo maiore im-



petu feretur ex c in b quam ex d, nam cum c sit summa grauitas, erit saltem dupla grauitati d, sed d grauitas est penè infinita, vt demonstratum est in comparatione ad b, vt iuxta situm remotionis à linea b, cum ergo proportio singulatum partium c d ad singulas d b medietate b c distantes sit maior dupla augendō, erit proportio c d ad d b, ue-

Lemmate 1



lut proposita h k dupla g f, & h e dupla e f, e k h ad e g f quadrupla, igitur & eo maior quo acquisitus est impetus ex demonstratis, quare proportio motus & impetus ex c in b, est multo maior impetu ex d in b quadrupla proportionem.

Per 30.  
huius.

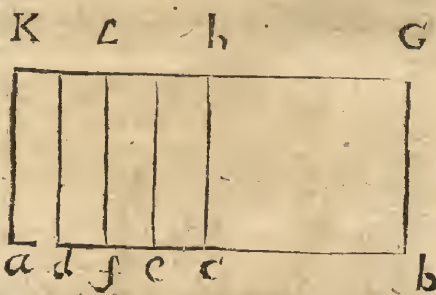
Ex his omnibus concluditur propositum in prima figura, & est quod si b e inclinatur versus e, mouebitur a d, certo impetu versus e. Et quia si prius b c inclinatum fuerit in f, redit a d, dum b c reuertitur ad proprium situm ultra lineam a d g vsque ad h per primum lemma. Et cum b c inclinatur ad b f peruenit, quantum b c inclinata ad f, scilicet ad e, igitur ex motibus b c in f & in e tanto plus mouetur d ultra e, quantum est productum d e in d h, ideo multo plus quam si solum motum fuisset d ex recta a g, etiam quod non moueretur b c. Multo plus ergo moto etiam b c, vt diximus.

Propositio



## Propositio ducentesima nona.

Si superficies rectangula in duas partes æquales diuisa intelligatur, quæ ambæ quadratæ sint, itemque in duas inæquales, erit parallelepipedum ex latere mediæ partis in totum superficiem maius aggregato paralleli-



pedorum ex partibus inæqualibus, in latera alterius partis mutuo in eo, quod fit ex differentia lateris minoris partis a mediæ latere in differentiam maioris partis superficiem à media superficie bis, & ex differentia amborum laterum inæqualium iunctorum ad ambo latera æqualia iuncta in minorem partem superficiem.

Com.

Proponatur a g diuisa in duo quadrata æqualia a h, h b, & latera erunt a c, c b, & in duo inæqualia a d d g, quarum latera sint b c, a f, dico quod parallelepipeda a c in c g, & c b in c k, & sunt æqualia paral-

|              |                |
|--------------|----------------|
| 1 a f in a h | f c in a h bis |
| 2 a f in h d | f c in d k     |
| 3 a f in d k |                |
| 4 f c in d k |                |
| 5 c e in d k |                |
| 1 a f in a h | 4 f c in d k   |
| 2 a f in d h | 5 c e in d k   |
| 3 a f in d k |                |

lepipedo ex a c in a g, excedunt parallelepipeda ex a f in d g, & b c in d k, in duplo f c in d h, cum eo quod fit ex f e in d k semel. Quia ergo parallelepipedum ex a e in a g est æquale parallelepipedis a f & f c in a h, h d, h k, quare parallelepipedis a f in a h, h d, d k, & f c in d k, & c e in d k, & f e in d k, & e f in d h bis. Ad parallelepipedum a f in d g, est æquale parallelepipedis a f in a h, h d. Et parallelepipedum b e in d k, parallelepipedis a f, f e, c e in d k. Detrahis similibus relinquetur f c in d l, l e, e h bis, quod est f c in d h bis, cum eo quod fit ex e f in d k simul, quod est propositum.

## SCHOLIUM.

Dico etiam, quod duæ lineæ b e & a f sunt minores duabus a c, c b simul iunctis, nam quia d b, e b, c b, sunt in eadem proportionem, & d b est maior e b. erit maior differentia d b ad e b, quam e b ad c b, igitur maior d e quam e c quare e c est minor medietate d c, & ideo multo minor medie-

Per conuer-  
sam quasi 8.  
quinti Elem

tate a c. Et similiter, quia a c est maior a f, & a c, a f a d sunt in continua proportionem, maior erit c f quam f d, & ideo constat quamuis longum esset, si quis vellet demonstrare perfecte, quod b e & a f iunctæ sunt minores tota a b seu duplo a c.

Exemplum, sint h b & h a 25. & a c, c b 5. producta mutua 250. sitque g d 49. & erit b e 7. sit autem d K 1. & erit a f 1. quia ergo a f est 1. a e 5. erit f c 4. & quia e b est 7. & b c 5. erit e c 2. quare etiam e f 2. productum ergo ex e b in d K est 7. & ex a f in d g 49. totum aggregatum 56. differentia a 250. est 194. qui sit ex duplo f c quod est 8. in d h, quæ est 24. & sit 192. & ex f e, quæ est 2. in d K, quæ est 1. & sit quod additum ad 192. facit 194. Similiter capio 450. cuius dimidium est 225. c g & c K 225. & c a & c b 15. singulæ. Et ponatur d g 441. eritque e b 21. & d K 9. & erit a f 3. igitur cum b e sit 21. & b c 15. erit e c 6. a f vero est 3. igitur f e est 6. Producta mutua æqualia 6750. inæqualia 1521. differentia 5228. quia ergo f c est 12. duplum eius est 24. ductum in d h, quæ est 216. nam d K ex supposito est 9. fiet ergo 5184. cui si addam, quod fit ex f e, quæ est 6. in d K, quæ est 9. sitque 54. erit totum 5238, quod erat propositum.

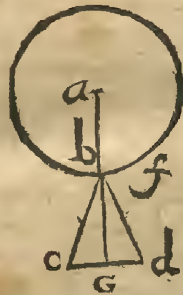
Com.

Ex hac demonstratione liquet, quod si linea in duas partes æquales diuidatur, & duas inæquales, quod parallelepipeda æqualium sectionum pariter accepta excedent parallelepipeda inæqualium sectionum, simul iuncta in eo quod fit ex tota linea in quadratum differentiarum partium æqualium ab inæqualibus.

## Propositio ducentesima decima.

Si duæ lineæ ad æquales angulos ab eodem puncto peripheriæ circuli reflectantur, necesse est angulos cum dimetiente factos æquales esse. Vnde manifestum est protactam diametrum angulum suppositum per æqualia diuidere.

Resiliat radius d b cad æquales angulos, ut fert natura rerum dum à plano resilit (licet refragante Plutarcho) ita ut anguli c b e, & d b f sint æquales, dico angulos ibidem d b a, & c b a æquales esse: & quod si tra-



hatur latus a b vsque ad g, quod anguli d b g & c b g etiam erunt æquales. Primum patet, quia anguli a b e & a b c & a b f æquales sunt, sunt enim residui ad angulos contactus

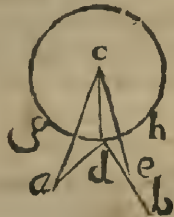


F 13. p  
Elem.

Col. I.

Com.

Oct. 1.

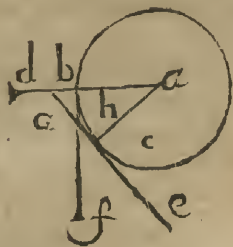


Per 23. p  
m, Elem.

*Propositio ducentesima undecima.*

Солн.

Dux semidiametri a b, a c ex terminis



Per 29. pri-  
mi Elem.

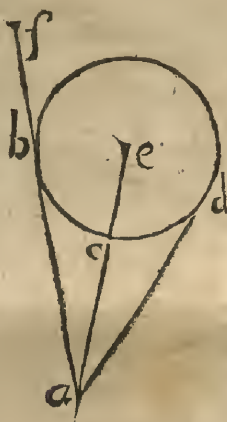
Per 13. pri-  
mi Elem.

Per 6 & 4.  
sexu Elem

Enclid.

Elem.

Quous constituto puncto veluti a extra Com,



Per 17.

tertij Elém.  
Per 61.tertij

Elem.  
Prop. 210.

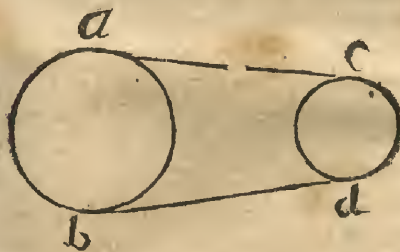
Cor. I.

Cor. I.

Com<sup>2</sup>

Cor. 2

Quia si a b fit Sol, c d Luna, Sole minor



extremum in vtroque luminari a c, b d quæ  
contingant vtrumque circulum, quod fa-  
cile fiat, ductis a c & b d ex punctis non  
oppositis.



oppositis, æquidistant enim, sed iuxta quantitatem dimetientis minoris. Erit ergo ut h e non reflectantur, aliz omnes mediz reflectentur per demonstrata à quolibet puncto, ergo idem de totis circulis & punctis.

## SCHOLIUM

Propositis duobus circulis lineam ambos contingentem ducere.

Com.

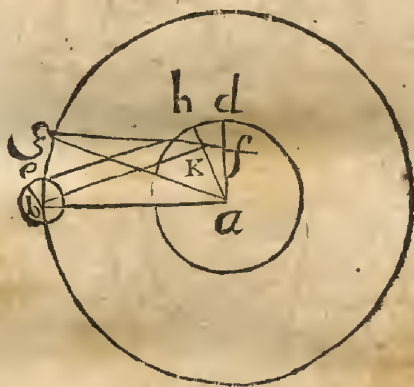
Per 11. primi

Elem.

Per 3. primi

Elem.

Propositorum circulorum a & b centrum recta a b, super quam ut semidiametrum describo circulum b c, & ex puncto a ad perpendicularum a d, ex quo abscindo æqualem semidiametro b e lineam d f,



Per 13. primi  
Elem.  
Per 31. primi  
Elem.

Per 4. primi  
Elem.

Per 13. primi  
Elem.  
Per 13. primi  
Elem.  
Per 32. primi  
Elem.  
Per 6. tertij  
Elem.

ex f duco ad perpendicularum f g, ex g in a duco a g, & æqualem angulo g a d, b a h abscindo h k æqualem d f seu b e, duco autem b e, ut sit æquidistans h k, duco h e, quam dico contingere utrumque circulum b k: produco b k, & quia duæ lineæ a b & a k sunt æquales duobus lineis a g & a f, duæ enim prodeunt ab eodem centro, reliquæ sunt residua æqualium d f & h k, & angulus b a k æqualis g a f, ex supposito erit angulus g f a æqualis angulo b k a, g f a autem rectus fuit, quia g f ad perpendicularum erecta fuit, itaque b k a rectus est, & ideo b k h rectus, quare cum b e & k h sint æquales, & æquidistantes, erit angulus e oppositus b h k rectus, igitur duo anguli e b k & e h k duobus rectis æquales quare cum sint æquales invicem, quia oppositi in parallelogrammo uterque eorum rectus erit. Recti ergo sunt anguli e & h & lineæ b e & a h, ex centrīs circulorū, & angulos illos constituit lineæ e h, igitur e h contingit utrumque circulum.

## Propositio ducentesima tertia decima.

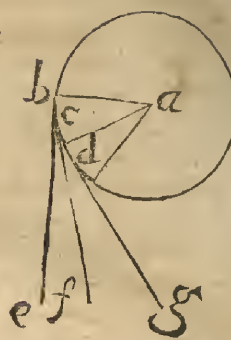
Proposito circulo atque in eius peripheria puncto signato lineas contingentes ultra citraque, & etiam ab ipsomet deducere.

Com t

Per 11. primi  
Elem.

Per 211.

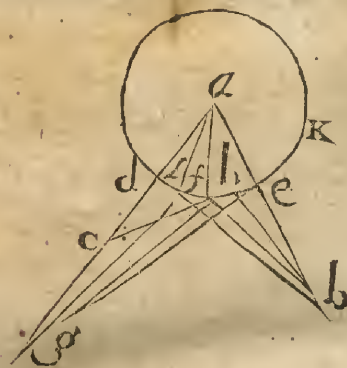
Sit circulus b c d, & in eius peripheria c punctum descriptum, & sumatur b d portio minor quadrante. in qua punctum c, & ducantur a b, a c, & ducantur b e, c f, d g, ad perpendicularum, & constat propositum, & quod nunquam ex eadem parte convenient ex eadem parte ex demonstratis supra,



## Propositio ducentesima quarta decima.

Si extra circulum duo puncta æqualiter à centro distantia signentur, erit punctum reflexionis æqualis, in medio arcus intercepti inter lineas, quæ à centro ducuntur ad illa puncta. Si verò vnum centro proximius fuerit altero punctum æqualitatis in peripheria, tanto longius versus breviorē lineam, quanto punctum aliud à centro magis disteterit.

Sint puncta b c, æqualiter distantia à cen- Com.



tro a circuli d e, & reflectantur c f, b f, dico f esse in medio arcus d e: producta enim f a, erunt anguli d a f & e a f æquales: supponitur enim primum f esse in medio: igitur cum a b & a c sint æquales, & a f communis, erit a f c æqualis a f b, igitur reflectentur æqualiter: ergo si æqualiter reflectentur, ex f reflectentur. ut ex secunda parte: quare ex medio.

Sumatur rursus punctum g, remotius a b a quam b, dico quod reflexio erit in arcu f e. Nam non in e, quoniam sic g e d esset æqualis b e k cui rursus est æqualis b e d, ergo g e d æqualis b e d, pars toti. Sed neque ultra e nam multo magis pars æqualis esse toti aut maior etiam. Sed neque ex f, nam eadem ratione pars esset maior toto. Neque in toto arcu f d: nam sit punctum l, & ducantur a l, g f, igitur g l a maior g f a, maior g f a autem maior e f a, igitur g l a maior c f a æqualis ex supposito b f a, b f a rursus maior b l a: multo igitur maior g l a quam b l a, non ergo reflexio æqualis esse potest. Cum ergo reflexio fiat, & non ex arcu d f, nec puncto f, nec e, nec ultra e, nec extra d, erit necessarium, ut fiat ex puncto in arcu e f.

Ex hoc patet, quod linea a puncto ducta,



ducta, quo longius fertur, eo etiam longius refilit.

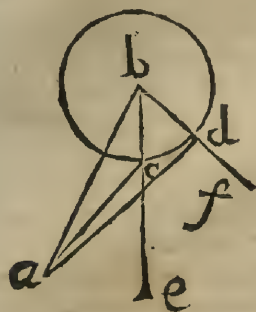
Cum enim a c b maior sit a d b, & an-

lis arcui h d, quare h punctum in medio d & κ, & in medio etiam e & l, quod est probandum.

*Propositio ducentesima sexta decima*

Si fuerint circuli duo inæquales, & extra vtrunque punctum ad illud ex minore reflexe per magnam partem minoris à maiore peruenire poterunt.

Sint duo circuli, maior a b, minor c d, & Com.



gulus e c b æqualis a c b & f d b æqualis a d b, erunt duo anguli a c b & e c b, maiores a d b & f d b, quare reliquus f d a maior a c e, igitur d f refilit latius quam c e.

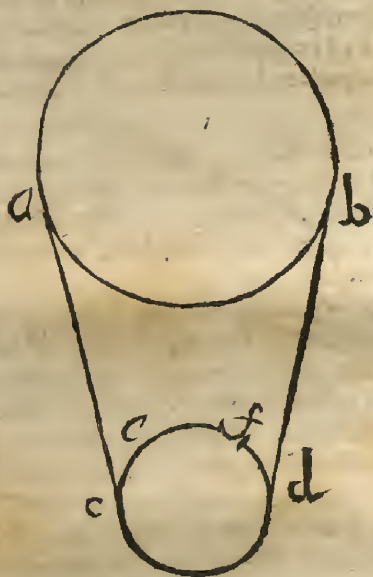
Ex hoc patet, quod tales lineæ quæ refiliunt nunquam concurrent.

Scilicet c e & d f nam constat ducta c d, angulos e c d & d e, maiores esse duobus rectis, ergo non concurrent in partem e f.

*Propositio ducentesima quinta decima*

Punctum reflexionis punctorum inæqualiter distantium à centro, æqualiter distat à lineis ductis à centro ad puncta, æqualiter distantia alterutrinque.

Sint g h a & b h a æquales, & abscindatur h f æqualis h b, & producat h b vsque a d c, ut sit h c æqualis h g, & pro-



punctum g, extra vtrunque, dico quod a d g ex c d poterunt reflexe produci a b in c d, quia enim ex a b quibusvis punctis possunt duci lineæ reflexe ex c d, & ideo cum puncta in a b varient reflexionem ex c d, aliter pars esset æqualis toti, patet intentum.

Ex hoc patet, quod oculus in quavis parte terræ constitutus, in qua Lunam videre possit, poterit eam videre per radios reflexos à Sole.

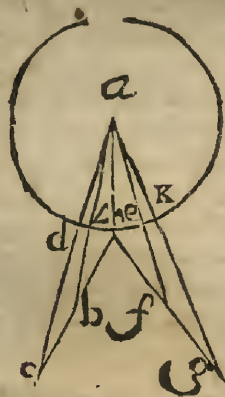
Ex hoc rursus patet, quod eodem modo oculus poterit videre superficiem Lunæ illuminatæ partem per radios reflexos à Solis corpore.

Hoc patet, quoniam si circuli Solis singuli, qui illuminant Lunam ostendunt per primum corollarium huius partem circuli Lunæ per radios Solis reflexos ab ipsa Luna, puta secundum portionem circuli e f igitur cum liceat in Sole accipere magnam partem superficiem eius, quæ Lunam illuminat, in qua continentur infinitæ portiones circulorum, & hæ singulæ mittunt radios reflexos ex Luna ad punctum g, igitur g, videbit portionem superficiem Lunæ secundum longitudinem e f per radios Solares à Luna reflexos: quod est propositum.

*Propositio ducentesima decima septima.*

Oculus videt partem superficiem Lunæ illuminatam à Sole per radios reflexos à Solis corpore: nec tamen potest videre imaginem ipsius in Luna tanquam in speculo.

DD d Quoniam



ducantur f a & c a, quæ secant peripheriam in d & e, dico quod punctum h est medium inter e & l, item inter d & κ. Nam cum h f & h b sint æquales ex supposito, & anguli b h a & g h a æquales, & linea h a communis, erit angulus b a h æqualis f a h igitur arcus h l æqualis arcui h e. Similiter angulus g h a est æqualis e h a & c h æqualis h g ex supposito, & a h communis, igitur ut supra angulus c a h æqualis g a h, igitur per eandem arcus h κ æqua-

Tom. IV.



Com,  
In præce-  
denti,

Quoniam per illos, ut demonstratum est, potest videre, & illi sunt robustiores, ergo per illos videt, omnis enim operatio tribuitur digniori causæ & potentiori. Item, quoniam videmus Lunam in nocte immittere radios per fenestram velut Sol: irradiare autem non est nisi habentis tantum lumen ex se, ut hoc possit facere, aut ut spargantur, aut ut reflectantur: ex se tantum non habet ut apparet hora deliquij: neque spargit, sic enim non impediret Solem hora deliquij, Solis ergo reflectis. Ergo videmus per radios reflexos. Non tamen per eam videmus Solem, ut in speculo obiecto, quoniam Luna primum lucet proprio lumine, & rubro sicut pruna, quod autem debet fungi vice speculi, oportet ut creat colore, & sit velut aqua, & ut sit purum. Deinde, quia Sol est maior Luna, idem videtur ut paries in speculo, videtur enim non reflexa, sed quod ipsum speculum sit aries, & ita Sol videtur, ut totum quoddam, & non potest ob id cognosci. Et etiam magnitudo luminis per quam oculus non potest distinguere Lunam ab imagine Solis: nam ex his quæ per speculum videntur, oportet duo cognoscere, speculum, & rem quæ videtur, sed magnitudo luminis prohibet speculum videri, ergo non poterit videri aliud tanquam in speculo, sed solum speculum cum lumine tanquam res una. Et ita de Luna. Accedit magnitudo distantia: nam in superflua distantia non cognoscitur superficies speculi, sed solum rei obiectæ imago, & illa habetur pro superficie speculi, ergo oculus non distinguit inter speculum, & rem visam, idem non videt tanquam in speculo. Ex quo sequitur, quod Luna iudicabitur longius abesse quam absit, quia quod videmus ex ea est Solis imago, quæ longius multo abest à nobis ipsa Lunæ superficie. Cum ergo sint quatuor causæ, quarum unaquæque impedire posset, quominus Sol non videatur in Luna tanquam in speculo, quanto magis cum omnes adsint in Luna, & simul concurrant.

*Propositio ducentesima decima octava.*

Rationem maculæ Lunæ indagare.

Com,

Supponamus primum quæ sunt manifesta. inde addamus quæ sunt verisimilia valde, post verisimiliora ex dubiis, ubi ratio utrinque pugnare videtur, demum dicemus de quæsito. Manifestum est igitur, quod Luna distat à nobis circiter CLX M P. dimetiens igitur orbis Lunæ est circiter CCCXX M P. Igitur ambitus M M P. Igitur in hora circuit circiter XLII M P. Ergo in ictu insensibili penè, id est, tempore ictus pulsus infantis laborantibus acutissima febre II M P. quoniam quinque tales ictus continentur penè in ictu vno viri temperatæ naturæ, & IIII. ictus pulsus fermè viri temperati complent spatium horæ. Igitur Luna mouetur rapidissimo motu & simili motui fulguris. Ex quo patet quod est corpus expers grauitatis & perfectum, quare nec mistum, nec vitiatum.

Est etiam rotunda, tametsi enim ob di-

stantiam maximam posset videri rotunda, etiam quod non esset, verisimile tamen est, cum vmbra talem efficiat in deliquio Solis, & cum exit è tenebris terræ, tum quia perfecta est quod sit rotunda, aut prope rotunditatem, sed quod est perfectum & diuinum (quia seruat æqualitatem, hoc enim demonstratum est, quod æquale solum reperitur in diuinis quod ad motum attinet) exactè tale est, igitur Luna est exactè rotunda in circuitu secundum superficiem orbis. Ergo etiam vndeque & secundum profunditatem: nam in commutatione non posset latere inæqualitas. Et etiam non est verisimile vilo modo, quod corpus perfectum & diuinum sit informe. Esset autem necessariò eiusmodi, si esset exactè rotunda secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatem alterius figuræ. Verisimilius est ergo, Lunam esse ut ignem quendam densum per se lucidum, sed inæqualiter luminosum, non solum ob substantiæ densitatem, sed copiam luminis & puritatem, quæ impuritas non illi accidit, quia mista, sed quoniam est inæqualium partium rararum ac densarum & mediarum. Neque solū collustratur à lumine ex his quæ diximus, tum etiam quia collustrata non lucent procul, ut neque montes, qui plurimum absunt, quamvis non tale procul ut Luna, imò nec nix quæ illis infidet, sed nix est multo candior per se quàm Luna, quam constat lumine Solis destitutam esse rubram, ergo Luna relucet radiis Solaribus elisis velut à speculo. Et si quis in orbe Lunæ esset media die serena, non videret terram luminosam, quæ multo maior est Luna, & paulo plus à Sole distat, & quandoque illi propior est quàm Luna. Macula autem Lunæ est qualis depingitur cum ore, oculis & naso, sed quod magis spectatur est os ipsum: adè ut Plutarchus non de macula Lunæ, sed de ore Lunæ inscripserit. Non verti autem Lunam, ex hoc probat Philosophus secundo de Cælo.

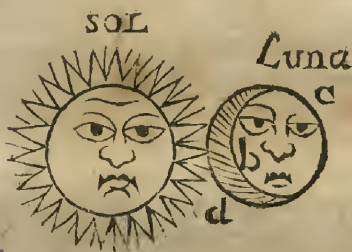
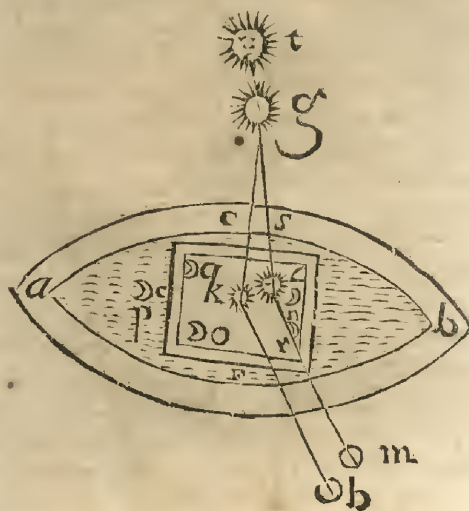


Igitur ab Oriente in Occidente verti sub, & supra necesse est. Scilicet ut oculi infra os supra appareat. Videtur autè magis in plenilunio ob differentiam luminis, & tota quoniā pars versus nos etiam tota illustratur. Et ex illo loco apparet, quod Anaxagoras nesciuit Geometriam, sicut semper fuit mos Philosophorum contentiosorum, ut nil sciant, sed solum garrere, audierat hoc ab aliquo malo Geometra. & respondit in suis libris: nam nos, ut supra vidisti, demonstrauimus oppositum. Quod verò sit macula illa ex vmbra terræ, verum non est, quoniam vna esset & non diuisa, & occuparet totam illius faciem: nec est verum quod mutaret situm, quia superficies terræ est nonnupla superficiem Lunæ. Sicut terræ superficies est minor trigesima parte, superficiem Solis. Nec spargitur lumen Solis in Luna, nam sic esset ambitus ut via lactea: cum autem Luna delinquit in Oriente, est glauca & purpurea,



purpurea, cum in cœli medio rubra, cum in Occidente nigra videtur, nam ab utraque parte tenebris operitur: Oriente ab umbra terræ, ab Occidente ab obscuritate loci. In mediis locis mediis coloribus, Astrologi terraticis tribuunt, hoc autem quandiu tota delituerit, quod tempus horam vix implere potest. Ergo partes peruiæ non remittunt lumen, idè obscuræ apparent, quod in vitreis speculis à quorum partibus plumbum excidit: nam nigra illæ apparent, reliquæ splendida, ob id sydera aliquando per illam relucet, & aliquando non. Et Solaris eclipſis tempore, non lux tota Solis petit: atque ideo ut videmus, & variant colores eo tempore, non tamen collustrat splendide Sol ob crassitiam Lunaris corporis hæc inferiora, tum etiam ob diuersitatem partium, & ad situm. Nam si Sol sit ad situm a b, transibunt multi

1. Apoteles Ptolem.



radij, si c d paucissimi aut nulli, sed ut ubi tenuior est Luna in ambitu, & Solis radij densiores transeunt, & sydera pellucet contrariis causis minus, ut iuxta medium nequaquam. At Lunæ maculam radij efficiunt, etiam si tota subtus opaca esset, cum peruiæ vel tantillum fuerit in superficie, ut venis opus non sit. Et iuxta hoc macula illa, ut liquet, ad perfectionem corporis Lunæ pertinet magis quam pars splendida, quamuis prima cogitatione oppositum videatur. Est enim duplex perfectionis genus in cœlestibus corporibus, & ob densitatem cum remittit, ob perspicuitatem cum à Sole, ut vniuersali quodam principio illuminatur,

*Propositio ducentesima decima nona.*

Rationem eorum quæ apparent circa Solem speculo in aqua posito declarare.

Com.

Sit peluis a b aqua plena: speculum in ea c d e f quadratum, aut perfectè, aut oblongum submersum in ea: Sol primum solus in g oculus ex aduerso in h, ita ut ad æquales angulos possit videre Solem in k, dico quod depresso oculo in m, videbit alium Solem maiorem versus marginem aduersum in l, & longè splendidiorem: quia enim radij reflectunt ex k, ut robusti & à medio densiore ad rarius, qui non inflectuntur, erunt pauci & idè Sol in k minor apparebit, & languidior, maior autem pars deflectetur à perpendiculari ad m, igitur Sol apparebit maior & validior longè splendentibus radiis, adeò ut vix ferri possit. Sed quoniam angulus ex supposito m l s maior est h k e,

Tom. IV.

igitur cum oculus iudicet se videre a d æquales angulos, ut debetur g depressior & propior

abro in t, sicut n m est infra g h, ita t infra g quare etiā ut angulus m l sit æqualis angulo t l f, necesse est ut l sit ultra k: aliter t videretur quasi tangere aquam. In hora autem deliquij Solis velut hodie v. Idus Aprilis hora sexti diei, cum diligentissimi statuerint medium eclipſis in quinta, & supposita fuerit obscuratio à Ioanne Stadio partium novem cum bellè, & tempus horæ vnius & m: 26. fuit tamen maior & longior: quoniam luminaria fuerunt propiora vna parte caudæ Draconis, quam ipse posuerit in tabulis, & hoc quia supponit æquinoctium tardius diebus duobus quam apud Alphonsum: & forsan sufficiebat vna dies, scilicet ut esset die decima Martij horis decem octo à meridie: nam tunc omnia respondent observationi: in qua apparuerunt quatuor Lunæ: & quidem ab initio fuerunt duæ orientiores è regione, scilicet o p, & vna occidentior n, & tantum distabat n a x quantum o: Et clarum erat quod p erat, sicut secunda iris parua & non candida, sed rubra purpureo mista, quoniam ex reflexu o oriebatur: apparebat autem a latere illo, quoniam Luna dextram partem obtegebat, ideo illa erat minus luminosa, & verus Sol erat in k, modò Lunæ, modò Solis imaginem referens ubi transisset eclipſis medium, non amplius tres illæ Lunæ apparuerunt à dextra & à sinistra, sed vna ultra nos in q, & duæ versus nos in r & n & quæ erat in r, erat similiter parua & purpurea rubraque, & mutato speculo variabatur situs q & r, id est, ut modo essent quasi in medio laterum e & f, quandoque transuersæ. Et hoc contingit ob mutationem loci k propter speculi variationem.

Causa, est quoniam Luna cum permeet Solem non è regione recta lineæ oppositæ nostro visui, & solum momento, & in longis temporum intervallis possit obtegere illum. Sit ergo ut Sol obtegatur à Luna mediis partibus, & sint radij extremi in speculo: a c & a d, igitur erunt tanquam duo Soles, sed uterque illorum geminatur, idè sunt tres: medius enim ob Lunæ

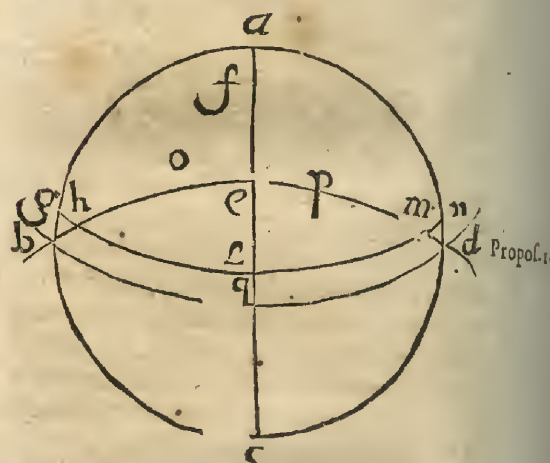
DDd 2 perspi



perspicuitatem integer, apparet, idè modò  
sub forma Sòlis, modò Lunæ laterones am-



stra in dextram dum occidit. Et quod dum  
erit in meridie vmbra verget ad Septentrio-  
nem: Tertio dico, quòd in his qui habi-  
tant versus Septentrionem à tropico cancri  
vmbra in Meridie, quocunque tempore  
anni borealis erit. Quarto quod iisdem toto  
dimidio anni ab æquinoctio verno ad au-  
tumnale, vmbra oriente & occidente Sole  
sunt meridianæ transuersæ: & muri respi-  
cientes boreā illuminantur. Sit finitor a b c d  
in regione boreali, cuius vertex e & f po-  
lus, elenatio poli supra finitorem a f, æqui-  
noctij circulus b q d, cui parallelus borea-  
lior Solis via per cancri initium, g h l m n,  
circulus magnus per verticem, & interse-  
ctiones æquinoctij, & finitoris b h e m d, Me-  
ridiei semicirculus superior a f e l q c. Cum  
ergo vertex regionis sit in e, & circulus  
magnus b h d transiens per verticem, tran-  
seat per centrum terræ ex diffinitione  
circuli magni, & linea à vertice gra-  
uium habitantium sub vertice e, tendat



bo sub forma Lunæ idè erunt tres, quibus  
addita Luna p, quæ est reflexa a secunda,  
fient quatuor. At dices cur non sit reflexus  
secundum directum oculi, vt Lunæ appa-  
reant vltra citraque Solem? Dico quod  
Luna diuidente orbem reflexus fit ad latera,  
quia radij transuersim feruntur: cum au-  
tem non diuiditur fit prorsum & retror-  
sum. Sed cur dices Lunari forma?  
quoniam partes Solis quæ vigent, eius-  
modi forma apparent, Iconem vides à  
latere,

*Propositio ducentesima vigesima.*

Causam cur Sol æstiuis diebus exorians  
vmbra ad meridiem, cum in meridie ad bo-  
ream mittat, explorare.

Com:

Dico quod vbicunque terrarum in  
nostro hemispherio, Sol vbi fuerit in  
Oriente seu Occidente videbitur, cum  
sub circulo æquinoctij fuerit è regione, no-  
bis etiani si homo sub arctico circulo habi-  
tet, & ita respicienti ad polum vmbra erit  
à dextra in sinistram, dum oritur & à sini-

ad centrum terræ ex demonstratis ab Aristo-  
tele, & suppositis ab Astrologis, quod gra-  
uia omnia tendunt ad centrum terræ, erit  
quodlibet graue seu murus seu homo, seu  
per vltimam petitionem, seu per demonstrata  
in vndecimo ab Euclide murus, & homo  
quiuis incola regionis in superficie circuli  
verticalis b e d. Igitur dum Sol est in b vel d,  
vmbra erunt à dextro in sinistram, vel con-  
trario modo, & ita Sol videbitur esse  
è regione nobis: & murus faciet vm-  
bram orientalem vel occidentalem. Et  
hoc est primum. Et quoniam cum Sol  
erit in Meridie, tum erit in q, igitur  
erit vmbra ad Septentrionem, cum e  
sit loco gnomonis & murus. Et hoc est  
secundum. Tertium etiam patet, quia  
Sol nunquam transibit punctum l in Me-  
ridie versus boream, sed regio suppo-  
nitur borealis l, igitur tempore meri-  
diei vmbra semper hic borealis erit. Et  
quoniam b h e m d secant parallelos, qui  
sunt in Septentrione vt puta tropicum in h  
& m, igitur oriente Sole, & occidente  
rursus per totum arcum g h & m n, vide-  
bitur borealis quàm in b vel d parte arcus  
magni intercepti inter arcum magnum tran-  
seuntem per verticem & locum Solis, vbi  
secat finitorem & puncta b, & d: ita erunt  
vmbra



umbræ Meridionales toto hoc tempore, & hoc est quartum.

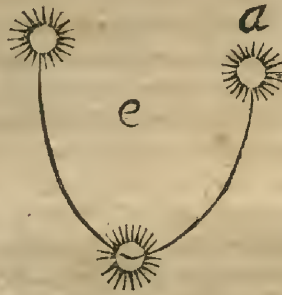
comparatione ad totum circulum. Quia verò g h est nota, & in Sole conspicitur

Cor. 1.

Ex quo sequitur, quod in hoc toto tempore veris & æstatis, cum Sol in Meridie videatur esse post tergum, & in Meridie, & dum oritur à parte Septentrionis. Ergo ab ortu Solis ad Meridiem videbitur ferri motu diurno, linea obliqua à Septentrione in Meridiem: & à Meridie ad Occasum, alia obliqua linea à Meridie in Septentrionem: vt in figura, vt si Sol sit in a in Oriente, b in Meridie, c in Occidente, & vertex nobis in e.

Cor. 2.

Sequitur etiam, quod si tempore æsta-



tis possemus in media nocte videre Solem, in cœli medio videretur, tantundem versus boream declinare, quantum Meridie ad Meridiem. Et hoc quia circulus æquinoctij b q'd, tanto borealior est in parte inferiore circulo, per verticem, quanto in superiori. est australior: quoniam circuli magni se secant per æqualia. Et si hoc est verum de Sole sub æquinoctij circulo, quanto magis erit verum de Sole sub tropico æstiuo?

Cor. 3.

Ex præcedenti patet, quod Sol in media nocte borealior videretur sub æquinoctij circulo tanto, quanto videtur australior seipso, dum est sub tropico cancri, quia circuli se secant ad angulos oppositos æquales: igitur si verticis circulus maiorem facit angulum superiorem cum æquinoctij quam tropici borealis circulo, igitur & inferiorem: homo autem & visus iudicat australe & boreale iuxta inclinationem circuli ducti per locum Soli ad circulum ductum per locum verticis:

Per similem 15.

Propos. primi Elem.

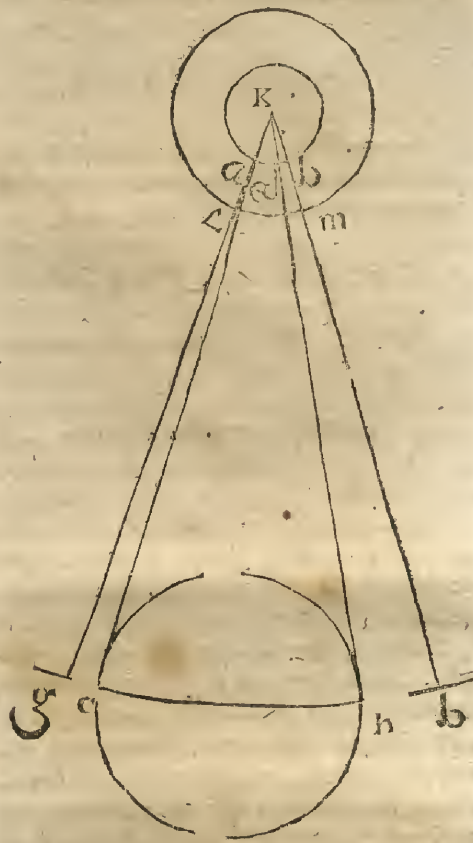
.Propositio CCXXI.

Magnitudo Lunæ & cæterorum astrorum dignoscitur ex proportionem aliorum ad eam iuxta distantiam: ipsius verò iuxta rationem pupillæ ad Lunam distantie ratione.

Com.

Sit pupilla a b, quæ in circulo l m, posita in eodem centrò, comprehendat portionem notam l m, ideo clauso oculo altero eandem portionem videbit totius cœli, vt liquet ex demonstratis in Elementis Euclidis, igitur nota l m nota erit pupillæ, & ideo g h quanta sit portio cœli, quia k est etiam quasi centrum cœli Lunæ, sit ergo Luna c d, eritque tanta portio g h notæ, quanta e f pars pupillæ, per quam videtur ipsius a b: e f autem similiter est nota in n o, igitur, & c d in

Tom. I V.



arcus notus æqualis, ergo erit nota diuersitas aspectu ob distantiam nostram à terræ centro, quare altitudo Lunæ nota, & eius magnitudo, eius enim ad semidiametrum oculi, vt c d ad e f. Hoc autem est crassa Minerua additum, vt quis intelligat difficiliora esse quæ crassa videntur, quàm quæ elaborata, huiusmodi autem diuina, de quibus mox dicendum erit,

## SECUNDA PARS DESUPER Principia.

### DIFFINITIO PRIMA.

Proportio imperfecta seu potestate est duarum quantitatum, quæ sic se habent, vt nullæ duæ aliæ in eodem genere inueniri queant,

### DIFFINITIO SECUNDA.

Proportio media est comparatio rei non habentis quantitatem, quæ tamen mutari possit ad rem, quæ quantitatem habeat.

### DIFFINITIO TERTIA.

Proportio sublimis seu ordo dicitur duarum substantiarum quæ quantitatem non habeant, comparatio

### PETITIO PRIMA

Infinitum quod imaginem habet quantitatis, quantitatem autem non habet, neque est quantitas.

DDd 3 PETI.



## PETITIO SECUNDA.

Repugnans est super quod nulla est potentia.

## PETITIO TERTIA.

Non posse super ea quæ repugnant, nullam declarat imperfectionem, neque infinitum non esse negat.

## PETITIO QUARTA.

Infinitum infinito maius esse non potest.

*Propositio ducentesima vigesima secunda.*

Quantitates quæ æquales esse non possunt in eodem genere, maius tamen & minus recipiunt, sunt in proportionem potestatis.

Com,

Sint propositi duo anguli, gratia exempli, a rectilineus, b verò in circumferentia circuli, qui potest esse maior, & minor rectilineo proposito, & nunquam potest esse æqualis, ut declaratum est supra, dico proportioem b ad a esse potestate, nam ut visum est, potest esse maior & minor, & est maius & minus verè, & idè sunt in eodem genere, & uterque est continua quantitas, igitur in transitu necesse est, ut sint æquales aliquando sed non actu, hoc enim repugnat, igitur potestate.

*Propositio ducentesima vigesima tertia.*

Quantitates quæ actu æquales esse non possunt, in nulla proportionem actu esse possunt.

Com.

Sint duæ quantitates quæ æquales esse non possunt, ut in priore exemplo a & b, dico quod non possunt esse in aliqua proportionem in actu, aliter sint in proportionem c, & ducatur c in b, fiat d, erunt ergo d & a æquales, quod est contra suppositum, nam supponitur quod nulla quantitas ex genere b sit æqualis a, sed d est ex genere b & æquale a, & ideo suppositum non manet, igitur a & b non sunt in aliqua proportionem in actu.

Per 9. quinti  
Elem.

*Propositio ducentesima vigesima quarta.*

Neque temporis ut imaginamur ipsum esse infinitum, neque cuiusvis vitæ proportionem vlla est ad tempus quod potestate est, ut potè diem vel mensem.

Com.

Tempus ipsum ut infinitum est, aut in actu est, aut refert quippiam in actu, pars autem temporis solum est potestate, quia nullum tempus in actu est, neque annus, neque mensis, neque dies, neque hora aut momentum, sed si totum tempus non esset actu, nihil esset actu, neque totum neque partes. Igitur totum tempus, vel aliquid loco eius est actu, partes autem potestate, sed ut visum est proportio infiniti nulla est, & ad

rem quæ actu non est, igitur tempus nullam habet proportionem ad annos neque menses vel dies. Quare qui dicunt, quod mille anni sunt unus dies, in philosophia errant, secus apud Apostolum, ubi de diuinitate agitur. Ergo anni sunt longum tempus, & dies breues, quia dicuntur in comparatione inter se, & non secundum proportionem ad infinitum. Quia sit infinitum a, & duæ quantitates b maior, & minor, vel ergo proportio a ad b c, est vna vel diuersa, si vna, ergo b c erunt æquales, si maior est ad c quam ad b ergo infinitum est maius infinito, ergo non est infinitum, quod est contra petita.

Per 9.  
Elem  
4 post.

*Propositio ducentesima vigesima quinta.*

Proportio media non est ex ratione agentis sed patientis.

Proponatur a quantitas, quæ debeat mutari ab virtute quæ non sit in materia, & palam est quod non poterit permu-

b  
a  
Com.

tari instanti, quia simul esset, & non esset, ergo repugneret, neque etiam potest non esse, ut demonstratum est in Hyperchen, quia repugnant necessitudo & essentia Dei, neque mouetur à certa proportionem, quia b caret omni quantitate, ergo nihil ostendit vim ipsius b esse finitam, quod ergo moueatur tardè celeriter paruum magnum, istud contingit totum ex conditionibus a, id est, materiae & quantitatis: velut, gratia exempli, si a esset in vasculo palmi, non posset implere idgerum, & hoc non ostendit vllam imperfectionem in b. Et sicut homines omnes sunt in carcere huius mundi, & tamen videntur esse sibi liberi, & appellant solum illos esse in carcere qui sunt in ergastulo, ita omnis materia, & omnis quantitas habet conditiones, per quas (ut ita dicam) constringitur, & repugnat eas mutari, & idè vitam agunt sine vlla proportionem. Quod verò dictum est, supra dictum fuit, per exemplum dictum est, non quia ita sit, sive ergo quod in aliquo pariete, non sit albitudo, nisi vnius gradus, illa non operabitur nisi per vnum gradum, etiam si calx esset infinitè alba, & similiter de luce Solis, ergo omnes mentes moeant sine proportionem, & non possunt dici finitæ vel infinitæ, quia ipsæ sunt expertes omnis quantitatis, imò omnis relationis ad quantitatem, & hoc est quod latuit multos, & maximè propter dictum Philosophi, est ergo omnis operatio iuxta id quod est in materia, & non quod vna mens maiores habeat vires, alia cum non sit in eis neque maius neque minus.

Per 3. post.

*Propositio ducentesima vigesima sexta.*

Proportio sublimis non consistit in magnitudine, sed ordine iuxta quem differentia est eius quod est ante & post.

Non enim potest esse comparatio iuxta magnitudines motas quoniam vel sunt corpora cœlestia, vel elementaria, elementaria esse

Com.



esse non possunt, quia illa cum sint corruptioni obnoxia, id est, transmutationi, secundum qualitatem non possunt esse subiecta incorporearum substantiarum, neque à primis substantiis moueri, neque etiam excipere primò lumen suum, sed mouentur vim influxam à cœlestibus corporibus, neque etiam per motum corporum cœlestium, nam illa non mouentur secundum proportionem mentis ad corpus, sed iuxta rationem finis, à qua circumscribuntur, & ideo quod Saturnus moueatur velociore motu, quàm Iupiter ab Oriente in Occidentem, hoc non est, quia vita quæ mouet Saturnum sit robustior vita quæ mouet Iouem, cum sint vna & eadem: vel si dicas quod sint diuersæ vita Saturni, non tamen est validior in comparatione ad suum cœlum, vita Iouis non moueret celerius Saturnum ab Occidente in Orientem, quàm vita Iouis Iouem, quod est falsum, sed talis motus velocitas est ratione finis, quia oportet vt pariter moueatur eo motu, & quia cœlum Saturni est maius, ideo celerius moueatur quam Iouis, & hoc ratione corporis mobilis, & non ratione proportionis ad corpus. Dico etiam, quod non habent potestatem aliam, per quam subeant proportionem, nam quæritur cuius comparatione illa proportio oriatur, nam non ad corpora, quia neque ad cœlestia neque mortalia, vt dictum est, nisi fingamus alia corpora, quod est absurdum, nequa etiam ratione incorporeorum, nam non possunt destruere se inuicem, quia inferior non potest tollere superiorem, neque multo minus potest velle, Hoc est enim nefas cogitare, neque superior inferiorem, quam producit quam amat: & ideo dico, quod sunt in proportionem sublimium, id est, ordine perfectionis, qui consistit in propinquitate ad primam causam exemplum, Sol est longe perfectior sua luce, quæ est ei propria, quia Sol est substantia, & lux est proprium, & lux Solis est multo perfectior lumine cum sit (vt dixi) lux proprium & in Sole, tanquam in subiecto, lumen autem extra & accidens. Nec tamen dicendum est, quod Sol sit potentior luce, aut lux lumine, idem dico de anima & facultatibus eius, & functionibus, inter quas nulla cadit proportio perfectionis, tamen differentia conspicua est, & ideo poterit impediri functio, & non facultas, & facultas tolli remanente anima. Forsan dices, quod istæ non sunt substantiæ, & ideo oportet, vt omnia incorporea Deo solo excepto essent accidentia, dico quod in incorporeis non est sicut in anima, quæ est iuncta corpori, neque vt in Sole quod est corpus, sed tanta est perfectio producti incorporei, quod ipsum est substantia. Et ratio est quia substantia differt ab accidente vel ratione corporis, vt aqua à frigiditate, & hoc non est in incorporeis, vt manifestum est, vel quia vnum sit subiectum alterius, & ideo substantia, vt est principium comparationis, & in se ipsa dicitur substantia, & vt comparatur ad extra & ad operationem suā, cuius est principium dicitur facultas: velut vita cœlestis substantia est, vt verò cœlum

pulchritudine illius delectatum mouetur ad obsequium, dicitur facultas in illa vita, & non est nisi substantia, tamen ipsius vitæ adeo vt sola ratione differant. Tertia differentia est, quia substantia non est in subiecto, sed facultas est in subiecto, verum in incorporeis, vt dixi, non differunt nisi sola ratione, velut pater & homo, nam pater necessarîo est homo, & est substantia, vt ad aliud comparatur. Quarta differentia est ratione propriæ naturæ quæ non dependet, nam substantia non pendet sicut accidens & facultas, verum vbi genita fuit non amplius pendet: respondeo, quod in incorporeis producit, & non repugnet productio substantiæ, quia si non repugnat generatio hominis, quod substantia, multo minus etiam incorporearum. Relinquitur vt obiciās, quoniam substantiæ incorporeæ semper sunt, ergo nunquam sunt veræ substantiæ: ad hoc respondendum est per interemptionem, nam de vera responsione non est hic locus, quod eadem ratione qua producuntur vitæ, producuntur etiam celi, at cœlum nihilominus est verè substantia, & magis istis mortalibus, ergo vel talis productio non est perpetua, vel, vt verius dicam, est simpliciter productio circumscripta ab omni tempore præsentis, præteriti & futuro. Quare erit magis vera productio quam substantiæ mortalis, ideo contingit hic error ex dissimilitudine eorum quæ maximè similia esse videntur, nam cum accidentia producantur in tribus temporibus, & incorporea in nullo, substantia autem mortales solum in vno tempore, ideo productio incorporeorum videtur esse similis productioni accidentium, cum tamen productio substantiæ mortalis sit verè media inter illas, nam substantia mortalis producit in vno tempore, accidens in omni substantia immortalis in nullo, necesse est autem extrema magis differre inter se quàm à media, igitur substantiæ incorporeæ ordine & perfectione differunt, non tamen proportionem habent. Et si quis dicat, quod vltima substantia esset æquè potens, vt Deus respondeo quod non est verum, quia vel loqueris de perfectione, & ita demonstratum est, quod Deus est ipsa perfectio, vltima substantia est imperfectissima: vel loqueris de magnitudine, & ita non sunt æquales prima & vltima substantia, quia non possunt comparari, sicut lumen non potest comparari lumini, quod sit dulcius vel amarius, grauius vel leuius maius enim & minus, & æquales sunt differentiæ quantitatum, vitæ autem non habent quantitatem operationis, quia, vt dixi, est absolutissima ratione finis, neque potentiam ad aliquid, quia sunt in æterno actu, & hoc secundum philosophos, & iuxta rationem luminis naturalis, nam secus religio & fides tenent, quia supponunt mundum esse creatum, & sic potentia differentiæ ab actu quia Deus nunc creauit, & antea non creauerat, & tamen poterat creare.

Ex hoc patet, quod nulla substantia incorporea est finita nec infinita, nec extensa nec contracta, quia omnia ista pertinent

Com.



ad quantitatem, quarum illæ omnino sunt expertes.

*Propositio ducentesima vigesima septima.*

Com.

Vitæ iuxta numerum perfectionum in cōparatione ad cogitationem nostram proportionem quandam habent.

Velut Deus est per se primo absolutū, & causa omnium bonorum, & esse, sapientia verò quæ generatur à primo bono, non est causa omnium bonorum, quia sic produceret primum bonum, & produceretur est tamen per se primo & absolutum bonum, amor autem est causa omnium bonorum posteriorum, & absolutum, & per se, sed non primò, & ita de vita quæ regit mundum, ipsa non est absoluta, neque per se primò, sed solum causa omnium bonorum, est tamen absoluta in ordine bonorum, quæ retinuit, & hoc modo dicimus esse plures personas in diuinis plures mentes, & substantias incorporeas.

*Propositio ducentesima vigesima octaua.*

Com.

Proportionem scientiæ futurorum & cæterorum occultorum considerare.

Septem licet sint modi futura & occulta prægnoscendi, quædam tamen sunt communia omnibus, quædam multis: varia quoque est ratio horum, alia enim est proportio sciendi, atque hæc duplex, vel ex ratione intelligendi quæ ortum habet ex cōparatione animi ad magnitudinem & difficultatem eorum, quæ cognoscuntur, quædam ad modum quo iudicantur. Alia rursus est ratio proportionis modi ad animam ipsam, ut quisque propior fuerit ipsi aut remotior, alia demum est differentiæ signorum aut causarum, ergo ut à propinquitate initium ducam septem videntur esse ordines, qui etiam ad perfectionem diiudicandi pertinent. Primus est eorum quæ agimus quibus prudentia dominatur, atque hic admodum certus est, ut in negotiis publicis priuatique videmus, est autem duplex, civilis & militaris. Secundus est naturalium, est autem maximè euident in tribus medicina, agricultura & nauigatione. Tertius est eorum quæ sunt secundum naturam, sed non per causas, velut astrologia & physiognomia. Eius autem tres sunt partes physiognomia, metoposcopia & chiromantia, namque astrologia etsi per causas sit, magis tamen per signa ostendere videtur, nam quod Iuppiter in ascende bonos præbeat mores, cur magis hoc in loco vel illo, magna est quæstio. Quartus est consensus omnium nobiscum atque fatale vinculum, in quo genere ponuntur fulgurum casus, exta, & angurium & hydromantia. In quinto modo ponuntur ea quæ cum anima nostra consensum habent, eiusmodi sunt vitæ aut genij aut errores. Sextus verò est ex origine, velut sunt Prophetæ & vates Sybillæque, quorum vis alia in seipsis, ut prophetarum, alia vaporis ut Delphici oraculi. alia aquæ velut in Coloplonio oraculo. Vltimum est præstantissimum idè-

que remotissimum, quod à Deo per preces consequimur. In omnibus ergo his iuuat præstātia modi non auspiciū, & exta parua habent significationem, quæ verò à Deo maximam, alia enim est proportio agentis, ut Dei alia modi agēdi, velut quæ per causas sit melior quàm quæ per signa, alia impressionis lucis aut efficacis, alia cōiunctionis naturæ nobiscum. Quod verò ad nos attinet, aliud est ex pericia artis, aliud ex iudicio acri, aliud ex diligentia. Differentiæ autem cognoscendi sunt multorum aut paucorum exactæ: vel non exactæ, securæ aut dubiæ atque horum omnium causa est magnitudo proportionis, aut in origine ad significandum, aut in anima ad intelligendum. Atque originis, ut dixi, multiplex est ratio, scilicet modi vel causæ vel efficaciæ, cum verò hæc omnia in vnum conuenerint, certissima & exactissima fiet diuinitas, cum pauca & minus valida, ut pote discursus & iudicium dubia, debilis & paucorum. Quæ verò nugantur Porphyrius & Iamblicus de his, omnino fabulis similia sunt, videturque Iamblicus Prophyrio indixisse bellum, sed cum ignauo hoste, ipse longe deterior.

*Propositio ducentesima vigesima nona.*

Incorporea omnia vnum sunt, neque numerus est eorum.

Videbitur ab initio paradoxum, sed ubi Com. & modum & demonstrationem ipsamprehenderis, intelliges ita esse iuxta luminis naturalis rationem, tum verò maximè, cum id adiecero non prohibere me, quin ut partes in homine numerentur. Sed aliud est partes in homine dinumerare, quæ numero ipso non distinguuntur, sed si plures homines seorsum de earum numero interrogas singuli diuersa, nec exiguo interuallo differentia respondebunt, sed vnus decem puta, alius centum, alius innumerabiles pronuntiabit. Quin etiam quisque qua ratione velis illas distinguere interrogabit, at non sic de numero gregis pauidum, aut de pecuniis, in quibus nemo ab altero dissentiet, nisi cum in numerando errorem admisserit. Igitur dico non esse numerum in incorporeis, nam finitus erit vel infinitus: si infinitus, numerus non erit, quoniam primum nullus Deus erit nulla prima substantia: nam quomodo Deus erit aut Dominus infinitorum, aut primus ubi non est vltimum? Sed neque numerus aliquis certus earum esse potest, cum primum non magis hic quam ille: neque enim desiniuntur villo termino, seu centum, seu mille aut millies mille: nec cum subiiciantur quantitati continuæ poterunt subiici, numero vel alteri cuiuspiā accidenti. Sed omnia sunt vnum ita tamē quod perfectius est atque imperfectius diffusum ab ipso infinito, cuius in extremo coherent mentes nostræ & animæ, & cælum, quæ communicatæ inferioribus atque corporibus illa agunt, mutant & seruant. Ipsum quàm vltimum esse, est in mundo, quod est corpus, & eius pars præcipua cælum deinde reliqua. Omniaque moventur & transfe-



transferuntur immobili primo principio, quod cum illis coniunctum est: nam reliqua incorporea ab ipso prosuunt. Est & ratio Aristotelis in tertio decimo Theologorum sermonum, Deus non est vnus numeri ratione, sed ita vt non sit plura, igitur in mundo toto incorporeo non est numerus. Si enim Deus esset vnus numero, non posset esse ens commune, & vniuersum amplectens cuncta, & accidens contineret, quæ omnia sunt falsa, absurda, nefaria & impia, licet tamen (vt dixi) menti humanæ quæ omnia reducit ad similitudinem sensibilem, à quibus originem traxit suæ operationis fingere numeros, sicut in partibus hominis, aut cœli, aut aëris iuxta situm, aut magnitudinem. Est etiam alius modus iuxta quæ Aristoteles numerauit mētes quæ mouēt corpora cœlestia, quod absurdum nō est, velut si quis numeret digitos, in pulsante cœlim, erunt quatuor aut sex, non tamen est numerus ille verè plurimum, cum ad vnum hominem referuntur. Et cum sit mundus hic imago superioris, vt ille dicebat, & inferior potestate contineat infinitas partes, infinitas ordinis ratione superior continebit. Sed non infinitas numero, Exempli gratia, proponamus quod Solis vis dirigatur ad nos vsque impedita per nebulas, vt nonnunquam contingit: erit ergo perfectio vna, sed ordinata omnium radiorum: adde quod si infinita vasa applicarentur aqua plena infinitæ rationes iridis apparerent, quæ omnes continerentur potestate in radiis illis ratione comparationis ad vasa & irides, per se autem, vt sunt perfectiones essent in actu.

*Propositio ducentesima trigesima.*

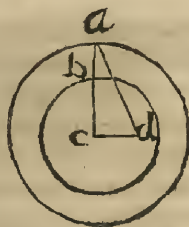
Proportio incorporeorum ascendentium semper maior est.

Cum proportio illa sit quasi similis decori, & idē musicæ geometrica maior est in maioribus ac magnitudinibus, vt suprà docuimus. Sed non est neque geometrica, neque arithmetica, nec musica, nec per recensum, essent enim quantitates quæ compararentur: vnaquæque enim harum inter quantitates constituta: at illa est vt productis ad productum. Et non comparantur quoad æternitatem, quia vt aliās declarauimus, omnis substantia est æterna: quanto magis incorporea. Quia ergo primum per præcedentem habet rationem totius, & est infinitum secundum ea parte qua recedit, quia primum non est, plus distat à primo quam a tertio, igitur descendendo vsque ad prima elementa. Sed obiciēs de qualitatibus & accidentibus: dico quod habent medium esse licet, tempore infinito vincantur à substantiis, illæ tamen etiam vincuntur & absque participatione perfectionis illius cum accidentia participant essentia & tempore, & si quis dicat, cur ergo Sol & Iupiter non sunt locati in supremis orbibus, cum sint nobiliores & maiores & potentiores cæteris erraticis: dico quod fuit ob mundum inferiorem, quoniam si fuisset altiores, mundus inferiori frigore corrumperetur, quandoquidē

vel sic frigore premantur, in hyeme etiam sub torrida plaga, & sub polis ac iuxta eos semper. Et orbes superiores non indigebant lumine Solis, quod apparet in nocte serena, cum etiam adeo à nobis distent. Vnde si canicula esset in cœlo Lunæ, plus luminis afferret centuplo quàm Luna, cum distantia sit quingentupla distantia Lunæ à terra. Et si Sol esset factus adeo maior, vt in orbe Saturni consistens calefaceret terram æqualiter, vt non exureretur in æstate, hyeme necesse esset, vt nimium gelasceret. Sin autem æquale esset frigus in hyeme, exureretur terra per æstatem, quandoquidem nec sic illam pati possint, qui in torrida plaga habitant. Et si Sol esset vbi est Luna, & eo minor non illuminarentur orbes superiores. Ideo nobilitas non est in orbibus ob altitudinem, sed ob substantiam incorpoream quæ illi dominatur. Et est in loco congruenti toti corpus, vita autem non est in loco.

L E M M A.

Et proponantur a & b in proportionē dupla altitudinum & magnitudinum, &



comparentur ad d, erit ergo angulus a d c maior b d c, quare si sunt æquales vires in a b, refrigerabitur magis d ab a quam b, & ita patet vtraque pars dicti in fine propositionis.

*Propositio ducentesima trigesima prima.*

Tres esse mundos atque inter ipsos nullam esse proportionem: nec numero eos definiri.

Cum pàlam sit esse corporeum mundum, vt elementa, & incorporeum vt Dei, & medium esse necesse est vitarum & hominum ac cœlestium, quod primum sensu patet, vt cœli, hominum & animalium, atque plantarum, & ratione etiam, quoniam extrema contraria non propriè medio copulantur, vt in corporeum ac corporeum. Dico igitur nullam esse inter hos proportionem atque numerum facere: nam de numero constat, quoniam non sunt tres, quia sint in ordine numerorum, sed vt principium, medium, finis, & perfectum, perfectius, perfectissimum: scilicet positium, comparatiuum & superlatiui. Et quoniam sunt extrema cum medio, idē sunt in proportionē sublimi etiam & non propria. Quod si essent maximè mundi vitalis ad corpora, sed corpora non mouentur nisi iuxta finem vitæ, & non vim: ipsa enim si posset habere voluntatem infinitam moueret

Sup. 5.

Lib. 171 c. 4.

Com.  
Prop. 171.



ueret in instanti : quia corpora non felutantur animabus suis sed quantus est actus in animabus & vitis , tanta est potentia ad vnguem in corporibus , ergo non contingit proportio in mundo vitarum vera nisi illa sublimis. Neque enim finita est quæ nullis circumscribitur terminis, neque infinita quæ finitam præsupponit, sed neque inter mundum & incorporeum & vitarum cum mentes non moueant , vitæ moueant : & quod mouet necessariò mouet , & quod non potest mouere , quoniam omnia æterna sunt : & in æternis idem est esse ac posse : igitur inter mundum incorporeum & vitarum nulla est proportio vera , sed solum sublimis , nec numerus : nisi vt à nobis fingitur. Velut si dicamus in tabula, & in negotio est principium medium finis , & hæc possunt dici tria quatenus distinguuntur : sed non ob hoc dicendum est tabulam , aut negotium habere tres partes, multo minus esse tria negotia aut tres tabulas.

*Propositio ducentesima trigesima  
secunda.*

Omnis motus naturalis, quanto velocior est , tanto propior est , & magis simillimus quieti.

Com.

Hæc propositio primo intuitu videtur esse falsa , quoniam cum motus sit contrarius quieti , & efficiat actiones quieti contrarias, quanto velocior erit tanto remotior à natura quietis & magis dissimilis , propterea intelligere oportet primum, in quo sensu verba sint accipienda , nam hæc propositio, & authoritate , & sensu & duplici ratione evidenti manifesta est. Oportet igitur primum scire quoad locum attinet tria esse discrimina : quietem in eodem : transitum ad alium per medium : & transitum ad alium sine medio. Duorum primorum exempla notissima sunt, tertij est hoc , si virens aqua plenus exponatur Soli , & efficiatur iridis imago in tabula : inde sublata tabula eadem iris appareat in muro , erit transitus sine medio , quia quod sit eadem dubium non est , idem radij & idem corpus speculari , quod verò transeat sine medio , primum sensus , docet , secundum ratio , quia sit in instanti , vt Secundo de Anima. Rursus Sol illustret vireum aqua plenum : appareat ex hoc iris in muro , interponatur aliquid , & transferatur vireus , apparebit iris alia in alio loco, & non transiit per medium, videtur idem de intellectu, & vi imaginandi , quibus ex Germania transeo in Indiam subito : & eodem modo ex anima facilis , in hac planta sit transitus in proximam neque per medium , quod etiam videmus in igne & ellychnio proximo , & id sæpe accidit tum præsertim cum nuper extinctum fuerit.

Tex 121.

Iam ergo id supponamus, quod etiam ad rem parum facit, sed ad intelligentiam satis, videamusque , quare sit quod motus opponatur quieti , & manifestum est , quod differentia loci est causa , nam in quiete res manet in eodem loco , in motu transit ad alium locum , & quantò medium est maius

tantò motus est manifestior , vnde sequitur , quod in his quæ valde lentè mouentur , illa videntur quiescere , & post aliquod tempus deprehendimus mota fuisse , nunquam tamen moueri , sicut in Sole , Luna , stellis , vnde illa opinio Philosophorum existimantium omnia semper moueri , non omnino potest tam bene reprobare , quia licet census non cognoscat moueri , cognoscit tamen mota esse , & id sufficit : multa ergo cognoscuntur mota esse quæ non cognoscuntur moueri , velut lapis grauis superflans tenax , quem videmus post annum descendisse per duos digitos , & tamen semper videtur quiescere. Igitur cum in pari tempore quæ velociter mouentur plus spatij superent, maius etiam relinquunt medium inter locum , & locum , & ob id magis remota sunt à quiete , & magis illis contraria : hæc igitur est ratio cur quæ velocius moueantur , minus quieti similia aut proxima existimentur. Dico ergo , quod illa quæ naturaliter velocissimè mouentur , sunt magis similia & magis proxima ipsis quiescentibus quam quæ tardè : cum enim omnis motus naturalis necessariò etiam sit regularis , vt qui à virtute Dei fiat , erit vel per lineam obliquam aut rectam. Quoniam verò multarum recta est perfectissima , & obliquarum circularis, erit omnis motus naturalis circularis aut rectus : dico ergo quod in vtroque verum est quod dicitur. Et primum in circulari ille motus est propinquior quieti , in quo partes sunt propinquiores suo loco , sed si velocissimus sit motus, nunquam ita sunt extra suum locum , qui enim in potestate sint proximæ ei : ergo partes illæ inde se habent ac si quiescerent. Secunda ratio , quia quod velocissimè mouetur absque dubio tanto tempore quiescit in suo loco quantò quod tardè : exemplum. Luna in triginta annis quiescit in principio arietis quadringentis per sex horas , id est, centum diebus in quadringentis vicibus , Saturnus centum diebus , sed semel tantum : ergo tantum Luna quiescit , quantum Saturnus , comparatione ad idem tempus addita pari ratione in aliis partibus , sed cum velocius moueatur Luna quam Saturnus minus quiescere videbitur Luna in aliis partibus quam Saturnus , & tantundem in principio arietis Luna vt Saturnus , ergo cum Luna tantundem in principio arietis quiescat , quantum Saturnus in triginta annis , & in aliis partibus minus quam Saturnus , igitur absolute Luna plus quiescit in principio arietis , quam Saturnus dato tempore æquali triginta annorum. Et formatur demonstratio hoc modo : Luna quando est in loco ipso , puta in principio arietis , ibidem est acta , & quiescit per tantundem temporis quantum Saturnus , & in omnibus aliis locis data paritate , est semper propior ipsi principio arietis potestate quam Saturnus , igitur Luna plus quiescit in principio arietis quam Saturnus , quia dum ibidem sunt æqualiter quiescunt, & dum sunt extra , Luna semper est propior & potestate magis in illo loco , igitur Luna magis quiescit in principio arietis quam Saturnus. Præterea,



terea, si Luna & Saturnus mouerentur in æquali tempore, & Luna in paruo circulo, & Saturnus in magno, dubium non esset, quin Luna non diceretur magis quiescere in suo loco, & diutius quàm Saturnus, nam Luna semper esset prope locum suum, & Saturnus persæpe videretur procul. Sed si moueantur in eodem circulo, & Luna moueatur velocissimè, Saturnus tardè: perinde erit, ac si Luna moueatur in paruo circulo, & Saturnus in magno, ergo quod velocissimè mouetur est proximius quieti quàm quod tardè. Illud etiam idem manifestius erit in extremis, nam quod minimo spatio mouetur propemodum non mouetur. Sicut, si quid circa centrum moueatur, adeò vt ipsum tangat, dicitur moueri, sed quiescere ibi, sed quod velocissimè mouetur semper versatur circa idem, quia nunquam multum abest, quia ibi non quiescit, igitur quod velocissimè mouetur motu naturali circulari est proximius quieti quàm quod tardè. Demum, si aliquid moueretur infinita velocitate motu circulari, semper esset in eodem situ secundum partes & immobile, igitur quod infinita velocitate mouetur, & quiescit. Ergo quod velocissimè mouetur cum magis distet ab opposito eius quod infinita tarditate mouetur, quàm quod tardè, magis etiam appropinquabit potestate in efficaci infinitæ velocitati quàm quod tardè, igitur quod velocissimè mouetur propius est quiescente quàm quod tardè. Demonstratum est enim in Dialecticis, argumentum ostendere ab eo quod est simpliciter tale ad id quod natura illi quoquo modo tale est & conuerso modo. Ostendo modò quod simillimus: quoniam illud est similius quieti in quo quod fertur non potest dignosci distantia à priore loco, sed in velocissimè motis hæc distantia non potest dignosci, igitur velocissimè mota videntur planè quiescere, quod idem patet duobus experimentis manifestis. Primum si quis videat rotas quibus acuuntur gladij moueri vsque ad certam velocitatem, augeri videtur motus ille, verum cum adeo concitatus fuerit, vt sensus non possit discernere, neque comprehendere illam velocitatem, & rota non fuerit mota ab axe, ita vt titubet nec fuerit vlla inæqualitas, videbitur omnino quiescere, & ita oculus diiudicat, & longè magis diiudicaret, vbi ad tantam motus perueniret velocitatem, vt nullo modo initium à fine distingui posset, sicut est in motu cœli, qui comparatus ad quemuis motum velocissimum artificio factum, insensibilem habet proportionem ob magnitudinem, & ideo talis motus cœlestis est simillimus quieti. Secundum experimentum est, si essent duo homines habitantes Bononiæ, quorum vnus iret Mutinam, paulatim quiescendo in quolibet loco per vnâ diem, adeò vt in vnoquoque anno maneret Mutinæ, & prope per sex menses, & prope Bononiam per sex alios menses in diuersis locis, & vna die tantum Bononiæ: alius verò iret Mutinam singulo die, & per omnia loca sicut hirundo volans quater & quater rediret bononiam, nemini dubium

est, quod hic secundus videretur magis quiescere Bononiæ quàm primus, & hoc quia in anno quilibet eorum quiesceret per vnâ diem Bononiæ, & in hoc essent æquales, sed secundus videretur frequentius Bononiæ quàm primus, & etiam esset potestate propior illi, adeò vt liceret cuilibet illum conuenire qualibet die magis quàm primum: ergo duabus de causis videretur secundus magis quiescere Bononiæ quàm primus, & in tertia æqualiter.

Modò dico de recto motu quoniam quâto celerius fertur per medium ad suum locum, tanto minus temporis insumit, ergo diutius quiescit in loco, minus est etiam tempus per quod mouetur in comparatione ad quietem & simpliciter, ergo in motu recto propius est quieti, quod velocissimè mouetur; præterea inter duas quietes motus velocissimus est imperceptibilis. Ergo motus velocissimus est similior quieti quàm minus velox. Accedit manifestissimè illud quod ab initio diximus, scilicet, quia motus velocissimus est medius inter motum tardum & subitam mutationem, hoc enim est manifestissimum, adeò vt debitemus in motibus velocissimis, an mobile transierit per medium, est enim primum motus lentus, qui fit ex transitu in longo tempore, & velocissimus in paruo, & mutatio sine tempore. Rursus constituamus alium ordinem quietis motus, & subitæ mutationis: & ex dictis subira mutatio est propior quieti quàm mo-

Subit. Mut. Motus velocif. Motus Tar.  
Quies subita Mut. Motus

tus: quoniam si motus esset medius inter quietem & subitam mutationem, non esset; vt dictum est, subita mutatio quædam quies: nam in subita mutatione non pertransitur medium, in quiete non pertransitur medium, in motu pertransitur medium, igitur quies est propior subitæ mutationi quàm motui. Sed subita mutatio est propior motui velocissimo quàm tardo, igitur quies est propior motui velocissimo quàm tardo.

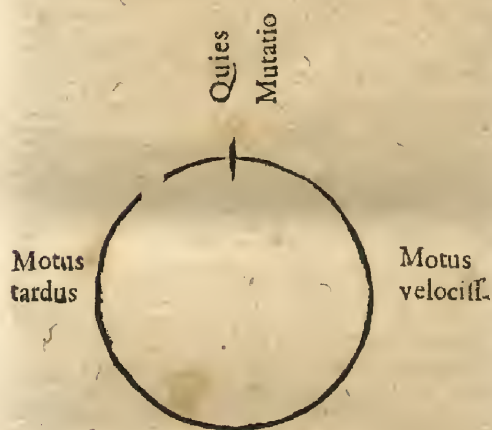
Videtur & hoc sensus manifestè ostendere, quoniam cum lapis descendit summa cum velocitate, adeò vt non percipiatur; videtur quiescere, & non motus esse, & hæc fuit sententia multorū nobiliorum antiquorum, & propterea oportet vt ostendamus difficultates, quæ contingunt in his.

Dico igitur, quod motus naturales sunt duorum generum, vt dictum est, scilicet rectus & circularis: & motus differt à quiete in duobus, in eo quod mutat locum, & in eo quod transit per medium motus; ergo rectus velocissimus in eo quod transit per medium magis distat à quiete in eo quod plus de medio superat quàm tardus, & est propinquior quieti in eo quod celerius quiescit. At motus circularis, velocissimus est propior quieti in transitu medij, & in reditu ad locum priorem: de reditu ad locum priorem clarum est per se: de transitu medij dico quod cum in prima medietate magis remo-

ueatur



ueatur à medio quam motus tardus, & in secunda medietate tantundem, velocius redeat, Ergo in secunda medietate est semper proximior motus velocissimus ipsi quieti, sed in prima medietate quod mouetur motu velocissimus propius est secundæ medietati semper quam quod mouetur tardo motu, igitur quod mouetur velocissimè circulariter est propius quiescenti, quam quod mouetur tardè. Et hoc est quia in æternis motus est quies, & ideo habent quandam similitudinem iuxta perfectionem suam, sicut si essent in circulo hoc modo. Mutatio ergo



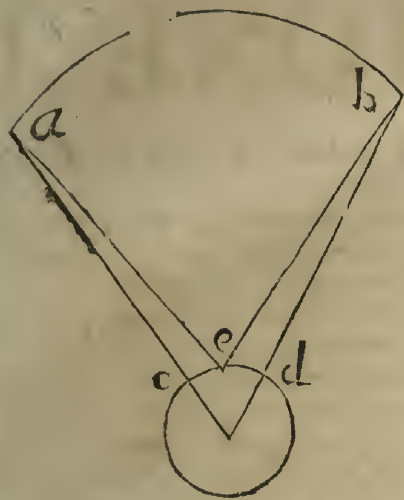
conuenit in corporeis quæ pendent à corpore, sicut lumini: quatenus enim sunt ex corporeo, occupant diuersum locum, quatenus est incorporei id, agit sine transitu per medium & in instanti; ergo incorporea simpliciter mutationem recipiunt, non in tempore neque in loco. Videtur autem velocissimum dupliciter etiam nobis iuxta sensum, idque est in quo sensus medijs transitum non percipit, & natura quod est primi mobilis. At dubitare quis potest circa hoc, nam proprium motus est tangentia concutere, quietis autem minime; concutit autem maximè quod velocissimè mouetur, ob hoc arbitrati sunt homines quod velocissimus motus multò plus distaret à natura quietis quam tardus, sed hoc est quia non eadem est ratio violenti & naturalis: violenta enim non redeunt in seipsa, nec habent rationem circularis, sed potius recti & infiniti, & ideo in his quæ mouentur motu recto naturali cadit violentia, non autem in his quæ mouentur motu circulari naturali: concussio ergo est in motu violento, & qualiscunque motus violentus, quanto magis augetur tantò magis recedit à contrario, tantò magis remouetur à natura contrarij, & habet actiones contrarias validiores.

Est etiam aliud penè simile argumentum in figuris ipsis, circulus enim vnica linea continetur, nulla tamen figura ab ea magis natura remota est triangulo: siquidem circulus capacissimus est triangulus omnium retilinearum minimè capax: ut contra polygonia, quanto plurium sunt laterum eo capaciores sunt, adeò vt octagona quadrangula, & quæ est sexdecim laterum æquilius, & æquiangulorum plus contineat octagona, & forma etiam sit similior circulo

adeò vt cum excreuerit in multiplicem numerum rectangula figura huiusmodi, scilicet æquilatera, & æquiangula omnium sensum fallat, videaturque proflus circulus. Et tamè figura plurium laterum, quanto plurium laterum fuerit remotior est à natura circuli, qui vna tantum linea continetur: plus enim distat centum ab vno quàm decem, & mille quàm centum. Causa igitur est, quia (vt dixi) etiam in naturalibus omnis natura rerum est, vt quasi clanculum redeat in seipsam: nam circularis figura per triangulum ex rectis multum à natura sua recedit & ambitu & similitudine: eadem per figuras quæ ex pluribus rectis constant ad sui similitudinem redit namquàm tamen explet eadem naturam perfectè, cum nulla polygonia figura pro circulo exacto sit: ita videtur in naturalibus ad idem redire, quod est potestate solum quadam generali dissimile: actu verò non idem ad vnguem. Sed obiciet de motu quòd si tempus fiat breuius, magnitudo autem constet, erit (vt diximus) quod mouetur simile quiescenti, at vbi tempus idè sit, sed magnitudo perpetuò augeatur, non idem vt in cælo: verisimile est enim quicquid est quod mouetur vltèrius quàm id quod cernitur nihilominus in viginti quatuor horis, non autem celerius moueri: propterea cum spatium temporis prolixum sit, non videbitur quiescere. Nec obstat quòd quisq; ià proportionem obiciat, siquidem multo minus videbuntur propiora centro quiescere, namquè illa tardius ex confesso mouentur, at quod tardius mouetur, vt dictum est, moueri magis videtur, ideo proportionem illam ad aliud mobile referre oportet, cum nullum tale sit. Dicimus ergo quòd apud illas non videtur motus tardus, quia comprehendunt motum, ante tempus nobis autem hæc accidunt, quia comprehendimus tempus ante motum. Et etiam quia circa polos quiescit, & quod non potest aliquid comprehendere, simul moueri & quiescere, vt docebimus. Et etiam quia motus est ab illis, sicut in nobis cum mouemur, non enim vt mouemur nos moueri deprehendimus, sed vt moti ideo in his, non quod apparet, sed quod spectare oportet: at ita est vt quæ velociter valde mouentur, perinde sunt quasi ac si quiescerent, adeò vt motus si in instanti fieret esset quies, & quies in incorporeis est motus, non in tempore. Videntur etiam astra quiescere nobis, quoniam (vt dixi) lineæ a e & b e non possunt videri moueri in e, oculus autem iudicat moueri debere in e, non ex c in d, vbi est amplum spatium terræ comprehensum, ergo a e quiescere videtur in e, igitur & in a. Quòd autem videatur in e quiescere, patet, quia quod motum videri debet, oportet vt insensibili tempore spatium sensibile pertransierit: insensibile autem tempus est minus motu velocissimo pulsus, hic autem maius exigit tempus centesima parte centesimæ partis horæ, igitur diei ducentesima quadragesima millesimæ partis, & in hoc oportet vt pertransseat sensibile spatium, quod est quinquagesima parte vlnæ saltem maius. Ergo si fiat instrumentum quingentarum vlnarum



vlnarum ambitus, quod in vigintiquatuor  
horis circumuoluatur, adeò lentè mouebitur,



vt quiescere videatur: tum verò magis ob id  
quod dixi, quoniam in centro quiescere  
videtur: tum verò magis ob id quod dixi,  
quoniam in centro quiescere videbitur, ergo  
in peripheria, vbi distantia deprehendi pos-  
sit. Ergo nulla machina quæ videatur mo-  
ueri, constitui potest, quæ in horis xxIII.  
circumueitatur: quia non tam magna fieri  
potest, vt spatium à centro ad circumferen-  
tiam oculo non possit deprehendi.

Et hoc volumus declarare vt intelliga-  
mus, quæ sunt necessaria ad mundum incor-  
poreum.

*Propositio ducentesima trigesima tertia.*

Quod est in mundo incorporeo æternum  
est beatum, securum, immutabile secundum  
locum solum iuxta essentiam fit, iuxta quod  
velut à leui susurro aquæ & aura æstiuæ de-  
mulcetur.

Quod est ibi non est pars nec totum, esset  
enim quantum, aut numero discretum, nec  
mutationem loci aut temporis habet, cum  
in nullo eorum sit, ideò nec habere potest,  
nec amittere, non est ibi infinitum, cuius  
nullus finis sit, sed dum emanat à priore se-  
cundum ordinem est summa voluptas, qualis  
in his qui ad cognitionem & felicitatem de-

ueniunt. Quæ in illis cum æterna sit & se-  
cura, recipit quandam variationem, in quâ  
delectatur, velut mortalia ex contrariis causis  
naturæ contrariis affectibus: & hoc est per-  
petuò nouum, quia semper pendet & reci-  
pit. Et ob id est vnum & actus sempiterno,  
quod vero est extra, est potentia, ideò in-  
finitum, quod imaginatur anima, quia  
inordinatum priore ordine, qui est ante  
limitem omnem, neque enim dubium  
est, quin infinitum non sit causa, vt non possit  
esse ordo ille secundus: sed nos loquimur de  
primo. Et ideò anima nostra ob materiæ  
coniunctionem appetit ordinem, & lætatur  
in eo vt inueniat finem in rebus, velut in  
multis proprietatibus numerorum est ma-  
nifestum. Potentia enim est causa imagi-  
nandi infinitum, quia semper vltra aliquid  
esse posse putamus, est igitur potentia actus  
imperfectus, Anima ergo nostra conuersa  
est à Deo, res post se in quibus inuenit po-  
tentia imperfectionem ἀταξίαν periculum  
& infinitum ad desperationem tandem,  
quod quilibet videre poterit qui se à diuinis  
auerterit! quantò enim plura habet, plura  
desunt. Multiplicentur filij, opes, honores,  
nil nisi laborem & anxietatem aucta inue-  
nies. Quomodo autem quod infinitum  
non est, infinitam faciat potentiam? vides  
in representatione Solis quæ infinita esset,  
si cælum esset infinitum. Dubitatione autem  
dignum esset, an si cælum infinitum esset  
vbique Sol illuminaret: seu quia quæsitum  
nullum sit, visit de eo quod non est, nihil  
autem non esse potest, aut quod non  
posset, quoniam virtus corporea est.  
Corporea autem omni finem adesse necesse  
est. Hanc nouitatem ergo alij tripudium,  
alij musicam & sonum cœlestem interpretati  
sunt.

Manifestum est igitur substantiam incor-  
porei mundi, esse in quadam mutatione  
perpetua ordinis, & sine motu, tempore  
& loco: vnde amor & voluptas mutua, &  
totum vnum, sicut anima cum cognoscit  
Deum, & cum cognoscit cælum descendit, &  
fit alia ordine. Et hæc beatitudo in mundo  
illo est tanta, vt incomparabilis sit nostræ,  
quæ est vmbra eius, etiam quando est & pura  
etiam si esset perpetua. Igitur hic finis no-  
ster Diuinæ naturæ & libri.


*Libri de Proportionibus Finis.*





# OPERATIONE I.

## *DIVISIONE DELLA LINEA.*



ENENDO alla dichiarazione particolare delle operationi di questa nuoua riga Geometrica & militare. Primieramēte faremo principio da quella faccia di essa nella quale sono quatro coppie di linee notate con loro diuisione & numeri, & trà esse parleremo prima delle piu Interiiori denominate linee Aritmetiche per essere le loro diuisioni fatte in proportionē Arimetica, cioè con vguali eccessi che procedono sino al numero 250. delle quale trarremo diuersi vsi & Primamente.

Col mezzo di queste linee potremo din-  
dere vna linea retta propostaci in quante  
parte vguale ne piacerà operando in alcuno  
delli infra scritti modi.

Quando la propofita linea fia di mediocre grandezza, fi che non ecceda l'apertura dello ftrumento, pigliaremo con vn compaffo ordinario l'intiera quantità di quella, & quefio fpatio applicaremo trauefalmente aprendo lo ftrumento à qualunque numero di effe linee Aritmetiche, purchè fia tale che fopra le medefime linee vene fia vn minore, & da quello contenuto tante volte, quante fono le parti, in che fi hà da diuidere la linea propofita, & aggiufato in tal guifa lo ftrumento, & prelo lo fpatio trauefale trà i punti di quefio minor numero, quefio fenza alcun dubio diuiderà la propofita linea nelle parti ordinateci, Come per effempio.

Douendo noi diuidere la linea data in cinque parti vguali , pigliamo duoi numeri de quali il maggiore sia quintuplo dell'altro come fariano 100. & 20. & aperto lo strumento aggiustiamolo in maniera che la distanza già presa col compasso si adatti trauersalmente alli punti segnati 100. 100. & non mouendo piu lo strumento , prendasi la distanza pur trauersale, trà li punti delle medesime linee segnati 20. 20. perche indubitatamente questa sarà la quinta parte della linea proposta & con simil ordine trouaremo ogni altra diuisione auuertando di prendere numeri grandi, purchè no passi 250. perche così facendo l'operatione riuscirà piu facile & essatta.

L'istesso potremo conseguire operando in  
 vn' altro modo & l'ordine fara tale, volendo  
 diuidere per effempio la sotto posta linea  
 A. B. V. G. in 11. parti, prenderò vn nu-  
 mero multiplice dell'altro 11. volte; come  
 farà 110. & 10. & presa col compasso tutta  
 la linea A. B. l'accommoderò trauerfal-  
 mente aprendo lo strumento alli punti 110.  
 Doppoi non si potendo sopra le medesime  
 linee prendere la distanza trà li 10. li quali  
 vengano occupati dalla grandezza della

nocella, in vne di questa, si pigliarà l'intervallo trà li punti 100. 100. stringendo vn poco il compasso, del quale fermata poi vn Asta nel punto B. noterà con l'altra il segno C. onde la rimanente linea A. C. sarà l'vndecima parte di tutta l'A. B. & similmente fermata l'Asta del compasso in A. segnarò verso l'altra extremità il punto E. lasciando la E. B. vguale alla C. A. di poi stringendo ancora vn po il compasso, prenderò l'intervallo trauersale trà 'li punti 90. 90. & questo trasporterò da B. in D. & dallo A. in F. & hauerò due linee C D. E. F. vndecime parti ancor esse della intiera & con il medesimo ordine trasferendo di quà, & di là le distanze prese tra li punti 60. 60. 70. 70. trouaremo l'altre diuisioni come nella sotto posta linea distintamente si vede.

B E F D C A

Mà quando ci fosse proposta vna piccolissima linea da diuidere in molte parti, come sarebbe per effempio la seguente linea A.B. per diuiderla 89. in 13. parti potremo secondo quest'altra regola procedere.

Prolonghisi occultamente essa linea A.B. fino in C. & misurate in essa altre linee quante ci piaceranno vgguali all'A. B. & siano in presente effempio altre sei sì che A. C. sia settupla di essa A. B. è manifesto che di quelle parti delle quali l'A. B. contiene 13. tutta l'A. C. ne conterrà 91. onde presa con vn compasso tutta l'A. C. l'applicheremo alli punti 91. 91. & stringendo poi il compasso a vn punto meno cioè alli punti 90. 90. trasportaremo questa distanza dal punto C. verso A. perche notando il termine verso A. si lascerà la ottantunesima parte di tutta la C. A. che è la tredicesima della B. A. fuori pur verso il termine A. & così se ci piacerà verremo stringendo di punto in punto il compasso alli 89. 88. 87. & trasportaremo questi interualli dāl termine C. verso A. & si verranno di grado in grado ritrouando, & notando le altre particelle della linea proposta A. B.

Ma se finalmente la linea da dividersi fosse  
 longhissima, si che eccedesse di molto la  
 maggiore apertura dello strumento potre-  
 mo in ogni modo prendere di essa la parte  
 assegnataci, la quale sia per Essemplio la set-  
 tima. Hora per tronarla havendoci prima  
 imaginati dui numeri, l'vno settuplo dell'  
 altri, quali siano v.g. 140. & 20. constitui-  
 cali



casì lo strumento in qualsivoglia apertura & dà esso presa con vn compasso la distanza trauerale trà li punti 140. 140. veggasi quante volte questa è compreta nella gran linea proposta & quante volte viè contenuta, tante volte l'intervallo trauerale trà l'i punti 20. 20. si replichi sopra la gran linea & si hauerà la sua settima parte, quando però l'intervallo che si prese trà l'i punti 140. hauesse misurata à punto precisamente la data linea, mà se non l'hauesse misurato apunto, bisognerà prendere dell' auanzo la settima parte. Secondo il modo di sopra dichiarato & questa aggiungeremo à quello, intervallo che sù sopra la grā linea più volte replicato, & si hauerà la settima parte à capello secondo che si desideraua.

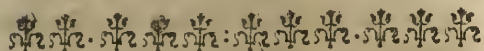
lo strumento, & questa che è vna scala stabile ci seruirà per misurare i lati della proposta pianta, l'altra che sarà per dissegna re la nuoua pianta deue essere mobile, cioè deue potersi crescere & diminuire ad arbitrio nostro secondo che la nuoua pianta dourà essere ò maggiore, ò minore & tale scala mutabile sarà quella, che dalle medesime linee haueremo trauerfalmente stringendo, ò alargando il nostro strumento: Mà per più chiara intelligenza del modo di applicare all'vso tali linee ne metteremo vn' essemplio. sia ci dunque proposta la pianta A. B. C. D. E. alla quale se ne deue dissegna re vn'altra simile mà sopra la linea F. G. la quale sia homologa. cioè risponda alla



## OPERATIONE II.

*Come di vna linea proposta possiamo  
Prendere qualunque parti ci  
verranno ordinate.*

**L**A presente operatione è tanto più utile, & necessaria, quanto che senza l'aiuto del nostro strumento sarà difficilissimo trouar tali diuisioni, le quali però con lo strumento in vn instante si conseguiranno. Quando dunque bisognasse di vna linea proposta prendere qualunque parti ci venisserò ordinate, come per essemplio delle 197. parti douiamo prendere, le 113. pigliati senza altro con vn compasso la lunghezza della data linea, & aperto lo strumento sinche tale lunghezza si accomodi trauerfalmente alli punti segnati 197. & più, non lo mouendo prendasi con listesso compasso la distanza trà li punti 113. 113. che tanta senz' alcun dubio sarà la portione della linea proposta che alli 113. centonouanta sette misù si agguaglia.

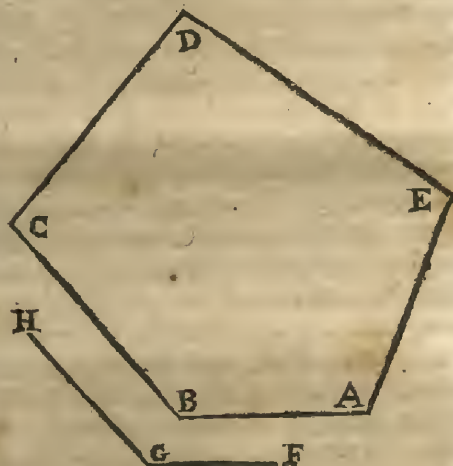


## OPERATIONE III.

*Come le medesime linee ci prestano due,  
anzi infinite scale per trasportar vna  
pianta in vn'altra maggiore, ò minore  
secondo il nostro arbitrio.*

**L**Manifesto che qualunque volta ci bisognasse cauare da vn disegno vn'altro maggiore ò minore secondo qualsivoglia proportionione, fa di mestiero, che ci seruiamo di due scale esattamente decise, l'vna delle quali ci serua per misurare il disegno già fatto, & l'altra per notare le linee del disegno da farsi tutte proportionate alle loro corrispondenti del disegno proposto & tali due scale haueremo sempre dalle linee delle quale hora parliamo & vna d'esse sarà la linea già sopra

Tom. I V.

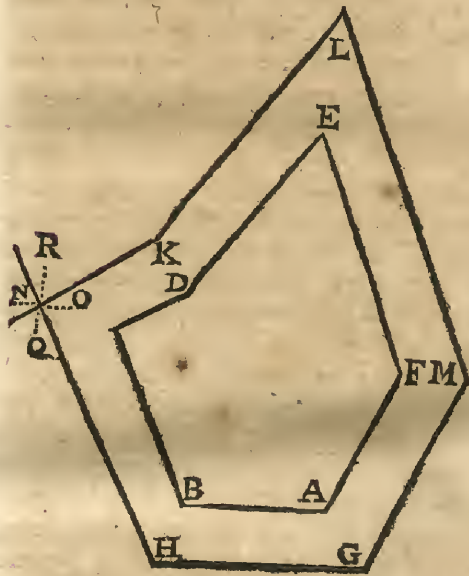


linea A. B. qui è manifesto, che bisogna seruirsi di due scale, l'vna per misurare la linea della pianta A. B. C. D. E. & l'altra con la quale si misurino le linee della pianta da farsi & questa deue essere dell'altra maggiore, ò minore secondo la proportionione della linea F. G. all' A. B. Piglia dunque con vn compasso la linea A. la quale applica rettamente sopra la scala dello strumento ponendo vn Asta del compasso nel centro dello strumento, & l'altra sopra il punto doue cascherà, che sia per essemplio al. 62. di poi prendi pur col compasso la linea F. G. & posta vna delle sue aste nel punto 60. apri lo strumento sin tanto, che l'altra asta caschi giusta trauerfalmente sopra l'altro corrispondente punto 60. ne più si muterà tale constitutione dello strumento mà tutti gli altri lati della pianta proposta si misureranno sopra la scala retta & immediatamente si prenderanno le distanze corrispondenti ad essi trauerfalmente per li lati della nuoua pianta come vg. vogliamo ritrouare la lunghezza della linea G. H. rispondente alla linea B. C. prendi col compasso la distanza B. C. & questa applica del centro dello strumento rattamente sopra la scala, & fermata l'altra asta nel punto doue casca quante sia per essemplio 66. volte, l'altra asta all'altro punto 66. trauerfalmente rispondente secondo la cui misura taglierai la linea G. H. che risponderà alla B. C. in quell' istessa proportionione che la linea F. G. alla A. B. & Auuertiscasi che quando si volesse trasportare vna pianta piccola in vn'altra assai maggiore, bisognerà seruirsi delle due scale con

E E c. 2 ordine



ordine oposto, cioè usare la sca la retta per la pianta proposta, come per essemplio, da farsi & la trauersale per misurare le linee della pianta proposta come per essemplio. Hauiamo la pianta A. B. C. D. E. F. la quale vogliamo trasportare in vn'altra assai maggiore cioè sopra la linea G. A. che sia rispondente alla linea A. B. per aggiustar le scale, prendasi la linea G. H. & veggasi quanti punti contiene nella scala retta & veduto contenerne vg. 60. prendasi la linea rispondente A. B. & adattisi trauersalmente alli punti 60. 60. ne piu si muoua lo strumento per trouar poi la linea H. I. rispondente alla B. C. piglia con il compasso essa B. C. & va inuestigando à quali punti si accomodi sopra la scala trauersale, & trouato accomodarsi per essemplio alli punti 46. piglia immediatamente l' intervallo de i punti 46. sopra la scala retta, & trouerai la longhezza della H. I. rispondente alla B. C. è notifi, tanto per questa, quanto per la precedente operatione, che non basta hauer trouata la longhezza H. I. se non troua ancora à qual punto si deue drizzare, acciò che costituisca l'angolo H. vguale all'angolo B. però trouata, che si hauerà essa linea 1. H. I. fermata vn' asta del compasso nel H. si noterà con l'altra occultamente vna portione di arco secondo che mostra la linea puntata O. I. H. dipoi si piglierà l' intervallo trà il punto, & il punto C, & si cercherà quanti punti sia sopra la scala trauersale & trouato essere vg. 89. si prenderà rettamente la distanza 89. con il compasso, del quale fermata vn' asta in G. si noterà con l'altra l' intersecatione dell' arco R. I. Q. con l' arco primo O. I. N. fatta nel punto I. al quale si deue drizzare la linea H. I. & farà senza dubbio l'angolo H. vguale all'angolo B. & la linea H. I. proportionale alla B. C. & con tale ordine si troueranno l' altri punti K. L. M. rispondenti all' angoli D. E. F.



\*\*\*

### OPERATIONE IV.

*Regola del Trè risoluta col mezzo del compasso, & delle linee medesime Arismetiche.*

**S**ERVONCI le presente linee, non tanto per la resolutione di diuerfi problemi lineari, quanto per alcune regole di Aritmetica; trà lequale portemo questa che risponde à quella, nella quale Euclide ci insegna, proposti trè numeri, trouare il quarto proportional, eperchè altro non è, la regola Aurea, che del Trè domandano i pratici, che trouare il quarto numero proportionale alli trè proposti; Dimostrando adunque il tutto con l'essemplio per più chiara intelligenza diciamo se 80. ci dà 120. che ci darà 100. hai dunque trè numeri posti con questo ordine 80. 120. 100. & per trouare il quarto numero che cerchiamo, prendi sopra lo strumento rettamente il secondo numero de i proposti cioè 120. & applicarlo trauersalmente al primo cioè alli 80. doppoi prende trauersalmente il ter 20. numero cioè 100. & misurando rettamente sopra la scala & quello che trouerai cioè 150. sarà il quarto numero cercato; & nota che l'istesso auerria, se in vece di prendere il secondo numero pigliassi il terzo, & poi inuece del terzo pigliassi il secondo, cioè che l'istesso ci darà il secondo numero preso rettamente & applicato al primo trauersalmente, & misurandolo rettamente che ci darà il terzo rettamente preso: & trauersalmente al primo applicato pigliando poi il secondo trauersalmente, & rettamente misurandolo, che nell'vno & nell'altro modo troueremo l'istesso et cioè è bene hauer auertito perche secondo le diuerse occasioni questo di quello, ò quello di questo modo di operare ci tornerà piu accomodato.

Possono circa l' operatione di questa Regola del Trè occorrere alcuni casi, li quali peniamo partorire qualche difficoltà si non si auuertirero, dimostrando appresso come in essi si deua procedere, & prima potria alcuna volta occorrere, che delli trè numeri proposti, ne il secondo; ne il terzo preso rettamente si potesse applicare trauersalmente al primo, come si dicesse 25. mi dà 60. che darà 75. douetanto il 60. quanto il 75. passa il doppio del primo cioè di 25. si che nel' vno, ne ll' altro di essi si può rettamente preso applicare trauersalmente ad esso 25. Onde per conseguire l'intento nostro pigliaremo ò il secondo, ò il terzo rettamente, & l'applicheremo al doppio del primo trauersalmente cioè à 50. (& quando non bastasse al doppio l'applicheremo al triplo, ò al quadruplo, &c.) & dipoi pigliando l'altro trauersalmente affermeremo che quello che ci mostrerà misurato rettamente farà la metà, ò vero la terza, ò quarta parte, di quello che cerchiamo & così



così nel proposto essemplio 60. preso rettamente applicarò al doppio di 25. cioè a 50. trauesalmente & subito preso il 75. pur trauesalmente & questo misurato rettamente troueremo che ci darà 90. il cui doppio, cioè 80. e il quarto numero che si cercaua.

Potria in oltre occorrere che il secondo ò il terzo de i numeri proposti non si potesse applicare al primo per essere esso primo troppo grande, si che eccedesse il numero signato sopra le linee cioè 250. come si dicessimo 280. mi dà 130. che mi darà 195. in tal caso preso rettamente il 130. si butterà trauesalmente alla metà di 280. che è 140. dopoi si prenderà trauesalmente la metà del terzo numero cioè di 195. che è  $97\frac{1}{2}$  e questo spatio misurato rettamente ci darà clara 90.  $\frac{1}{2}$  che è quello che si cercaua.

Vn altra cantela farà bene che ponghiamo per seruirsene quando il secondo ò il terzo delli numeri proposti fosse molto grande, essendo gli altri due mediocri. Come quando si dicesse. se 60. mi dà 390. che mi darà 45. preso dunque 45. rettamente si applicherà trauesalmente al 60. & non potendo pigliare il 390. intiero lo piglieremo in pezzi secondo che piu ci piacerà come v.g. piglierò 90. trauesalmente il quale misurato rettamente mi darà  $67\frac{1}{2}$  il che noterò da parte; piglierò poi trauesalmente 100. che misurato rettamente mi darà 75. & perche nel 390. viè vna volta 90. & tre volte 100. prenderò tre volte il 75. trouato. & di più  $67\frac{1}{2}$  che fa trouato in virtu del 90. e tutta questa somma fa 292. e mezzo per il quarto numero che si cerca.

Vltimamente non resteremo di dire come si possa operare la medesima regola in numeri piccolissimi, fin che nello strumento non si siano potuti notare i punti dal 15. in giù mediante la nocella che vnisce & collega le aste dello strumento, mà in questa occasione ci seruiremo delle decine de i punti come se fossero vnità, si che dicendo per essemplio se. 10. da 7. che darà 13. non potendo pigliar 7. per buttarlo a 10. piglieremo 70. cioè 7. decine & lo butteremo a 10. decine cioè a 100. & subito pigliando 13. decine torneremo a misurare questa distanza rettamente & la troueremo contenere punti 91. che sono 9. & vndecimo facendo come si è detto che ogni decina vaglia vno & da tuti questi auuertimenti quando si haueranno bene in pratica si potrà facilmente inuestigare la solutione di tutte le difficoltà, che potessero in ogni caso occorrere.



## OPERATIONE V.

*Regola del Trè inuersa risoluta col mezzo delle medesime linee.*



ON non dissimile operatione ci risolueranno i quesiti della Regola del Trè inuersa; Eccone vn essemplio quella vettovaglia che basteria per mantenere 60. giorni 100. soldati a quanti

basteria giorni 75. questi numeri disposti alla regola stariano in questo ordine 60. 100. 75. & l'operatione dello strumento richiede che pigli rettamente il primo numero cioè 60. & applichi trauesalmente al numero terzo cioè 75. & non mouendolo lo strumento piglia trauesalmente il 100. che è il secondo & misurato rettamente, & trouarai 80. quale è il numero cercato, doue si deue parimente auuertire ch' il medesimo ritrouaremo applicando il secondo rettamente al terzo trauesalmente, & poi misurando rettamente il primo trauesalmente preso. Deuesi oltre a ciò notare che tutti l'auuertimenti posti sopra circa la regola del Trè si deuno ancora in questa per l'appunto osseruare.



## OPERATIONE VI.

*Regola per trasmutare le Monete.*



OL mezzo di queste medesime linee Aritmetiche possiamo trasmutare ogni specie di moneta l'vna nell'altra con maniera molto facile, & spedita il che si consegua con l'aggiustar prima lo strumento pigliando rettamente il prezzo della moneta, che vogliamo trasmutare, & accomodandola trauesalmente al prezzo di quella in cui si ha da fare la trasmutatione come acciò piu distintamente tutto si intenda dichiararemo con vn essemplio si vogliamo v.g. trasmutare scudi di oro in Ducati Venetiani, & perche il prezzo, o valuta dello scudo di oro è lire otto, & la valuta del Ducato lire 6. soldi 4. è necessario (poi che il Ducato non è misurato precisamente delle lire entrandoui soldi 4.) risolvere l'vna & l'altra moneta, & valutarla con li soldi considerando come il prezzo dello scudo è soldi 160. & quello del Ducato 124. per aggiustar dunque lo strumento alla trasmutatione di scudi d'oro in Ducati piglia rettamente la valuta dello scudo in cioè 160. & applicala appresso lo strumento trauesalmente al valore del Ducato cioè a 124. ne piu mouerai lo strumento, di poi qualunque somma di scudi proposta trasmuterai in Ducati pigliando la detta somma trauesalmente & misurandola rettamente come per essemplio vogliamo sapere quanti Ducati facciano 186. scudi piglia 186. per traueso & misurato rettamente & trouerai 240. & tanti Ducati faranno li detti scudi.



## OPERATIONE VII.

*Regola de gli Interessi sopra interessi, che altramente si dice de i meriti à capo di Anno.*



SSA1 speditamente potremo risolvere le questioni di questa Regola con l'aiuto delle medesime linee Aritmetiche, & ciò con due diuerse



maniere di operare, come con due seguenti essemplio faremo chiaro & manifesto cercati quanto siano per guadagnare l'anno 140. scudi in 5. anni a ragione di 6. per cento l'anno lasciando l'interessi sopra il capitale, & sopra gli altri interessiacciò che continuamente guadagnino, per trouar dunque quanto cerchiamo, piglia rettamente il primo capitale cioè 140. & questo butta trauersalmente al 100. & senza mouer lo strumento piglia subito pur trauersalmente la distanza trà li punti 106. che è il 100. con l'interesse, & torna di nuouo aprir lo strumento, & questo intervallo che vltimamente pigliafi col compasso ributtarlo al 100. & aprendo vn poco più il compasso piglia trauersalmente la distanza trà li punti 106. & di nuouo aperto vn poco più lo strumento butta questa distanza pur hora trouarai al 100. & aprendo il compasso piglia il 106. & in somma va replicando questa medesima operatione tante volte quante è il numero de gli anni del merito, & essendo nel presente essemplio il merito per anni cinque deui reiterare l'operatione cinque volte, & vltimo misurando rettamente l'intervallo che hauerai presto trouerai comprendere punti  $187\frac{1}{3}$  & tanti scudi saranno douentati li 140. posti da principio col guadagno de i sei per cento nello spatio di anni cinque, & nota che se ti tornasse più comodo il seruirti in Cambio del 100. & 106. del 200. & 212. come spesso volte occorrerà, il medesimo farà ritrouato.

L'altro modo di operare non richiede altra mutatione nello strumento che vn solo primo accommodamento & procede si così, seruendoci del medesimo quesito posto sopra per aggiustare lo strumento piglia 100. col suo primo interesse cioè 106. rettamente, & aperto lo strumento applicarlo trauersalmente al 100. ne mai piu mouerai lo strumento, piglia poi trauersalmente la somma de i denari proposta che 140. & misurata rettamente & vederai già il guadagno dal primo anno essere 148. &  $\frac{2}{3}$  comprendendo però anco il capitale: Per trouar il secondo anno piglia trauersalmente quarto 148. & dui quinti & senza altro misurato rettamente & treuerai  $157\frac{1}{3}$  per il secondo anno. Piglia poi quarto medesimo numero  $157\frac{1}{3}$  trauersalmente & torna a misurarlo rettamente & trouerai  $166\frac{3}{4}$  per il capitale, e guadagno del terzo anno. Torna a pigliar questo  $166\frac{3}{4}$  trauersalmente & misurato rettamente & hauerai per il quarto anno  $176\frac{1}{4}$ . Finalmente piglia questo trauersalmente & torna a misurarlo rettamente & hauerai per il quinto anno, trà capitale & guadagno 186.  $\frac{1}{3}$  è così volendo per piu anni andrai replicando l'operatione; & nota che quando il primo capitale proposto fosse somma tale, che eccedesse il numero de i punti 250. segnati sopra le linee Aritmetiche, deni operare a pezzi pigliando la metà, il terzo, il quarto, il quinto, o altra parte della somma proposta, che in fine pigliando due, tre, quattro, o cinque, o piu volte quello che troui, verrai in cognitione di quello che desideri.

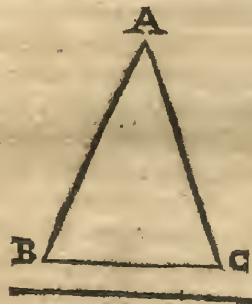


## OPERATIONE VIII.

*Delle linee Geometriche che seguono appresso, & loro vsi; Et prima col mezzo di esse possiamo crescere, o diminuire in qualunque data proportion tutte le figure superficiali.*



E linee, che seguono appresso le Aritmetiche di sopra dichiarate sono dette linee Geometriche per essere diuise secondo la Geometrica proportion procedente fino al 120. dalle quali trarremo diuerse vtilità, & prima ci seruiranno per trouare il lato di vna figura superficiale, che ad vn'altra proposta habbia vna data proportion come



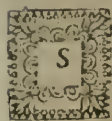
saria per essemplio sen doci proposto il triangolo A. B. C. vogliamo trouar il lato di vn altro, che ad esso habbia proportione sesquialtera, Pigliafi duoi numeri nella data proportion, & siano per essemplio 12. & 8. & presa con vn compasso la linea B. C. adattati aprendo lo strumento alli punti delle linee Geometriche 88. & senza punto mouer l'apertura, prendasi l'intervallo trà li punti 12. 12. perche se faremo vna linea di tal grandezza, lato di vn triangolo rispondente alla linea B. C. sarà la sua superficie indubitatamente sesquialtera del triangolo A. B. C. & questo medesimo intendasi d'ogni altra sorte di figura, & delli cerchi ancora faremo questo medesimo seruendoci delli loro Diametri, o semidiametri, come de lati delle figure retti linee; & notifi per le persone piu volgari, che la presente operatione è quella che ci insegna crescere, o diminuire tutte le piante superficiali come v. g. hauendo vna pianta, la quale contiene per essemplio dieci campi di terreno, ne vorremo dissegnare vna che ne contenesse 34. piglia qualunque linea della pianta di 10. campi, & applicata trauersalmente alli punti 10. delle presenti linee Geometriche, & senza più mouerlo strumento prendi l'intervallo trauersale trà li punti 34. delle medesime linee, & sopra vna tal lunghezza descrivi la tua pianta simile alla prima secondo la regola, che di sopra nella terza operatione ti hò insegnato, & hauerai la pianta cercata capace precisamente di 34. campi.



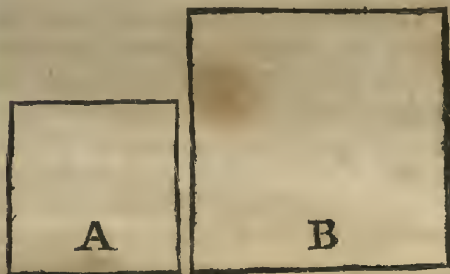


OPERATIONE IX.

*Come con l'istesse linee possiamo trouare la proportion tra due figure superficiali tra di loro simili.*



**S** I ANCI per essemplio proposti li duoi quadrati A. B. ouero qualunque due altre figure delle quali le due medesime linee A. B. siano lati homologhi volendo trouare quale proportion habbino tra di loro le dette superficie, prenderai con vn compasso la linea B. laquale aprendo lo strumento si applichi à qual si voglia punto di esse linee Geometriche, & sia per essemplio al 20. dopo non mouendo lo strumento, prendasi col compasso la linea A. & questa applicata alle linee Geometriche veggasi à che numero si adatti & trouato vg. che si aggiusti al numero 10. dirai la proportion delle due figure esser quella che ha 20. 10. cioè doppia, & quando la grandezza di questa linea non si accomodasse precisamente ad alcuna delle diuisione dobbiamo rinouare l'operatione & applicando ad altri punti che alli 20. tentare.



fin tanto che l'altra linea ancora esattamente si accomodi à qualche punto, il che trouato sapremo consequentemente la proportion delle due figure assegnateci per esser lei sempre la medesima che quella de i numeri delli 2. punti alli quali le dette linee nella medesima apertura dello strumento si accomodano, & quando dell'vna, & delle due piante proposteci fosse data la capacita, si trouerà il contenuto dell'altra nel medesimo modo come per essemplio. Essendo la pianta della linea B. 30. Campi, si cerca quanto faria la pianta A. accomoda la linea B. trauersalmente alli punti 30. & vedi poi à quel numero si adatti pur trauersalmente la linea A. & tanti Campi dirai continere la pianta di essa linea A.

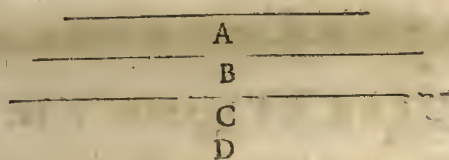


OPERATIONE X.

*Come si possa costituire vna figura superficiale simile & uguale à mole, altre simili proposteci.*



**S** I ANCI per essemplio proposte le figure simili, delle quali li lati homologhi siano le linee A. B. C. alle quali se ne debbe trouare vna sola uguale, & pure ad esse simile, prendi col compasso la longhezza della linea C. & questa aperto lo strumento applicarai à quel numero più ti piace della linea Geometrica & sia vg. applicata à quelli punti 12. 12. dopoi lasciato lo strumento in tal sito, prendi la linea B. & vedi à numero delle medesime linee si accomoda.

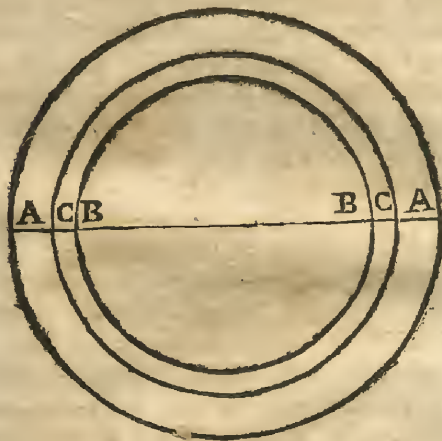


Chesia per essemplio al G. & perche l'altra si era aggiustata al 12. congiungerai questi duos numeri 9. & 12. insieme & terrai memoria 21. piglia dipoi la terza linea A. & secondo il medesimo ordine considera à qual numero delle medesime linee trauersalmente si adatti, & trouato vg. addattarsi al 6. aggiungerai 6. al 121. che saluasti & hauerai in tutto 27. piglia adunque la distanza trauersale tra i punti 27. & hauerai la linea D. sopra la quale facendo vna figura simile all'altre proposte fara ancora digrandezza alle medesime tre insieme uguale & col medesimo ordine ne potrai ridurre in vna sola quante ne venissero proposte purché le proposte siano tutte simili fra di loro.



OPERATIONE XI.

*Proposte due figure simili & disuguali trouar la terza simile & uguale alla differenza delle due proposte.*



**A** presente operatione è il conuerso della già dichiarata nel precedente capitolo, & la sua operatione sarà in tal guisa




guisa fianci per effempio proposti duoi cerchi disuguali, & del maggiore sia diametro l'a linea A.A. & del minore B.B. volendo trouare il semidiametro del cerchio vguale alla differenza delle due A. B. prende con vn compasso la lunghezza della linea maggiore A. & applicata aprendo lo strumento à quel punto più te piacerà delle linee Geometriche & sia per effempio applicata al numero 20. & non mouendo lo strumento considera à qual punto delle medesime linee, si aggiusta la linea B. & trouato per effempio accommodarsi al numero 8. sottrato questo di 20. resterà 12. & presa distanza trà l'i punti 12.12. hauerai la linea C. il cui cerchio sarà vguale alla differenza delle due A. B. & quello che si è effemplificato ne i cerchi per via de i loro semidiametri intendasi esser l'istesso nell'altre figure simili operando con vno de i loro lati homologhi.



## OPERATIONE XII.

*Estrattione della Radice Quadrata con l'aiuto delle medesime linee.*

 R E' differenti modi dell'operare nell' estrattione della Radice Quadrata saranno nel presente capitolo dichiarati, vno per li numeri mediocri, vno per li grandi, & il terzo per li piccoli. Intendo per i numeri mediocri quelli che sono tanto nel meno quanto nel più intorno al 5000. maggiori, quelli che sono intorno al 5000. minimi quelli che sono intorno al 100. & Prima faremo principio da i numeri mediocri. Per estrarre dunque, & trouar la radice quadrata di vn numero mezzano proposto, prima deuesi aggiustar lo strumento la qual cosa farà con l'acommodare trauersalmente al 16. delle linee Geometriche lo spatio di 40. punti preso rettamente dalle linee Aritmetiche di poi del numero proposto per leua via le due vltime figure, che denotano le vnità & le decine, & quel numero che resta prendi trauersalmente dalle linee Geometriche & misuralo rettamente sopra le Aritmetiche, & quello che troui sarà la radice quadrata del numero proposto come per effempio volendo la radice di questo numero 4630. leuate le due vltime figure cioè il 30. resta 46. però piglierai trauersalmente 46. dalle linee Geometriche & lo misurerai rettamente sopra le Aritmetiche, & lo trouerai contenere punti 68. che è la prossima radice cercata.

Mà sono in questa regola da notarsi due cose, la prima è che quando le due vltime figure che si leuano passassero 50. deui al numero, che resta aggiungere vno, come se v.g. volessi pigliare la radice del 4192. perche il 92. da leuarsi passa 50. in luogo del 41. che restaua deue prendere 42. & nel resto seguire la regola di sopra.

L'altra cautela che si deue osservare è che quando quello che resta detratte le due vlti-

me figure passasse 120. in tal caso poiche la diuisione delle linee Geometriche non si estende oltre al 120. nella diuisione dello strumento del Galileo; si deue del numero che resta prendere la metà ò vero altra parte, & questa distanza presa si deue Geometricamente raddoppiare, ò secundo il numero della detta parte moltiplicare, & quello vltimo intervallo così moltiplicato misurato rettamente sopra le linee Aritmetiche ti darà la radice che cerchi, come per effempio vogliamo la radice di 8412. aggiustato come è detto lo strumento, & detratte le due vltime figure 84. il quale numero non è sopra le linee Geometriche, però piglierai la sua metà cioè 42. preso dunque lo spatio trauersale trà l'i punti 42. bisognerà che Geometricamente sia raddoppiato il che farà con aprir più lo strumento sin tanto che il detto spatio si adatti à qualche numero, del quale sopra le medesime linee vene sia vno doppio come v.g. saria addattandolo al 20. pigliando pò l'intervallo trà l'i punti 40. il quale misurato finalmente sopra le linee Aritmetiche, ti mostrerà 91. ò due terzi in circa prossima radice del numero 8412. proposto & se fosse bisognato del numero dato pigliare la terza parte nel triplicarla poi Geometricamente l'applicherai trauersalmente ad vn numero delle linee Geometriche del quale vene sia vn'altro triplo come saria al 10. per pigliare il 30. ò il 12. per pigliare il 36.

La commodità del nostro strumento diuiso in 120. nella diuisione delle linee Geometriche porta maggior commodità per estrarre radice quadrata di numeri molti maggiori di quelli del Galileo posti per mediocri.

Quanto al modo di procedere per i numeri maggiori non si hauerà altra differenza del modo precedente se non nell'aggiustare lo strumento si farà pigliando 100. rettamente dalle linee Aritmetiche aggiustandolo poi trauersalmente al l'i punti 10. 10. delle Geometriche, il che fatto, volendo v.g. la radice quadrata di 32140. tolte le figure resta 32. & quanto piglierai trauersalmente dalle linee Geometriche che misurato rettamente sopra le Aritmetiche ti mostrerà 179. prossima radice di 32140. auuertendo che l'istesse cautele notate nelle operationi precedenti si deuono per l'appunto osservare in questa, cioè que quando le tre figure, che si detraggono passano 500. si hà da aggiungere vno à quello che resta, & se quel che resta passa 50. nella detta diuisione del Galileo, ò vero 120. nella presente nostra diuisione, se ne piglierà vna parte cioè la metà ò il terzo per duplicando ò triplicando il modo dichiarato quello che hauerai per la detta parte preso.

Per l'i numeri minori aggiusterai lo strumento secundo il primo modo cioè con buttare 40. à 16. pigliando poi trauersalmente dalle linee Geometriche il numero proposto senza leuare figura alcuna per che misurando rettamente il detto spatio sopra le linee Geometriche trouerai la radice cercata in numero intiero, & in frattione, mà nota che



# Operatione XII. XIII. & XIV. 609

che le decine delle linee Aritmetiche ti deuono seruire per metà, & le vnità per decine di vnità: Come per effempio vogliamo la radice di 30. aggiusta lo strumento come e detto buttando 40. preso dalle linee Aritmetiche rettamente al 16. delle Geometriche trauesalmente, delle quale preso trauesalmente la distanza delli ponti 30. misurandolo rettamente sopra l'Aritmetiche trouerai ponti 55. che mi portano 5. intieri & 5. decimi, cioè 5. è mezzo, quanta è la prossima Radice di 30. Auuertendo, che in questa regola ancora si deuono offeruare l'auuertimenti, & cautioni nell'altre due regole insegnate.



## OPERATIONE XIII.

*Regola per le ordinanze de gli esserciti di fronte, è fianco disuguali.*

**R**ER le ordinanze di fronte vguali al fianco, ci seruirà com'e manifesto l'estrarre la radice quadrata del numero de i soldati propostici: Ma quando volessimo formare vn ordinanza con vna moltitudine assegnata de soldati della quale la fronte, & il fianco non fossero vguali, mà si respondessero in vna data proportionione, all'hora per risolvere il quesito ci bisogna in altra maniera procedere operando nel modo che nel seguente effempio si dichiara.

Sendoci dunque ordinato che ritrouiamo la fronte, & il fianco di 1435. soldati messi in ordinanza in maniera che per ogni cinque, che saranno nella fronte, ne siano tre nel fianco. All'hora per conseguire l'intento con l'aiuto del nostro stromento prima considerando i numeri della proportionione assegnatoci esser 5. & 3. aggiungendo à ciascuno di loro vn, ò, fingeremo che importino 50. & 30. & per trouar la fronte prenderemo rettamente con vn compasso 50. dalle linee Aritmetiche, & questo intervallo accommodaremo trauesalmente alle linee Geometriche & à quel numero, che si produce dalla moltiplicatione trà di loro de i numeri della proportionione assignata, cioè nel presente effempio al 15. & lasciato lo strumento in tal stato si prenderà trauesalmente pure nelle medesime linee Geometriche la distanza trà li punti segnati dal numero che resta detratte le decine, & vnità dal numero de soldati propostici, che nel presente effempio è 43. & misurato tale intervallo rettamente sopra le linee Aritmetiche ci darà la fronte di tale ordinanza che sarà soldati 85. & col medesimo ordine troueremo il fianco pigliando rettamente 30. dalle linee Aritmetiche, & buttandolo trauesalmente al 15. delle Geometriche & da esse immediatamente pigliando pur trauesalmente l'intervallo trà li punti 43. 43. il quale misurato rettamente sopra le linee Aritmetiche ci darà 51. per il fianco & il medesimo ordine si terrà in ogn'altra

Tom. I.V.

moltitudine de soldati, & in qualunque altra proportionione assegnataui, Auuertendo che si come si disse nella radice quadrata quando le vnità & decine che si leuano del numero proposto passerò 50. si deue alle centinaia, che restano aggiungere vno di più, &c. Ne voglio tacere, come trouata che si farà la fronte secondo la regola già dichiarata, si potrà con altra regola più spedita, & con le sole linee Aritmetiche trouar il fianco in questa forma, operando già nell'effempio addotto fu trouato 85. per la fronte & furnò 1. numeri della proportionione 5. & 3. che è quanto se si dicessè 50. & 30. ò vero 100. & 60. &c. Però quello 85. preso rettamente dalle linee Aritmetiche accommodasi trauesalmente al 100. delle medesime & piglisi immediatamente l'intervallo pur trauesale, & piglisi trà li punti 60. & 60. delle medesime linee, il quale misurato rettamente ci mostrerà il medesimo numero 51. che nell'altra maniera di operare fa ritrouato, & questa operatione che sotto l'effempio delle ordinanze hauiamo dichiarato intendasi esser la regola di vno de i Capitoli del Algebra cioè de i censi vguali al numero onde tutri li quesiti che per esso si risogliono si scioglieranno anco operando col nostro stromento nella maniera già dichiarata.



## OPERATIONE XIV.

*Inuentione della media Proportionale per via delle medesime linee.*

**C**ON l'aiuto di queste linee & loro diuisione potremo trà due linee, ò vero duoi numeri dati trouare con gran facilità la linea, ò il numero medio proportionale in questa maniera; siano li duoi numeri, ò vero le due linee misurate proposteci l'vno 36. & l'altro 16. & col compasso la lunghezza dell'vna v.g. della 36. applicala aprendo lo strumento alli punti 36. delle linee Geometriche, & non mouendo lo strumento prendi l'intervallo trà li punti 16. 16. delle medesime



linee, il quale misurato sopra la medesima scala trouerai esser punti 24. quanto appunto è il numero proportionale trà 36. & 16. & nota che per misurar le linee proposte potremo seruirci non solo della scala notata sopra lo strumento, mà di qualunque altra ancora quando quella dello strumento fosse troppo piccola per il nostro bisogno.

Notando in oltra che quando le linee & i numeri, che le misurano trà le quali vogliamo trouare il numero proportionale fossero assai grande, si che passerò il 50. ch'è il maggior numero notato sopra le nostre linee Geometriche si potrà nondimeno conseguire l'intento operando con parti di pro-

F F f

posti



# 610 Operatione XIV. & XV.

posti numeri, & con altri minori di essi, mà che habbano la medesima proportionione che hanno l'i primi, & la regola sarà in questo modo. Vogliamo v.g. pigliare il numero medio proportionale frà 144. & 81. i quali eccedono ambi due il 50. piglisi dalle linee Aritmetiche 144. rettamente per applicarlo trauerfalmente alle linee Geometriche. Mà perche in esse non vi è numero così grande piglierò imaginariamēte vna parte d'esso numero 144. come saria v.g. il terzo cioè 48. & l'intervallo già preso applicherò trauerfalmente alli punti 48. delle linee Geometriche. Di poi immaginarà la terza parte di 81. che fu l'altro numero dato la quale è 27. piglierò tal numero pur trauerfalmente dalle medesime linee Geometriche, & questo misurato rettamente sopra l'Aritmetiche mi darà il medio proportionale ricercato cioè 108.

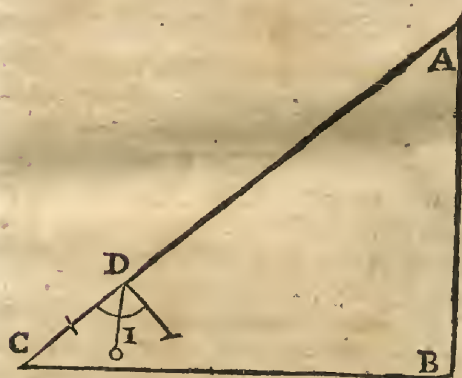
numero di detti punti diuideremo per esso il numero 10000. & l'auuertimento sarà il numero delle misure che nell'altezza G. H. si conteranno come v. g. se il filo hauesse tagliato il punto 50. diuidendo 10000. per 50. hauremo 200. & tante saranno le misure dell'altezza G. H. Et perche hauiamo veduto che alle volte il filo segnerà il Centenaio opposto alla costa per la quale si trā garde & tal. volta anco taglierà il Centenaio contiguo à detta costa, & questo potrà aduenire in molte delle operatione seguenti. Però per regola vniuersale s'auuertirà sempre che quando il filo taglierà il primo Centenaio contiguo à dette coste si dene diuidere 10000. per il numero tagliato dal filo seguendo poi nel resto dell'operatione la regola che sarà scritta perche noi ne gli esempi sequenti supporremo sempre ch'il filo tagli l'altro Centenaio.



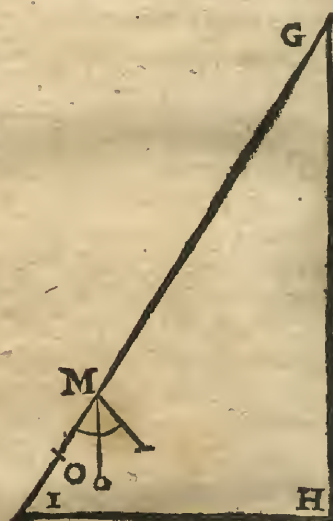
## OPERATIONE XV.

*Diuerfi modi di misurar con la vista, & prima dell'Altezze perpendicolari alla radice delle quali si possa accostare & discostare.*

**L'**ULTIMA circonferenza diuisa in 200. parti è vna scala Per misurar Altezze, distante, & profondità col mezzo della vista, & prima cominciando dell'Altezze, mostreremo diuerse maniere di misurarle facendo principio dall'altezze perpendicolari, alla radice delle quali ci possiamo accostare, come saria se volessimo misurare l'altezza della Torre A. B. venendo nel punto B. ci discosteremo verso C. camminando cento passi, ò 100. altre misure, & fermati ci nel luogo C. trā guardaremo con vna costa dello strumento l'altezza A. come si vede secondo la colla C. D. A. notando l'i punti tagliati dal filo D. I. i quali se saranno nel Centenaio opposto all'occhio come si vede nell'esempio proposto per l'arco I. quanto saranno detti punti, tanti passi, (ò altre mille misure che hauremo misurate in terra) diremo contenere l'altezza A. B.



Mà se il filo taglierà l'altro Centenaio come si vede nella seguente figura, volendo misurare l'altezza G. H. sendo l'occhio in I. doue il filo taglia i punti M. O. all'ora preso il

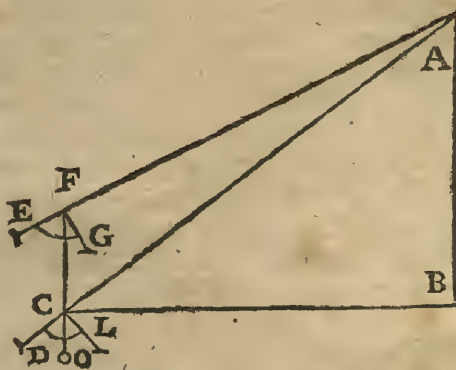


Mà acciò che tanto piu si scorga la moltitudine de gli vfi di questo nostro strumento, voglio, che i computi piu laboriosi, che nelle regole per misurar con la vista ci occorreranno siano senza fatica alcuna & con somma breuità ritrouati col mezzo della riga sopra le linee Aritmetiche, & facendo principio dalla presente operatione per quelli che non sapessero partire 10000. per quell' numero tagliato dal perpendicolo, Dico che si pigli rettamente sempre 100. dalle linee Aritmetiche, & che trauerfalmente s'accomodi al numero de i punti tagliati da esso perpendicolo, pigliando poi pur trauerfalmente senza mouer lo strumento la distanza trā i punti 100. la quale misurata rettamente ci darà l'altezza cercata, come v.g. se il filo hauesse tagliato à 77. pigliando dalle linee Aritmetiche 100. rettamente applicalo trauerfalmente al l'intervallo trā i punti 100. & torna à misurarlo rettamente & trouerai contenere punti 130. & tante misure dirai contenersi nell'altezza, che misurar volemo.

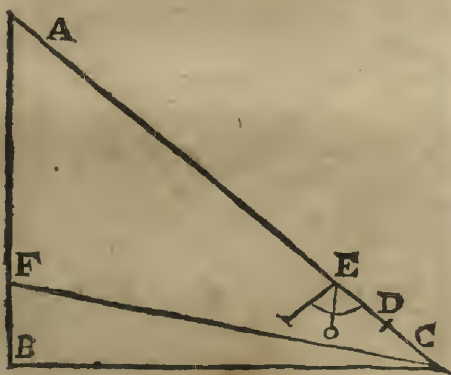
In altra maniera potremo misurar vna simil'altezza senza obligarci à misurare in terra le 100. misure nel modo, che si farà manifesto, Come si per esempio volessimo dal punto C. misurar l'altezza della Torre A. B. drizzando la costa dello strumento C. D. E. alla scimità A. noteremo li punti tagliati dal filo F. I. quali



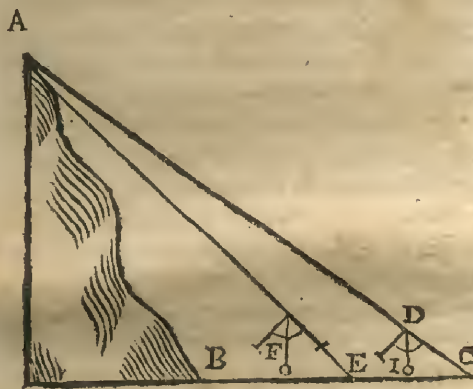
quali siano per effempio 80. di poi senza mouerci di luogo abbassando lo strumento solamente trà guardaremo qualche segno più basso, che sia posto nella medesima Torre, come saria il punto F. notando il numero d'i punti tagliati dal filo, il quale sia v. g. 5. reggati poi quante volte questo minor numero 5. sia contenuto nell'altro 80. che è 16. volte, & 16. volte diremo la distanza F. B. essere contenuta in tutta l'altezza B. A. & perche il punto F è basso potremo tal' altezza F. B. con vn asta, ò altro facilmente misurare, & col venir in cognitione dell' altezza B. A. auuertendo, che misurat l'altezze noi vitroniamo, & misuriamo solamente l'altezze sopra l' orizòte del nostro occhio, tal che quando detto occhio sarà in alto della radice, ò base della cosa misurata, bisognerà aggonger' all'altezza trouata per via dello strumento quel tanto di più che l'occhio soprauanza detta radice.



Et volendo noi misurare vn' altezza la cui radice non si vedesse come saria l'altezza del monte A. B. sendo nel C. trauardaremo la somità. A. notando i punti I. tagliati dal perpendicolo D. I. i quali siano per effempio 20. dipoi accomodoci verso il monte 100. passi innanzi venendo n'el punto E. trà guardaremo listessa comita notando i punti F. i quali siano 22. ilche fatto deuonfi multiplicare tra loro questi duoi numeri 20. & 22. fanno 440. & questo si diuida per la differenza delli medesimi numeri cioè per 2. ne viene 220. & tanti passi diremo esser alto il monte.



Il terzo modo di misurare vna simile altezza, sarà con l'alzarsi & abassarsi come volendo misurar l'altezza A. B. continendo lo strumento in qualche luogo eleuato da terra come saria del punto F. trauarderemo secundo la costa E. F. il punto A. notando i punti G. I. tagliati dal filo, quali siano per effempio 65. dipoi scendendo al Basso, & venendo perpendicolarmente sotto il punto F. come saria nel punto C. trauardaremo la medesima altezza secondo la costa D. C. notando i punti L. O. quali saranno più de gli altri, come v. g. 70. depoi prendasi la differenza tra questi duoi numeri 65. & 70. che è 5. & quante volte essa è contenuta nel maggior de detti numeri cioè in 70. che di sarà cōtenuta 14. volte, tante volte diremo l'altezza B. A. contenere la distanza C. F. la quale misureremo potendolo noi fare commodamente & così verremo in cognitione di tutta l'altezza A. B.



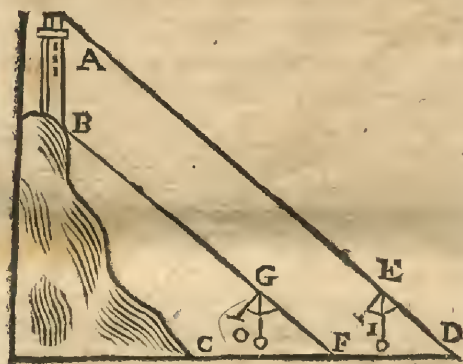
Il computo si trouarà, sopra lo strumento pigliando il minor numero de i punti tagliati rettamente sopra le linee Arimeriche, & applicandolo poi trauerfalmente alla differenza delli duoi numeri de i punti pigliando in oltre trauerfalmente l'altro numero de i punti il quale misurato retamente ci darà l'alteza cercata come se per effempio i punti tagliati fossero nati 42. & 58. preso 42. rettamente buttisi trauerfalmente alla differenza de i detti numeri cioè al 16. , ò non lo potendo al sue doppio, quadruplo &c. sia al quadruplo ch'è 64. & preso poi il 58. ò il suo quadruplo cioè 232. & misurato rettamente ci darà 152. à vn quarto, che è il proposito.

Po siamo in oltre col medesimo strumento misurare vn altezza posta sopra vn'altra, come se volessimo misurare l'Altezza della torre A. B. posta sopra il mote B. C. prima sendo nel puto D. trauardaremo lo sōmità della Torre A. notando i punti tagliati del filo E. I. li quali siano v. g. 18. poi lasciando

F F f 2 vn'altra

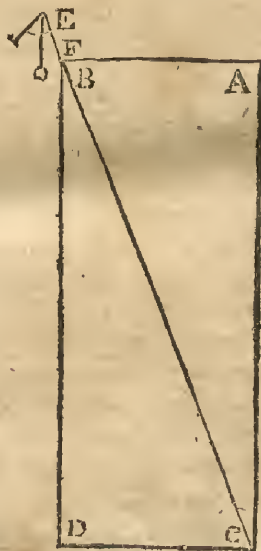


vn'altra piantata nel punto D. venghiamo auanti in tanto, che traguardando la base della Torre cioè il punto B. il perpendicolo G. O. tagli il medesimo numero 18. il che sia quando saremo venuti al punto F. di poi misurinsi i passi trà le due statione D. F. quali siano per essemplio 130. & questo numero si multiplichi per 18. punti ne verrà 2340. il qual numero si diuida per 100. ne viene 23. &  $\frac{2}{5}$  & tanti passi sarà alta la Torre A. B.

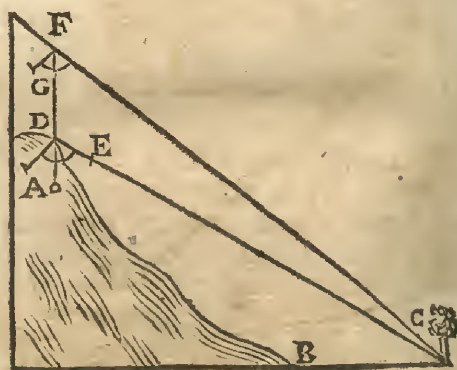


Il computo sopra lo strumento si farà col pigliare rettamente il numero de i passi è quello de i punti applicandolo poi trauerfalmète al 100. prendèdo poi l'altro pur trauerfalmète, & misurandolo rettamente come se v. g. i punti fossero stati 64. & i passi 146. preso 64. rettamente & applicatolo trauerfalmète al 100. & preso poi trauerfalmète 146. & misuratolo rettamente darà 93.  $\frac{1}{2}$  in circa quanta è l'altezza che si cercaua.

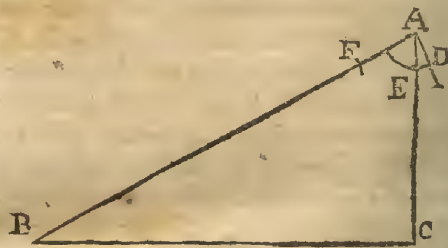
Quanto alle profondità due modi haueremo per misurarle, & il primo sarà per misurar la profondità & contenuta trà le linee parallele, come sarà la profondità d'un pozzo, ò vero l'altezza di vna Torre quando noi fossimo sopra di essa come per essemplio sia vn pozzo A. B. D. contenuto trà le linee parallele A. C. D. B. & voltando l'Angolo dello strumento verso l'arco E. si trà guardi secondo la costa E. F. in maniera che il raggio della vista passi per l'i punti B. C. notando il numero tagliato dal filo, il quale sia v. g. 5. & poi si consideri quante volte questo numero 5. entra in 100. & tante volte diremo la larghezza B. A. esser contenuta nella profondità B. D.



L'altro modo sarà per misurar vna profondità della quale non si credesse la radice, come se fossimo sopra il Monte B. A. & volessimo misurare la sua altezza sopra il piano della compagna, in tal caso alziamoci sopra il Monte salendo sopra qualche casa, Torre, ò albero come si vede nella presente figura & costituendo l'occhio nel punto F. trà guardaremo qualche segno posto nella compagna come si vede per il punto C. notando i punti tagliati dal filo F. G. che siano v. g. 32. di poi scendendo nel punto D. trà guarditi il medesimo segno C. con la costa D. E. notando parimente i punti A. I. che siano 30. & presa la differenza di queste duoi numeri cioè 2. veggasi quante volte entra nel minor delli due numeri, & creduto che vien tra 15. volte diremo l'altezza del monte essere 15. volte più dell'altezza E. D. la quale potendola noi misurare ci farà venire in notizia di quanto cercauamo.



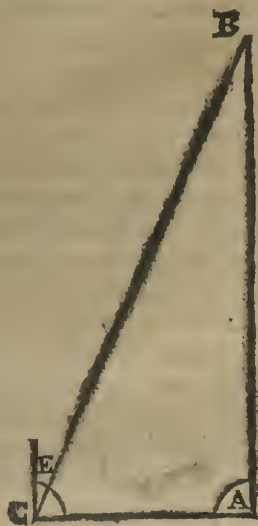
Passando al misurar le distanze come sarà vna larghezza d'un fiume venendo sopra la riva, ò altro luogo eminente si come nell'essemplio si vede, nel quale volendo noi misurar la larghezza C. B. venendo nel punto A. trà guardaremo con la costa A. F. l'estremità B. notando i punti D. E. tagliati dal perpendicolo, quali siano v. g. 5. & quante volte questo numero entra in 100. tante volte diremo l'altezza A. C. entrare nella larghezza C. B. misurando dunque quanta sia tale altezza A. C. & pigliandola 10. volte haueremo la larghezza cercata.



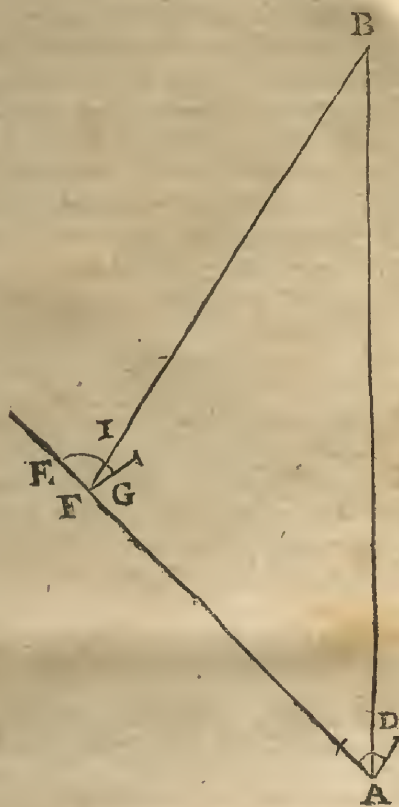
Possiamo in altro modo misurare vna simile distanza come per essemplio sendo noi nel punto A. vogliamo trouare la distanza fino al punto B. costituisca lo strumento in piano & vna delle sue coste sia drizzata verso il punto B. & secondo la drittura dell'altra costa trà guarditi verso il punto C. misurando sopra la drittura A. C. 100. passi ò altre misure & butti si piantata nel punto A. vn asta & vn'altra si ponga nel punto C. di poi venendo nel punto C. si drizzi vna costa dello strumento



mento verso A. & per l'angolo C. si trà guardi il medesimo segno B. notando sopra il quadrante qual punto venga segnato dal raggio della vista, che sia il punto E. & preso tal numero diuidasi per esso 10000. è quello che ne verrà sarà il numero de i passi ò altre misure che saranno trà il punto A. & il segno B.



Mà quando non ci fosse per messo di poter mouere le 100. misure sopra vna linea che facesse angolo retto col primo traguardo, in tal caso procederemo altramente come v. g. essendo noi nel punto A. & volendo pigliare la distanza A. B. ne potendo camminare per altra strada che per la A. E. la quale con la drittura A. B. su angolo acuto, per conseguire ad ogni modo il nostro intento aggiustaremo vna costa dello strumento prima alla strada come si vede per la linea A. F. & senza mouer lo strumento trà guardaremo per l'Angolo A. il punto B. notando i punti tagliati dal raggio A. D. quali siano per essemplio 60. dopoi lasciando nel punto A. vn asta, ne faremo mettere sopra la linea A. E. vn altra lontana 100. passi quale sia nel punto F. doue costituiremo l'angolo dello strumento aggiustando la costa E. F. all'asta A. & per l'Angolo F. trà guardaremo il medesimo segno B. notando i punti G. &c. quali siano v. g. 48. volendo dunque da questi numeri 60. & 48. trouare la lontanza A. B. moltiplica il primo in se stesso fa 3600. aggiungili poi 1000. fai 13600. & di quello numero piglia la radice quadrata sarà 117. in circa & questa moltiplica per 100. fa 11700. & finalmente diuide questo numero per la differenza delli duoi primi numeri 60. & 48. cioè per 12. ne verrà 975. & tanti passi senz'alcun dubio sarà la distanza A. B.



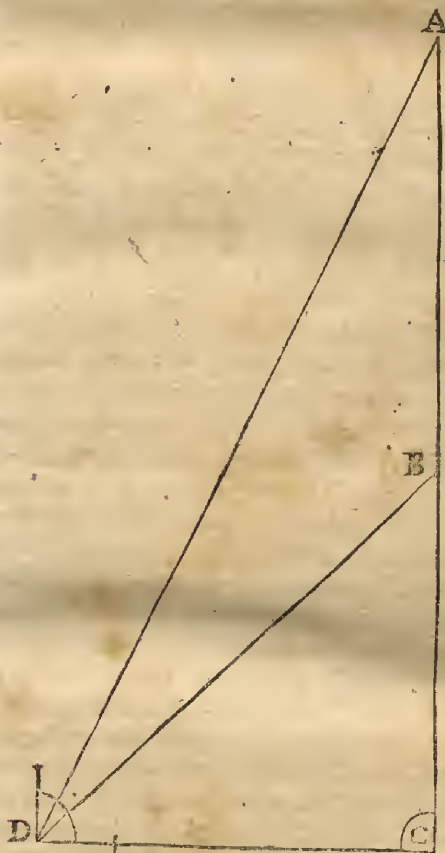
Innouerai la calculatione di questa operatione sopra lo strumento como nel sotto posto essemplio 5. espone. Siano v. g. i. punti tagliati da i due raggi l'vno 74. & l'altro 36. & per trouare detto conto aggiusta prima lo strumento si che linee Aritmetiche siano trà di loro ad angoli retti, il che farai col prendere 100. punti rettamente da esse, & questi applicare col compasso alle medesime trauerfalmente, in maniera che proposta vna delle aste nel punto 80. l'altra caschi nel 60. & questa regola di aggiustare le dette linee à squadra si tenga à memoria per altri bisogni, facto questo prendi la distanza trauerfale trà il punto 100. & il maggiore de i duoi numeri tagliati da i raggi che qui è 74. la qual distanza presa deui aggiustare trauerfalmente alla differenza de i duoi numeri de i punti tagliati da i raggi, che qui è 38. & se non potessi per la piccolezza di questo numero, seruirti del suo doppio, triplo, ò quadruplo, & qui per essemplio applicata al suo triplo, che è 114. & immediatamente piglia la distanza pur trauerfale trà li punti 100. la quale misurata rettamente, & presa vna, due, tre & quattro volte si darà la distanza cercata: misurale dunque nel presente essemplio, & trouerai la 109. si che triplicata si darà 327. quanta prossimamente, & la distanza che misurar voleuamo.

Seguita, che veggiamo il modo di misurare l'intervallo trà due luoghi da noi lontani

FFF 3



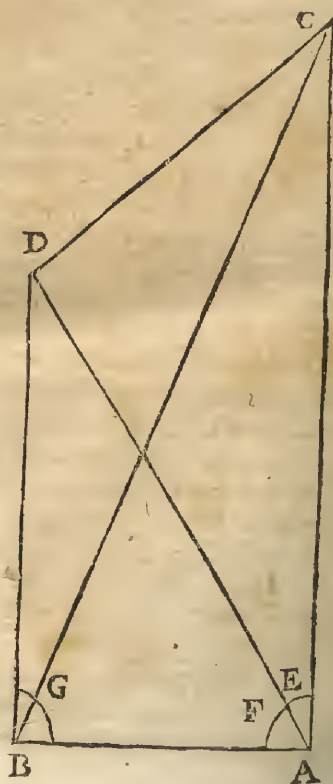
tani, & prima diremo del modo quando da qualche sito potessimo veder li ambidue per la medesima linea retta come mostra il presente, effempio nelquale volendo noi misurare l'intervallo trà i punti B. A. stando nel punto C. di doue appariscano per la medesima linea C.B.A. prima aggiustata vn' Asta dello strumento à tale drittura si tragarà per l'altra verso D. di doue appariscano piantaremo vn' asta lontana dal punto C. 100 misure, hauendone vna simile piantata nel punto C. & venendo al luogo D. aggiusteremo vna costa dello strumento alla drittura D. C. traguandando per l'angolo D. li duoi luoghi B. A. & notando i numeri tagliati da raggi che siano per effempio 25. & 20. per li quali duoi numeri si deue diuidere 10000. & la differenza delle due auuenimenti farà la distanza B. A.



Mà se volendo noi misurar la distanza trà i duoi luoghi C. D. non potessimo venire in sito tale, che l'vno & l'altro ci apparisse per la medesima drittura, in questo caso procederemo come appresso si dirà. Si a dunque che stando noi nel luogo A. vogliamo inuestigare la lontananza trà i duoi luoghi C. D. prima aggiustata vna costa dello strumento al punto C. come si vede per linea A. E. C. traguandisi per l'angolo l'altro punto D. notando i ponni E. F. tagliati dal raggio A. F. D. che siano v. g. 20. senza mouer lo strumento. Si traguandi per l'altra costa verso il punto B. lasciando in A vn' asta & altra facendone porre sopra la drittera verremo in B. dicostandoci dall'altra asta tanto che ricostituita vn' asta dello strumento sopra la linea B. A. l'altra costa ferisca il punto D. come apparisce per la linea B. D. & dall'angolo B. traguanderemo il punto C. notando il numero tagliato dal raggio B. G. che sia v. g. 15. finalmente si misureranno i passi trà le due statione A. B. quali siano per effempio 160. & venendo all'operatione Arithmetica

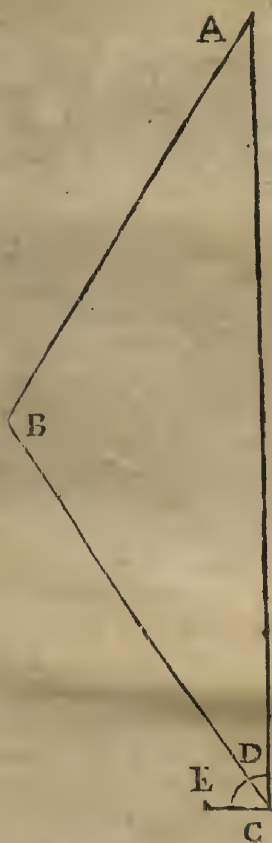
prima si multiplicherà il numero de i passi tra le due stationi cioe 160. per 100. fa 16000. il che si deue diuidere per i duoi numeri de i punti separatamente cioe per 20. & per 15. & ne verranno iduo numeri 800. & 1067. de quali sene deue pigliare la differenza che è 267. & questa si deue multiplicare in se stessa fa 71289. & questo numero si deue aggiugere al quadrato del numero de i passi cioe di 160. ch'è 25600. & in tuto farà 96889. del qual numero si deue prendere la radice quadrata, che è 311. & tanti passi diremo essere tra li duoi luoghi C. D.

Come poi si possa ritrouare il compasso sopra lo strumento faremo col sottoposto effempio manifesto siano v. g. li duoi numeri tagliati da i raggi 60. & 34. & il numero de i passi 116. & venendo all'operatione prendi sempre 100. dalle linee Arithmetiche rettamente & applicato trauerfalmente al maggior numero de i duoi tagliati da i raggi che qui è 60. & subito prendi pur trauerfalmente il numero de i passi che qui è 116. & questo intervallo accomoderai trauerfalmente all'altro numero de i raggi, che qui è 34. & se nò puoi aplicalo al suo doppio, triplo, quadruplo, o quelle che più ti tornerà comodo per hora al suo quadruplo cioe al 136. il che fatto prendi trauerfalmente il numero che è la differenza trà li duoi numeri de i raggi che qui è 26. ó pure piglia il suo doppio triplo, ó quadruplo secondo che poco fa si fece l'applicatione; onde in questo caso deui pigliare il suo quadruplo cioe 104. & questa distanza misurerai rettamente, saluando in memoria il numero che essa conterrà, che nel presente effempio sarà 148. aggiusta final mente le linee Arithmetiche à squadra al modo di sopra dichiarato, il che fatto, piglia trauerfalmente l'intervallo trà il numero che saluasti in memoria & il numero de i passi cioe trà il 148. da vna parte & il 116. dall'altra & questo misura rettamente & trouerai 188. quanti, appunto è a distanza cercata E. D. C.





Et finalmente quando non potessimo mouerci nella maniera recerca la passata operatione: potremo pure non dimeno trouare la lontananza traduci luoghi da noi distanti in altra maniera, & il modo sarà tale sendo noi per essempro nel punto C. & volendo ritrouar la distanza trà iduoi luoghi A. B. prima secundo alcuno dei modi dichiarati di sopra misuriamo separatamete le distanze trà li punti C & L. A. & l'altra trà listesso C. & il punto B. & sia per essempro la prima passi 850. & l'altra 530. & venendo nel segno C. aggiustando vna costa dello stumento al punto A. come si uede per la linea C. D. A. traguarsi per l'angolo C. l'altro termine B. notando il numero de i punti D. E. tagliati



dal raggio che siano v.g. 15. moltiplica poi questo numero in se stesso fa 225. & questo aggiugni 10000. fa 10225. del quale prendi la radice quadrata che è 101. moltiplica poi la minor distanza cioè 530. per 100. fa 5300. il quale sidiuida per la radice pur hora trouata, ne viene 525. & questo moltiplica per maggior distanza, cioè per 850. fa 446250. il qual numero deuue finalmente duplicato fa 892500. dopoideuon si moltiplicare separatamente le due distanze ciascuna in se stessa fanno 22500. & questi numeri si deuono congiungere insieme fanno 1003400. del quale numero si cauerà quel duplicato di sopra cioè, 892500. resterà 10900. la cui radice ch'è 347. sarà la distanza desiderata tra gli duoi luoghi A. B.

Con notabile diminutione di fatica potremo fare il computo presente sopra le linee Aritmeriche, & il modo si farà con vn

essempro manifesto: Pongasi che la maggior distanza sia stata passi 230. & la minore 104. & il numero de i punti tagliati dal raggio 58. mette le linee Aritmeriche à squadra & posta vn asta del compasso nel punto 100. sarga l'altra intrauerso fino al numero de i punti tagliati dal raggio che qui è 58. & considera quanto è questo spatio misurato rettamente & lo trouerai esser precisamente 116. Il che salua in mente: piglia poi rettamente il detto numero 58 che fu de i punti tagliati dal regio, & apri lo stumento finche questa distanza si aggiusti in trauerfo trà il punto del 100. & quello del 116. che salua si in mente, & non mouendo più lo stumento prendi col compasso la distanza trauerfalmente tra li duoi numeri de i passi cioè 230. & 104. & questa misura rettamente ti darà in fine punti 150. quanta è veramente la distanza A. B.



OPERATIONE XVI.

*Della Bussola.*



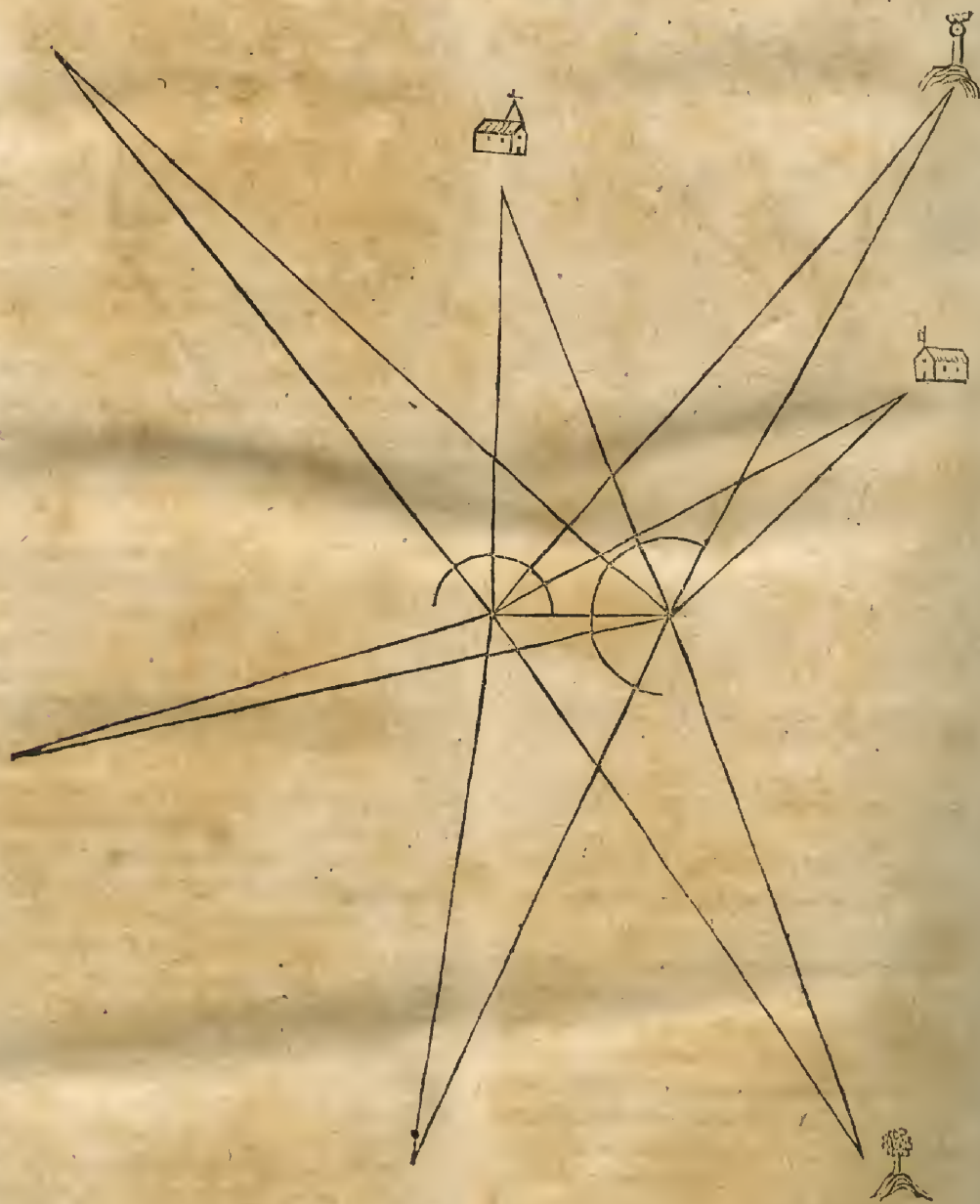
A seconda circonferenza diuisa in 180. parti è la Bussola da leuar piante, misurar distanze, & far mine per via della calamita guardi giusto. prima volendo lenar la pianta di qualsuoglia luogo mediante il nostro strumento si addattarà la gamba stabile A. B. in maniera che la Calamitta guardi giusto à Tramontana & con la gamba A. C. si traguarderà dall' A. al C. & tuti li termini della parte orientale, & si noterà tuti il termini per termini, & il grado, & il grado che taglia la gamba A. C. nel circolo da Tramontana verso Leuante, & da Leuante à Ostro & hauendo traguardato tutti li termini Orientali per non hauer il circolo intiero, si traguarderà la parte Occidentale dal C. all' A. & si noterà nel circolo li gradi tagliati dalla medesima gamba C. A. nel medesimo circolo & contando li gradi da Ostro à Ponente & da Ponente à Tramontana haueremo tutto il circolo intiero: & perche alle volto si affronta esser in vn luogo dal quale si vuol leuar la pianta d'alcun monte ò valle, hauemo posto nella gamba A. C. la Bussola retta, laquale seruirà per pigliar li monti, & valli secondo che occorrerà, perche li traguardi della Bussola retta rispondono giusto alla linea A. C. si che non potendo pigliar la veduta del monte ò valle con li traguardi posti nella gamba A. C. la pigliaremo con la Bussola retta che ci darà il medesimo grado che ci dariano li traguardi dell' A. C. hauendo pigliati tutti li termini come di sopra traguarderemo dall' A. al C. il luogo à noi più commodo Per far la seconda positura, & noteremo il grado che haurà tagliato, & ponremo vn termine per quella linea doue ci verra più commodo contando li passi, ò Canne che saranno dalla prima positura; & detti termini



termini che ci seruieranno per scala per misurar tutta la pianta, & cio fatto trasportamento lo strumento al termine notato, & l'aggiustaremo come prima, cioè che la calamita tiri giusta à Tramontana, & poi operaremo come se fosse alla prima positura. Auuertendo che bisogna sempre guardare dalla seconda positura il primo termine, che si guardò dalla prima positura & poi il 2. & il 3. & di mano in mano tutti gli altri, & cio fatto si metterà in carta la pianta nel infrascritto modo.

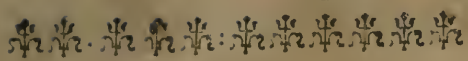
Prima si ponerà il centro dello strumento senza carta & descriptione, secondo che si hauerà fatta la prima positura cioè in riuà, ò in mezzo del luogo, che si hauerà levata la prima & si accommodarà la gamba stabile, che la calamita tiri à Tramontana, & poi si accommodarà la gamba mobile à tutti li gradi della veduta tirando vna linea occulta con la medesima gamba della parte orien-

tale, & all'occidentale si aggiusterà sotto la gamba mobile vna riga: che ci darà il complimento & hauendo tirato tutte le linee che come di sopra. si tirerà vna linea che passi per il grando che haueremo notato dalla prima alla seconda positura quale si diuiderà in tante parti quante saranno le parti che haueremo misurate dalla prima alla seconda positura & poi si ponerà il centro dello strumento giusto in capo di detta linea & si aggiusterà la gamba stabile, che la calamita tiri giusto à Tramontana & si opererà con la gamba mobile, come se fosse alla prima positura, & doue la prima linea della seconda positura taglierà la prima linea della prima positura, sarà il primo termine veduto & la secondo, & di mano in mano li altri i poi si tirerà la linea da vna interrogazione all'altra, & così haueremo tutto il circuito data la pianta, come nella figura qui sotto si vede.



OPERATIO



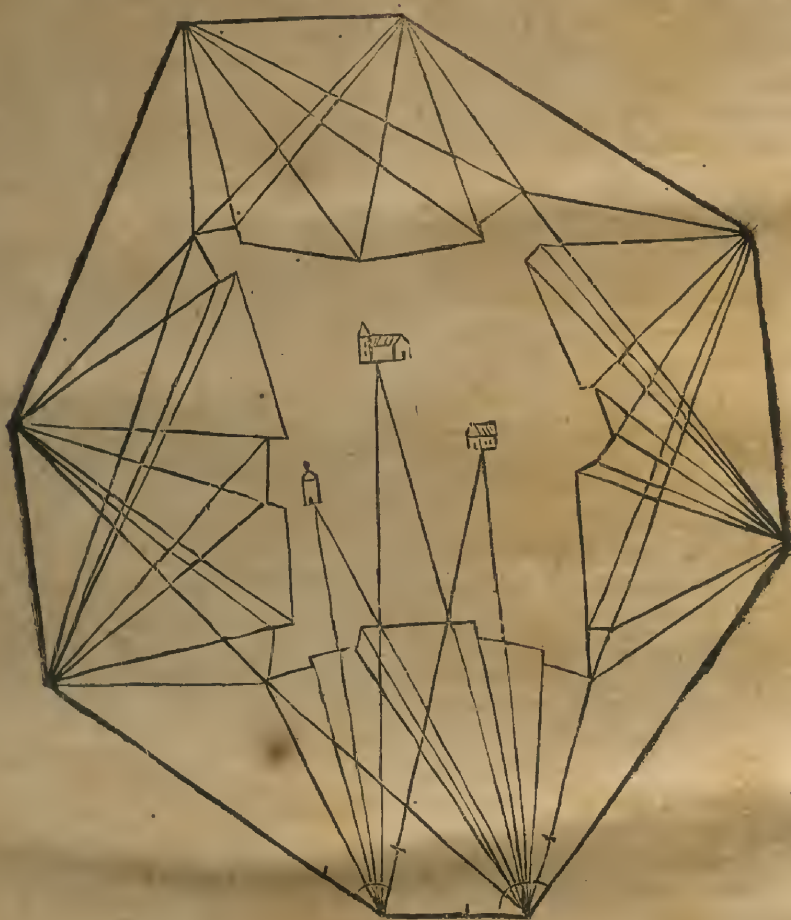


OPERATIONE XVII.

*Come possiamo prendere in disegno, & misurare una Città fuori di quella, alla quale non ci possiamo approssimare per 300. persiche & più.*

**S**I A la proposta Città A.B. C. D.E. F. della quale vogliamo pigliar la

pianta & misurare tutte le sue parte; Primieramente situaremo lo strumento, che la calamita guardi à Tramontana posta nella gamba sensibile, & con la gamba mobile traguardaremo tutti gli Angoli & termini che potremo vedere notando tutti li gradi che detta gamba mobile taglierà nel cerchio come se fosse nella dimostratiene 29. & cio fatto si traguardarà vn luogo piu commodo per la seconda positura & si operarà come di sopra, & secondo che dimostra la figura posta qui sotto & con facilità hauremo l'intento nostro.



OPERATIONE XVIII.

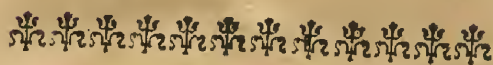
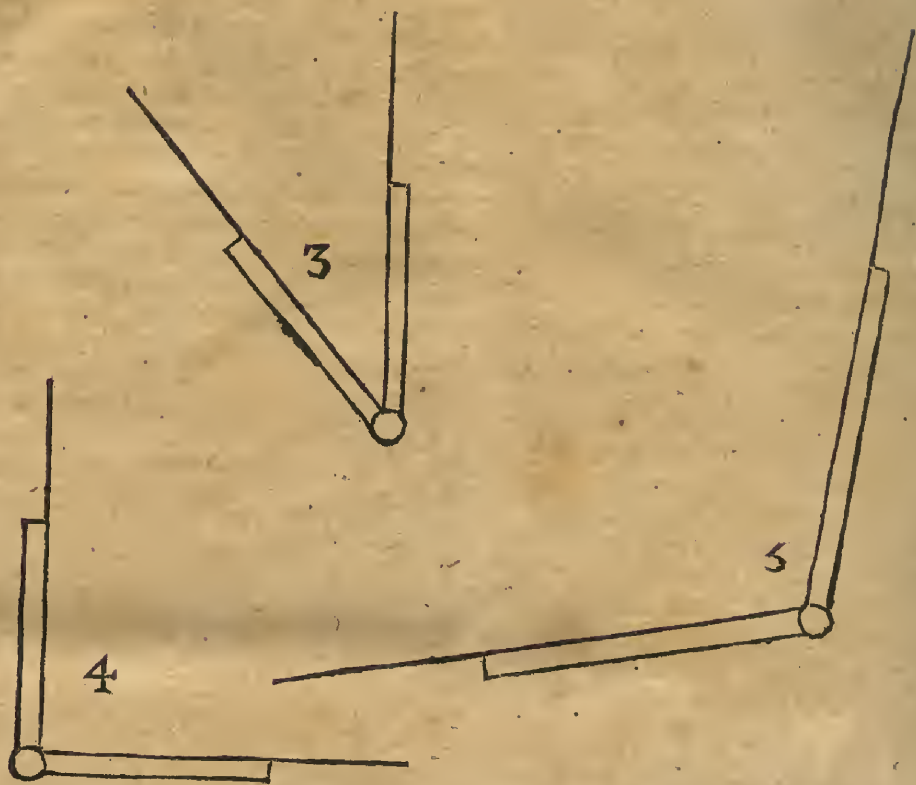
*Come possiamo formar in Cāpagna qual si voglia figura retti linea.*



A prima circonferenza doue 'a capo è scritto Angoli serue per descriuere in campagna le Fortezze & altre figure rettilinee. Come v.g. volendo formar vna figura triangolare si aprirà lo strumento sino al numero

3. traguardando per le pinule di ambidue le gambe doi luoghi discosti dal nostro occhio tanto quanto si vuol fare luoghi i lati del triangolo & iui si ponerà duoi termini & vn'altro giusto sotto il centro della nocella dello strumento che indubitatamente hauremo l'angolo del triangolo equilatio & per il quadrato si aprirà lo strumento sino al numero 4. & per il Pantagono sino al numero 5. che operando come de sopra le dette aperture ci daranno indubitamente l'Angolo delle figure cercate & così si operarà in tutte l'altre figure sin al numero 17. che hauremo l'intento nostro.





## OPERATIONE XIX.

*Dechiaraatione della parte di sotto dello strumento, e Prima come sopra vna data linea possiame descrinere figure di quanti lati & Angoli ci verranno ordinati.*

**E** linee diuise in parte inuguale nelle gambe della parte di sotto dello strumento sono le linee Pollografiche, l'vso loro principale è di descriuere sopra vna linea proposta figure di quanti lati & Angoli vguale ci verranno ordinato & questo facilmente conseguiremo pigliando con vn compasso la longhezza della linea proposta, la quale si addattarà alli punti segnati sopra ambidoi le gambe, nella quale vorremo formar la figura, come per essemplio volendo fare vna figura di sette lati prenderemo la longhezza della linea proposta & l'addatteremo alli punti segnati. 7. è 7. sopra ambidoi le gambe di poi senza mouer lo strumento piglieremo l'intervallo trà li punti segnati. 6. è 6. il quale sarà il semidiametro del cerchio che comprende l'eptagono da descriversi, si che posta vn asta del compasso hor sopra vna estremità della linea data, & hor sopra li altri termini della detta linea faremo vn poco di intersegaatione sopra di essa & quiui fatto centro, descriueremo con l'istessa apertura vn cerchio occulto il quale passando per li termini della data linea la riceuerà sette volte à punto nalla sua circonferenza onde l'eptagono ne venga descritto.



## OPERATIONE XX.

*Come con le medesime linee possiamo diuidere la circonferenza di vn cerchio sin in 16. parti.*

**E** SSENDOCI proposto vn cerchio da diuidere in piu parti, si pigliarà con vn compasso il semidiametro del cerchio dato, & applicandolo al numero 6. in 6. poi senza muouere lo strumento Si pigliarà immediatamente l'intervallo trà li punti nelli quali si ha da diuidere il cerchio che quell'apertura di compasso sarà giusto la parte della circonferenza del cerchio dato nella quale si hé da diuidere.



## OPERATIONE XXI.

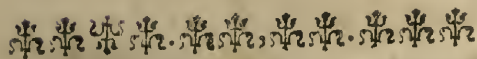
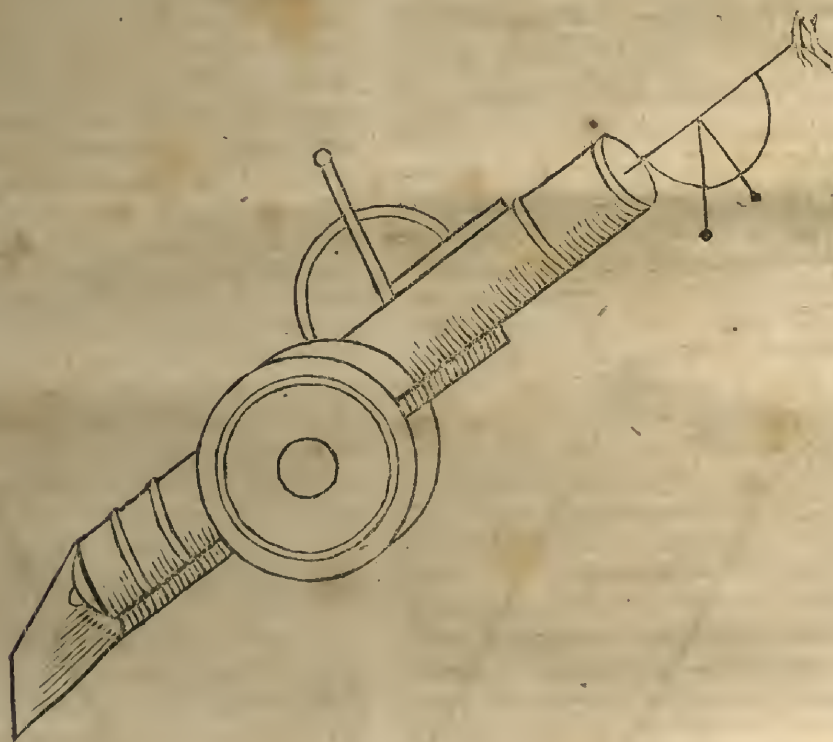
*Come si affetti di giorno i pezzi d'artiglieria per tirarli la notte.*

**E** SSENDOCI assegnato vna fortezza laquale si ha da battere con 10.ò 12. pezzi d'artiglieria, la notte stando in vn luogo scommodo nel quale non si puole aggiustare altro che vn pezzo solo per volta si aggiusteranno tutti li pezzi il giorno in questa maniera, cioè, primo si accomoderà doi tauoloni grossi nel luogo doue si hà da piantare l'artiglieria per fare la batteria, & poi si farà condurre li pezzi à vno à vno, & si aggiusteranno in maniera che con la mira siueda il luogo



luogo doue di notte siuol battere . poi si pigliarà lo strumento , mettendo la gamba stabile nella bocca del pezzo offeruando sopra che grado caschi il piombo nella parte di sotto del cerchio , nella circonferenza la quale è diuersa in 12. punti , & ogni punto in 12. minuti , che è la squadra de Bombardieri , & si noti da canto , di poi si metta la Boffoletta della calamita nella banda mobile accostando la gamba stabile al fianco del pezzo & si manda tanto innanzi & indietro la gamba mobili che le calamita tiri à Tramontana , & si vede che grado taglia detta gamba mobile nel cerchio , & si segna nelli tauoloni fino doue arriua la rota del

pezzo , poi fate portare tutti l'altri pezzi , & si aggiustano come di sopra , & volendo tirar di notte si fara portar li pezzi , & posti che saranno su l'i tauoloni giusto al segno , si metterà la gamba stabile nella bocca del pezzo , poi si alzerà tanto il pezzo che il filo del piombino caschi sul grado notato poi si metterà la Boffoletta nella gamba mobile , & si metterà la dettà gamba al grado segnato nel cerchio & si mandarà tanto il pezzo in quà & in là , che la calamita tiri à Tramontana che allora il pezzo sarà giusto alla medesima positura ch'era il giorno quando si aggiustò , & come nella figura qui sotto si vede.



## OPERATIONE XXII.

*Della squadra di Bombardieri.*

**N**ELLA parte di sotto della tìga Geometrica nel cerchio è la squadra de Bombardieri diuisa secondo il solito in punti 12. & ogni punto in 12. minuti l'uso ordinario dell' quale è che si metta la gamba stabile nel vacuo del pezzo hauendo primo sospeso il filo col perpendicolo dal centro dello strumento , il quale filo ci monstra la segando detta circonferenza quanta eleuatione habbia il pezzo , cioè se il punto ò 2. ò 3. è il medesimo si offeruarà volendo tirar di punto fìco , dipoi si metterà la bulloletta alla gamba mobile , accostando la gamba stabile al fianco del pezzo & mandando inàzi & à retro la gamba mobile fino che la calamita tira giusto à Tramontana notando il grado che detta gamba mobile taglia nel cerchio , che con queste due offeruatione haueremo l'eleuatione sopra l'orizzonte , è la declinatione della linea meridiana , & questa operatione ci seruirà

*Tom. I V.*

per aggiustar il pezzo digiorno per tirarlo di notte : auertendo il pratico Bombardiere di rimettere le rose del pezzo la notte nel medesimo luogo che si messero il giorno che hauerà l'intento suoi come nella figura qui sotto si vede.



## OPERATIONE XXIII.

*Per trouar in vn tratto quante libre de Palla porti qualisnoglia pezzo di Artigliaria.*

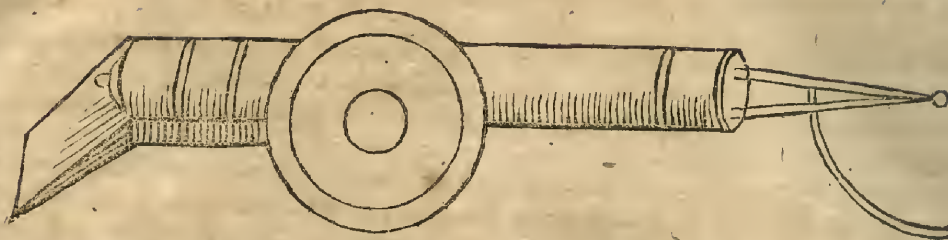


E' tre circonferenze segnate sotto la squadra de Bombardieri doue à scritto pietra , ferro , è piombo , è la sagma della puaa dell' artigliaria , l'uso del quale si roua mettendo le due punte dello strumento nella Bocca del pezzo , come si vede nella figura qui sotto notando nella circonferenza il numero che taglia la gambà , che haueremo il peso giusto della palla , come nella figura chiramente si può comprendere.

G G'g 2

OPERA





✠✠✠✠.✠✠✠✠.✠✠✠✠.✠✠✠✠.✠✠✠✠.✠✠✠✠.✠✠✠✠.✠✠✠✠.

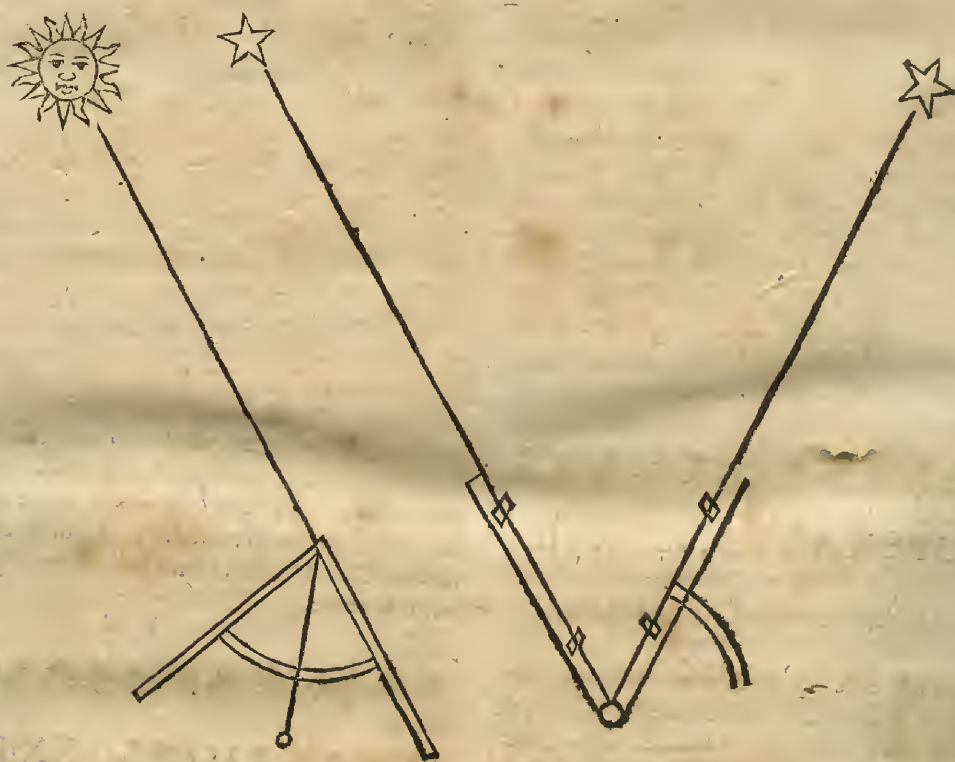
### OPERATIONE XXIV.

*Come si possa pigliar l'altezza del Sole,  
& delle stelle, & fare molte altre  
operatione Astronomiche.*



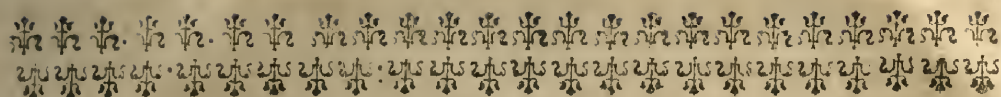
Adattisi talmente lo strumento, che il perpendicolo caschi sopra la circonferenza del quadrante segnato in 90. gradi è riguardando per le

pinule poste nella gamba stabile, si vedrà l'altezza di qual si voglia stella, è mediante quella l'elevatione del polo; è volendo l'altezza del sole l'i farà passare i raggi suoi per l'e due pinule, come di sopra che il filo ci darà l'altezza nelli gradi del detto quadrante: E chi vorrà anco trouare la distanza trà vna stella, & l'altra lo potrà fare, voltando le due gambe dello strumento che dà il centro se vede per li pinuli di ambe due le gambe, le due stelle, notando il grado che è tra vna gamba, à l'altra nella circonferenza diuisa in 180. parti, che heuerà l'intento suo come qui sotto si vede.



DELLA





DELLA NATURA  
DE PRINCIPII  
ET REGOLE MUSICALI.



**V**OLENDO cognoscere, & intendere bene la Natura & ordine della mano Musicale, bisogna la prima cosa metterfi innanti detta mano formata come si fa facendosela al quanto familiare, & considerandoni dentro quel piu che si può da se stesso alcune osservationi come verbi gratia, ch'ella procede di 7. in 7. lettere tornando sempre da capo alle medesime, & che ella va salendo con le note di mano in mano; & simil cose facilissime così ancora. Saper cantare in fino à *ut, re, mi, fa, sol, la, fa*, & discernere così grossamente il tuono dal semituono, per che à voler sapere la ragione delle cose, è necessario che proceda vna certa notizia di esse grossamente, & secondo la prattica, & per che à voler cognoscer bene la natura del tutto bisogna prima cognoscer la natura delle parti che lo compongono. Cominceremo dal dir delle voci & della natura di esse, che seruono à comporre questa tal mano nella musica la quale noi reputiamo & è à noi naturale, per la qual notizia lasciando in dietro il diffinir la musica, & altre cose troppo remote, dico che bisogna in prima saper che naturalmente noi non possiamo variar più che in 7. modi le consonanze, dico in generale delle concordanti & discordanti & queste sono unisono 2. 3. 4. 5. 6. & 7. alle quali si procede di mano in mano con la variatione d'un tuono, ò d'un semituono maggiore & chi volesse proceder piu oltre tornerebbe con l'ottaua da capo nella natura dell'unisono, talmente che questo è vn'ordine circular che ritorna di otto gradi in otto gradi: nella medesima natura. Diremo adunque che questa sia vna scala che salga sette gradi in chiocciola ò lumaca talmente disposta, che seguitando poi l'ottauo scalino torni à punto perpendicular sopra il primo, & il nono sopra il secondo, & così di mano in mano, mà li sette scalini primi occuperanno tutto il circuito della lumaca, che non ne resterà niente vacuo & non di manco nessuno di esso risponderà sopra all'altro mà ciascuno haurà diuerso & distinto sito secondo il circuito della lumaca.

Hora bisogna considerar con qual ordine & rispetto dell'vno grado con l'altro salgono questi gradi pero senza cercar altrimenti la ragione di questo supponendo che sia per la natura della musica stessa rispetto all'orchie nostro. Dico che salgono con duoi

tuoni & vn semituono replicando due volte il medesimo, de gradi è stato posto nome *ut, re, mi, fa, sol, la, fa*, il che è stato à placito, è secondo la volontà di quel primo che pose loro tal nome.

E' da saper che tuono è l'altezza ò salità maggiore, che è da vn grado all'altro prossimo, è dico maggior per che vene sono di quelli che salgono solamente vn semituono come si è detto.

Il tuono si diuide per vltima diuisione in noue particole che si dimandano come & questa distintione che è fra l'vna & l'altra comà è la minor di voce che possa discernere l'orchie nostro. Diuidesi il tuono in mediate in duoi semituoni l'vno maggior & l'altro minor, il maggior è composto di cinque come, è il minor di quattro.

Il semituono maggiore è quello che naturalmente si canta nella nostra musica, & si dice naturale per che si forma anche da quelli che cantono aria; senza alcuna ragione; mà il semituono minor è piu difficile & non si proferisce senz'arte & essercitatione, & questo serue à quella specie di musica che si chiama *Cromatiche*, li modo che ogni volta che noi nomineremo il semituono, senza dire altro s'intenderà sempre del semituono maggiore.

In oltre è da notar che gli spatij che sono fra vn grado & l'altro prossimo di *ut, re, mi, fa, sol, la, fa*, sono tutti di vno tuono eccetto che *mi, fa*, & *la, fa*, che sono semituoni. Et nota che questa scala la puoi così cominciar dal *re*, & dal *fa*, & da ogni altro grado così come dal *ut*, seguendo pero li sette gradi continuati con il medesimo ordine, tornando poi all'ottauo nel medesimo; Saluando le medesime proportioni; tal che nò vi sia altra differenza che dal cominciar, & far il fondamento, ò nello *ut*, ò in vn'altro grado come facendo fondamento del *fa*, diremo *fa, sol, la, fa, ut, re, mi*, & il *fa* che segue tornerà pur perpendicular al primo *fa*, & farà la sua ottaua che non è altro che l'unisono imperfetto.

Mà per che si cominci piu dall'*ut* cioè da i dua tuoni & il semituono che altrimenti, non credo ci sia altra ragione che la volontà di quel primo che dette regole còpose, se già non si dicesse che essendo piu naturale il tuono che il semituono gli volse pigliar quell'ordine secondo il quale i tuoni venisino proposti come piu naturali al semituono, il piu che fosse possibile, che è secondo



l'ordine detto, cioè procedendo con duoi tuoni in prima, & poi il semituono.

Intese tutte queste cose, è facil cosa veder le distanze che si mouino da vn grado all'altro cōparando ciascuno di essi cō ciascuno.

Et si vede che il minor spatio sarà vna seconda, & il maggior sarà vna settima, per che la mano nō contiene spatio alcuno, & tutte queste distanze le chiamaremo consonanze con vocabulo largo, & commune alle concordanti & alle discordanti, delle quali appartiene à considerar poi, che si sarà intesa bene la positione della mano, & la ragione di essa positione.

Mà inanti che venghiamo à render la causa della positione di detta mano, mostriamo prima come è posta, di poi mostriamo le offeuationi & regole che si cauano da essa.

Vltimamente si mostrerà con qual ordine, & ragione sia stata così ordinata la detta mano.

*Qui douerebbe essere la forma della mano, descritta con l'infrastrate regole dal nostro Cardano.*

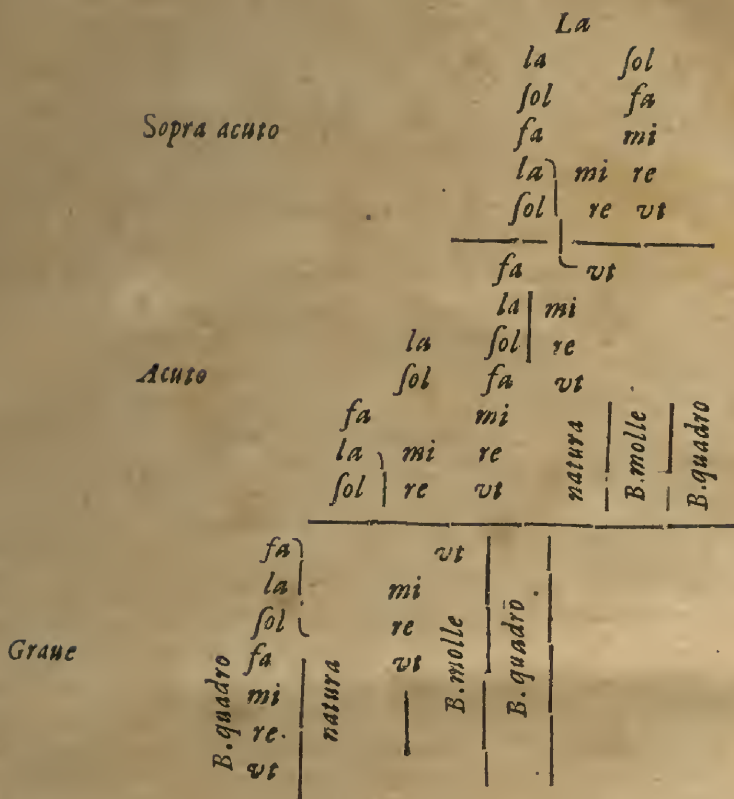
Le Regole che si cauano da quella mano, sono in prima della differenza dall'alto al basso donde si cauano tre distinzioni, cioè Graue, Acuto, & Sopra Acuto, il che nō vol dire altro si non basso, mezzano & alto, per che il basso è contenuto dalla prima scala delli sette gradi di *ut, re, mi, fa, sol, la, fa*, i questo si chiama Graue. L'Acuto è contenuto dalla seconda scala la quale in comincia con *ut*. Salendo vna voce sopra à l'vltima fa che così seguitando il salire con vn'altro grado si torna alla ottaua del primo *ut*, che come si è detto non d'altro che vnifono per dir così imperfetto, & da questo *ut*, più alto vna ottaua del primo si forma la seconda scala, la quale si chiama Acuta cioè alta rispetto alla prima, la quale prima si dice graue, cioè bassa, mà per che questa seconda rispetto alla terza che segue anco con il medesimo ordine si può dire bassa però si può chiamare con vocabulo piu chiato, mezzana, mà appresso alli musici si chiama Acuta, & questo nome pesserà accettato così in pratica ragionevolmente se gli attribuirà da quà inanti come anco per la medesima ragione la scala bassa chiameremo graue. Sopra la mezzana, ò Acuta ne segue vn'altra con il medesimo ordine à punto, salendo di grado in grado vn'ottaua

piu alta rispetto à ciascun grado, rispettiuamente della scala mezzana cioè della Acuta, & quella vltima si potrebbe dir alta. Mà per che così si vfa di chiamarla la diremo sopra Acuta. Comincia adunque la scala graue nel *ut*, di Gamma *ut*, è finisce nel *fa*, di *f*, fa *ut*, primo il quale si dirà *f*, fa *ut*, graue. La seconda scala Acuta comincia in *g. sol, re, ut*, primo il quale si dirà *g. sol, re, ut*, Acuto, & finisce in *f*, fa *ut*, secondo che è *f*, fa *ut*, Acuto. La terza comincia in *g, sol, re, ut*, secondo che è il sopra Acuto, & finisce in *e* la, è quello è quanto alla distinzione di Graue, Acuto, & sopra Acuto, & quanto alle distinzioni che nascono della positione della mano secondo l'altezza.

Habbiamo vn'altra distinzione nella mano, cioè del *b* quadro di natura & del *b* molle, la qual nasce dalla larghezza di essa mano come si mostrerà.

Il *b* quadro comincia da l'*ut* di Gamma *ut*, & va in fino al *fa*, di *f*, fa *ut*, graue. La natura comincia da l'*ut*, di *c*, fa *ut*, è va in fino al *fa*, di *b*, fa *b*, mi Acuto. Il *b*, molle comincia nel *ut* di *f*, fa *ut*, graue, è va in fino al *la*, di *e* la *mi* Acuto, & così il *b* quadro, & la natura hanno tutte le sette note, *ut, re, mi, fa, sol, la, fa*, & il *b* molle non passa il *la*, & così non hà se non sei note doue la natura, & il *b* quadro, ne hanno sette, arriuando al *fa* di *la* *fa*, del qual fa manca il *b* molle, & così l'ordine del *b* molle, ricomincia salendo in *f*, fa *ut*, Acuto, & lascia in mezzo vn grado che è *e* la *mi* doue secondo la regola ordinaria non si farà mai il *fa* di *la* *fa* di *b* molle, mà gli altri duoi ordini di *b* quadro, & di natura ricominciano salendo immediate, & così il *b* quadro ricomincia immediate, partendosi dal *fa* di *f*, fa *ut*, graue, nel *ut*, di *g. sol, re, ut*, Acuto. Et l'ordine di natura ricomincia in mediate nel *ut*, di *c, sol, fa, ut*, il quale era terminato nel *fa* di *b, fa b mi*, che gli è sotto à canto. Et così apparisce qual sia la distinzione della mano per l'altezza, & quale per la larghezza, & che l'altezza ne dà la distinzione di Graue, Acuto, & sopra Acuto, & che la larghezza ne dà la distinzione di *b* quadro natura & *b* molle, & così è manifesto, doue cominci, & termini ciascuna di queste distinzioni, il che per che più manifestamente apparisca se ne mette la seguente figura, con le note & segni à luoghi suoi; per dimostrare con l'esempio sensato quanto si è detto di sopra.





Segue hora di monstrar con qual ragione. & ordjne siano poste tutte queste cose, & poi ricapitolando diciamo, che tutta la nostra musica consiste in queste sette noti, ò gradi che habbiamo detto, di *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *fa*, & talmente che non si può fare consonanza alcuna concordante, ne discordante ne falsa che non si troui completa in questa scala, nella quale è tutta la musica perfetta, ellendo come si è detto tutte le consonanze che si trouano in natura incluse in questa scala de sette gradi & che poi passado quelli si ritorna nella medesima natura dell'unisouo come si è detto con l'ottaua che segue.

Onde è manifesto che è impossibile far musica alcuna veramente piu à tre, anzi quello che comporta à tre senza perder consonanza, si dirà ottimo contra puntista ò vero osseruator delle consonanze che è parte principalissima nella musica, come piu diletteuole alle orecchie.

Ma il proceder salendo con vna scala sopra l'altra, è trouato nò per far la musica più perfetta: ma per farla più adorna per che si vede che l'ottaua, se bone sonno spetie dell'unisouo, danno grandissima gratia nel conserto altro che chi considerata bene da quella ottaua del conserto ne nasce altrè proportioni dell'altra voci in verso di essa ottaua diuersi da quelli che hanno cò la voce principale di quella ottaua, il che se bene non induce nuoua spetie di consonanti, oltra quello che si trouano nello sette voci & scala detta, non dimeno augumentano le spatie dell'consonanzi in quella medesima armonia ò *battuta*, come v. g. se alla quinta di *ut*, *sol*, si aggiongìe l'ottaua di quello, *ut* come aggiungendo alla quinta di Gamaut & di d, *sol*, *re*, l'ottaua di G. *sol*, *re*, *v*, ne seguirà non solamente quella gratia che darà quella ottaua rispetto alla sua princi-

pale, mà ancora vna quarta rispetto, *al*, *sol*, già datto, la quale fa vn ripieno molto diletteuole, & però se bene le scale superiori non augumentano spetio di consonanze rispetto à quello che si contingono si vna sole scala non dimeno, oltre la gratia delle ottaua & quintadecime, augumentano le spetie delle consonantie rispetto à vna medesima armonia, ò *battuta* è questa è stata la causa della multiplicatione di queste scale l'una sopra l'altra per poter anche con la varietà dello alzar & abassar le voci dar diletto d'onde anche si può vedere chiaramente che gli strumenti che hanno i loro registri, à tenor, & ottaua non mancano di qualche imperfetione formadosi da essi nella Musica con quelle ottaua altrè spetie di consonanze oltra quello che si ricercano.

Aidunque da saper che tutta la mano consiste in tre scale poste l'una sopra l'altra, delle quali le prime due consistono di sotto gradi come si è detto, è l'altra è di sei solamente per che non arriua al *fa*, *mi*, termina nel *la* ch'è *Ela*.

Talmente che tutto il fondamento della mano consiste in queste tre principali scale, poste l'una sopra l'altra cioè *ut*, *re*; *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *fa*, *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *fa*, & *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *fa*, le quali tutte appartengono al *b. quadro*, & si distinguono come si è detto in *graua acuta*, & *sopra acuta*, mà per quello che la terza scala non arriua al *fa*, settima voce, si dirà poi al basso in fino à qui si è dito per monstrar le scale in sù le quali è fondata tutta la mano che sono le dette & la causa della multiplicatione di dette scale, seguiremo hora di monstrar come si faccia la multiplicatione delle scale di natura & del *b. molle*.

Mà per dar bene ad'intendere questo bisogno ripiglia, quello che noi habbiamo tocco di sopra quanto al modo come ascendano questi



questi gradi à vno, à vno: dico adunque che essi ascendono come si è detto per duoi tuoni, & vn semituono replicati due volte, che fanno, *ut, re, mi, fa, sol, la, fa*, donde ne segue necessariamente, che il superiore habbia appunto la medesima relatione alle note inferiori, & superiori che hà il *fa* inferiore. talmente che formando due scale l'vna sopra l'altra, viene anche formata vna terza scala laterale, *la* quale non è differente in altro da ciascuna di quelle principale che ne i nomi de gradi, è delle note, il qual nome per esser à placito non varia la substantia della cosa. Facendo adunque il *fa* superiore della scala principale più bassa, *fa* inferiore si comincerà à cantare salendo vna quarta più bassa, che sarà dal *fa* della scala inferiore, dal quale dico salendo in fino al *mi* primo della seconda scala haurete formato vn'altra scala laterale, che non sarà differente punto dall'altre. Se nõ nei nomi dalle voci, ò de gradi, per che doue si haurebbe à dire *ut*, si dice *fa*, & doue si dice *sol*, & doue *mi*, si dice *la*, & doue *sol*, si dice *re*, & doue *la*, si dice *mi*, & solamente il *fa*, riferua il nome debito, & tutti i tuoni è semituoni verranno à luoghi loro, & però questa scala laterale si chiamo di natura, per che per natura sua vien formata dal formare le due scale l'vna sopra dell'altra, ne in questo beneplacito opera altro che accommodare i nomi secondo i nomi delle scale come si è detto, il che si è fatto per due ragioni, l'vna per potere scendere & salire cantando dalla scala superiore alla inferiore, & per il contrario con più facilità & gratia, per che goffa cosa sarebbe & difficile cantando salire dicendo *fa, sol, la, fa, ut, re*, & da questa nascono le mutationi di quarta, & di quinta. Come si dichiarerà, meglio ne luoghi loro, è così ancora è manifesto che realmente la scala di natura non è punto differente, & non aggiugne, ne lena niente alla scala di *b* quadro, si non il suo *fa* superiore che viene doue il *mi* del *b* quadro Acuto, & nel resto ella non è se non vna osservanza che si caua dalle dette scale comparando & collegando la inferiore con la superiore. L'altra comodità che si caua dal formare questa scala, con le sue note proprie, è che dal *fa* superiore di questa scala di natura, ne cauamo la scala del *b* molle, collocando però due scale di natura l'vna sopra l'altra. Et si deduce da queste due la scala del *b* molle appunto nel modo che si caua quella di natura, da quelle del *b* quadro. Il che per essersi dichiarato à bastanza di sopra, si lascerà per di dichiararlo altrimenti come cosa superflua.

Hora per che quella si nomini del *b* quadro, & questa del *b* molle è cosa assai incerta, & non manco inutile, però ò si lascerà il dirne quel che ci si è considerato, ò si riferberà in altro tempo.

Seguitando adunque Diciamo che non si può dire che la scala del *b* molle sia la medesima con quella di *b* quadro, come habbiamo detto di quella di natura, anzi varia

grandemente il sito del semituoni, & non solo, e nomi semplici de gradi, ò voci, anzi acca dèche in alcune poste, nõ possiamo mai copuenire, come è in tutti è *mi* del *b* quadro, doue mai per *b* molle si potrà dire si non *fa*, & questo viene per che questa scala del *b* molle, non hà sette scalini come l'altre due. Mà termina nel sesto che è il *la*, & non arriua altrimenti al *fa* superiore, il qual caderebbe nel *mi* del *b* quadro, come si è detta, & come si potrà considerer meglio in su l'esempio che darà ad intendere così con parole, & però se pur mai in tal posta si dirà *fa*, humiliando la voce con il *b* molle sarà fuora della regola della mano, & sarà vna musica finta, & secundo vna certa licentia, mà per che la scala del *b* molle, non habbia il *fa* superiore, non è per altro, se non per che quel tal *fa* pareua che chiamasse vn *ut* setto di *se*, & così che si ricercassi di formare da quello vn'altra scala laterale, dalla quale anche arriuando anche ella all'ultimo *fa* settima voce, ragioneuolmente se ne doueua formare vn'altra così si sarebbe andato in infinito: mà douendosi terminare questo numero delle scale in qualche luogo, parue conueniente di terminarli nel terzo ordine che è quello del *b* molle, & questo fu fatto non gli dando il *fa* superiore, & così gli fu tolta l'occasione di volere più multiplicationi di scale laterale, laqual multiplicatione erà anco tanto più superflua quanto è cosa manifesta. Che ne ancho la scala del *b* molle aggiugne nouità, ò varieta alcuna alla musica, anzi tutto il medesimo che si può far per *b* quadro, si può far *b* molle, & così per il contrario, & se bene si fa qualche varieta. Per conto delle mutationi che procedono variamente, à questo si poteua, è può molto ben supplire con la sostentatione, & humiliatione delle voci senza entrare per ciò in noue scale, mà tutto quel che sene caua, è hauere con più comodità & con qualche regola questa variatione della humiliatione, & sostentatione delle voci dal *fa*, al *mi*, & dal *mi*, al *fa*, alla qual varieta è stata sufficientissima questa terza scala del *b* molle; & così il moltiplicare in più scale laterale, sarebbe stato al tutto inutile. Hora peruenire à terminare con ogni chiarezza delle ordine & ragione della mano dico repetendo che il fondamento suo sono le tre scale del *b* quadro, cioè la Graue, Acuta, & sopra-Acuta, le quali cominciano, & terminano, doue si è detto di sopra & dicono così, *ut, re, mi, fa, sol, la, fa, ut, re, mi, fa, sol, la, fa, ut, re, mi, fa, sol, la, fa*, & questa terza scala cioè la sopra-Acuta non arriua al *fa* ultimo, per che la medesima ragione che habbiamo detto di sopra haurebbe chiamato vn'altra scala di natura più alta, la quale per che non facea comodità, non fù ne anco à proposito di dargli l'ultimo *fa* alla scala sopra-Acuta del *b* quadro. Verrebbe adunque formata la mano secondo il modo che io dico nella forma infra-scritta.







Acuta del *b* quadro cioè, *ut, re, mi, fa, sol, la*, & tutte questo s'intenderanno molto meglio nella loro figura. Onde se vede della differenza della postpositione delle note nelle poste loro da questo modo vitate della mano, à quello posto di sopra, da noi, non viene si non, che doue prima in tanti à ogni cosa noi formauamo le Altre tre scale del *b* quadro, & facuamo le due note principali in ogni posta. In questo modo si formano prima l'altre scale graui laterali, & di poi si torna al *b* quadro, & le note di qualunque scale prima formate, stano le prime da esser proferite nelle lor poste. Così ancho è manifesto della multiplicatione delle scale, secundo l'altessa si caua la differenza di graue acuto, & sopra acuto, & dalla multiplicatione della scale lateralmente, si caua la differenza di *b* quadro, Natura, & *b* molle. vi è vn cora da notare vn'altra cosa che secodo la mano nō si potrebbe cantare per *b* molle sono da *ffa, ut*, in sù cominciando qui l'*ut* primo del *b* molle come si è detto, mà nō di meno si supplisse formando vn'altra scala alla in giù, il che si può sempre far, & alla in giù, & alla in sù, purché torni comodità & ornamento, & che si offorino le debite proportioni & luoghi de tuoni, & semituoni.

E' da notare ancora che la scala di natura serue al *b* quadro, & al *b* molle, cioè, che cantadosi ò per *b* quadro, ò per *b* molle, non si varia, ne manca più che la scala di natura non vi interuenga, & serua alle mutationi dell'vna & dell'altra come si è detto. Perche

ella è il medesimo con la scala di *b* quadro dependendo da ella, ecceto che al *fa* superiore come si è detto il qual *fa* non però la repugnanza colli di *b* quadro come da quello del *b* molle, per che il *fa* di natura. & il *mi* di *b* quadro stanno in vna medesima posta, mà non quelli del *b* molle & *b* quadro come si è detto, di modo che doue è la scala dal *b* quadro, è anche quella di natura, il medesimo interuiene rispetto alla scala del *b* molle con laquale ella è assolutamente la medesima dependendo quella in tutto da questa di natura, come si è detto. Onde è manifesto che è necessario, che & à l'vna & à l'altra scala accompagni quella di natura, è la causa di questo: mà non segue già che benché la natura sia il medesimo che il *b* quadro & il *b* molle, il medesimo che la natura che anche il *b* molle, & il *b* quadro sieno il medesimo come si vede manifestamente, benché paia che questo argomento faccia non poca confusione, mà là ragione di questo è manifestissima, procedendo ciò per che se bene il *b* molle procede dalla natura, la quale è il medesimo del *b* quadro, procede non di meno dà quella parte, & nota sola della natura, la quale non dipende, & non è commune con il *b* quadro, che è il *fa* superiore come si è detto: onde non è vna marauiglia al mondo che sia repugnanza trà le scale de duoi *b* detti, non ostante la ragione allegata, & tutte le sopra dette cose appariscono nel seguente segno della mano.

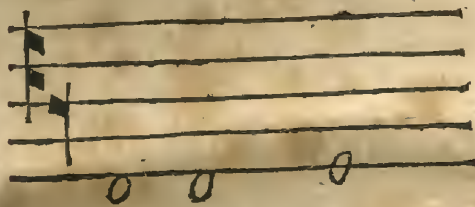
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|--|--|-------------|--|--------------|-----|--------|-----|-----------|-----|
|  |  | Sopra acuto |  | Ordine terzo |     | E      | La  | B. quadro | La  |
|  |  |             |  |              |     | D      | la  |           | sol |
|  |  |             |  |              |     | C      | sol | B. quadro | fa  |
|  |  |             |  |              |     | B. fa  |     |           | mi  |
|  |  |             |  |              |     | A. la  |     | B. mole   | re  |
|  |  |             |  |              |     | G. sol |     | B. re     | ut  |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  | I            | fa  |        |     |           | ut  |
|  |  |             |  | E            | la  |        |     |           |     |
|  |  |             |  | D            | la  |        |     | Natura    | mi  |
|  |  |             |  | C            | sol |        |     |           | re  |
|  |  |             |  | B            | fa  |        |     |           | ut  |
|  |  |             |  | A. la        | fa  |        |     |           |     |
|  |  |             |  | G. sol       | mi  |        |     |           |     |
|  |  |             |  | B. molle     | re  |        |     |           |     |
|  |  |             |  | B. quadro    | ut  |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |
|  |  |             |  |              |     |        |     |           |     |



cantare ancora per la qual facilità elle sonno state messe in vso. Potrà anche dalle cose sopra dette facilmente apparire, d'onde procede l'errore nel quale quasi comunemente ciascuno incorre, di porre che la musica consistesse solamente di sei note, cioè, *ut, re, mi, sol, la*, & non di sette come habbiamo detto, lasciando da banda il secondo *fa*. Il qual errore procede da due occasioni; l'vna da non hauer quella settima voce, d' ver nota, vn nome da per te come ciascuna dell'altre, mà hauere il nome d'vna delle sei, cioè *fa*. Et però non si veggendo loro più che sei specie di nomi di voci, hanno giudicato che non sino ne ancho se non sei specie de voci secondo che sono i lor nomi, non considerando che chi cognoscerà che terzo & primo *fa*, quarta, cognoscerà ancora che *b ut* primo *fa* settima, & la settima è di specie diuersa da ciascuna dell'altre inferiori, così anco non hanno auertito che l'hauer vn medesimo nome con vna dell'altre voci, cioè *fa* procede dalla ragione sopra detta, cioè per hauere la medesima relatione che il primo *fa* alle noti antecedenti, & alle sequenti. L'altra occasione di questo errore comune, è che nella mano non trouano nissuno *fa* che non si possa saluare & accomodare come *fa* primo, senza porre alcuno secondo *fa*, settima voce; mà non hanno considerato che questo viene per che fondandosi da ogni secondo *fa*, il suo *ut*, come si è detto bisogna di necessità che tutti i secondi *fa* diuentino anche primi *fa*, nella scala da loro prodotta, & per questo tutti i *fa* della mano si accomodano per *fa* primi, & non per che non vi sino anche i *fa* secondi, mà che chi fece la mano hauuelli la medesima intentione che io dico è manifesto, oltre all'ordine detto che consideratamente il nostra dall'ordine anche che si pone nella mano delle lettere di 7. in 7. & non di 6. in 6. il che denota pur chiaramente che è gli habbia inteso settima specie di voci, & non solamente il qual numero di lettere si vede che è posto secondo il numero della varietà delle voci, & però non ha posto l'ottaua lettera; mà ritorna alla ottaua nella prima, si come anche la voce ottaua ritorna nella prima, cioè nell'vnisono come si è detto, & finalmente da sapere è hauere per cosa certissima che non la musica ha origine dalla mano, mà si bene la mano dalla musica, per che la mano è se non vna regola alla musica è suppone che la musica sia, laqual musica essendo cosa naturale, come è probabile cosa troppo inetta à dire che fussi fondata in vna regola data à gli huomini per che dependesi da quelli, mà si bene la regola dipende della cosa naturale hauuendo rasernati circa, à quella è gli ordini suoi, & quello che è migliore è più grato, & così è da credere che dalla osseruatione di mano, i mano fatta circa al cantare sia à caso, il che non si debbe dubitar che sempre sia stato familiare al huomo visitando osseruando la natura di questo modulatione, & apoco apoco ridotta in regola buona è messa in arte come si vede, & per il primo & principal fundamento nel fare

Tom. IV.

il giudicio in circa queste cose musicali debbe cadere dalla natura della cosa, già che debbe seruire sempre proposta alle regole quando ne esse se ci trouasse ripugnāza alcuna i per che intanto son buone le dette regole, mà per che elle seguitano, & si accomodano à essa natura delle cose, laqual natura non può notare, mà si bene molto facilmente le regole. Tutto questo ordine sopra detto appartiene à quel genere della musica che si chiama Diatonico, distinto da gli altri duoi, Cromatico, & Enarmonico, della differēza de quali diremo anche breuemente quattro parole. Dico adunque che la musica Diatonica è la più facile, & più naturale di tutte l'altre, & è quella che vsano nel cantare i Contadini, & i putti ancora biscantando da per loro, ogni volta però che habbino qualche poco d'orechia, è questa musica procede per tuoni, & semituoni maggiori, & non esce punto dell'ordine della mano. Mà la musica Cromatica non ha altra regola parlando delle regole apparenti, & manifeste, se non che diuide il tuono attualmente in semitono maggiore, & in semitono minore, & così proferisce tanto il maggiore quanto il minore, & proferirà il minore alcuna volta espressamente, & alcuna volta virtualmente, espressamente sarà quando procedendo da *ut* à *re*, proferirà prima l'*ut* in suo tuono, di poi proferirà l'*ut* sostenuto, & così formerà il semitono minore espressamente, & di poi proferirà il *re*, & formerà il semitono maggiore, & così in tal caso non farà questo altro se non fare che quel *re* diuenti vn *fa*, trouare il suo *mi* fra la voce *re*, & la voce *ut*



& così si formerà sempre il semitono minore espresso. L'occulto sarà poi quando si formerà non il *sol* semitono minore, d' graue vi correrà non lo spatio del semitono minore solamente, mà insieme con quello lo spatio ancora d'vno, d' più tuoni, & finalmente l'vso del semitono minore, formato come si è detto, si caua principalmente l'ordine del Cromatico, il qual come si vede è più difficile, & manco naturale del Diatonico, come ancora è più dolce & suaue procedendo per minori distantie, dal che nasce dolcezza come appare nel semitono ordinario, che è molto più dolce chel tuono; & però è molto appropriato alle cadenze, alle quale si debbe andare con più dolcezza che si può per lasciare satisfatto l'orechio del auditore il che si cerca nelle cadenze. Mà è da considerare che la sostentatione non causa sempre il semitono minore, mà solamente quando ella è congiunta con la voce prossima più bassa & ascendendo. Et però la musica Diatonica non metterà mai la sostentatione, ne innanti, ne doppo, à vna nota più bassa di lei, & l'ò fa per fuggire il semitono minore, il qual in tal caso verrebbe formato

H H h 2 questo



questo dico interuiene quando si sostenta altra voce che è il *fa*, ma quando si sostenta il *fa*, non importa che egli preceda vna nota più bassa, per che all' hora non *fa*, semituono minore, ma solamente si *fa*, del semituono maggiore insieme con la sostentatione vn tuono, & il semituono si forma vn grado più sopra & però sostentando il *fa* con il *salire*, non si forma semituono minore, ma ben che non si formi, si accena non dimeno, formando in cambio del semituono maggiore il tuono, che è vna sostentatione, cioè semituono minore più alto che è quello che gli dà la dolcezza, la qual dolcezza delle sostentationi che venga dallo accennare il semituono minore come si è detto è manifesto da questo, per che con tutto chel medesimo spatio sia appunto tra *ut*, & *re*, & *re*, è *mi*, per che à *mi*, *fa*, sostentando il *fa*, formandosi in tutti questi modi sempre vn tuono nondimeno si sente nell'altre voci ò tuoni la dolcezza che si sente in questo del *mi*, & *fa*, il che non viene da altro ne puol venire, se nò da quel semituono minore accennato, ne questo è marauiglia per che si vede questa aspettatione causare di molti belli effetti circa questi tuoni, come v. g. si scenderà vna settima che consona, & tornerà benissimo all' orecchio quando in vna cadenza noi à sporteremo là qual'ottaua alta come v. g. in questa cadenza *sol, fa, sol*, pigliare in cambio di quel *sol*, ultimo *la*, sua ottaua bassa che sarà la settima del *fa*, & non dimeno non scomoderà punto l'orechio; anzi darà contento, il che è molto còtro alla regola generale, per che le settime sono durissime à pigliare, & causano malissima armonia all' orecchio, mà questo particolare auuiene meramente da quella aspettatione di quella ottaua più alta nella quale douerebbe cadere l'ultima voce cadenza, & sarà come cominciando dal *fa*, di *ffa, ut*, dire *fa, mi*, & *ut*, pigliando l'*ut* sotto al gamma *ut*. Vedesi ancora che *sol, mi*, & *fa, re*, sono tutti à duoi terzo minore, & vguale. non dimeno è più grato, & dà più dolcezza *sol, mi*, che *fa, re*, il che non viene d'altro se non che nel *sol, mi*, il semituono viene accennato più prossimo che nel *fa, re*, il qual semituono, è come si è detto assai più dolce che il tuono questo dico auuiene per che quel *mi*, del *sol, mi*, chiama il semituono molto più vicino, hauendo il *fa*, sopra immediate che non hà *re*. il di *fa, re*; il quale chiama immediate il *mi*, che è frà ello *re*, & il *fa*, che forma il tuono & non il semituono per questo anco. la sostentatione che prima il semituono maggiore cò lauere precedente, si come la si v'ia nella musica Diatonica genera più dolcezza che non genera il *fa, mi*, che auuiene da quel semituono minore accennato per che la voce si sostenta, s'intuona vn semituono minore più alta, non è adunque gratia fatto che da quel semituono minore accennato, ne nasce quella dolcezza, & molto maggiore che in vna altra voce può essere ancora che sia nel resto la medesima con quella & per questa medesima ragione non comporta il vtuono & la quinta falsa, non sola allo iaconero

mà no anche à vna battuta appresso come si dirà più oltre & questa basti per hauerne detto succintamente quanto s'appartiene per l'adifferenza trà l'ordine Diatonico, & il cromatico ma è ben dauertire che questa musica che procede per sustentationi non si può ne anche dire mera Diatonica, mà si dirà musica finta per che ella finge, & proferisce il *fa*, & il *mi*, cioè il semituono, & causa ancora l'altre voci indifferetemente, doue elle non sono ne per *b* quadro, ne per natura, ne per *b* molle: la quale anche in vero è più tosto che altro vna certa spetie mezzana frà la Diatonica, & la cromatico, se bene di detta spetie come diuersa non si fa mentione, perche la sostentatione non è altro che la variatione d'un semi tuono minor perso in alzar la voce se bene ella talmente accomodata al horà che non si proferisci tal semituono, altramente non è pero che in qualche modo egli nò si accenni mandando all' orecchie quella altezza di voce cioè, di vn semituono minor di più di quello che egli, si aspettava d'onde è, causata la dolocezza grande della sostentatione come si è detto. Mà l'ordine Enarmonico non è altro che vn sostentar per lo spatio della metà manco di vn semituono minor, & questo lo dimandono diessi. la qual maniera di sostentationi causerebbe diletto & dolcezza e strema se si potessi sentir proferita giusta, & ben vnita con le altre parti: il che è tanto difficile che non si troua che questa spetie sia andata mai troppo inanti: onde è manifesto che la diuersità di queste tre spetie non dipende dal multiplicare piu ordini laterali nella Mano, mà solamente nella diuisione del tuono, & del semituono minore, & così si vede che la Cromatico suppone come suo fondamento la Diatonica se bene varia poi grandemente da i tuoni & regole di quella, & così che la Enarmonica suppone & l'vna & l'altra, & questo basti quanto alla notitia & ragione della mano, quanto alla diuersità, ò distinctione superficiale di questi tre ordini di musica così famosi Ticatonico, Cromatico, & Enarmonico.

Mà per che di sopra parlando delle consonanze noi habbiamo promesso di dirne al luogo suo, non sarà fuori di proposito hora che terminato il trattato delle voci dire qualche cosa di esse, mà breuemete per esser materia assai nota. Diciamo adunque che le consonanze sono di sette spetie secondo che sette sono le spetie delle voci come habbiamo di sopra detto, & prouato sufficientemente & con queste cioè vnifono, seconda, terza, quarta, quinta, sesta, & settima lottaua poi come si è detto tornerà, nella spetie dello vnifono, trà queste consonanze alcune sono concordanti come l'vnifono, la terza la quinta & la sesta; alcune sono discordanti come la seconda & la settima, & alcune tal volta concordano, & tal volta discordano, come la quarta si nelle concordanti alcune sono perfette, alcune sono imperfette, perfette sono quelle doue si può comodamente terminare la cadenza, & sono l'vnifono & la quinta, imperfette sono la

terzza



terza & la sesta. Delle concordanti imperfette, alcune sono maggiori, alcune minori, la terza minore consiste d'un tuono, & d'un semituono maggiore, dico cioè che tale, è lo spatio che si troua fra l'una & l'altra voce, che formano tal concordanza, la maggiore contiene lo spatio di duoi tuoni, la minore è come *re, fa, mi, sol, sol, fa*, cioè *fa*, secondo, così dice salendo come icendendo; & in somma ogni volta che la terza include il semituono cioè il *mi, fa*, sarà terza minore la maggiore è come *ut, mi, & fa, la*, & in somma ogni volta chitale spatio non si includi il *mi, fa, la*, sesta minore contiene trè tuoni & duoi semituoni, & sarà quando ella comincerà dal *mi* salendo & dal *fa* scendendo ò dal *mi* salendo per quarta & dal *sol* scendendo nel medesimo modo, la maggiore contiene quattro tuoni & vn semituono, & di questo la terza maggiore, & la sesta minore fanno miglior consonanza che l'altre due, il che procede dalla proportionione più perfetta come si dirà, concondanti perfette non patiscono questa distintione di maggiore & minore, mà alcuna di loro è variabile, & alcuna è inuariabile; la inuariabile è l'vni-sono, il quale ogni poco che varij dalla sua giusta proportionione non sarà più vtile alla musica, ma auertisci che tal varietà si può intendere in più modi, ò per vn piccolo spatio come d'un croma, ò per vn maggiore come vn Diesi. Nel primo modo si dirà vnifono scordato, & pur si andrà tollerado nel cantare, ò sonare il meglio che si può, benchè mal volentieri nel secondo modo si dirà vnifono falso, & cade in vn'altra specie terza, oltra allo due dette di concordanti, & discordanti cioè falsa la quale specie, è molto più cattina di nissuna dell'altre due; per che le discordanti seruono frequentissimamente nella musica, mà le falsè son fuggitè, & aborritè come scogli: l'altra perfetta che è la quinta è variabile la qual varietà consiste in vn croma. la quinta adunque consiste di tre tuoni, & vn semituono maggiore, & questa è la perfetta mà l'imperfetta sarà vn croma mancho, la quale non dimeno rispetto alla terza, & alla sesta, si dice consonanza perfetta se bene rispetto all'altra quinta si dioe imperfetta & si vfa questa quinta perfetta poco rispetto alle torze di mezzo con le quali ella non può accordare, è però si vfi la quinta per sesta nel sonare, dico negli strumenti oue sonno tutte le parti scompartite le voci ricerca, accio, che ella corrisponda bene di sotto, & di sopra, dargli quella poca scarità, la quale nello strumento bisogna che sempre poi si proferisca doue la voce quando non sia sforzata, da questa ragione detta potrà pur formare, & formerà la quinta perfetta, & per questo la musica delle voci oltra all'altre perfettioni quando sarà cantata con discretione & orecchio sarà la più dolce, di tutte l'altre, per che quella perfettione di quella quinta, se ben par poca cosa, rileua pure assai nello vdir la musica, la quarta contiene lo spatio di duoi tuoni, & vn semituono, & questa in alcuno modo si deue accordare & in alcuno discordare per

Tom. IV.

perche qu'elle contro alla parte bassa cioè alla più bassa di tutte, ò due sole, ò più che sino si dirà che discordi, mà quando fusse cōtro à vna dell'altra si dirà che accordi, come se in fra l'ottaua fussi vna quinta in verso il basso la quale causarebbe vna quarta in verso la parte alta & tutto accorderebbe ottimamente: mà chi considererà bene trouerà àncora vn'altra diuersità nella quarta dico cioè, che nella quarta troueria ancora la maggiore & la minore come habbiamo detto della quinta, delle quali la minore è più dolce, ma per che questa diuersità non causa diuersità alcuna di regole, ò di offeruāza nel comporre, per questo non è in consideratione alcuna. Dalle cose dette si può considerare che quando la concordanza è più perfetta, tanto minor variatione patisce come si vede che la terza & la sesta che sono imperfette, patiscono la distintione di maggiore, & minore: mà delle perfette la quinta sola patisce, non quella distintione. mà vna minor assai come si è detto l'vni-sono poiche è la perfettissima consonanza non patisce in modo alcuno varietà nissuna.

Resta hora à dire delle consonanze false, le quale per regola generale saranno tutte quelle che si discostano dalla debita proportionione loro che, è l'assegnata di sopra vn Diesi ò più, per che vn croma solo più resto sarà dire scordata, che falsa tale intonatione, & così si vede che delle consonanze false sono molte, & molte specie, per che anche che discordanti non solo le consonanti hanno le sue false, delle quali per breuità nō entreremo indirne particolarmente, massime che da questo che si è detto, si potrà conoscere tutto il resto facilmete, mà diremo ben questo che frà le false le più famose sono queste due, la quarta, falsa & la quinta falsa, mà perche della quarta, & della quinta falsa possono essere molte specie, si intende quando si nominano queste di quella specie sola che si dirà cioè. Della quarta quando ella contiene trè tuoni, & è detta tritono; voce quasi spauenteuole appresso à Musici & sarà dal *fa* al *mi* più alto permutatione di quinta come dal *fa* di *f. fa ut*, al *mi* di *b. fa b. mi*. Della quinta si intende anche quando cade il *mi* contro al *fa* in quinta, & all'h'ora conterre duoi tuoni, & duoi semituoni maggiori, & così tanto la quarta, quanto la quinta falsa saranno sempre del *fa* contro al *mi*, & questo due specie di falsità ancor che sino molestissime alle orecchie, non sono però tanto più moleste dell'altre che queste sole douessino per ciò essere in consideratione: mà la causa per che elle sono assai più nominate che l'altre, è che elle sono molto più pericolose di incapparui, che alcuna delle altre come lo prouano molto bene quelli che cominciano à fare il Contrapuncto, & massime la quinta falsa, come per la medesima ragione sono più nominati da i Marinari che gli scogli, non che sono più aspri, & Acuti. Mà quelli che sono più pericolosi di vrtarui dentro: Et è da notare che le false sono tanto inimiche al nostro orecchio, che non solo non si può compor-

H H h 3 tare



tare in modo alcuno di sentirle proferire, ne doppo à vna buona passada, come si fa con le discordanze, ne in modo alcuno, mà ne ancora si può comportare tal falsità per lo spatio d'vna semibreue, come ben sà quello che hà qualche principio di comporre, al che per non esser intentione di trattare in questo luogo, non si dirà piu al longo. Et chi volessi riscontrare bene, & esattamente la verità di tutte queste cose dette, quanto alle consonanze, bisognarebbe che lo facesse in sù vno di quelli stromenti che si chiamano Manocordi, dico di quelli che hanno due corde sole, & poi hanno sotto è tutte esse segnate giustissimamente tutte le misure & distanze. Et questo strumento non può ingannare con l'esser male accordato, dal quale non solo si caua la certezza delle cose dette, mà ancora delle proportioni che hanno ciascuna voce con l'altra, come v. g. si vede che l'ottaua è proportione dupla, per che sonando intera vna delle due corde, le quali vogliono essere vnifone perfettamente, & diuidendo l'altra per mezzo aggrauandola in sul segno del mezzo col dito, come si fa le corde de Liuti, & sonandone vna parte riscontro à quell'altra intera causa l'ottaua, mà se diuide vna corda in trè parti, & che aggraua il dito in sul secondo segno, tal che da vna banda ne restino due parti, & dall'altra vna, & tocherai la parte maggiore di questa corda contra all'altra corda intera, causerà la quinta, & così di mano in mano si potranno ritrouare tutte le proportioni delle consonanze, & come si vede che fra la proportion della qualità & la proportion della metà sono, come per se tutte le proportioni musicali auessi, diuidendo di proportion, in proportion in fino che si arriui alla metà nella quale terminino le proportioni anzi ricomincino in questa si può dire le medesime seguitando si comè dalla ottaua ricominciono, & seguitino; di poi le medesime nature ò specie di consonanze, mà di questo non appartiene il dirne più oltre in questo luogo. Con questo strumento ancora si proua manifestamente che il semituono maggiore contiene delle noue parti d'vn tuono le cinque, & il minore le quattro, & che tutte due insieme fanno vn tuono, il che si cognosce anche più chiaramente nel mettere i tasti al Linto, ò alla Viola per che per trouare la posta del tasto che forma il semituono, bisogna diuidere il tuono in noue parti, & di quelle pigliarne cinque, & con quelle misurar lo spatio del detto semituono, come anche per trouare il tuono bisogna partir tutta la corda in noue parti, & secondo la longezza di ciascuna di queste parti, pigliar la distanza che forma il

tuono & tutte queste & molte altre bellissime, & marauigliose cose scopre quel così facile & semplice strumento del Manocordo che l'abbiamo detto sopra lo qual chi volessi andare diligentemente & realmente inuestigando, & non chimerizzando, trouerebbe senza dubbio cose inaudite & mirabili, & la ragione delle perfette, delle imperfette, delle discordanti & delle false: per che trouerebbe che false sono quelle che nõ hanno frà loro proportion come v. g. qu'elle del diametro con la costa & perfette quelle che l'hanno trà loro perfetta, & poi l'altre accostarsi più, ò à queste ò à quelle secondo che hanno più, ò meno perfetta proportion, & tronerò bona la ragione, per che il tuono consiste di 9. erome, ne più ne meno, & altre cose assai molto belle & desiderabili, mà di questo basti hauuerne tocco in fino à quel che si è fatto per non mancare di produrre ancora l'ultimo & principal fondamento, & riproue doue al fine si riducono, & sostentano tutte le cose dette di sopra, seguitarebbe hora che si è trattato delle voci & delle consonanze, il dire del Contrapunto & di sue regole, Mà per esser questa cosa molto nota & comune, & per consistere anche più tosto in vna pratica, che in altra ragione lascieremo; massima per hora in dietro il dirne, & forse altre volte ci metteremo à considerare se queste regole del Contrapunto così le vecchie, come le noue hanno fondamento euidente, reale, & naturale, ò pur sono per che così si offerua & piace senza alcuna altra ragione, se non per che così hanno fatto gli altri. Dico come v. g. che non si possa mettere due consonanze perfette l'vna à canto à l'altra, che la quarta sia sempre contio al basso cattiua, per che non è dubbio che la sesta maggiore, se non è più dura al meno concorre leco, & così di alcune altre cose, dico di quelle che non si sente così manifestamente all'orechio, che la natura della cosa ricerchi così, per che quel che si cognosce sensatamente, non si debbe cercar per altra ragione, hauendone dico la riproua dal proprio senso, come v. g. è questo si debbe terminare imperfetta, & andare alla cadenza col semituono, & altre simil cose le quali l'orechio subito cognoscerà essere regole vere & buone, come anco si vede in queste regole più nuoue che l'andare alle perfette, con le più perfissime causa molta dolcezza & altre cose ancora che il senso stesso le conferma, delle quali tutte apporterà non solo à mostrare le regole, mà ancora à esaminare dette regole, & ritrouare il fondamento di esse, ogni volta che si verrà à trattar del Contrapunto.